ДВИЖЕНІЕ ГРУНТОВЫХЪ ВОДЪ И ТЕОРІЯ ВОДОСБОРНЫХЪ СООРУЖЕНІЙ.

Эксплуатація водоноснаго слоя, питаемаго атмосферными осадками.

Самымъ важнымъ и, вмѣстѣ съ тѣмъ, самымъ обыкновеннымъ видомъ возобновленія убыли воды въ кругѣ дѣйствія водосборнаго сооруженія, происходящей отъ его эксплуатаціи, есть возобновленіе ея посредствомъ атмосферическихъ осадковъ. Количество воды, попадающее этимъ путемъ въ кругѣ дѣйствія водосборнаго сооруженія, зависитъ, во-первыхъ, отъ количества атмосферныхъ осадковъ, надающихъ на поверхность грунта, и, во-вторыхъ, отъ способности верхнихъ слоевъ грунта пропускать воду. Вслѣдствіе чего оно находится въ зависимости не только отъ свойства грунта, но и отъ климатическихъ условій. Температура воздуха, сила вѣтровъ, уклонъ поверхности грунта, а также присутствіе на ней лѣсовъ и вообще растеній—все это имѣетъ большое вліяніе на количество воды, проникающей въ почву, такъ что, при нѣкоторыхъ условіяхъ, почти все количество изъ атмосферныхъ осадковъ частью испаряется, частью стекаетъ по поверхности грунта, не проникая въ него; при другихъ же условіяхъ значительная часть изъ нихъ, проникая въ почву, присоединяется къ грунтовымъ водамъ. Проникновеніе атмосферныхъ осадковъ въ почву и питаніе ими грунтовыхъ водъ всегда бываетъ причиной ихъ движенія по направленію къ тѣмъ мѣстамъ, въ которыхъ грунтовая вода можетъ опять покинуть водоносный слой.

Такъ какъ количество попадающихъ на извѣстномъ пространствѣ въ почву атмосферныхъ осадковъ пропорціонально поверхности разсматриваемаго пространства, то мы можемъ его выразить коэффиціентомъ δ, обозначающимъ количество кубическихъ метровъ проникающей въ почву воды на 1 □ метръ въ секунду. Коэффиціентъ этотъ опредѣляется посредствомъ измѣренія количества воды, проникшей въ опредѣленное время въ металлическій ящикъ, наполненный грунтомъ, и средній выводъ изъ наблюденій, продолжающихся не менѣе года, даетъ упомянутый коэффиціентъ, который, при отсутствіи перемѣнъ въ климатическихъ условіяхъ, считается постоянною величиной для извѣстной мѣстности.

Основную формулу для опредѣленія условій эксплуатаціи водоноснаго слоя, грунтовыя воды котораго возобновляются атмосферными осадками, получимъ, принявъ во вниманіе, что общее количество попавшей въ водосборное сооруженіе воды Q въ продолженіи времени t, которое считаемъ отъ начала эксплуатаціи, равняется количеству воды, полученной изъ части водоноснаго слоя, осушеннаго эксплуатаціей, увеличенному количествомъ воды, попавшей въ почву въ это время.

Первая часть разсматриваемаго количества равняется, согласно вышеприведеннымъ соображеніямъ (1886, кн. 2 стр. 519 и 520, фиг. 4),

$$\frac{1}{3}\ HRa\lambda.$$

Вторая же часть равняется площади дѣйствія атмосферныхъ осадковъ aR, умноженной на коэффиціентъ δ и на время. Но такъ какъ R измѣняется въ теченіи времени, то количество атмосферныхъ осадковъ можетъ выразить только для безконечно малаго промежутка времени dt, количество это равняется:

$$aR\delta\ .\ dt.$$

Въ продолженіи же всего времени t отъ начала эксплуатаціи количество атмосферныхъ осадковъ, попадающихъ въ кругъ дѣйствія галлереи, равняется:

$$\int_0^t aR\delta\ .\ dt.$$

Общее же количество собранной посредствомъ галлереи воды равняется:

$$Q = \frac{1}{3}\ HRa\lambda + \int_0^t aR\delta\ .\ dt\ \ .\ \ .\ \ .\ \ .\ \ . \qquad (52)$$

Въ разсчетѣ этомъ дѣйствіе атмосферныхъ осадковъ ограничено предѣлами линіи депрессіи.

Безконечно малое измѣненіе этого количества dQ, въ промежутокъ времени dt, и при увеличеніи длины линіи депрессіи на dR, равняется:

$$dQ = \frac{1}{3} Ha\lambda \,.\, dR + aR\delta \,.\, dt.$$

При одновременномъ дѣйствіи на разсматриваемый слой, съ одной стороны атмосферныхъ осадковъ, съ другой же стороны водосборнаго сооруженія, принимаемъ, что общая форма уравненія линіи депрессіи не измѣняется и притокъ атмосферныхъ осадковъ дѣйствуетъ только замедляющимъ образомъ на пониженіе линіи депрессіи и на увеличеніе длины R во время эксплуатаціи. И такъ какъ при линіи депрессіи, опредѣленной величинами H, R, a, k, λ, получаемъ секундное количество воды:

$$q = \frac{H^2}{R} \cdot \frac{ak\lambda}{2},$$

то dQ, или количество воды, попадающее въ водосборное сооруженіе во время dt, равняется:

$$dQ = q \,.\, dt = \frac{H^2}{R} \cdot \frac{ak\lambda}{2} \cdot dt,$$

что въ соединеніи съ предыдущимъ даетъ намъ уравненіе

$$\frac{1}{3} H \,.\, a\lambda \,.\, dR + aR\delta \,.\, dt = \frac{H^2}{R} \cdot \frac{ak\lambda}{2} \cdot dt,$$

которое можно написать въ слѣдующемъ видѣ

$$\frac{dR}{\frac{H^2}{R} \cdot \frac{k\lambda}{2} - R\delta} = \frac{dt}{\frac{1}{3} H\lambda}.$$

Изъ этого уравненія получаемъ:

$$\int \frac{dR}{\frac{H^2}{R} \cdot \frac{k\lambda}{2} - R\delta} = \int \frac{dt}{\frac{1}{3} H\lambda}$$

Интеграція послѣдняго уравненія даетъ намъ слѣдующій результатъ:

$$\frac{-1}{2\delta} \, logn \left(\frac{H^2 k\lambda}{2} - R^2\lambda \right) = \frac{3t}{H\lambda} + C.$$

При началѣ эксплуатаціи $R = 0$ и $t = 0$, что вставляя въ послѣднее уравненіе, даетъ намъ:

$$\frac{-1}{2\delta} \, logn \cdot \frac{H^2 k\lambda}{2} = C.$$

Разница же двухъ послѣднихъ уравненій даетъ:

$$\frac{-1}{2\delta} \left[logn \left(\frac{H^2 k\lambda}{2} - R^2\delta \right) - logn \, \frac{H^2 k\lambda}{2} \right] = \frac{3t}{H\lambda}.$$

Это послѣднее уравненіе можемъ написать въ слѣдующемъ видѣ:

$$logn \frac{H^2k\lambda}{H^2k\lambda - 2R^2\delta} = \frac{6t}{H\lambda} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (53)$$

Уравненіемъ этимъ опредѣляется взаимное отношеніе двухъ измѣняющихся величинъ t и R; посредствомъ него можемъ для каждаго эксплуатаціоннаго времени t найти соотвѣтствующую длину линіи депрессіи R. Съ этою цѣлью приводимъ уравненіе 53 въ слѣдующую форму:

$$R = H\sqrt{\frac{k\lambda}{2\delta}\left(1 - e^{\frac{-6\delta t}{H\lambda}}\right)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (54)$$

Обозначая черезъ R' разстояніе крайней точки линіи депрессіи отъ водосборнаго сооруженія послѣ безконечно большаго времени дѣйствія его, или предѣльный радіусъ водосборнаго сооруженія, можемъ R' опредѣлить, вставляя въ 54 $t = \infty$

$$R' = H\sqrt{\frac{k\lambda}{2\delta}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (55)$$

Секундное количество воды, попадающее въ водосборное сооруженіе, получимъ, вставляя значеніе для R изъ 54 въ уравненіе

$$q = \frac{H^2}{R} \cdot \frac{ak\lambda}{2}$$

оно равняется:

$$q = Ha\sqrt{\frac{\frac{1}{2}k\lambda\delta}{1 - e^{\frac{-6\delta t}{H\lambda}}}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (56)$$

Предѣльное же количество q', соотвѣтствующее радіусу R', получимъ, вставляя въ 56: $t = \infty$; оно равняется

$$q' = Ha\sqrt{\frac{k\lambda\delta}{2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (57)$$

Послѣднее уравненіе можемъ написать въ слѣдующемъ видѣ:

$$q' = H\sqrt{\frac{k\lambda}{2\delta}} \cdot a\delta.$$

Вставляя же въ него (изъ 55) $H\sqrt{\frac{k\lambda}{a\delta}} = R'$ получимъ:

$$q' = R'a\delta.$$

Эта формула выражаетъ, что предѣльное количество воды, попадающей въ водосборное сооруженіе равняется количеству атмосферныхъ осадковъ, проникающихъ въ почву въ пространствѣ дѣйствія сооруженія; это количество будетъ соотвѣтствовать теоретически нормальному дѣйствію колодца и можетъ быть достигнуто только послѣ безконечнаго времени.

Для примѣненія послѣднихъ формулъ на практикѣ, намъ необходимо опредѣлить коэффиціентъ δ, о величинѣ котораго, въ случаѣ отсутствія непосредственныхъ наблюденій, можемъ дѣлать заключенія изъ совокупности климатическихъ и геологическихъ условій разсматриваемой мѣстности. Но переходя къ практическому примѣненію коэффиціента δ, мы его замѣнимъ другимъ коэффиціентомъ D, черезъ который обозначимъ количество кубическихъ метровъ, проникающихъ въ почву въ продолженіи сутокъ на пространствѣ одного квадратнаго километра. Отношеніе между δ и D выразится слѣдующимъ уравненіемъ:

$$D = \delta \,.\, 60 \,.\, 60 \,.\, 24 \,.\, 1.000^2 \text{ или } D = 86.400.000.000\,\delta.$$

Если же черезъ Δ обозначить количество ведеръ проникающей въ почву воды въ сутки на квадратную версту, то получимъ:

$$\Delta = \delta \,.\, 60 \,.\, 60 \,.\, 24 \,.\, 500^2 \,.\, 2{,}1335^2 \,.\, 81{,}3 = 7.994.000.000.000\,\delta$$
$$\Delta = 92{,}52\,D.$$

Такъ какъ величина разсматриваемыхъ коэффиціентовъ больше всего зависитъ отъ самаго количества атмосферныхъ осадковъ, для опредѣленія которыхъ существуютъ богатые матеріалы, основанные на многочисленныхъ наблюденіяхъ, то нижепомѣщенные результаты изъ разныхъ наблюденій могутъ намъ облегчить дальнѣйшее изслѣдованіе разсматриваемаго вопроса.

Наблюдательная станція.	Высота атмосферныхъ осадковъ въ центиметрахъ.				
	Зима.	Весна.	Лѣто.	Осень.	Годъ.
Бергенъ	59,7	40,0	47,5	78,1	225,3
Миланъ	20,6	23,0	23,3	29,8	96,7
Римъ	23,6	18,5	8,7	27,7	78,5
Дрезденъ	14,5	15,9	24,0	15,4	69,8
Берлинъ	13,3	13,3	20,8	12,3	59,7
Варшава	8,6	11,4	21,2	16,5	57,7
Вѣна	10,2	15,3	19,2	11,9	56,6
Парижъ	10,3	11,7	12,8	13,5	48,3
С.-Петербургъ	7,4	7,3	17,1	13,0	44,8
Оренбургъ	9,1	10,3	14,1	9,7	43,2
Афины	13,4	8,2	2,4	14,2	38,2
Каиръ	2,4	0,8	0,0	0,2	3,4

Числа эти заимствованы изъ изданнаго въ 1883 г. руководства: „Handbuch der Ingenieurwissenschaften. Dritter Band. Erste Abtheilung“, стр. 13 до 15.

Среднее количество выпадающихъ въ Москвѣ атмосферныхъ осадковъ за 10 лѣтъ наблюденій, отъ 1870 до 1880 года, было 59.025 центиметровъ, или $23'',24 = 0,2766$ саж.

По опытамъ, приведеннымъ въ вышеупомянутомъ источникѣ, изъ атмосферныхъ осадковъ попадаетъ въ почву слѣдующее количество воды:

въ окрестностяхъ Вѣны, по опытамъ Вольдриха, отъ 27% до 38%, по опытамъ Шобера (Tharand) въ глинистомъ грунтѣ 43%;

въ Англіи (Hinxworth), въ хорошо пропускающемъ грунтѣ 79%, въ менѣе пропускающемъ грунтѣ 60%.

Для мѣстности, въ которой изъ 59 центиметровъ атмосферныхъ осадковъ около 45%, т. е. 26,55 центм., попадаетъ въ почву, получимъ

$D = \frac{1000^2 \,.\, 0,2655}{365} = 727$ куб. метровъ на □ килм.

$\Delta = 92,52 \,.\, 727 = 67.150$ ведеръ □ версту

$$\delta = \frac{727}{86.400.000.000} = \frac{1}{118.840.000}$$

При просачиваніи же въ почву $22^1/_2$%, т. е. 13.275 центиметровъ, получимъ:

$D = 362,5$ куб. метровъ на □ километр.

$\Delta = 33.575$ ведеръ на □ версту.

$$\delta = \frac{1}{237.680.000}$$

Для практическихъ разсчетовъ въ формулахъ 54 и 56 время t, выраженное въ секундахъ, замѣняемъ суточнымъ числомъ T, вставляя въ нихъ $t = 86.400T$; замѣняя, кромѣ того, δ коэффиціентомъ D и секундное количество q суточнымъ ΔQ, получимъ:

$$R = 120.000H\sqrt{\frac{3k\lambda}{D}\left(1 - e^{-\frac{0,000006DT}{H\lambda}}\right)} \quad . \quad . \quad . \quad (58)$$

$$\Delta Q = 0,12Ha\sqrt{\frac{3Dk\lambda}{1 - e^{-\frac{0,000006DT}{H\lambda}}}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (59)$$

При нормальномъ же дѣйствіи галлереи:

$$R' = 120.000H\sqrt{\frac{3k\lambda}{D}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (60)$$

$$\Delta Q' = 0,12Ha\sqrt{3Dk\lambda} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (61)$$

Изъ этихъ формулъ видно, что предѣлъ дѣйствія водосборнаго сооруженія увеличивается пропорціонально глубинѣ сооруженія; тому же закону слѣдуетъ и количество собираемой воды.

При мѣстныхъ условіяхъ, опредѣляющихся коэффиціентомъ $\lambda = {}^1/_4$ и $D = 727$, получимъ:

$$R' = 120.000H\sqrt{\frac{3k}{4\,.\,727}} = 3.854H\sqrt{k}\,.$$

$$\Delta Q' = 0{,}12Ha\sqrt{\frac{3\,.\,727k}{4}} = 2{,}8Ha\sqrt{k}\,.$$

Слѣдовательно, предѣлъ дѣйствія водосборной галлереи и суточный сборъ воды будутъ:

въ крупномъ пескѣ:

$$R' = 3.854H\sqrt{\frac{1}{100}} = 385H. \qquad \Delta Q' = 2{,}8Ha\sqrt{\frac{1}{100}} = 0{,}28Ha.$$

Въ среднемъ же пескѣ.

$$R' = 3.854H\sqrt{\frac{1}{370}} = 200H. \qquad \Delta Q' = 2{,}8Ha\sqrt{\frac{1}{370}} = 0{,}151Ha.$$

Въ мелкомъ пескѣ.

$$R' = 3.854H\sqrt{\frac{1}{1700}} = 93H. \qquad \Delta Q' = 2{,}8Ha\sqrt{\frac{1}{1700}} = 0{,}068Ha.$$

Въ водоносномъ же слоѣ, состоящемъ изъ смѣси гравія съ пескомъ, дающей $k = \frac{1}{30}$, получимъ:

$$R' = 3.854H\sqrt{\frac{1}{30}} = 704H. \qquad \Delta Q' = 2{,}8Ha\sqrt{\frac{1}{30}} = 0{,}511Ha.$$

При просачиваніи же въ почву 13,275 центиметровъ, получимъ слѣдующіе результаты:

$$R' = 120.000H\sqrt{\frac{3k}{4.363{,}5}} = 5.450H\sqrt{k}.$$

$$\Delta Q' = 0{,}12Ha\sqrt{\frac{3.363{,}5}{4}} = 1{,}98Ha\sqrt{k}.$$

Слѣдовательно, предѣлъ дѣйствія водосборной галлереи и суточный сборъ воды будутъ:

въ крупномъ пескѣ:

$$R' = 5.450H\sqrt{\frac{1}{100}} = 545H. \qquad \Delta Q' = 1{,}98Ha\sqrt{\frac{1}{100}} = 0{,}198Ha.$$

Въ среднемъ же пескѣ:

$$R' = 5.450H\sqrt{\frac{1}{370}} = 283H. \qquad \Delta Q' = 1{,}98Ha\sqrt{\frac{1}{370}} = 0{,}103Ha.$$

Въ мелкомъ пескѣ:

$$R' = 5.450H\sqrt{\frac{1}{1700}} = 132H. \qquad \Delta Q' = 1{,}98Ha\sqrt{\frac{1}{1700}} = 0{,}048Ha.$$

Въ водоносномъ же слоѣ, состоящемъ изъ смѣси гравія съ пескомъ, дающей $k = \frac{1}{30}$, получимъ:

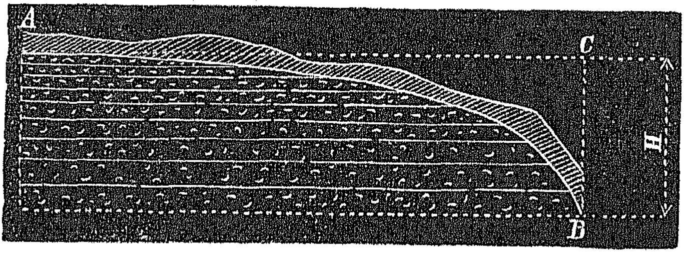
$$R' = 5.450H\sqrt{\frac{1}{30}} = 996H. \qquad \Delta Q = 1{,}98Ha\sqrt{\frac{1}{30}} = 0{,}362Ha.$$

Какъ видно изъ этого разсчета, посредствомъ галлереи, заложенной въ песчаномъ водоносномъ слоѣ, имѣемъ возможность собирать атмосферные осадки изъ площади, простирающейся въ каждую сторону длиною отъ 100 до 380 разъ больше глубины галлереи.

Подъ глубиной галлереи не слѣдуетъ подразумѣвать буквально ту глубину, на которую она вертикально врѣзывается въ водоносный слой. Вообще глубина галлереи H есть разница горизонтовъ: съ одной стороны—дна водосборнаго сооруженія, съ другой же—поверхности грунтовыхъ водъ въ болѣе или менѣе удаленной отъ галлереи мѣстности, до которой доходитъ линія депрессіи. И хотя въ этомъ изслѣдованіи мы приняли, что водоносный слой ограниченъ двумя горизонтальными площадями; но такъ какъ при нормальномъ дѣйствіи галлереи часть водоноснаго слоя, находящагося надъ линіей депрессіи не имѣетъ вліянія на движеніе воды, то отсутствіе этой части грунта не имѣетъ вліянія ни на продольный радіусъ дѣйствія сооруженія, ни на нормальное количество притекающей воды.

Въ мѣстности, похожей на ту, которая показана въ разрѣзѣ на фиг. 6 съ водоноснымъ слоемъ, ограниченнымъ внизу горизонтальною плоскостью, но поверхность которой имѣетъ общій уклонъ къ точкѣ B, глубиной галлереи должна считаться линія BC во всѣхъ случаяхъ, въ которыхъ поверхность грунта не врѣзывается въ линіи депрессіи.

Фиг. 6.



При нормальномъ дѣйствіи галлереи, заложенной въ песчаномъ водоносномъ слоѣ, нормальный суточный притокъ воды равняется при глубинѣ въ 1 метръ, при просачиваніи въ почву 26,55 центиметровъ: отъ 0,068 до 0,28 кубическихъ метровъ на каждый метръ галлереи.

Принимая же глубину $H=1$ саж. $=2{,}133$ метр. и $a=1$ саж. $=$ $=2{,}133$ метр., получимъ суточный притокъ $\Delta Q=$ отъ 0,307 до 1,26 куб. метр. или отъ 25 до 110 ведеръ.

Погонная сажень водосборной галлереи глубиной въ одну сажень даетъ отъ 25 до 110 ведеръ въ сутки съ одной стороны, причемъ количество воды растетъ пропорціонально глубинѣ галлереи.

При просачиваніи же 13,275 центиметровъ, нормальный суточный притокъ воды равняется при глубинѣ въ 1 метръ:

отъ 0,048 до 0,198 кубическихъ метровъ на каждый метръ галлереи.

Принимая же глубину $H=1$ саж. $=2{,}133$ метр. и $a=1$ саж. $=$ $=2{,}133$ метр., получимъ суточный притокъ $\Delta Q=$ отъ 0,2 до 0,9 куб. метровъ или отъ 16 до 73 ведеръ.

Погонная сажень водосборной галлереи глубиной въ одну сажень даетъ, во второмъ случаѣ, отъ 16 до 73 ведеръ въ сутки съ одной стороны, причемъ количество воды растетъ пропорціонально глубинѣ галлереи.

Для опредѣленія времени, въ которомъ галлерея будетъ доставлять суточное количество воды ΔQ, приводимъ формулу 59 въ слѣдующій видъ:

$$T=1.000.000\,\frac{H\lambda}{6D}\,logn\,\frac{\Delta Q^2}{\Delta Q^2-0{,}0432H^2a^2Dk\lambda}\;\ldots\ldots(62)$$

Вставляя же въ эту формулу изъ 61-й $\Delta Q^2=0{,}0432\,H^2a^2Dk\lambda$, получимъ:

$$T=1.000.000\,\frac{H\lambda}{6D}\,.\,logn\,\frac{\Delta Q^2}{\Delta Q^2-\Delta Q'^2}\;\ldots\ldots\ldots(63)$$

Чтобы выразить время въ зависимости отъ R, вставляемъ въ формулу 62: $\Delta Q=86.400q=86.400\,\frac{H^2}{R}\cdot\frac{ak\lambda}{2}$ и получимъ:

$$T=\frac{H\lambda}{518.400\delta}\,logn\,.\,\frac{H^2k\lambda}{H^2k\lambda-2R^2\delta}\;\ldots\ldots\ldots\ldots(64)$$

Для полученія времени практически нормальнаго дѣйствія галлереи, вставляемъ въ уравненіе 63: $\Delta Q=\frac{10}{9}\,\Delta Q'$; время это равняется:

$$T_{0,9}=276.800\,\frac{H\lambda}{D}\;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(65)$$

для $\lambda=\frac{1}{4}$ и $D=727$ времени практически нормальнаго дѣйствія галлереи достигается послѣ:

$$T_{0,9}=\frac{276.800}{4.727}H=95H \text{ сутокъ.}$$

При глубинѣ галлереи въ 4 метра она достигаетъ времени нормальнаго дѣйствія по прошествіи $T_{0,9} = 4,95 = 380$ сутокъ или больше одного года.

Время двойнаго дѣйствія галлереи получаемъ, вставляя въ 63, $\Delta Q = 2\,\Delta Q'$; время это равняется:

$$T_{0,5} = 47.950\,\frac{H\lambda}{D} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (66)$$

для $\lambda = 1/4$, $D = 727$ время двойнаго дѣйствія галлереи и достигается послѣ:

$$T_{0,5} = \frac{47.950}{4.727} H = 16,5H \text{ сутокъ.}$$

Для галлереи, глубиной въ 5 метровъ, это время наступаетъ послѣ

$$T_{0,5} = 16,5\,.\,5 = 82,5 \text{ сутокъ.}$$

Разсчитаемъ, для примѣра, сборъ воды посредствомъ галлереи длиной въ 100 метровъ, изъ водоноснаго слоя глубиной въ 10 метровъ, качество грунта котораго опредѣлено коэффиціентами $k = \frac{1}{200}$ и $\lambda = \frac{1}{4}$, питаемаго атмосферными осадками въ количествѣ $D = 727$ кубическихъ метровъ въ сутки на квадратный километръ, или $\delta = \frac{1}{118.840.000}$ въ секунду на квадратный метръ.

Предѣльный радіусъ дѣйствія галлереи имѣетъ длину:

$$R' = 120.000\,.\,10\sqrt{\frac{3}{200\,.\,4\,.\,727}} = 2.725,4.$$

Во время же эксплуатаціи длину радіуса дѣйствія сооруженія разсчитываемъ по формулѣ 58:

$$R = 120000\,.\,10\sqrt{\frac{3}{200\,.\,4\,.\,727}\left(1 - e^{-\frac{0,000006}{10}\,4.727\,T}\right)} =$$

$$= 2.725,4\sqrt{1 - e^{-0,0017448\,T}}\,.$$

Суточное количество притекающей къ галлереѣ воды получимъ по формулѣ 59:

$$\Delta Q = 0,12\,.\,10\,.\,100\sqrt{\frac{3.727\cdot\frac{1}{200}\cdot\frac{1}{4}}{1 - e^{-\frac{0,000006}{10}\,4.727\,T}}} =$$

$$\frac{198,14}{\sqrt{1 - e^{-0,0017448\,T}}}\,.$$

Время двойнаго дѣйствія галлереи равняется по формулѣ 61:

$$T_{0,5} = \frac{47.950\,.\,10}{4.787} = 164,8 \text{ сутокъ.}$$

Время же практически нормальнаго дѣйствія по формулѣ 60 равняется:

$$T_{0,9} = \frac{276.800 \cdot 10}{4.727} = 951,8.$$

Количество воды, собираемое при нормальномъ дѣйствіи галлереи, равняется по формулѣ 61:

$$\Delta Q' = 0,12 \cdot 10 \cdot 100 \sqrt{\frac{3.727}{4.200}} = 198,14 \text{ кубическихъ}$$

метровъ въ сутки.

Въ разныхъ періодахъ дѣйствія водосборной галлереи количество притекающей къ ней съ одной стороны воды и радіусъ дѣйствія выражаются въ величинахъ, помѣщенныхъ въ нижеслѣдующей таблицѣ:

T Число дней отъ начала эксплуатаціи.	$e^{0,0017448\,T}$	ΔQ Суточное количество собираемой воды, кубическихъ метровъ.	R Радіусъ водосборной галлереи, метровъ.	ПРИМѢЧАНІЯ.
10	1,0176	1.507	358	
20	1,0355	1.070	505	
30	1,0537	878	615	
40	1,0723	763	707	
50	1,0911	687	786	
82,9	1,1556	540	1.000	
100	1,1906	496	1.187	
164,8	—	396,2	1.362	Двойное дѣйствіе галлереи.
200	1,4176	365	1.479	
500	2,3926	260	2.076	
951,8	—	220,2	2.452	Практически нормальное дѣйствіе галлереи.
1.000	5,7246	218,1	2.476	
∞	—	198,14	5.725,4	Теоретич. нормальное дѣйствіе галлереи.

Въ случаѣ, если размѣры водоноснаго слоя не позволяютъ линіи депрессіи достигнуть длины, соотвѣтствующей нормальному дѣйствію галлереи, тогда при дѣйствіи галлереи мы должны отличать два періода: первый періодъ, въ которомъ линія депрессіи удлиняется и доходитъ до предѣловъ водоноснаго слоя, и второй періодъ, въ которомъ линія депрессіи понижается, сохраняя свою длину. Первый періодъ, въ которомъ высота H составляетъ настоящую величину, длина же R измѣняется, мы разсчитываемъ посредствомъ формулъ отъ 52 до 61; второй же случай, въ которомъ длину водоноснаго слоя, совпадающую съ длиной линіи депрессіи, мы обозначаемъ черезъ L, измѣняющуюся же линію депрессіи черезъ h, можемъ разсчитать посредствомъ формулъ для галлереи съ постояннымъ притокомъ, по формуламъ отъ 39 до 51.

При опредѣленной длинѣ водоноснаго слоя L, секундное количество атмосферныхъ осадковъ, попадающихъ въ кругъ дѣйствія галлереи на погонную единицу ея равняется $L\delta$ и такъ какъ въ упомянутыхъ формулахъ количество это было обозначено черезъ ξ, то при разсчетѣ галлереи, питающейся атмосферными осадками, мы должны въ формулѣ вставить:

$$\xi = L\delta \text{ и } Z = 86.400 L\delta$$

или

$$Z = 86.400 L \cdot \frac{D}{86.400.000.000} = \frac{LD}{1.000.000},$$

и тогда получаемъ слѣдующія формулы.

Для опредѣленія величины h', обозначающей крайній предѣлъ паденія грунтовыхъ водъ на разстояніи L отъ галлереи:

$$h' = \sqrt{\frac{2L}{k\lambda} \cdot L\delta} = L \sqrt{\frac{2\delta}{k\lambda}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (67)$$

Для опредѣленія же отношенія суточнаго сбора воды ΔQ къ числу сутокъ отъ начала эксплуатаціи T, получаемъ формулы:

$$T - T_0 = \frac{1}{129.600} \cdot \frac{L^2}{kh'} \cdot logn \frac{\left(\sqrt{\Delta Q} + \frac{1}{1.000}\sqrt{aLD}\right)(H - h')}{\left(\sqrt{\Delta Q} - \frac{1}{1.000}\sqrt{aLD}\right)(H + h')} \qquad (67a)$$

$$\Delta Q = \frac{aLD}{1.000.000} \left\{ \frac{(H + h')\, e^{(T - T_0) \cdot \frac{kh' \, 129.600}{L^2}} + (H - h')}{(H + h')\, e^{(T - T_0) \cdot \frac{kh' \, 129.600}{L^2}} - (H - h')} \right\}^2 \qquad (68)$$

T_0 получаемъ изъ уравненія 64, вставляя $R = L$

$$T_0 = \frac{H\lambda}{518.400\delta}\, logn \frac{H^2 k\lambda}{H^2 k\lambda - 2L^2\delta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (69)$$

Время двойнаго и практически нормальнаго дѣйствія опредѣляется по формуламъ 50 и 51:

$$T_{0,5} = T_0 + \frac{1}{129.600} \cdot \frac{L^2}{kh'} \cdot logn \left(5{,}828 \; \frac{H - h'}{H + h'} \right) \quad . \quad . \qquad (50)$$

$$T_{0,9} = T_0 + \frac{1}{129.600} \cdot \frac{L^2}{kh'} \cdot logn \left(37{,}97 \; \frac{H - h'}{H + h'} \right) \quad . \quad . \qquad (51)$$

Подвергнутый выше разсчету водоносный слой, эксплуатація котораго разсчитана была въ предыдущемъ примѣрѣ, находился только въ первомъ періодѣ дѣйствія; но сдѣлаемъ предположеніе, что длина этого слоя ограничена и равняется $L = 1.000$ метр., въ такомъ случаѣ эксплуатація этого слоя будетъ имѣть два періода. Начало втораго періода будетъ по формулѣ 69 по прошествіи времени

$$T_0 = \frac{10.118840000}{4.518400} \cdot logn \frac{100 \cdot \frac{1}{200} \cdot \frac{1}{4}}{100 \cdot \frac{1}{200} \cdot \frac{1}{4} - \frac{2 \cdot 1000^2}{118840000}} = 82,9 \text{ сутокъ.}$$

При нормальномъ дѣйствіи галлереи, когда пониженіе грунтовыхъ водъ достигнетъ предѣла, толщина водоноснаго слоя сократится до величины h', которая по формулѣ 62 равняется:

$$h' = 1.000\sqrt{\frac{2.200 \cdot 4}{118840000}} = 3,67 \text{ метровъ.}$$

Количество же притекающей воды, соотвѣтствующее нормальному дѣйствію галлереи, равняется:

$\Delta Q' = 86.400 q' = 86.400 \frac{h'^2}{L} \cdot \frac{ak\lambda}{2} = \frac{86400.3,67^2 \cdot 100}{1000.2.200 \cdot 4} = 72,7$ кубическихъ метровъ въ сутки.

Время двойнаго дѣйствія галлереи разсчитываемъ по формулѣ 50.

$$T_{0,5} = 82,9 + \frac{1000^2 \cdot 200}{129600 \cdot 3,67} \cdot logn\left(5,828 \cdot \frac{10 - 3,67}{10 + 3,67}\right) = 82,9 +$$

$$+ 417,8 = 500,4;$$

время же практически нормальнаго дѣйствія по формулѣ 51,

$$T_{0,9} = 82,9 + \frac{1000^2 \cdot 200}{129600 \cdot 3,67} \cdot logn\left(37,97 \cdot \frac{10 - 3,67}{10 + 3,67}\right) = 82,9 +$$

$$1.170,7 = 1.253,6.$$

Для разсчета суточнаго количества притекающей въ разное время воды употребимъ формулу 68, посредствомъ которой получаемъ:

$$\Delta Q = \frac{100 \cdot 1000 \cdot 727}{1.000.000} \left\{ \frac{(10 + 3,67)\, e^{(T' - 82,9) \cdot \frac{3,67 \cdot 129.600}{200 \cdot 1.000.000}} + (10 - 3,67)}{(10 + 3,67)\, e^{(T' - 82,9) \cdot \frac{3,67 \cdot 129.600}{200 \cdot 1.000.000}} - (10 - 3,67)} \right\}^2 =$$

$$= 72,7 \left\{ \frac{e^{(T' - 82,9)\, 0,002878} + 0,463}{e^{(T' - 82,9)\, 0,002878} - 0,463} \right\}^2.$$

Результаты разсчета по этой формулѣ помѣщены въ нижеслѣдующей таблицѣ:

T	$e^{(T-82,9)\,0,002378}$	ΔQ	
Число дней отъ начала эксплуатаціи.		Суточное количество собираемой воды, кубическ. метровъ.	ПРИМѢЧАНІЯ.
82,9	0	540	$h = 10$ начало втораго періода.
100	1,0415	491	
200	1,3210	314	
300	1,6758	226	
400	2,1262	176,2	
500	2,6965	145,4	
500,4	—	145,5	Двойное дѣйствіе галлереи.
1.000	8,858	89,6	
1.253,6	—	80,8	Практически нормальное дѣйствіе галлереи.
1.500	29,094	75,1	
∞	∞	72,7	$h = 3,67$; теоретически нормальное дѣйствіе галлереи.

Въ этихъ примѣрахъ показаны главные случаи эксплуатаціи водоносныхъ слоевъ посредствомъ водосборной галлереи, а для представленія общей теоріи водосборныхъ сооруженій остается еще тѣ пріемы, которые были мною употреблены для притока воды къ галлереямъ, въ разное время ихъ эксплуатаціи—примѣнить къ колодцамъ.

Всѣ выведенныя здѣсь формулы, относящіяся къ теоріи водосборныхъ сооруженій, основаны на предположеніи, что водоносный слой имѣетъ однообразный составъ и горизонтальное направленіе. На сколько случаи, встрѣчающіеся на практикѣ и не совпадающіе съ этимъ предположеніемъ, будутъ подходить къ полученнымъ мною общимъ выводамъ, можно судить только послѣ подробныхъ разсчетовъ каждаго отдѣльнаго случая. Находя разнообразіе въ составѣ и направленіи водоноснаго слоя, слѣдуетъ его раздѣлить на участки и, опредѣливъ ихъ размѣры и составъ посредствомъ поперечныхъ и продольныхъ профилей, изучить движеніе грунтовыхъ водъ въ каждомъ изъ нихъ, въ предположеніи дѣйствія проектируемаго водосборнаго сооруженія.

Притокъ грунтовыхъ водъ къ колодцамъ.

Колодецъ, собирая грунтовыя воды, стекающія къ нему въ радіальномъ направленіи, отличается въ своемъ дѣйствіи отъ водосборной галлереи тѣмъ, что поперечныя сѣченія двигающейся воды уменьшаются, приближаясь къ колодцу, не только вслѣдствіе паденій линій депрессіи, но и вслѣдствіе уменьшенія ихъ длины. Длиной поперечнаго сѣченія воды, притекающей къ водосборной галлереѣ, была длина самой галлереи; въ колодцахъ же длину эту составляютъ круги концентрическіе, распредѣленные около колодца. И потому, для полученія уравненія линіи депрессіи, въ общее уравненіе движенія грунтовыхъ водъ:

$$q = F \,.\, k \,.\, \lambda \,.\, \frac{h}{e},$$

мы должны вмѣсто $\frac{h}{e}$ вставить, какъ и въ водосборной галлереѣ, $\frac{dy}{dx}$, но величина F, обозначающая поперечное сѣченіе притекающей воды, будетъ равняться окружности концентрическаго круга, описаннаго радіусомъ x, умноженной на y,

$$F = 2\pi xy.$$

Такимъ образомъ получаемъ уравненіе:

$$q = 2\pi xy \,.\, k\lambda \frac{dy}{dx},$$

отсюда:

$$2\pi k\lambda y \,.\, dy = q \frac{dx}{x};$$

интеграція же этого уравненія:

$$2\pi k\lambda \int y \,.\, dy = q \int \frac{dx}{x},$$

даетъ намъ извѣстное уравненіе линіи депрессіи:

$$\pi k\lambda y^2 = q \,.\, logn x + C,$$

причемъ C опредѣляемъ вставляя, для x и y координаты линіи депрессіи въ точкѣ, гдѣ она пересѣкаетъ горизонтъ грунтовыхъ водъ. Тогда, принимая начало координатъ (фиг. 7) въ серединѣ дна колодца, мы должны вставить, вмѣсто x—радіусъ дѣйствія колодца R, вмѣсто же y—высоту водоноснаго слоя H.

Полученное этимъ путемъ уравненіе

$$\pi k\lambda H^2 = q \, logn R + C$$

вмѣстѣ съ предыдущимъ даетъ слѣдующее уравненіе линіи депрессіи:

$$\pi k\lambda (H^2 - y^2) = q \, logn \frac{R}{x} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (70)$$

Обозначая радіусъ колодца черезъ v и высоту воды въ колодцѣ черезъ Y и вставляя въ 70 для $x = v$, $y = Y$, получимъ извѣстную формулу для опредѣленія секунднаго количества количества притекающей къ колодцу воды:

$$q = \frac{\pi k\lambda (H^2 - Y^2)}{logn \frac{R}{v}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (71)$$

Вставляя q изъ 71 въ 70, получимъ уравненіе линіи депрессіи въ слѣдующемъ видѣ:

$$Y^2 = H^2 - (H^2 - Y^2)\frac{logn\frac{R}{x}}{logn\frac{R}{v}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (72)$$

Количество воды, доставляемое колодцемъ, какъ видно изъ формулы 71, больше всего зависитъ отъ величины H, т. е. отъ глубины, на которую колодецъ запущенъ въ водоносномъ слоѣ. Менѣе вліянія имѣетъ высота воды въ колодцѣ Y.

При разсчетѣ колодца, откачиваемаго до самаго дна, мы должны вставить въ формулу:

$$Y = O \text{ и } H^2 - Y^2 = H^2,$$

оставляя въ колодцѣ слой воды $Y = \frac{1}{4} H$, получимъ:

$$H^2 - Y^2 = H^2 - \frac{1}{16} H^2 = \frac{15}{16} H^2.$$

для $Y = \frac{1}{2} H$. $\qquad H^2 - Y^2 = \frac{3}{4} H^2$.

для $Y = \frac{3}{4} H$. $\qquad H^2 - Y^2 = H^2 - \frac{9}{16} H^2 = \frac{7}{16} H^2$.

И такъ, напримѣръ, колодецъ откачиваемый до половины, даетъ количество воды:

$$q = \frac{\frac{3}{4}\cdot\pi k\lambda H^2}{logn\frac{R}{r}},$$

т. е. $\frac{3}{4}$ того количества, которое онъ далъ бы при полной откачкѣ.

Какъ видно изъ послѣдней формулы, количество доставляемой колодцемъ воды, при извѣстномъ отношеніи откачки къ глубинѣ колодца, растетъ пропорціонально квадрату H *).

Количество это растетъ также пропорціонально коэффиціентамъ k и λ, что указываетъ намъ на то, въ какой степени свойства грунта, въ которомъ колодецъ вырытъ, имѣютъ вліяніе на количество доставляемой имъ воды. Гораздо меньше зависитъ количество доставляемой колодцемъ воды отъ отношенія радіуса круга дѣйствія колодца R къ радіусу колодца r. Вліяніе этого отношенія на разсматриваемое количество воды видно изъ ниже разсчитанныхъ примѣровъ:

*) Законъ этотъ впервые вывѣренъ Dupuit. *Ред.*

Отношеніе радіуса круга дѣйствія колодца къ радіусу колодца. $\frac{R}{r}$	Секундное количество доставляемой колодцемъ воды. q.
10	1,364
31,623	0,909
100	0,682
316,23	0,546
1.000	0,455
3.162,3	0,389
10.000	0,341

$$\left.\begin{matrix}1,364\\0,909\\0,682\\0,546\\0,455\\0,389\\0,341\end{matrix}\right\} . k\lambda(H^2 - Y^2).$$

Такъ какъ отношеніе радіуса круга дѣйствія колодца къ радіусу колодца на практикѣ колеблется между $\frac{R}{r} = 100$ и $\frac{R}{r} = 2.000$), получимъ для опредѣленія секунднаго количества воды, доставляемой колодцемъ слѣдующія формулы:

$$q = 0{,}7k\lambda(H^2 - Y^2) \text{ и } q = 0{,}4k\lambda(H^2 - Y^2).$$

Въ большинствѣ же случаевъ можно будетъ употребить коэффиціентъ, находящійся между двумя вышепринятыми крайними, а именно 0,5. Принимая этотъ послѣдній коэффиціентъ и вставляя $\lambda = \frac{1}{4}$, получимъ слѣдующую общую формулу для опредѣленія секунднаго количества воды, доставляемаго колодцемъ:

$$q = \frac{1}{8} k(H^2 - Y^2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (73)$$

Если же колодецъ вполнѣ откачивается, тогда

$$Y = O \text{ и } q = \frac{1}{8} kH^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (74)$$

Слѣдовательно, колодецъ, заложенный въ крупномъ пескѣ, глубиной въ 1 метръ, дастъ въ секунду:

$$\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{100} \cdot 1 = \frac{1}{800} \text{ кубическихъ метровъ}$$

или

$$\frac{86.400.81{,}3}{800} = 8.780 \text{ ведеръ въ сутки.}$$

Колодецъ же глубиной въ 1 сажень дастъ: $8.780 \cdot 2{,}12^2 = 40.000$ ведеръ въ сутки.

Количества эти увеличиваются въ квадратахъ увеличенія глубины.

И такъ, колодецъ глубиной въ 10 метровъ дастъ $\frac{1}{8}$ кубическаго метра въ секунду; колодецъ же глубиной

въ	2	саж.	дастъ	160.000	ведеръ	въ	сутки.
„	3	„	„	360.000	„	„	„
„	4	„	„	640.000	„	„	„
„	5	„	„	1.000.000	„	„	„

Для колодцевъ, заложенныхъ въ пескѣ средней толщины количества эти уменьшаются въ томъ же отношеніи, какъ коэффиціенты k, а именно $\frac{1}{100} : \frac{1}{370} = 3{,}7$.

И такъ, колодецъ глубиной въ 1 метръ дастъ $\frac{1}{800.3{,}7} = \frac{1}{2.960}$ кубическихъ метровъ или, круглымъ числомъ, $\frac{1}{3}$ литра въ секунду.

Колодецъ же глубиной:

въ	1	саж.	дастъ	10.800	ведеръ	въ	сутки.
„	2	„	„	43.200	„	„	„
„	3	„	„	97.200	„	„	„
„	4	„	„	172.800	„	„	„
„	5	„	„	270.000	„	„	„

Для колодцевъ, заложенныхъ *въ мелкомъ пескѣ*, количество доставляемой воды уменьшится противъ крупнаго песка въ отношеніи $\frac{1}{100} : \frac{1}{1.700}$, т. е. въ 17 разъ.

Слѣдовательно, колодецъ глубиной въ 1 метръ дастъ $\frac{1}{800.17} = \frac{1}{13.600}$ кубическихъ метровъ въ секунду.

Колодецъ же глубиной

въ	1	саж.	дастъ	2.350	ведеръ	въ	сутки.
„	2	„	„	9.400	„	„	„
„	3	„	„	21.200	„	„	„
„	4	„	„	37.600	„	„	„
„	5	„	„	59.000	„	„	„

На количество воды, которое можетъ быть доставляемо колодцемъ, главное вліяніе имѣетъ толщина водоноснаго слоя. Величина H, которою обозначаемъ глубину колодца, есть вертикальное разстояніе дна колодца отъ верхняго горизонта грунтовыхъ водъ. И потому:

во 1-хъ, та часть колодца, которая проходитъ въ грунтѣ, лежащемъ выше грунтовыхъ водъ, находится внѣ разсчета при опредѣленіи глубины; и

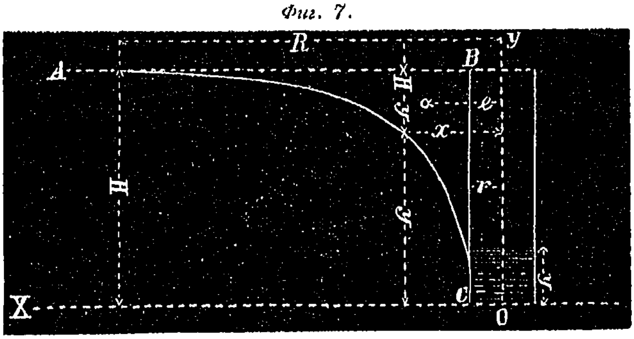
во 2-хъ, при пониженіи грунтовыхъ водъ во время эксплуатаціи колодца величина H уменьшается, что имѣетъ послѣдствіемъ и уменьшеніе количества доставляемой воды.

Это послѣднее обстоятельство зависитъ отъ отношенія количества воды, попадающей въ кругъ дѣйствія колодца *), къ количеству извлекаемому изъ колодца. И такъ какъ пониженіе грунтовыхъ водъ въ кругу дѣйствія колодца будетъ до тѣхъ поръ продолжаться, пока расходъ колодца не уравновѣсится съ притокомъ къ грунтовымъ водамъ, то послѣдній, обусловливающій нормальное количество воды, которое колодецъ будетъ впослѣдствіи доставлять, имѣетъ рѣшающее вліяніе на разсчетъ степени дѣйствія его. Между нормальнымъ дѣйствіемъ колодца и началомъ его эксплуатаціи находится продолжительный періодъ съ перемѣннымъ притокомъ воды.

Колодецъ въ водоносномъ слоѣ безъ внѣшняго притока.

Для изученія условій, имѣющихъ вліяніе на постепенное измѣненіе количества притекающей къ колодцу воды, въ разныхъ періодахъ его дѣйствія, мы должны опредѣлить объемъ грунта V, лишеннаго воды во время эксплуатаціи колодца, или воронку осушенія.

Фиг. 7.



Разсматриваемая часть грунта, лишеннаго воды, V заключена между плоскостью грунтовыхъ водъ, цилиндрическою поверхностью колодца и поверхностью происходящей отъ вращенія линіи депрессіи. Объемъ грунта, заключеннаго между этими поверхностями, по закону Гюльдина, равняется $V = Fe2\pi$, гдѣ F обозначаетъ площадь ABC, e же разстояніе центра тяжести этой площади отъ оси вращенія.

На основаніи того, что итогъ статическихъ моментовъ (относительно оси вращенія OY) всѣхъ вертикальныхъ полосъ шириною въ dx, составляющихъ въ итогѣ площадь F, равняется той же

*) И отъ мѣста расположенія колодца относительно периферіи водопроницаемаго слоя. *Ред.*

площади F, умноженной на разстояніе ея центра тяжести отъ оси вращенія OY, получимъ слѣдующее уравненіе:

$$\int_r^R (H - y)\, x \,.\, dx = Fe.$$

Вставляя отсюда Fe въ формулу, опредѣляющую V, получимъ объемъ грунта, лишеннаго воды,

$$V = 2\pi \int_r^R (H - y) x dx.$$

Количество же воды, соотвѣтствующее этому объему грунта, получимъ, умножая V на λ, оно равняется:

$$Q = 2\pi\lambda \int_r^R (H - y) x dx \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (75)$$

При разсчетѣ колодца, заложеннаго въ водоносномъ слоѣ, лишенномъ притока, Q выражаетъ также количество воды, собранной колодцемъ во время эксплуатаціи.

Вставляя y изъ 72 въ 75, получимъ:

$$Q = 2\pi\lambda \int_r^R \left[H - \sqrt{H^2 - (H^2 - Y^2) \frac{logn \frac{R}{x}}{logn \frac{R}{r}}} \right] . x dx,$$

отсюда:

$$Q = 2\pi H\lambda \int_r^R \left[1 - \sqrt{1 - \frac{1 - \frac{Y^2}{H^2}}{logn \frac{R}{r}} . \, logn \frac{R}{x}} \right] x \,.\, dx.$$

Выраженіе, находящееся подъ знакомъ квадратнаго корня, можемъ развернуть въ рядъ, слѣдующимъ образомъ:

$$\sqrt{1 - \frac{1 - \frac{Y^2}{H^2}}{logn \frac{R}{r}} \,.\, logn \frac{R}{x}} = 1 - \frac{1 - \frac{Y^2}{H^2}}{2 logn \frac{R}{r}} \,.\, logn \frac{R}{x} -$$

$$- \frac{1}{8} \left[\frac{1 - \frac{Y^2}{H^2}}{logn \frac{R}{r}} \cdot logn \frac{R}{x} \right]^2 - \frac{1}{16} \left[\frac{1 - \frac{Y^2}{H^2}}{logn \frac{R}{r}} \,.\, logn \frac{R}{x} \right]^3 \ldots$$

что вставляя въ предыдущую формулу получимъ:

$$Q = 2\pi H\lambda \int_r^R \left[\frac{1 - \frac{Y^2}{H^2}}{2\, logn \frac{R}{r}}\, logn \frac{R}{x} + \frac{1}{8} \left(\frac{1 - \frac{Y^2}{H^2}}{logn \frac{R}{r}}\, logn \frac{R}{x} \right)^2 + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{16} \left(\frac{1 - \frac{Y^2}{H^2}}{logn \frac{R}{r}}\, logn \frac{R}{x} \right)^3 \right] x dx.$$

Раздѣляя же рядъ, находящійся подъ интегральнымъ знакомъ, на отдѣльные интегралы, получимъ:

$$Q = \pi H\lambda \frac{1 - \frac{Y^2}{H^2}}{logn \frac{R}{r}} \int_r^R logn \frac{R^2}{x} \,.\, x dx + \frac{1}{4} \pi H\lambda \left(\frac{1 - \frac{Y^2}{H^2}}{logn \frac{R}{r}} \right)^2 .$$

$$. \int_r^R \left(logn \frac{R}{x} \right)^2 . x dx + \frac{1}{8} \pi H\lambda \left(\frac{1 - \frac{Y^2}{H^2}}{logn \frac{R}{r}} \right)^3 . \int_r^R \left(logn \frac{R}{r} \right)^3 x dx + \ldots$$

Рѣшая отдѣльно каждый интегралъ, приходимъ къ слѣдующимъ результатамъ:

$$\int_r^R logn \frac{R}{x} \,.\, x dx = \left[\frac{x^2}{2} \,.\, logn \frac{R}{x} \right]_r^R + \int_r^R \frac{x dx}{2} = \left[\frac{x^2}{2} \,.\, logn \frac{R}{x} \right]_r^R +$$

$$+ \left[\frac{x^2}{4} \right]_r^R = -\frac{r^2}{2} \,.\, logn \frac{R}{r} + \frac{R^2}{4} - \frac{r^2}{4} . -$$

$$\int_r^R \left(logn \frac{R}{x} \right)^2 x dx = \left[\frac{x^2}{2} \left(logn \frac{R}{x} \right)^2 \right]_r^R + \int_r^R logn \frac{R}{x}\, x dx = -\frac{r^2}{2} \left(logn \frac{R}{r} \right)^2 -$$

$$- \frac{r^2}{2}\, logn \frac{R}{r} + \frac{R^2}{4} - \frac{r^2}{4} . -$$

$$\int_r^R \left(logn \frac{R}{x} \right)^3 x dx = \left[\frac{x^2}{2} \left(logn \frac{R}{x} \right)^3 \right]_r^R + \frac{3}{2} \int_r^R \left(logn \frac{R}{x} \right)^2 x dx =$$

$$= -\frac{r^2}{2} \left(logn \frac{R}{r} \right)^3 - \frac{3}{4} r^2 \left(logn \frac{R}{r} \right)^2 - \frac{3}{4} r^2\, logn \frac{R}{r} + \frac{3}{8} R^2 - \frac{3}{8} r^2 .$$

Вставляя значеніе каждаго изъ интеграловъ въ уравненіе для Q, получимъ:

$$Q = \frac{\pi H\lambda}{4} \cdot \frac{1 - \frac{Y^2}{H^2}}{logn \frac{R}{r}} \Bigg\{ R^2 - r^2 - 2 r^2 logn \frac{R}{r} + \frac{1}{4} \left(\frac{1 - \frac{Y^2}{H^2}}{logn \frac{R}{r}} \right) \Big[R^2 - r^2 -$$

$$-2r^2 logn\frac{R}{r}-2r^2\left(logn\frac{R}{r}\right)^2\Big]+\frac{3}{16}\left(\frac{1-\frac{Y^2}{H^2}}{logn\frac{R}{r}}\right)^2\Big[R^2-r^2-$$

$$-2r^2 logn\frac{R}{r}-2r^2\left(logn\frac{R}{r}\right)^2-\frac{4}{3}r^2\left(logn\frac{R}{r}\right)^3\Big]\ldots\Big\}.$$

Примѣняя эту формулу для разсчета колодцевъ, гдѣ радіусъ дѣйствія колодца R значительно больше радіуса колодца r, можемъ пропустить члены, умноженные на r^2, оставляя только члены, умноженные на R^2, и тогда получимъ:

$$Q=\frac{\pi H\lambda R^2}{4}\cdot\frac{1-\frac{Y^2}{H^2}}{logn\frac{R}{r}}\left[1+\frac{1}{4}\,\frac{1-\frac{Y^2}{H^2}}{logn\frac{R}{r}}+\frac{3}{16}\left(\frac{1-\frac{Y^2}{H^2}}{logn\frac{R}{r}}\right)^2+\ldots\right].$$

Уравненіе это можемъ написать въ слѣдующемъ видѣ:

$$Q=A\cdot\frac{\pi}{4}\cdot\left(1-\frac{Y^2}{H^2}\right)\frac{HR^2\lambda}{logn\frac{R}{r}}\cdot\;\ldots\ldots\quad(76)$$

гдѣ:

$$A=\left[1+\frac{1}{4}\cdot\frac{1-\frac{Y^2}{H^2}}{logn\frac{R}{r}}+\frac{3}{16}\left(\frac{1-\frac{Y^2}{H^2}}{logn\frac{R}{r}}\right)^2+\frac{15}{64}\left(\frac{1-\frac{Y^2}{H^2}}{logn\frac{R}{r}}\right)^3+\right.$$

$$\left.+\frac{105}{256}\left(\frac{1-\frac{Y^2}{H^2}}{logn\frac{R}{r}}\right)^4\;\ldots\ldots\ldots\right].$$

Значеніе коэффиціента A разсчитано ниже для разныхъ случаевъ:

1) При полномъ откачиваніи колодца $Y=O$.

$$A=\left[1+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{logn\frac{R}{r}}+\frac{3}{16}\cdot\frac{1}{\left(logn\frac{R}{r}\right)^2}+\frac{15}{64}\cdot\frac{1}{\left(logn\frac{R}{r}\right)^3}+\right.$$

$$\left.+\frac{105}{256}\cdot\frac{1}{\left(long\frac{R}{r}\right)^4}\;\ldots\ldots\ldots\right],$$

для $\frac{R}{r}=100$, $logn\frac{R}{r}=4{,}6052$, что вставляя въ послѣднее уравненіе получимъ:

$$A=(1+0{,}0543+0{,}0088+0{,}0024+0{,}0009)=1{,}0664;$$

для $\frac{R}{r}=1000$, $logn\frac{R}{r}=6{,}9078$ слѣдовательно:

$$A=(1+0{,}0362+0{,}0039+0{,}0007+0{,}0002)=1{,}0410;$$

для $\frac{R}{r}=5000$, $logn\frac{R}{r}=8{,}5172$ слѣдовательно:

$$A=(1+0{,}0294+0{,}0026+0{,}0004+0{,}0001)=1{,}0325.$$

2) Если при откачиваніи колодецъ остается до половины наполненнымъ, тогда

$$Y = \frac{1}{2} H \text{ и } 1 - \frac{Y^2}{H^2} = \frac{3}{4};$$

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{3}{4} \left| 1 + \frac{1}{4} \; \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{logn \frac{R}{r}} + \frac{3}{16} \cdot \frac{9}{16} \cdot \frac{1}{\left(long \frac{R}{r}\right)^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{15}{64} \cdot \frac{27}{64} \cdot \frac{1}{\left(logn \frac{R}{r}\right)^3} + \frac{105}{256} \cdot \frac{81}{256} \cdot \frac{1}{\left(logn \frac{R}{r}\right)^4} \; . \; . \; . \right|;$$

для $\frac{R}{r} = 100$ получимъ слѣдующій результатъ:

$$A = (1 + 0{,}0407 + 0{,}0049 + 0{,}0010 + 0{,}0003) = 1{,}0469;$$

для $\frac{R}{r} = 1000$ получаемъ:

$$A = (1 + 0{,}0272 + 0{,}0022 + 0{,}0003 + 0{,}0001) = 1{,}0298,$$

и для $\frac{R}{r} = 5000$:

$$A = (1 + 0{,}0220 + 0{,}0015 + 0{,}002) = 1{,}0237.$$

3) Если при откачиваніи вода наполняетъ $^3/_4$ колодца, тогда $Y = \frac{3}{4} H$ и $1 - \frac{Y^2}{H^2} = \frac{7}{16}$.

$$A = \left| 1 + \frac{1}{4} \cdot \frac{7}{16} \cdot \frac{1}{logn \frac{R}{r}} + \frac{3}{16} \cdot \frac{49}{256} \cdot \frac{1}{\left(long \frac{R}{r}\right)^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{15}{64} \cdot \frac{343}{4096} \cdot \frac{1}{\left(logn \frac{R}{r}\right)^3} \right|.$$

для $\frac{R}{r} = 100$ получаемъ слѣдующій результатъ:

$$A = (1 + 0{,}0235 + 0{,}0017 + 0{,}0002) = 1{,}0254;$$

для $\frac{R}{r} = 1000$ получаемъ:

$$A = (1 + 0{,}0156 + 0{,}0007 + 0{,}0001) = 1{,}0164 \text{ и}$$

для $\frac{R}{r} = 5000$:

$$A = (1 + 0{,}0128 + 0{,}0005) = 1{,}0133.$$

Изъ разсчитанныхъ здѣсь примѣровъ, видно, что при извѣстномъ отношеніи глубины воды въ колодцѣ, къ глубинѣ колодца, коэффиціентъ A подвергается лишь незначительной перемѣнѣ съ увеличеніемъ радіуса дѣйствія колодца и въ большинствѣ случаевъ можетъ считаться величиной, независимой отъ радіуса дѣйствія колодца. При болѣе точныхъ разсчетахъ можно его считать постоянной величиной для извѣстныхъ предѣловъ отношенія $\frac{R}{r}$.

Время эксплуатаціи водоноснаго слоя колодцемъ нужно раздѣлить, какъ и въ водосборныхъ галлереяхъ, на два періода. Въ первомъ періодѣ радіусъ дѣйствія колодца увеличивается отъ $R = r$ до $R = L$. Послѣ достиженія радіусомъ дѣйствія колодца своего предѣла L начинается второй періодъ дѣйствія, въ которомъ общій горизонтъ грунтовыхъ водъ понижается, и первопачальная его высота H превращается въ измѣняющуюся высоту h.

Общее количество воды, собранное колодцемъ отъ начала эксплоатаціи до времени, въ которомъ радіусъ дѣйствія колодца достигаетъ величины R, равняется:

$$Q = A \cdot \frac{\pi}{4}\left(1 - \frac{Y^2}{H^2}\right) \cdot \frac{HR^2\lambda}{\log n \frac{R}{r}}.$$

Количество же воды, собранное колодцемъ въ опредѣленный періодъ дѣйствія, въ которомъ радіусъ его увеличивается отъ R_1 до R_2 будетъ слѣдующее:

$$Q_{R_1}^{R_2} = A\frac{\pi}{4}\left(1 - \frac{Y^2}{H^2}\right)H\lambda\left(\frac{R_2^2}{\log n \frac{R_2}{r}} - \frac{R_1^2}{\log n \frac{R_1}{r}}\right).$$

Секундное же количество воды, собираемое въ этотъ періодъ дѣйствія колодца будетъ въ началѣ этого періода:

$$q_{R_1} = \frac{\pi k\lambda(H^2 - Y^2)}{\log n \frac{R_1}{r}};$$

при концѣ же этого періода:

$$q_{R_2} = \frac{\pi k\lambda(H^2 - Y^2)}{\log n \frac{R_2}{r}}.$$

Среднее же суточное количество можно выразить слѣдующей формулой:

$$\frac{1}{2}\left(q_{R_1} + q_{R_2}\right) = \frac{1}{2}\pi k\lambda\,(H^2 - Y^2)\left(\frac{1}{\log n \frac{R_1}{r}} + \frac{1}{\log n \frac{R_2}{r}}\right).$$

Если же раздѣлимъ общее количество собранной въ разсматриваемомъ періодѣ воды на среднее секундное количество, получимъ число секундъ, выражающее продолжительность упомянутаго періода, а именно:

$$t = \frac{A\frac{\pi}{4}\left(1 - \frac{Y^2}{H^2}\right)H\lambda\left(\frac{R_2^2}{\log n \frac{R_2}{r}} - \frac{R_1^2}{\log n \frac{R_1}{r}}\right)}{\frac{1}{2}\pi k\lambda(H^2 - Y^2)\left(\frac{1}{\log n \frac{R_1}{r}} + \frac{1}{\log n \frac{R_2}{r}}\right)},$$

отсюда

$$t = \frac{A}{2Hk} \cdot \frac{R_2^2 \, logn \, \frac{R_1}{r} - R_1^2 \, logn \, \frac{R_2}{r}}{logn \, \frac{R_1}{r} + logn \, \frac{R_2}{r}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (77)$$

Разсчитывая же періодъ дѣйствія колодца, отъ начала эксплуатаціи, въ которомъ R увеличивается отъ $R = r$ до $R = R_1$, получаемъ общее количество собранной воды:

$$Q_0^{R_1} = A \cdot \frac{\pi}{4} \left(1 - \frac{Y^2}{H^2}\right) H\lambda \, \frac{R_1^2}{logn \, \frac{R_1}{r}} \cdot$$

Принимая же за среднее секундное количество соотвѣтствующее радіусу $\frac{R_1}{2}$ получимъ:

$$q = \frac{\pi k \lambda (H^2 - Y^2}{logn \, \frac{R_1}{2r}} \cdot$$

Продолжительность же этого періода будетъ слѣдующая:

$$t = \frac{AR_1^2 \, logn \, \frac{R_1}{2r}}{4kH \, logn \, \frac{R_1}{r}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (78)$$

Во второмъ періодѣ дѣйствія колодца когда радіусъ дѣйствія колодца достигъ своего предѣла L, а общій горизонтъ грунтовыхъ водъ понижается вслѣдствіе эксплуатаціи, получимъ, послѣ того какъ послѣдній понизился на $H—h$, слѣдующее общее количество воды, собранное колодцемъ отъ начала эксплуатаціи:

$$-Q = (H - h)\pi L^2\lambda + A \, \frac{\pi}{4} \left(1 - \frac{Y^2}{h}\right) \frac{hL^2\lambda}{logn \, \frac{H}{r}} \cdot$$

Количество воды dQ, соотвѣтствующее безконечно малому пониженію горизонта водъ на dh равняется:

$$dQ = -\pi L^2 \lambda \, . \, dh + A \, \frac{\pi}{4} \left(1 - \frac{Y^2}{h^2}\right) \frac{h^2\lambda}{logn \, \frac{L}{r}} \, dh.$$

При опредѣленіи этого количества принято, что высота воды въ колодцѣ понижается пропорціонально пониженію грунтовыхъ водъ, вслѣдствіе чего $\frac{Y^2}{h^2}$ слѣдуетъ считать постоянной величиной. Это же количество dQ, собранное въ безконечно-малый промежутокъ времени dt опредѣляемъ по формулѣ 71:

$$dQ = qdt = \frac{\pi k\lambda(h^2 - Y^2)}{logn \, \frac{L}{r}} dt.$$

Изъ двухъ послѣднихъ уравненій получаемъ:

$$\frac{\pi k\lambda(h^2 - Y^2)}{\log n \frac{L}{r}} \cdot dt = \pi L^2\lambda \cdot dh + A\frac{\pi}{4}\left(1 - \frac{Y^2}{h^2}\right)\frac{L^2\lambda}{\log n \frac{L}{r}} \cdot dh,$$

отсюда:

$$dt = \frac{L^2}{k}\left(\frac{1}{4}A - \frac{\log n \frac{L}{r}}{1 - \frac{Y^2}{h}}\right)\frac{dh}{h^2}.$$

Въ предположеніи, что отношеніе $\frac{Y^2}{h^2}$ остается постоянною величиною, мы можемъ членъ $\frac{\log n \frac{L}{r}}{1 - \frac{Y^2}{h^2}}$ обозначить черезъ B, т. е. чрезъ коэффиціентъ, величина котораго не измѣняется впродолженіи всего втораго періода дѣйствія колодца. Вставляя же въ послѣднее уравненіе $B = \frac{\log n \frac{L}{r}}{1 - \frac{Y^2}{h^2}}$ получимъ:

$$dt = \frac{L^2}{k}\left(\frac{1}{4}A - B\right)\frac{dh}{h^2}.$$

Интеграція же этого уравненія даетъ слѣдующій результатъ;

$$\int dt = \frac{L^2}{k}\left(\frac{1}{4}A - B\right)\int\frac{dh}{h^2};$$

$$t = \frac{L^2}{kh}\left(B - \frac{1}{4}A\right) + C.$$

Обозначая время отъ начала эксплуатаціи до начала втораго періода дѣйствія колодца t_0 и принимая во вниманіе, что этому времени соотвѣтствуетъ высота грунтовыхъ водъ $h = H$, получимъ вставляя эти двѣ величины въ послѣднее уравненіе:

$$t_0 = \frac{L^2}{kH}\left(B - \frac{1}{4}A\right) + C.$$

Разница же двухъ послѣднихъ уравненій, дастъ намъ формулу, опредѣляющую отношеніе между пониженнымъ горизонтомъ грунтовыхъ водъ h и временемъ отъ начала эксплуатаціи t, по прошествіи котораго достигается этого пониженія.

$$t = t_0 + \frac{L^2}{k}\left(B - \frac{1}{4}A\right)\left(\frac{1}{h} - \frac{1}{H}\right) \quad . \quad . \quad . \quad (79)$$

Изъ этой формулы находимъ обратно

$$h = \frac{H}{1 + \frac{H(t - t_0)k}{L^2\left(B - \frac{1}{4}A\right)^2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (80)$$

Для опредѣленія секунднаго количества воды, которое колодецъ будетъ доставлять по прошествіи извѣстнаго времени t вставляемъ h изъ послѣдней формулы въ 71.

По формулѣ 71 секундное количество воды равняется:

$$q = \frac{\pi k\lambda(h^2 - Y^2)}{logn \frac{L}{r}} = \pi k\lambda h^2 \frac{1 - \frac{Y^2}{h^2}}{logn \frac{L}{r}} = \frac{\pi k\lambda h^2}{B};$$

вставляя же

$$h^2 = \frac{H^2}{\left[1 + \frac{H(t - t_0)k}{L^2\left(B - \frac{1}{4}A\right)}\right]^2};$$

получаемъ:

$$q = \frac{\pi k\lambda \,.\, H^2}{B\left[1 + \frac{H(t - t_0)k}{L^2\left(B - \frac{1}{4}A\right)}\right]^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (81)$$

Время же t, по прошествіи котораго колодецъ будетъ доставлять секундное количество q находимъ обратно изъ послѣдней формулы:

$$t = t_0 + \frac{L^2}{k}\left(\sqrt{\frac{\pi k\lambda}{qB}} - \frac{1}{H}\right)\left(B - \frac{1}{4} A\right) \quad . \quad . \quad . \quad (82)$$

Для опредѣленія правила, по которому вода въ колодцѣ уменьшается, нѣтъ необходимости знать всѣ коэффиціенты, входящіе въ составъ формулы 81, но достаточно имѣть два наблюденія количества воды съ обозначеніемъ времени, въ которое онѣ были сдѣланы. Формулѣ 81 можемъ придать слѣдующій видъ:

$$\sqrt{q} = \frac{\alpha}{1 + \beta t} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (83)$$

и если два наблюденія, сдѣланныя во время t_1 и t_2 отъ начала эксплуатаціи даютъ секундный расходъ q_1 и q_2, то вставляя въ формулу 83 первый разъ вмѣсто q и t, q_1 и t_1, второй же разъ q_2 и t_2 получаемъ два уравненія для опредѣленія двухъ неизвѣстныхъ коэффиціентовъ α и β. Рѣшеніе этихъ уравненій дастъ слѣдующій результатъ:

$$\alpha = \frac{t_2 - t_1}{\frac{t_2}{\sqrt{q_1}} - \frac{t_1}{\sqrt{q_2}}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (84)$$

$$\beta = \frac{\sqrt{q_1} - \sqrt{q_2}}{t_2\sqrt{q_2} - t_1\sqrt{q_1}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (85)$$

$$\sqrt{q} = \frac{(t_2 - t_1)\sqrt{q_1 q_2}}{t_2\sqrt{q_2} - t_1\sqrt{q_1} + (\sqrt{q_1} - \sqrt{q_2})t} \quad . \quad . \quad . \quad (86)$$

Для счета времени въ суткахъ слѣдуетъ въ формулы эти вставить вмѣсто t, t_1 и t_2, T, T_1 и T_2; и вмѣсто q, q_1 и q_2; ΔQ, ΔQ_1 и ΔQ_2.

Разчитаемъ для примѣра сборъ воды посредствомъ колодца глубиной въ 10 метровъ, построеннаго въ водоносномъ слоѣ, качества котораго опредѣляются коэффиціентами $k = \frac{1}{200}$, $\lambda = \frac{1}{4}$. Радіусъ колодца V равняется 1 метру. При откачиваніи вода въ колодцѣ занимаетъ половину его глубины, что выражается уравненіями; въ первомъ періодѣ дѣйствія колодца $\frac{H}{Y} = \frac{1}{2}$,

во второмъ . . . . $\frac{Y}{h} = \frac{1}{2}$.

Размѣры водоноснаго слоя позволяютъ увеличивать радіусъ дѣйствія его до предѣла

$$R = L = 1.000 \text{ метровъ.}$$

Для опредѣленія количества собираемаго въ первомъ періодѣ дѣйствія колодца, мы пользуемся формулой 76,

$$Q = A \frac{4}{\pi}\left(1 - \frac{Y^2}{H^2}\right)\frac{HR^2\lambda}{logn\frac{R}{r}},$$

въ которую вставляя

$$\frac{\pi}{4} = 0{,}7854; \left(1 - \frac{Y^2}{H^2}\right) = \frac{3}{4};\ H = 10;\ \lambda = \frac{1}{4} \text{ и } r = 1,$$

получаемъ:

$$Q = 0{,}7854 \cdot \frac{3}{4} \cdot 10 \frac{1}{4} \cdot \frac{AR^2}{logn R} = 1{,}472 \frac{AR^2}{logn R},$$

вставляя же вмѣсто R, 100, 200, 300, 500 и 1.000 метровъ и вмѣсто A, 1,05 до 1,03 получимъ слѣдующіе результаты.

Радіусъ дѣйствія колодца R	Общее количество собранной воды отъ начала эксплуатаціи, куб. метровъ	Разница
0	0	
100	3.360	3.360
200	11.650	8.290
300	24.250	12.600
500	61.500	37.250
1.000	219.500	158.000

Для опредѣленія секунднаго количества попадающей въ колодецъ воды мы пользуемся формулой 71-й.

$$q = \frac{\pi k\lambda (H^2 - Y^2)}{logn\frac{R}{r}},$$

вставляя въ которую вмѣсто π, k, λ, H, Y и r соотвѣтствующія величины получимъ:

$$q = \frac{3{,}1416\,(100 - 25)}{200.4 \cdot logn\ R} = \frac{0{,}2945}{logn\ R}.$$

Суточное количество равняется:

$$\triangle Q = \frac{86400 \cdot 0{,}2945}{logn\ R} = \frac{25450}{logn\ R},$$

вставляя же въ эту формулу $R = 50$, 100, 200 и т. д. получаемъ слѣдующіе результаты:

Радіусъ дѣйствія колодца метровъ.	Суточное количество попадающей въ колодезь воды, кубическ. метровъ.	Среднее число.	Радіусъ дѣйствія колодца метровъ.	Суточное количество попадающей въ колодезь воды, кубическ. метровъ.	Среднее число.
					4.633
50	6.504		300	4.462	
					4.278
100	5.525	5.164	500	4.095	
					3.890
200	4.803		1.000	3.684	

Посредствомъ этихъ чиселъ находимъ время необходимое для того чтобы радіусъ дѣйствія колодца увеличился:

Отъ	0	до	100	метровъ	$\frac{3.360}{6.505}$	=	0,5 сутокъ.
„	100	„	200	„	$\frac{8.290}{5.164}$	=	1,6 „
„	200	„	300	„	$\frac{12.600}{4.033}$	=	2,7 „
„	300	„	500	„	$\frac{37.250}{4.278}$	=	8,7 „
„	500	„	1.000	„	$\frac{158.000}{3.890}$	=	40,6 „
				Итого. . .			54,1 „

Слѣдовательно первый періодъ дѣйствія колодца продолжается 54 сутокъ.

По формуламъ же 77 и 78 получаемъ слѣдующіе результаты: время въ которомъ радіусъ дѣйствія колодца увеличивается отъ $R = 0$ до $R = 100$ равняется:

$$t = \frac{AR_1^2\ logn\ \frac{R_1}{2r}}{4kH\ logn\ \frac{R_1}{r}} = \frac{1{,}05 \cdot 10000 \cdot 200 \cdot 3{,}912}{4 \cdot 10 \cdot 4{,}6052} = 44600 \text{ секундъ.}$$

$$\frac{44.600}{86.400} = 0{,}52 \text{ сутокъ.}$$

Для увеличенія же радіуса дѣйствія колодца отъ $R = 500$ до $R = 1.000$, по 77 потребуется слѣдующее время:

$$t = \frac{1{,}03 \,.\, 300}{2 \,.\, 10} \cdot \frac{1.000.000 \,.\, 6{,}2146 - 250.000 \,.\, 6{,}9078}{6{,}2146 + 6{,}9078} = 3.523.000 \text{ секундъ};$$

или
$$\frac{3.523.000}{86.400} = 40{,}7 \text{ сутокъ}.$$

Во второмъ періодѣ дѣйствія колодца, горизонтъ понижающихся во время эксплуатаціи водъ разсчитываемъ по формулѣ 80-й:

$$h = \frac{H}{1 + \dfrac{H(t-t_0)k}{L^2\left(B - \frac{1}{4}A\right)}},$$

гдѣ $A = 1{,}03$;

$$B = \frac{logn\,\dfrac{L}{r}}{1 - \dfrac{y^2}{h^2}} + \frac{6{,}9078}{\dfrac{3}{4}} = 9{,}2104,$$

слѣдовательно:

$$h = \frac{10}{1 + \dfrac{10\,(t-t_0)}{200 \,.\, 1.000.000 \,.\, (9{,}2104 - 0{,}2575)}} = \frac{10}{1 + \dfrac{t - t_0}{179.060.000}},$$

Выражая же время не въ секундахъ, но въ суткахъ мы должны въ нашу формулу вставить $t - t_0 = 86.400\,(T - T_0)$ и тогда получимъ:

$$h = \frac{10}{1 + \dfrac{T - T_0}{2.072}}.$$

И такъ какъ T_0 выражая продолжительность перваго періода дѣйствія колодца, равняется 54 суткамъ, то h равняется:

$$h = \frac{10}{1 + \dfrac{T - 54}{2.072}}.$$

Изъ этой формулы видно, что послѣ перваго года эксплуатаціи высота грунтовыхъ водъ равняется:

$$h = \frac{10}{1 + \dfrac{365 - 54}{2.072}} = \frac{10}{1{,}150} = 8{,}70 \text{ метра},$$

или падаютъ на 1,30 метра.

Послѣ двухъ лѣтъ:

$$h = \frac{10}{1 + \dfrac{730 - 54}{2.072}} = \frac{10}{1.325} = 7{,}55 \text{ метра},$$

слѣдовательно въ продолженіи втораго года грунтовыя воды падаютъ на $8{,}70 - 7{,}55 = 1{,}15$ метр.

Послѣ трехъ лѣтъ эксплуатаціи высота грунтовыхъ водъ равняется:

$$h = \frac{10}{1 + \dfrac{1.095 - 54}{2.072}} = \frac{10}{1.502} = 6{,}66 \text{ метра}.$$

Слѣдовательно, они въ продолженіи третьяго года падаютъ на $7{,}56 - 6{,}66 = 0{,}90$ метр.

Послѣ десяти лѣтъ эксплуатаціи высота грунтовыхъ водъ равняется:

$$h = \frac{10}{1 + \frac{3.650 - 54}{2.072}} = \frac{10}{2.736} = 3{,}65 \text{ метра.}$$

Секундное количество притекающей къ колодцу воды получаемъ по формулѣ 81-й.

$$q = \frac{\pi k \lambda H^2}{B\left[1 + \frac{Hk(t - t_0)}{L^2\left(B - \frac{1}{4}A\right)}\right]^2} =$$

$$= \frac{3{,}1416 \cdot 100}{200 \cdot 4 \cdot 9{,}2101\left[1 + \frac{10\,(t - t_0)}{200 \cdot 1.000.000\,(9{,}2101 - 0{,}2575)}\right]^2} =$$

$$= \frac{1}{23{,}45\left(1 + \frac{(t - t_0)}{179.058.000}\right)^2}.$$

Выражая же время въ суткахъ, мы должны въ эту формулу вставить:

$$t - t_0 = 86.400\ (T - T_0);$$

$$q = \frac{\Delta Q}{86.400},$$

и тогда получимъ суточное количество притекающей къ колодцу воды:

$$\Delta Q = \frac{86.400}{23{,}45\left[1 + \frac{86.400\,(T - T_0)}{179.058.000}\right]^2} = \frac{3.685}{\left(1 + \frac{T - T_0}{2.072}\right)^2}.$$

Вставляя въ эту формулу $T_0 = 54$ и вмѣсто T, 365.730 и т. д. получимъ слѣдующіе результаты:

Количество воды, притекающее къ колодцу:

послѣ одного года	$\Delta Q = 2.785$	куб. метр. въ сутки.
„ двухъ лѣтъ	$\Delta Q = 2.096$	„ „ „ „
„ трехъ „	$\Delta Q = 1.635$	„ „ „ „
„ десяти „	$\Delta Q = 492$	„ „ „ „

Для примѣненія фурмулъ 84, 85, 86, предположимъ, что изъ наблюденій надъ количествомъ воды доставляемымъ колодцемъ, извѣстно, что колодезь послѣ 54 дней эксплуатаціи давалъ 3.685 ведеръ. Принимая въ разсчетѣ этомъ суточный счетъ и вставляя въ вышеприведенные формулы:

$$T_1 = 54;\ \Delta Q_1 = 3.685;\ \sqrt{\Delta Q_1} = 60{,}704;$$

$$T_2 = 365;\ \Delta Q_2 = 2.785;\ \sqrt{\Delta Q_2} = 52{,}783;$$

получимъ.

$$\sqrt{\Delta Q} = \frac{(365-54)\ 60{,}704\ 52{,}783}{365\ .\ 52{,}783 - 54\ .\ 60{,}704 + (60{,}704 - 52{,}783)T}$$

$$= \frac{99.650}{15.990 + 7{,}921T} = \frac{62{,}32}{\left(1 + \frac{T}{2.020}\right)}$$

$$\Delta Q = \frac{3.884}{\left(1 + \frac{T}{2.020}\right)^2}.$$

Формула эта дастъ результаты, согласные съ разсчитанными раньше, а именно:

для $T = 730$ $\Delta Q = \frac{3.884}{1{,}3615^2} = 2.096$ куб. метр. въ сутки.

„ $T = 3.650$ $\Delta Q = \frac{3.884}{2{,}807^2} = 492$ „ „ „ „

Эксплуатація посредствомъ колодца водоноснаго слоя, питаемаго атмосферными осадками.

Предѣлъ, достигаемый радіусомъ дѣйствія колодца, заложеннаго въ грунтѣ, питаемомъ атмосферными осадками легко опредѣлить, принимая во вниманіе, что при нормальномъ дѣйствіи колодца, количество собираемой колодцемъ воды должно равняться количеству воды, проникающей въ кругъ дѣйствія колодца.

Это послѣднее количество равняется:

$$\pi R^2 \delta,$$

гдѣ δ обозначаетъ количество попадающей въ почву воды на квадратную единицу въ секунду.

Количество же собираемой колодцемъ воды равняется:

$$\frac{\pi k\lambda\,(H^2 - Y^2)}{logn\ \frac{R}{r}},$$

Соединеніе этихъ двухъ величинъ въ одно уравненіе дастъ:

$$\pi R^2 \delta = \frac{\pi k\lambda\,(H^2 - Y^2)}{logn\ \frac{R}{r}},$$

отсюда:

$$R^2 = \frac{k\lambda}{\delta}\ .\ \frac{1 - \frac{Y^2}{H^2}}{logn\,\frac{R}{r}}\,.\,H^2. \quad .\ .\ .\ .\ .\ .\ . \quad (87)$$

Величина $logn\,\frac{R}{r}$ растетъ медленно при увеличивающемся R, и потому, при рѣшеніи уравненія 87-го, вмѣсто $logn\,\frac{R}{r}$, первоначально вставляемъ величину, находящуюся въ серединѣ практическихъ предѣловъ для $\frac{R}{r}$, т. е. $logn\ 500 = 6,2$; изъ полученнаго такимъ путемъ R опредѣляемъ $logn\ \frac{R}{r}$, дающій намъ возможность второй разъ болѣе точно опредѣлить радіусъ R.

Вставляя въ 87 коэффиціенты чаще, всего встрѣчающіеся на практикѣ, а именно: $\lambda = \frac{1}{4}$; $\delta = \frac{1}{118.840.000}$; $\frac{Y}{H} = \frac{1}{2}$; $logn \frac{R}{r} = 6,2$, получимъ слѣдующую формулу для предѣльнаго радіуса дѣйствія колодца:

$$R'^2 = kH^2 . \frac{118.840.00 . \frac{3}{4}}{4 . 6,2} = 3.553.000\, kH^2;$$

$$R' = 1.880\ H\sqrt{k} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (88)$$

Въ крупномъ пескѣ R' равняется:

$$R' = 1.880\sqrt{\frac{1}{100}} . H = 188\ H.$$

Для колодца, глубиной въ 10 метровъ, имѣемъ

$$R' = 1.880 \text{ метровъ.}$$

Болѣе точное опредѣленіе этой величины посредствомъ коррекціи коэффиціента, принятаго въ 88, даетъ слѣдующій результатъ.

Принимая $r = 1$, получимъ $logn \frac{R}{r} = logn \frac{1880}{1} = 7,54$, вмѣсто же коэффиціента 1.880, получаетъ коэффиціентъ $1.880 \sqrt{\frac{6,2}{7,54}} = 1.880 . 0,906 = 1.700$, а посредствомъ его и радіусъ

$$R' = 1.700 . 10\sqrt{\frac{1}{100}} = 1.700 \text{ метровъ.}$$

Нормальное количество воды, получаемое такимъ колодцемъ, будетъ слѣдующее:

$$q = \frac{\pi k\lambda (H^2 - Y^2)}{logn \frac{R}{r}} = \frac{3,14 . (100 - 25)}{100 . 4 . logn\ 1.700} = 0,079 \text{ кубическихъ метровъ въ секунду, или}$$

$$\Delta Q = 86.400 . 0,079 = 6.826 \text{ куб. метровъ въ сутки.}$$

Колодецъ глубиной въ 5 метровъ, дѣйствуетъ на кругъ съ радіусомъ

$$R' = 188 . 5 = 940 \text{ метровъ,}$$

который коррекціи коэффиціента уменьшается до

$$R' = 940\sqrt{\frac{6,2}{logn\ 940}} = 940\sqrt{\frac{6,2}{6,85}} = 940 . 0,968 = 910 \text{ метровъ.}$$

Нормальное количество воды, собираемое этимъ колодцемъ; будетъ

$$q = \frac{3{,}14\ (25 - 6{,}25)}{100 \,.\, 4 \,.\, 6{,}82} = 0{,}0215 \text{ куб. метр. въ секунду,}$$

или

$$\Delta Q = 86.400 \,.\, 0{,}0215 = 1.857 \text{ куб. метр. въ сутки.}$$

Такимъ же образомъ легко разсчитать предѣльный радіусъ дѣйствія колодца и количество собираемой имъ воды при другихъ коэффиціентахъ k, λ, δ.

При опредѣленіи времени, необходимаго для того, чтобы кругъ дѣйствія колодца и горизонтъ грунтовыхъ водъ достигли извѣстныхъ предѣловъ, мы должны руководствоваться формулой, выражающей общее количество попадающей въ колодецъ воды въ промежутокъ времени t. Количество это состоитъ:

Во-первыхъ, изъ грунтовой воды, вытекающей съ водоноснаго слоя при измѣненіи линіи депрессіи, количество которой равняется, какъ показано выше:

$$A\ \frac{\pi}{4}\left(1 - \frac{Y^2}{H^2}\right)\frac{HR^2\lambda}{logn\ \frac{R}{r}},$$

и во-вторыхъ, изъ атмосферныхъ осадковъ, попадающихъ въ кругъ дѣйствія колодца въ продолженіи времени t, количество которыхъ равняется $\int_0^t \pi R^2 \delta \,.\, dt$.

Общее же количество воды, попадающей въ колодецъ въ продолженіи времени t, выразится слѣдующею формулой:

$$Q = A\ \frac{\pi}{4}\left(1 - \frac{Y^2}{H^2}\right)\frac{HR^2\lambda}{logn\ \frac{R}{r}} + \int_0^t \pi R^2 \delta \,.\, dt \quad . \quad . \quad . \quad (89)$$

Въ періодѣ дѣйствія колодца, въ которомъ радіусъ R не достигъ еще своего предѣла и долженъ считаться измѣняющеюся величиной, разсчетъ величины Q раздѣляемъ на отдѣленія. Въ первомъ изъ нихъ R увеличивается отъ O до R_1, во второмъ отъ R_1 до R_2 и такъ далѣе, пока R не достигнетъ своего предѣла L. Причемъ радіусы, составляющіе предѣлы каждаго отдѣленія опредѣлены на столько близко, чтобы можно величину $logn\ \frac{R}{r}$ считать постоянною въ этихъ предѣлахъ. Условіе это зависитъ отъ точности требуемой при разсчетѣ и при медленно возростающемъ логарифмѣ R отъ увеличенія R вводитъ только незначительную неточность въ разсчетѣ, уравновѣшивающуюся значительнымъ облегченіемъ его.

Считая же $logn\,\frac{R}{r}$ величиною постоянной въ извѣстныхъ предѣлахъ, получаемъ изъ 89-й для безконечно малаго промежутка времени dt, соотвѣтствующаго увеличенію радіуса на dR, слѣдующее количество воды, нападающее въ колодецъ:

$$dQ = A\,\frac{\pi}{4}\left(1 - \frac{Y^2}{H^2}\right)\frac{H\lambda}{logn\,\frac{R}{r}}\,.\,2R\,.\,dR + \pi R^2\delta\,.\,dt.$$

По формулѣ же секунднаго количества притекающей къ колодцу воды, въ dt секундъ притекаетъ:

$$dQ = qdt = \frac{\pi k\lambda(H^2 - Y^2)dt}{logn\,\frac{R}{r}}.$$

Изъ соединенія этихъ двухъ формулъ получимъ:

$$\frac{\pi k\lambda(H^2 - Y^2)dt}{logn\,\frac{R}{r}} = A\,\frac{\pi}{4}\left(1 + \frac{Y^2}{H^2}\right)\,.\,\frac{H\lambda}{logn\,\frac{R}{r}}\,.\,2R\,.\,dR + \pi R^2\delta\,.\,dt,$$

отсюда:

$$dt = dR\,.\,\frac{\frac{AR}{2H}}{k - \frac{R^2\delta\,.\,logn\,\frac{R}{r}}{\lambda(H^2 - Y^2)}};$$

$$t = \int dR\,.\,\frac{\frac{AR}{2H}}{k - \frac{R^2\delta\,.\,logn\,\frac{R}{r}}{\lambda(H^2 - Y^2)}}.$$

Рѣшая этотъ интегралъ и принимая на основаніи вышепринятыхъ предположеній $logn\,\frac{R}{r}$ за постоянную величину, получимъ:

$$t^i = -\frac{A\lambda(H^2 - Y^2)}{4H\delta\,logn\,\frac{R}{r}}\,.\,logn\,\frac{k\lambda(H^2 - Y^2) - R^2\delta\,logn\,\frac{R}{r}}{\lambda(H^2 - Y^2)} + C.$$

Чтобы получить промежутокъ времени, въ которомъ радіусъ увеличивается отъ R_1 до R_2, въ послѣднее уравненіе вставляемъ сначала $t = t_1$ и $R = R_1$.

$$t_1 = \frac{A\lambda(H^2 - Y^2)}{4H\delta\,logn\,\frac{R_1}{r}}\,.\,logn\,\frac{k\lambda\,(H^2 - Y^2) - R_1^2\,\delta\,logn\,\frac{R_1}{r}}{\lambda(H^2 - Y^2)} + C,$$

потомъ $t = t_2$ и $R = R_2$.

$$t_2 = -\frac{A\lambda(H^2 - Y^2)}{4H\delta\,logn\,\frac{R_2}{r}}\,.\,logn\,\frac{k\lambda(H^2 - Y^2) - R_2^2\,\delta\,logn\,\frac{R_2}{r}}{\lambda(H^2 - Y^2)} + C.$$

Разница этихъ двухъ уравненій дастъ слѣдующій результатъ:

$$t_2 - t_1 = \frac{A\lambda(H^2 - Y^2)}{4H\delta}\left[\frac{1}{logn\,\frac{R_1}{r}} \cdot logn\,\frac{k\lambda(H^2 - Y^2) - R_1^2\,\delta\,.\,logn\,\frac{R_1}{r}}{\lambda(H^2 - Y^2)} - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{logn\,\frac{R_2}{r}} \cdot logn\,\frac{k\lambda(H^2 - Y^2) - R_2^2\,\delta\;logn\,\frac{R_2}{r}}{\lambda(H^2 - Y^2)}\right].$$

Уравненіе это можно упростить, замѣняя величины

$$\frac{1}{logn\,\frac{R_1}{r}} \text{ и } \frac{1}{logn\,\frac{R_2}{r}}$$

средней величиной

$$\frac{1}{logn\,\frac{R_3}{r}},$$

гдѣ R_3 обозначаетъ радіусъ средній между R_1 и R_2.

$$R_3 = \frac{1}{2}\,(R_1 + R_2),$$

и тогда получаемъ слѣдующее уравненіе, опредѣляющее продолжительность промежутка времени, необходимаго для увеличенія радіуса отъ R_1 до R_2;

$$t_2 - t_1 = \frac{A\lambda(H^2 - Y^2)}{4H\delta\;logn\,\frac{R_3}{r}} \cdot logn\,\frac{k\lambda(H^2 - Y^2) - R_1^2\;\delta logn\,\frac{R_1}{r}}{k\lambda(H^2 - Y^2) - R_2^2\;\delta logn\,\frac{R_2}{r}} \quad . \quad . \quad (90)$$

Изъ формулы этой видно, что радіусъ R_2 можетъ увеличиваться до тѣхъ поръ, пока выраженіе $k\lambda(H^2 - Y^2) - R_2\delta logn\,\frac{R_2}{r}$ сдѣлается равнымъ нулю, ибо при дальнѣйшемъ увеличеніи радіуса R_2 для времени $t_2 - t_1$ получается мнимая величина. Достигая же этого предѣла, радіусъ R_2 равняется:

$$R_2^2 = \frac{k\lambda(H^2 - Y^2)}{\delta\;logn\,\frac{R_2}{r}}.$$

То же самое уравненіе для предѣльнаго радіуса получено выше въ уравненіи 87-мъ.

Изъ уравненія 90-го видно, что промежутокъ времени, необходимый для достиженія предѣльнаго радіуса, равняется безконечности.

Примѣненіе формулы 90-ой показано въ разсчетѣ сбора воды въ водоносномъ слоѣ, опредѣляющемся коэффиціентами $k = \frac{1}{200}$, $\lambda = \frac{1}{4}$ и $\delta = \frac{1}{118.840.000}$, посредствомъ колодца, глубиной въ $H = 10$ метровъ и радіусомъ въ $r = 1$ метру, наполненнаго во время эксплуатаціи до половины водой, вслѣдствіе чего $Y = \frac{1}{2} H = 5$ метровъ.

$$t_2 - t_1 = \frac{A(100-25) \cdot 118.840.000}{4 \cdot 4 \cdot 10 \cdot logn R_3} \cdot logn \frac{\frac{100-25}{200 \cdot 4} - \frac{R_1^2\, logn\, R_1}{118.840.000}}{\frac{100-25}{200 \cdot 4} - \frac{R_2^2\, logn\, R_2}{118.840.000}}$$

$$t_2^1 - t_1 = \frac{55.700.000 A}{logn R_3} \cdot logn \frac{11.140.000 - R_1^2\, logn R_1}{11.140.000 - R_2^2\, logn R_2} \text{ секундъ.}$$

Считая время въ суткахъ, мы должны послѣднее уравненіе раздѣлить на 86.400, вставляя, кромѣ того, $A = 1{,}04$, получимъ;

$$T_2 - T_1 = \frac{670}{logn R_3} logn \frac{11.140.000 - R_1^2\, logn R_1}{11.140.000 - R_2^2\, logn R_2} \text{ сутокъ.}$$

Если разсчитываемый періодъ дѣйствія колодца раздѣлимъ на промежутки времени, въ продолженіи каждаго изъ которыхъ радіусъ дѣйствія колодца увеличивается на 200 метровъ, то продолжительность ихъ получимъ, вставляя въ послѣднюю формулу:

Для перваго промежутка $R_1 = 0$, $R_2 = 200$, $R_3 = 100$ метр.

„ втораго „ $R_1 = 200$, $R_2 = 400$, $R_3 = 300$ „

„ третьяго „ $R_1 = 400$, $R_2 = 600$, $R_3 = 500$ „ и т. д.

Такимъ образомъ получаемъ:

1) время, въ которомъ радіусъ дѣйствія колодца достигаетъ 200 метровъ равняется:

$$\frac{670}{4{,}605} logn \frac{11.140.000}{11.140.000 - 40.000 \cdot 5{,}298} = 145{,}5\, logn\, 1{,}02 = 2{,}9 \text{ сутокъ;}$$

2) время, въ которомъ радіусъ дѣйствія колодца увеличивается отъ 200 до 400 метровъ, равняется:

$$\frac{670}{5{,}704} logn \frac{11.140.000 - 40.000 \cdot 5{,}298}{11.140.000 - 160.000 \cdot 5{,}991} = 117{,}5\, logn\, 1{,}073 = 8{,}3 \text{ сутокъ;}$$

3) время, въ которомъ радіусъ дѣйствія колодца увеличивается отъ 400 до 600 метр. равняется:

$$\frac{670}{6{,}215} logn \frac{11.140.000 - 160.000 \cdot 5{,}991}{11.140.000 - 360.000 \cdot 6{,}397} = 107{,}9\, logn\, 1{,}152 = 15{,}3 \text{ сутокъ;}$$

4) время, необходимое для увеличенія радіуса дѣйствія колодца отъ 600 до 800 метровъ равняется:

$$\frac{670}{6{,}551} logn \frac{11.140.000 - 360.000 \cdot 6{,}397}{11.140.000 - 640.000 \cdot 6{,}685} = 102{,}3\, logn\, 1{,}288 = 25{,}9 \text{ сутокъ;}$$

5) время, въ которомъ радіусъ дѣйствія колодца увеличивается отъ 800 до 1.000 метровъ, равняется:

$$\frac{670}{6{,}802} logn \frac{11.140.000 - 640.000 \cdot 6{,}685}{11.140.000 - 1.000.000 \cdot 6{,}908} = 98{,}5\, logn\, 1{,}622 = 47{,}6 \text{ сутокъ.}$$

Въ итогѣ получается время, необходимое для того чтобы радіусъ дѣйствія колодца достигъ 1.000 метровъ, 100 сутокъ.

Чтобы узнать насколько результатъ этого разсчета измѣняется при болѣе точномъ опредѣленіи его, раздѣлимъ послѣдній промежутокъ времени на двѣ части, а именно: первая, въ которой радіусъ растетъ отъ 800 до 900 метровъ, продолжительность которой равняется:

$$\frac{670}{6{,}745}\, logn\, \frac{11.140.000 - 640.000\,.\,6{,}685}{11.140.000 - 810.000\,.\,6{,}802} = 99{,}3\, logn\, 1{,}219 = 19{,}7,$$

и вторая, въ которой радіусъ растетъ отъ 900 до 1.000 метровъ, продолжительность которой равняется:

$$\frac{760}{6{,}857}\, logn\, \frac{11.140.000 - 810.000\,.\,6{,}802}{11.140.000 - 1.000.000\,.\,6{,}908} = 97{,}5\, logn\, 1{,}330 = 27{,}0,$$

Въ итогѣ получается вмѣсто прежде разсчитанныхъ 47,6 сутокъ $19{,}7 + 27{,}8 = 47{,}5$ сутокъ, изъ чего можно заключить, что дальнѣйшее увеличеніе числа промежутковъ времени не можетъ значительно повліять на результатъ разсчета.

При разсчетѣ втораго періода дѣйствія колодца, въ которомъ радіусъ дѣйствія равняется постоянной величинѣ L получаемъ общее количество собранной воды:

$$Q = (H - h)\pi L^2\lambda + A\,\frac{\pi}{4}\left(1 - \frac{Y^2}{h^2}\right)\frac{hL^2\lambda}{logn\,\frac{L}{r}} + \int_0^t \pi L^2\delta dt.$$

Безконечно-малое измѣненіе этого количества, соотвѣтствующее времени dt получимъ дифференцируя это уравненіе, въ предположеніи, что отношеніе наполненія колодца $\frac{Y}{h}$ остается постоянной величиной:

$$dQ = -\,\pi L^2\lambda dh + A\,\frac{\pi}{4}\left(1 - \frac{Y^2}{h^2}\right)\frac{L^2\lambda dh}{logn\,\frac{L}{r}} + \pi L^2\delta dt.$$

По формулѣ же, опредѣляющей секундное количество, получаемъ притокъ воды къ колодцу въ продолженіи времени dt.

$$dQ = qdt = \frac{\pi k\lambda\,(h^2 - Y^2)}{long\,\frac{L}{r}}\,dt.$$

Соединеніе этихъ двухъ формулъ дастъ слѣдующее уравненіе:

$$-\,\pi L^2\lambda dh + A\,.\,\frac{\pi}{4}\left(1 - \frac{Y^2}{h^2}\right)\cdot\frac{L^2\lambda\,.\,dh}{logn\,\frac{L}{r}} + \pi L^2\delta dt = \frac{\pi k\lambda(h^2 - Y^2)}{logn\,\frac{L}{r}}\,dt,$$

отсюда:

$$dt = dh \cdot \frac{\frac{1}{4} A\left(1 - \frac{Y^2}{h^2}\right) - logn\,\frac{L}{r}}{\frac{h^2 k}{L^2}\left(1 - \frac{Y^2}{h^2}\right) - \frac{\delta}{\lambda} \cdot logn\,\frac{L}{r}};$$

$$t = \left[\frac{1}{4} A\left(1 - \frac{Y^2}{h^2}\right) - logn\,\frac{L}{r}\right] \int \frac{dh}{\frac{h^2 k}{L^2}\left(1 - \frac{Y^2}{h^2}\right) - \frac{\delta}{\lambda} \cdot logn\,\frac{L}{r}}.$$

Рѣшая этотъ интегралъ въ предположеніи, что отношеніе $\frac{Y}{h}$ остается постоянною величиною, получимъ:

$$t = \left[\frac{1}{4} A\left(1 - \frac{Y^2}{h^2}\right) - logn\,\frac{L}{r}\right] \cdot \frac{L\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\delta k\left(1 - \frac{Y^2}{h^2}\right) logn\,\frac{L}{r}}} \cdot$$

$$\cdot\, logn\, \frac{L\sqrt{\dfrac{\delta \,.\, logn\,\frac{L}{r}}{k\lambda\left(1 - \frac{Y^2}{h^2}\right)}} - h}{L\sqrt{\dfrac{\delta \,.\, logn\,\frac{L}{r}}{k\lambda\left(1 - \frac{Y^2}{h^2}\right)}} + h} + C.$$

Обозначая черезъ t_0 продолжительность времени перваго періода дѣйствія колодца, т. е. время отъ начала эксплуатаціи до начала общаго пониженія горизонта грунтовыхъ водъ, вставляемыхъ въ послѣднее уравненіе для $h = H$, $t = t_0$ и получаемъ:

$$t_0 = \left[\frac{1}{4} A\left(1 - \frac{Y^2}{h^2}\right) - logn\,\frac{L}{r}\right] \cdot \frac{L\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\delta k\left(1 - \frac{Y^2}{h^2}\right) logn\,\frac{L}{r}}} \cdot$$

$$\cdot\, logn\, \frac{L\sqrt{\dfrac{\delta \,.\, logn\,\frac{L}{r}}{k\lambda\left(1 - \frac{Y^2}{h^2}\right)}} - H}{L\sqrt{\dfrac{\delta \,.\, logn\,\frac{L}{r}}{k\lambda\left(1 - \frac{Y^2}{h^2}\right)}} + H} + C.$$

Разница этихъ двухъ уравненій даетъ:

$$t - t_0 = \left[logn\,\frac{L}{r} - \frac{1}{4} A\left(1 - \frac{Y^2}{h^2}\right)\right] \cdot \frac{L\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\delta k\left(1 - \frac{Y^2}{h^2}\right) logn\,\frac{L}{r}}}$$

$$\cdot\, logn\, \frac{\left[L\sqrt{\dfrac{\delta \,.\, logn\,\frac{L}{r}}{k\lambda\left(1 - \frac{Y^2}{h^2}\right)}} + h\right]\left[L\sqrt{\dfrac{\delta \,.\, logn\,\frac{L}{r}}{k\lambda\left(1 - \frac{Y^2}{h^2}\right)}} - H\right]}{\left[L\sqrt{\dfrac{\delta \,.\, logn\,\frac{L}{r}}{k\lambda\left(1 - \frac{Y^2}{h^2}\right)}} - h\right]\left[L\sqrt{\dfrac{\delta \,.\, logn\,\frac{L}{r}}{k\lambda\left(1 - \frac{Y^2}{h^2}\right)}} + H\right]}. \quad (91)$$

Посредствомъ этой формулы имѣемъ возможность опредѣлить время, необходимое для того, чтобы первоначальный горизонтъ грунтовыхъ водъ, вслѣдствіе эксплуатаціи, понизился отъ H до h.

Формула 91-я опредѣляетъ взаимное отношеніе времени t къ перемѣнной высотѣ грунтовыхъ водъ h; для опредѣленія же отношенія между количествомъ доставляемой воды и продолжительностью времени эксплуатаціи мы пользуемся формулой, опредѣляющей секундное количество:

$$q = \frac{\pi k \lambda \left(1 - \frac{Y^2}{h^2}\right) h^2}{logn \frac{L}{r}},$$

изъ которой получаемъ:

$$h = \sqrt{\frac{q \; logn \frac{L}{r}}{\pi k \lambda \left(1 - \frac{Y^2}{h^2}\right)}}.$$

Обозначая черезъ q_0 количество воды, получаемое колодцемъ по прошествіи времени t_0, т. е. когда глубина грунтовыхъ водъ равняется H, радіусъ же дѣйствія колодца L, можемъ H выразить слѣдующимъ образомъ:

$$H = \sqrt{\frac{q_0 \; logn \frac{L}{r}}{\pi k \lambda \left(1 - \frac{Y^2}{h^2}\right)}}.$$

Обозначая еще черезъ q' предѣльное количество воды, которое можетъ быть доставлено колодцемъ и которое равняется количеству воды, попадающей въ кругъ дѣйствія колодца съ радіусомъ L, получимъ:

$$q' = L^2 \pi \delta; \text{ отсюда } \delta = \frac{q'}{L^2 \pi}.$$

Если въ уравненіе 91 вставимъ, вмѣсто h, H и δ, ихъ значеніе, получимъ слѣдующее уравненіе:

$$t - t_0 = \left[logn \frac{L}{r} - \frac{1}{4} A \left(1 - \frac{Y^2}{h^2}\right) \right] \frac{L^2}{2 k H} \sqrt{\frac{q_0}{q'}} \cdot$$

$$\cdot logn \frac{\left(\sqrt{\frac{q_0}{q'}} - 1\right)\left(\sqrt{\frac{q_0}{q'}} + 1\right)}{\left(\sqrt{\frac{q_0}{q'}} - 1\right)\left(\sqrt{\frac{q_0}{q'}} + 1\right)} \quad \ldots \ldots \quad (92)$$

гдѣ

$$q_0 = \frac{\pi k \lambda \left(1 - \frac{Y^2}{h^2}\right) H^2}{logn \frac{L}{r}}, \qquad \text{и } q' = L^2 \pi \delta,$$

посредствомъ котораго можемъ разсчитать время, по прошествіи котораго количество притекающей къ колодцу воды будетъ равняться опредѣленной величинѣ q.

Примѣняя формулы 91 и 92 къ колодцу, первый періодъ дѣйствія котораго разсчитанъ въ предъидущемъ примѣрѣ, и предполагая, что предѣлъ радіуса дѣйствія колодца равняется $L = 800$ метровъ, получаемъ:

$$q = \frac{3{,}14 \cdot 3 \cdot h^2}{200 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6{,}685} = \frac{h^2}{2140} \text{ куб. метровъ въ секунду}$$

$$q_0 = \frac{H}{2140} = \frac{100}{2140} = \frac{1}{21{,}4} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \text{»}$$

$$q' = \frac{3{,}14 \cdot 640.000}{118.840.000} = \frac{1}{59} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \text{»}$$

Посредствомъ послѣдняго числа, выражающаго предѣльное количество собираемой воды, можемъ разсчитать обратно высоту грунтовыхъ водъ, соотвѣтствующую этому количеству, а именно:

$$h'^2 = 2.140 \cdot \frac{1}{59} = 38{,}3, \qquad h' = 6{,}03 \text{ метра.}$$

Вставляя въ 92-ю, кромѣ другихъ величинъ,

$$q_0 = \frac{1}{21{,}4} \qquad q' = \frac{1}{59},$$

получаемъ время, соотвѣтствующее количеству воды, доставляемому колодцемъ:

$$t - t_0 = \left[\log n\ 800 - \frac{1}{4} \cdot 1{,}04 \cdot \frac{3}{4}\right] \frac{640.000.200}{2{,}10} \sqrt{\frac{59}{21{,}4}} \cdot$$

$$\cdot \log n \frac{\left(\sqrt{\frac{59}{21{,}4}} - 1\right)\left(\sqrt{59q} + 1\right)}{\left(\sqrt{59q} - 1\right)\left(\sqrt{\frac{59}{21{,}4}} + 1\right)}.$$

$$t - t_0 = 68.950.000 \log n \frac{\sqrt{59q} + 1}{4{,}03\left(\sqrt{59q} - 1\right)} \text{ секундъ.}$$

Выражая же время въ суткахъ и замѣняя секундное количество q суточнымъ ΔQ, получимъ:

$$T - T_0 = \frac{68.950.000}{86.400} \cdot \log n \cdot \frac{\sqrt{86.400 \cdot 59 \cdot \Delta Q} - 1}{4{,}03\left(\sqrt{86{,}400 \cdot 59 \Delta Q} - 1\right)}.$$

T_0 выражаетъ время отъ начала эксплуатаціи до достиженія радіусомъ предѣла, $L = 800$; согласно вышеприведенному разсчету, $T_0 = 52$ сутокъ, слѣдовательно,

$$T = 52 + 798 \log n \frac{\sqrt{\frac{\Delta Q}{1.465}} + 1}{4{,}03\left(\sqrt{\frac{\Delta Q}{1.465}} - 1\right)}.$$

И, такъ какъ $52 = 798\, logn\ 1{,}07$, то послѣднее уравненіе можемъ написать въ слѣдующемъ видѣ:

$$T = 798\, logn\ \frac{1{,}07}{4{,}03} \cdot \frac{\sqrt{\frac{\Delta Q}{1.465}}+1}{\sqrt{\frac{\Delta Q}{1.465}}-1} = 798\, logn \frac{\sqrt{\frac{\Delta Q}{1.465}}+1}{3{,}76\left(\sqrt{\frac{\Delta Q}{1.465}}-1\right)}.$$

Изъ послѣдней формулы видно, что уравненіе между суточнымъ количествомъ воды ΔQ и временемъ T можетъ быть выражено тремя коэффиціентами и имѣетъ общую формулу:

$$T = a\, logn \frac{\sqrt{\frac{\Delta Q}{\Delta Q'}}+1}{b\left(\sqrt{\frac{\Delta Q}{\Delta Q'}}-1\right)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (93)$$

Причемъ $\Delta Q'$ выражаетъ предѣльное суточное количество воды.

Изъ трехъ наблюденій, показывающихъ количества притекающей воды ΔQ_1, ΔQ_2 и ΔQ_3, соотвѣтствующія числу сутокъ отъ начала эксплуатаціи T_1, T_2 и T_3, получаемъ три уравненія, посредствомъ которыхъ можемъ найти три неизвѣстныя величины a, b и $\Delta Q'$. Слѣдовательно, во время эксплуатаціи колодца, достаточно трехъ наблюденій надъ количествомъ притекающей къ колодцу воды, чтобъ опредѣлить законъ, по которому количество это должно уменьшаться, а также и предѣлъ уменьшенія.

Изъ уравненія:

$$T = 798\ logn \frac{\sqrt{\frac{\Delta Q}{1.465}}+1}{3{,}76\left(\sqrt{\frac{\Delta Q}{1.465}}-1\right)},$$

опредѣляется обратно,

$$\Delta Q = 1.465 \left(\frac{3{,}76\ .\ e^{\frac{T}{798}}+1}{3{,}76\ .\ e^{\frac{T}{798}}-1}\right)^2,$$

гдѣ вставляя, вмѣсто T: 52, 365, 730, получаемъ слѣдующіе результаты:

Количество воды, притекающее къ колодцу:

Послѣ	52	сутокъ	$\Delta Q = 4.037$	куб.	метр.	въ	сутки.
„	1	года	$\Delta Q = 2.058$	„	„	„	„
„	2	лѣтъ	$\Delta Q = 1.815$	„	„	„	„
„	3	„	$\Delta Q = 1.677$	„	„	„	„
„	10	„	$\Delta Q = 1.473$	„	„	„	„
„	∞	„	$\Delta Q = 1.465$	„	„	„	„

Опредѣленіе притока къ грунтовымъ водамъ, снабжающимъ колодецъ не представляетъ большихъ затрудненій.

Предполагая колодецъ, горизонтъ воды котораго удерживается постоянно на одномъ уровнѣ, для опредѣленія притока $\Delta Q'$, составляющаго крайній предѣлъ количества, доставляемаго колодцемъ, пользуемся тремя наблюденіями, сдѣланными по прошествіи времени отъ начала эксплуатаціи T_1, T_2 и T_3 и показывающими суточныя количества доставляемой воды K_1, K_2 и K_3. Предполагая, что промежутокъ времени между первымъ и вторымъ наблюденіемъ T', равняется промежутку времени между вторымъ и третьимъ наблюденіемъ, получимъ:

$$T_2 = T_1 + T'; \qquad T_3 = T_1 + T'.$$

Вставляя въ 93-го, вмѣсто T и ΔQ, результаты наблюденій, получимъ 3 уравненія:

$$T_1 = a\ logn\ \frac{\sqrt{\frac{K_1}{\Delta Q'}} + 1}{b\left(\sqrt{\frac{K_1}{\Delta Q'}} - 1\right)}$$

$$T_1 + T' = a\ logn\ \frac{\sqrt{\frac{K_2}{\Delta Q'}} + 1}{b\left(\sqrt{\frac{K_2}{\Delta Q'}} - 1\right)}$$

$$T_1 + 2T' = a\ logn\ \frac{\sqrt{\frac{K_1}{\Delta Q'}} + 1}{b\left(\sqrt{\frac{K_3}{\Delta Q'}} - 1\right)};$$

Разница этихъ уравненій даетъ два уравненія:

$$T' = a\ logn\ \frac{(\sqrt{K_2} + \sqrt{\Delta Q'})(\sqrt{K_1} - \sqrt{\Delta Q'})}{(\sqrt{K_2} - \sqrt{\Delta Q'})(\sqrt{K_1} + \sqrt{\Delta Q'})};$$

$$2T' = a\ logn\ \frac{(\sqrt{K_3} + \sqrt{\Delta Q'})(\sqrt{K_1} - \sqrt{\Delta Q'})}{(\sqrt{K_3} - \sqrt{\Delta Q'})(\sqrt{K_1} + \sqrt{\Delta Q'})}.$$

Дѣленіе этихъ двухъ уравненій дастъ уравненіе съ одной неизвѣстной ΔQ:

$$2\ logn\ \frac{(\sqrt{K_2} + \sqrt{\Delta Q'})(\sqrt{K_2} - \sqrt{\Delta Q'})}{(\sqrt{K_2} - \sqrt{\Delta Q'})(\sqrt{K_1} + \sqrt{\Delta Q'})} = logn\ \frac{(\sqrt{K_3} + \sqrt{\Delta Q'})(\sqrt{K_1} - \sqrt{\Delta Q'})}{(\sqrt{K_3} - \sqrt{\Delta Q'})(\sqrt{K_1} + \sqrt{\Delta Q'})}$$

отсюда получаемъ:

$$\Delta Q' = \frac{\sqrt{K_2}\left(\sqrt{K_1K_2} + \sqrt{K_2K_3} - 2\sqrt{K_1K_3}\right)}{2\sqrt{K_2} - \sqrt{K_1} - \sqrt{K_3}} \quad . \quad . \quad . \quad (94)$$

Уравненіе это даетъ намъ возможность посредствомъ трехъ наблюденій количества воды, доставляемаго колодцемъ, опредѣлить предѣльное суточное количество воды.

К. Лембке.

(Извлечено изъ журнала „Министерства путей сообщенія“ № 17—19, за 1887 г.).

Печатано съ разрѣшенія Завѣдывающаго изданіемъ и редактора журнала Министерства путей сообщенія

Типографія Министерства путей сообщенія (А. Бенке), Фонтанка 99.