С. М. СОЛОВЬЕВЪ.

КУРСЪ
НИЗШЕЙ ГЕОДЕЗІИ.

3-е дополненное и исправленное изданіе.

ЛЕКЦІИ,

читанныя въ Институтѣ Инженеровъ Путей Сообщенія Императора *Николая II* и въ Константиновскомъ Межевомъ Институтѣ.

1-ое изданіе, выпущенное Имп. Московск. Инженернымъ Училищемъ, одобрено Конференціею Конст. Межевого Института какъ весьма полезное пособіе при преподаваніи геодезіи въ межевыхъ учебныхъ заведеніяхъ.

МОСКВА.
Типо-Литографія Ю. Венеръ, преемн. О. Фалькъ.
Срѣтенка, Мясной пер., домъ № 25.
1914.

Предисловіе къ 3-му изданію.

Второе изданіе моихъ лекцій, поступившее въ продажу въ 1908 году, разошлось около 2-хъ лѣтъ тому назадъ. Неоднократный спросъ за эти два года на изданный мною курсъ Низшей Геодезіи вновь далъ мнѣ основаніе приступить къ печатанію его 3-мъ изданіемъ. Однако, оставить его въ томъ же видѣ, въ какомъ онъ былъ во 2-мъ изданіи, мнѣ не хотѣлось,—онъ мало подходилъ къ программѣ Межевого Института, особенно въ его частяхъ, касающихся тригонометрической и полигонометрическихъ сѣтей, точнаго нивеллированія, проекцій картъ; недостаточно была разработана глава о теоріи ошибокъ и о способѣ наименьшихъ квадратовъ; между тѣмъ примѣненіе теоріи ошибокъ и способа наименьшихъ квадратовъ къ задачамъ геодезіи является неизбѣжнымъ и весьма существеннымъ вопросомъ при изученіи геодезіи въ высшихъ учебныхъ заведеніяхъ, такъ какъ только примѣненіемъ высшаго анализа, и построенными на нёмъ теоріей ошибокъ и способомъ наименьшихъ квадратовъ можно выяснить проблеммы о точности результатовъ геодезическихъ операцій.

Задавшись перестановкою и развитіемъ нѣкоторыхъ главъ курса, я былъ поставленъ въ очень тяжелыя условія, чтобы достигнуть, хотя бы только удовлетворительныхъ, результатовъ намѣченной мною задачи, такъ какъ служебныя мои обязанности и слабость здоровья не давали мнѣ возможности полностію отдаться изданію намѣченнаго мною курса. На помощь по выполненію задуманнаго мною плана пришли ко мнѣ мои ученики, межевые инженеры Э. В. Вархаловскій и П. І. Шилло; только при ихъ непосредственномъ содѣйствіи, отмѣченномъ мною въ самомъ текстѣ книги, мнѣ удалось закончить печатаньемъ 3-ье изданіе моего курса въ теченіе двухъ лѣтъ.

За ихъ трудъ, энергію въ работѣ и цѣнныя указанія я считаю пріятнымъ долгомъ горячо и сердечно поблагодарить ихъ.

Предисловіе ко 2-му изданію.

Выпущенный мною при посредствѣ Императорскаго Московскаго Инженернаго Училища въ 1903 году Курсъ Низшей Геодезіи весь разошелся въ продажѣ; продолжающіяся требованія на него дали мнѣ основаніе приступить къ пересмотру, дополненію и къ новому изданію моей книги.

Сдѣланныя мною измѣненія въ курсѣ, хотя и увеличили его объемъ почти на $^1/_5$ его долю, но не исчерпали еще всѣхъ моихъ пожеланій, высказанныхъ мною при первомъ его изданіи. Думаю, однако, что большинство моихъ слушателей и читателей будетъ удовлетворено приданной по возможности полнотой второму изданію моей книги.

Для совмѣстной работы по корректурѣ и просмотру второго изданія моего труда я пригласилъ и воспользовался любезнымъ на это согласіемъ моего сотрудника по преподаванію геодезіи въ Инженерномъ Училищѣ, Инженера-строителя С. П. Шеляпина. За понесенный имъ трудъ и потраченную имъ энергію приношу ему мою искреннюю благодарность.

При пополненіи главъ объ угломѣрной съемкѣ я воспользовался готовымъ числовымъ примѣромъ на составленіе плана пустоши Адамовки, разработаннымъ включительно до составленія приводимыхъ мною образцовъ абриса угломѣрной съемки моимъ сотрудникомъ, преподавателемъ Училища и Межевого Института, Межевымъ Инженеромъ А. Н. Ширяевымъ, котораго также считаю пріятнымъ долгомъ поблагодарить какъ за его трудъ, такъ и за другія цѣнныя его указанія, сдѣланныя имъ мнѣ при второмъ изданіи читаемаго мною курса Низшей Геодезіи.

Воспользовавшись для чертежей нѣкоторыхъ инструментовъ доставленными мнѣ клише фирмами Г. Герляха, Ѳ. Швабе и C. Zeiss, выражаю представителямъ ихъ мою признательность за ихъ любезность.

Предисловіе къ 1-му изданію.

Приступая три года тому назадъ къ печатанію читаемыхъ мною лекцій по курсу „Низшей Геодезіи“ въ Императорскомъ Московскомъ Инженерномъ Училищѣ вѣдомства путей сообщенія, я имѣлъ въ виду, преимущественно, если *не исключительно*, моихъ слушателей. Для нихъ я началъ этотъ компилятивный трудъ и имъ желаю дать возможность, при содѣйствіи Училища (на средства котораго отпечатаны лекціи), найти въ предлагаемой ихъ вниманію книгѣ повтореніе слышаннаго ими на моихъ лекціяхъ и отчасти на практическихъ занятіяхъ.

Появившіеся за послѣднія десять лѣтъ на русскомъ языкѣ труды гг. Бѣликова, Бика, Богуславскаго, Слудскаго, Витковскаго, Цингера, Артамонова, Савельева и Рашкова значительно сократили недостатокъ въ русскихъ источникахъ къ систематическому изученію студентами предмета геодезіи. Этотъ недостатокъ еще менѣе ощутителенъ для лицъ, читающихъ на одномъ изъ иностранныхъ языковъ, хотя бы, напримѣръ, на нѣмецкомъ, такъ какъ онъ значительно устраняется наличностью печатныхъ трудовъ иностранныхъ ученыхъ и профессоровъ геодезіи, какъ *Jordan, Vogler, Bauernfeind, Bohn, Gauss, Helmert, Franke, Baur, Koll, Gretschel, E. Prevot, A. Laussedat, Goulier, E. Bertrand, Germain, Clarke, Johnson* и другихъ.

Помимо этихъ трудовъ существуютъ, конечно, и другія, ранѣе изданныя сочиненія, какъ на русскомъ языкѣ, напр., Болотова, Мейена, Смирнова, Травина, Ларіонова, такъ и на иностранныхъ; но я не ставлю себѣ задачею перечислить здѣсь всѣ, хотя бы и выдающіеся, труды по учебной литературѣ геодезіи, а тѣмъ болѣе, иностранныхъ авторовъ на нѣмецкомъ, французскомъ, англійскомъ, датскомъ, итальянскомъ и испанскомъ языкахъ.

Указанія, болѣе совершенныя, на существующую литературу по геодезическимъ вопросамъ можно встрѣтить или у перечисленныхъ мною авторовъ, въ особенности подробно у *D-r W. Jordan,* въ его трудѣ „*Handbuch der Vermessungskunde*“, выдержавшемъ пять изданій при жизни самого автора, или въ журналахъ затрогивающихъ вопросы по геодезіи, какъ напр., „*Zeitschrift für Vermessungswesen*“. Попытки подобнаго же рода можно найти и на русскомъ языкѣ, напр., въ „*Трудахъ Топографо-Геодезической Комиссіи*“.

Помимо выясненія цѣли настоящаго изданія моихъ лекцій я хочу также дать здѣсь объясненіе принятаго мною въ нихъ порядка изложенія курса. Мою книгу я стремился (какъ уже сказалъ выше) прежде всего приноровить къ насущной потребности моихъ слушателей: всегда, по возможности, въ одномъ мѣстѣ (въ одной главѣ), дать весь нужный матеріалъ по затрогиваемому вопросу. Этимъ я полагалъ облегчить трудъ усвоенія спѣшно проходимаго зимою, въ теченіе одного года, въ Училищѣ, чтобы затѣмъ, лѣтомъ, во время геодезической практики по съемкамъ и нивеллировкѣ, студентамъ возможно было легко и скоро подыскать то, что было преподано зимою. Болѣе существенное въ каждомъ параграфѣ отпечатано *курсивомъ*, что сдѣлано съ цѣлію,—датъ студенту средство сосредоточивать свое вниманіе на главномъ. Менѣе важные вопросы для начинающихъ отпечатаны мелкимъ шрифтомъ. Занятія мои со студентами Училища я началъ осенью 1896 года, предложивъ имъ, при подготовкѣ, пользоваться „*Курсомъ Низшей Геодезіи*“ *А. Бика.* Однако, принятая мною система для изученія курса въ Училищѣ значительно отличалась отъ порядка изложенія матеріала, имѣющагося въ курсѣ г. Бика. А это, какъ и спѣшное прохожденіе курса, вызывало со стороны учащихся нареканія на трудность и неудобство подыскиванія по источнику отвѣтовъ на предложенные программой вопросы; притомъ въ указанномъ источникѣ на нѣкоторые вопросы не было совсѣмъ отвѣтовъ или они были кратки, а другіе, менѣе важные вопросы (для конечной цѣли изученія геодезіи въ Училищѣ—для производства желѣзнодорожныхъ изысканій)—напротивъ того, изложены слишкомъ подробно. Все это и привело меня къ рѣшенію отпечатать мои лекціи, сперва въ видѣ литографированныхъ записокъ, а затѣмъ уже и въ настоящемъ ихъ видѣ. Отсутствіе строго систематическаго

изложенія курса вызвано отчасти еще тѣмъ, что геодезія проходится на первомъ курсѣ Училища, гдѣ студенты только что начинаютъ изучать высшій анализъ, аналитическую и начертательную геометрію и въ то же время въ параллель начинаютъ уже знакомиться съ вопросами геодезіи. Вслѣдствіе этого не вездѣ можно было пользоваться сокращеннымъ методомъ изложенія.

Главная цѣль моей книги—желаніе прежде всего ознакомить моихъ слушателей, какъ и вообще лицъ, начинающихъ заниматься изученіемъ геодезіи и мало еще освѣдомленныхъ съ высшей математикой, лишь съ основными положеніями геодезіи и топографіи, притомъ, по возможности, независимо отъ приложенія геодезіи къ тому или другому роду техническихъ вопросовъ. Поэтому въ моей книгѣ, только въ концѣ ея, можно найти главу о приложеніи геодезіи къ вопросу о желѣзнодорожныхъ изысканіяхъ, какъ статью, спеціально нужную для будущей служебной дѣятельности студентовъ Училища.

Въ этомъ трудѣ, изданіе котораго затормозилось отъ независящихъ отъ меня причинъ, можно, какъ я уже упомянулъ, мѣстами встрѣтить нарушеніе системы, а мѣстами — повтореніе одного и того же,—что сдѣлано ради педагогическихъ цѣлей—облегчить запоминаніе наиболѣе существеннаго и важнаго. Особенное вниманіе мною было обращено на изложеніе „*повѣрокъ*“ геодезическихъ инструментовъ, какъ на наиболѣе трудно преодолѣваемую учащимися часть „Низшей Геодезіи“. Начиная съ самыхъ простѣйшихъ и постепенно переходя къ болѣе осложненнымъ инструментамъ, я относилъ описаніе ихъ устройства, ихъ назначеніе, а также и повѣрки ихъ, въ начало той главы, въ которой упоминается объ ихъ употребленіи и примѣненіи къ съемкамъ, такимъ образомъ я не выдѣлялъ описанія устройства и повѣрокъ инструментовъ въ отдѣльныя главы отъ пріемовъ съемки, какъ это иногда принято дѣлать въ другихъ русскихъ и иностранныхъ источникахъ, такъ какъ нахожу совмѣстное изложеніе отдѣльныхъ инструментовъ и производимыхъ ими съемокъ наиболѣе цѣлесообразнымъ.

Происхожденіе пріемовъ повѣрокъ инструментовъ, а также и нѣкоторыхъ пріемовъ практики, я стремился объяснить или началами элементарной геометріи, или назначеніемъ и устройствомъ самихъ инструментовъ.

Наибольшее вниманіе, при составленіи курса, мною удѣлено нивеллированію и угломѣрной съемкѣ, какъ наиболѣе важной части курса для практической дѣятельности будущихъ инженеровъ-строителей.

Въ IV главѣ, гдѣ изложено нивеллированіе, включена и статья о тахеометріи; этой части вертикальной съемки, столь широко получившей примѣненіе за границею, слишкомъ мало удѣляется мѣста въ русской литературѣ и практикѣ. Между тѣмъ тахеометрія значительно сокращаетъ время полевой работы при съемкѣ и нивеллировкѣ гористой и даже овражистой мѣстности.

Непосредственно стоящая въ связи съ тахеометріею (по аналогичности пріемовъ) мензульная съемка съ назначеніемъ горизонталей (тахеографометрія) введена въ курсъ еще и потому, что она рекомендуется инструкціею по изслѣдованію рѣкъ, какъ путей сообщенія. Этотъ пріемъ съемки по своей наглядности и простотѣ важенъ еще и потому, что онъ при практическихъ занятіяхъ въ полѣ дисциплинируетъ учащагося въ надлежащемъ аккуратномъ отношеніи къ чертежу, получаемому непосредственно во время самой съемки.

Придавая весьма важное значеніе вопросу объ изученіи теоріи погрѣшностей и способа устраненія накопленія ихъ въ одну сторону какъ съ теоретической точки зрѣнія, такъ и съ точки зрѣнія практики, я посвятилъ цѣлую главу этимъ вопросамъ, попутно останавливаясь также и на основаніи способа наименьшихъ квадратовъ, а именно при изложеніи вопроса объ уравновѣшиваніи угловъ тригонометрической сѣти.

Глазомѣрной съемкѣ, въ связи съ барометрическимъ нивеллированіемъ, какъ и буссольной съемкѣ, а также и картографіи, отведено мѣсто въ курсѣ исключительно съ цѣлію ознакомить учащихся съ тѣми частями геодезіи, знаніе которыхъ столь важно при рекогносцировкѣ мѣстности передъ производствомъ съемки вообще, а въ частности передъ изысканіемъ путей сообщенія.

Въ концѣ книги, въ X главѣ, изложена фототеодолитная съемка, такъ какъ этимъ способомъ за послѣднее время нерѣдко стали пользоваться при составленіи плана въ горизонталяхъ въ гористыхъ мѣстностяхъ, не только за границею, но

даже у насъ, на окраинахъ Россіи, при желѣзнодорожныхъ изысканіяхъ.

При изложеніи весьма многихъ вопросовъ я пользовался главнымъ образомъ *прекраснымъ* и достаточно полнымъ, хотя и преимущественно приспобленнымъ для межевыхъ учебныхъ заведеній, курсомъ покойнаго *А. Н. Бика,* съ которымъ я хорошо ознакомился попутно при его изданіи (см. предисловіе къ первому изданію второй части курса). Значительная часть чертежей и рисунковъ заимствованы мною также съ согласія берлинскаго профессора *D-r. Ch. Aug. Vogler*'а, изъ его книги „*Lehrbuch der praktischen Geometrie*".

До послѣдней почти минуты я не терялъ надежды въ концѣ моей книги отвѣтить и на вопросы, которые не имѣются въ программѣ Инженернаго Училища в. п. с., но представляютъ или сами по себѣ научный интересъ, или имѣютъ чисто спеціальное значеніе, каковы вопросы о геодезическомъ нивеллированіи, графическомъ способѣ уравновѣшиванія погрѣшностей тріангуляціи, нивеллиръ-теодолитныхъ работахъ, полигонометрической сѣти основныхъ пунктовъ, точномъ геометрическомъ нивеллированіи, дѣленіи дачъ по цѣнности угодій, замѣнѣ границъ, составленіи плана уѣзда, о маркшейдерской съемкѣ и т. п., но затянувшееся изданіе моихъ лекцій не оправдало моихъ надеждъ. Однако я полагаю продолжить мой трудъ, если только моя книга отвѣтитъ нѣкоторымъ требованіямъ не только моихъ слушателей, но и лицъ, постороннихъ Училищу, и дѣйствительно дастъ возможность въ достаточной мѣрѣ ознакомиться съ основами практической геометріи (Низшей Геодезіи).

Насколько помогла мнѣ и поскольку дала мнѣ право выпустить въ свѣтъ настоящій печатный мой трудъ моя небольшая (тринадцатилѣтняя) практика преподавателя сперва въ Константиновскомъ Межевомъ Институтѣ, а затѣмъ въ Инженерномъ Училищѣ, предоставляю судить читающимъ мой трудъ. Сознавая неизбѣжность промаховъ перваго моего опыта по изданію лекцій по Низшей Геодезіи, я нахожу нужнымъ теперь же отмѣтить, что буду весьма признателенъ каждому, пожелавшему указать мнѣ на эти промахи.

Здѣсь же я считаю умѣстнымъ и пріятнымъ моимъ долгомъ 1) прежде всего принести мою искреннюю полную признательность Директору Училища *Ф. Е. Максименко* за его просвѣ-

щенное содѣйствіе и настояніе, подвинувшее меня къ напечатанію моего труда, 2) выразить глубокую благодарность моему сотруднику по преподаванію геодезіи въ Училищѣ *Н. М. Кислову* за его безкорыстныя цѣнныя указанія, совмѣстную подчасъ редакцію и за необыкновенное вниманіе къ корректированію (при печатаніи) моихъ лекцій и 3) поблагодарить профессоровъ Училища *Л. Д. Проскурякова* и *Е. О. Патона* и преподавателя Межевого Института *Н. Л. Волкова,* облегчившихъ мнѣ трудъ заготовки клише рисунковъ, а равно и *Пр. D-r Vogler*'а за разрѣшеніе воспользоваться клише изъ его книги „*Lehrbuch der praktischen Geometrie*".

ОГЛАВЛЕНІЕ.

(Напечатанное мелкимъ шрифтомъ отмѣчено звѣздочкою).

Введеніе.

§§ *Стр.*

1. Предметъ геодезіи, его цѣль, значеніе и названіе 1
2. Понятіе о видѣ и величинѣ земной поверхности, на которой производятся геодезическія дѣйствія 2
3. Основныя точки, линіи, плоскости и углы земной поверхности и небеснаго свода 3
4. Горизонтальное проложеніе 5
5. Случай, когда можно сферическое горизонтальное проложеніе считать за плоское 8
6. Построеніе плоскаго горизонтальнаго проложенія 12
7. Относительная высота точекъ земной поверхности или разность ихъ уровней 13
8. Элементы измѣренія на земной поверхности 15
9. Съемка и ея виды 15
10. Раздѣленіе геодезіи 16
11. Планъ, карта и профиль 16
12. Накладка плановъ. Инструменты и ихъ раздѣленіе 17
13. Единицы мѣры линій, площадей и угловъ 17

ГЛАВА I.

Обозначеніе точекъ на земной поверхности и измѣреніе линій на мѣстности.

14. Вѣхи 20
15. Вѣшеніе линій 20
16. Простѣйшіе 2 случая вѣшенія линій 21
17. Вѣшеніе 2-мя вѣхами линіи съ недоступными концами 24
18. Вѣшеніе черезъ гору тремя вѣхами 25
19. Вѣшеніе линіи черезъ оврагъ 25
20. Непосредственное измѣреніе длинъ линій на мѣстности. Мѣрные брусья . . 27
21. Мѣрная стальная лента 27
22. Мѣрная цѣпь 28
23. Принадлежности ленты 29
24. Повѣрка длины ленты и мѣрныхъ брусьевъ 29
25. Употребленіе ленты (цѣпи) и мѣрныхъ брусьевъ 30
26. Введеніе поправки за невѣрность длины мѣрнаго снаряда, напр., ленты . . . 32
27. Исправительные приборы или уравнители цѣпи 33
28. Мѣрная тесьма 33

§§ Стр
29. Мѣрный шнуръ . . . 34
30. Поправка за наклонъ линіи . . . 34
Таблица поправокъ для опредѣленія горизонтальныхъ проложеній линій мѣстности . . . 36
31. Эклиметръ . . . 37
32. Употребленіе эклиметра . . . 38
33. Повѣрка эклиметра . . . 38
34. Непосредственное измѣреніе горизонтальныхъ проложеній . . . 40
35. Точность измѣренія линій . . . 41
36. Соотвѣтствіе въ точности измѣреній линіи и ея угла наклоненія . . . 42
37. Измѣреніе линій шагами . . . 43

ГЛАВА II.

Угломѣрные инструменты, ихъ составныя части и принадлежности. Съемка угломѣрными инструментами.

38. Раздѣленіе инструментовъ для опредѣленія угловъ на три вида . . . 44
39. Углы измѣряемые въ геодезіи . . . 44
Составныя части угломѣрныхъ инструментовъ.
40. *А.* Лимбъ и алидада . . . 45
41. *Б.* Діоптры . . . 45
42. Старинная астролябія или графометръ . . . 46
43. *В.* Алидадный кругъ и мѣсто индекса . . . 47
44. Необходимое условіе полученія горизонтальнаго проложенія угла на мѣстности 47
45. *Г.* Отвѣсъ и ватерпасъ. Повѣрка ватерпаса. Приведеніе плоскости въ горизонтальное положеніе . . . 47
46. *Д.* Уровни. Два вида уровней . . . 49
47. Математическая форма внутренней поверхности цилиндрическаго уровня . . 50
48. Ось цилиндрическаго уровня . . . 50
49. Внутренняя поверхность круглаго уровня . . . 50
50. Признакъ горизонтальности (вертикальности) оси цилиндрическаго (круглаго) уровня . . . 51
51. Оправа уровня . . . 51
52. Измѣреніе малыхъ угловъ наклоненія оси уровня . . . 52
53. Повѣрка уровня . . . 54
54. Опредѣленіе цѣны одного дѣленія уровня. Испытатель или экзаменаторъ уровней . . . 56
Схема работы на экзаменаторѣ . . . 59
55. Чувствительность уровня . . . 61
56. Мѣсто нуля или нуль-пунктъ цилиндрическаго уровня . . . 62
57. *Е.* Подставка лимба . . . 68
58. *Ж.* Штативы. Штативъ съ цапфою . . . 68
59. Астролябія современнаго вида . . . 69
60. Употребленіе астролябіи . . . 71
61. З. Верньеръ. Точность верньера . . . 71
62. Употребленіе верньера . . . 73
63. Подпись верньера . . . 74
64. Недостатки астролябіи на баксѣ . . . 75
65. Теодолитъ . . . 75
66. Раздѣленіе теодолитовъ на простые и повторительные . . . 76
67. Составныя части теодолита . . . 76
68. Отдѣльные виды теодолитовъ. Малый (простой) теодолитъ нѣмецкаго механика Бамберга . . . 77
69. Малый (простой) теодолитъ русскаго механика Герляха . . . 80

§§ *Стр.*
70. Подставка двойной шарниръ механика Тесдорпфа 81
71. Устройство глаза 82
71bis. Недостатки діоптровъ. Зрительныя трубы геодезическихъ инструментовъ, ихъ устройство 92
72. Сѣтка нитей трубы и визирная ось трубы 95
73. Увеличеніе трубы 96
74. Пріемы нахожденія увеличенія трубы 98
75. Глазной кругъ 100
76. Поле зрѣнія. Діафрагма 101
77. Яркость трубы 103
78. Сферическая и хроматическая аберрація 105
79. Сложные окуляры Гюйгенса и Рамсдена 106
80. Установка трубы для наблюденія. Параллаксъ нитей 107
Точность визированія трубою 108
81. Простой микроскопъ или лупа 108
82. Испытаніе трубы 109
83. Окулярная призма 112
84. Повѣрка астролябіи съ діоптрами 113
85. Повѣрки малыхъ теодолитовъ 114
86. Повѣрка дѣленій лимба 114
87. Вѣрность дѣленій верньера 115
88. Внѣцентренность алидады 115
89. Повѣрка перпендикулярности оси цилиндрическаго уровня къ вертикальной оси вращенія инструмента 117
Приведеніе лимба въ горизонтальное положеніе 119
Вліяніе наклона лимба на величину отсчета по лимбу 119
90. Коллимаціонная ошибка трубы и ея исправленіе 120
Вліяніе коллимаціонной ошибки на величину отсчета по лимбу 124
91. Повѣрка параллельности горизонтальной оси вращенія трубы плоскости лимба 126
Вліяніе наклона горизонтальной оси на величину отсчета по лимбу 128
Вліяніе наклона плоскости лимба на отсчетъ 129
92. Измѣреніе горизонтальныхъ проложеній угловъ простымъ теодолитомъ. Центрированіе инструмента 130
Форма геодезическаго журнала угломѣрной съемки теодолитомъ. Запись измѣренныхъ угловъ 131
93. Повторительные и осложненные по устройству теодолиты. Теодолитъ системы механика Розенберга 132
Схематическія изображенія простого и повторительнаго теодолитовъ 136
Новѣйшее приспособленіе для одновременнаго центрированія инструмента и приведенія лимба въ горизонтальное положеніе 139
94. Повѣрки повторительнаго и усложненныхъ по устройству теодолитовъ. Повѣрка уровня, посаженнаго на горизонтальную ось вращенія трубы . . . 141
95. Повѣрка совпаденія вертикальныхъ осей повторительнаго теодолита 143
96. Измѣреніе угловъ повторительнымъ теодолитомъ. Непосредственное чтеніе величины угла по лимбу 143
97. Значеніе повѣрительной трубы 144
98. Измѣреніе угловъ способомъ повтореній 144
99. Измѣреніе угловъ способомъ пріемовъ (способъ наблюденія отдѣльныхъ направленій 146
Журналъ измѣренія угловъ способомъ пріемовъ 147
100. Измѣреніе угловъ теодолитомъ съ внѣцентренною трубою 148
101. Приведеніе угла къ его вершинѣ и опредѣленіе вліянія уклоненія центра лимба отъ вершины измѣряемаго угла 149
101bis. О вліяніи уклоненія вѣхи отъ отвѣснаго ея положенія на величину измѣряемаго угла 151

§§ Стр.
102. Назначеніе вертикальнаго круга и сектора въ теодолитѣ 152
Измѣреніе (вертикальнаго) угла наклоненія линіи мѣстности угломѣрнымъ инструментомъ 154
103. Уровень, параллельный визирной оси трубы и его повѣрка 156
104. Измѣреніе угла наклоненія теодолитомъ съ секторомъ и уровнемъ на трубѣ 158

ВВОДНАЯ СТАТЬЯ.

О неизбѣжныхъ погрѣшностяхъ измѣреній.

Общее понятіе о погрѣшностяхъ измѣреній 159
Свойства случайныхъ ошибокъ равноточныхъ наблюденій 162
Ариѳметическая средина равноточныхъ наблюденій и ея свойства 163
Абсолютная и относительная погрѣшность 165
Средняя ошибокъ и средняя квадратическая ошибка 166
Опредѣленіе средней ошибки равноточныхъ наблюденій 166
Вычисленіе средней ошибки изъ наблюденій 167
Примѣры 169
Ошибка ариѳметической средины 170
Понятіе о вѣроятной ошибкѣ 172
* Понятіе о вѣроятности 172
* Законъ большихъ чиселъ 172
Предѣльная или максимальная ошибка наблюденія 173
Общая ариѳметическая средина и понятіе о вѣсѣ наблюденій 174
Среднія ошибки функцій непосредственныхъ наблюденій 176
Примѣры 179
Нахожденіе средней ошибки по разностямъ двойныхъ измѣреній 184

Горизонтальная съемка угломѣрнымъ инструментомъ.

105. Четыре основныхъ способа съемки 186
106. Способъ обхода 186
Абрисъ 188
Абрисная книжка 190
107. Полярный способъ съемки 193
108. Способъ засѣчекъ 193
109. Способъ промѣровъ съ вѣхи на вѣху 194
110. Оріентированіе линій мѣстности. Понятіе объ азимутѣ 194
111. Вычисленіе азимутовъ полигона 195
112. Понятіе о румбахъ 196
113. Соотношеніе между азимутами и румбами 196
114. Повѣрка суммы измѣренныхъ угловъ полигона: а) случай сомкнутаго полигона 197
б) случай разомкнутаго полигона 198
115. Вычисленіе координатъ вершинъ полигона 201
Сумма приращеній координатъ въ сомкнутомъ и несомкнутомъ полигонахъ . 204
116. Невязка въ координатахъ 205
Формулы для предвычисленія допускаемыхъ линейныхъ невязокъ въ буссольныхъ и полигонныхъ ходахъ 208
117. Уничтоженіе невязки въ координатахъ 213
118. Числовой примѣръ вычисленія координатъ многоугольника 214
Реестъ координатъ 220
Болѣе совершенный способъ распредѣленія невязки координатъ 221
Замѣчаніе о контролѣ вычисленія приращеній координатъ 222
119. Буссоль съ діоптрами 226
120. Теодолиты съ буссолью 227

§§ Стр.
Типъ угломѣрнаго инструмента, принятаго въ межевомъ вѣдомствѣ 228
Гоніометръ и пантометръ 234
121. Магнитная стрѣлка 235
122. Магнитные азимуты и румбы 237
123. Чтеніе азимута по буссоли 239
124. Чтеніе румбовъ данныхъ направленій по буссоли 239
125. Переводъ магнитныхъ румбовъ на истинные 240
126. Повѣрки буссоли съ діоптрами 240
127. Повѣрки буссоли у теодолита 244
128. Повѣрки пантометра 244
129. Соотношеніе между румбическими и астролябическими углами 246
130. Чтеніе азимута по лимбу угломѣрнаго инструмента 247
131. Обходъ границъ участка угломѣрнымъ инструментомъ съ буссолью 248
132. Опредѣленіе склоненія магнитной стрѣлки 249
133. О съемкѣ контуровъ въ общей связи 253
134. О соотвѣтствіи точности измѣренія линій полигона и точности измѣренія его угловъ 254

ГЛАВА III.

Составленіе плана горизонтальной съемки и вычисленіе площадей.

135. Основные пріемы построенія прямыхъ линій и угловъ на бумагѣ. Чертежные инструменты для составленія плановъ 255
136. Линейка и треугольникъ 256
137. Циркуль простой и штангенъ-циркуль 257
138. Масштабъ. Численный масштабъ 258
139. Линейный масштабъ 259
140. Поперечный линейный масштабъ, его теорія 261
141. Точность поперечнаго масштаба 261
142. Задачи на теорію масштаба 263
143. Переходъ отъ одного масштаба къ другому, имѣющемуся налицо 266
144. Пріемъ раздѣленія основанія масштаба на заданное число частей 268
145. Повѣрка изготовленнаго поперечнаго линейнаго масштаба 269
146. Транспортиръ, его устройство и повѣрка 269
147. Употребленіе транспортира. Накладка линій по румбамъ 270
Транспортиръ съ алидадою и ноніусомъ 271
Приборъ для накладки плановъ—вѣнскій тахеометрическій транспортиръ-колесико. Roll-Transporteur) 272
148. Накладка плана по координатамъ 276
Сѣть квадратовъ 277
149. Накладка фигуры простымъ транспортиромъ 279
Дегреметръ Королева 280
Приборъ Бергманъ 282
Координатографы 283
150. Преимущество накладки по румбамъ 286
151. Обнаруженіе угла и линіи, въ которыхъ сдѣлана грубая ошибка 287
152. Увязка наложенной транспортиромъ фигуры 288
Схема увязки 291
153. Накладка внутренней ситуаціи (повѣрочная діагональ) 292
Примѣръ на составленіе плана угломѣрной съемки 293
154. Преимущества накладки полигона по координатамъ 298
155. Условные знаки на планахъ и картахъ 298
Условные знаки топографическихъ плановъ 299

Вычисленіе площадей.

§§		Стр.
156.	Три способа вычисленія площадей	300
157.	Вычисленіе площади полигона по координатамъ его вершинъ	300
	Ариѳмометръ системы Однера	301
158.	Вычисленіе площадей фигуръ по плану планиметрами	306
	Числовой примѣръ на вычисленіе площади полигона по координатамъ. Схема вычисленія числового примѣра	307
159.	Полярный планиметръ Амслера	308
160.	Теорія полярнаго планиметра Амслера	310
161.	Геометрическое значеніе постояннаго числа планиметра Амслера	315
162.	Опредѣленіе постояннаго числа планиметра Амслера	315
163.	Усовершенствованные планиметры Амслера системы Коради	316
164.	Преобразованіе формулъ $\Pi = RU + Q$ и $\Pi_1 = RU_1$ для употребленія планиметра Амслера	319
165.	Геометрическое значеніе цѣны одного дѣленія планиметра. Абсолютная и относительная цѣна одного дѣленія планиметра и ихъ измѣненіе. Измѣненіе длины рычага R съ измѣненіемъ масштаба плана	320
166.	Употребленіе полярнаго планиметра и уходъ за нимъ	323
167.	Вычисленіе площадей внутреннихъ контуровъ	327
168.	Вычисленіе площадей очень малыхъ контуровъ	329
169.	Повѣрка полярнаго планиметра Коради и Амслера	330
	Числовые примѣры на опредѣленіе постояннаго числа планиметра	334
170.	Точность вычисленія площадей компенсаціоннымъ планиметромъ	336
171.	Линейные планиметры: *A*) Линейный планиметръ съ шаровымъ сегментомъ Гомана—Коради	337
	B) Линейка-планиметръ Зарубина	341
172.	Теорія линейки-планиметра Зарубина	343
173.	Употребленіе линейки-планиметра Зарубина	344
174.	Повѣрка линейки-планиметра Зарубина	345
	Замѣчаніе о планиметрахъ Притца и Вебера—Керна	347
175.	Графическій способъ вычисленія площадей	350
	Агрометръ Бибикова	350
	Линейка Баслера	351
	Арфа и примѣненіе формулы Симпсона	351
175bis.	Точность опредѣленія площади	352

ВТОРАЯ ВВОДНАЯ СТАТЬЯ.

Способъ наименьшихъ квадратовъ.

	Объ уравновѣшиваніи ошибокъ	359
	Уравненія погрѣшностей	360
	Нормальныя уравненія	361
	Рѣшеніе нормальныхъ уравненій	363
	Схема рѣшенія нормальныхъ уравненій по методу Гаусса	365
	Вѣса неизвѣстныхъ	366
	Средняя ошибка наблюденія съ вѣсомъ единица	371
	Контрольныя вычисленія	373
	Примѣръ на теорію уравновѣшиванія	376
	Вѣсъ функціи уравновѣшенныхъ количествъ	384
	Наблюденія, связанныя условіями	386
	Средняя ошибка наблюденія съ вѣсомъ единица	389
	Нахожденіе средней ошибки уравновѣшенныхъ наблюденій и ихъ функцій	389
	Примѣръ на уравновѣшиваніе ошибокъ наблюденій, связанныхъ условіями	393

* *Обоснованіе способа наименьшихъ квадратовъ.*

§§ Стр.

* Вѣроятность сложнаго событія 400
* Вѣроятность случайной погрѣшности 400
* Вѣроятность ожидаемаго результата измѣренія 401
* Опредѣленіе вида функціи $\varphi(\Delta)$ 401
* Мѣра точности наблюденія 404
* Кривая и таблица вѣроятностей ошибокъ 404
* Основаніе способа наименьшихъ квадратовъ 408

ГЛАВА IV.

Вертикальная съемка.

176. Цѣль и видъ вертикальной съемки 411

Геометрическое нивеллированіе.

177. Общее понятіе о геометрическомъ нивеллированіи и подраздѣленіе его на „нивеллированіе впередъ и нивеллированіе изъ средины“ 411
178. Виды инструментовъ, употребляющихся при нивеллированіи; ватерпасъ и рейки Штраусса 413
179. Дѣленіе нивеллировъ на глухіе и съ перекладными трубами 415
180. Глухой нивеллиръ 416
181. Повѣрка глухого нивеллира 417
182. Нивеллиры съ перекладными трубами 421
183. Условія, требуемыя отъ нивеллировъ съ перекладными трубами и ихъ повѣрка 428
Повѣрка нивеллира съ уровнемъ на линейкѣ подставки (системы Эго) и схематическій чертежъ его 428
Повѣрка нивеллира съ уровнемъ подъ трубою (прикрѣпленнымъ къ трубѣ) и схематическій чертежъ его 432
Повѣрка нивеллира съ перекладнымъ на трубѣ уровнемъ и схематическій чертежъ его 434
184. Нивеллирныя рейки 435
Повѣрка реекъ 437

Производство топографическаго нивеллированія.

185. Виды геометрической нивеллировки 437
186. Нивеллированіе узкой полосы земли 438
187. Разбивка оси на ровной мѣстности и на косогорѣ 439
188. Отмѣтка. Реперъ. Связующія и промежуточныя точки нивеллировки 439
189. Разбивка прямыхъ линій „Алиніометры“ 440
190. Разбивка закругленій въ главныхъ ихъ точкахъ 443
191. Нумерація кольевъ пикетажа 445
Образецъ пикетажной книжки 446
192. Веденіе пикетажной книжки 446
193. Порядокъ работы при сложномъ продольномъ нивеллированіи 447
194. Превышеніе конечной точки надъ начальной при сложномъ нивеллированіи . 451
195. Уклоненіе рейки отъ отвѣснаго направленія и оси уровня отъ горизонтальнаго положенія. 452
Опредѣленіе цѣны одного дѣленія уровня нивеллира 453
Нормальное разстояніе отъ нивеллира до рейки 454
195bis. Нивеллиръ инженера Ленци 456
Нивеллиры Вильда-Цейсса 458

§§		Стр.
196.	Поправка отъ кривизны земли и рефракціи	460
197.	Сравненіе нивеллированія „впередъ" съ нивеллированіемъ „изъ средины"	463
	Опредѣленіе угла между визирной осью нивеллира и осью уровня	465
198.	Нивеллированіе крутыхъ скатовъ	466
199.	Поперечное нивеллированіе	468
200.	Контроль отсчетовъ по рейкамъ	469
201.	Журналъ нивеллированія	471
	Образецъ журнала нивеллированія	473
202.	Вычисленіе отмѣтокъ технической нивеллировки	475
	Обработка журнала методомъ превышеній	476
	Методъ горизонта инструмента	477
203.	Невязка двухъ нивеллирныхъ ходовъ, пройденныхъ по одной и той же оси	478
204.	Увязка сомкнутаго нивеллирнаго хода и хода, пройденнаго два раза (впередъ и назадъ) съ нивеллиромъ	479
	Вычисленіе отмѣтокъ промежуточныхъ точекъ	480
205.	Вычерчиваніе профиля	480
	Образецъ продольнаго профиля	482
	„ поперечнаго „	483
206.	Паденіе и уклонъ линіи	484
207.	Проведеніе проектной линіи	485
208.	Нивеллирный планъ	489
209.	О горизонталяхъ и объ изображеніи неровностей мѣстности на планѣ	489
210.	Свойство горизонталей	491
211.	Виды и названія отдѣльныхъ частей неровностей мѣстности	492
212.	Недостатки горизонталей	494
	Видъ плоской мѣстности, изображенной горизонталями	495
	Видъ гористой мѣстности, изображенной горизонталями	496
213.	Назначеніе горизонталей на планѣ по даннымъ альтитудамъ точекъ земной поверхности	496
214.	Разбивка на мѣстности точекъ, прямыхъ и плоскостей проекта	501
215.	Нивеллированіе поверхности: a) въ случаѣ незначительнаго уклона	505
	Образецъ журнала на нивеллированіе поверхности по квадратамъ	506
	и b) съ крутыми скатами	509
216.	Нивеллированіе рѣки. Опредѣленіе формы русла	509
	Опредѣленіе уклона рѣки. 1-й случай	511
	2-й случай (когда имѣются два наблюдателя)	513
	3-й случай (опредѣленіе уклона при наличности одного наблюдателя)	514
	Эскизъ къ примѣру опредѣленія уклона рѣки	515
	Числовой примѣръ сложнаго нивеллированія прямымъ и обратнымъ ходами глухимъ нивеллиромъ съ обработкой журнала методомъ „повышеній и пониженій"	516
216bis.	Нивеллированіе дна стоячихъ водъ	518
217.	Точныя или основныя нивеллировки	518
	Виды закладныхъ марокъ (реперовъ)	519
	Инструменты, употребляемые при точныхъ нивеллировкахъ	521
	Изслѣдованіе реекъ	524
	Журналъ сравненія реекъ	526
	Таблица поправокъ	528
	Методы наблюденій при точномъ нивеллированіи	528
	Журналъ точнаго нивеллированія	531
	Окончательное вычисленіе нивеллировки	534
	Методъ проф. Зейбта	537
218.	Ошибки нивеллирныхъ ходовъ и ихъ уравновѣшиваніе	541

Тахеометрія.

§§		*Стр.*
219.	Общее понятіе о тахеометріи	551
220.	Дальномѣры и общее о нихъ понятіе	551
220bis.	Виды дальномѣровъ	552
221.	Общая идея дальномѣра съ *постояннымъ* угломъ	553
	Устройство дальномѣра съ *постояннымъ* угломъ	554
	Дальномѣръ Эртеля	554
	Дальномѣръ Порро	555
222.	Рейка, употребляющаяся при дальномѣрахъ	555
223.	Теорія дальномѣра Рейхенбаха	556
224.	Теорія дальномѣра Эртеля	557
225.	Теорія дальномѣра Порро	559
226.	Опредѣленіе постоянныхъ величинъ k и c дальномѣра съ постояннымъ угломъ	562
227.	Заготовка *рейки* къ дальномѣру съ *постоянными нитями*	563
228.	Построеніе поперечнаго масштаба къ дальномѣрной рейкѣ и дальномѣру съ постоянными нитями	564
229.	Установка подвижныхъ дальномѣрныхъ нитей по рейкѣ	565
230.	Установка дальномѣра Порро	565
231.	Употребленіе дальномѣра	566
232.	Опредѣленіе горизонтальныхъ проложеній наклонныхъ разстояній дальномѣромъ съ постояннымъ угломъ	567
233.	О точности *опредѣленія* разстояній дальномѣромъ съ *постояннымъ* угломъ	569
234.	*Общія начала теоріи дальномѣровъ съ перемѣннымъ угломъ и постоянною рейкою, опредѣленіе* ими разстояній и превышеній двухъ данныхъ точекъ	570
235.	Опредѣленіе дальномѣромъ съ перемѣннымъ угломъ неприступныхъ разстояній	572
236.	О высотомѣрахъ	573
	Мѣсто нуля вертикальнаго круга и нахожденіе угла наклона линіи визированія	576
237.	Примѣненіе дальномѣра-высотомѣра къ вертикальной съемкѣ	579
238a.	*Порядокъ работъ при изображеніи* неровностей мѣстности посредствомъ высотомѣра-дальномѣра	579
	Опредѣленіе высоты сигнала (вѣхи)	582
238b.	Поправка за кривизну земли и рефракцію	583
238c.	Погрѣшность въ опредѣленіи h по формулѣ $h = D \cdot tg\alpha$	584
239.	Цѣль съемки тахеометромъ, ея особенность, преимущества и недостатки	586
240.	Тахеометры	587
	Тахеометръ Муано	588
241.	Повѣрка тахеометра Муано	589
242.	Установка тахеометра Муано	591
243.	Тахеометры Герляха и Брейтгаупта	594
244.	Производство тахеометрической съемки	597
245.	Кроки	600
246.	Порядокъ наблюденій инструментомъ	601
247.	Составленіе плана	603
	Вычисленіе азимутовъ	604
	Журналъ тахеометрической съемки	606
248.	Приспособленія для вычисленія превышеній точекъ мѣстности	605
	Таблица высотъ	608
	Масштабъ высотъ	608
	Линейка Вильда	610

§§ Стр.
249. Приближенный способъ вычисленія небольшихъ превышеній 618
Числовой примѣръ на тахеометрическую съемку 619
Порядокъ исполненія работы 623
Полевой кроки 624
Планъ тахеометрической съемки 625
250. Тахиметръ-автоматъ Вагнера 626
Теорія тахиметра Вагнера 628
251. Повѣрки тахеометра Вагнера 636
252а. Тахиметръ-автоматъ Пуллеръ-Брейтгаупта 639
Теорія этого инструмента 641
Повѣрка и установка тахиметра Пуллера-Брейтгаупта 642
Употребленіе тахиметра Пуллера-Брейтгаупта 644
252. Тахеометръ-автоматъ Гаммеръ-Феннеля и его теорія 646
Повѣрка инструмента 655
Микроскопы-оцѣнщики съ одной нитью 657
253. О нивеллиръ-тахиметрахъ 657
Виды нивеллиръ-тахиметровъ: 658
Нивеллиръ-тахиметръ Брейтгаупта. 658
Нивеллиръ-тахеометры Розенберга-Фоглера 661
Нивеллиръ-дальномѣръ Штампфера 663
Повѣрки нивеллира Штампфера 665
254. Теорія нивеллиръ-тахеометра 666
Разбивка на мѣстности линій даннаго уклона теодолитомъ и тахеометромъ . 668
*255. Точность результатовъ, даваемыхъ нивеллиръ-тахиметрами 669
256. Тахеометръ-автоматъ Санге 671
257. Теорія тахеометра Санге 673
258. Повѣрка тахеометра Санге 676
259. Нѣкоторыя практическія замѣчанія относительно употребленія тахеометра Санге. Дополнительные верньеры 678
260. Задачи, рѣшаемыя по плану съ горизонталями: опредѣленіе угла наклона, составленіе профиля, проведеніе проекта линіи, опредѣленіе площади бассейна 682
261. Составленіе плана въ горизонталяхъ по снятымъ продольному и поперечнымъ профилямъ 687

Детальныя разбивки закругленій.

262. Разбивка главныхъ точекъ и разстояніе между промежуточными точками . . 688
1) Способъ прямоугольныхъ координатъ 689
2) Способъ послѣдовательныхъ хордъ 691
3) Способъ отрѣзковъ на касательныхъ 694
4) Способъ послѣдовательной перемѣны начала координатъ 695
5) Способъ полярныхъ координатъ или способъ угловъ 695
6) Способъ вписаннаго многоугольника. 697
7) Способъ описаннаго многоугольника 697
263. Употребленіе таблицъ при разбивкѣ закругленій 698
Табличка инженера П. Альбрехта элементовъ кривыхъ, кратныхъ 25 саж. . 702
264. Переносъ пикетовъ на кривую. 703
265. Разбивка извилины 704
266. Разбивка переходныхъ кривыхъ 706

ГЛАВА V.

Мензульная съемка.

267. Предварительныя понятія 715

§§ Стр.
268. Устройство мензулы . . . 717
Мензула Военно-топографическаго Отдѣла Главнаго Штаба . . . 718
Мензула на треножникѣ (Герляха) . . . 720
269. Построеніе на мензулѣ горизонтальнаго проложенія угла и необходимыя принадлежности мензулы . . . 720
270. Повѣрки мензулы . . . 722
271. Описаніе принадлежностей мензулы и ихъ повѣрки . . . 722
Кипрегель Главнаго Штаба . . . 726

Основныя задачи, рѣшаемыя мензулою на мѣстности.

272. Оріентированіе мензулы, прямая и обратная засѣчки. I. Оріентированіе мензулы по буссоли . . . 735
Второй, болѣе точный способъ оріентированія планшета по данной линіи . . 735
II. Опредѣленіе точки *по* двумъ даннымъ . . . 737
273. Задача Потенота . . . 740
274 О возможномъ положеніи искомой точки относительно трехъ данныхъ . . . 741
275. Непоредственное и посредственное рѣшеніе задачи Потенота . . . 741
Способъ Боненбергера и Бесселя . . . 743
О положеніи вспомогательной точки въ способѣ Боненбергера и Бесселя . . 744
Пріемъ Бурбаха . . . 746
Способъ Грунерта . . . 747
Способъ Лемана . . . 748
Способъ Боненбергера . . . 751
276. Снарядъ Болотова . . . 752
277. Мензульная съемка, основанная на составленіи геометрической сѣти . . . 753
Выборъ точекъ сѣти . . . 754
Выборъ базиса и его длина . . . 755
Измѣреніе базиса. . . . 757
Нанесеніе пунктовъ сѣти на планшетъ. . . . 757
278. Съемка контуровъ мензулою . . . 761
279. Съемка мензулою на основаніи тригонометрической сѣти . . . 765
Мензульная съемка въ связи съ угломѣрной съемкой . . . 765
280. Нанесеніе горизонталей при мензульной съемкѣ. . . . 767
Числовой примѣръ вычисленія высотъ геометрической сѣти. . . . 769
281. Повѣрка мензульной съемки . . . 771
282. Достоинства и недостатки мензульной съемки . . . 773

ГЛАВА VI.

Быстрыя съемки небольшой точности.

Глазомѣрная съемка.

283. Цѣль глазомѣрной съемки . . . 773
284. Общій характеръ работъ . . . 774
Виды глазомѣрной съемки . . . 775
285. Основные пріемы глазомѣрной съемки . . . 775
286. Графическій способъ нанесенія на брульонъ направленій. Компасъ . . . 776
287. Ручныя буссоли Шмалькальдера и Бюрнье . . . 778
288. Нанесеніе на бумагу линій по измѣренному азимуту . . . 780
289. Масштабы шаговъ и времени . . . 780
Масштабъ шаговъ. Шагомѣръ . . . 780
Масштабъ времени . . . 782

§§ Стр.
290. Опредѣленіе разстояній по глазомѣру . . . 783
291. Дальномѣры, употребляющіеся при глазомѣрной съемкѣ . . . 783
292. Опредѣленіе разстояній по звуку . . . 787
293. Нанесеніе на планъ различныхъ предметовъ . . . 788
294. Съемка маршрута и участка . . . 788
295. Съемка неровностей безъ предварительнаго опредѣленія высотъ точекъ мѣстности. Бергштрихи и горизонтальки . . . 791
Зеркальный нивеллиръ Бюреля . . . 792
296. Примѣръ съемки маршрута . . . 795
297. Вычерчиваніе кроки и видъ оконченной глазомѣрной съемки . . . 797

Барометрическое нивеллированіе.

298. Цѣль барометрическаго нивеллированія, его основы и существенное отличіе отъ другихъ видовъ нивеллировки . . . 797
299. Приборы для барометрическаго нивеллированія . . . 800
300. Анероиды . . . 801
Анероидъ Ноде . . . 802
Анероидъ Гольдшмидта-Гёттингера . . . 804
Анероидъ Рейтца . . . 806
301. Переводъ показаній анероида на показанія ртутнаго барометра (поправки анероида) . . . 807
302. Гипсометрическая формула . . . 809
303. Опредѣленіе постоянной величины A гипсометрической формулы . . . 812
304. Введеніе поправки за температуру. Формула Бабине . . . 812
305. *Выводъ полной формулы барометрическаго нивеллированія . . . 814
306. *Вліяніе влажности воздуха . . . 817
307. Выводъ сокращенной формулы барометрическаго нивеллированія . . . 819
308. Числовые примѣры на употребленіе таблицъ . . . 822
Діаграммы Фоглера . . . 823
309. Способы барометрическаго нивеллированія . . . 826
Способъ соотвѣтствующихъ наблюденій . . . 827
Способъ абсолютныхъ наблюденій . . . 829
310. Гипсотермометры или термобарометры . . . 830
311. Точность барометрическаго нивеллированія . . . 832

Буссольная съемка.

312. Общее замѣчаніе . . . 833
313. Съемка буссолью . . . 837

Экерная съемка.

314. Простѣйшіе экеры и ихъ устройство . . . 838
315. Повѣрка простыхъ экеровъ . . . 839
316. Употребленіе простыхъ экеровъ . . . 840
317. Употребленіе невѣрнаго экера . . . 841
318. Отражательные экеры . . . 842
Однозеркальный экеръ . . . 842
Двузеркальный экеръ . . . 844
Трехзеркальный экеръ . . . 846
Однопризменный экеръ . . . 847
Двупризменный экеръ . . . 850
319. Сравненіе достоинствъ различныхъ экеровъ . . . 851
320. Средняя ошибка, даваемая экеромъ . . . 851
321. Значеніе экера при съемкахъ . . . 851
Задачи рѣшаемыя экеромъ . . . 852

§§ Отр.
Примѣненіе двузеркальнаго экера къ геометрическому нивеллированію . . . 853
322. Съемка экеромъ . . . 854
Съемка экеромъ селенія . . . 855
323. Краткая замѣтка о секстантѣ и объ измѣреніи имъ угловъ съ лодки . . . 856

ГЛАВА VII.

Тригонометрическая сѣть.

324. Основная идея тріангуляціи . . . 860
Градусныя измѣренія . . . 861
325. Значеніе тріангуляціи для съемокъ . . . 863
326. Видъ треугольниковъ сѣти . . . 865
Ошибка геометрической связи, форма треугольника . . . 866
Сравнительныя достоинства треугольниковъ сѣти . . . 869
Перечень работъ при составленіи тріангуляціи . . . 870
Рекогносцировка . . . 870
Тригонометрическіе знаки, закладка центровъ, отысканіе старыхъ . . . 873
Опредѣленіе основаній, базисныя сѣти . . . 878
327. Измѣреніе базиса . . . 886
Способъ Струве измѣренія базиса по бечевѣ . . . 887
Вычисленіе длины базиса . . . 891
Базисный приборъ Іедерина. Длина базиса . . . 894
*Компараторъ Іедерина . . . 899
Базисный приборъ В. Струве . . . 899
Компараторъ Струве . . . 903
Изслѣдованіе базиснаго прибора Струве . . . 905
Измѣреніе базиса прибором Струве . . . 908
Вычисленіе длины базиса, измѣреннаго приборомъ Струве . . . 909
Точность измѣренія линіи базиснымъ приборомъ Струве . . . 910
*Другіе базисные приборы . . . 910
*Необходимая точность измѣренія базиса . . . 911
328. Угломѣрные инструменты, ихъ изслѣдованіе и юстировка . . . 911
Шкаловый микроскопъ . . . 914
Микроскопъ-микрометръ . . . 915
Установка микроскопа . . . 916
Поправки шкалового микроскопа . . . 919
Поправка за run . . . 920
Повѣрки инструментовъ . . . 922
Ошибки черточекъ лимба . . . 923
Опредѣленіе элементовъ эксцентрицитета алидады и средней систематической ошибки діаметра . . . 926
*Изслѣдованіе ошибокъ дѣленій лимба . . . 930
329. Измѣреніе горизонтальныхъ и вертикальныхъ угловъ и направленій . . . 931
Способъ круговыхъ пріемовъ . . . 932
Журналъ наблюденій универсаломъ съ верньерами . . . 936
Журналъ наблюденій инструментомъ съ микроскопъ-микрометромъ . . . 938
Измѣреніе отдѣльныхъ угловъ способомъ повтореній . . . 938
Способъ Шрейбера . . . 940
Измѣреніе вертикальныхъ угловъ . . . 943
Геліотропъ Гаусса . . . 944
Геліотропъ Струве . . . 944
330. Центрировки и редукціи. Опредѣленіе элементовъ этихъ приведеній . . . 945
Графическое опредѣленіе элементовъ . . . 948

§§ Стр.
Аналитическое опредѣленіе элементовъ 948
331. Общее понятіе объ опредѣленіи азимута одной изъ сторонъ сѣти 953
332. Общія замѣчанія о вычисленіи тріангуляціи. Обработка журналовъ наблюденій и оцѣнка точности угловыхъ измѣреній 954
333. Предварительное вычисленіе сторонъ треугольниковъ и вычисленіе приведеній 970
334. Уравновѣшиваніе сѣти. Условныя уравненія и ихъ виды. 971
Условія фигуръ. 972
Условія станціи. 973
Условія полюсовъ. 974
Условія базисовъ. 975
Условія сторонъ 976
335. Число условныхъ уравненій 977
Подсчетъ числа независимыхъ условныхъ уравненій 979
Способъ Бесселя 980
Примѣръ на уравновѣшиваніе сѣти 982
336. Окончательное вычисленіе сѣти. Вычисленіе координатъ пунктовъ 989
337. Дополнительныя или уединенныя точки 989
Многократная засѣчка впередъ. 990
Схемы вычисленій . . . . . 995—996
Задача Патенота (аналитическое рѣшеніе) 999
Многократная засѣчка назадъ 1001
Схемы вычисленій . . . . . 1003—1004
Задача Ганзена. 1006
Схема вычисленій къ задачѣ Ганзена 1008
Графическій способъ уравновѣшиванія 1010
Фигура погрѣшности для засѣчки впередъ изъ разности сторонъ 1010
Фигура погрѣшностей изъ разности координатъ для засѣчки впередъ. . . . 1013
*Точный выборъ точки относительно фигуры погрѣшностей (способъ Берто). 1016
Вставка цѣпи треугольниковъ 1019
Числовой примѣръ 1023
338. Пользованіе тригонометрическою сѣтью для съемокъ 1026
Привязка къ пунктамъ тригонометрической сѣти 1027
Способъ промѣровъ. Передача координатъ съ вершины сигнала на землю . . 1027

Геодезическое или тригонометрическое нивеллированіе.

339. Восоты точекъ и средній уровень 1028
340. Тригонометрическое нивеллированіе 1029
341. Объ измѣреніи зенитныхъ разстояній, мѣсто зенита 1029
342. О вліяніи инструментальныхъ ошибокъ на измѣряемыя зенитныя разстоянія 1031
343. Основная формула 1033
a) Поправка отъ кривизны земли 1033
b) „ „ рефракціи 1035
344. Опредѣленіе коэффиціента k рефракціи 1037
345. Опредѣленіе разности уровней по одностороннимъ зенитнымъ разстояніямъ 1039
346. Опредѣленіе разности уровней по взаимнымъ зенитнымъ разстояніямъ . . . 1039
347. О нивеллированіи изъ средины 1041
348. Точность опредѣленія высотъ тригонометрическимъ нивеллированіемъ . . . 1042
349. Уравненіе высотъ 1043
350. Пониженіе горизонта 1045

ГЛАВА VIII.

О нивеллиръ-теодолитныхъ работахъ и о полигонометрическихъ сѣтяхъ.

351. Цѣль и значеніе нивеллиръ-теодолитныхъ работъ и полигонометрической сѣти, ихъ сходство и различіе 1047

А. Нивеллиръ-теодолитныя работы.

§§ Стр.

352. Нивеллиръ-теодолитъ . . . 1048
353. Порядокъ нивеллиръ-теодолитныхъ работъ . . . 1050
354. Точность нивеллиръ-теодолитныхъ работъ . . . 1054
355. Уравновѣшиваніе нивеллиръ-теодолитнаго ряда . . . 1055
356. Уравниваніе боковыхъ предметовъ . . . 1057

В. Полигонометрическая сѣть.

357. Основныя положенія . . . 1059
358. Форма разомкнутаго полигона . . . 1060
359. Обозначеніе полигонныхъ пунктовъ . . . 1063
360. Измѣреніе сторонъ. Сравненіе длины мѣрной ленты съ нормальной длиной 1065
Замѣчаніе относительно обхода мѣстныхъ препятствій . . . 1073
361. Измѣреніе угловъ. Средняя ошибка измѣренія угла полигона . . . 1074
Приспособленія для центрировки теодолита . . . 1078
362. Уравновѣшиваніе по способу наименьшихъ квадратовъ результатовъ вычисленія полигоннаго хода . . . 1079
1) Уравновѣшиваніе сомкнутаго хода . . . 1079
2) Уравновѣшиваніе разомкнутаго полигоннаго хода . . . 1084
363. Упрощенные пріемы уравновѣшиванія. Угловая и линейная невязки растянутаго полигоннаго хода . . . 1084
I. Пріемъ уравновѣшиванія ошибокъ буссольнаго хода . . . 1087
II. Пріемъ уравновѣшиванія ошибокъ теодолитнаго хода . . . 1088
III. Пріемъ уравновѣшиванія буссольнаго хода съ одной точкою перелома. . 1092
IV. Пріемъ уравновѣшиванія теодолитнаго хода, имѣющаго одну точку перелома . . . 1093
V. Особый пріемъ уравновѣшиванія полигоннаго хода . . . 1094
364. Узловыя точки полигонометрической сѣти . . . 1098
Числовой примѣръ . . . 1101
Случай двухъ узловыхъ точекъ . . . 1102
365. Съемка подробностей относительно проложенныхъ точекъ полигонометрической сѣти . . . 1104
366. Вычисленіе координатъ вспомогательныхъ точекъ полигонометрической сѣти и координатъ вершинъ участка, снятаго способомъ промѣровъ относительно сѣти съемочныхъ линій . . . 1105
367. Самостоятельная сѣть полигоновъ . . . 1106

ГЛАВА IX.

Проекціи картъ.

368. Предварительныя понятія. Глобусъ и картъ . . . 1112
Планъ и карта. Виды проекцій . . . 1112
Различные роды картъ . . . 1114
369. Свойства масштабовъ. Главныя направленія . . . 1115
Свойство масштабовъ конформныхъ (равноугольныхъ) проекцій . . . 1119
Свойство масштабовъ эквивалентныхъ (равновеликихъ) проекцій . . . 1120

Перспективныя проекціи.

370. Общее понятіе о перспективныхъ проекціяхъ . . . 1120
371. Проекція ортографическая . . . 1122
372. Проекція стереографическая . . . 1123
Свойство всѣхъ стереографическихъ проекцій . . . 1125

§§ Стр.
Построеніе горизонтной стереографической проекціи 1125
Преимущества и недостатки стереографической проекціи 1127
373. Общій методъ построенія всѣхъ вообще перспективныхъ проекцій 1127

Коническія проекціи.

374. Общее понятіе о коническихъ проекціяхъ 1128
I. Проекція на касательномъ конусѣ 1129
375. Простая коническая проекція 1130
376. Проекція Бонна 1132
377. Проекція Гаусса 1133
II. Проекція на сѣкущемъ конусѣ 1134

Цилиндрическія проекціи.

378. Общее понятіе о цилиндрическихъ проекціяхъ 1135
379. Простая цилиндрическая проекція 1137
380. Изоцилиндрическая проекція 1138
381. Проекція Меркатора 1138

382. Проекція Мольвейде (Бабине) 1140
383. Графическая сѣть трапецій и квадратовъ. Многогранная система Мюфлинга 1143
Построеніе рамокъ 1145
Нанесеніе точекъ тригонометрической сѣти 1146
384. Заполненіе картографической сѣти и перерисовка картъ и плановъ 1147
Перерисовка безъ измѣненія масштаба 1147
Перерисовка съ измѣненіемъ масштаба 1148
385. Приспособленія, употребляемыя для перерисовки плановъ въ данномъ линейномъ измѣненіи, при геометрическомъ способѣ 1150
386. Механическій пріемъ перерисовки плановъ и картъ. Пантографъ 1152
387. Теорія пантографа 1153
Употребленіе пантографа 1155
388. О выраженіи неровностей мѣстности штрихами на картахъ и планахъ . . . 1156
Шкала штриховъ Военно-топографическаго Отдѣла Главнаго Штаба 1157
389. Задачи о рельефѣ, рѣшаемыя по плану, вычерченному штрихами 1159
390. Важнѣйшія русскія топографическія карты 1164

ГЛАВА X.

Краткія свѣдѣнія объ изысканіяхъ путей сообщенія.

391. Раздѣленіе изысканій на два вида по роду пути 1166

А. Геодезическія изысканія для желѣзныхъ дорогъ.

392. Общее понятіе о желѣзнодорожныхъ изысканіяхъ и о причинахъ, ихъ вызывающихъ 1166
393. Общее направленіе дороги и конечная цѣль изысканій 1169
394. Техническія условія проведенія дороги 1169
395. Совокупность работъ, составляющихъ предметъ изысканій, и послѣдовательность ихъ выполненія 1173
396. Условія, которымъ должна удовлетворять проектная линія на картѣ 1174
397. Общее понятіе объ орографіи мѣстности и необходимость ознакомленія съ нею въ цѣляхъ проведенія линіи по картѣ 1175
398. Уменьшеніе расходовъ по сооруженію водопропусковъ 1176

§§ Стр.
399. Увеличеніе длины линіи на картѣ 1177
400. Назначеніе линіи на картѣ 1179
401. Варіанты и выборъ направленія 1180
402. Схематическій профиль по 3-хверстной картѣ 1182
403. Примѣръ проектированія линіи изысканій по трехверстной картѣ 1185
404. Рекогносцировка 1186
405. Предварительныя или летучія изысканія 1187
406. Детальная разработка линіи. А. Трасировка 1189
Б. Нивеллировка 1193
407. Дополнительныя изысканія 1195
*) Данныя для разсчета отверстій искусственныхъ сооруженій 1196
*) Опредѣленіе общей жесткости воды 1197
408. Проектированіе линіи по рабочему профилю 1199
Разсчетъ отверстій искусственныхъ сооруженій 1202
409. Составленіе проекта 1204
Документы проекта 1205

Б. Изслѣдованіе рѣкъ, какъ путей сообщенія.

410. Цѣль изслѣдованія рѣкъ и сопряженныя съ изслѣдованіемъ работы 1208
411. Размѣръ и время работъ, необходимыхъ для изслѣдованія рѣкъ 1209
412. Магистральная линія, ея значеніе, разбивка и измѣреніе 1209
413. Съемка мѣстности, расположенной по берегамъ рѣки 1211
414. Нивеллированіе 1212
415. Нивеллировка урѣзовъ воды 1212
416. Нивеллировка поперечныхъ профилей береговъ рѣки 1213
417. Поперечные профили разлива 1213
418. Производство промѣровъ глубинъ рѣкъ 1214
419. Реперы 1216
420. Водомѣрные посты 1217
421. Опредѣленіе расхода воды въ рѣкѣ и скорости ея теченія 1221
Гидрометрическій шестъ 1222
Гидрометрическія вертушки 1222
Описаніе устройства вертушки Вольтмана и опредѣленіе ея постоянныхъ. . 1223
Вертушка Амслера 1228
Вертушка Harlacher'a 1232
422. Наблюденія на гидрометрическихъ станціяхъ надъ скоростями теченія рѣки съ цѣлью опредѣленія расхода воды 1234
423. Изслѣдованіе перекатовъ 1239
424. О приведеніи всѣхъ полевыхъ работъ къ условной поверхности (условному горизонту) 1241

ГЛАВА XI.

Фотограмметрія (фототопографія).

425. Опредѣленіе и общее понятіе 1243
426. Геометрическія основанія фотограмметріи 1244
427. Построеніе плана мѣстности по двумъ фотографіямъ и опредѣленіе высотъ точекъ мѣстности 1245
428. Фототеодолиты системы Лосседа и Поллака 1248
Фототеодолитъ системы Лосседа 1249
Фототеодолитъ системы Поллака 1251
429. Опредѣленіе разстоянія r отъ глаза до картинной плоскости и отысканіе на ней главнаго пункта 1253

§§ Стр.
430. Приближенный способъ Легро для графическаго построенія r 1256
431*. Опредѣленіе фокуснаго разстоянія f объектива при помощи двухъ снимковъ . 1257
432. Повѣрка фототеодолита 1258
433. Производство полевой работы фототеодолитомъ 1260
А. Пріемъ составленія тригонометрической сѣти 1261
Б. Съемка маршрутовъ или способъ обхода 1263
434. Кабинетныя работы при составленіи плана и вспомогательные инструменты . 1266
*Масштабъ высотъ 1269
*Механическій опредѣлитель высотъ Тилле-Поганини 1270
435. О полученіи плана урѣза воды по одной фотографіи 1272
436. Точность фотограмметріи 1273

Стереофотограмметрія.

437. Предварительныя понятія 1276
438. Стереоскопическое видѣніе и стереоскопическое измѣреніе разстояній . . . 1279
Дальномѣръ Цейсса 1282
439. Стереоскопическое измѣреніе разстояній по фотографическимъ снимкамъ . . 1288
Стереокомпараторъ 1289
440. Построеніе плана 1293
Автостереографъ 1297
441. Точность построенія плана 1306
442. Примѣненіе стереофотограмметріи на практикѣ 1309
443. Фототеодолитъ Цейсса. Порядокъ полевой работы при стереофотограмметрической съемкѣ 1313
444. Стереофотограмметрическій методъ съемки. Область его примѣненія 1325

ГЛАВА XII.

Дополнительныя статьи.

Вычисленіе земляныхъ объемовъ.

445. Предварительныя понятія 1326
446. Объемъ призматоида 1327
Формула Симпсона 1330
Формула Винклера 1331
Формула Мурзо 1332
Универсальныя таблицы Мурзо 1334
Числовой примѣръ 1336
Таблицы Яцыни 1337

ГЛАВА XIII.

Приложеніе геодезіи къ вопросамъ по землеустройству.

Привязка точекъ окружныхъ границъ участка къ пунктамъ (тригонометрической и полигонометрической) сѣти и къ постояннымъ предметамъ мѣстности.

447. Предварительныя понятія 1339
448. Привязка граничныхъ линій къ точкамъ сѣти а) по задачѣ Потенота 1340
б) „ „ Ганзена 1340
и в) способомъ промѣровъ . . . 1340
449. Привязка къ постояннымъ предметамъ мѣстности 1341

Разысканіе и возобновленіе границъ участка.

§§		Стр
450.	Разысканіе точекъ границъ, привязанныхъ къ пунктамъ сѣти	1343
451.	О разысканіи пункта, привязаннаго къ постояннымъ предметамъ, по способу Марека.	1343
	Числовой примѣръ	1344
452.	Разысканіе границъ на мѣстности по межевымъ документамъ и возобновленіе межевыхъ признаковъ	1345
	Первый случай	1347
	Второй „	1349
	Третій „	1350
	Четвертый случай	1351

Выпрямленіе границъ участка.

453.	Примѣры на спрямленіе границъ	1352

Дѣленіе площадей фигуръ по заданнымъ условіямъ.

454.	Дѣленіе по абсолютнымъ качествамъ угодій	1356
	„ „ относительнымъ „ „	1359
	Вычисленіе и проектированіе площадей мелкихъ участковъ (отрубовъ)	1362
455.	Разбивка поля на десятины	1375

ГЛАВНѢЙШІЯ ОПЕЧАТКИ.

Стр.	*Строка.*	*Напечатано*	*Слѣдуетъ читать.*
24	4 св.	$\frac{AE.BC.DE}{AC.CD-BC.CE}$	$\frac{AE.BC.DE}{AC\,BD-BC\,AE}$
24	5 св.	$AC.CD > BC\,CE$	$AC.BD > BC.AE$
24	8 св.	$AC\,CD < BC.CF$	$AC.BD < BC.AE$
66	10 св.	III	III'
116	21 св.	$M''Z'$	$M'Z'$
128	11 сн.	L_oPq_1	Z_oPq_1
147	3 сн.	3	33
147	5 сн.	85	35
157	6 св.	$h_1 - i - y$	$h_1 - i' - y$
176	11 сн.	$xl - 2$	$x - l_2$
188	черт. 145	BMC — ломанная	BMC — прямая
209	15 св.	my_n	m^2y_n
211	11 св.	$\Delta x_1^2\delta^2.1$	$\Delta x_n^2\ \delta^2.1$
211	12 св.	$\Delta y_1^2\delta^2.1$	$\Delta y_n^2\ \delta^2.1$
288	черт. 210	пятиугольникъ $BCDE$	пятиугольникъ $ABCDE$
318	5 сн.	конпенсаціонный	компенсаціонный
350	22 св.	чемъ	чѣмъ
413	§	172	178
518	§	216	216bis
544	13 св.	см.	cm.
908	1 св.	измѣренію	измѣреніе
1071	черт.	166	661
1105	4 св.	примѣровъ	промѣровъ
1117	3 св.	$\frac{dy}{d\varphi}d\varphi + \frac{dy}{d\lambda}d\lambda$	$\frac{\partial y}{\partial \varphi}d\varphi + \frac{\partial y}{\partial \lambda}d\lambda$
1289	2 сн.	Нпкалая	Николая.

860—886—измѣнить нумерацію §§-въ, согласно оглавленія.

ВВЕДЕНІЕ.

§ 1. Предметъ геодезіи, его цѣль, значеніе и названіе. *Геодезія* относится къ числу прикладныхъ математическихъ наукъ и занимается измѣреніями на земной поверхности. Эти измѣренія имѣютъ цѣлью опредѣлить видъ и размѣры того участка земли, на которомъ они произведены, а иногда даютъ средства вычислить размѣры и опредѣлить видъ *всей земной поверхности*. Къ предмету геодезіи относится также изображеніе земной поверхности какъ по частямъ, такъ и въ цѣломъ.

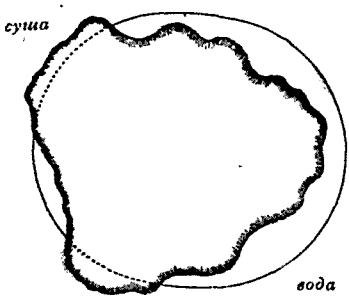
Въ жизни каждаго техника геодезія имѣетъ большое значеніе, ему невольно приходится на практикѣ сталкиваться съ рѣшеніемъ геодезическихъ задачъ. Дѣйствительно, какъ передъ составленіемъ проекта какого-либо сооруженія или зданія, такъ и при составленіи проекта раздѣла даннаго участка земли на нѣсколько частей — всегда является надобность ознакомиться съ размѣрами и характеромъ поверхности того участка мѣстности, на которомъ въ будущемъ долженъ осуществиться проектъ. Опредѣлить же размѣры и характеръ поверхности земного участка—значитъ измѣрить его, поэтому-то геодезію и называютъ иногда *практическою геометріею,* что вполнѣ согласно съ основной ея задачей объ измѣреніяхъ на земной поверхности. Слово „геометрія“ въ переводѣ съ греческаго означаетъ „землеизмѣреніе“. Практическая геометрія, по свидѣтельству историковъ, получила свое начало въ Египтѣ и возникла при встрѣтившейся надобности раздѣлить египетскую землю на равные участки. Искусство землераздѣленія было перенесено изъ Египта въ Грецію, гдѣ и получило названіе геодезіи. Слово „геодезія“ значитъ въ переводѣ на русскій языкъ „землераздѣленіе“. Названіе „геодезія“ (или „топографія“, что въ переводѣ означаетъ „землеизображеніе“ или „землеописаніе“), удержано и на русскомъ языкѣ для обозначенія практической геометріи.

Итакъ, геодезія имѣетъ своимъ предметомъ измѣренія. Измѣрить же значитъ найти отношеніе между неизвѣстной величиной и однородной съ нею, принятой за единицу. Отношеніе это, выраженное числомъ, называется *результатомъ измѣренія*, напр., результатъ измѣренія линіи будетъ ея длина [1]).

[1]) Практики вмѣсто „длина линіи“ говорятъ „мѣра линіи“.

Измѣреніе называется *непосредственнымъ*, когда результатъ его получается черезъ непосредственное сравненіе или наложеніе на измѣряемую величину единицы мѣры, и—*посредственнымъ*, когда результатъ получается помощью математической комбинаціи неизвѣстной величины съ другими извѣстными величинами; напр., опредѣленіе величины угла или стороны треугольника помощью трехъ данныхъ его элементовъ посредствомъ вычисленій, или при помощи построеній, будетъ посредственнымъ измѣреніемъ. Такъ какъ результатъ измѣренія можетъ выражаться числомъ несоизмѣримымъ, то на практикѣ приходится довольствоваться *приближеннымъ* результатомъ, содержащимъ *неизбѣжную* для практики и малоуловимую *погрѣшность*.

§ 2. Понятіе о видѣ и величинѣ земной поверхности, на которой производятся геодезическія дѣйствія. Первыя свѣдѣнія о фигурѣ земли мы получаемъ на урокахъ географіи, затѣмъ болѣе подробныя при изученіи космографіи. Исторія намъ отмѣчаетъ, что трудно установить, кто первый обратилъ вниманіе на *общую* кривизну земной поверхности, въ большей своей части состоящей изъ воды и лишь на $^1/_4$ покрытой сушей (черт. 1) [1]).



Черт. 1.

Эта кривизна, такъ легко наблюдаемая на уровнѣ моря по удаляющимся и приближающимся предметамъ, не могла долго оставаться незамѣченною. Обыкновенно принимаютъ, что Пиѳагоръ [2]) былъ первый, который въ этомъ убѣдился и отсюда заключилъ, что земля есть шаръ. Первый, давшій размѣры земного шара, былъ Эратосѳенъ (александріецъ); въ 230 году до Р. Х. онъ далъ длину $^1/_4$ земной окружности въ 50 тысячъ стадій [3]) или около $11^1/_2$ милліоновъ метровъ. Съ тѣхъ поръ фигуру земли продолжали считать за шаръ до конца XVI столѣтія.

Открытія конца XVI и начала XVII столѣтій, связанныя съ именами Коперника, Галилея, Гюйгенса, Ньютона, Тихо-де-Браге и др. не могли остаться безъ вліянія и на вопросъ о фигурѣ земли. Высказанное Ньютономъ предположеніе о томъ, что земля должна имѣть видъ эллипсоида вращенія или сфероида [4]), было подтверждено въ 1734—1741 годахъ двумя большими градусными измѣреніями дугъ земныхъ меридіановъ: Лапландскимъ у сѣвернаго полюса и Перуанскимъ у экватора [5]).

---

[1]) Въ 510 милліонахъ кв. километровъ всей земной поверхности заключается всего 136 милліоновъ кв. километровъ суши.

[2]) Есть также предположеніе, что Ѳилолай—ученикъ Пиѳагора.

[3]) Стадія равна почти 185 метрамъ.

[4]) Напоминающаго приплюснутый у полюсовъ шаръ.

[5]) См. историческій обзоръ градусныхъ измѣреній въ „Handbuch der Vermessungskunde" von Dr. W. Iordan, пер. А. Бикъ. Москва, 1881 г.

Чтобы дать нѣкоторое понятіе объ общей формѣ и размѣрахъ земного сфероида, возьмемъ (черт. 2) эллипсисъ $QPQ'P'$ съ большою осью $QQ' = 2a$ и малою $PP' = 2b$, и положимъ, что эллипсисъ вращается около малой оси PP', тогда получимъ тѣло вращенія, которое и назовемъ *сфероидомъ* въ отличіе отъ эллипсоида, могущаго получиться отъ вращенія эллипсиса около большой оси его QQ'. По вычисленіямъ Бесселя въ 1841 году оказалось

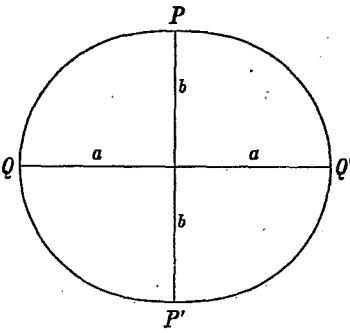
$$a = 6377397 \text{ mtr.}$$
$$b = 6356079 \text{ mtr.}$$

въ русскихъ мѣрахъ приблизительно:

$a = 2989000$ саж.
$b = 2979000$ саж.

разность ихъ:

$a - b = 10.000$ саж. $= 20$ верстъ, что примѣрно составитъ $\frac{1}{300}$ долю отъ большой полуоси a, т. е. даетъ $a - b = \frac{1}{300} a$



Черт. 2.

Отношеніе $\mu = \frac{a-b}{a} = \frac{1}{300}$ называется *сжатіемъ* (у полюсовъ земли).

Незначительность сжатія $\mu = 0{,}003$ *позволяетъ во многихъ случаяхъ принимать землю за шаръ.*

Шаръ, равновеликій земному сфероиду, имѣетъ радіусъ около 6000 верстъ, а именно круглымъ цѣлымъ числомъ — 5972 версты.

§ 3. Основныя точки, линіи, плоскости и углы земной поверхности и небеснаго свода. Ось вращенія PP' земного сфероида называютъ *осью земли,* концы ея P и P' *полюсами.* Эллипсы, плоскости которыхъ проходятъ черезъ ось земли, носятъ названіе *меридіановъ.* Окружности круговъ, образуемыхъ сѣченіями сфероида плоскостями, перпендикулярными къ оси вращенія сфероида, называютъ параллельными кругами или короче *параллелями.* Параллель круга, проходящаго черезъ центръ земли, т. е. равноотстоящая отъ обоихъ полюсовъ, называется *экваторомъ.* Одна девяностая доля длины четверти земного меридіана называется *градусомъ эллиптическимъ.*

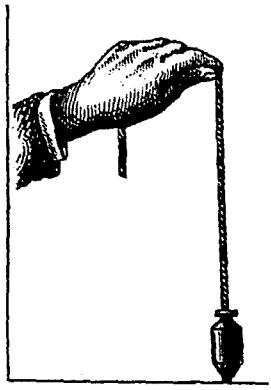
Линія, по направленію которой дѣйствуетъ сила тяжести, называется *отвѣсною* или *вертикальною* линіей. Направленіе этой линіи дается *отвѣсомъ* (черт. 3) послѣ укрѣпленія въ неподвижной точкѣ одного конца нити, имѣющей на другомъ (нижнемъ) своемъ концѣ — грузъ.

Плоскость, проходящая черезъ отвѣсную линію, называется *отвѣсною* или *вертикальною.* Плоскость, перпендикулярная къ отвѣсной линіи, носитъ названіе *горизонтальной* плоскости.

Упомянутый выше сфероидъ вращенія (черт. 2) есть та поверхность, которую имѣла бы земля, если бы она повсюду была покрыта водой (или

жидкостью), находящеюся въ равновѣсіи. Въ каждой своей точкѣ поверхность океана перпендикулярна къ отвѣсной линіи; ее считаютъ горизонтальною поверхностью, близко подходящею къ поверхности сфероида.

Геометрическою нормалью какой-либо точки земной поверхности называется линія, перпендикулярная къ касательной линіи меридіана, проходящей черезъ эту точку; эта прямая для сфероида вообще не проходитъ черезъ центръ земли.

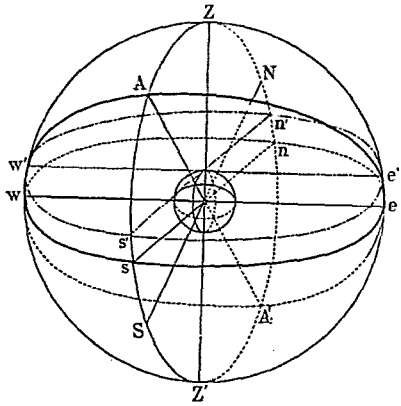


Черт. 3.

Географическою *широтою* точки земной поверхности называется уголъ $\varphi < 90^0$, составляемый нормалью съ плоскостью экватора.

Уголъ между меридіаномъ данной точки и меридіаномъ, условно принятымъ за первый, называется *долготою* λ этой точки.

Географическая широта φ и долгота λ опредѣляютъ положеніе данной точки на земной поверхности и называются *географическими координатами* данной точки.



Черт. 4.

Поверхность шара, описанную произвольно большимъ радіусомъ, на которую мысленно переносятъ всѣ небесныя свѣтила и происходящее видимое ихъ движеніе, называютъ небеснымъ сводомъ или *небесною сферою*. Продолженную земную ось принято называть *осью міра*, а точки N и S (черт. 4) пересѣченія ея съ небесною сферою — сѣвернымъ и южнымъ *полюсами міра*. Въ Европѣ виденъ сѣверный полюсъ, его мѣсто опредѣляется послѣднею свѣтлою звѣздою въ хвостѣ созвѣздія *малой медвѣдицы* (polaris, α ursae minoris), отъ которой онъ находится въ разстояніи $1^1/_4{}^0$. Большой кругъ, сливающійся съ плоскостью земного экватора, носитъ названіе *небеснаго экватора*.

Отвѣсная линія данной точки земной поверхности при своемъ продолженіи пересѣкаетъ небесный сводъ въ двухъ точкахъ Z и Z'. Первая изъ нихъ, приходящаяся надъ головой наблюдателя называется *зенитомъ* даннаго мѣста. Діаметрально противоположная ей точка Z' называется *надиромъ*. Плоскость большого круга *sine*, перпендикулярная къ отвѣсной линіи, называется *истиннымъ астрономическимъ горизонтомъ*. Она проходитъ черезъ центръ земли.

Плоскость круга $s'w'n'e'$, параллельная истинному горизонту и содержащая данную точку на земной поверхности, называется *видимымъ горизонтомъ*. Въ геодезіи подъ словомъ *истинный горизонтъ* понимаютъ нерѣдко продолженную поверхность уровня океана, проходящую черезъ данную точку.

Всѣ большіе круги небесной сферы, проходящіе черезъ зенитъ, принято называть *вертикальными* кругами или просто *вертикалами*. Вертикальная плоскость, раздѣляющая *суточный путь* всякой звѣзды на двѣ совершенно симметричныя части, называется *меридіаномъ*, линія пересѣченія ея съ горизонтомъ называется *меридіанною* или *полуденною* (потому что въ полдень вертикальный шестъ даетъ на горизонтальной плоскости тѣнь по ея направленію). Продолженная плоскость земного меридіана сливается на небесной сферѣ съ большимъ кругомъ $ZAS...$, который и есть *небесный меридіанъ*, проходящій черезъ зенитъ Z и полюсы N и S. Вертикалъ $ZeZ'w$, перпендикулярный къ меридіану, называется *первымъ вертикаломъ*.

Пересѣченіе истиннаго горизонта съ меридіаномъ опредѣляетъ точки сѣвера и юга (n, s), а съ первымъ вертикаломъ—точки запада и востока (w, e). Направленія линій сѣверъ-югъ и востокъ-западъ получаются также отъ пересѣченія видимаго горизонта съ плоскостями меридіана и перваго вертикала.

Уголъ между двумя вертикалами, разсматриваемый и измѣряемый въ плоскости горизонта, называютъ *горизонтальнымъ* угломъ. Уголъ между вертикаломъ и меридіаномъ называютъ *азимутомъ* этого вертикала. Азимуты считаются отъ сѣвера черезъ востокъ и югъ къ западу (или отъ юга черезъ западъ и сѣверъ къ востоку). Дуга Nn большого круга, равная AZ, географической широтѣ даннаго мѣста на земной поверхности, называется истинною высотою полюса. Дуга большого круга, дополняющая истинную высоту (надъ горизонтомъ) какого-либо свѣтила до 90^0, называется истиннымъ *зенитнымъ разстояніемъ* свѣтила.

Для цѣлей практики вполнѣ достаточны видимое зенитное разстояніе свѣтила ζ, а также видимая его высота h, дополняющія другъ друга до 90^0 ($\zeta = 90^0 - h$); они образуются: первое—отвѣсною линіею и направленіемъ на свѣтило и вторая — тѣмъ же направленіемъ съ плоскостью видимаго горизонта.

Истинное и видимое зенитныя разстоянія различаются другъ отъ друга на такъ называемый суточный *параллаксъ*, т. е. на тотъ уголъ, подъ которымъ виденъ радіусъ земли со свѣтила. Параллаксъ есть слѣдствіе несовпаденія мѣста наблюденія съ центромъ земли.

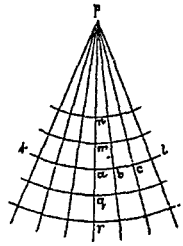
§ 4. Горизонтальное проложеніе. Хотя *въ общемъ* земную поверхность и можно считать за поверхность шара или сфероида, но отдѣльные участки на земной поверхности уклоняются отъ этой поверхности въ большей или меньшей степени, представляя собою цѣлую совокупность поверхностей, образующихъ горы, долины, рѣки и т. п.

Если бы понадобилось изобразить поверхность земного участка въ подобномъ и уменьшенномъ видѣ на плоскости, напр., на бумагѣ, то встрѣтилось бы затрудненіе, какъ вслѣдствіе общей (сферичности) кривизны земли, такъ и потому, что только коническія и цилиндрическія поверхности, притомъ каждая въ отдѣльности, а не въ любой ихъ комбинаціи, могутъ быть развернуты на плоскости. Такимъ образомъ, *вслѣдствіе общей кривизны и неровностей земной поверхности, нельзя на плоскости изобразить фигуру, находящуюся на мѣстности, въ подобномъ и уменьшенномъ видѣ.* Для изображенія ея на бумагѣ прибѣгаютъ къ слѣдующимъ искусственнымъ пріемамъ:

1) *Условимся изображенія на плоскости значительныхъ пространствъ земной поверхности, принимая во вниманіе сферическій видъ земли, называть картами.* На картѣ положеніе любой ея точки можетъ быть опредѣлено пересѣченіемъ меридіана съ параллелью, поэтому о полученіи картъ можно говорить какъ о полученіи изображенія на бумагѣ дугъ меридіановъ и параллелей; но такъ какъ земля имѣетъ шаровую поверхность, которая не можетъ быть развернута въ плоскость безъ складокъ или разрыва, то вслѣдствіе этого на картѣ невозможно представить различныхъ частей какого-нибудь обширнаго пространства совершенно такъ, какъ онѣ расположены на земной поверхности: на картѣ всегда будетъ замѣчаться нѣкоторое относительное *искаженіе*, которое можетъ отразиться въ большей или меньшей степени или на взаимныхъ *разстояніяхъ* между предметами, или на величинѣ *площадей*, или на *направленіи* линій (т. е. на углахъ). Поэтому при составленіи картъ, заранѣе имѣя въ виду сохранить (на картѣ) дѣйствительную величину того или другого изъ элементовъ, прибѣгаютъ къ особымъ построеніямъ, называемымъ *проекціями*. Проекція заключается въ построеніи *географической сѣтки* меридіановъ и параллелей или на основаніи правилъ перспективы, или на такихъ началахъ, при которыхъ карта удовлетворяла бы какому-нибудь одному условію, требуемому *спеціальною цѣлью* карты. Въ первомъ случаѣ построеніе называется перспективною проекціею, а во второмъ—проекціею произвольною или, лучше сказать, *условною*. Перспективнымъ изображеніемъ какой-нибудь части земной поверхности называется тотъ общій ея видъ, въ какомъ она представляется зрителю, обнимающему ее однимъ взглядомъ. Такъ, если вообразимъ, что глазъ зрителя находится въ произвольной, но опредѣленной точкѣ, изъ которой онъ можетъ видѣть всю часть изображаемой поверхности и что между глазомъ и разсматриваемою поверхностью помѣщена прозрачная *плоскость*, то *изображеніе, образуемое на этой послѣдней пересѣченіями съ нею лучей зрѣнія, направленныхъ на земные предметы, будетъ перспективное.*

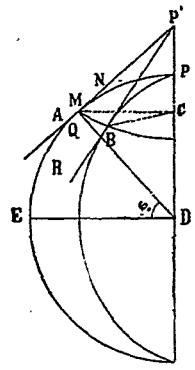
Простѣйшая изъ всѣхъ произвольныхъ проекцій, весьма часто употребляемая для географическихъ картъ, основана на развертываніи конуса. Она тѣмъ болѣе удобна, что для представленія на плоскости части сферы, всего естественнѣе принять сферическій поясъ, заключающійся между земными параллелями, за поверхность цилиндра или еще лучше усѣченнаго конуса, а потомъ вообразить этотъ конусъ разрѣзаннымъ по направ-

ленію его образующей и засимъ развернуть на бумагу. Тогда параллели изобразятся на разверткѣ въ видѣ концентрическихъ дугъ, описанныхъ изъ вершины усѣченнаго конуса, называемой *полюсомъ карты*, а меридіаны въ видѣ прямыхъ линій, проходящихъ черезъ эту точку (черт. 5а) [1]. Но такъ какъ допущеніе, что сферическій поясъ можетъ быть принятъ за часть конуса справедливо (съ небольшою погрѣшностью), въ томъ только случаѣ, когда ограничивающія его параллели удалены другъ отъ друга на небольшое разстояніе, то для примѣненія этого метода къ изображенію такой страны, которая имѣетъ значительное протяженіе по широтѣ, выбираютъ такой конусъ, который былъ бы *или касательнымъ* къ параллели, проходящей черезъ середину страны, (черт. 5б), *или пересѣкающимъ* изображаемую страну по направленію какихъ-либо двухъ параллелей.



Черт. 5а.

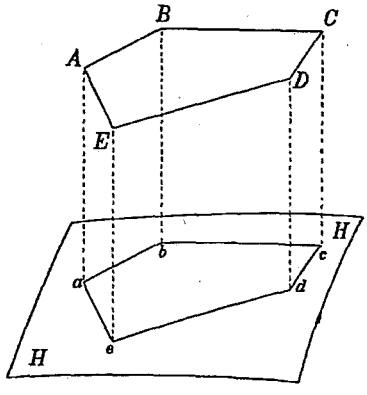
Положеніе оси конуса можетъ быть произвольнымъ, но обыкновенно принимаютъ, что ось конуса совпадаетъ съ осью вращенія земли, т. е. полюсъ карты берется на продолженіи земной оси.



Черт. 5б.

Такъ какъ на картѣ нельзя сохранить разстояній по всѣмъ направленіямъ, а возможно это сдѣлать лишь по нѣкоторымъ, то существенный признакъ для карты заключается въ томъ, что на картѣ принята во вниманіе сферичность земли, и что *карта есть изображеніе въ перемѣнномъ масштабѣ*, а не въ постоянномъ, т. е. на картѣ—вдоль одной или нѣсколькихъ линій (меридіановъ и параллелей) возможно сохранить постоянную величину для отношенія длины данной линіи на картѣ къ соотвѣтствующей ей длинѣ линіи на мѣстности; такой масштабъ принято называть *главнымъ*, въ отличіе отъ перемѣнныхъ масштабовъ, по всѣмъ прочимъ направленіямъ, называемымъ *частными* масштабами.

2) Вообразимъ себѣ подъ поверхностью земного участка *ABCDEA* (черт. 6), продолженную поверхность моря или вообще поверхность *HH* воды какого-либо водохранилища, находящейся въ равновѣсіи, иначе говоря, вообразимъ себѣ подъ нашимъ участкомъ *горизонтальную поверхность* и примемъ для простоты разсужденій границу участка прямолинейною, а землю—за шаръ. Затѣмъ изъ каждой точки контура [2] нашего участка *ABCDE* вообразимъ отвѣсныя линіи, пересѣкающія горизонтальную поверхность *HH* въ точкахъ *a*, *b*, *c*, *d*, *e* или, что то же самое,



Черт. 6.

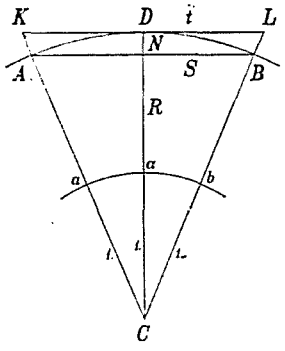
[1]) Когда полюсъ карты удаленъ въ безконечность—конусъ обращается въ цилиндръ

[2]) Контуромъ будемъ называть непрерывную линію, составляющую границу участка.

вообразимъ черезъ каждую прямую ломаннаго, не лежащаго на земной поверхности въ одной плоскости, контура $ABCDE$ отвѣсныя плоскости; эти отвѣсныя плоскости вырѣжутъ на горизонтальной сферической поверхности HH фигуру $abcdea$, которую принято называть *сферическимъ горизонтальнымъ проложеніемъ* контура мѣстности или *горизонтальною его проекціей*.

При незначительныхъ размѣрахъ участка на мѣстности горизонтальное его проложеніе будетъ имѣть незначительную кривизну. Въ тѣхъ случаяхъ, когда этою кривизною можно пренебречь и, слѣдовательно, принять горизонтальное проложеніе за плоское,—легко построить его на бумагѣ въ подобномъ и уменьшенномъ видѣ. Такое изображеніе проекціи участка мѣстности называется *планомъ* [1]).

§ 5. Случай, когда можно сферическое горизонтальное проложеніе считать за плоское. Пусть D (черт. 6а) середина горизонтальнаго сферическаго проложенія участка мѣстности и ADB есть дуга круга, получающаяся отъ сѣченія его отвѣсною плоскостью ACB въ точкѣ D. Для простоты разсужденій допустимъ, что сферическое горизонтальное проложеніе имѣетъ видъ сферическаго сегмента ADB, получающагося отъ вращенія дуги AB около оси DC, проходящей черезъ средину D дуги AB и центръ C земли. Пусть KDL — касательная линія къ дугѣ ADB, образующая при вращеніи касательный кругъ въ точкѣ D къ сферическому сегменту. Прямая AB— хорда, дающая при вращеніи также площадь круга. Установимъ теперь



Черт. 6а.

въ числахъ какова должна быть длина дуги AB для того, чтобы поверхность сегмента можно было *безъ чувствительной погрѣшности* принять за плоскость того или другого круга или, что то же самое, когда дугу AB можно принять за прямую. Очевидно, что этотъ вопросъ сводится къ опредѣленію въ числахъ разности 1) между поверхностью P сферическаго сегмента и площадью O круга, напримѣръ, радіуса NB, или 2) длиною касательной и дугою, или 3) длиною дуги и ея хордой. Обозначимъ радіусъ дуги черезъ R, такъ что: $CA = CD = CB = R$ и вообразимъ изъ C концентрическую дугу ab, описанную радіусомъ, равнымъ единицѣ; введемъ обозначенія:

дуга $AB = d$, касательная $KL = t$, хорда $AB = s$, дуга $ab = a$;
тогда согласно чертежа 6а можно написать:

$$\frac{d}{a} = \frac{R}{1} \quad \text{или} \quad a = \frac{d}{R}$$

$$DL = \frac{t}{2} = R.tg\frac{a}{2} \qquad \text{и} \qquad NB = \frac{s}{2} = R.Sin\frac{a}{2}.$$

[1]) Очевидно, что плоское горизонтальное изображеніе есть частный случай перспективной проекціи, когда глазъ наблюдателя находится въ безконечно большомъ разстояніи отъ земной поверхности и всѣ лучи зрѣнія параллельны между собою.

Поверхность P сферическаго сегмента со стрѣлкою

$$ND = h = DC - NC = R - R.cos\frac{a}{2} = 2R.Sin^2\frac{a}{4}$$

выразится такъ:

$$P = 2\pi R.h = 4\pi R^2 Sin^2\frac{a}{4},$$

а площадь O круга радіуса $AN = NB = r = R.Sin\frac{a}{2} = 2R.Sin\frac{a}{4}Cos\frac{a}{4}$

приметъ выраженіе

$$O = \pi r^2 = 4\pi R^2 Sin^2\frac{a}{4}Cos^2\frac{a}{4}.$$

Искомая разность будетъ

$$x = P - O = 4\pi R^2 Sin^2\frac{a}{4}\left(1 - cos^2\frac{a}{2}\right) = 4\pi R^2 Sin^4\frac{a}{4}.$$

Наложимъ на величину x условіе, что она не должна превышать, напр., 1 □ сажени, т. е.

$$4\pi R^2 Sin^4\frac{a}{4} \leqq 1\,\square \text{ саж.}$$

Тогда изъ этого условія найдемъ, что

$$Sin\frac{a}{4} \leqq \sqrt[4]{\frac{1}{4\pi R^2}} \leqq \sqrt{\frac{1}{2R\sqrt{\pi}}}.$$

Но $\sqrt{\pi} = 1{,}77245385$ и $log\sqrt{\pi} = 0.24857494$.

Приближенно при $R = 6000$ в. $= 3000000$ саж. получимъ.

$$Sin\frac{a}{4} \leqq \frac{1}{1000}\cdot\frac{1}{\sqrt{1{,}77\times 6}} \text{ или } Sin\frac{a}{4} \leqq \frac{1}{3260}.$$

Принявъ $Sin\frac{a}{4} = \frac{a'}{4}\cdot Sin\ 1' = \frac{a'}{4}\cdot\frac{1}{3438}$, найдемъ

$$\frac{a}{4} \leqq \frac{3438}{3260}, \text{ т. е. } a < 4'$$

Длина $1'$ при $R = 3000000$ саж. будетъ $\frac{2\pi.3000000}{360\times 60}$ саж. $= 875$ с., слѣдовательно $AB \leqq 6{,}6$ верст.

Относительная погрѣшность $\frac{x}{P}$, приходящаяся на единицу поверхности, будетъ $\frac{x}{P} = Sin^2\frac{a}{4}$, а для площади O круга — $\frac{x}{O} = tg^2\frac{a}{4}$.

Приравнивая $P = k^2$ и $O = l^2$, найдемъ дифференцированіемъ, что относительныя погрѣшности въ P и O принимаютъ видъ:

$$\frac{dP}{P} = 2\frac{dk}{k} \quad \text{и} \quad \frac{dO}{O} = 2\frac{dl}{l}.$$

Вслѣдствіе чего можно сказать, что относительныя погрѣшности въ линіяхъ будутъ вдвое меньше относительныхъ ошибокъ въ площадяхъ, т. е.

$$\frac{dk}{k} = \frac{1}{2} \cdot \frac{dP}{P} \text{ или } \frac{dl}{l} = \frac{1}{2} \cdot \frac{dO}{O}.$$

Пусть теперь намъ дано, что $\frac{dk}{k}$ или $\frac{dl}{l} = \frac{1}{n}$, напр., $\frac{1}{100000}$, тогда

$$Sin^2 \frac{a}{4} = \frac{x}{P} = \frac{dP}{P} \text{ и } tg^2 \frac{a}{4} = \frac{x}{O} = \frac{dO}{O}$$

приводятъ къ условію:

$$\frac{1}{100000} = \frac{1}{2} Sin^2 \frac{a}{4} \text{ или } \frac{1}{100000} = \frac{1}{2} tg^2 \frac{a}{4}.$$

Откуда

$$Sin \frac{a}{4} = \sqrt{\frac{1}{50000}} \text{ или } tg \frac{a}{4} = \sqrt{\frac{1}{50000}} = \frac{1}{212},$$

или, принимая

$$Sin \frac{a}{4} = tg \frac{a}{4} = \frac{a^0}{4} \cdot Sin\, 1^0 = \frac{a}{4} \cdot \frac{1}{57},$$

находимъ

$a^0 = \frac{4 \times 57}{212}$, т. е. около 1^0 или на земной поверхности дуга AB около 100 верстъ.

Отсюда видимъ, что *задаваясь величиною погрѣшности* x или $\frac{x}{P}$ (или что тоже самое $\frac{dk}{k}$ или $\frac{dl}{l}$), находимъ предѣльную величину длины дуги AB.

Изъ того же понятія о разности (или погрѣшности), которую можно допустить между касательною KL и длиною дуги AB, или длиной дуги AB и хордой AB, можно вывести длину дуги AB. Дѣйствительно, изъ плоской тригонометріи мы знаемъ, что при радіусѣ $R = 1$ разность y между дугою $\frac{a}{2}$ и $Sin \frac{a}{2}$ должна быть менѣе $\frac{1}{4}\left(\frac{a}{2}\right)^3$, т. е. $y = \frac{a}{2} - Sin \frac{a}{2} < \frac{1}{4}\left(\frac{a}{2}\right)^3$, гдѣ $a = \frac{d}{R}$. При радіусѣ R разность $z = arc AB - \Delta NB = R.a - 2R.Sin \frac{a}{2} =$

$= 2R\left(\frac{a}{2} - Sin \frac{a}{2}\right) = 2R.y$, т. е. $z < 2R. \frac{1}{4} \cdot \frac{d^3}{8R^3}$ или $z < \frac{1}{16} \cdot \frac{d^3}{R^2}$.

Откуда $\frac{z}{d} < \frac{1}{16} \frac{d^2}{R^2}$. Но такъ какъ $\frac{d}{R} = a$ и мы принимаемъ, что $\frac{1}{4} \frac{d}{R} = \frac{1}{4} a = Sin \frac{a}{4} = tg \frac{a}{4}$, то опять приходимъ къ заключенію, что от-

носительная линейная ошибка $\frac{z}{d} < Sin^2 \frac{a}{4}$ или $\frac{z}{d} < tg^2 \frac{a}{4}$.

Выраженіе $z < \frac{1}{16} \frac{d^3}{R^2}$ показываетъ, что ошибка z возрастаетъ прямо пропорціонально кубу разстоянія и даетъ, при $d = 100$ вер. $= 50000$ саж.

$$z < 1 \text{ саж. и } \frac{z}{d} < \frac{1}{50000}.$$

Обратно при z, напр., $= 0{,}01$ саж.[1]), получаемъ $d = 20$ вер. $= 10000$ саж.

$$\text{и } \frac{z}{d} < \frac{1}{1000000}.$$

Такимъ образомъ стремленіе сдѣлать z возможно меньшимъ приводитъ къ меньшей длинѣ d дуги AB, или иначе: вопросъ о томъ, — какое сферическое горизонтальное проложеніе можно засчитать за плоское, равносиленъ вопросу,—какую ошибку мы желаемъ допустить отъ замѣны длины дуги длиною хорды или отъ замѣны поверхности сегмента площадью круга.

Изъ высшаго анализа извѣстно, что $tg \frac{a}{2}$ и $Sin \frac{a}{2}$ можно разложить въ ряды по степенямъ дуги:

$$tg \frac{a}{2} = \frac{a}{2} + \frac{1}{3}\left(\frac{a}{2}\right)^3 + \frac{2}{15}\left(\frac{a}{2}\right)^5 + \ldots\ldots$$

$$Sin \frac{a}{2} = \frac{a}{2} - \frac{1}{6}\left(\frac{a}{2}\right)^3 + \frac{1}{2.3.4.5}\left(\frac{a}{2}\right)^5 - \ldots\ldots$$

и слѣдовательно тотъ же вопросъ о замѣнѣ дуги AB касательною или хордою можно рѣшить и такъ (см. черт. 6а).

Замѣнивъ $\frac{a}{2}$ черезъ $\frac{d}{2R}$, получимъ для разложенія тангенса:

$$DL = \frac{t}{2} = R\left[\frac{d}{2R} + \frac{1}{3}\left(\frac{d}{2R}\right)^3 + \frac{2}{15}\left(\frac{d}{2R}\right)^5 + \ldots\ldots\right]$$

или:

$$t = d + \frac{1}{3} \cdot \frac{d^3}{(2R)^2} + \frac{2}{15} \cdot \frac{d^5}{(2R)^4} + \ldots\ldots$$

такъ что:

$$t - d = \frac{1}{12} \cdot \frac{d^3}{R^2} + \frac{1}{120} \cdot \frac{d^5}{R^4} + \ldots\ldots$$

Такъ какъ $R = 6000$ верстамъ, то членъ

$$\frac{1}{120} \cdot \frac{d^5}{R^4}$$

---

[1]) $0{,}01$ саж. есть $\frac{1}{10}$ отъ наименьшаго дѣленія стальной ленты, т. е. той величины, которая оцѣнивается на глазъ при измѣреніи линіи стальной лентой.

даже при $d = 300$ верстамъ даетъ:

$$\frac{1}{120} \cdot \left(\frac{300}{6000}\right)^4 . 300 = \frac{1}{120} \cdot \left(\frac{1}{20}\right)^4 . 300 = \frac{1}{64000} \text{ вер.}$$

или въ саженяхъ

$$\frac{500}{64000} = \frac{1}{128} \text{ саж.},$$

т. е. менѣе 0,01 сажени—такой величины, включительно до которой измѣряются въ большинствѣ случаевъ линіи мѣстности. Пренебрегая поэтому третьимъ и всѣми слѣдующими за нимъ членами разложенія примемъ:

$$t - d = \frac{d^3}{12 R^2}.$$

Подобнымъ же образомъ установимъ, пользуясь разложеніемъ синуса въ рядъ, что

$$d - s = \frac{d^3}{24 R^2}.$$

Откуда, считая разности $t - d$ и $d - s$ данными, найдемъ, что

$$d = \sqrt[3]{12\,(t-d)\,R^2}$$

или

$$d = \sqrt[3]{24\,(d-s)\,R^2}.$$

Если разности $t - d$ или $d - s$ не должны превышать 0,01 саж., то при этомъ условіи длина дуги d получится, при $R = 3000000$ саж.,

$$d = 10227 \text{ саж.}$$

или круглымъ числомъ 20 верстъ. На этомъ основаніи *сферическое горизонтальное проложеніе принимаютъ за плоскость въ тѣхъ случаяхъ, когда наибольшее протяженіе участка не превышаетъ 20 верстъ; потому же и кратчайшее разстояніе между двумя точками на земной поверхности, длиною въ 20 верстъ, считаютъ за прямую.* Въ градусной мѣрѣ это соотвѣтствуетъ 12′.

Кругъ съ діаметромъ 20 верстъ (или радіусомъ въ 10 верстъ) даетъ площадь круглымъ числомъ въ 32000 десятинъ, считая 1 десятину въ 2400 кв. саженъ.

При измѣреніяхъ менѣе точныхъ предѣлъ для наибольшаго протяженія участка мѣстности, горизонтальное проложеніе котораго можно принять за плоскость, увеличивается до 100 верстъ, *исходя изъ того, что 1^0 большого круга соотвѣтствуетъ на землѣ 104,2 версты*; но, какъ замѣчено было нами выше, величина предѣла зависитъ отъ величины ошибки, которую мы рѣшаемся допустить при такой замѣнѣ.

§ 6. Построеніе плоскаго горизонтальнаго проложенія. Контуры земной поверхности проектируются на горизонтальную, а не на иную какую-либо поверхность, потому что общій видъ земли, какъ мы видѣли, близко под-

ходитъ къ горизонтальной поверхности и, слѣдовательно, въ площади участка при такомъ проектированіи произойдетъ наименьшее искаженіе (измѣненіе).

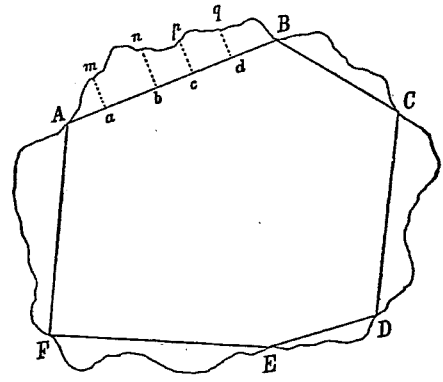
Изъ предыдущаго (см. § 4) легко было усмотрѣть, какимъ путемъ можно получить *плоское горизонтальное проложеніе участка мѣстности.* Дѣйствительно, для составленія его достаточно поверхность *HH* (черт. 6) считать за плоскость; тогда дуги *ab*, *bc*... будутъ прямыми линіями и *abcdea* будетъ плоскимъ горизонтальнымъ проложеніемъ участка *ABCDEA.*

Составными элементами горизонтальнаго проложенія контура участка мѣстности служатъ:

1) горизонтальныя проложенія длинъ линій мѣстности и

2) горизонтальныя проложенія угловъ поворотовъ линій[1]) на мѣстности.

Для построенія горизонтальнаго проложенія криволинейнаго контура *ABCDEFA* (черт. 7) мѣстности достаточно вписать (или описать) въ данный криволинейный контуръ прямолинейный многоугольникъ *ABCDEFA* и получить его горизонтальное проложеніе, а затѣмъ каждую изъ кривыхъ *AB*, *BC*..... *FA* разбить на такія части, которыя можно безъ чувствительной погрѣшности считать за прямыя линіи, какъ, напримѣръ, для кривой *AB* части: *Am*, *mn*, *np*, *pq*, и *qB*. При измѣреніи на мѣстности длины линіи *AB*. опускаютъ перпендикуляры *ma*, *nb*, *pc*, *qd* и опредѣляютъ горизонтальныя проложенія абсциссъ *Aa*, *Ab*...., *Ad*, *AB* и ординатъ *ma*, *nb*, *pc* и *qd*. Поступая подобнымъ же образомъ съ каждой изъ кривыхъ *BC*, *CD*..., *FA*, наносятъ на бумагу по абсциссамъ и ординатамъ отдѣльныя точки криволинейнаго контура, соединяя которыя непрерывною линіей *въ той же послѣдовательности, въ которой онѣ находятся на мѣстности,* получаютъ горизонтальное проложеніе криволинейнаго контура.

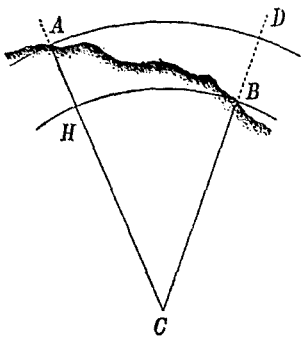


Черт. 7.

§ 7. Относительная высота точекъ земной поверхности или разность ихъ уровней. Одно горизонтальное проложеніе не даетъ *полнаго* понятія о взаимномъ расположеніи точекъ земной поверхности или, какъ говорятъ, о характерѣ мѣстности, на которой расположенъ обмѣряемый участокъ: изъ изображенія одного горизонтальнаго проложенія не видно еще—лежитъ ли участокъ въ лощинѣ или на горѣ, гдѣ самое высокое и гдѣ самое низкое мѣсто на поверхности участка, т. е. горизонтальное проложеніе хотя и *необходимо*, но *недостаточно* для полнаго опредѣленія относительнаго положенія точекъ земной поверхности. Поэтому, кромѣ горизонтальнаго проложенія необходимо еще знать, насколько одна точка мѣстности лежитъ выше или ниже сосѣднихъ съ нею,—другими словами, нужно знать относительныя высоты

[1]) Или иначе,—угловъ между линіями.

точекъ мѣстности. *Относительною высотою* двухъ точекъ мѣстности будемъ называть превышеніе или пониженіе одной изъ нихъ надъ горизонтальной поверхностью, проходящей черезъ другую точку. Если A и B (черт. 8) двѣ точки земной поверхности, то разстояніе $AH = DB$, считаемое по вертикальной линіи и заключающееся между двумя горизонтальными поверхностями, мысленно проведенными черезъ каждую изъ двухъ данныхъ точекъ, принято называть относительною высотою точки A надъ точкой B или *разностью ихъ уровней*. Наибольшія высоты надъ уровнемъ океана и наибольшія глубины дна океана надъ его поверхностью (см. черт. 1) достигаютъ почти $\frac{1}{600}$ доли радіуса, т. е. около 10 верстъ.



Черт. 8.

Если AD и BH считать за плоскости, то треугольникъ AHB даетъ:

1) $HB = AB\ Cos\ ABH$ и
2) $AH = HB\ tng\ ABH$,

т. е. даетъ: 1) проекцію разстоянія AB на горизонтальную плоскость или *заложеніе* HB линіи AB и 2) проекцію того же разстоянія AB на вертикальную плоскость, или *относительную высоту* AH точки A надъ B, по горизонтальному проложенію HB длины AB и *углу наклоненія* ABH линіи AB къ горизонтальной плоскости.

Такимъ образомъ *полное взаимное положеніе двухъ точекъ* A *и* B *земной поверхности* опредѣляется, когда возьмемъ 1) проекцію разстоянія AB на горизонтальную плоскость или заложеніе HB линіи AB и 2) проекцію того же разстоянія AB на вертикальную плоскость или относительную высоту (превышеніе) HA точки A надъ точкою B.

Посмотримъ, когда возможна замѣна дуги HB касательною въ точкѣ B къ кривой BH.

Замѣна кривой HB касательной въ точкѣ B на чертежѣ 8-мъ равносильна замѣнѣ дуги DB на чертежѣ 6а касательной DL. Но такая замѣна, какъ это видно изъ § 5 и чертежа 6а, влечетъ за собой замѣну вертикальной BC черезъ LC, т. е. къ ошибкѣ $v = LB = LC - BC$. Ошибка эта найдется, если къ касательной $DL = \frac{t}{2}$ примѣнимъ теорему о средней пропорціональной величинѣ, т. е. напишемъ ($2CB + BL$ = сѣкущая)

$$\frac{2CB + BL}{DL} = \frac{DL}{BL} \text{ или } (2R + v).\ v = DL^2.$$

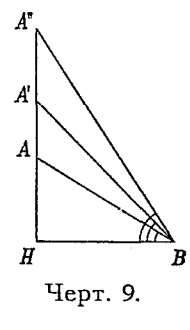
Откуда $v = \frac{DL^2}{2R + v}$ или $v = \frac{DL^2}{2R\left(1 + \frac{v}{2R}\right)}$. Приближенно, отбрасы-

вая въ скобкахъ членъ $\frac{v}{2R}$ по его незначительности, получимъ $v = \frac{DL^2}{2R}$ т. е. ошибка будетъ прямо пропорціональна *квадрату* разстоянія d, такъ какъ $t = d + \frac{d^3}{12R^2} = d\left(1 + \frac{d^2}{12R^2}\right)$ или приближенно $t = d$. Изъ выраженія $v = \frac{DL^2}{2R}$ слѣдуетъ, что $DL = \sqrt{2R.v}$. Если $v = 0{,}001$ саж.,[1]) то $DL = 75$ саж.

Погрѣшность v можно найти и иначе: $v = LC - BC$; но $DC = LC.\cos\frac{a}{2}$, поэтому $v = \frac{R}{\cos\frac{a}{2}} - R = R\left(\frac{1}{\cos\frac{a}{2}} - 1\right)$; изъ анализа извѣстно, что $\cos\frac{a}{2} = 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \ldots$, вслѣдствіе чего $\frac{1}{Cos\frac{a}{2}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}\left(\frac{a}{2}\right)^2} =$ $= \left[1 - \frac{a}{2}\left(\frac{a}{2}\right)^2\right]^{-1}$. Разлагая по биному Ньютона, получаемъ $\frac{1}{Cos\frac{a}{2}} =$ $= 1 + \frac{1}{2}\frac{a^2}{4}$. Вставляя это значеніе въ выраженіе v, находимъ $v = R.\frac{1}{2}\frac{d^2}{4R^2}$ или $v = \frac{\frac{d^2}{4}}{2R}$, т. е. $v = \frac{DL^2}{2R}$.

Такимъ образомъ при вертикальной проекціи еще скорѣе и замѣтнѣе для насъ сказывается ошибка отъ замѣны дуги величиною касательной къ ней.

Такъ какъ разныя по длинѣ линіи AB, $A'B$, $A''B$... мѣстности (черт. 9) съ разными соотвѣтствующими имъ углами наклоненія могутъ имѣть одно и то же заложеніе HB, — то это еще болѣе убѣждаетъ насъ въ недостаточности одного горизонтальнаго проложенія для полнаго представленія объ изслѣдуемомъ нами (измѣряемомъ) участкѣ земной поверхности.



Черт. 9.

§ 8. Элементы измѣренія на земной поверхности. Изъ предыдущаго видимъ, что для *полнаго представленія* о размѣрахъ участка мѣстности и характерѣ его поверхности нужно умѣть находить въ полѣ: 1) длины линій, 2) величину угловъ наклоненія линій мѣстности къ горизонтальной плоскости, 3) горизонтальныя проложенія угловъ поворотовъ линій данной мѣстности и 4) относительныя высоты одной точки надъ другой.

§ 9. Съемка и ея виды. Совокупность полевыхъ дѣйствій, которыя нужно произвести, чтобы получить полное представленіе объ относительномъ положеніи точекъ (а слѣдовательно и линій) мѣстности, называется *съемкой этой мѣстности.*

---

[1]) 0,001 саж. величина, оцѣниваемая на глазъ при отсчетахъ на рейкѣ во время вертикальной съёмки (нивеллированія).

Съемку раздѣляютъ на два вида: *горизонтальную*, если опредѣляется относительное положеніе точекъ земной поверхности по ихъ проекціямъ въ горизонтальной плоскости и *вертикальную*, если положеніе точекъ мѣстности опредѣляется по ихъ проекціямъ въ вертикальной плоскости. Очевидно, что полное представленіе о мѣстности требуетъ одновременно какъ горизонтальной съемки, такъ и вертикальной. Поэтому нельзя ограничиваться изученіемъ одной изъ нихъ.

Съемки, смотря по цѣли, съ которою онѣ предприняты, носятъ названія кадастровыхъ, военныхъ, лѣсныхъ и т. п. Главною задачею кадастровыхъ съемокъ служитъ опредѣленіе площадей и границъ контуровъ, имѣющихъ значеніе для распредѣленія поземельнаго налога; военныя съемки стремятся выразить характеръ поверхности или рельефъ мѣстности и называются также топографическими; онѣ отмѣчаютъ также съ большою заботою взаимное расположеніе предметовъ, имѣющихъ значеніе въ стратегическомъ отношеніи, каковы дороги, селенія, рѣки, мосты, переправы, болота, пески и т. п.; лѣсная съемка производится съ цѣлью опредѣленія границъ лѣса, густоты его насажденія, указанія породъ и возраста деревьевъ и т. п. Съемка совершается при помощи особыхъ приборовъ— такъ называемыхъ *полевыхъ* геодезическихъ инструментовъ.

§ 10. Раздѣленіе геодезіи. Та часть геодезіи, которая занимается измѣреніемъ частей земной поверхности и изображеніемъ ихъ проложеній, принимая ихъ за плоскія, называется *низшей геодезіей* или практической геометріей. Другая же часть геодезіи, содержащая въ себѣ указанія на пріемы измѣренія и изображенія большихъ частей земной поверхности, для проложеній которыхъ принимается во вниманіе *общая кривизна земли*, а также излагающая пріемы изслѣдованія общаго вида и величины земли, называется *высшей геодезіей*.

§ 11. Планъ, карта и профиль. Изображеніе горизонтальнаго проложенія участка мѣстности на бумагѣ въ уменьшенномъ и подобномъ видѣ называютъ *планомъ*, когда горизонтальное проложеніе принято за плоскость. Если же принята во вниманіе сферичность горизонтальнаго проложенія, то изобразить такое горизонтальное проложеніе въ подобномъ и уменьшенномъ видѣ на бумагѣ, какъ уже раньше было сказано, нельзя, и необходимо прибѣгнуть къ искусственнымъ пріемамъ изображенія. Пріемы эти должны удовлетворять *заранѣе выраженнымъ желаніямъ* или условіямъ, которыя имѣется въ виду предъявить къ изображеніямъ сферическаго проложенія. Такъ, напр., можно потребовать: 1) чтобы въ изображеніи сохранилось поверхностное содержаніе горизонтальнаго проложенія участка, и 2) чтобы углы между дугами сферическаго проложенія имѣли бы ту же самую величину и на бумагѣ, не заботясь при этомъ о поверхностномъ содержаніи и т. п. Такія изображенія на плоскости сферическаго горизонтальнаго проложенія участка мѣстности, при которомъ принята во вниманіе общая кривизна земли, называются *картами*.

Планъ можно считать результатомъ съемокъ, излагаемыхъ въ низшей геодезіи. Цѣль его составленія—дать заочно возможно полное представленіе о мѣстности, не видя ея въ натурѣ.

Разрѣзъ земной поверхности вертикальною плоскостью называется *профилемъ*. По профилю можно судить о глубинѣ долинъ и высотѣ горъ [1]).

Планъ, на которомъ показаны относительныя высоты точекъ мѣстности, называется *нивеллирнымъ* планомъ.

Планы, получающіеся какъ результаты спеціальныхъ съемокъ, носятъ различныя названія, смотря по цѣли съемки; такъ: планы бываютъ *межевые*, на которыхъ обозначены границы владѣній, *гидрографическіе*, на которыхъ особенно точно обозначены берега водъ, ихъ глубина, быстрота теченія, острова, мели, водяныя сооруженія и тому подобное.

§ 12. Накладка плановъ. Инструменты и ихъ раздѣленіе. Изображеніе на бумагѣ плоскаго горизонтальнаго проложенія участка мѣстности въ подобномъ и уменьшенномъ видѣ достигается рядомъ отдѣльныхъ дѣйствій, касающихся изображенія проекцій линій, а также и проекцій угловъ; совокупность этихъ дѣйствій носитъ названіе *накладки плановъ*. Накладка плановъ совершается помощью такъ называемыхъ чертежныхъ инструментовъ. Поэтому всѣ инструменты, употребляющіеся въ геодезіи, принято дѣлить на двѣ группы—*полевые* и *чертежные*.

Всѣ инструменты, сообразно съ ихъ назначеніемъ, имѣютъ особое устройство. Техникъ помимо знанія устройства инструмента долженъ умѣть произвести *повѣрку инструмента*, т. е. сдѣлать рядъ пріемовъ, убѣждающихъ его какъ въ томъ, что условія, вытекающія изъ назначенія инструмента, приняты механикомъ во вниманіе при его изготовленіи, такъ и въ томъ, что отдѣльныя его части могутъ быть поставлены самимъ техникомъ *передъ употребленіемъ инструмента* въ надлежащее соотвѣтствіе.

Инструментовѣдѣніе составляетъ одну изъ наиболѣе трудныхъ для усвоенія частей геодезіи. Поэтому въ послѣдующемъ устройство и повѣрки инструментовъ будутъ излагаться постепенно, въ тѣхъ же главахъ, въ которыхъ указаны будутъ пріемы съемокъ.

§ 13. Единицы мѣры линій, площадей и угловъ. Для измѣренія линій, угловъ, площадей и объемовъ при геодезической практикѣ общепринятъ слѣдующія *единицы мѣры*. Основною линейною единицею мѣры въ Россіи служитъ сажень. Сажень принято дѣлить на десятыя, сотыя и иногда тысячныя ея доли. Большія протяженія измѣряютъ верстами — по 500 саженъ и милями по 7 верстъ. За единицу площади, т. е. квадратной поземельной мѣры, принята *десятина* въ 2400 квадратныхъ саженъ. За единицу

[1]) Результаты съемокъ, какъ результаты измѣреній, могутъ быть выражены одними числами, какъ это, напр., принято въ географіи и статистикѣ, а также и планами или картами, составленными на основаніи числовыхъ данныхъ. Для наглядности планы и карты отдѣлываются *условными знаками* въ туши и въ краскахъ.

объемовъ принимаютъ 1 кубическую сажень. (Въ практикѣ говорятъ: „объемъ имѣетъ, напр., 10 кубовъ", т. е. 10 кубическихъ саженей).

Угловою единицею служитъ *прямой уголъ*, но чаще за единицу считаютъ $\frac{1}{90}$ долю прямого угла, называемую градусомъ. Углы обозначаются дугами окружностей, описанныхъ изъ вершины угла произвольнымъ радіусомъ.

Окружность дѣлятъ на 360 частей или градусовъ, градусъ — на 60 минутъ, минуту—на 60 секундъ.

Въ Европѣ общепринятою основною линейною мѣрою служитъ метръ (1 метръ = 0,4687 саж.).

Такъ какъ метръ немного менѣе полусажени, то 1 сажень = 2,1336 метра, а верста = 1066,80 метра.

Для измѣренія большихъ разстояній, напримѣръ, между селеніями и городами за единицу считаютъ 1000 метровъ или *километръ*. Километръ = около 0,9 версты. Соотвѣтственно десятичной метрической системѣ существуетъ дѣленіе прямого угла на 100 градъ. Градъ дѣлятъ на 100 минутъ и минуту на 100 секундъ.

Поземельной мѣрой служитъ *аръ* или квадратъ со стороною въ 10 метровъ. Сто аровъ называютъ *гектаромъ*.

Длина окружности C при радіусѣ R выражается такъ:

$$C = 2\pi R, \text{ гдѣ } \pi = 3{,}14159265.$$

При радіусѣ, равномъ единицѣ, длина l одного дугового градуса будетъ:

$$arc\ 1^0 = l = \frac{C_{R=1}}{360} = \frac{2\pi}{360} = \frac{\pi}{180} = \frac{1}{57{,}3}$$

Отсюда $1 = 57{,}3.l$, т. е. радіусъ, принятый за единицу, считаютъ въ 57 дуговыхъ градусовъ.

Длина дуги въ 1 минуту будетъ:

$$arc\ 1' = \frac{\pi}{180 \times 60} = \frac{1}{3437{,}75} = 0{,}0003,$$

а длина одной секунды

$$arc\ 1'' = \frac{\pi}{180 \times 60 \times 60} = \frac{1}{206264{,}8}.$$

На основаніи того, что отношеніе $\frac{arc\ x}{Sin\ x} = 1$ при x, стремящемся къ нулю, можно получить:

$$Sin\ 1' = \frac{1}{3437{,}75}\left(\text{ приближенно } \frac{1}{3438}\right) = 0{,}0003$$

и

$$Sin\ 1'' = \frac{1}{206264{,}8}\left(\text{ приближенно } \frac{1}{206265}\right).$$

Изъ вышеприведеннаго видимъ, что

$$\frac{180 \times 60'}{\pi} = 3438' = \frac{1}{Sin\ 1'},$$

$$\frac{180 \times 60 \times 60}{\pi} = 206265'' = \frac{1}{Sin\ 1''}.$$

Съ помощью постояннаго $\rho = \frac{1}{Sin\ 1''}$ дѣлается переходъ отъ линейной мѣры дуги къ градусной.

Если l линейнымъ единицамъ дуги соотвѣтствуетъ K'', то существуетъ пропорція:

$$\frac{l}{K} = \frac{\pi R}{180 \times 60 \times 60}.$$

Откуда $K'' = \frac{l}{R} \times \frac{180 \times 60 \times 60}{\pi}$ или $K'' = \frac{l}{R} \times \rho''$.

Обратно $l = R \times \frac{K''}{\rho''}$.

Изъ нея же слѣдуетъ, что при $R = 1$.

$$\frac{K}{l} = \rho'' = \frac{1}{Sin\ 1''}, \text{ или } K = l \,.\, \rho'' \text{ и } l = K \,.\, Sin\ 1'',$$

а слѣдовательно, *для перехода отъ линейной мѣры дуги къ градусной — достаточно линейную мѣру умножить на постоянное* ρ (*или раздѣлить на* $Sin\ 1''$).

1) Пусть при радіусѣ $R = 1$ саж. длина дуги $l = 1{,}75$ саж., тогда та же дуга въ градусахъ будетъ:

$$K = 1{,}75 \times \rho = 1{,}75 \times 206265'' = \frac{1{,}75}{Sin\ 1''} = 360957'' = 6016' = 100{,}26^0.$$

2) Опредѣлить длину 1^0 на земной сферѣ: $l = 6000 \cdot \frac{1}{57{,}3} = 104{,}2$ вер.

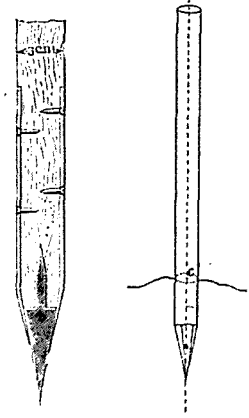
ГЛАВА I.

Обозначеніе точекъ на земной поверхности и измѣреніе линій на мѣстности.

§ 14. Вѣхи. Точки на земной поверхности принято обозначать *вѣхами* [1]), т. е. деревянными жердями круглой или многогранной формы для того, чтобы онѣ были видны одна изъ другой даже при значительномъ разстояніи между ними.

Размѣры вѣхъ зависятъ отъ разстояній между точками. Обычные размѣры переносныхъ ручныхъ вѣхъ отъ 1 до 2 саженъ въ длину и около 1 дюйма въ діаметрѣ. Вѣхи красятся обыкновенно въ два цвѣта попеременно или въ бѣлый и красный, или въ бѣлый и черный, или въ бѣлый и синій. Длину каждаго промежутка дѣлаютъ равной = 0,1 саж. [2]).

Вѣха втыкается въ землю отвѣсно заостреннымъ концомъ, обдѣланнымъ желѣзнымъ наконечникомъ-*башмакомъ* (черт. 10). За точку, которую обозначаетъ вѣха, считаютъ центръ *c* (черт. 11) круга (или многоугольника), получающагося отъ пересѣченія боковой цилиндрической (или призматической) поверхности вѣхи съ земною поверхностью. При большихъ разстояніяхъ вѣхи замѣняются искусственными сигналами или пирамидами, если на мѣстности не встрѣчаются естественные сигналы, т. е. высокіе предметы, какъ, напримѣръ, колокольня (за точку считаютъ проекцію яблока подъ крестомъ) отдѣльно стоящее дерево, флаги и шпицы зданій и т. п.



Черт. 10. Черт. 11.

§ 15. Вѣшеніе линій. Направленіе прямой линіи на мѣстности вполнѣ опредѣлится двумя вѣхами, поставленными въ ея концахъ. Если же линія будетъ болѣе 50 саженъ, то при ея непосредственномъ измѣреніи трудно удержать мѣрительный приборъ (брусъ или мѣрительную

---

[1]) Или *желонками*.

[2]) Иногда вѣхи снабжаются небольшими флагами, помѣщаемыми наверху вѣхъ; вмѣсто флага прибиваютъ дощечки, пучёкъ соломы или хвороста.

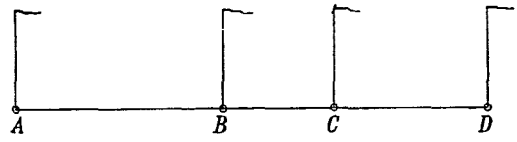
ленту) въ точности по направленію прямой, а потому, приходится на данной прямой ставить не двѣ, а большее число вѣхъ. Очевидно, что всѣ поставленныя вѣхи должны находиться въ одной отвѣсной плоскости, проходящей черезъ данную прямую.

Поставить на мѣстности рядъ вѣхъ такъ, чтобы онѣ находились въ одной отвѣсной плоскости, проходящей черезъ данную линію, значитъ провѣшить данную линію.

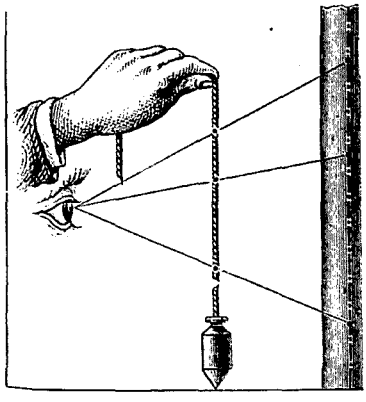
Самое дѣйствіе постановки вѣхъ въ одну отвѣсную плоскость принято называть *вѣшеніемъ линіи мѣстности.*

§ 16. Простѣйшіе 2 случая вѣшенія линій. Надобность въ вѣшеніи линій можетъ случиться преимущественно при ея измѣреніи. Чаще всего приходится 1) по двумъ даннымъ точкамъ продолжить прямую и 2) между двумя данными точками вставить рядъ точекъ, принадлежащихъ прямой.

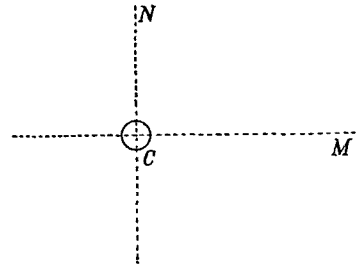
Въ первомъ случаѣ даются двѣ вѣхи A и B (черт. 12). Съемщикъ заходитъ за вѣху B и въ разстояніи шаговъ 90 или около 100 (т. е. около 30 саженей) отъ нея ставитъ вѣху C. При этомъ повернувшись лицомъ къ вѣхамъ A и B, онъ втыкаетъ вѣху C въ землю отвѣсно такъ, чтобы ему при втыканіи казалось, что вѣха C закрываетъ вѣху B, а вѣха B — вѣху A. Достигнуть этого *не* всегда удается сразу, а потому передъ постановкой вѣхи C съемщику приходится подвигаться вправо или влѣво до тѣхъ поръ, пока онъ убѣдится, что вѣха B закрываетъ вѣху A, — послѣ этого уже втыкается вѣха C. Отойдя отъ C шаговъ на 10, въ M (черт. 14),



Черт. 12.



Черт. 13.



Черт. 14.

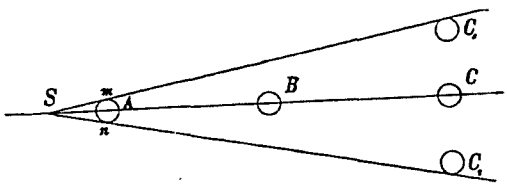
смотрятъ, стоитъ ли вѣха C отвѣсно. Для этого держатъ передъ глазомъ шнуръ съ отвѣсомъ и сличаютъ направленіе вѣхи C съ направленіемъ шнура (черт. 13). Убѣдившись въ этомъ, заходятъ сбоку въ точку N и поправляютъ вѣху, чтобы она стояла отвѣсно и въ плоскости NC. Съемщику, стоящему въ M, должно казаться, что вѣха C за-

крываетъ B, а B покрываетъ A послѣ того, какъ вѣха C установлена по отвѣсу въ плоскостяхъ CN и CB.

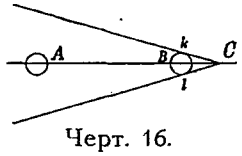
Установка вѣхи въ точкѣ D производится только что указаннымъ пріемомъ.

Продолжая вѣшеніе линіи, всегда слѣдуетъ убѣждаться, что всѣ выставляемыя вѣхи находятся въ одной отвѣсной плоскости. Выступающую изъ ряда вѣху всегда слѣдуетъ поправить. При этомъ нужно обращать вниманіе преимущественно *на низъ вѣхъ*.

Здѣсь слѣдуетъ замѣтить, что: 1) вѣшеніе линіи выгоднѣе производить съ помощникомъ, а 2) вѣшить слѣдуетъ *отступая назадъ* по продолженію данной линіи, т. е., какъ говорятъ, вѣшить слѣдуетъ *на себя*, а *не отъ себя*. Это видно изъ того, что если бы мы предположили, что съемщикъ остается за вѣхою A на одномъ и томъ же отъ нея разстояніи въ точкѣ S, а рабочій ставитъ вѣхи въ C, B..., передвигаясь по подаваемымъ съемщикомъ знакамъ вправо и влѣво, то съемщику S (черт. 15) будетъ безразлично, будетъ ли вѣха C стоять дѣйствительно въ C или въ C_1, или въ C_2, такъ какъ глазъ съемщика можетъ видѣть только по направленію касательныхъ Sm и Sn. Уголъ C_1SC_2 будетъ тѣмъ менѣе, чѣмъ болѣе AS. Въ случаѣ вѣшенія на себя, при удаленіи отъ B къ C (черт. 16) до 30 саж., уголъ kCl самъ собою уменьшается съ постепеннымъ отступленіемъ съемщика въ точки D, E (черт. 12). Углы C_1SC_2 и kCl суть углы зрѣнія, и ошибка въ постановкѣ вѣхи, т. е. CC_1 и CC_2 (черт. 15) будетъ тѣмъ менѣе, чѣмъ менѣе уголъ зрѣнія.



Черт. 15.



Черт. 16.

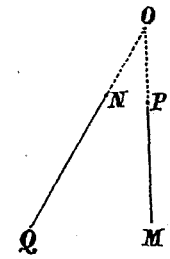


Черт. 17.

Во второмъ случаѣ, когда между двумя данными вѣхами A и B (черт. 17) желаютъ вставить нѣсколько точекъ, принадлежащихъ прямой, обыкновенно поступаютъ слѣдующимъ образомъ: съемщикъ становится въ створъ AB въ точку A, посылаетъ рабочаго съ вѣхою N къ дальнему концу линіи B при разстояніи BN въ 10—15 саженъ и подаетъ ему знаки передвигаться вправо или влѣво настолько, чтобы вѣха N закрывала вѣху B. Установивъ отвѣсно вѣху N въ плоскости BA, рабочій идетъ по линіи и устанавливаетъ вторую вѣху M подобнымъ же образомъ. Съемщику должно казаться, что вѣха M закрываетъ вѣху N, а вѣха N—вѣху B. Рабочій, идя по линіи, выставляетъ рядъ вѣхъ до тѣхъ поръ, пока до

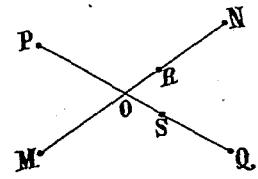
съемщика останется не болѣе 20 — 15 саж., тогда съемщикъ втыкаетъ вѣху A и, зайдя за нее, провѣряетъ, стоятъ ли всѣ вѣхи, начиная съ A до B, въ отвѣсной плоскости.

Пользуясь пріемомъ, позволяющимъ продолжить прямую по двумъ даннымъ ея точкамъ можно, *найти точку O пересѣченія двухъ прямыхъ PM и NQ* (черт. 12a). Для чего достаточно, отступая постепенно въ створѣ MP, остановиться въ такой его точкѣ O, изъ которой съемщику казалось бы, что вѣха, поставленная въ O, покрываетъ вѣхи N и Q, т. е. находится и въ створѣ вѣхъ N и Q.



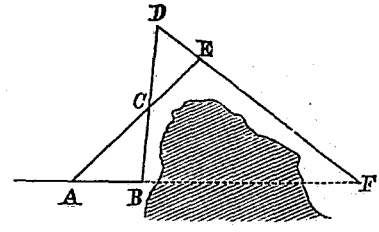
Черт. 12a.

Если же данныя четыре точки M, N и P, Q, своимъ расположеніемъ указываютъ, что точка O должна лечь между ними (черт. 12b), то съемщикъ старается свести этотъ случай на предыдущій; для чего ставитъ вѣху R въ створѣ MN и вѣху S—въ створѣ PQ, примѣняя второй случай вѣшенія (черт. 15) линіи, послѣ чего по четыремъ вѣхамъ N, R и Q, S находитъ только-что описаннымъ пріемомъ точку O.



Черт. 12b.

Если наконецъ нужно продолжить данную прямую AB (черт. 15a) черезъ мѣстное препятствіе (на чертежѣ оно заштриховано, напр., небольшой кустарникъ или садъ, рубить который нежелательно), тогда точка F на продолженіи прямой AB находится промѣромъ, а именно: взявъ въ сторонѣ точку C, изъ которой видны данныя точки A и B, продолжаютъ линіи AC и BC и на продолженіи берутъ 1) точку D и 2) точку E подъ условіемъ, чтобы изъ нихъ была видна та сторона кустарника, которая должна приблизительно пересѣчься съ продолженіемъ линіи AB.



Черт. 15a.

Измѣривъ линіи AC, BC, DC, DE и EC, вычисляютъ длину линіи EF. Чтобы найти длину линіи EF положимъ, что задача рѣшена и точка F найдена, тогда на мѣстности должны существовать треугольники AFE, BDF и ABC съ общими углами F, A и B, изъ которыхъ можемъ написать такія соотношенія:

$$\frac{Sin\ F}{Sin\ A}=\frac{AE}{EF}$$
$$\frac{Sin\ B}{Sin\ F}=\frac{DF}{BD}$$
$$\frac{Sin\ A}{Sin\ B}=\frac{BC}{AC}$$

Перемножая ихъ, находимъ

$$1=\frac{AE.DF.BC}{EF.BD.AC}$$

Откуда

$$EF=\frac{AE.BC}{BD.AC}.DF.$$

Но $DF = DE + EF$, слѣдовательно $EF = \frac{AE.BC}{BD.AC}(DE + EF)$. Вслѣдствіе чего

$$EF\left(1 - \frac{AE.BC}{BD.AC}\right) = \frac{AE.BC}{BD.AC} \cdot DE$$

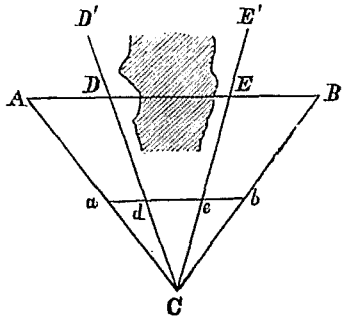
или

$$EF = \frac{AE.BC.DE}{BD.AC} : \frac{BD.AC - AE.BC}{BD.AC},$$

т. е.

$$EF = \frac{AE.BC.DE}{AC\ (BC + CD) - (AC + CE)\ BC} = \frac{AE.BC.DE}{AC.CD - BC.CE}.$$

Разсмотрѣнное рѣшеніе требуетъ, чтобы $AC.CD > BC.CE$, ибо иначе при $AC.CD - BC.CF = 0$ линія $EF = \infty$, т. е. точка F пересѣченія линій DE и AB лежитъ въ безконечности, что обусловливаетъ $AF \parallel DF$.



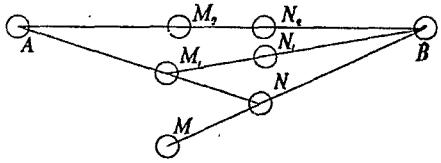
Черт. 15 b.

Если же $AC.CD < BC.CF$, то EF отрицательно, т. е. точка F лежитъ съ той же стороны кустарника, что и точки B и A.

Въ случаѣ, когда обѣ данныя точки A и B лежатъ по разныя стороны препятствія (черт. 15b), достаточно, взявъ точку C, промѣрить AC и BC, отложить $Ca = \frac{1}{n} AC$ и $Cb = \frac{1}{n} BC$, намѣтить линію ab. Избравъ затѣмъ точки D' и E' по обѣ стороны кустарника, найти на прямой ab точки d и e пересѣченія прямой ab съ линіями $D'C$ и $E'C$.

Измѣривъ dC и Ce, откладываютъ по линіи CD' длину $CD = n.Cd$, а по линіи CE' — длину $CE = n.Ce$, полученныя точки D и E будутъ принадлежать линіи AB, что очевидно, такъ какъ $CA : Ca = CB : Cb = CD : Cd = CE : Ce = \frac{1}{n}$ т. е. $ADEB \parallel adeb$.

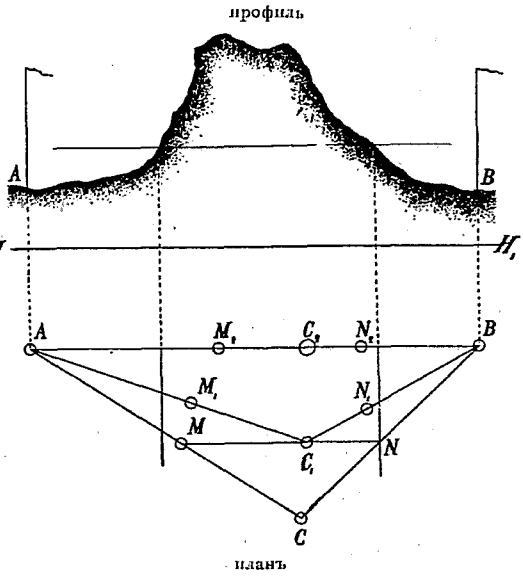
§. 17. Вѣшеніе 2-мя вѣхами линіи съ недоступными концами. Если ни въ одну изъ данныхъ точекъ A и B встать нельзя (или изъ одной данной точки A другая B плохо видна, а направленіе AB необходимо намѣтить хотя бы только двумя промежуточными вѣхами) и у съемщика имѣется помощникъ, то линія вѣшится такъ: съемщикъ и его помощникъ, взявъ по вѣхѣ и держа ихъ передъ собою отвѣсно, становятся въ точки M и N между A и B, обернувшись лицомъ другъ къ другу (черт. 18). Стоя въ точкѣ M, съемщикъ устанавливаетъ своего помощника (подвигая его влѣво и вправо) такъ, чтобы его вѣха N находилась „въ створѣ“ двухъ вѣхъ M и B, т. е. въ отвѣсной плоскости MB. Помощникъ же, ставъ въ N, начинаетъ передвигать съемщика, находящагося въ M, такъ, чтобы онъ



Черт. 18.

перемѣстился въ створъ вѣхъ A и N, т. е. въ точку M_1, находящуюся въ отвѣсной плоскости NA. Съемщикъ, перейдя въ M_1, передвигаетъ вѣху N въ точку N_1, лежащую на линіи BM_1. Помощникъ же, стоя въ N_1, передвигаетъ съемщика въ точку, лежащую на AN_1. Такое передвиженіе будетъ продолжаться до тѣхъ поръ, пока вѣхи M и N не станутъ на линію AB, т. е. когда и съемщику, и его помощнику *одновременно* будетъ казаться, что двѣ плоскости M_2N_2B и N_2M_2A слились въ одну плоскость AM_2N_2B. При измѣреніи линій цѣпью постоянно приходится удерживать концы цѣпи на измѣряемой прямой, и этотъ способъ вѣшенія линіи долженъ примѣняться при каждой новой укладкѣ цѣпи по линіи.

§ 18. Вѣшеніе черезъ гору тремя вѣхами. Если между точками A и B имѣется возвышенность (черт. 19 профиль), такъ что изъ A не видно B и обратно, и *мѣстность изъ повышающейся переходитъ въ понижающуюся*, то слѣдуетъ имѣть двухъ помощниковъ. Съемщикъ выбираетъ на возвышенности такую точку C (черт. 19 планъ), изъ которой были бы видны точки A и B, и посылаетъ своихъ помощниковъ перваго въ M на линію CA и второго въ N на линію CB. Помощники же, придя въ M и N и обернувшись лицомъ другъ къ другу, передвигаютъ съемщика въ C_1 на линію MN, откуда онъ могъ бы видѣть A и B. Поставивъ свою вѣху въ точку C_1 на линію MN, съемщикъ передвигаетъ рабочихъ въ точки M_1 и N_1, находящіяся на линіяхъ C_1A и C_1B; а они въ свою очередь устанавливаютъ съемщика на линію M_1N_1... Постепенно передвигаясь на вершину горы, съемщикъ и его помощники находятъ такія три точки M_2, C_2 и N_2, стоя въ которыхъ *одновременно* казалось бы всѣмъ троимъ, что вѣха C_2 находится на линіи M_2N_2, вѣха N_2 на линіи BC_2 и, наконецъ, вѣха M_2 на линіи AC_2. Это будетъ указывать на то, что *три* отвѣсныя плоскости $M_2C_2N_2$, C_2N_2B и C_2M_2A слились въ одну $AM_2C_2N_2B$, т. е. вѣхи C_2, N_2 и M_2 находятся на прямой AB.

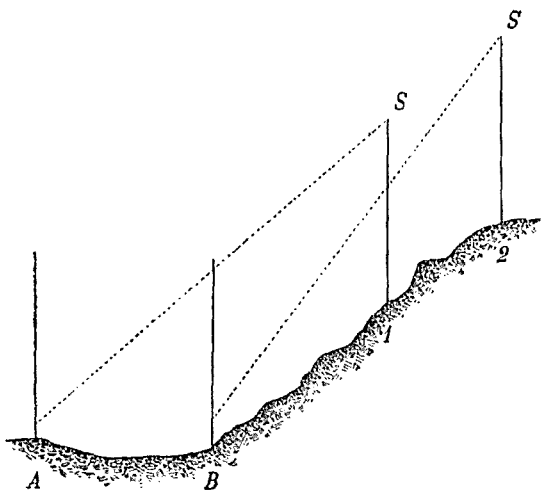


Черт. 19.

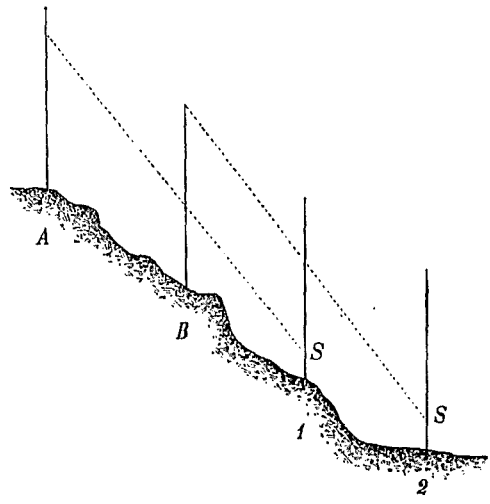
Замѣчаніе. Лучше всего, если возможно, производить вѣшеніе такъ, чтобы солнце было позади съемщика и его помощниковъ, и лучи солнца не ослѣпляли бы работающихъ.

§ 19. Вѣшеніе линіи черезъ оврагъ. Если мѣстность изъ ровной переходитъ въ повышающуюся или понижающуюся, то при вѣшеніи особенно стараются вѣхи ставить отвѣсно во всю ихъ длину, такъ какъ нерѣдко приходится визировать по верху одной вѣхи на низъ другой вѣхи и об-

ратно. Порядокъ постановки вѣхъ на такой мѣстности указанъ цифрами на чертежахъ 20 и 21. Болѣе длинныя вѣхи всегда ставятся на возвышен-



Черт. 20.

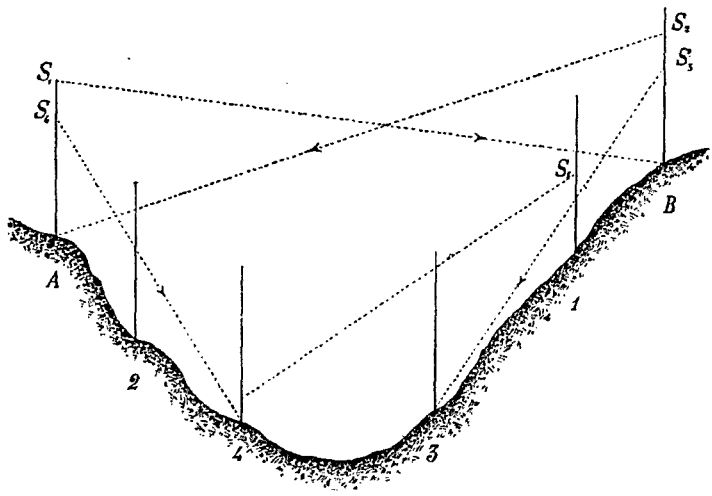


Черт. 21.

ныхъ мѣстахъ. Промежутки между вѣхами B и 1, а также между 1 и 2 и т. д., выбираются такимъ образомъ, чтобы лучи зрѣнія SA и SB были на высотѣ глаза S съемщика [1]).

Если отъ точки B начинается крутой спускъ или подъемъ, то между данными вѣхами A и B предварительно ставятся промежуточныя вѣхи для удобства вѣшенія.

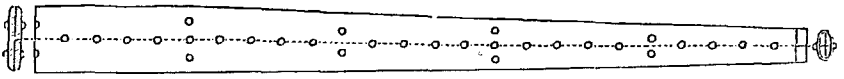
Наконецъ, если мѣстность изъ понижающейся переходитъ въ повышающуюся, то вѣшеніе линіи ведется съ обоихъ концовъ постепенно къ серединѣ линіи, какъ изображено на чертежѣ 22. Въ плоскости S_1B ставятъ вѣху № 1, а въ плоскости S_2A — вѣху № 2. Поставивъ вѣхи № 1 и № 2, съемщикъ спускается внизъ и ставитъ вѣхи № 3 и № 4, контролируя себя черезъ помощниковъ, смотрящихъ изъ A и B и держащихъ глаза на высотѣ точекъ S_2 и S_1.



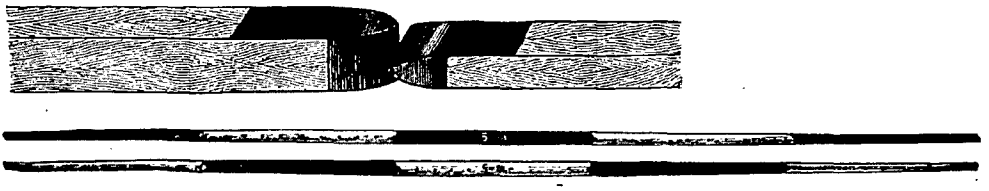
Черт. 22.

[1]) Лѣсничіе совѣтуютъ для вѣшенія пользоваться заостренными сверху вѣхами, длиною около 2 аршинъ, чтобы глазъ вѣшильщика могъ смотрѣть по верхушкамъ установленныхъ имъ вѣхъ.

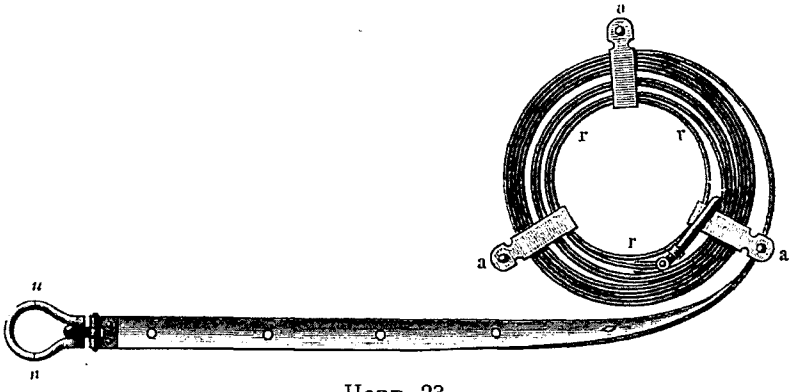
§ 20. Непосредственное измѣреніе длинъ линій на мѣстности производится наложеніемъ на измѣряемую линію мѣрной стальной ленты или мѣрной цѣпи. Въ Пруссіи въ послѣднее время линіи измѣряются тонкими деревянными



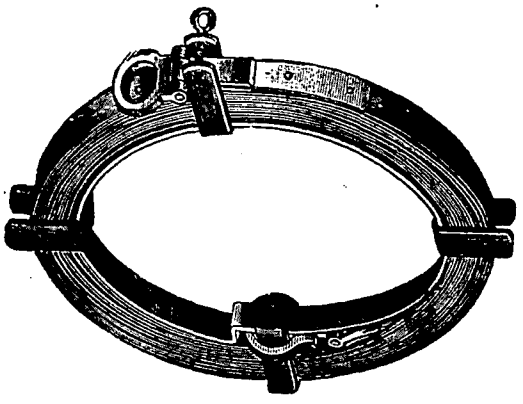
Черт. 22a.



Черт. 22b.



Черт. 23.



Черт. 23a.

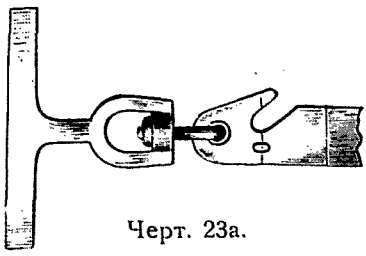
мѣрными брусьями, (черт. 22a и 22b) овальной формы[1]) (Latten), длиною каждый въ 5 метровъ, пользуясь при этомъ подростками въ возрастѣ отъ 14 до 17 лѣтъ. Для измѣренія короткихъ линій служатъ тесьма, сажень и шагъ человѣка.

§ 21. Мѣрная стальная лента[2]) (черт. 23 и 23a) имѣетъ въ длину 10 саженъ. Отдѣльныя сажени отмѣчены на ней наглухо заклепанными четыреугольными и круглыми бляшками, слѣдующими поперемѣнно другъ за другомъ такъ, что первыя даютъ

[1]) Или четырехгранной съ обитыми стальными пластинками концами, одинъ въ видѣ вертикальнаго, а другой горизонтальнаго острія (ребра), какъ показано на черт. 22b.

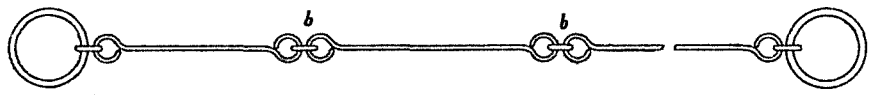
[2]) Лучшія нѣмецкія ленты изготовляются въ Силезіи, механикомъ J. Raschke въ Glogau.

нечетныя, а вторыя четныя числа саженъ. Полусажени замѣчены ромбическими бляшками. Каждая сажень подраздѣлена на десятыя доли, отмѣченныя для видимости, помимо нарѣзанныхъ на лентѣ штриховъ, еще круглыми небольшими кнопочками. На серединѣ ленты находится большая бляха съ цифрою 5. При переноскѣ лента свертывается на желѣзное кольцо *r* съ тремя *U*-образными скобками *a*, наглухо приклепанными къ кольцу. Въ одну изъ скобокъ въ ушко входитъ винтъ, придерживающій наружную ручку намотанной на кольцо ленты. Другая ручка надѣвается передъ свертываніемъ ленты на любую изъ скобокъ *a* кольца. Черта *mm* по серединѣ ручки служитъ началомъ длины ленты, а подобная ей на другой ручкѣ — концомъ длины въ 10 саженъ. Ручки могутъ двояко вращаться около продольныхъ и поперечныхъ шарнировъ (черт. 23). За послѣднее время, въ межевомъ вѣдомствѣ стали употреблять ленты съ кожаными лямками—ручками, обдѣланными въ дерево, чтобы рука рабочаго, обутая въ рукавицу, могла свободно проходить черезъ лямку; начало и конецъ ленты отмѣчаютъ косыми вырѣзами въ мѣдныхъ пластинкахъ, въ которыя заклёпаны концы ленты. Вырѣзы служатъ для постановки (втыканія) шпильки въ землю (черт. 23а).



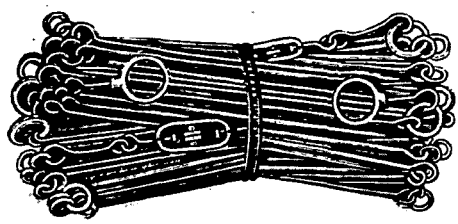
Черт. 23а.

§ 22. Мѣрная цѣпь (черт. 24) имѣетъ также въ длину 10 саженъ, и подраздѣленія ея бываютъ одинаковыя со стальною лентою на десятыя доли



Черт. 24.

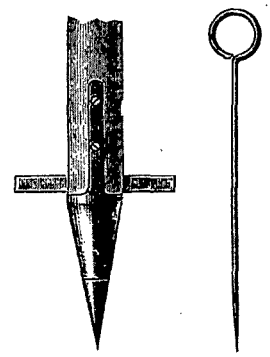
сажени, хотя встрѣчаются подраздѣленія на футы и полуаршины (черт. 24а). Цѣпь, обыкновенно изготовляемая изъ тонкой желѣзной проволоки, толщиною отъ 0,1—0,2 дюйма, имѣетъ въ первомъ случаѣ 100 частей, называемыхъ *звеньями* или *колѣнами*, такую цѣпь принято называть *стоколѣнною*, во второмъ случаѣ—футовая цѣпь имѣетъ 70 колѣнъ, а въ третьемъ — полуаршинная — 60 колѣнъ. Отдѣльныя звенья цѣпи соединяются маленькими кольцами *b*; разстояніе между центрами двухъ сосѣднихъ колецъ равно 0,1 сажени (1 футу или $^1/_2$ аршину). На концахъ цѣпи дѣлаются въ видѣ двухъ большихъ колецъ ручки; форма ихъ иногда измѣняется, и въ этомъ случаѣ длина овальной ручки входитъ въ общую длину 10 саженъ цѣпи. Отдѣльныя сажени замѣчаются у цѣпи мѣдными бляхами съ цифрами, а иногда цифры замѣняются зубцами. Число зубцовъ указываетъ число саженъ отъ 1 до 5, для обозначенія же 6, 7, 8 и 9 саженъ употребляются тѣ же бляхи, но съ пробитою на нихъ дырою, такъ что у 6 саженъ сто



Черт. 24а.

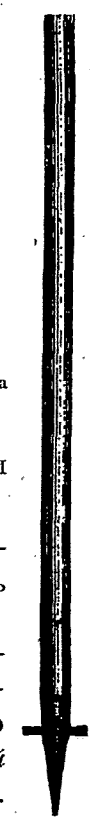
итъ бляха съ 1 зубцомъ и дырою, у 7—съ двумя зубцами и дырою и т. д. За послѣднее время даже лучшія англійскія цѣпи выходятъ изъ употребленія.

§ 23. Принадлежности ленты. Необходимую принадлежность ленты и цѣпи составляютъ 10 желѣзныхъ *шпилекъ* или *цѣпныхъ колышковъ*. Этими колышками отмѣчается на мѣстности число цѣлыхъ цѣпей, уложившихся въ данной линіи. При протягиваніи цѣпи вдоль линіи иногда ея ручки надѣваются на багры (черт. 25 и 25а) (короткая вѣха съ поперечнымъ стержнемъ). Конецъ цѣпи отмѣчается вертикально воткнутымъ въ землю колышкомъ-шпилькой (черт. 25), верхній конецъ котораго согнутъ въ кольцо, на которое иногда для видимости издали воткнутаго въ землю колышка привязываютъ красный кусочекъ сукна. Шпильки носятся на особомъ желѣзномъ кольцѣ; иногда такихъ колецъ бываетъ два (при каждомъ концѣ ленты, для обоихъ рабочихъ,—ставящаго и собирающаго шпильки).



багоръ шпилька

Черт. 25.



Черт. 25а.

§ 24. Повѣрка длины ленты и мѣрныхъ брусьевъ. Передъ употребленіемъ ленты или цѣпи, а также и брусьевъ (Latten), слѣдуетъ повѣрить ихъ.

Повѣрка заключается въ томъ, что убѣждаются: 1) представляетъ ли лента длину въ 10 саженъ и 2) вѣрно ли намѣчены отдѣльныя подраздѣленія ея, т. е. сажени и ихъ доли,—для чего сравниваютъ испытуемую ленту или цѣпь съ длиною *нормальной* ленты, длина которой свѣрена съ длиною нормальной сажени. Испытуемая лента вытягивается на гладкой (ровной) поверхности, по возможности представляющей плоскость, напр., пола или сидѣнія лавки, или даже просто по землѣ, и натягивается съ тою же силою, что и нормальная лента, напр., пятифунтовыми гирями, прихваченными клеммами къ лентѣ (или стальными динамометрами). Непосредственное сличеніе рядомъ лежащихъ на *постели* или *компараторѣ* въ одной горизонтальной плоскости всей испытуемой и нормальной длины (или одноименныхъ ихъ составныхъ частей) и составляетъ дѣйствіе, называемое повѣркою мѣрнаго снаряда.

Другой способъ повѣрки *общей длины* цѣпи состоитъ въ томъ, что на ровной мѣстности отбиваютъ по шнуру, натянутому между двумя кольями *n*—кратную длину испытуемой цѣпи, напримѣръ, тройную ея длину *AB* (черт. 26). Точки *A* и *B* отмѣчаются центрами шляпокъ вбитыхъ въ колышки гвоздей.



Черт. 26.

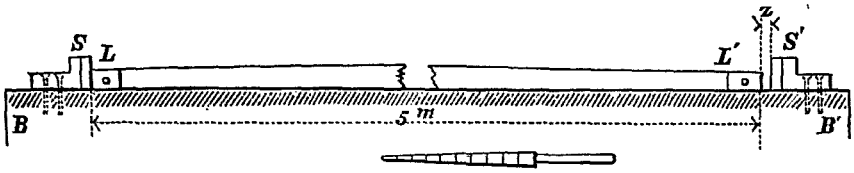
Измѣривъ прямую *AB* нормальною мѣрою (нормальною лентою или нормальною саженью), *съ постояннымъ натяженіемъ* по 2-мъ динамометрамъ,

пристегнутымъ къ концамъ ленты, получаютъ *истинную длину* линіи AB. Пусть тройная длина испытуемой цѣпи (ленты) оказалась $AB = 30{,}156$ саж., слѣдовательно *ординарная* ея длина будетъ:

$$\frac{AB}{3} = \frac{30.156}{3} = 10{,}052 \text{ саж.},$$

т. е. она длиннѣе на 0,052 сажени установленныхъ обычаемъ десяти саженъ (общепринятой въ практикѣ длины цѣпи).

Для повѣрки длины *мѣрныхъ брусьевъ* заготовляютъ заранѣе прочную сосновую подставку (черт. 26а) на поверхности которой BB', служащей



Черт. 26а.

постелью для сравниваемыхъ жезловъ, привернуты наглухо винтами два вертикальныхъ острія S и S' изъ стали, разстояніе SS' между которыми немногимъ (однимъ, двумя сантиметрами) болѣе 5 метровъ (напр., 5,01—5,02 metr.); оно заранѣе точно измѣрено нормальнымъ жезломъ и, слѣдовательно, хорошо извѣстно. Испытуемый брусъ лѣвымъ плоскимъ своимъ концомъ вплотную придвигается къ вертикальному острію S компаратора, а между правымъ концомъ L' жезла и правымъ остріемъ S' постели, въ промежутокъ z, вдвигается *мѣрный* (стальной или хрустальный) *клинъ*; онъ показанъ внизу на чертежѣ. На широкой лицевой сторонѣ клина нанесены штрихи въ разстояніи другъ отъ друга съ такимъ разсчетомъ, что толщина клина (длина штриха) при переходѣ отъ штриха къ штриху мѣняется на 0,1 миллиметра. Длина жезла $l = SS' - z$, гдѣ SS' — заранѣе дано, а z — измѣрено по клину. Клинъ предварительно испытывается (провѣряется).

§ 25. Употребленіе ленты (цѣпи) и мѣрныхъ брусьевъ. Употребленіе какъ вѣрнаго, такъ и невѣрнаго мѣрительнаго снаряда (ленты, цѣпи, бруса), одинаково, но *результатъ измѣреній невѣрнымъ снарядомъ подлежитъ исправленію.*

Употребленіе мѣрительной ленты и цѣпи при измѣреніи линій на мѣстности совершенно одинаково и состоитъ въ слѣдующемъ: двое рабочихъ распускаютъ свернутую ленту или сложенную цѣпь вдоль по линіи мѣстности, при чемъ наблюдаютъ, чтобы лента не была закручена, а колѣна цѣпи не были запутаны. Вытянувъ ленту вдоль измѣряемой линіи, техникъ или задній рабочій подъ наблюденіемъ техника прикладываетъ начальную точку ленты (цѣпи) такъ, чтобы она совпала съ начальною точкою измѣряемой линіи, а передній рабочій, захвативъ въ лѣвую руку кольцо съ 10 шпильками и отстранившись самъ отъ линіи, держитъ свой передній конецъ ленты въ вытянутой правой рукѣ и передвигаетъ его по указанію техника (или заранѣе пріученнаго къ тому задняго рабочаго) вправо или влѣво до тѣхъ поръ, пока конецъ не придется на измѣряемую

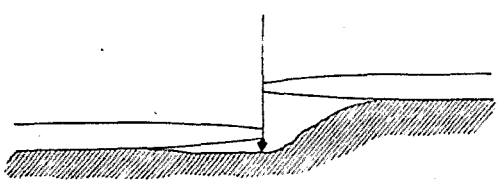
линію. Встряхнувъ и натянувъ затѣмъ ленту просто рукою или имѣющимся на обоихъ ея концахъ *динамометрами* (стальными пружинными вѣсами) *съ одинаковымъ*, напр. въ 10 фунтовъ, *натяженіемъ* настолько, чтобы она легла по прямой линіи, передній рабочій втыкаетъ въ землю одинъ изъ десяти взятыхъ имъ колышковъ въ то мѣсто, гдѣ оканчивается длина ленты (цѣпи). Лучше, если для постановки колышковъ, имѣется особый 3-й рабочій. Затѣмъ—по командѣ задняго рабочаго „дальше (впередъ)"—передній рабочій тянетъ ленту дальше по линіи, пока задній рабочій не дойдетъ до мѣста воткнутой шпильки, гдѣ остается 3-й рабочій до прихода туда задняго конца ленты [1]). Дойдя до воткнутой шпильки, задній рабочій останавливаетъ передняго окликомъ „стопъ (стой)" и, совмѣстивъ опять начало ленты (цѣпи) съ точкою, въ которой воткнутъ первый колышекъ, вновь выравниваетъ передняго рабочаго на линію, и при переднемъ концѣ, натянувъ ленту съ обѣихъ сторонъ *съ тою же силою*—10-и фунтовъ, втыкаютъ въ землю вторую по счету шпильку. Такимъ же образомъ продолжается измѣреніе линіи дальше, двигаясь впередъ до тѣхъ поръ, пока въ землю не воткнутъ *десятый колышекъ;* послѣ чего передній рабочій укладываетъ ленту по измѣряемой линіи *одиннадцатый* разъ. Задній рабочій, дойдя до конца десятой ленты (цѣпи), втыкаетъ въ землю, на мѣсто десятой шпильки, деревянный круглый колышекъ, такъ называемую *бирку*, и дѣлаетъ на ней зарубку, въ знакъ того, что отмѣрено *сто* саженъ, а 4-ый рабочій, собирающій *постепенно* шпильки на запасное (второе) кольцо, а именно: 1-й колышекъ послѣ того, какъ воткнутъ 3-й колышекъ, 2-ой—послѣ того, какъ воткнутъ 4-й и т. д. колышки, выставлявшіеся послѣдовательно передними рабочими по линіи, послѣ укладки цѣпи въ одиннадцатый разъ *передаетъ „счетомъ" всѣ* 10 *колышковъ* переднему 3-му рабочему. За передачею колышковъ слѣдитъ самъ техникъ, хотя рабочіе и даютъ знать о ней съемщику, который дѣлаетъ у себя въ записной книжкѣ какую-нибудь замѣтку о происшедшей передачѣ. Измѣреніе въ томъ же порядкѣ продолжаютъ до тѣхъ поръ, пока передній рабочій дойдетъ до вѣхи, поставленной въ переднемъ концѣ линіи. Здѣсь лента (цѣпь) вытягивается впередъ за вѣху настолько, чтобы задній рабочій могъ совмѣстить начало ленты (цѣпи) съ мѣстомъ стоянія послѣдняго колышка, а съемщикъ, подойдя къ вѣхѣ, могъ сдѣлать на лентѣ (цѣпи) отсчетъ. Число замѣтокъ, сдѣланныхъ техникомъ или заднимъ рабочимъ, о передачѣ шпилекъ дастъ число сотенъ, а число колышковъ, собранныхъ 4-мъ рабочимъ послѣ послѣдней ихъ передачи выразитъ число десятковъ саженъ въ измѣряемой линіи, а отсчетъ, сдѣланный по лентѣ у вѣхи съемщикомъ, выразитъ число единицъ саженъ и долей ихъ. Обыкновенно при отсчетахъ по лентѣ ограничиваются оцѣнкою на глазъ *сотыхъ* долей сажени. Пусть, напр., число передачъ собранныхъ 10-ти шпилекъ было 3, у 4-го рабочаго вновь

---

[1]) Удобнѣе, когда рабочіе будутъ знать число своихъ шаговъ въ длинѣ цѣпи, тогда не будетъ надобности въ 3-мъ рабочемъ и потери времени на отысканіе заднимъ рабочимъ вновь поставленной шпильки переднимъ рабочимъ. Для видимости шпильку втыкаютъ такъ, чтобы плоскость ея кольца приходилась не вдоль, а *поперёкъ* измѣряемой линіи.

собрано семь шпилекъ; съемщикъ, у вѣхи сдѣлалъ по лентѣ отсчетъ 8,56 саж. Длина линіи будетъ равна 378,56 саж. Изъ предыдущаго видно, что задній рабочій, какъ обязанный держать передняго рабочаго на линіи и замѣчать число передачъ всѣхъ колышковъ переднему рабочему, долженъ быть болѣе опытный, чѣмъ передній. Къ сказанному слѣдуетъ прибавить, что передній рабочій можетъ провѣрять свою установку на линіи, сдѣланную заднимъ рабочимъ, ибо середина туловища этого послѣдняго должна казаться ему покрывающей заднюю вѣху. Очевидно, что при измѣреніи линіи, при каждой укладкѣ ленты на землю, примѣняется само собою способъ вѣшенія линіи двумя вѣхами (концами цѣпи), изложенный въ § 17, и что заднему рабочему рекомендуется имѣть деревянную *бирку* — для того, чтобы онъ ножомъ нарѣзками (зарубками) отмѣчалъ сотни саженъ въ измѣряемой линіи.

Употребленіе мѣрныхъ брусьевъ (Latten) состоитъ въ непосредственномъ укладываніи ихъ *поперемѣнно* на землю, слѣдя за тѣмъ, чтобы, снимая задній брусъ, не столкнуть уложенный уже передній; для чего задній жезлъ (брусъ) при подниманіи предварительно отодвигается мѣряющимъ рабочимъ назадъ по линіи. При неровностяхъ мѣстности употребляютъ шнуръ съ отвѣсомъ (черт. 26b), чтобы отмѣчать шпицемъ отвѣса на землѣ проекцію конца передняго жезла (см также дальше черт. 35 и 36). Удобнѣе мѣрять линію съ двумя рабочими. Чтобы не ошибаться при подсчетѣ числа уложенныхъ (четныхъ и нечетныхъ) жезловъ ихъ красятъ въ разные цвѣта одинъ—въ бѣлый съ чернымъ, а другой — въ бѣлый съ краснымъ.



Черт. 26b.

§ 26. Введеніе поправки за невѣрность длины мѣрнаго снаряда, наприм., ленты

Если послѣ повѣрки ленты (цѣпи) она окажется длиннѣе десяти саженъ то очевидно, что чѣмъ *длиннѣе* цѣпь, тѣмъ *меньшее число разъ* она уложится на измѣряемой линіи; наоборотъ, чѣмъ *короче* цѣпь (лента), тѣмъ *большее число* разъ она укладывается вдоль измѣряемой прямой. И такъ какъ при измѣреніи линіи ведется рабочими лишь подсчетъ числа разъ уложившейся по линіи цѣпи, длина которой считается ровно за 10 саж. то полученный результатъ подлежитъ исправленію.

Если при повѣркѣ ленты (цѣпи) длина ея оказалась болѣе (+) или менѣе (—) десяти саженъ на нѣкоторое количество α, такъ что длина ея равна 10 саж. $\pm\alpha$, то длина l линіи мѣстности, по которой цѣпь уложилась n разъ, будетъ:

$$l = n\ (10 \pm \alpha) = n \times 10 \pm n\alpha,$$

т. е. результатъ $n \times 10$ сдѣланнаго подсчёта надо исправить величиною $n\alpha$. При чемъ поправка придается, если цѣпь длиннѣе.

Примѣръ. Цѣпь *короче* десяти саженъ на 1,8 англ. дюйма, т. е. длина ея равна ($10^{с.} - 1{,}8^{\text{дюйма}}$), пусть при измѣреніи линіи на мѣстности *цѣпь уложилась* 13 *разъ* и у задней вѣхи сдѣланъ отсчетъ 6,80 сажени, т. е. въ

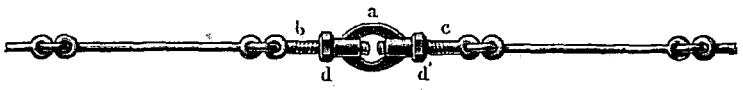
дѣйствительности цѣпь вдоль линіи уложилась 13,68 раза, поэтому дѣйствительная длина линіи равна

$$13{,}68\ (10^{\text{с.}} - 1{,}8^{\text{дюйма}}) = 136{,}8^{\text{с.}} - 13{,}68 \times 1{,}8^{\text{дюйм.}} =$$
$$= 136{,}8^{\text{с.}} - \frac{13{,}68 \times 1{,}8}{84} = 136{,}8^{\text{с.}} - 0{,}3^{\text{с.}} = 136{,}5 \text{ саж.}$$

Изъ этого примѣра ясно видно, что если цѣпь короче, то поправка вычитается изъ *полнаго* отсчета по цѣпи.

Какъ ни просто это вычисленіе, однако, для совершеннаго устраненія его, лучше вычислить поправки для 1, 2, 3, 4.... 10 цѣпей и размѣстить ихъ въ небольшую табличку, по которой и производить исправленіе результатовъ непосредственнаго измѣренія.

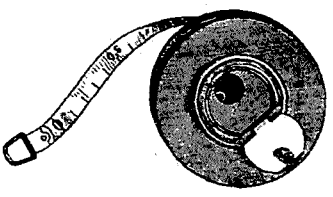
§ 27. Исправительные приборы или уравнители цѣпи. Иногда для избѣжанія введенія поправки отъ невѣрности длины цѣпи къ концу или серединѣ ея придѣлывается особый исправительный *аппаратъ* (приборъ), посредствомъ котораго можно удлинить или укоротить общую длину цѣпи; но аппараты эти (черт. 27), усложняя устройство[1]) и повышая стоимость та-



Черт. 27.

кого снаряда какъ цѣпь, едва ли могутъ быть рекомендуемы, въ особенности, если не упускать изъ вида крайнюю простоту введенія поправки отъ невѣрной длины ленты (цѣпи). Исправительные аппараты никогда не устраиваются при мѣрительной лентѣ.

§ 28. Мѣрная тесьма представляетъ изъ себя узкую, особо вытканную холщевую полосу, вываренную въ маслѣ и покрытую съ обѣихъ сторонъ лакомъ, длиною 5 или 10 саженъ. Съ одной стороны на тесьмѣ наносятся дѣленія на сажени, десятыя и сотыя ея доли, а на другой — сажени, футы и дюймы или сажени, аршины и вершки. Тесьма помѣщается въ кругломъ, цилиндрическомъ, кожаномъ футлярѣ, внутри котораго она навертывается на мѣдную ось цилиндра помощью рукоятки *v* (черт. 28). Свертываніе тесьмы въ футлярѣ спиралью и послужило поводомъ назвать ее *рулеткою*.



Черт. 28.

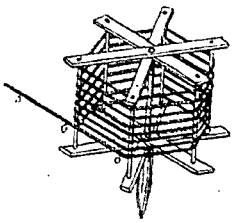
Для предохраненія тесьмы отъ растяженія, дѣлаютъ ее изъ двухъ склеенныхъ полотняныхъ полосъ, между которыми рядами вкладывается во всю длину ленты тонкая мѣдная проволока. Узкая стальная лента, помѣщаемая въ такой же футляръ — стальная рулетка—еще лучше сохраняетъ свою длину.

---

[1]) Одно изъ звеньевъ распилено по серединѣ и снабжено кольцомъ *a*, въ которое ввинчиваются части *b* и *c* распиленнаго звена, гайки *d* и *d'* удерживаютъ установленныя части *b* и *c* въ неизмѣнномъ положеніи.

Повѣрка отдѣльныхъ саженей тесьмы дѣлается сравненіемъ ихъ съ длиною нормальной ленты или саженнаго бруска.

§ 29. Мѣрный шнуръ приготовляется изъ смоленой пеньковой бичевки, предварительно вываренной въ маслѣ, толщиною около $^1/_8$ дюйма и длиною отъ 50—500 саженъ. На обоихъ концахъ шнура ссучены петли, ими онъ надѣвается при употребленіи на багры; отдѣльныя саженіи шнура отмѣчаются прикрѣпленными къ нему кусочками кожи. Измѣреніе шнуромъ мало надежно вслѣдствіе его удлиненія при натягиваніи и сокращенія отъ дождя. Измѣненіе длины шнура происходитъ въ большей или меньшей степени вообще отъ присутствія въ воздухѣ влажности.

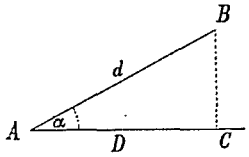


Черт. 29.

Шнуръ обыкновенно наматывается на катушку или рогатку (черт. 29).

§ 30. Поправка за наклонъ линіи. Мы видѣли, что для опредѣленія горизонтальнаго проложенія какого-нибудь участка земной поверхности, надо знать не длины линій мѣстности, а горизонтальныя ихъ проложенія. Поэтому, кромѣ измѣренія наклонной линіи надо опредѣлить еще и *уголъ ея наклоненія* къ горизонтальной плоскости, а затѣмъ по полученнымъ даннымъ вычислить длину горизонтальнаго проложенія линіи или же надо измѣнить предыдущіе способы измѣреній такъ, чтобы вмѣсто длины наклонной линіи получать *непосредственно* горизонтальную ея проекцію. Сперва разсмотримъ *первый* изъ этихъ способовъ опредѣленія горизонтальной проекціи линіи помощью ея угла наклоненія; онъ наиболѣе употребителенъ, потому что быстрѣе приводитъ къ результатамъ.

Угломъ наклоненія какой-нибудь линіи мѣстности называется уголъ, *лежащій въ вертикальной плоскости* и имѣющій одною изъ сторонъ горизонтальную линію, а другою — линію мѣстности; эта другая сторона угла можетъ быть или выше горизонтальной стороны, или ниже ея. Въ первомъ случаѣ имѣемъ *уголъ повышенія*, а во второмъ — *уголъ пониженія*. Самый способъ опредѣленія горизонтальной проекціи линіи основывается на слѣдующемъ: допустимъ, что на мѣстности измѣрена длина линіи $AB = d$ (черт. 30), наклоненная къ горизонту подъ угломъ α, и требуется опредѣлить горизонтальное ея проложеніе. Для опредѣленія горизонтальнаго проложенія $AC = D$ измѣренной линіи $AB = d$ можно было бы прибѣгнуть къ вычисленію AC по формулѣ тригонометріи $D = d.\cos\alpha$, но въ виду того, что у насъ въ Россіи *на практикѣ* рѣдко приходится встрѣчать большіе углы наклоненія, формула эта окажется непригодною, такъ какъ косинусы малыхъ угловъ медленно измѣняются. Вслѣдствіе чего, при логариѳмическомъ вычисленіи по этой формулѣ, линіи мѣстности одной и той же длины, но съ разными углами наклоненія, въ проекціи оказываются почти одинаковыми.



Черт. 30.

Обыкновенно вычисляютъ разность x между измѣренной длиной d и ея горизонтальнымъ проложеніемъ D. Разность эта выразится по измѣреннымъ d и α слѣдующимъ образомъ:

$$x = AB - AC = d - d\ Cos\alpha = d\ (1 - Cos\alpha)$$

или

$$x = 2\ d\ Sin^2 \frac{\alpha}{2}.$$

Полагая для малыхъ угловъ (до 3^0), что

$$Sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{\alpha^2}{4} Sin^2\ 1'',$$

получимъ:

$$x = d \frac{\alpha^2}{2} Sin^2\ 1''\ ^1).$$

Если разность $x = d - D$ найдена, то *вычитая* ее изъ d, получимъ:

$$d - x = d - (d - D) = D,$$

искомое горизонтальное проложеніе D измѣренной длины d.

Во избѣжаніе постоянныхъ вычисленій для каждаго отдѣльнаго случая и для ускоренія работы составляется таблица поправокъ x, по которой можно получить разность между длинами наклонныхъ линій и ихъ горизонтальными проложеніями при измѣненіи угла α отъ 1^0 до 45^0, а длины d отъ 1 до 10 саженъ. Ниже помѣщена только *часть* такой таблицы. Для уясненія употребленія этой таблицы возьмемъ примѣры:

а) На мѣстности измѣрена линія $d = 93.6$ саж., имѣющая уголъ наклоненія $\alpha = 7^0$; надо опредѣлить ея горизонтальную проекцію D. Изъ таблицы видимъ, что при $d = 10$ саж. и $\alpha = 7^0$ поправка $x = 0.0745$, а потому для 9 цѣпей поправка будетъ:

$$9 \times 0.0745 = 0.6705$$

затѣмъ таблица даетъ

для 3 саженъ поправку	$= 0.0223$
для 0.6 „ „	$= 0.0045$
Слѣд. поправка для линіи въ 93.6 саж. есть: Сумма .	$= 0{,}6973$

или, ограничиваясь десятыми долями, 0.70 саж. и

$$D = 93.6 - 0.7 = 92.9 \text{ саж.}$$

---

[1] Здѣсь α выражено въ секундахъ.

Таблица поправокъ для опредѣленія горизонтальныхъ проложеній линіи мѣстности.

(Составлена межевымъ инженеромъ Н. Н. Веселовскимъ).

		Скатъ											
°	′	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	°	′
1	0	0.0002	0.0003	0.0004	0.0006	0.0008	0.0009	0.0011	0.0012	0.0014	0.0015	1	0
1	15	2	5	7	10	12	14	17	19	22	24	1	15
1	30	3	7	10	14	17	20	24	27	31	34	1	30
1	45	5	9	14	19	24	29	33	38	42	47	1	45
2	0	6	12	18	24	31	37	43	49	56	61	2	0
2	15	8	15	23	31	39	46	54	62	69	77	2	15
2	30	10	19	28	38	48	57	66	76	85	95	2	30
2	45	12	24	34	46	58	69	80	92	103	115	2	45
3	0	14	27	41	55	69	82	96	110	123	137	3	0
3	15	16	32	48	64	81	97	113	129	145	161	3	15
3	30	19	37	56	75	94	112	131	150	168	187	3	30
3	45	21	43	64	86	107	128	150	171	193	214	3	45
4	0	23	49	73	98	122	146	171	195	220	244	4	0
4	15	27	55	82	110	138	165	192	220	247	275	4	15
4	30	31	62	92	123	154	185	216	246	277	308	4	30
4	45	34	69	103	137	172	206	240	274	309	343	4	45
5	0	38	76	114	152	191	229	267	305	343	381	5	0
5	15	42	84	126	168	210	252	294	336	378	420	5	15
5	30	46	92	138	184	230	276	322	368	414	460	5	30
5	45	50	101	151	201	252	302	352	402	453	503	5	45
6	0	55	110	164	219	274	329	384	439	493	548	6	0
6	15	59	119	178	238	297	356	416	475	535	594	6	15
6	30	64	129	193	257	322	386	450	514	579	643	6	30
6	45	69	139	208	277	347	416	485	554	624	693	6	45
7	0	75	149	223	298	373	447	521	596	670	745	7	0
7	30	86	171	257	342	428	514	599	685	770	856	7	30
8	0	97	195	292	389	487	584	681	778	876	973	8	0
8	30	110	220	329	439	549	659	769	878	988	1098	8	30
9	0	123	246	369	492	616	739	862	985	1108	1231	9	0
9	30	137	274	411	548	686	823	960	1097	1234	1371	9	30
10	0	152	304	456	608	760	911	1063	1215	1367	1519	10	0
10	30	167	334	502	670	838	1005	1172	1340	1507	1675	10	30
11	0	184	367	551	735	919	1103	1286	1470	1653	1837	11	0
11	30	201	402	602	803	1004	1205	1406	1606	1807	2008	11	30
12	0	219	437	655	874	1093	1311	1529	1748	1966	2185	12	0
12	30	237	474	711	948	1185	1422	1659	1896	2133	2370	12	30
13	0	256	513	769	1025	1282	1538	1794	2050	2307	2563	13	0
13	30	276	553	829	1105	1382	1658	1934	2210	2487	2763	13	30
14	0	297	594	891	1188	1485	1782	2079	2376	2673	2970	14	0
14	30	319	637	955	1274	1593	1911	2229	2548	2866	3185	14	30
15	0	341	681	1022	1363	1704	2044	2383	2726	3066	3407	15	0
15	30	364	727	1091	1455	1819	2182	2546	2910	3273	3637	15	30
16	0	387	775	1162	1550	1937	2324	2712	3099	3487	3874	16	0
16	30	412	824	1235	1647	2059	2471	2883	3294	3706	4118	16	30
17	0	437	874	1311	1748	2185	2622	3059	3496	3933	4370	17	0
17	30	463	926	1388	1851	2314	2777	3240	3702	4165	4628	17	30
18	0	489	979	1468	1959	2447	2936	3426	3915	4405	4894	18	0
18	30	517	1034	1550	2067	2584	3101	3618	4135	4651	5168	18	30
19	0	545	1090	1634	2179	2724	3269	3814	4358	4903	5448	19	0
19	30	574	1147	1721	2294	2868	3442	4015	4589	5162	5736	19	30
20	0	0.0603	0.1206	0.1809	0.2412	0.3016	0.3619	0.4222	0.4825	0.5428	0.6031	20	0

При пользованіи таблицей надо помнить, что поправка дается въ четвертомъ десятичномъ знакѣ.

Примѣръ пользованія таблицею.

Измѣрена линія въ 319,7 саж., причемъ отъ начала линіи до 117,0 саж. уголъ наклоненія оказался въ 4°15′, отъ 117,0 саж. до 243,7 саж.—линія горизонтальна и отъ 243,7 саж. до конца линіи уголъ наклоненія оказался въ 3°45′.

Поправки для наклонныхъ линій опредѣляются по таблицѣ слѣдующимъ образомъ:

1) для угла 4°15′ и длины 117,0 саж.:

на 100 с.	0,2750 с.
„ 10 „	0,0275 „
„ 7 „	0,0192 „
на 117 с.	0,3217 с.

2) для части линіи въ 126,7 саж. поправки не требуется;

3) для угла 3°45′ и длины 76 саж.:

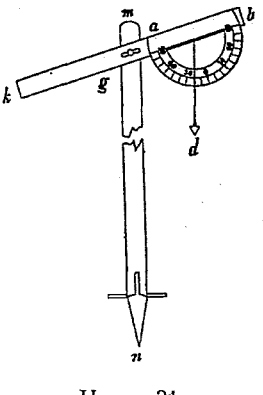
на 70 с.	0,1500 с.
„ 6 „	0,0128 „
на 76 с.	0,1628 с.

4) сумма поправокъ 0,3217 с. и 0,1628 с. будетъ равна 0,4845 с. или съ точностью до 0,1 с.,—0,5 саж.

Горизонтальное проложеніе линіи будетъ 319,7 с.—0,5 с. = 319,2 саж.

Изъ числовыхъ величинъ предыдущей таблицы видно, что малые углы наклоненія незначительно вліяютъ на длину наклонной линіи, такъ что при измѣреніи на мѣстности *линій цѣпью* углы наклоненія, меньшіе 3°, можно *иногда* совсѣмъ не принимать во вниманіе.

§ 31. Эклиметръ. Для измѣренія угловъ наклоненія линій мѣстности употребляются особые снаряды — *эклиметры* [1]). Простѣйшій изъ нихъ состоитъ изъ линейки *kb* (черт. 31), вращающейся на оси, проходящей черезъ палку *mn* и могущей прикрѣпляться къ этой послѣдней гайкой *g*. На одномъ концѣ линейки помѣщена полуокружность, въ центрѣ которой привѣшена нить съ отвѣсомъ *d* [2]). Полукругъ раздѣленъ на градусы, подпись которыхъ идетъ отъ нуля въ обѣ стороны до 90°. Радіусъ полукруга, проходящій черезъ 0°, долженъ быть перпендикуляренъ къ верхнему ребру линейки *kb*. Эклиметръ прикрѣпляется обыкновенно къ заднему багру цѣпи, а потому, если на мѣстности горизонтальной цѣпь употребляется безъ багровъ, то на мѣстности наклонной надо надѣть ее на багры.

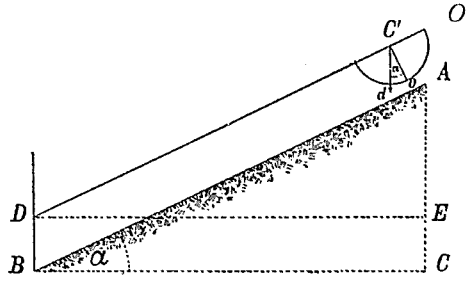


Черт. 31.

[1]) Или иначе „высотомѣры“.

[2]) Нить съ отвѣсомъ сильно колеблется отъ вѣтра, а потому ее стали замѣнять металлическимъ радіусомъ, вращающимся въ центрѣ полукруга, снабжая его на концѣ тяжелою четыреугольною рамкою съ зубцомъ—*индексомъ* по серединѣ.

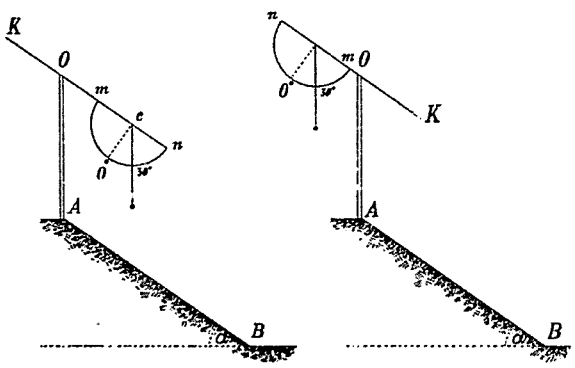
§ 32. Употребленіе эклиметра. Для измѣренія угла наклоненія линіи AB O (черт. 32) ставятъ въ A эклиметръ такъ, чтобы палка его mn (черт. 31) заняла положеніе AO и была приблизительно вертикальна (черт. 32 и 33), а въ B ставятъ простой колъ, на которомъ помѣчена точка D на высотѣ, равной длинѣ палки эклиметра. Затѣмъ, ослабивъ гайку g линейки, направляютъ верхнее ребро ея ab на D. Наконецъ, по закрѣпленіи линейки, дѣлаютъ отсчетъ на полукругѣ по нити отвѣса. Этотъ отсчетъ и выразитъ градусную величину угла наклоненія. Дѣйствительно, если BC есть линія горизонтальная, то уголъ $ABC = \alpha$ представляетъ уголъ наклоненія линіи AB мѣстности, онъ *равенъ по перпендикулярности сторонъ углу $oC'd$ на эклиметрѣ*, ибо линія $C'D$ визированія параллельна съ линіей AB [1]).



Черт. 32.

§ 33. Повѣрка эклиметра. Условіе, требуемое отъ эклиметра (высотомѣра) состоитъ въ томъ, чтобы *одинъ и тотъ же уголъ наклоненія α линіи мѣстности получался безъ измѣненія въ градусной величинѣ на различныхъ частяхъ эклиметра*. Для этого нужно, 1) чтобы нить съ отвѣсомъ (вертикальная линія) проходила черезъ штрихъ 0^0 въ то время, когда верхнее ребро линейки эклиметра горизонтально и 2) равенство градусныхъ дѣленій полукруга.

Чтобы убѣдиться, что 1-ое условіе выполнено, необходимо замѣтить, *что дѣленія на полукругѣ эклиметра нанесены симметрично въ обѣ стороны отъ нуля* и что, стоя съ эклиметромъ въ точкѣ A, можно смѣрить уголъ α пониженія линіи AB (черт. 33) два раза, при чемъ одинъ разъ онъ получится на квадрантѣ 0^0n [2]), а другой разъ на квадрантѣ 0^0m [3]). Въ первый разъ съемщикъ будетъ имѣть точку K у глаза *и лицевая сторона (съ дѣленіями) эклиметра* будетъ находиться *вправо* (черт. 33) отъ съемщика. Во второмъ случаѣ, послѣ поворота эклиметра около вертикальной линіи (вмѣстѣ съ палкою AO) на 180^0, лицевая сторона эклиметра будетъ влѣво отъ наблюдателя (прав. черт. 33) и у глаза будетъ точка n. Такъ какъ *на мѣстности* уголъ α *не измѣняется*, то и на различныхъ частяхъ инструмента должно по нити отвѣса прочесть одну и ту же градусную подпись (какъ на



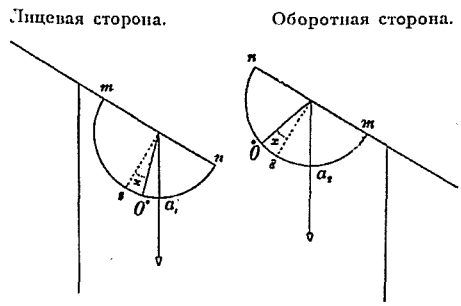
Черт. 33.

[1]) Какъ линіи, соединяющія концы двухъ вертикальныхъ, а слѣдовательно параллельныхъ, и при томъ равныхъ между собою линій AO и BD.

[2]) Лѣвый чертежъ.

[3]) Правый чертежъ.

квадрантѣ 0^0n, такъ и на квадрантѣ 0^0m). Если эклиметръ *не вѣренъ*, т. е. дѣленіе нуль уклонится отъ вертикальной линіи, напр., вправо, въ то время, когда ребро *mn* горизонтально, то послѣ оборота эклиметра на 180° (черт. 34) нуль уклонится влѣво отъ вертикальной линіи. Въ первомъ случаѣ, когда лицевая сторона будетъ вправо отъ наблюдателя, отсчетъ a_1 будетъ *менѣе* истинной величины угла наклоненія α на величину x, гдѣ x центральный уголъ, измѣряющій дугу 0^0s, а s средняя точка дуги. Во второмъ случаѣ, когда лицевая сторона будетъ влѣво отъ наблюдателя, отсчетъ a_2 будетъ *болѣе* угла α на величину x; такимъ образомъ:



Черт. 34.

$$a_1 = \alpha - x \qquad \text{и} \qquad a_2 = \alpha + x$$

Сложивъ, получимъ

$$a_1 + a_2 = 2\alpha \text{ или } \alpha = \frac{a_1 + a_2}{2},$$

а вычитая, найдемъ

$$a_2 - a_1 = 2x \text{ или } x = \frac{a_2 - a_1}{2},$$

т. е. *невѣрнымъ эклиметромъ можно опредѣлить уголъ наклоненія*; онъ равенъ полусуммѣ отсчетовъ на эклиметрѣ, сдѣланныхъ при полукругѣ *вправо* и полукругѣ *влѣво*, а ошибка дѣленія 0° или, какъ говорятъ, *„мѣсто нуля“* [1]) эклиметра равно полуразности тѣхъ же отсчетовъ.

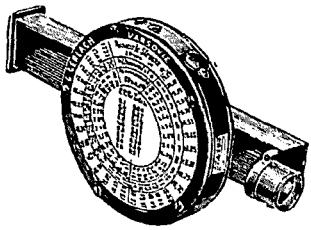
Повѣрка равенства градусныхъ дѣленій полукруга эклиметра производится помощью равныхъ хордъ. Такъ какъ равныя хорды одной и той же окружности стягиваютъ и равныя дуги, то, взявъ обыкновенный циркуль, устанавливаютъ одну его ножку на 0°, а другую, напр., на 5°; послѣ чего прикидываютъ растворъ циркуля по дугѣ эклиметра и смотрятъ — повсюду-ли длина пятиградусной хорды остается неизмѣнной. Такъ, напримѣръ, если одна ножка циркуля поставлена на штрихъ 2°, то другая должна совпадать со штрихомъ 7°. Пройдя послѣдовательно весь полукругъ, убѣждаются въ вѣрности дѣленій сперва подписанныхъ 0°, 5, 10, 15.... затѣмъ соотвѣтствующихъ 1°, 6, 11...., послѣ этого 2° 7, 12... и т. д.

Эклиметръ Брандиса состоитъ изъ цилиндрической коробки (черт. 31 bis), на оси которой, внутри ея, виситъ кольцо съ дѣленіями, снабженное тяжестію при дѣленіи 90°, благодаря чему радіусъ, гдѣ стоитъ дѣленіе съ подписью 90°, *всегда принимаетъ отвѣсное положеніе*, а нулевой радіусъ

---

[1]) Мѣсто нуля есть тотъ отсчетъ на эклиметрѣ, когда линія визированія *mn* горизонтальна.

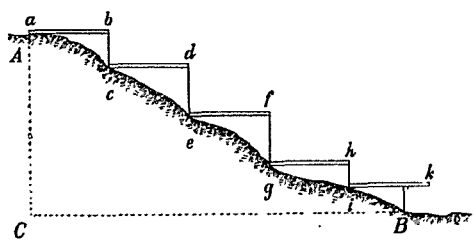
(съ подписью 0°) всегда горизонталенъ. Справа, у дна боковой поверхности цилиндра—оправы кольца—сдѣлана четырехгранная трубочка съ горизонтальною нитью для визированія, а по образующей цилиндра — вырѣзъ. При горизонтальномъ лучѣ зрѣнія, въ прорѣзѣ цилиндра, черезъ лупу, находящуюся слѣва отъ трубочки, противъ нити, прочитывается 0°, а при наклонномъ визированіи — величина угла наклона. Сбоку на коробкѣ помѣщена таблица поправокъ за наклонъ, а также превышеніе для разстоянія въ 20^{m}. Для остановки колебаній кольца, сверху коробки, имѣется останавливающая движеніе кнопка.



Черт. 31 bis.

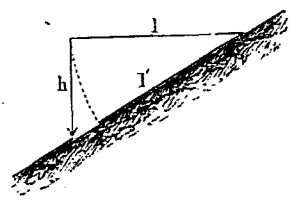
Эклиметръ механика Тесдорпфа опишемъ послѣ статьи „объ уровняхъ", такъ какъ одной изъ существенныхъ его составныхъ частей является уровень.

§ 34. Непосредственное измѣреніе горизонтальныхъ проложеній. Второй способъ опредѣленія горизонтальной проекціи линіи состоитъ въ непосредственномъ измѣреніи проекціи, для чего употребляютъ *не всю* длину цѣпи въ 10 саженъ, а, смотря по большему или меньшему наклону линіи, часть ея въ 2 или 5 саженъ, или еще лучше—деревянный мѣрный брусъ. Эту часть цѣпи не кладутъ на землю, а вытягиваютъ горизонтально, при этомъ, чтобы по тяжести своей она не слишкомъ провисала, ее поддерживаютъ по срединѣ. Опустивъ отвѣсъ съ приподнятаго конца цѣпи или жезла (черт. 35) замѣчаютъ на землѣ соотвѣтствующую точку; въ нее затѣмъ и переносятъ задній конецъ цѣпи (жезла), откуда продолжаютъ измѣреніе такимъ же порядкомъ далѣе. Для избѣжанія сильнаго натяженія цѣпи, отчего разгибаются ея кольца и даже можетъ произойти разрывъ, лучше вмѣсто цѣпи при этомъ способѣ измѣренія наклонной линіи употреблять, какъ выше указано, деревянную сажень или брусъ. Положивъ одинъ конецъ сажени въ точку *a* (черт. 35), направляютъ сажень вдоль измѣряемой линіи *AB*, приподнимаютъ передній конецъ *b* настолько, чтобы сажень была горизонтальна и къ *b* придвигаютъ вертикально 2-ой призматическій брусъ. Этотъ брусъ ставится вертикально или на-глазъ при небольшомъ уклонѣ, или непремѣнно по отвѣсу въ случаѣ крутой покатости. Горизонтальное положеніе *l* (черт. 36) сажени или мѣрнаго бруса *l'* опредѣляется тѣмъ, что наклоняя и поднимая передній конецъ ея, заставляютъ его описывать дугу круга, центръ которой совпадаетъ съ заднимъ неподвижнымъ концомъ; при этомъ *изъ всѣхъ возможныхъ на землѣ положеній* шпица отвѣса, нить котораго *h* находится на переднемъ концѣ



Черт. 35.

подымаемаго и опускаемаго жезла (на чертежѣ 36-мъ лѣвомъ концѣ) выбираютъ *то*, которое *наиболѣе удалено* отъ задняго неподвижнаго конца жезла, такъ какъ именно *то* положеніе сажени есть горизонтальное, которое соотвѣтствуетъ *наибольшему* удаленію на землѣ конца отвѣса (черт. 36) отъ неподвижнаго конца сажени. Дѣйствительно, нить съ отвѣсомъ, будучи вертикальной линіей, становится касательной въ этотъ моментъ къ окружности радіуса, равнаго длинѣ l бруса, а при брусѣ, стоящемъ выше или ниже горизонтальной линіи, нить является сѣкущей, конецъ которой со шпицемъ отвѣса проектируется ближе къ заднему концу бруса (сажени). Замѣтивъ точку c (черт. 35) переносятъ въ нее задній конецъ сажени и продолжаютъ измѣреніе уступами такъ, какъ показано на чертежѣ. Для ускоренія работы, горизонтальную установку сажени и вертикальную установку бруса дѣлаютъ при одномъ и томъ же уклонѣ только одинъ разъ; затѣмъ, замѣтивъ разницу $x = l' - l$ (черт. 36) между длиной l сажени и соотвѣтственною длиною l' наклонной линіи, прибавляютъ эту разницу къ каждому отложенію сажени по наклонной линіи. Понятно, что l' должно быть болѣе l, ибо l' — наклонная, а l — горизонтальная проекція (см. § 30).



Черт. 36.

§ 35. Точность измѣренія линій. Чтобы составить себѣ понятіе о точности измѣреній линій мѣстности, проще всего представить себѣ, что неоднократно измѣряли на мѣстности линіи, *длины которыхъ были заранѣе точно извѣстны,* напр., *получены изъ болѣе точныхъ дѣйствій,* причемъ оказалось, что разность y между результатомъ d измѣренія и длиной l линіи составляетъ $\frac{1}{n}$ отъ l (или отъ d) $y = \frac{1}{n} l$, т. е. относительная ошибка [1]) измѣренія линій выражается дробью вида $\frac{y:y}{d:y} = \frac{1}{n}$, напр., при измѣреніи линіи цѣпью въ случаѣ мѣстности благопріятной, т. е. ровной и плотной она достигаетъ $\frac{1}{1000}$; въ случаѣ мѣстности менѣе благопріятной (каменистой, болотистой или песчаной) ошибка увеличивается и на поверхности неровной, бугристой доходитъ до $\frac{1}{400}$; вообще же, круглымъ числомъ, можно принять ошибку измѣренія линіи цѣпью въ $\frac{1}{500}$, такъ что линія длиною въ 500 саженъ можетъ получиться при измѣреніи или въ 499 или въ 501 саженъ. Подобнымъ же путемъ обнаружено, что ошибка измѣренія линіи стальною мѣрною лентою, по крайней мѣрѣ *вдвое* менѣе и можетъ быть принята равною $\frac{1}{1000}$ и даже болѣе. Для брусьевъ её считаютъ равной $\frac{1}{2000}$ и

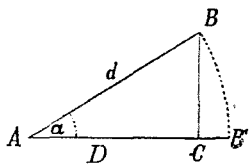
---

[1]) Т. е. ошибка $\frac{y}{d}$, приходящаяся на единицу длины измѣренной линіи.

выше, смотря отъ условій, при которыхъ измѣрена линія. Это повышеніе точности измѣренія линіи лентою (и мѣрными брусьями) сравнительно съ точностью измѣренія той же линіи цѣпью легко объясняется прогибаніемъ цѣпи между впадинами и буграми на мѣстности и тѣмъ, что длина цѣпи измѣняется отъ согнутія колѣнъ, растяженія и отъ стиранія внутреннихъ поверхностей колецъ, соединяющихъ колѣна между собой; тогда какъ длина ленты и бруса мало подвержена однимъ изъ этихъ измѣненій и совсѣмъ не подвержена другимъ. Эту *относительную ошибку* $\frac{1}{n}$ принято называть *точностью измѣренія линій* [1]). Если $\frac{1}{n} = k$, то $y = k.\ l$. Позднѣйшія изслѣдованія о точности измѣренія линій на мѣстности показали, что допущеніе о томъ, что возможна пропорціональность ошибки y длинѣ линіи d даетъ величины, довольно согласныя съ опытомъ при длинахъ до 500 саженъ; свыше же этого ошибка подчиняется болѣе строгому условію, а именно выражается формулой $m = \sqrt{a^2 l + b^2 l^2}$, гдѣ a и b коэффиціенты характеризующіе 1) случайныя и 2) *постоянныя* ошибки измѣренія линій (отклоненіе снаряда вправо или влѣво, вверхъ или внизъ, провисаніе и т. п.), а l—длина измѣряемой линіи [2]).

§ 36. Соотвѣтствіе въ точности измѣреній линіи и ея угла наклоненія.

Для полученія горизонтальнаго проложенія AC наклонной линіи AB (черт. 37) мѣстности необходимо: 1) измѣрить длину AB, 2) измѣрить уголъ наклоненія α, 3) опредѣлить поправку



Черт. 37.

$$x = 2d \,.\, Sin^2 \frac{\alpha}{2}$$ и

4) вычесть эту поправку изъ длины d, т. е.

$$D = d - x.$$

Опишемъ изъ точки A окружность радіусомъ AB, тогда AB' будетъ также равно длинѣ d, а отрѣзокъ

$$CB' = AB' - AC = d - D = x$$

представитъ геометрическое значеніе поправки x.

Съ другой стороны извѣстно, что измѣряя линію AB, никогда не получаютъ ея истинную длину, а всегда величину нѣсколько большую или

---

[1]) Чѣмъ меньше ошибка $\frac{1}{n}$ тѣмъ точнѣе измѣрена линія.

[2]) Относительно точности измѣренія линій замѣтимъ, что обыкновенно рекомендуется ознакомиться съ этимъ вопросомъ послѣ изученія статьи „объ ошибкахъ измѣренія". См. напр., объ этомъ у Galle, Iordan, Lorber, Löschner, въ „трудахъ Топ. Геодезич. Ком." и др.

меньшую. При измѣреніи длины $AB=d$ за результатъ измѣренія можно принять (см. предыдущій §)

$$\text{или } d+\frac{d}{n} \text{ или } d-\frac{d}{n}$$

такъ какъ $y=\frac{1}{n}d$.

Сопоставимъ поправку x отъ наклона линіи съ неизбѣжною погрѣшностью $\frac{d}{n}$ измѣренія линіи. Легко усмотрѣть, что поправку x можно иногда и не вводить въ длину d, а *пренебрегать ею*. Дѣйствительно, пусть x менѣе точности измѣренія линіи, т. е. $x<\frac{d}{n}$. Тогда замѣняя x его величиною, найдемъ:

$$2d\ Sin^2\frac{\alpha}{2}<\frac{d}{n}.$$

Преобразовывая, находимъ, что:

$$Sin\frac{\alpha}{2}<\sqrt{\frac{1}{2n}},\ \text{т. е. при } n=500,\ Sin\frac{\alpha}{2}<\frac{1}{32}.$$

Если *приближенно* допустимъ:

$$Sin\frac{\alpha}{2}=\frac{\alpha^0}{2}\cdot Sin\ 1^0=\frac{\alpha'}{2}\cdot Sin\ 1'=\frac{\alpha''}{2}\cdot Sin\ 1''.$$

то получимъ:

$$Sin\frac{\alpha^0}{2}=\frac{\alpha^0}{2}\cdot\frac{1}{57.3}=\frac{\alpha'}{2}\cdot\frac{1}{3437.75}=\frac{\alpha''}{2}\cdot\frac{1}{206264.80}.$$

Примемъ $Sin\frac{\alpha^0}{2}=\frac{\alpha^0}{2}\cdot\frac{1}{57.3}$, тогда $\frac{\alpha^0}{2}\cdot\frac{1}{57,3}<\frac{1}{\sqrt{2n}}$.

откуда $\alpha<57,3\sqrt{\frac{2}{n}}$ или $\left(\text{при } n=500\right)$ уголъ $\alpha^0<3,^0 6$.

Послѣднее неравенство указываетъ, что x будетъ меньше $\frac{d}{500}$ если $\alpha<3^0$, поэтому, измѣряя линіи цѣпью, не принимаютъ во вниманіе углы наклона, меньшіе 3^0. Если линіи измѣряются стальною лентою, то:

$$x<\frac{d}{1000} \text{ или } Sin^2\frac{\alpha}{2}<\frac{1}{2000};\ \frac{\alpha}{2}<\frac{57.3}{\sqrt{2000}};\ \alpha<\frac{2\times 57.3}{45}$$

или $\alpha<2,5$, т. е. углы меньшіе 2^0 могутъ быть также не наблюдаемы при измѣреніи линій лентою. Такимъ образомъ величина наблюдаемаго α зависитъ отъ величины n (отъ точности измѣренія линіи: чѣмъ точнѣе измѣряется линія, тѣмъ меньшій уголъ наклона надо измѣрять).

§ 37. Измѣреніе линій шагами. Хотя шаги у различныхъ по росту людей не одинаковы, даже шагъ одного и того же человѣка, при различныхъ обстоятельствахъ, мѣняется, тѣмъ не менѣе шагъ человѣка все-таки можетъ иногда служить достаточнымъ средствомъ для измѣренія разстояній при съемкѣ. Для этого достаточно, чтобы съемщикъ опредѣлилъ *среднюю*

длину своего шага. Пусть, напримѣръ, на мѣстности измѣрена линія длиною въ 100 саж. и съемщикъ, пройдя по ней 4 раза, насчиталъ послѣдовательно: 280, 278, 279, 283 шаговъ, тогда средняя длина его шага будетъ:

$$100^c : \frac{278 + 279 + 280 + 283}{4} = 100 : 280 = 0{,}36 \text{ саж.},$$

т. е. около аршина, а въ длинѣ цѣпи = 10 саженямъ будетъ содержаться 28 шаговъ. Подобное опредѣленіе совѣтуется дѣлать на линіяхъ различнаго протяженія, на различной мѣстности (ровной и кочковатой, на вспаханномъ полѣ, на травѣ и т. п.) и брать затѣмъ изъ всѣхъ опредѣленій среднее ариѳметическое. Для большинства людей средняго роста и средняго возраста длина шага равна 0,37 саж. Чтобы, зная длину своего шага, опредѣлить какое-нибудь разстояніе на мѣстности, съемщикъ долженъ пройти его и сосчитать число заключающихся въ немъ шаговъ. Если въ нѣкоторой длинѣ съемщикъ насчиталъ 103 шага и если средняя длина его шага = 0,37 саж., то понятно искомое разстояніе будетъ:

$$103 \times 0{,}37 = 38 \text{ саж.}$$

Для упрощенія счета шаговъ считаютъ не каждый шагъ, а пары ихъ, произнося: одинъ, два, три..., только при постановкѣ, напр., правой ноги. Для перевода въ сажени числа паръ шаговъ можно заранѣе составить таблицу.

ГЛАВА II.

Угломѣрные инструменты, ихъ составныя части и принадлежности. Съемка угломѣрными инструментами.

§ 38. Раздѣленіе инструментовъ для опредѣленія угловъ на три вида. Линіи на земной поверхности могутъ пересѣкаться подъ различными углами. Технику приходится: 1) *опредѣлять величину* угла между данными линіями мѣстности и 2) проводить на мѣстности линіи, пересѣкающіяся подъ заранѣе заданнымъ угломъ. Особенно часто на мѣстности приходится разбивать прямой уголъ.

Снаряды, предназначенные для опредѣленія или построенія угловъ, могутъ быть:

1) съ градусными дѣленіями, позволяющими имѣть величины угловъ въ доляхъ градуса; такіе снаряды принято называть *угломѣрными инструментами*, (угломѣромъ).

2) съ приспособленіями для *графическаго* опредѣленія угловъ, это—*мензулы*, дающія только изображеніе угла, но не его градусную мѣру,

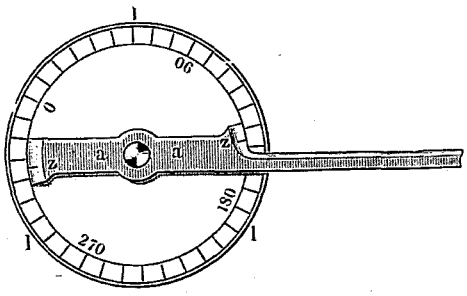
3) снаряды съ постоянными углами въ 90°, 45°, 135° и 180° это—*экеры*.

§ 39. Углы, измѣряемые въ геодезіи. Въ геодезической практикѣ чаще приходится имѣть дѣло не съ самими углами, лежащими въ наклонныхъ

къ горизонту плоскостяхъ, между линіями мѣстности, а съ ихъ горизонтальнымъ проложеніемъ. Углы, лежащіе въ горизонтальной плоскости, называютъ *горизонтальными* углами, въ отличіе отъ *угловъ наклоненія* линій, лежащихъ въ вертикальной плоскости и называемыхъ *вертикальными* углами.

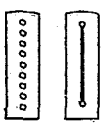
Составныя части угломѣрныхъ инструментовъ.

§ **40.** *А.* **Лимбъ и алидада.** Для полученія градусной величины угла достаточно вообразить въ его плоскости: 1) кругъ *l* съ нанесенными по его окружности дѣленіями, обыкновенно изготовляемый изъ мѣди и называемый *лимбомъ* (черт. 38), центръ котораго совмѣщенъ съ вершиною измѣряемаго угла и 2) линейку *a*, вращающуюся на оси, въ центрѣ лимба, называемую *алидадой*, съ мѣткою-штрихомъ *z* на одномъ или на обоихъ ея концахъ. Эти два штриха *z* алидады суть слѣды воображаемаго діаметра лимба, проведеннаго по алидадѣ. Мѣтку *z* будемъ называть *индексомъ* или *указателемъ* алидады. Если представимъ себѣ, что діаметръ *zz* послѣдовательно совмѣщенъ со сторонами измѣряемаго угла, то число градусовъ, заключающееся между тѣми двумя точками лимба, въ которыхъ послѣдовательно останавливался одинъ и тотъ же индексъ алидады, (т.-е. *разность отсчетовъ, сдѣланныхъ на лимбѣ* отъ его нуля до индекса алидады) дастъ величину измѣряемаго угла. Можно допустить также, какъ это встрѣчается, при устройствѣ буссолей и вертикальныхъ круговъ (см. дальше § 119 и 102), что вращается въ центрѣ лимба не алидада, а самъ лимбъ, указатель же (или вся алидада) *zz* остается въ одномъ и томъ же *неизмѣнномъ положеніи*, а нулевой діаметръ лимба совмѣщается послѣдовательно со сторонами измѣряемаго угла. Разность отсчетовъ на лимбѣ, сдѣланныхъ отъ его нуля *по неподвижному индексу z*, опять дастъ величину угла.



Черт. 38.

§ **41.** *Б.* **Діоптры.** Для удобства совмѣщенія линіи *zz* со сторонами измѣряемаго угла представимъ себѣ въ плоскости, проходящей черезъ *zz* и перпендикулярной къ плоскости лимба и алидады, два шпенька или еще лучше двѣ пластинки—*діоптра* съ узкими прорѣзами (черт. 40), замѣняющими шпеньки. Діоптръ, повертываемый къ глазу наблюдателя, будемъ называть окулярнымъ или *глазнымъ*, а другой—діаметрально ему противоположный и обертываемый къ мѣстному предмету — *предметнымъ* или объективнымъ. Узкій прорѣзъ глазного діоптра замѣняется иногда рядомъ круглыхъ отверстій, расположенныхъ по одной прямой (черт. 39), а вмѣсто щели на предметномъ діоптрѣ дѣлаютъ широкій прорѣзъ съ натянутымъ вдоль него посерединѣ конскимъ волосомъ (черт. 41).


Чер. 39 и 40.

Отвѣсную плоскоть, проходящую чрезъ волосъ предметнаго и одну изъ точекъ глазного діоптра называютъ *каллимаціонною плоскостью діоптровъ*.

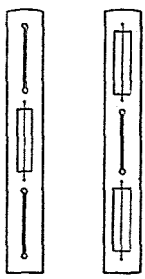


Черт. 41.

Дѣйствіе, состоящее въ совмѣщеніи коллимаціонной плоскости діоптровъ съ даннымъ предметомъ мѣстности, называется *визированіемъ* на данный предметъ. Линія, лежащая въ коллимаціонной плоскости и проходящая черезъ глазъ наблюдателя и предметъ мѣстности, называется *линіей визированія*.

Для визированія чрезъ діоптры на точку мѣстности, поворачиваютъ алидаду инструмента съ прикрѣпленными къ ней діоптрами (или лимбъ, если алидада неподвижна) до тѣхъ поръ, пока, смотря сквозь одно изъ отверстій глазного діоптра, увидятъ, что волосъ предметнаго діоптра покрываетъ требуемую точку мѣстности.

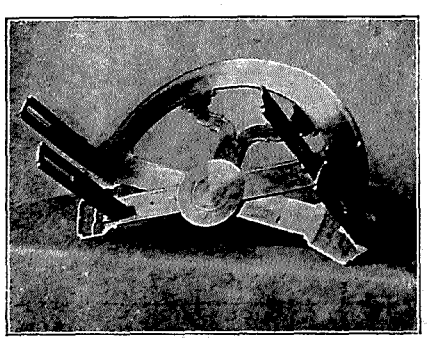
Иногда, для возможнаго визированія по двумъ противоположнымъ направленіямъ, не измѣняя положенія алидаты, на каждой парѣ діоптровъ помѣщаются двѣ или три коллимаціонныя плоскости; при чемъ глазныя отверстія и предметные волоски размѣщаются на пластинкахъ такъ, какъ показано на чертежѣ 42-мъ.



Черт. 42.

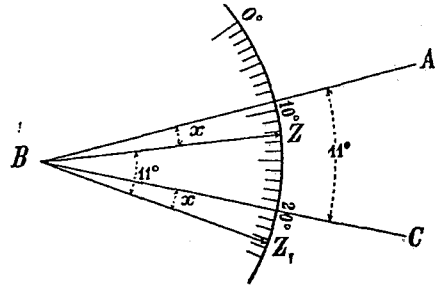
Предметный діоптръ въ видѣ узкой щели обладаетъ меньшею ясностью изображенія и меньшимъ удобствомъ при визированіи, чѣмъ при широкомъ разрѣзѣ, тѣмъ не менѣе узкая щель имѣетъ то преимущество, что одна и та же коллимаціонная плоскость можетъ служить для визированія по двумъ противоположнымъ направленіямъ.

§ 42. Старинная астролябія или графометръ. Коллимаціонная плоскость діоптровъ можетъ, какъ сказано выше, проходить черезъ линію *zz* индексовъ алидады. Такое устройство обыкновенно и придавалось стариннымъ угломѣрнымъ инструментамъ *астролябіямъ*. Астролябія 1716 г. изображена на (черт. 43), у нея на лимбѣ въ видѣ полукруга проведено нѣсколько концентрическихъ окружностей, изъ которыхъ первая раздѣлена на отдѣльныя пятки градусовъ, т. е. на 72 промежутка, вторая на градусы, т. е. на 360 частей, третья на полуградусы и четвертая на четверти градусовъ. Подпись на лимбѣ сдѣлана не у каждаго дѣленія, а какъ въ большинствѣ угломѣровъ при отдѣльныхъ десяткахъ, такъ что на лимбѣ можно видѣть цифры 0^0, 10^0, 20^0...., Во всѣхъ вообще астролябіяхъ подпись эта возрастаетъ по направленію отъ правой руки къ лѣвой (противъ хода часовой стрѣлки отъ 0^0 до 360^0). На концѣ алидады, въ четырехугольномъ прорѣзѣ, индексъ сдѣланъ въ виду зубца (см. на чертежѣ внизу слѣва).



Черт. 43.

§ 43. *B.* **Алидадный кругъ и мѣсто индекса.** Въ новѣйшихъ инструментахъ вмѣсто алидады помѣщается цѣлый алидадный кругъ и встрѣчается вмѣсто двухъ индексовъ три и четыре, равномѣрно распредѣленные по окружности лимба. Подпись дѣленій лимба идетъ по ходу часовой стрѣлки. Само-собой разумѣется, что на алидадномъ кругѣ при его вращеніи всѣ имѣющіеся на немъ діаметры описываютъ тотъ же самый уголъ, что и начальная линія индексовъ *zz*, проходящая черезъ коллимаціонную плоскость діоптровъ. Поэтому *индексъ алидады можетъ на любой уголъ* (иногда доходящій до 90⁰) *отстоять отъ коллимаціонной плоскости визирнаго снаряда* (діоптровъ) и уголъ *ABC* (черт. 44) между двумя положеніями коллимаціонной плоскости діоптровъ равенъ углу ZBZ_1 между двумя положеніями индекса, или что то же самое, дугѣ ZZ_1 лимба, если допустить, что радіусъ BZ составляетъ постоянный уголъ x съ коллимаціонною плоскостью діоптровъ. Величина дуги ZZ_1 или что то же самое *величина измѣряемаго угла ABC на лимбѣ получается какъ разность двухъ отсчетовъ* Z_1 и Z или двухъ дугъ OZ_1 и OZ, отсчитываемыхъ по индексу Z на лимбѣ отъ начальнаго штриха, подписаннаго нулемъ.



Черт. 44.

Во французскихъ инструментахъ лимбъ иногда дѣлится вмѣсто 360⁰ на 400 градъ, считая $1^0 = 100' = 10000''$.

Для большей ясности штрихи лимба и ихъ подпись чернятся и лимбъ серебрится, или же дѣленія дѣлаются на серебряномъ, врѣзанномъ въ лимбъ, кольцѣ [1]).

§ 44. Необходимое условіе полученія горизонтальнаго проложенія угла на мѣстности—это возможность *приведенія лимба инструмента въ горизонтальное положеніе*, такъ какъ плоскостью проекцій для угловъ является лимбъ. Горизонтальная плоскость вполнѣ опредѣлится двумя пересѣкающимися горизонтальными линіями, а потому остановимся на приборахъ, дающихъ направленіе вертикальной и горизонтальной линій.

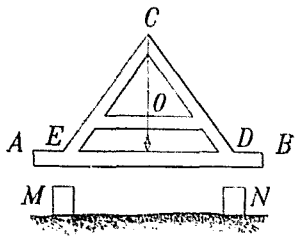
§ 45. *Г.* **Отвѣсъ и ватерпасъ.** Отвѣсъ представляетъ собою шнуръ съ грузомъ (черт. 3) и даетъ направленіе вертикальной линіи.

Ватерпасъ состоитъ изъ горизонтальнаго бруса *AB*, съ которымъ скрѣплены два раскоса *CD* и *CE* (черт. 45), связанные между собой *гори-*

---

[1]) Дѣленія на лимбѣ наносятся *дѣлительной машиной*, отъ устройства которой зависитъ точность (равенство) нанесенныхъ промежутковъ (дѣленій). При нанесеніи дѣленій наблюдается, чтобы части лимба имѣли одну и ту же температуру.

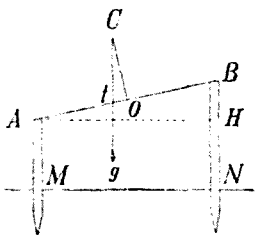
зонтальною распоркою *O*. Раскосы съ брускомъ образуютъ равнобедренный треугольникъ *ECD*, въ вершинѣ *C* котораго укрѣплена нить съ отвѣсомъ. По серединѣ распорки сдѣланъ штрихъ *O*.



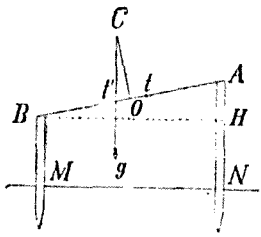
Черт. 45.

Если нижній брусъ *AB* горизонталенъ, то нить съ отвѣсомъ должна совпадать со штрихомъ *O*.

Для *выверки* ватерпаса, т. е. для выясненія — дѣйствительно ли намѣченный штрихъ *O*, совмѣщенный съ нитью свободно висящаго отвѣса, придаютъ брусу *AB* приблизительно „на глазъ" горизонтальное положеніе,— для чего вбиваютъ въ землю два кола *M* и *N* (черт. 45) приблизительно такъ, чтобы при наложеніи на нхъ верхушки бруса *AB* нить съ отвѣсомъ совпала со штрихомъ *O* или, если совпаденія не послѣдуетъ, то чтобы нить остановилась вблизи штриха *O*. Это мѣсто нити отвѣса отмѣчаютъ карандашемъ на распоркѣ, послѣ чего перекладываютъ ватерпасъ на кольяхъ такъ, чтобы конецъ *A* занялъ мѣсто конца *B*, а конецъ *B* пришелся на колъ *M*, т. е. другими словами *вращаютъ ватерпасъ около вертикальной линіи на 180°*. Послѣ оборота вновь отмѣчаютъ карандашемъ на распоркѣ второе мѣсто нити съ отвѣсомъ.



Черт. 46.



Черт. 47.

Если бы колья были вбиты удачно и ватерпасъ былъ бы вѣренъ, то нить отвѣса въ обоихъ положеніяхъ совпадала бы со штрихомъ *O*. Если же головки кольевъ не даютъ строго горизонтальной линіи, а представляютъ наклонную линію, то нить отвѣса уклонится отъ подошвы *O* перпендикуляра *CO* къ линіи *AB* на величину *ot* (черт. 46). Послѣ поворота ватерпаса около линіи *CO* на 180° онъ займетъ положеніе, указанное на чертежѣ 47, и нить съ отвѣсомъ займетъ направленіе *ot'*, симметричное съ *ot* относительно линіи *CO*.

Раздѣливъ линію *tt'* пополамъ, намѣчаютъ истинное положеніе *O* нити съ отвѣсомъ, которое она займетъ, если брусъ *AB* будетъ въ горизонтальномъ положеніи. Изъ чертежа 46 видно, что когда сторона *AB* угла *BAH* совпадетъ съ горизонтальною стороною *AN*, то и сторона *CO* угла *OCt* (равнаго по пендикулярность сторонъ углу *BAH*) совпадетъ съ вертикальною линіею *Cg*.

Для *приведенія* какой-либо *линіи* инструмента помощью ватерпаса въ *горизонтальное положеніе*, ставятъ ватерпасъ брусомъ *AB* на данную ли-

нію и наклоняютъ инструментъ съ установленнымъ на немъ ватерпасомъ въ ту или другую сторону настолько, чтобы нить свободно висящаго отвѣса совмѣстилась на распоркѣ со штрихомъ *O*.

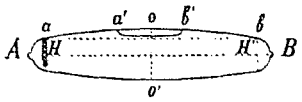
Для приведенія плоскости въ горизонтальное положеніе достаточно привести въ это положеніе двѣ пересѣкающіяся, напр. перпендикулярныя линіи, совмѣщающіяся съ плоскостью, ибо положеніе плоскости опредѣляется двумя пересѣкающимися линіями.

Эти двѣ линіи приводятся въ горизонтальное положеніе послѣдовательно: сперва постановкою ватерпаса по направленію одной, а затѣмъ по направленію другой; при чемъ дѣйствіе повторяется до тѣхъ поръ, пока нить отвѣса будетъ совмѣщаться со штрихомъ *O* при обоихъ положеніяхъ ватерпаса, приблизительно перпендикулярныхъ между собою.

Ватерпасъ уже не употребляютъ въ настоящее время въ геодезическихъ инструментахъ, какъ снарядъ, дающій весьма приблизительные результаты. Онъ служитъ только для полученія на мѣстности горизонтальной линіи или плоскости, а также и для опредѣленія относительной высоты *bc* (черт. 35) двухъ близкихъ другъ къ другу точекъ мѣстности *A* и *c*. При этомъ брусокъ *AB* дѣлается длиною, по большей части, въ 1 сажень, съ болѣе мелкими подраздѣленіями на десятыя и сотыя доли сажени, или на футы и дюймы, или аршины и вершки. Въ этомъ послѣднемъ видѣ онъ можетъ служить также и для непосредственнаго измѣренія горизонтальныхъ проложеній разстояній на мѣстности (черт. 35).

§ 46. *Д.* **Уровни. Два вида уровней.** Ватерпасъ замѣненъ въ геодезическихъ инструментахъ *уровнемъ*. Уровень состоитъ изъ мѣднаго сосуда со стеклянною крышкою (или изъ заключеннаго въ мѣдную оправу стекляннаго сосуда). наполненнаго жидкостью съ *безвоздушнымъ пузырькомъ*, который по своей легкости занимаетъ всегда *высшее мѣсто* въ сосудѣ. Уровни, по формѣ сосуда съ жидкостью, раздѣляются на *цилиндрическіе* и *круглые*. Первоначально наполняли уровни водою, и пузырьки ихъ были воздушные. Въ настоящее время менѣе точные уровни наполняются виннымъ спиртомъ, а болѣе точные—сѣрнымъ эфиромъ и пузырьки ихъ дѣлаются всегда безвоздушными. Безвоздушный пузырекъ образуется слѣдующимъ образомъ: при обыкновенной температурѣ жидкость вливаютъ въ сосудъ, оставляя часть сосуда, у краевъ, немного незаполненной. Сосудъ нагрѣваютъ до температуры около $+30^0$ R. Жидкость, постепенно нагрѣваясь, расширится и достигнетъ краевъ сосуда. Въ этотъ моментъ стараются сосудъ или плотно закупорить пробкою со свинымъ пузыремъ и замазать лакомъ, или запаять отверстіе сосуда. По охлажденіи жидкости образуется безвоздушный пузырекъ, наполненный ея парами. Преимущество такого уровня заключается въ томъ, что въ запаянномъ сосудѣ жидкость при нагрѣваніи расширяется, пары сгущаются и наполняютъ безвоздушный пузырекъ, наличность котораго предупреждаетъ образованіе опасной упру-

гости паровъ внутри сосуда. Кромѣ того, камера дѣлается иногда двойною съ помощью перегородки *H* (черт. 48 и 54), что позволяетъ регулировать въ главной части уровня *длину пузырька*, удлинняя ее, при высокой температурѣ, (если пузырекъ сдѣлался слишкомъ малъ отъ расширенія жидкости) и сокращая чрезмѣрную его длину при низкой температурѣ, простымъ наклоненіемъ уровня, переливая часть жидкости изъ одной камеры въ другую.



Черт. 48.

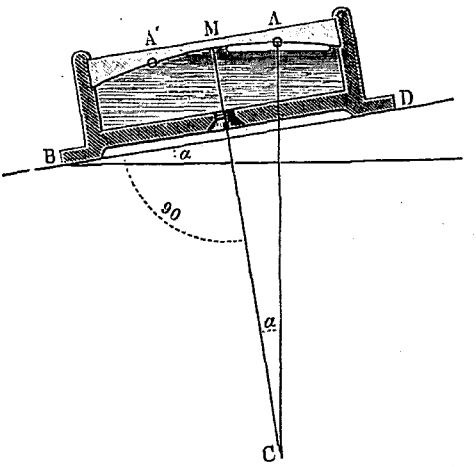
§ 47. Математическая форма внутренней поверхности цилиндрическаго уровня образуется отъ вращенія дуги круга *AoB* весьма значительнаго радіуса около ея хорды *AHH'B* (черт. 48). Такая поверхность уровня приготовляется шлифовкою стекла движеніемъ его по тонкому изогнутому стальному стержню, посыпаемому отъ времени до времени наждачнымъ порошкомъ. *Шлифованные* уровни цѣнятся дороже, чѣмъ уровни, внутренняя поверхность которыхъ образуется сгибаніемъ на огнѣ простой цилиндрической трубки (какъ это дѣлалось въ прежнее время), вслѣдствіе большой трудности и тщательности процесса шлифовки.

§ 48. Ось цилиндрическаго уровня. Поверхность цилиндрическаго уровня въ сѣченіи плоскостями, перпендикулярными къ линіи *HH'*, даетъ окружности различныхъ радіусовъ. Прямая *HH'*, идущая *вдоль уровня* и представляющая геометрическое мѣсто центровъ этихъ окружностей, относительно которой точки внутренней поверхности расположены *симметрично*, называется *осью цилиндрическаго уровня*. Иногда осью цилиндрическаго уровня называютъ *касательную* прямую линію, проводимую черезъ середину *o* дуги *AB*, и слѣдовательно параллельную хордѣ *AB*.

§ 49. Внутренняя поверхность круглаго уровня представляетъ изъ себя мѣдную коробку *BMD* (черт. 49) цилиндрической формы, прикрытую сверху стеклянною, наглухо врѣзанною и вмазанною въ края коробки крышкою *AMA'*. Внутренняя поверхность крышки есть поверхность *шарового сегмента*. Внизу, въ серединѣ дна коробки, сдѣлано отверстіе съ винтовою нарѣзкою, черезъ которое наполняется уровень. Послѣ нагрѣванія жидкости отверстіе прикрывается винтомъ, смазаннымъ мастикою.

Пусть *M* есть средняя точка шаровой поверхности крышки, а *C* ея центръ, внутренняя поверхность всей коробки располагается симметрично относительно радіуса *MC*; эта линія, *т. е. радіусъ CM, идущій къ серединѣ M крышки* называется *осью круглаго уровня*. Замѣткою середины *M* служитъ центръ выгравированнаго на крышкѣ круга. Такимъ образомъ, *ось круглаго уровня есть радіусъ, соединяющій центръ C шарового сегмента крышки уровня съ средней его точкою M*. Радіусы круглыхъ уровней всегда дѣлаютъ меньше радіусовъ цилиндрическихъ уровней.

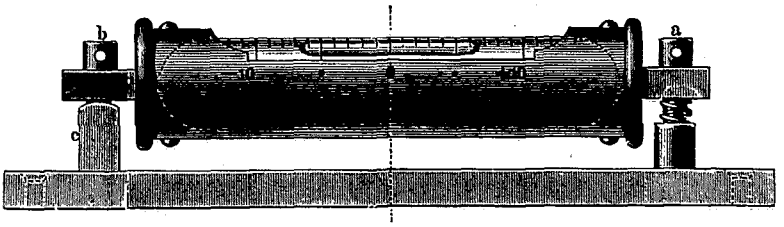
§ 50. Признакъ горизонтальности (вертикальности) **оси цилиндрическаго** (круглаго) **уровня.** Безвоздушный пузырекъ $a'b'$ (черт. 48) уровня, какъ тѣло болѣе легкое, чѣмъ жидкость уровня, всегда стремится занять высшее мѣсто въ трубкѣ, поэтому понятно, что *по мѣсту пузырька узнаютъ приподнятый конецъ трубки.* Чтобы замѣтить мѣсто пузырька на трубкѣ, на ней нанесенъ рядъ равноотстоящихъ штриховъ (черт. 54, планъ—верхъ). Въ случаѣ, когда оба конца оси трубки лежатъ на горизонтальной прямой AB (черт. 48), высшею точкою трубки будетъ ея середина o, и середина пузырька совпадетъ съ серединой трубки o. Справедливо и обратное положеніе,—*ось цилиндрическаго уровня горизонтальна, когда середина пузырька совпадаетъ съ серединой трубки* o, ибо при совпаденіи необходимо дуга $Aa' = Bb'$ (такъ какъ $Ao - a'o = oB - ob'$) и хорды AB и $a'b'$ будутъ параллельны, какъ соединяющія одноименные концы равныхъ дугъ Aa' и Bb'. Но хорда $a'b'$ представляетъ горизонтальную линію, а слѣдовательно, и ось уровня будетъ также горизонтальна.



Черт. 49.

Изъ черт. 49 видно, что сѣченіе вертикальною плоскостію поверхности круглаго уровня получается дуга большого круга съ хордою, параллельною основанію BD уровня и уголъ $ACM = \alpha$ измѣряется дугою AM, отъ середины A пузырька до середины M трубки, сверхъ того, тотъ же уголъ выражаетъ отклоненіе оси CM уровня отъ вертикальной линіи AC или линіи BD отъ горизонтальнаго положенія. И признакомъ *вертикальности оси круглаго уровня* служитъ *совпаденіе* середины A пузырька съ серединою M крышки.

§ 51. Оправа уровня. Цилиндрическій уровень помѣщается въ мѣдную оправу; она состоитъ изъ мѣднаго цилиндра (черт. 50) съ продолговатымъ

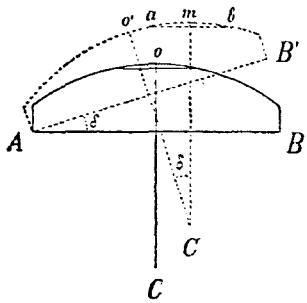


Черт. 50.

прорѣзомъ вверху, черезъ который и виденъ пузырекъ уровня. Цилиндръ оканчивается двумя рукавами, въ которые входятъ два винта a и b, называемые *исправительными* винтами уровня. Назначеніе ихъ — наклонять

„исправлять“ ось уровня относительно нижней плоскости линейки, служащей подставкою уровня. Внизу на винтъ *a* надѣта спиральная пружина. Отъ дѣйствія ея зависитъ плавность поднятія и опусканія оси уровня. Верхъ столбика *c*, на которомъ лежитъ лѣвый рукавъ цилиндра, скругленъ, благодаря чему ось уровня и можетъ безпрепятственно наклоняться, (при дѣйствіи винтовъ *a* и *b*), какъ вверхъ, такъ и внизъ.

§ 52. Измѣреніе малыхъ угловъ наклоненія оси уровня. При отклоненіи оси круглаго уровня отъ вертикальнаго положенія, середина пузырька отходитъ отъ середины крышки, и дуга, заключающаяся между этими точками, очевидно измѣряетъ центральный уголъ отклоненія оси уровня отъ отвѣснаго положенія (см. черт. 49).



Черт. 51.

Для цилиндрическаго уровня та же дуга между серединою трубки и серединою пузырька также измѣряетъ уголъ наклоненія оси цилиндрическаго уровня къ горизонту. Дѣйствительно, если приподнять правый конецъ оси уровня, то ось уровня образуетъ съ горизонтомъ уголъ наклоненія BAB' (черт. 51). Середина m горизонтальной поверхности ab пузырька отклонится тогда отъ середины o' трубки. Дуга $o'm$ измѣряетъ уголъ $o'C'm$, составляемый радіусами $o'C'$ и $C'm$, изъ которыхъ первый $o'C'$ перпендикуляренъ къ AB', а второй $C'm$ перпендикуляренъ къ ab или, все равно, къ AB. Углы $o'C'm$ и BAB', какъ углы съ перпендикулярными сторонами равны, а потому дуга $o'm$ измѣряетъ также уголъ BAB' наклоненія оси цилиндрическаго уровня къ горизонту. Середину m пузырька обыкновенно оцѣниваютъ на глазъ; но ее можно опредѣлить болѣе точно, дѣлая отсчеты въ дѣленіяхъ трубки по концамъ пузырька, которые видны отчетливо на трубкѣ. Такихъ дѣленій для чувствительныхъ уровней наносятъ по длинѣ на 1 дюймъ отъ 10 до 12 (см. черт. 54).

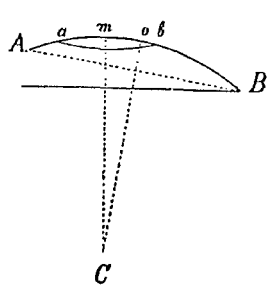
Покажемъ теперь, что для длины дуги $o'm$ отъ середины трубки o до середины m пузырька возможно установить формулу, опредѣляющую величину дуги $o'm$ въ дѣленіяхъ трубки по отсчетамъ, сдѣланнымъ по концамъ пузырька. Будемъ различать два случая: 1) концы пузырька находятся по разныя стороны отъ середины o трубки и 2) концы пузырька находятся по одну сторону отъ середины трубки.

Для перваго случая имѣемъ (черт. 52).

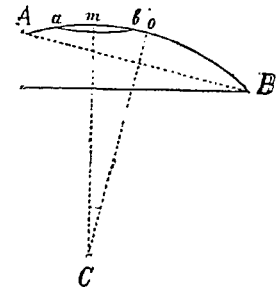
$$mo = oa - am = oa - \frac{ao + ob}{2} = \frac{ao - ob}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

а для второго (черт. 53).

$$mo = ao - am = ao - \frac{ao - ob}{2} = \frac{ao + ob}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$



Черт. 52.



Черт. 53.

Обѣ эти формулы можно свести въ одну, — для этого *условимся отсчеты, напримѣръ, по правой сторонѣ трубки сопровождать знакомъ минусъ, а по лѣвой — знакомъ плюсъ;* или наоборотъ, какъ это показано на чертежѣ 54. Согласно этого условія первая формула даетъ:

$$om = \frac{л - (-п)}{2} = \frac{л + п}{2}$$

здѣсь $л = ao$ и $п = ob$. Формула (2) дастъ:

$$om = \frac{л + п}{2}.$$

Оба чертежа предполагаютъ приподнятымъ лѣвый конецъ уровня. Подобные же чертежи можно составить въ предположеніи, что приподнятъ правый конецъ уровня.

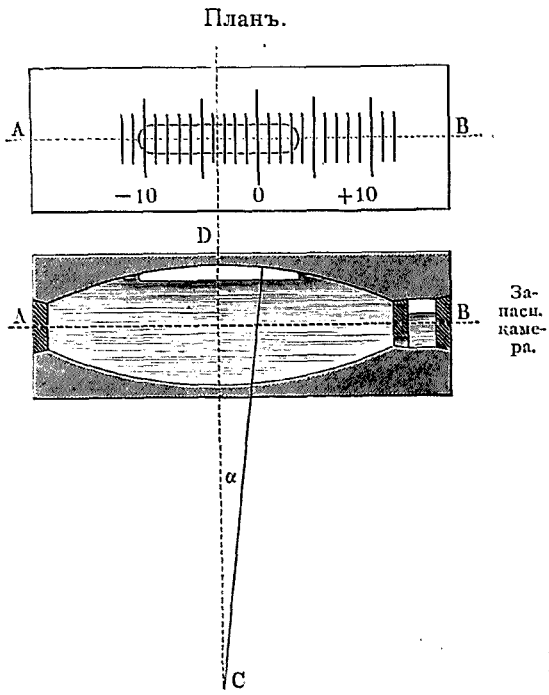
Соотвѣтственно этимъ послѣднимъ чертежамъ получимъ опять одну формулу для *om*, но съ тою лишь разницею, что во второй части равенства будетъ стоять знакъ минусъ, т. е. знакъ приподнятаго конца уровня. Слѣдовательно, знакъ результата одинаковъ со знакомъ повышенной части дуги уровня.

Если $om = \frac{1}{2}(л + п)$, а градусная величина одного дѣленія уровня, называемая *цѣною одного дѣленія* или *угловою величиною* одного дѣленія, есть η, то число дѣленій $= \frac{л + п}{2}$, умноженное на η, даетъ градусную величину угла δ наклоненія оси уровня къ горизонту: $\delta'' = \frac{л + п}{2}\eta'' = (л + п)\frac{\eta''}{2}$ (въ секундахъ). Пусть, напримѣръ, $л = +6{,}7$ и $п = -3{,}4$, причемъ десятыя доли оцѣнены на глазъ, тогда:

$$\delta = \frac{+6.7 - 3.4}{2}\eta = +1.65\,\eta = +3{,}3\,\frac{\eta}{2}.$$

Остается показать опредѣленіе величины η.

§ 53. Повѣрка уровня. Для того, чтобы уровень въ оправѣ отвѣчалъ своему назначенію, необходимо, чтобы въ немъ возможно точно выполнялось условіе, которое неизбѣжно вытекаетъ изъ устройства его оправы и должно быть повѣрено передъ употребленіемъ уровня. а) Отъ цилиндрическаго уровня, перестанавливаемаго на плоскости инструмента, требуется, чтобы *ось его была параллельна нижней плоскости его подставки.* Для повѣрки этого условія берутъ доску, имѣющую хотя бы одинъ подъемный винтъ [1]); ставятъ на нее испытуемый уровень приблизительно такъ, чтобы одинъ его конецъ стоялъ по направленію на подъемный винтъ и, дѣйствуя имъ, приводятъ середину пузырька *точно* въ совмѣщеніе съ *серединой трубки.* Для обозначенія *середины трубки* на стеклѣ цилиндрическаго уровня наносятся и нумеруются дѣленія, какъ указано на черт. 54. Затѣмъ обчерчиваютъ карандашемъ низъ подставки уровня. Послѣ чего, приподнявъ уровень на доскѣ, повертываютъ его на 180° и ставятъ опять на обчерченное мѣсто, но только уже такъ, чтобы его правый конецъ пришелся на мѣсто, занятое прежде лѣвымъ концомъ, а лѣвый конецъ—на мѣсто праваго. Если послѣ перекладыванія на 180° середина пузырька будетъ опять совмѣщаться съ серединою трубки (а это легко усмотрѣть по положенію концовъ пузырька) то условіе, требуемое отъ уровня, выполняется; въ противномъ случаѣ *дуга уклоненія середины пузырька отъ середины трубки отмѣтитъ двойной уголъ, составляемый осью уровня съ плоскостью подставки.* Для уничтоженія погрѣшности (т.-е. угла между осью уровня и плоскостью подставки) вращаютъ *исправительный винтъ при оправѣ уровня* до тѣхъ поръ, пока середина пузырька не передвинется *на половину дуги* отклоненія. Послѣ этого, приведя подъемнымъ винтомъ пузырекъ уровня вновь на середину трубки, повторяютъ предыдущія дѣйствія перекладыванія уровня на 180° до тѣхъ поръ, пока середина пузырька не будетъ совмѣщаться съ серединою трубки при двухъ противоположныхъ положеніяхъ уровня.

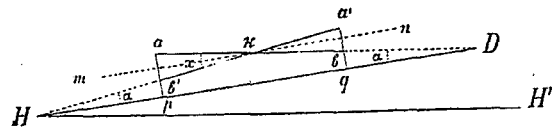


Черт. 54 (профиль).

Исправленіе уровня, въ случаѣ невыполненія требуемаго отъ него условія, основано на слѣдующемъ: положимъ, что ось *ab* (черт. 55) не па-

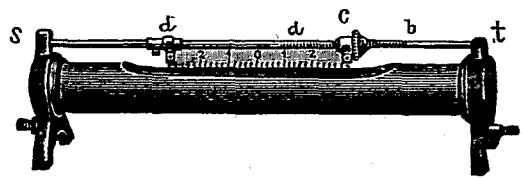
[1]) Такъ называется винтъ, которымъ можно наклонять плоскость вверхъ и внизъ (поднимать и опускать).

раллельна подставкѣ *HD* и составляетъ съ нею нѣкоторыйуголъ α; дѣйствуя подъемнымъ винтомъ, приведемъ пузырекъ на середину трубки, причемъ ось *ab* займетъ горизонтальное положеніе; переставимъ уровень обратными концами, тогда ось *ab* займетъ положеніе $a'b'$, составляющее съ *HD* тотъ же уголъ α, а съ линіею горизонтальною — уголъ $x = akb'$, измѣряющійся дугою уровня, которая заключается между серединою пузырька и серединою трубки. Изъ чертежа видно, что этотъ *уголъ* $x = 2\alpha$, *т. е. двойной погрѣшности*; вслѣдствіе этого положеніе оси $a'b'$ надо измѣнить настолько, чтобы она заняла положеніе параллели къ линіи *mn*, дѣлящей уголъ x пополамъ и параллельной плоскости *HD*; другими словами—*надо передвинуть исправительнымъ винтомъ середину пузырька на половину дуги уклоненія.*



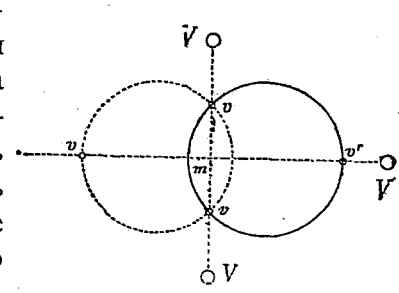
Черт. 55.

Механикъ Рейсъ въ Либенвендѣ (R. Reiss, Liebenwerda) для исправленія уровня по указанію Zwicky наноситъ дѣленія не на стеклѣ уровня, а на стеклянной пластинкѣ *dc* прикрѣпленной къ стержню *st* (черт. 56) оправы уровня; на стержнѣ сдѣлана винтовая нарѣзка *ab* съ гайкой *c*, вращая которую можно измѣнять мѣсто нуля дѣленій шкалы относительно пузырька (см. дальше § 56 „мѣсто нуля или нуль-пунктъ уровня).



Черт. 56.

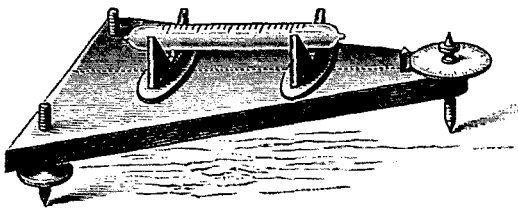
б) Отъ круглаго уровня, ставимаго на плоскость инструмента, требуется, чтобы *ось его была перпендикулярна къ плоскости его подставки, на которой онъ помѣщается*. Если уровень переставляется на плоскости инструмента, то повѣрка производится такъ: прочерчиваютъ предварительно на плоскости двѣ линіи—одну *vv* (черт. 57) и другую *mv'*, къ ней перпендикулярную. Ставятъ уровень на плоскость такъ, чтобы два исправительные винта *V* его размѣстились по линіи *vv*, а третій— по линіи *mv'*. Дѣйствуя послѣдовательно всѣми тремя подъемными винтами *V* плоскости, на которую поставленъ уровень, приводятъ пузырекъ его на середину крышки; переставляютъ уровень на плоскости на 180° и придаютъ ему симметричное положеніе, обозначенное на чертежѣ пунктиромъ. Если послѣ этого середина пузырька опять совмѣщается съ серединой стеклянной крышки, то условіе выполнено; если не совмѣщается, то пузырекъ передвигается на половину дуги отклоненія исправительными винтами уровня. Если уровень не имѣетъ исправительнаго винта, то исправленіе производится механикомъ, который



Черт. 57.

долженъ сточить нижнюю плоскость мѣднаго круга подставки такъ, чтобы условіе выполнялось, или же опредѣляется на уровнѣ такъ называемый нуль-пунктъ, о чемъ будетъ сказано ниже (въ § 56).

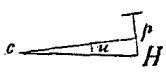
§ 54. Опредѣленіе цѣны одного дѣленія уровня. Опредѣленіе η — угловой величины одного дѣленія уровня, производится или посредствомъ особаго снаряда, извѣстнаго подъ названіемъ экзаменатора или *испытателя уровня*, или при помощи инструмента, имѣющаго *три* подъемныхъ винта. Существенную часть экзаменатора составляетъ треугольная доска (черт. 58), черезъ которую проходятъ *подъемные* винты, размѣщенные въ углахъ доски, такъ, что линіи, соединяющія острія винтовъ, образуютъ равнобедренный треугольникъ. Шляпка одного изъ винтовъ (на чертежѣ праваго) сдѣлана увеличеннаго размѣра и окружность ея раздѣлена на n равныхъ частей; при окружности помѣщенъ на доскѣ указатель въ видѣ трехгранной призмочки, вслѣдствіе чего по ея ребру можно, дѣлая подсчеты, опредѣлять: полные обороты винта и сверхъ того доли оборота—по цифровой надписи шляпки. На верхней поверхности доски прочерчена линія, представляющая высоту равнобедреннаго треугольника, образуемаго винтами.



Черт. 58.

Если испытуемый уровень въ оправѣ, то онъ ставится прямо по направленію этой линіи; если же онъ не имѣетъ оправы, то кладется на вилки, какъ показано на чертежѣ. Отсюда понятно, что если поворачивать правый винтъ, то наклоненіе верхней поверхности доски къ горизонту измѣнится на нѣкоторый уголъ, и на тотъ же уголъ измѣнится и наклоненіе къ горизонту оси уровня, стоящаго на испытателѣ по направленію высоты равнобедреннаго треугольника, образуемаго винтами.

Для опредѣленія угловой величины одного дѣленія уровня посредствомъ *испытателя* или *экзаменатора* уровня, необходимо знать величину угла наклоненія плоскости доски, соотвѣтствующаго одному полному обороту праваго винта; поэтому покажемъ сначала способъ опредѣленія величины этого угла. Если cH (черт. 59) есть линія, съ которою высота равнобедреннаго треугольника cp предварительно совпадала, то послѣ полнаго оборота винта эта послѣдняя составитъ съ cH уголъ u. Обозначивъ длину pH, выражающую высоту одной нарѣзки винта черезъ h, а длину cp—черезъ d, имѣемъ:



Черт. 59.

$$h = d.\ tgu,\ \text{откуда}\ tg\ u = \frac{h}{d}.$$

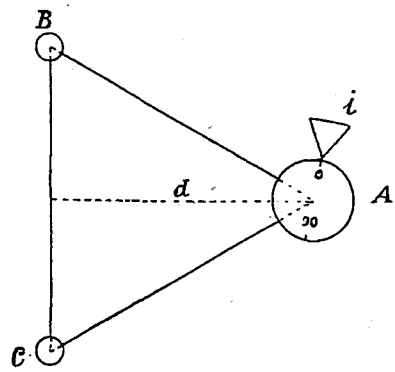
Но такъ какъ по малости угла u

$$tg\ u = Sin\ u = u''\ Sin\ 1'',$$

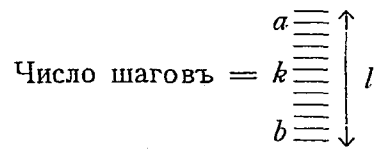
то

$$u'' = \frac{h}{d\ Sin\ 1''} = \frac{h}{d} \cdot \rho'', \text{ гдѣ } \rho = 206265''.$$

Слѣдовательно, опредѣленіе u сводится на опредѣленіе h и d, которыя измѣряются *въ однихъ и тѣхъ же единицахъ* непосредственно на самомъ снарядѣ слѣдующимъ образомъ: подложивъ подъ испытатель или *подъ три подъемныхъ винта* инструмента (замѣняющаго экзаменаторъ, напр., нивеллира) листъ бумаги, получаютъ на немъ три точки, представляющія оттиски оконечностей трехъ подъемныхъ винтовъ (черт. 58), соединивъ точку, дѣлящую пополамъ линію оконечностей двухъ лѣвыхъ винтовъ, съ точкою праваго винта, и измѣривъ полученную линію, имѣемъ длину d; (черт. 59 bis I), чтобы получить высоту h одной нарѣзки, или одного витка, или шага праваго винта, надавливаютъ его нарѣзками на кусокъ плотной, но мягкой бумаги или мягкаго дерева; послѣ чего, смотря черезъ лупу, измѣряютъ циркулемъ разстояніе l между крайними оттисками нарѣзокъ и сосчитавъ *число* k, захваченныхъ ножками циркуля нарѣзокъ (шаговъ) винта, дѣлятъ измѣренное по масштабу разстояніе l на число k промежутковъ,—частное, дастъ h. Составивъ отношеніе h къ d, множатъ его на 3438′ или на 206265″ и получаютъ u. Такъ какъ u соотвѣтствуетъ полному обороту винта или его круглой шляпки, раздѣленной на n его частей, то уголъ z, соотвѣтствующій n-ой доли оборота или *одному дѣленію* того же круга, будетъ:



Черт. 59 bis I.



Черт. 59 bis.

$$z = \frac{u}{n}.$$

Зная u или z, величину η одного дѣленія уровня опредѣляютъ такъ: ставятъ уровень на испытатель по направленію высоты *ср, приводятъ нуль дѣленій круга* (или штрихъ, намѣченный на шляпкѣ 3-го подъемнаго винта) *въ совпаденіе съ указателемъ* [1]) и, вращая лѣвые 2 винта *въ одну сторону* приближаютъ пузырекъ къ одному изъ концовъ трубки настолько, чтобы можно было отсчитать число дѣленій, показываемыхъ каждымъ изъ его концовъ. Затѣмъ вращаютъ одинъ 3-й подъемный винтъ A такъ, чтобы пузырекъ перешелъ къ другому концу трубки и дѣлаютъ вновь отсчеты по концамъ пу-

1) Указатель при подъемномъ винтѣ у нивеллира можно сдѣлать изъ кусочка картона или бумаги.

зырька и по индексу круга. Пусть отсчеты, сдѣланные по концамъ пузырька, въ первый разъ были a и b, во второй разъ a' и b', и пусть правый 3-й винтъ повернулся при этомъ на m дѣленій; тогда, обозначивъ *число дѣленій* между серединой трубки и серединою пузырька при первомъ его положеніи, равное $^1/_2\,(a+b)$ *черезъ* S', число дѣленій при второмъ положеніи пузырька, равное $^1/_2\,(a'+b')$ черезъ S'', а разность $S''-S'$ (или дугу, пройденную серединою пузырька при передвиженіи его отъ одного конца трубки къ другому, выраженную числомъ дѣленій трубки) черезъ S можно сказать, что измѣненіе угла наклоненія оси уровня будетъ $S\eta$, гдѣ η есть неизвѣстная еще угловая величина одного дѣленія уровня. Измѣненіе же угла наклоненія линіи $d=cp$, вслѣдствіе поворота 3-го винта, выраженное по его шляпкѣ будетъ mz, гдѣ m число дѣленій шляпки. А такъ какъ измѣненіе угла наклоненія линіи cp равно измѣненію наклоненія оси уровня, то:

$$S\eta = mz.$$

Отсюда, по извѣстнымъ S, m и z можно опредѣлить η. Для большей точности результата не довольствуются этимъ, а дѣйствуя 2-мя лѣвыми винтами, снова передвигаютъ пузырекъ уровня къ первому концу трубки и дѣлаютъ отсчеты по концамъ пузырька, снова вращеніемъ праваго винта передвигаютъ пузырекъ ко второму концу и дѣлаютъ отсчеты какъ по концамъ пузырька, такъ и по индексу, и *повторяютъ предыдущія дѣйствія нѣсколько разъ до тѣхъ поръ, пока правый 3-й винтъ сдѣлаетъ полный оборотъ,* при чемъ сумма $m+m_1+m_2+m_3+\ldots$ сдѣлается равною n. Изъ отдѣльныхъ опредѣленій имѣемъ:

$$\begin{aligned} S\,\eta &= m\,z \\ S_1\eta &= m_1 z \\ S_2\eta &= m_2 z \\ S_3\eta &= m_3 z \\ &\ldots\ldots \end{aligned}$$

откуда

$$(S+S_1+S_2+S_3+\ldots)\,\eta = (m+m_1+m_2+m_3+\ldots)\,z = n\,z.$$

Но $$z=\frac{u}{n};$$ поэтому

$$(S+S_1+S_2+S_3+\ldots..)\,\eta = u,$$

откуда:

$$\eta = \frac{u}{S+S_1+S_2+S_3+\cdots}$$

Само собою разумѣется, что когда нѣтъ дѣленій на шляпкѣ 3-го винта, то отсчетовъ m не дѣлаютъ, а постепенно перегоняютъ пузырекъ отъ одного конца трубки къ другому только что указаннымъ способомъ (дѣйствуя поперемѣнно то двумя лѣвыми, то 3-мъ подъёмнымъ винтомъ) пока третій винтъ (снабженный штрихомъ — чертой — царапиной на его шляпкѣ) не сдѣлаетъ относительно (искусственно придѣланнаго къ нему, напр. изъ картона) индекса полный оборотъ, т. е. повернется на полный шагъ.

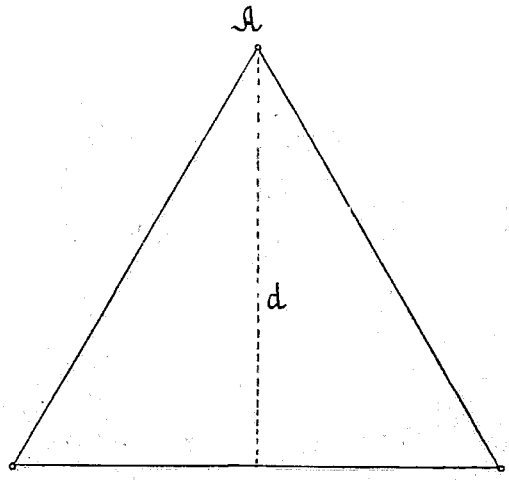
Ниже (въ § 59) мы увидимъ, что составною частью угломѣрнаго (или нивеллирнаго), инструмента служитъ *треножникъ* о трёхъ подъёмныхъ винтахъ, которымъ за неимѣніемъ испытателя можно пользоваться съ указанною цѣлію.

Къ этому надо прибавить, что для большей точности опредѣленія η изслѣдуемый уровень кладется на испытатель за часъ и болѣе до начала наблюденія для того, чтобы онъ могъ принять температуру комнаты, въ которой помѣщается испытатель. Кромѣ того мѣсто производства наблюденія должно быть *прочное* и наблюдатель, сообщивъ своему тѣлу удобное положеніе, не долженъ его измѣнять до конца наблюденій. Лицо наблюдателя должно быть возможно удалено отъ испытателя, чтобы его дыханіе не могло нагрѣвать уровень и измѣнить положеніе пузырька. Очевидно нельзя ни курить, ни облакачиваться во время работы на инструментъ или плиту (доску кронштейна), гдѣ стоитъ испытатель.

Схема работы на экзаменаторѣ — числовой примѣръ. Поставивъ на (клѣтчатую) бумагу экзаменаторъ (или треножникъ),

а) отмѣчаютъ слѣды подъемныхъ винтовъ на бумагѣ,

б) измѣряютъ высоту d (черт. 58 bis II) равнобедреннаго треугольника, образованнаго слѣдами подъемныхъ винтовъ; пусть оказалось $d = 20{,}75$ сот.,



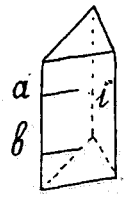
Черт. 58 bis.

в) опредѣляютъ шагъ винта A (со шляпкой, снабженной дѣленіями); поставивъ винтъ по индексу (имѣющему видъ трехгранной призмочки черт. 59a) на ноль дѣленій шляпки, дѣлаютъ на индексѣ зарубку a, послѣ чего даютъ винту A нѣсколько цѣлыхъ оборотовъ, напр. $k = 12$, и дѣлаютъ на индексѣ вторую зарубку b (черт. 59b),

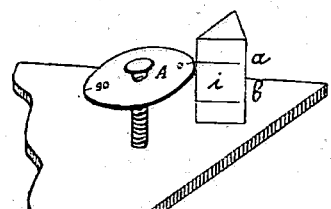
г) измѣряютъ циркулемъ промежутокъ $l = ab$; пусть онъ оказался равнымъ 0,25 сотки.

д) опредѣляютъ шагъ h винта A.

$$h = \frac{l}{k} = \frac{0{,}25}{12} = 0{,}021 \text{ сотки.}$$



Черт. 59a.



Черт. 59 b.

Въ случаѣ, если взятъ вмѣсто экзаменатора простой треножникъ, дѣлаютъ на бумагѣ оттискъ нарѣзокъ винта A. (Крѣпко прижавъ бумагу къ винту,

по которому сдѣлана предварительно черта мягкимъ карандашемъ, поворачиваютъ немного винтъ); измѣривъ длину l оттиска (черт. 59 bis) и сосчитавъ (при помощи лупы) число k шаговъ, находятъ h.

е) Опредѣляютъ угловую величину u, соотвѣтствующую одному шагу винта A.

$$tg\ u = \frac{h}{d} \quad \text{или} \quad tg\ u = Sin\ u = u\ .\ Sin\ 1' = u.\ \frac{1}{3438}$$

$$u.\frac{1}{3438} = \frac{h}{d}; \text{ откуда } u' \text{ (въ минутахъ)} = 3438' \times \frac{h}{d} \text{ или}$$

$$u'' \text{ (въ секунду)} = 206265 \times \frac{h}{d}, \text{ т.-е.}$$

$$u = \frac{0{,}021}{20{,}75} \times 3438 = \frac{3438}{1037} = 3',4 = 200''$$

ж) Находятъ цѣну одного дѣленія шляпки винта A; пусть шляпка раздѣлена на 180 частей или дѣленій, тогда

$$z \text{ (цѣна одного дѣленія шляпки винта)} = \frac{u}{180} = 1'',2.$$

з) Зная угловую величину шага винта, находимъ цѣну одного дѣленія *испытуемаго уровня*.

1). Дѣйствуя винтами B и C, отодвигаютъ пузырекъ влѣво, чтобы лѣвый конецъ пузырька уровня коснулся перваго лѣваго дѣленія (черт. 58а) шкалы.



Черт. 58а.

2). Дѣйствуя винтомъ A отодвигаютъ лѣвый конецъ пузырька на n (напр. 10) дѣленій вправо и по индексу i замѣчаютъ насколько повернулся винтъ A (если есть дѣленія считаютъ число пройденныхъ индексомъ дѣленій)

3). Повторяютъ указанное въ пунктѣ 1.

4). Повторяютъ указанное въ пунктѣ 2.

Опытъ 1-й.

2.	Уровень	лѣвымъ	концомъ	прошелъ	10	дѣленій	винтъ A	обернулся	на
4.	„	„	„	„	10	„	„	„	„	„
6.	„	„	„	„	10	„	„	„	„	„
8.	„	„	„	„	4,5	„	„	A сдѣлалъ *полный оборотъ* (индексъ i вернулся на мѣтку 0)		

Всего 34,5 дѣленій уровня ... соотвѣтствуетъ одному шагу винта A, т. е. 3,4′ (см. пунктъ *е*).

Цѣна η одного дѣленія уровня по лѣвому концу трубки и лѣвому концу пузырька $= \frac{3{,}4'}{34{,}5} = 0{,}1' = 6''$

Опытъ 2-й. Въ началѣ опыта винтами B и C правый конецъ пузырька ставится на крайнее правое дѣленіе трубки уровня и пузырекъ гонится винтомъ A влѣво на n (напр. 5—10) дѣленій и 2-й опытъ производятъ, подобно 1-му, находя цѣну одного дѣленія уровня по правому концу трубки и правому концу пузырька. Пусть опытъ далъ $\eta_2 = 7''$.

3-й опытъ. Отсчеты по концамъ пузырька въ дѣленіяхъ трубки, цѣня на глазъ десятыя доли дѣленія трубки

лѣвый конецъ $л$	правый кон. $п$	$л+п$	разность	отсчеты по индексу i винта A	разность
1. + 4.3	0.	+ 4,3		0	
2. + 9.5	+ 5.	+14.5	10.2	40	40
3. +14.2	+10.	+24,2	9.7	82	42
		Среднее	9.95		41.″

$$u = \frac{л+п}{2} \cdot \eta$$

Цѣна одного дѣленія уровня $\eta_3 = \frac{2 \cdot u}{л+п} = \frac{2 \cdot 41''}{9{,}95} = 8''$,

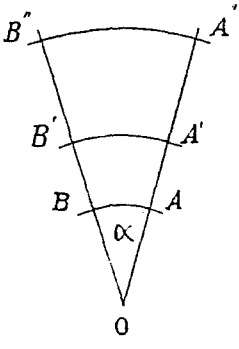
принявъ $z = 1'',2 = 1''$, т. е. считая z за одну секунду, нахожу $\eta_1 = 8$.

Среднее изъ $\eta_{1_1} = 6''$; $\eta_{1_2} = 7''$ и $\eta_{1_3} = 8''$ позволяетъ принять за

$$\eta_1 = \frac{6+7+8}{3} = 7''.$$

Еслибы η_{1_2} отличалось болѣе чѣмъ на 1″, напр., на 2—3 секунды, отъ η_{1_1} и отъ η_{1_3}, то это указало на неправильность (неодинаковость) шлифовки уровня.

§ 55. Чувствительность уровня. Уровень считается тѣмъ чувствительнѣе, чѣмъ болѣе уклоняется середина его пузырька отъ середины трубки (или круглой крышки) *при одномъ и томъ же углѣ наклоненія его оси.* На этомъ основаніи *чувствительностью* уровня называется способность уровня уклоняться на значительную дугу при маломъ углѣ наклона его оси. Очевидно что дуга d при радіусѣ R и углѣ наклона α даетъ соотношеніе: $\frac{\pi R}{180} = \frac{d}{\alpha}$. Откуда $d = \frac{\alpha}{\rho} \cdot R$, гдѣ $\rho = 206265''$, т. е. что *чувствительность уровня* характеризующаяся дугою d, *прямо пропорціональна его радіусу* (черт. 60а). Если бы внутренняя поверхность цилиндрическаго уровня *не* имѣла кривизны по направ-



Черт. 60 а.

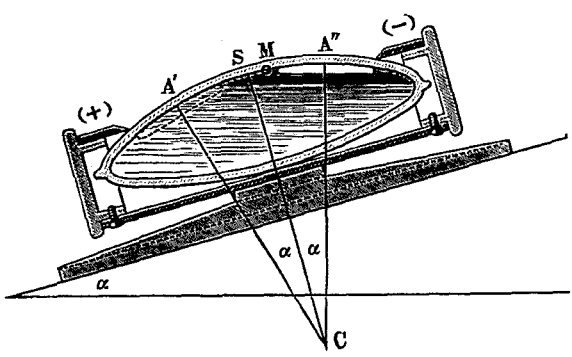
ленію его оси [1]), то чувствительность такого уровня была бы безконечно велика, ибо для прямой радіусъ R равенъ безконечности, и при малѣйшемъ наклоненіи оси этого уровня пузырекъ отходилъ бы къ приподнятому концу трубки, а при горизонтальномъ ея положеніи онъ расположился бы по верху вдоль всей трубки. Этимъ и объясняется, почему простыя цилиндрическія трубки и плоскія стеклянныя крышки для уровней не пригодны. Радіусъ уровня имѣетъ различныя длины: въ круглыхъ уровняхъ онъ около 5 футовъ, тогда какъ въ очень чувствительныхъ цилиндрическихъ уровняхъ онъ достигаетъ 1000 футовъ.

По данному η можно опредѣлить радіусъ R уровня, ибо изъ формулы, опредѣляющей чувствительность уровня, имѣемъ:

$$R = d \times \frac{\rho}{\alpha}.$$

Если примемъ $\alpha = \eta$, то d выразитъ длину одного дѣленія уровня, измѣривъ которую непосредственно на самомъ уровнѣ и выразивъ ее, напримѣръ, въ дюймахъ, получимъ: $R = \frac{206265}{\eta} \cdot d$ дюймовъ. На уровняхъ часто можно встрѣтить подпись, напр., такого вида $1'' = 12^s$, т. е. одному дюйму соотвѣтствуетъ 12 дѣленій, тогда понятно, что $d = \frac{1}{12}$ дюйма и если $\eta = 20''$, то $R = \frac{206265}{20} \cdot \frac{1}{12}$ дюйм. $= 860$ дюйм.

§ 56. Мѣсто нуля или нуль-пунктъ цилиндрическаго уровня. Если ось цилиндрическаго уровня не параллельна нижней плоскости основанія уровня (*базиса*), то середина пузырька уровня не будетъ совпадать съ серединою M трубки (черт. 60) въ то время, когда *базисъ* уровня *займетъ горизонтальное положеніе*. Точку S, относительно которой концы пузырька становятся симметрично *при горизонтальномъ положеніи базиса уровня*, принято называть *мѣстомъ нуля* или *нуль-пунктомъ* уровня. Очевидно, что точка S является наивысшею точкою уровня, при горизонтальности базиса. Само собою разумѣется, что *зная нуль-пунктъ* уровня и совмѣщая съ нимъ середину пузырька уровня, *можно* плоскость, на которой находится уровень, т. е. *базисъ*—приводить въ горизонтальное положеніе. При этомъ не надо смѣшивать нуль-



Черт. 60.

[1]) Т. е. въ сѣченіи давала бы прямую линію, а не дугу AB.

пунктъ уровня съ нулевымъ штрихомъ дѣленій цилиндрическаго уровня, который въ свою очередь можетъ и не совпадать съ серединою трубки (см. черт. 54).

Предположимъ, что середина M трубки означаетъ нуль дѣленій, но не совпадаетъ съ нуль-пунктомъ S уровня, тогда нуль-пунктъ, соотвѣтствующій радіусу SC, перпендикулярному къ базису, можно опредѣлить въ видѣ отсчета отъ M до S, т.-е. выразить дугою $MS = x$ и если η есть цѣна одного дѣленія, то градусная ея величина $i = x.\ \eta$. Дѣйствительно, производя повѣрку цилиндрическаго уровня (§ 53), не будемъ предварительно точно приводить середину пузырька на середину трубки, а лишь сдѣлаемъ отсчеты отъ нуля M трубки, по концамъ пузырька уровня приблизительно стоящаго около середины трубки. Такіе отсчеты сдѣлаемъ какъ до поворота его около оси CS (черт. 60) на 180°, такъ и послѣ поворота, черезъ что опредѣлимъ дуги MA' и MA''. Полусумма ихъ дастъ *нуль-пунктъ*:

$$MA' = \frac{л' + п'}{2} = +S' \text{ и } MA'' = \frac{л'' + п''}{2} = -S''. \text{ Если } SM = +x, \text{ то}$$

понятно, что $S' - x = SA'$, а $-x + (-S'') = -SA''$. Если η'' есть цѣна одного дѣленія уровня, то $(S' - x)\eta = +\alpha$ и $[-x + (-S'')]\eta'' = -\alpha$.

Откуда $-2\alpha = [(-S'') - S']\eta$, а также $[S' - x - x + (-S)'']\eta = 0$ т. е. $[(S' + (-S'')]\eta = 2x\eta = 2i$. Такимъ образомъ алгебраическая полусумма отсчетовъ S' и S'' (принимая во вниманіе ихъ знаки) даетъ дугу $SM = \frac{MA' + MA''}{2}$ или отсчетъ $MS = x$ *мѣста нуля* уровня, при чемъ $x.\eta'' = i$ (мѣсто нуля въ секундахъ), а алгебраическая полуразность тѣхъ же величинъ даетъ уголъ наклона α базиса къ горизонту.

Пусть, напримѣръ, когда пузырекъ занималъ мѣста I и II въ трубкѣ до и послѣ поворота на 180°, отсчеты по концамъ пузырька, согласно поставленныхъ на черт. 60 знаковъ, были:

		Середина пузырька.
I)	−5,4 | +11,8	+3,2
II)	+4,1 | −13,2	−4,55

Алгебраич. сумма $-1{,}35 = 2\ SM. = 2i$.

Алгебраическая разность II) — I) или

Уголъ наклоненія базиса къ горизонту $\alpha = \frac{-4{,}55 - 3{,}2}{2} = -\frac{7{,}75}{2}$[1].

Если цѣна одного дѣленія равна 12″,

то $SM = -8''{,}1$

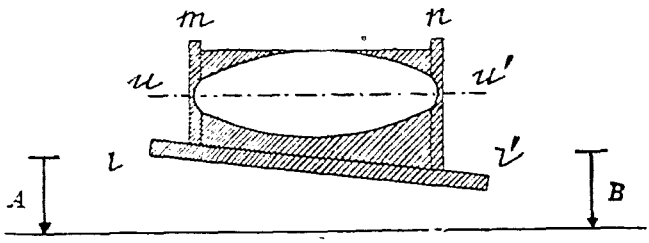
и $\alpha = -46''{,}5$.

Длина пузырька въ дѣленіяхъ $5{,}4 + 11{,}8 = 17{,}2$ въ первомъ положеніи и $4{,}1 + 13{,}2 = 17{,}3$ во второмъ—служитъ достаточною гарантіею вѣрности

[1]) Соотвѣтствующіе чертежи рекомендуются вычертить самимъ читающимъ.

сдѣланныхъ отсчетовъ. Разности 5,4 — 4,1 = 1,3 и 13,2 — 11,8 = 1,4 или въ среднемъ 1,35 показываютъ, что насколько перемѣнится лѣвый конецъ пузырька настолько же долженъ перемѣститься и правый конецъ, а потому отсчеты достаточно дѣлать по одному и тому же концу пузырька при обоихъ положеніяхъ уровня, чтобы опредѣлить ту точку, съ которой достаточно совмѣщать, напр., лѣвый конецъ пузырька, чтобы привести базисъ уровня въ горизонтальное положеніе[1]).

Опредѣлить нуль-пунктъ цилиндрическаго уровня. (2-ой числовой примѣръ).

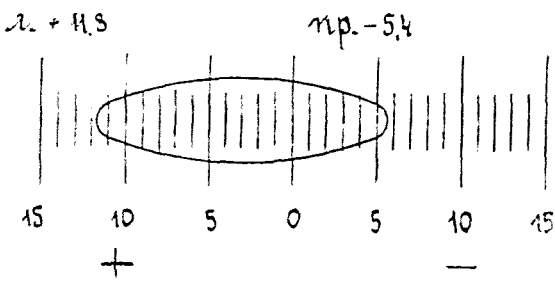


Черт. 61а.

Инструментъ № . .
механикъ . . . . . .

1) Ставятъ ось цилиндрическаго уровня uu' по направленію двухъ подъемныхъ винтовъ (или параллельно линіи, соединяющей ихъ подошвы AB) такъ, какъ показано на чертежѣ (черт. 61а).

2) Дѣйствуя подъемными винтами, заставляютъ пузырекъ уровня выдти обоими концами на шкалу дѣленій уровня (приблизительно на середину) и, принявъ одинъ штрихъ за начальный, обозначаютъ его нулемъ. Сопровождая отсчеты по одной сторонѣ трубки, напр., вправо отъ нуля по шкалѣ знакомъ —, а по другой части трубки, находящейся влѣво отъ нуля знакомъ +, дѣлаютъ отсчеты по концамъ пузырька; напр., какъ показано на чертежѣ 61б.



Черт. 61б.

---

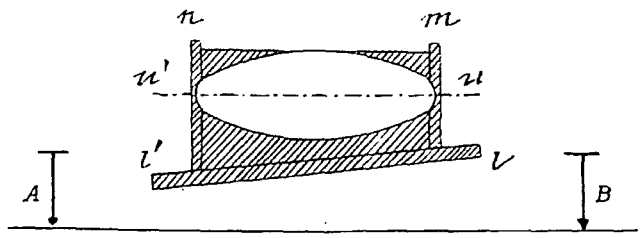
[1]) Для приведенія базиса уровня (или плоскости инструмента, на которую уровень поставленъ) въ горизонтальное положеніе должно середину пузырька совмѣщать съ нуль-пунктомъ уровня. Для опредѣленія же угла наклоненія базиса уровня къ горизонту, пользуясь опредѣленнымъ на уровнѣ мѣстомъ нуля и сдѣланными отсчетами по концамъ пузырька, необходимо вводить въ результатъ мѣсто нуля на уровнѣ. Такъ какъ въ нашемъ примѣрѣ *мѣсто нуля* отрицательно и равно $-\frac{1,35}{2}$, то

$$\alpha = 12'' \left[-\frac{1,35}{2} - 3,2 \right] = 12'' \left[-4,55 - \left(-\frac{1,35}{2} \right) \right] = -12'' \times 3,875 = -46'',5.$$ Изъ всего вышеизложеннаго видно, что нуль-пунктъ уровня имѣетъ то же значеніе, что мѣсто нуля въ эклиметрѣ (см. § 33) и лишь благодаря тому, что у отсчетовъ S' и S'' вводятся знаки + и —, сообразно съ тѣмъ гдѣ эти отсчеты сдѣланы, т. е. по лѣвому или правому концу трубки, формулы приняли иной видъ. Вмѣсто того чтобы устанавливать пузырекъ на мѣсто нуля, можно въ уровнѣ, съ оправой Reiss-Zwicky, дѣйствуя гайкой c, (черт. 56) поставить нуль дѣленій шкалы на мѣсто нуль-пункта.

въ дѣленіяхъ трубки, цѣня десятыя доли дѣленія на глазъ

прав. кон.	лѣв. кон.	
— 5,4	+ 11,8	.....(1)

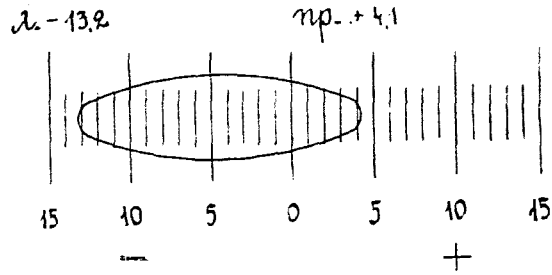
3) Точно (по отсчету на лимбѣ, или *инымъ* путемъ) повертываютъ уровень на 180°, (т. е. такъ, чтобы лѣвый конецъ *m* сталъ на мѣсто праваго *n*). (черт. 61в).



Черт. 61в.

4) Полагая, что пузырекъ уровня обоими концами остался на шкалѣ, дѣлаютъ отъ нуля вторично отсчеты [1] (черт. 61г).

	прав. кон.	лѣв. кон.
(2).....	+ 4,1	— 13,2



Черт. 61г.

5) Изъ отсчетовъ (1) и изъ отсчетовъ (2) составляютъ *алгебраическія* полусуммы S' и S'', опредѣляющія положенія середины пузырька на шкалѣ,

	п	*л*	$S = {}^1/_2 (л + п)$
1)	— 5,4	+ 11,8	$+ 3,2 = S'$
. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .
2)	+ 4,1	— 13,2	$- 4,55 = S''$

6) Изъ полусуммъ S' и S'' составляютъ полусумму $\frac{S' + S''}{2} = S_0$, которая и опредѣлитъ *нуль-пунктъ уровня*, т. е. ту точку шкалы уровня, устанавливая на которую середину пузырька, получаютъ *горизонтальное положеніе подставки l l' уровня* (напр., лимба инструмента или его алидады, къ которымъ уровень прикрѣпленъ).

Въ нашемъ случаѣ, въ дѣленіяхъ трубки,

$$S_0 = \frac{-4,55 + 3,2}{2} = -\frac{1,35}{2} = -0,68 \text{ или } S_0 \equiv -0,7.$$

[1]) Сопровождая отсчетъ знакомъ той части трубки, гдѣ находится конецъ пузырька.

Если угловая величина одного дѣленія уровня η извѣстна, то въ секундахъ

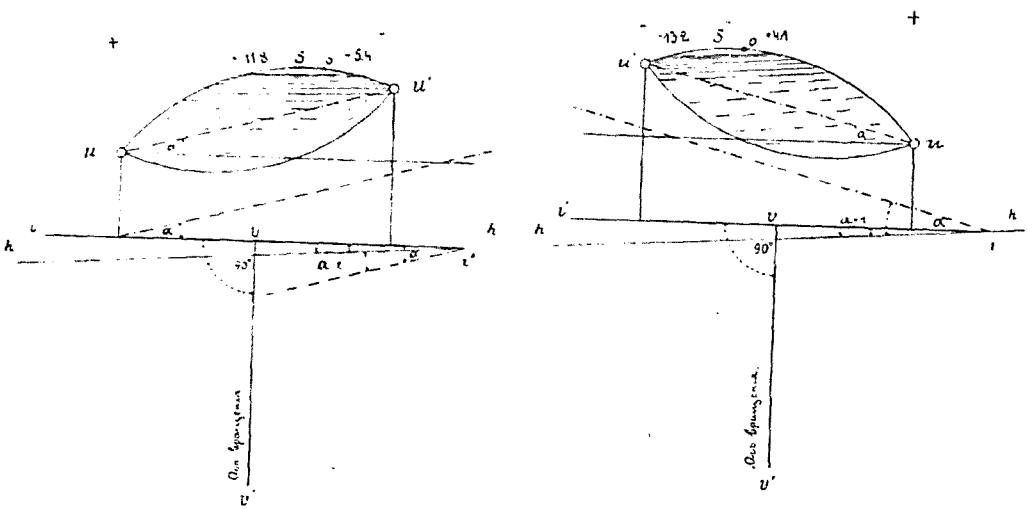
$$S_0'' = \frac{S' + S''}{2}\,\eta.$$

Пусть $\eta = 12''$, тогда $S_0'' = -\frac{1,35}{2}\cdot 12'' = -8'',1$.

Итакъ, опредѣленіе нуль-пункта уровня служитъ для того, чтобы подставку его $l\,l'$ (лимбъ, алидаду-линейку) приводить въ горизонтальное положеніе. Совмѣщая середину пузырька уровня съ нуль-пунктомъ уровня, можно ставить его подставку $l\,l'$ въ горизонтальное положеніе, а слѣдовательно и ту линію, вдоль которой расположена ось уровня.

Ось уровня uu наклонена къ подставкѣ $l\,l'$ на уголъ α. (черт. 61г).

1-е положеніе. 2-е положеніе.



Черт. 61г.

Подставка $l\,l'$ наклонена къ горизонту hh на уголъ i.

Ось уровня наклонена къ горизонту при 1-мъ положеніи на уголъ

$$\alpha - i.$$

Углу $\alpha - i$ соотвѣтствуетъ дуга OS'

$$S' = \frac{-5,4 + 11,8}{2} = +3,2$$ (чертежъ 61 г bis).

Ось уровня наклонена къ горизонту при 2-мъ положеніи на уголъ

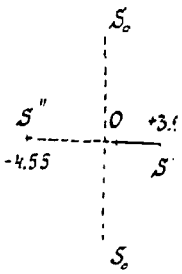
$$\alpha + i.$$

Углу $\alpha + i$ соотвѣтствуетъ дуга OS''

$$S'' = \frac{-13,2 + 4,1}{2} = -4,55$$

$$S_0 = \frac{S' + S''}{2} = S_0 = -\frac{1,35}{2} = -0,68$$

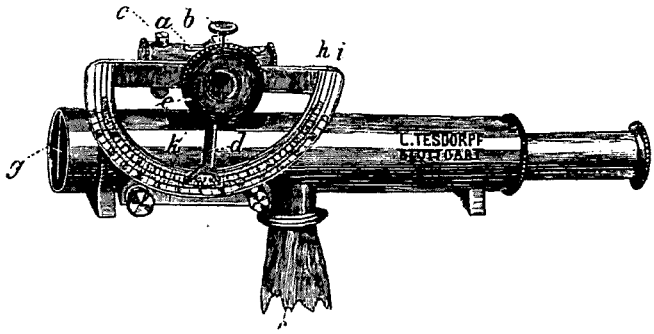
$$S' = \alpha - i$$
$$S'' = \alpha + i$$
$$S' + S'' = 2\alpha$$
$$\alpha = \frac{S' + S''}{2} = -0{,}68\,\eta$$
$$\eta = 12'$$
$$\alpha = -8{,}''1$$



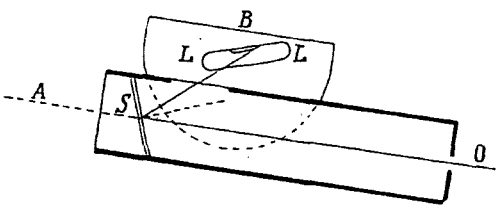
Черт. 61 г bis.

$$S'' - S' = 2i$$
$$-4{,}55 - 3{,}20 = -7{,}75 = 2i$$
$$i = -\frac{7{,}75}{2} \cdot \eta$$
$$i = -46{,}''5$$

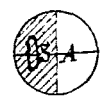
Эклиметръ — высотомѣръ Тесдорпфа. Общій его видъ помѣщенъ на чертежѣ 61д. Приборъ состоитъ изъ неподвижнаго полукруга, наглухо скрѣпленнаго съ полой трубой, внутри которой помѣщается наклонное зеркало S (черт. 61е); одна половина зеркала — *правая* — свободна отъ амальгамы (черт. 61ж) и позволяетъ свободно визировать черезъ нее нитью g трубы (черт. 61д) на избранный предметъ мѣстности A (черт. 61 е). Сверху трубы имѣется прорѣзъ $k\ d$ (черт. 61 д), служащій для пропуска лучей свѣта, идущихъ отъ *двустороннягo цилиндрическаго уровня* LL и его пузырька B (черт. 61е). Уровень прикрѣпленъ къ пластинкѣ, находящейся сзади діаметра полукруга $h\ i$, раздѣленнаго на градусы, и вращается на оси, имѣющей на своемъ переднемъ концѣ рубчатую кнопку c (черт. 61д), а сверху—нажимательный винтъ b при радіусѣ-алидадѣ, сидящей на оси c. При уровнѣ находится *исправительный* винтъ a. Пузырекъ B горизонтально стоящаго уровня отражается въ зеркалѣ S и усматривается одновременно съ предметомъ A во время визированія.



Черт. 61 д.



Черт. 61 е.

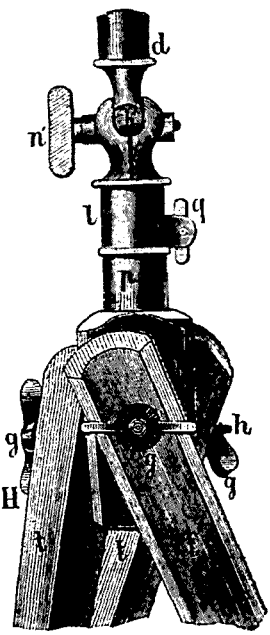


Черт. 61 ж.

Во время употребленія снарядъ держится такъ: въ правой рукѣ помѣщается подставка прибора *палка — грифъ* f, а въ лѣвой рукѣ—кнопка c оси алидады полукруга; держась за которую, вращаютъ алидаду и уровень до тѣхъ поръ, пока пузырекъ въ зеркалѣ не станетъ на нить g, направленную на предметъ A: пузырекъ налѣво, а предметъ направо. Въ это время закрѣпляютъ винтъ b. Впрочемъ кнопкѣ c можно придать такое треніе, что, имѣя надлежащей (не особенно большой) чувствительности уровень, свободно дѣлать отсчетъ *по ноніусу* (§ 61) полукруга, не прибѣгая къ

винту *b*. По серединѣ дуги полукруга стоитъ подпись 0^0, а къ обоимъ концамъ діаметра идетъ возрастающая подпись до 90^0. *При совпаденіи нуля ноніуса съ нулемъ полукруга, ось уровня должна быть параллельна линіи визированія од трубой.* Для повѣрки этого условія достаточно измѣрить одинъ и тотъ же уголъ наклона мѣстности *a*, какъ уголъ повышенія, а затѣмъ какъ уголъ пониженія, и найдя по полусуммѣ отсчетовъ его истинную величину поставить на нее ноль ноніуса, а затѣмъ исправительнымъ винтомъ *a*—установить ось уровня такъ, чтобы пузырекъ уровня и предметъ *A* стояли на одной прямой *g*. Точность отсчитыванія угловъ равна $0{,}1^0$.

§ 57. *E.* **Подставка лимба.** Для того, чтобы лимбъ съ алидадою можно было при помощи уровня быстро приводить въ горизонтальное положеніе, постепенно и послѣдовательно наклоняя его плоскость къ плоскости горизонта, лимбъ насаживается на *подставку*. Простѣйшій видъ подставки есть *бакса*. Къ лимбу прикрѣпляется *втулка*, которою вся верхняя часть инструмента насаживается на *цапфу d баксы* (черт. 61) и закрѣпляется на послѣдней *нажимательнымъ* винтомъ лимба. Иногда цапфа *d* непосредственно соединяется наглухо съ лимбомъ. Цапфа *d* баксы оканчивается яблокомъ *k*. Яблоко накладывается на полую втулку *l* баксы и соединяется съ нею двумя скорлупо-образными пластинками-*губами*, охватывающими яблоко. Губы могутъ быть сжаты при посредствѣ *закрепительнаго винта n′ баксы*, имѣющаго гнѣздо въ одной изъ губъ баксы. Втулка *l* надѣвается на цапфу *p штатива* и закрѣпляется на ней *становымъ* винтомъ *q*.

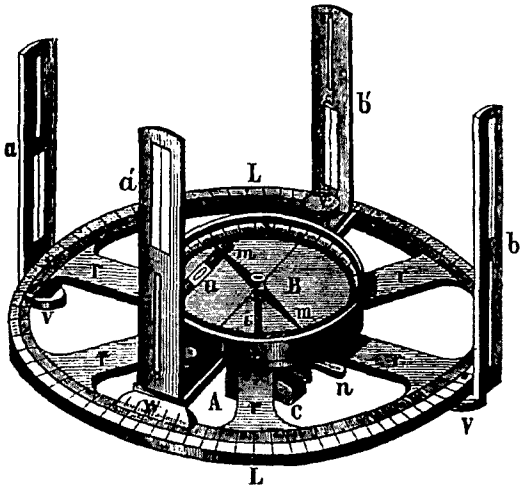


Черт. 61.

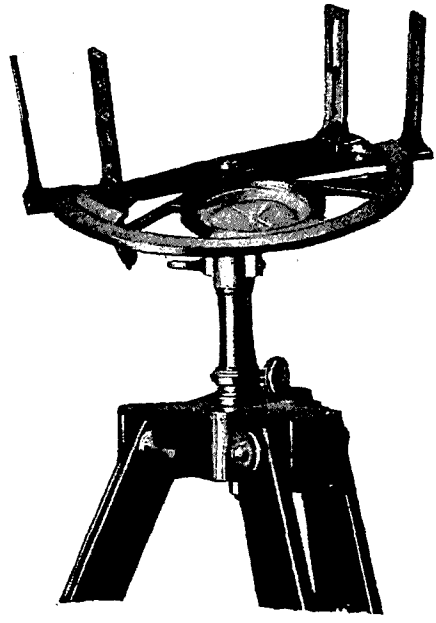
§ 58. *Ж.* **Штативы. Штативъ съ цапфою.** Инструментъ устанавливается надъ точкою мѣстности при помощи *треноги* или *штатива*. *Голова* штатива представляетъ изъ себя деревянную трехгранную призму *tp*, заканчивающуюся цилиндромъ *p* (черт. 61), называемымъ *цапфою*. Въ граняхъ перпендикулярно къ нимъ наглухо закрѣплены 3 болта. Болты оканчиваются винтами *h* и служатъ осями вращенія для *ножекъ t штатива*, которыя притягиваются къ призмѣ гайками—*барашками g*. Снизу призмы ввернутъ крючекъ для нити съ отвѣсомъ для установки центра лимба надъ точкою мѣстности. Установка штатива состоитъ въ томъ, что отпустивъ барашки, раздвигаютъ ноги такъ, чтобы цапфа *p* на глазъ приняла отвѣсное положеніе и шпицъ отвѣса пришелся въ вершину измѣряемаго угла, что достигается не сразу, а рядомъ попытокъ, т. е. перестановокъ ножекъ штатива, послѣ чего барашки подтягиваются наглухо, и ножки треніемъ о грани призмы удерживаются въ приданномъ имъ положеніи.

§ 59. Астролябія современнаго вида даетъ величину горизонтальныхъ угловъ съ точностью отъ 1 до 5 минутъ. Одновременно съ описаніемъ астролябіи укажемъ на болѣе *устойчивую* и совершенную *подставку* для верхней части инструмента, чѣмъ бакса, на такъ называемый *треножникъ* и приведемъ новый типъ штатива.

Существенную часть астролябіи съ діоптрами составляетъ лимбъ *L* (черт. 62) съ вращающейся въ его центрѣ *алидадою* wb′. Лимбъ *L* представляетъ широкое плоское кольцо, соединяющееся съ центромъ радіусами *r*. Лимбъ раздѣленъ на 360 градусовъ. Иногда градусы дѣлятся на полуградусы. Подпись дѣленій обыкновенно въ русскихъ астролябіяхъ располагается *справа налѣво*, т. е. противъ хода часовой стрѣлки. На концахъ алидады сдѣланы два штриха—*указателя* или *индекса*. Оба ин-



Черт. 62.

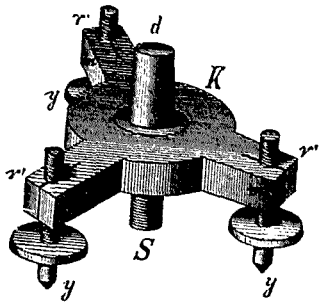


Черт. 63.

декса дають по лимбу показанія, разнящіяся на 180°, т. е. означаютъ концы одного и того же діаметра. Въ старыхъ инструментахъ (черт. 43 и черт. 63) можно встрѣтить только одинъ индексъ у алидады астролябіи, притомъ даже въ видѣ зубца по серединѣ рамы, которою оканчивалась алидада (черт. 43).

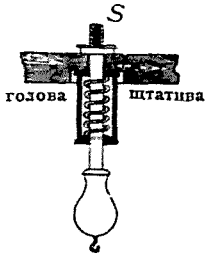
Астролябія въ большинствѣ случаевъ имѣетъ своимъ визирнымъ снарядомъ діоптры; два изъ нихъ *a* и *b* наглухо привинчены снизу лимба винтами *V* (черт. 62), при чемъ предметный діоптръ стоитъ у подписи 180°, а глазной у 0°. На алидадѣ привертываются винтами *V′* два діоптра *a′* и *b′*,—глазной на томъ концѣ алидады, гдѣ имѣется индексъ, а на противоположномъ—предметный. Эти вторые алидадные діоптры (въ отличіе отъ первыхъ *неподвижныхъ*) называются *подвижными*, такъ какъ они перемѣщаются по лимбу вмѣстѣ съ алидадою. По серединѣ алидады помѣщается

иногда *буссоль B*, описаніе которой помѣстимъ ниже сего. Снизу лимба идетъ втулка *C*, (черт. 62) надѣвающаяся на треножникъ. *Треножникъ* (черт. 64) состоитъ изъ круга *K*, въ серединѣ котораго укрѣплена цапфа *d*.



Черт. 64.

Втулка *C* (черт. 62) закрѣпляется вмѣстѣ съ привернутымъ къ ней лимбомъ *L* на цапфѣ *d* треножника *нажимательнымъ* винтомъ лимба *n* (черт. 62). Ось цапфы *d* служитъ вертикальною осью вращенія для плоскости лимба. Съ кругомъ *K* изъ одного куска металла сдѣланы три рычага *r'*, въ концахъ которыхъ нарѣзаны гнѣзда, черезъ нихъ пропущены три *подъемныхъ* или *уравнительныхъ* винта *y*. Вращеніемъ подъемныхъ (или уравнительныхъ) винтовъ измѣняется наклонъ оси цапфы, а слѣдовательно и плоскости лимба къ горизонту. *Подъемные винты служатъ для приведенія плоскости лимба въ горизонтальное положеніе.* Для равномѣрнаго распредѣленія тяжести верхней части инструмента на подъемные винты, они располагаются такъ, что концы ихъ служатъ вершинами равносторонняго треугольника. Для регулированія плавности вращенія подъемныхъ винтовъ гнѣзда ихъ въ рукавахъ *r'* треножника распилены по вертикальному направленію и могутъ быть сжимаемы винтиками *m*. Треножникъ соединяется съ головою штатива *становымъ* винтомъ *S*. Разрѣзъ винта съ регулирующею его положеніе спиральною пружиною помѣщенъ на черт. 65. Спиральная пружина заключена въ цилиндрѣ (подъ головою штатива). Чтобы становой винтъ не выпадалъ изъ отверстія, сдѣланнаго для него въ головѣ штатива, на винтъ *S* сверху, навернута гайка, лежащая на головѣ штатива.

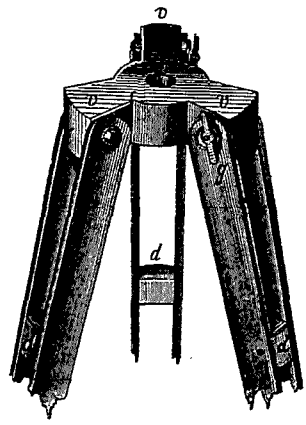


Черт. 65.

Ниже приводимый штативъ принято называть французскимъ. Голова его представляетъ кругъ съ тремя выступающими по направленію радіусовъ круга пластинками *v*, (черт. 66) обхватываемыми ножками штатива *dg*. Всѣ три ножки штатива сквозныя; каждая изъ нихъ связана винтами изъ 2-хъ отдѣльныхъ планокъ при помощи брусочковъ *d*. Обѣ планки сближаются постепенно книзу въ остріе, обдѣланное желѣзнымъ наконечникомъ, втыкаемымъ въ землю. Наконечникъ имѣетъ горизонтальный выступъ для нажима на него ступней ноги. Верхняя часть ножки соединяется съ выступающими пластинками *v* головы штатива горизонтальными болтами, оканчивающимися винтовою нарѣзкою съ гайкою барашкомъ *g*. Ножки штатива удерживаются въ неизмѣнномъ положеніи относительно головы штатива треніемъ, для чего ножка подтягивается барашкомъ вплотную къ выступающимъ пластинкамъ головы. Въ ручку станового винта ввернутъ крючекъ для нити съ отвѣсомъ (черт. 65).

Для приведенія лимба въ горизонтальное положеніе въ дно коробки буссоли вдѣланъ цилиндрическій уровень *и* (черт. 62).

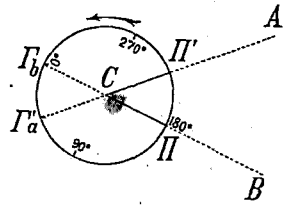
Взаимное положеніе линій мѣстности опредѣляется астролябіею измѣреніемъ по лимбу градусной величины угловъ между ними.



Черт. 66.

§ 60. Употребленіе астролябіи, какъ и всякаго угломѣрнаго инструмента съ подвижною алидадою при измѣреніи горизонтальныхъ угловъ линій земной поверхности, слагается изъ слѣдующихъ отдѣльныхъ дѣйствій: 1) приведенія центра лимба на отвѣсную линію, проходящую черезъ вершину измѣряемаго угла или *центрированія* инструмента, 2) приведенія плоскости лимба въ горизонтальное положеніе, 3) направленія коллимаціонной плоскости визирнаго снаряда, находящагося на алидадѣ, послѣдовательно на два предмета мѣстности, между которыми измѣряется уголъ, (а у астролябій *неподвижныхъ* діоптровъ на правый предметъ, а коллимаціонной плоскости подвижныхъ—на лѣвый предметъ или наоборотъ, согласно направленію подписи дѣленій) и 4) прочтенія отъ 0^0 лимба или градусной величины каждой изъ двухъ дугъ, разность которыхъ и даетъ величину измѣряемаго угла, или непосредственно (въ астролябіи) градусной величины измѣряемаго угла на лимбѣ по индексу алидады.

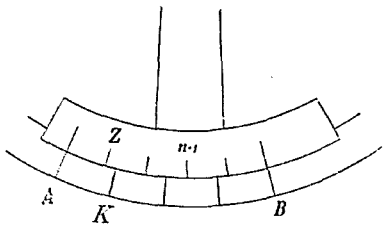
Чертежъ 67 показываетъ, что на астролябіи при глазномъ діоптрѣ $\Gamma' a$ по индексу отъ O^0 лимба (гдѣ стоитъ діоптръ Γb) прочитывается не самый измѣряемый уголъ ACB, а равный ему вертикальный O^0Ca; при чемъ точка a, гдѣ остановится индексъ алидады на лимбѣ, выразитъ конецъ дуги o^0a, измѣряющей уголъ bCa.



Черт. 67.

§ 61. 3. Верньеръ. Если бы индексъ алидады остановился гдѣ-либо между двумя штрихами лимба, то промежутокъ отъ ближайшаго (меньшаго) штриха лимба до индекса алидады пришлось бы оцѣнивать на глазъ. Во избѣжаніе этого и для большей точности оцѣнки такого промежутка на концахъ алидады нарѣзается *верньеръ*. Верньеръ или *ноніусъ* есть шкала нѣкоторой опредѣленной длины для даннаго лимба, состоящая изъ ряда равноотстоящихъ штриховъ; промежутки между штрихами всегда или нѣсколько меньше (или нѣсколько больше) дѣленій лимба. Верньеръ представляетъ собою особое построеніе, зависящее отъ того, какія части нанесенныхъ на лимбѣ дѣленій (градусовъ, полуградусовъ,...) мы желаемъ отсчитывать. Построеніе это состоитъ въ томъ, что взятую на лимбѣ дугу AB (черт. 68), заключающую въ себѣ n дѣленій (промежутковъ между штрихами), отмѣчаютъ на скошенномъ краѣ

алидады и дѣлятъ отложенную на алидадѣ дугу AB на $n+1$ или на $n-1$ частей. Пусть



Черт. 68.

$$\frac{AB}{n} = AK \text{ и } \frac{AB}{n+1} = AZ.$$

Составимъ разность t между однимъ дѣленіемъ $AK = l$ лимба и однимъ дѣленіемъ $AZ = v$ верньера. Разность $t = l - v$ принято называть *точностью верньера.*

Находимъ:

$$t = AK - AZ = \frac{AB}{n} - \frac{AB}{n+1} =$$

$$= \frac{AB(n+1) - n \cdot AB}{n \cdot (n+1)} = \frac{AB}{n(n+1)} = \frac{AK}{n+1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (I)$$

Если бы $AZ = \frac{AB}{n-1}$, то $AZ > AK$, а потому

$$t = AK - AZ = \frac{AB(n-1) - ABn}{n(n-1)} = -\frac{AK}{n-1}\ ^{1}). \quad \ldots\ldots \quad (II)$$

Такимъ образомъ видимъ, что *точность верньера всегда равна одному дѣленію лимба, раздѣленному на число частей верньера.*

Въ астролябіяхъ дѣленіе лимба $AK = 1^0$ и $n = 11$, если $AZ = \frac{AB}{n+1}$, тогда $t = \frac{1^0}{12} = 5'$; въ этомъ случаѣ верньеръ называется *прямымъ*. Если $AZ = \frac{AB}{n-1}$ и $n = 13$, то $t = -\frac{1^0}{12} = -5'$ и въ этомъ случаѣ верньеръ называютъ *обратнымъ*.

Если дѣленіе лимба $AK = \frac{1^0}{2} = 30'$ и $n = 29$, то $t = \frac{30'}{30} = 1'$.

$$AK = \frac{1^0}{6} = 10' \text{ и } n = 59, \text{ то } t = \frac{10'}{60} = \frac{600''}{60} = 10''$$

Если бы $t = 2'$ и $AK = 1^0$, то $2' = \frac{1^0}{n+1}$ или $2'(n+1) = 60'$, откуда $n+1 = 30$ и $n = 29$. При $t = 2'$ и $AK = \frac{1^0}{2} = 30'$, $n = 14$.

---

1) Или еще и такъ:

$$AB = nl \text{ и } AB = (n \pm 1)\, v, \text{ т.-е. } nl = (n \pm 1)\, v.$$

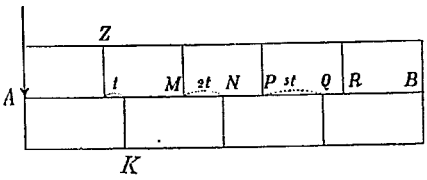
Откуда $$1)\ \frac{l}{n \pm 1} = \frac{v}{n} \text{ и } 2)\ nl - nv = +v \text{ или } nl = +v.$$

Слѣдовательно: $$t = \pm\frac{v}{n} = +\frac{l}{n+1}.$$

§ 62. Употребленіе верньера. Разность $AK - AZ = KZ = t$. Найдемъ длину MN (черт. 69),—она будетъ:

$$MN = AN - AM = 2\,AK - 2\,AZ = 2\,t.$$

Точно также получимъ $PQ = 3\,t$,.... $RB = nt$ или, если $n = 4$, то $RB = 4\,t$. Это намъ показываетъ, что когда 1-й штрихъ Z верньера совпадетъ съ ближайшимъ къ нему штрихомъ K лимба, то указатель $\downarrow$ верньера отодвинется вправо отъ штриха A лимба на точность t верньера.



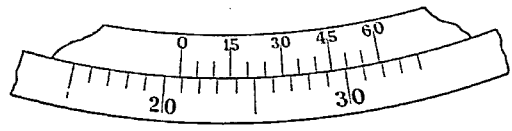
Черт. 69.

Если второй штрихъ M верньера совпадетъ со штрихомъ N лимба, то указатель по лимбу отодвинется отъ штриха A на двойную точность верньера и т. д. Когда n-й штрихъ верньера совпадетъ со штрихомъ лимба B, то указатель верньера будетъ отстоять отъ штриха A лимба на nt, и наконецъ, если $(n+1)$-й штрихъ верньера сольется съ какимъ-либо штрихомъ лимба, то указатель верньера продвинется отъ штриха A лимба на $(n+1)\,t$, а такъ какъ $t = \dfrac{AK}{n+1}$ или $(n+1)\,t = AK$, то индексъ $\downarrow$ совпадетъ со слѣдующимъ штрихомъ K лимба.

Справедливо и обратное заключеніе: Если указатель верньера (или такъ какъ указатель верньера подписывается цифрою ноль, то ноль верньера) отодвинулся отъ ближайшаго къ нему штриха A лимба на нѣкоторую дугу, то для опредѣленія ея величины nt, необходимо найти на верньерѣ штрихъ, сливающійся съ какимъ-либо штрихомъ лимба, и номеръ его n умножить на t, поэтому t, $2\,t$, $3\,t$,... называются *показаніями верньера*. Для правильности оцѣнки какой именно штрихъ верньера совпадаетъ со штрихомъ лимба дуга отклоненія индекса верньера отъ A *оцѣнивается сперва на глазъ*: $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$, $^2/_3$, $^3/_4$ отъ AK.

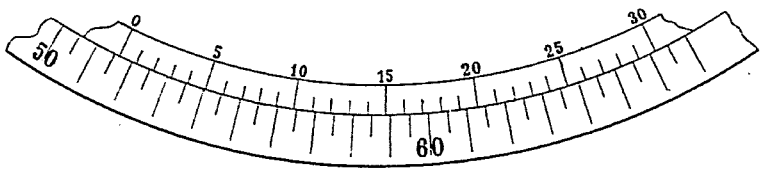
Пусть, напр., $t = 5'$, лимбъ раздѣленъ отъ 1^0 до 1^0, ноль верньера стоитъ между 20 и 21 шрихами лимба (черт. 70). На глазъ дуга отклоненія $= 0{,}9\ AK$, т.-е. 0,9 отъ 1^0 или $54'$ и 11-й штрихъ верньера сливается со штрихомъ лимба. Полный отсчетъ по лимбу будетъ

$$20^0 + 11.5' = 20^0 55'.$$



Черт. 70.

Если точность верньера $t = 1'$, лимбъ подраздѣленъ на полуградусы, какъ показано на чертежѣ 71, нуль верньера стоитъ послѣ короткаго полуградуснаго штриха, на глазъ отклоненіе $= {}^1/_4\ AK = {}^1/_4\ 30' = 7'—8'$,

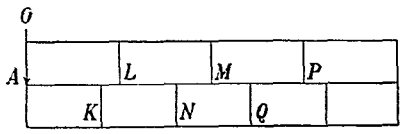


Черт. 71.

и 8-й штрихъ верньера сливается со штрихомъ лимба, то полный отсчетъ будетъ:

$$51^0\ 30' + 8' = 51^0\ 38'\ ^1).$$

Въ обратномъ верньерѣ $AL > AK$ (черт. 72) и при совмѣщеніи штриховъ L съ K, M съ N, P съ Q, хотя дуги KL, MN и PQ и будутъ послѣдовательно t, $2t$, $3t$..., но указатель (ноль) верньера будетъ отодвигаться влѣво по лимбу, т.-е. въ сторону противоположную возрастающей подписи штриховъ лимба. Такимъ образомъ, если бы допустили, что



Черт. 72.

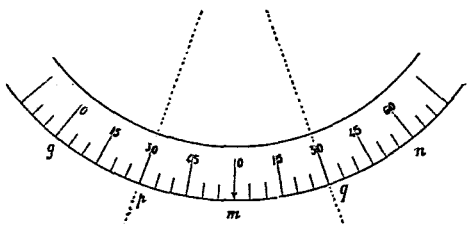
на черт. 72 штрихъ K соотвѣтствуетъ 20^0, а штрихъ N—21^0, то въ томъ случаѣ, когда L сольется съ K, по индексу A придется прочесть $19^0 - t$, когда M сольется съ N, пришлось бы прочесть $19^0 - 2t$ по указателю A. При совпаденіи P съ Q отсчетъ по верньеру былъ бы $19^0 - 3t$.

Если $t = \frac{l}{n-1} = \frac{1^0}{4} = 15'$,

то
$$19^0 - t = 18^0\ 45' = 18^0 + 3t$$
$$19^0 - 2t = 18^0\ 30' = 18^0 + 2t$$
$$19^0 - 3t = 18^0\ 15' = 18^0 + t$$
$$19^0 - 4t = 18^0\ 0'.$$

Поэтому *для удобства употребленія* верньера съ n минусъ однимъ дѣленіемъ выгоднѣе [2]) у штриха L писать не $-t$, а $+3t$, у M не $-2t$, а $+2t$, у P не $-3t$, а $+t$ и наконецъ у крайняго праваго вмѣсто $-4t$ поставить 0, т.-е. возрастающую подпись штриховъ верньера имѣть въ сторону, обратную направленію возрастающей подписи лимба, а потому и самый верньеръ съ $n-1$ дѣленіемъ принято называть обратнымъ.

§ 63. Подпись верньера. Индексъ верньера обыкновенно подписывается нулемъ, всѣ же остальные штрихи или оставляются безъ подписи или же подписываются черезъ нѣсколько штриховъ. При этомъ на угломѣрныхъ инструментахъ *подпись при штрихѣ* означаетъ произведеніе *номера штриха на точность верньера*. На чертежѣ 73 изображена подпись верньера съ точностью въ 5 минутъ. Если вообразимъ себѣ, *что влѣво* отъ индекса ↓ нанесенъ *еще разъ* верньеръ mg, равный по длинѣ mn, то изъ этихъ двухъ верньеровъ можно составить одинъ верньеръ такъ: пра-



Черт. 73.

---

[1]) Для упражненія предлагается построить верньеры при
$$l = 1^0 \text{ и } t = 2'$$
$$l = 10' \text{ и } t = 10''$$

[2]) Въ томъ смыслѣ, чтобы не дѣлать вычитанія, а непосредственно читать по верньеру по направленію возрастающей подписи лимба отъ младшаго штриха, отъ котораго отодвинутъ индексъ.

вую половину *pm* лѣваго верньера соединить съ лѣвою половиною *mq* праваго верньера и образовать цѣлый верньеръ *pq*, на которомъ индексъ будетъ стоять по серединѣ, а подпись штриховъ расположится такъ: до 30′ она будетъ вправо отъ нуля, а съ 30′ до 60′ она расположится влѣво отъ него, возрастая отъ лѣваго крайняго штриха до середины верньера, т.-е. до индекса. Отсюда видимъ, что полный верньеръ *pq* можно было бы составить и иначе, (т.-е. брать и не равныя по длинѣ части *mp* и *mq*, а разныя, напр., слѣва отъ нуля $^1/_4$ *mg*, а справа $^3/_4$ *mn*), лишь бы длина его дуги *pq* равнялася общей длинѣ начальнаго верньера *mn*, а слѣдовательно *О верньера можетъ стоять* и не по серединѣ верньера и не въ началѣ его дуги, а *при какомъ угодно изъ его штриховъ.*

§ 64. Недостатки астролябіи на баксѣ. Неустойчивость баксы, имѣющей одну точку опоры для лимба — зажатое яблоко, держащееся треніемъ въ губахъ баксы, устранена въ разсмотрѣнномъ нами новѣйшемъ типѣ астролябіи, замѣною баксы треножникомъ. Однако кромѣ подставки въ угломѣрномъ инструментѣ на точность результата измѣряемаго угла несомнѣнно должна вліять и *правильность вращенія алидады по лимбу, обусловливаемая длиною оси вращенія алидады.* Если ось коротка, какъ это имѣетъ мѣсто въ астролябіи, то нельзя ручаться, что алидада не колеблется на лимбѣ, а вмѣстѣ съ нею и индексъ верньера, а слѣдовательно измѣняется (при колебаніяхъ оси алидады) отсчетъ по лимбу, въ зависимости отъ того — какое положеніе заняла алидада во втулкѣ лимба. Сверхъ того на величину отсчета по верньеру должна имѣть вліяніе точность наведенія коллимаціонной плоскости визирнаго снаряда на точку, опредѣляющую сторону измѣряемаго угла. Поэтому ниже мы укажемъ на недостатки визированія черезъ діоптры. Здѣсь же замѣтимъ, что если принять толщину волоса предметнаго діоптра равной $\frac{1}{400}$ дюйма, а разстояніе между діоптрами 9 дюймамъ, то уголъ зрѣнія будетъ $tgz = \frac{1}{400} : 9 = \frac{1}{3600}$ т. е. около 1 минуты.

Упомянутые недостатки простѣйшихъ угломѣрныхъ инструментовъ съ діоптрами по возможности устранены въ такъ называемыхъ *теодолитахъ.*

§ 65. Теодолитъ есть такой угломѣрный инструментъ, который, по сравненію съ простѣйшими угломѣрными инструментами, напр. съ астролябіею, съ діоптрами, 1) обладаетъ надлежащею устойчивостію, 2) имѣетъ достаточную плавность и равномѣрность движеній отдѣльныхъ частей, 3) представляетъ возможность болѣе точнаго и удобнаго визированія вдоль сторонъ измѣряемаго угла и 4) снабженъ приспособленіемъ къ болѣе быстрой центрировкѣ инструмента надъ вершиною измѣряемаго угла.

Устройствомъ болѣе совершенной подставки — треножника или описываемаго ниже *двойного шарнира* достигается надлежащая устойчивость и болѣе быстрое приведеніе инструмента въ горизонтальное положеніе. Плав-

ность и равномѣрность движеній въ теодолитѣ достигается болѣе *длинными* и хорошо *шлифованными* осями алидады и лимба, а равно и микрометреннымъ, т. е. малымъ вращеніемъ лимба и алидады около ихъ осей, для чего устраиваются *микрометренные* винты. Болѣе точное визированіе получается черезъ замѣну діоптровъ *зрительною трубою*. Помимо этого въ теодолитахъ точность верньеровъ доводится, начиная съ 2 минутъ, до 10 секундъ. Наиболѣе часто встрѣчающіяся точности верньеровъ 2′, 1′, 30″, 20″ и 10″. Попытки устранить недостатки астролябіи съ діоптрами выражались у русскихъ механиковъ тѣмъ, что, подражая въ устройствѣ астролябій устройству теодолитовъ заграничными механиками, наши механики или замѣняли діоптры трубою, или иногда пристраивали микрометренные винты къ алидадѣ и даже къ лимбу, замѣняли баксу треножникомъ, о *длинѣ* же и *шлифовкѣ осей* лимба и алидады не заботились.

Прежде чѣмъ переiйти къ болѣе подробному описанію устройства теодолитовъ и ихъ штативовъ, головы которыхъ приспособлены для болѣе быстрой центрировки лимба теодолита, замѣтимъ, что [1]) зрительная труба въ теодолитѣ закрѣпляется на алидадѣ. Закрѣпленіе совершается помощью особой подставки или *трегера*, на которую цилиндръ зрительной трубы накладывается посредствомъ горизонтальнаго стержня, припаяннаго къ трубѣ перпендикулярно къ образующей цилиндра.

Здѣсь же замѣтимъ себѣ, что теодолиты иногда имѣютъ прибавленія къ основнымъ своимъ частямъ, предназначаемыя 1) для измѣренія вертикальныхъ угловъ, напр. наклона линій мѣстности къ горизонту (вертикальные круги и секторы), 2) для опредѣленія разстояній безъ измѣренія ихъ цѣпью или лентою (дальномѣры), 3) для полученія горизонтальной линіи визированія (съ цѣлію опредѣлять относительныя высоты точекъ земной поверхности — уровни для нивеллированія) и 4) для опредѣленія направленія линій относительно странъ свѣта (для чтенія азимутовъ или румбовъ—буссоли съ магнитной стрѣлкой).

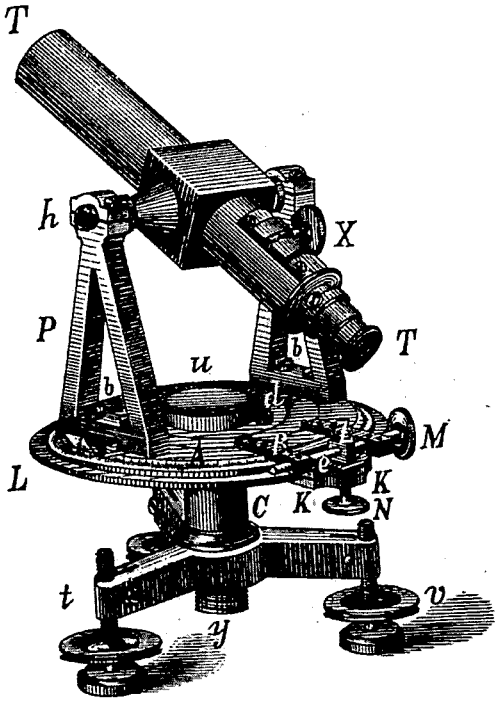
§ 66. Раздѣленіе теодолитовъ на простые и повторительные. Теодолиты дѣлятся на двѣ основныхъ группы: 1) *простые* теодолиты, лимбы которыхъ *не* имѣютъ вращательнаго движенія около вертикальной оси подставки и 2) *повторительные* теодолиты, лимбы которыхъ имѣютъ самостоятельное движеніе вокругъ *вертикальной* оси вращенія.

§ 67. Составныя части теодолита слѣдующія: 1) штативъ (тренога), 2) подставка-треножникъ или подставка съ двойнымъ шарниромъ, 3) подраздѣленный лимбъ, 4) алидада или алидадный кругъ съ верньеромъ, 5) вертикальныя оси вращенія лимба и алидады, 6) закрѣпительные или нажимательные винты лимба и алидады, 7) микрометренные винты лимба и алидады, 8) зрительная труба на подставкѣ съ нажимательнымъ и микро-

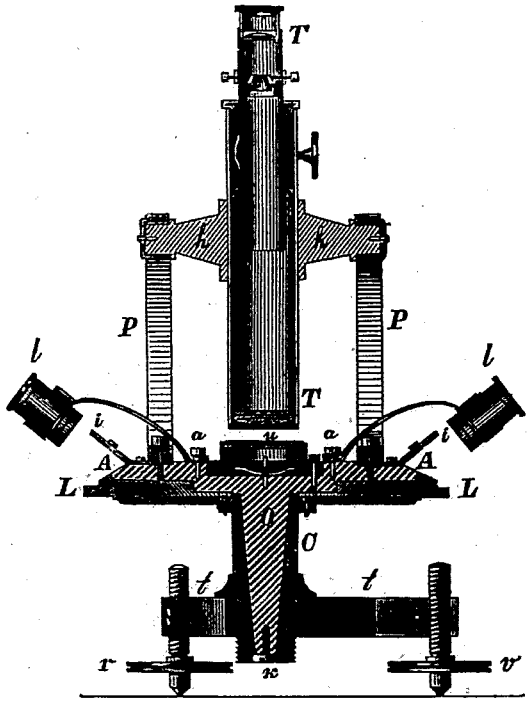
[1]) Сдѣлавъ предварительно при помощи нити съ отвѣсомъ центрировку лимба надъ вершиною измѣряемаго угла, начинаютъ приводить лимбъ въ горизонтальное положеніе и это дѣйствіе нарушаетъ первоначальную центрировку.

метреннымъ винтомъ для трубы, 9) уровни, иногда 10) вертикальный кругъ или секторъ съ алидадою, 11) лупы при лимбѣ и секторѣ, 12) буссоль.

§ 68. Отдѣльные виды теодолитовъ. Малый (простой) теодолитъ нѣмецкаго механика Бамберга [1]) имѣетъ незначительные размѣры и отличается своею



Черт. 74.

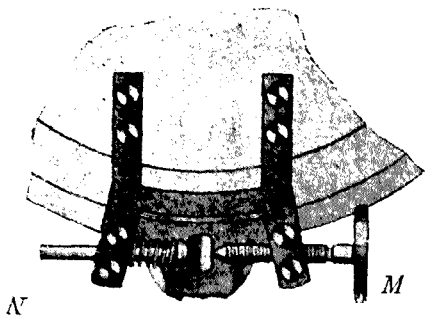


Черт. 75.

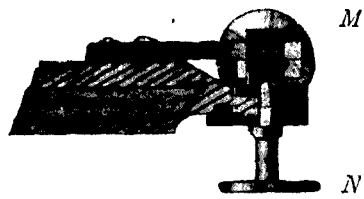
легкостію при переноскѣ или такъ *называемою портативностію*. Общій его видъ помѣщенъ на чертежѣ 74, а вертикальный разрѣзъ на чертежѣ 75. Малый теодолитъ Бамберга—простой теодолитъ, его *лимбъ L* конической формы представляетъ изъ себя сплошную круговую шейбу съ краями конической поверхности, на которой и назначены дѣленія лимба, подписанныя черезъ каждые 10^0 слѣва направо, т. е. *по ходу часовой стрѣлки*. Втулка *C* соединяетъ лимбъ съ тремя рукавами *t* треножника; черезъ винтовыя нарѣзки концовъ рукавовъ треножника проходятъ подъемные (или уравнительные) винты *v*. Алидада *A* такъ же, какъ и лимбъ, представляетъ изъ себя сплошной кругъ, коническая поверхность котораго составляетъ непосредственное продолженіе поверхности лимба. Алидада наглухо спаяна съ своею стальною вертикальною осью *O* (черт. 75) вращенія, также конической формы; ось проходитъ черезъ втулку *C* и закрѣпляется въ ней снизу винтомъ *k*. Между осью и втулкою оставляется небольшой зазоръ по серединѣ втулки, для уменьшенія тренія оси о стѣнки втулки (такъ называемое Spielraum). На алидадѣ нанесены два діаметрально противоположные верньера съ точностію отсчитыванія до 1′, освѣщаемые

[1]) Впервые сталъ извѣстенъ въ Россіи съ 1883 года.

двумя иллюминаторами *i* въ видѣ пластинокъ изъ молочнаго стекла въ металлическихъ рамахъ, наклонно привинченныхъ къ алидадѣ. Иногда надъ верньерами помѣщаются двѣ лупы *l*, вращающіяся на винтикахъ *a*, для разсматриванія дѣленій лимба и верньеровъ [1]. На алидадѣ, въ центрѣ помѣщается на пружинѣ круглый уровень *u*, привинчиваемый къ ней 3-мя винтиками *d* (черт. 74). Визирнымъ снарядомъ служитъ зрительная труба *T* съ горизонтальною осью вращенія *h*, накладываемою на двѣ подставки *P*; каждая изъ подставокъ соединяется съ алидадою 2-мя винтами *b*. Алидада сверху лимба прихватывается къ нему съ помощію двухъ пластинокъ *клещей* *K* (черт. 74a и 74b), нажимательнымъ винтомъ *N*.



Черт. 74a.

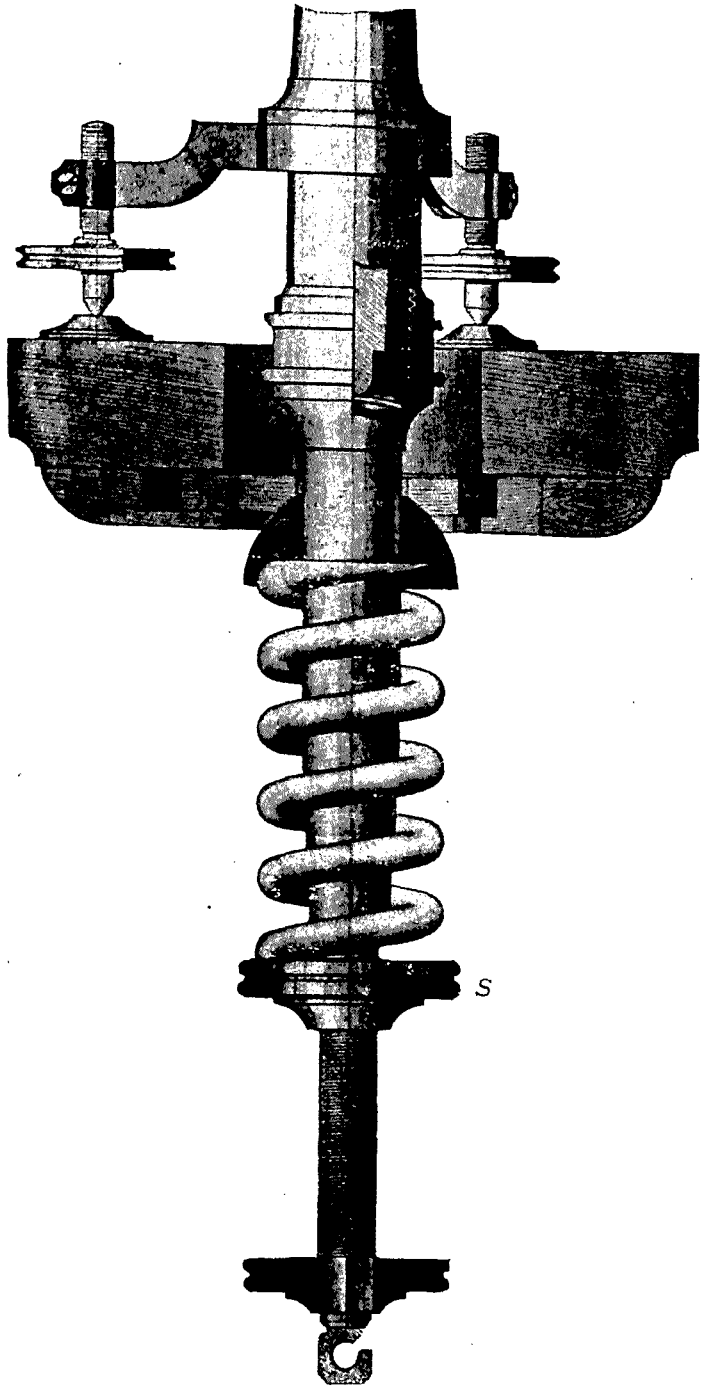


Черт. 74b.

Клещи *K* могутъ двигаться по выступающему ранту лимба, когда отпущенъ винтъ *N*, и соединяются съ алидадою при посредствѣ привинченной къ ней рамы *R*, микрометреннаго винта *M*, его спиральной пружины *e* и выступа *Z* клещей *K*. Въ выступъ *Z* съ одной стороны упирается лѣвый конецъ микрометреннаго винта *M*, а съ противоположной стержень *e* со спиральною пружиною. Размѣръ микрометреннаго движенія алидады обусловливается величиною вилко-образной (въ видѣ буквы *U*) рамы *R*. Винтъ *X* при *кремальерѣ* трубы служитъ для перемѣщенія окулярнаго колѣна зрительной трубы внутри объективнаго. Инструментъ ставится на штативъ и соединяется съ нимъ становымъ винтомъ (черт. 74c), навинчивающимся своею гайкою на винтъ *y* инструмента. Въ головѣ штатива выпилено круглое отверстіе, черезъ которое проходитъ гайка станового винта. Закрѣпленіе теодолита на головѣ штатива гайкою станового винта и спиральною пружиною, перемѣщающеюся вдоль *ручки* гайки, видно на чертежѣ 74c. Внизу ручка гайки оканчивается винтовою нарѣзкою, по которой ходитъ *шейба* *S*, служащая опорою спиральной пружинѣ. На верху спираль упирается въ полую шейбу — полусферу, соприкасающуюся съ досечкой, обхватывающей становой винтъ и движущейся въ отверстіи нижней доски головы штатива. На нижнемъ своемъ концѣ ручка гайки станового винта, подъ винтовою нарѣзкою, обдѣлана въ видѣ призмы, на которую надвигается *грифъ-кружекъ*, придерживаемый (ввинчиваемымъ въ становой винтъ снизу) крючкомъ для нити отвѣса. Отвернувъ шейбу *S*,

[1]) Иногда иллюминаторамъ придаютъ видъ роговыхъ трубочекъ, придѣланныхъ къ лупамъ.

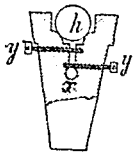
можно ослабить треніе между головой штатива и концами подъемныхъ винтовъ, вслѣдствіе чего является возможность теодолитъ немного перемѣщать по головѣ штатива [1]).



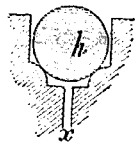
Черт. 74е.

[1]) Кромѣ описаннаго устройства для центрировки теодолита существуютъ теперь и другія болѣе совершенныя приспособленія, о которыхъ будетъ сказано ниже.

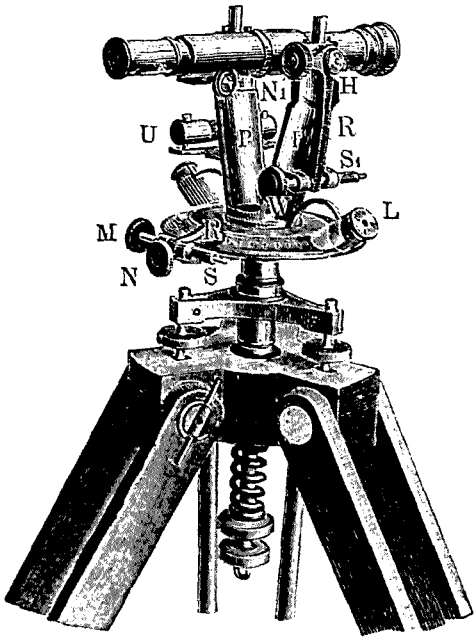
§ 69. Малый (простой) теодолитъ русскаго механика Герляха [1]) изображенъ на чертежахъ 76 и 77 и отличается отъ предшествующаго: 1) устройствомъ подставки — трубы (или трегера) *P*, отлитаго изъ одного куска металла:



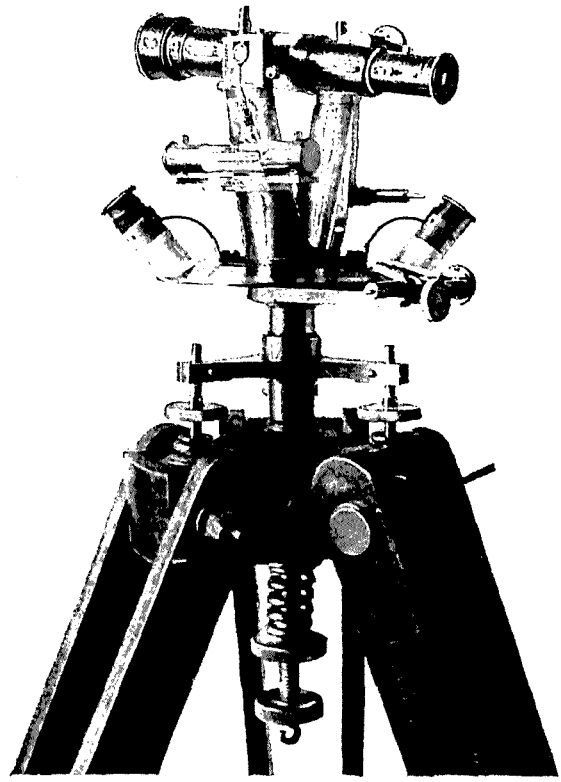
Черт. 78.



Черт. 79.

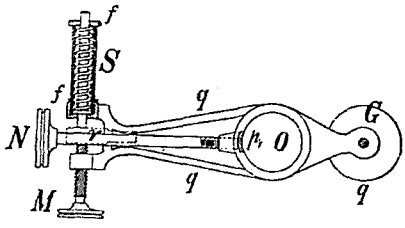


Черт. 76.

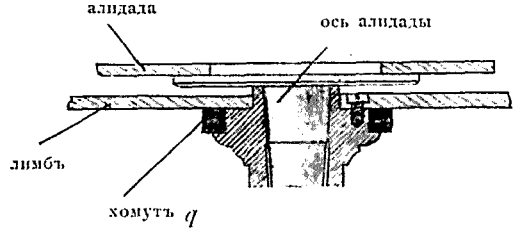


Черт. 77.

одна сторона подставки *P* вертикально пропилена (черт. 77), въ пропиленную щель *x* (черт. 78 и 79) съ двухъ противоположныхъ сторонъ входятъ 2 винта *y*. Эти два винта, сжимая или разжимая скважину *x*



Черт. 80.



Черт. 80 bis.

подставки, могутъ приподнять или опустить лежащій на подставкѣ *P* конецъ *h* горизонтальной оси вращенія трубы *T*. Горизонтальная ось трубы имѣетъ нажимательный винтъ N_1, и микрометренный *W*, дѣйствующій

[1]) Фирма *Г. Герлахъ* въ Варшавѣ изготовляетъ инструменты, по своему изяществу и тонкости напоминающіе качества инструментовъ, лучшихъ нѣмецкихъ механиковъ.

на нижній конецъ рычага R, составляющаго одно цѣлое съ гнѣздомъ винта N_1. Съ противоположной винту W стороны въ рычагъ R упирается спиральная пружина S_1, помѣщенная въ горизонтальный цилиндрикъ. 2) Круглый уровень здѣсь замѣненъ цилиндрическимъ U, сидящимъ на подставкѣ P, параллельно коллимаціонной плоскости трубы (плоскости визированія). 3) Устройствомъ нажимательнаго винта N алидаднаго круга, который вмѣстѣ съ микрометреннымъ винтомъ M и со спиралью S вынесенъ въ отдѣльный чертежъ 80, изъ котораго (вмѣстѣ съ чертежемъ 80 bis) видно, что винтъ N дѣйствуетъ не на ось O алидады, а помѣщаясь въ особой рамѣ — *хомутѣ* q подъ лимбомъ инструмента, нажимаетъ на втулку C лимба особою пластинкою p_1. Эта пластинка, выступая внутрь окружности хомута, треніемъ уничтожаетъ вращеніе хомута около втулки C, вслѣдствіе чего рама хомута становится однимъ цѣлымъ съ втулкою C по закрѣпленіи винта N; винтъ N имѣетъ себѣ противовѣсомъ тяжесть G. Микрометренный винтъ M соединяется съ алидадою A при помощи привернутаго къ ней выступа — рычажка r (на чертежѣ 80 онъ сдѣланъ пунктиромъ, а на 76 обозначенъ черезъ R') упираясь въ него со стороны, противоположной штифту f со спиральною пружиною S. Микрометренное движеніе алидады обусловлено размѣромъ вырѣза между зубцами рамы хомута, между которыми перемѣщается выступъ r алидады. Оба верньера имѣютъ точность $1'$; причемъ лимбъ подраздѣленъ на полуградусы. Верньеры находятся въ направленіи горизонтальной оси вращенія трубы, т.-е. примѣрно отстоятъ отъ объектива и окуляра трубы на 90°.

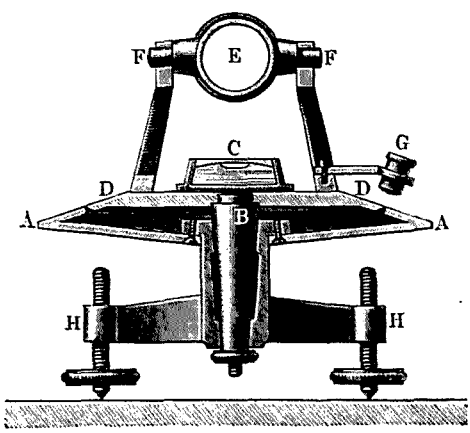
Въ дополненіе къ описанію малаго теодолита помѣщаемъ здѣсь второй рисунокъ вертикальнаго разрѣза простого теодолита (черт. 81). На немъ показанъ лимбъ A, алидада D съ вертикальною осью B вращенія, съ круглымъ уровнемъ C, подставкою-трегеромъ трубы DF, *горизонтальною осью* FF *вращенія трубы* и кругомъ E, представляющимъ поперечное сѣченіе цилиндра зрительной трубы. Лимбъ A связанъ наглухо съ втулкой треножника (при помощи винтовъ, симметрично на чертежѣ расположенныхъ относительно оси B). Въ винтовыя нарѣзки H *рукавовъ треножника* входятъ подъемные винты. На нижнемъ концѣ оси B надѣта гайка, препятствующая алидадѣ отдѣляться отъ лимба.

§ 70. Подставка двойной шарниръ механика Тесдорпфа. Штуттгартскій механикъ Тесдорпфъ [1]) соединяетъ инструментъ I (черт. 82) со штативомъ z подставкою ox въ видѣ двойного шарнира. Ось инструмента помѣщается во втулкѣ o, составляющей одно цѣлое съ пластиною pp. Пластина p имѣетъ ось ff, перпендикулярно стоящую къ плоскости чертежа 82-го, въ видѣ двухъ горизонтальныхъ шиповъ f, проходящихъ черезъ 2 подставки n. Верхняя пластина p соединяется подъемнымъ винтомъ v со второй средней пластиной m, въ свою очередь имѣющей ось вращенія на шипахъ rr. Шипы r проходятъ черезъ стойки a нижней крестообразной шейбы x. Средняя и нижняя пластины соединяются подъемнымъ винтомъ v. Если провести двѣ вертикальныя плоскости, — одну черезъ f и

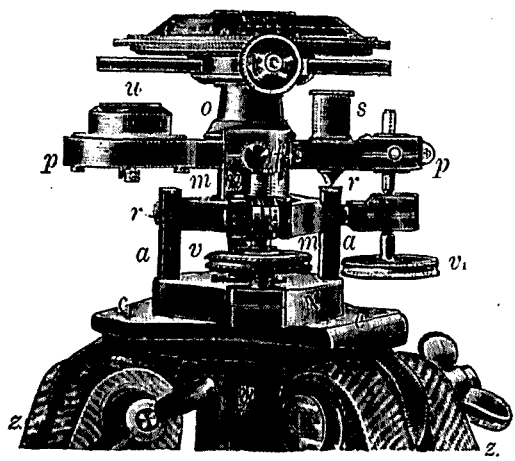
[1]) За смертью *Л. Тесдорпфа* фирма перешла къ *Sartorius* въ Геттингенѣ.

v и другую — черезъ r и v_1, то онѣ пересѣкутся подъ прямымъ угломъ. На верхней пластинѣ p помѣщается иногда круглый уровень u, а съ другой ея стороны близъ винта v_1, цилиндрическая капсуль s со спиралью и штифтомъ, упирающимся въ стойку a, они регулируютъ ходъ винта v_1. Присутствіе *только* двухъ подъемныхъ винтовъ v и v_1 и двухъ осей ff и rr, проектирующихся на горизонтальную плоскость подъ прямымъ угломъ, позволяетъ *сразу* наклонять лимбъ по двумъ взаимно-перпендикулярнымъ направленіямъ, *не ослабляя* станового винта, имѣющаго своеобразное устройство. Нижняя пластина x снизу имѣетъ отверстіе съ нарѣзкой, въ которую входитъ винтъ полаго цилиндра y, плотно притягивающаго шейбу x къ металлической головѣ c штатива z. Голова штатива зажимается между пластиной x и выступомъ цилиндра y. Цилиндръ - гайка y

I.



Черт. 81.



Черт. 82.

играетъ роль станового винта, ослабивъ который, можно немного передвигать инструментъ по головѣ c штатива, благодаря имѣющемуся въ ней круглому отверстію. Черезъ гайку y отъ нижняго конца оси алидады идетъ цѣпочка съ крючкомъ для нити отвѣса. Такимъ образомъ инструментъ удерживается на штативѣ треніемъ пластины x о голову c штатива и имѣетъ приспособленіе для центрировки инструмента.

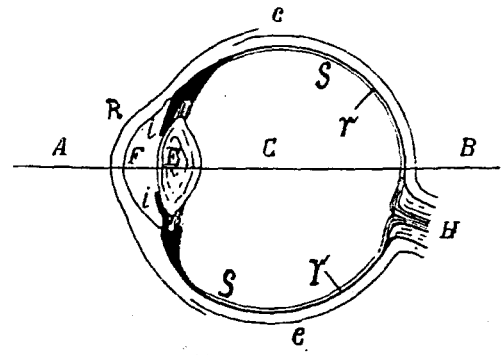
Остановимся теперь на зрительныхъ трубахъ, какъ на визирномъ снарядѣ теодолита; при чемъ предварительно ознакомимся съ устройствомъ глаза.

§ 71. Устройство глаза *). Глазъ въ общемъ напоминаетъ оптическій приборъ и въ сущности представляетъ соединеніе цѣлаго *ряда прозрачныхъ срединъ* (разграниченныхъ между собою кривыми поверхностями, преломляющими лучи свѣта) и *части зрительнаго нерва*, отличающейся крайней чувствительностію. Эта часть нерва состоитъ изъ цѣлаго ряда

*) См. *В. Витковскій* — Топографія и *Н. Кисловъ* — Теорія оптическихъ инструментовъ.

волокнъ, образующихъ *сѣтку*, носящей названіе ретины. Свѣтовое впечатлѣніе нерва передается мозгу.

Глазное яблоко *CC* (черт. 82 а) имѣетъ видъ почти правильнаго шара, около 0,9 дюйма въ діаметрѣ и, какъ уже сказано, соединено съ головнымъ мозгомъ зрительнымъ нервомъ. При помощи особыхъ мышцъ, прикрѣпленныхъ недалеко отъ передней его поверхности, яблоко свободно поворачивается вправо и влѣво, вверхъ и внизъ. Стѣнки глаза состоятъ изъ нѣсколькихъ налегающихъ другъ на друга слоевъ или оболочекъ.



Черт. 82 а.

Наружный бѣлый и самый плотный слой, иначе *твердая оболочка* или *склеротика*, покрываетъ весь глазъ за исключеніемъ передней поверхности, гдѣ онъ переходитъ въ круглую болѣе выпуклую и совершенно прозрачную часть *R*, называемую *роговою оболочкою* (роговицею).

Подъ склеротикой лежитъ *сосудистая оболочка S*, переходящая подъ роговою въ отдѣльную перегородку съ отверстіемъ по серединѣ. Эта перегородка *ii*, представляющая настоящую діафрагму, называется *радужницею*, а также *ирисомъ* и имѣетъ у разныхъ лицъ разный цвѣтъ: отверстіе ея *зрачекъ*, обыкновенно кажущееся совершенно чернымъ, служитъ для пропусканія свѣтовыхъ лучей внутрь глаза. Въ зависимости отъ силы свѣта зрачекъ обладаетъ свойствомъ, при помощи особой системы мускуловъ, безсознательно съуживаться и расширяться [1]); чѣмъ сильнѣе свѣтъ, тѣмъ зрачекъ дѣлается меньше; обыкновенно принимаютъ, что діаметръ зрачка человѣческаго глаза равенъ въ среднемъ 0,2 дюйма. Внутренняя поверхность сосудистой оболочки, а также и ириса покрыта чернымъ пигментомъ, имѣющимъ бархатистый видъ. Значеніе пигмента сосудистой оболочки—поглощать лучи, отражаемые ретиной и препятствующіе ясности изображеній.

Третья, самая внутренняя оболочка глазного яблока, прилегающая съ внутренней стороны къ сосудистой, называется *сѣтчаткою* или *ретиною r*; это наиболѣе важная часть органа зрѣнія. Сѣтчатка представляетъ развѣтвленія зрительнаго нерва, имѣющаго видъ цилиндрической веревки и состоитъ изъ *цилиндрическихъ палочекъ* и *колбочекъ* или призматическихъ ячеекъ, изъ которыхъ первыя вплотную входятъ во вторыя; оси палочекъ

[1]) У человѣка эта способность ограничена, и потому мы не можемъ прямо смотрѣть на солнце и плохо видимъ въ темнотѣ; орлы могутъ съуживать зрачекъ почти въ точку и, не мигая, свободно глядятъ на солнце; кошки и другіе хищники, совершающіе свои экспедиціи ночью, могутъ расширять зрачекъ до полнаго исчезновенія радужницы и потому видятъ даже при слабомъ свѣтѣ звѣздъ по ночамъ.

и колбочекъ, воспринимающихъ свѣтовые лучи и передающихъ эти воспріятія по волокнамъ зрительнаго нерва, не сливаясь, головному мозгу, перпендикулярны къ сѣтчатой оболочкѣ. По гипотезѣ *Юнга* каждая изъ палочекъ и колбочекъ состоитъ изъ трехъ конечныхъ долей нерва, чувствительныхъ къ одному изъ трехъ главныхъ свѣтовыхъ лучей: красному, зеленому и фіолетовому. Бѣлый лучъ раздражаетъ всѣ три доли нерва съ одинаковой силой; лучи прочихъ цвѣтовъ раздражаютъ ихъ въ различной степени, что и позволяетъ глазу ощущать всѣ цвѣта и оттѣнки; напримѣръ, желтый цвѣтъ вызываетъ ощущенія краснаго и зеленаго, голубой—зеленаго и фіолетоваго и т. п.

Толщина отдѣльной палочки или колбочки не превосходитъ 0,0001 дюйма, и онѣ распредѣлены по сѣтчаткѣ неравномѣрно. Самымъ тѣснымъ образомъ на разстояніяхъ около 0,0002 дюйма и притомъ исключительно однѣ колбочки расположены въ центральной, слегка углубленной части сѣтчатки, противоположной зрачку; эта часть называется *центральною ямкою* или *желтымъ пятномъ;* она имѣетъ въ діаметрѣ лишь 0,04 дюйма, что соотвѣтствуетъ углу зрѣнія почти въ 3^0, и на ней глазъ ощущаетъ лучи свѣта наиболѣе отчетливо, почему для яснаго видѣнія мы и поворачиваемъ глаза такъ, чтобы изображеніе разсматриваемой части предмета получилось именно на желтомъ пятнѣ. Прямая *AB*, соединяющая середину желтаго пятна съ оптическимъ центромъ глаза, называется его *оптической осью.* Чѣмъ дальше отъ желтаго пятна, тѣмъ палочки и колбочки расположены рѣже, а въ томъ мѣстѣ сѣтчатки, откуда выходитъ зрительный нервъ *H,* ихъ и вовсе нѣтъ. Это мѣсто открыто извѣстнымъ французскимъ физикомъ *Маріоттомъ* (1620—1684), имѣетъ около 0,06 дюйма въ діаметрѣ, что соотвѣтствуетъ углу зрѣнія въ $4^1/_2{}^0$, и называется *слѣпымъ пятномъ.* Оно находится въ 0,1 дюйма отъ центральной ямки, ближе къ носу (чертежъ 82а представляетъ горизонтальный разрѣзъ праваго глаза), и легко можетъ быть обнаружено, если нарисовать два небольшихъ кружка около трехъ дюймовъ одинъ отъ другого и разсматривать ихъ съ разстоянія десяти дюймовъ: закрывая лѣвый глазъ и смотря правымъ на лѣвый кружокъ, мы не увидимъ праваго кружка.

Внутри глаза, непосредственно за радужницею, позади ириса, при помощи особыхъ мускуловъ держится студенистое и упругое прозрачное тѣльце *E—хрусталикъ,* заключенный въ тончайшую прозрачную капсуль. Толщина его 0,15 дюйма; онъ имѣетъ всѣ свойства собирательной чечевицы, причемъ задняя его поверхность болѣе выпукла, чѣмъ передняя. Внутренность глаза раздѣляется хрусталикомъ на двѣ неравныя полости, изъ которыхъ передняя, меньшая, *F,* называемая также передней глазной камерой наполнена *водянистой влагой,* а задняя, бо́льшая, *G*—студенистой или *стекловидной влагой.* Эти двѣ прозрачныя жидкости вмѣстѣ съ хрусталикомъ образуютъ собственно оптическій аппаратъ глаза; оптическій центръ всей системы лежитъ внутри хрусталика. Лучи свѣта, вступающіе въ глазъ отъ внѣшнихъ предметовъ, преломляются въ названныхъ прозр-

рачныхъ срединахъ и даютъ на сѣтчаткѣ дѣйствительное, обратное и (обыкновенно) уменьшенное изображеніе, такъ что, какъ выразился впервые итальянскій физикъ *Порта* (1538—1615), глазъ представляетъ естественную камеру-обскуру.

Если бы глазъ составлялъ неизмѣнную оптическую систему, то изображеніе получалось бы на самой сѣтчаткѣ только при нѣкоторомъ опредѣленномъ разстояніи отъ предмета. Изображенія предметовъ болѣе удаленныхъ получались бы внутри глаза, передъ сѣтчаткою, изображенія же болѣе близкихъ предметовъ, наоборотъ, внѣ глаза—за сѣтчаткою; въ обоихъ случаяхъ зрѣніе становилось бы неяснымъ. На самомъ дѣлѣ глаза обладаютъ удивительнымъ свойствомъ *приспособленія* къ разстояніямъ *(аккомодація),* и каково бы ни было разстояніе до внѣшняго предмета, если только оно не выходитъ изъ извѣстныхъ весьма широкихъ предѣловъ, изображеніе получается какъ разъ на сѣтчаткѣ. Свойство приспособленія приписывалось весьма различнымъ причинамъ: сжатію и растяженію яблока, перемѣщенію хрусталика внутри глаза и пр. *Гельмгольцъ* первый доказалъ непосредственными опытами, что приспособленіе заключается въ *измѣненіи кривизны передней поверхности хрусталика,* производимомъ особою кольцеобразною мышцею, охватывающею его края. Когда разсматриваемый предметъ очень удаленъ, то хрусталикъ растягивается по краямъ, и кривизна его передней поверхности уменьшается; когда же предметъ очень близокъ, то хрусталикъ сжимается, дѣлается выпуклѣе, и кривизна его передней поверхности увеличивается. Въ обоихъ случаяхъ изображеніе безсознательно приводится точно на сѣтчатку.

Показатели преломленія водянистой и стекловидной влагъ почти равны показателю преломленія воды; вещество же хрусталика вообще имѣетъ болѣе значительный показатель преломленія. Хрусталикъ по своему строенію напоминаетъ луковицу: онъ состоитъ изъ множества слоевъ, показатели преломленія которыхъ возрастаютъ отъ внѣшнихъ поверхностей къ центральному ядру. Благодаря такому строенію, хрусталикъ преломляетъ проходящіе сквозь него лучи сильнѣе, чѣмъ въ томъ случаѣ, если бы онъ состоялъ изъ однороднаго вещества съ показателемъ преломленія равнымъ даже показателю преломленія своего центральнаго ядра.

Замѣчательное строеніе хрусталика, помимо объясненнаго увеличенія его преломляющей силы, имѣетъ еще особое и весьма важное назначеніе. Боковые лучи, проходящіе сквозь части хрусталика съ меньшими показателями преломленія, не пересѣкаютъ оптическую ось глаза ближе лучей центральныхъ, какъ въ однородной чечевицѣ и, слѣдовательно, указанное строеніе имѣетъ цѣлью устранять сферическую аберрацію. Хроматическая аберрація, тоже почти не существующая въ глазѣ, устраняется совокупнымъ дѣйствіемъ жидкостей глазного яблока и вещества хрусталика, имѣющихъ разные показатели свѣторазсѣянія.

Наиболѣе ясное и отчетливое изображеніе получается на сѣтчаткѣ въ томъ случаѣ, когда разсматриваемый предметъ отстоитъ отъ глаза на

разстояніи, при которомъ хрусталикъ имѣетъ свой естественный видъ, не измѣненный его кольцеобразной мышцей. Это разстояніе называется *разстояніемъ наилучшаго зрѣнія;* для нормальнаго глаза оно равно 10 дюймамъ. На такомъ, приблизительно, разстояніи мы, совершенно безсознательно, держимъ, напримѣръ, книгу при чтеніи. Нормальный глазъ легко приспособляется къ разстояніямъ немного меньшимъ и ко всѣмъ бо̀льшимъ указаннаго, но существуютъ глаза съ бо̀льшею естественною кривизною хрусталика, для которыхъ разстояніе наилучшаго зрѣнія меньше нормальнаго и которые поэтому не могутъ отчетливо видѣть далекіе предметы; такіе глаза называются *близорукими.* Наоборотъ, существуютъ глаза, для которыхъ разстояніе наилучшаго зрѣнія болѣе нормальнаго; они называются *дальнозоркими.* Близорукость свойственна раннему возрасту и съ годами проходитъ; подъ старость близорукіе глаза дѣлаются нормальными, а нормальные — дальнозоркими, причемъ у стариковъ ослабѣваетъ и возможность приспособленія къ разстояніямъ. Дѣти, читающія мелко напечатанныя книги, пріучаясь держать ихъ близко къ глазамъ, становятся искусственно близорукими, а охотники, горцы и моряки, привыкающіе съ малолѣтства разсматривать отдаленные предметы, рано дѣлаются дальнозоркими.

Чтобы близорукіе и дальнозоркіе могли ясно видѣть мелкіе предметы съ разстоянія наилучшаго зрѣнія для нормальнаго глаза, пользуются *очками.* Близорукимъ, т.-е. глазамъ съ излишнею кривизной, нужны очки съ разсѣивающими стеклами, а дальнозоркимъ, имѣющимъ недостаточную кривизну—стекла собирательныя. Для смотрящаго черезъ очки стекла очковъ и глаза составляютъ какъ бы одну оптическую систему, назначенную для полученія изображенія какъ разъ на сѣтчаткѣ. Если глазъ въ состояніи покоя даетъ изображеніе позади ретины, то онъ носитъ названіе *гиперметропическаго.*

Такъ какъ уголъ, составляемый лучами, идущими отъ оптическаго центра глаза къ краямъ центральной ямки, не превосходитъ 3^0, то глазъ можетъ съ особенною отчетливостью видѣть только предметы, уголъ зрѣнія на которые не болѣе указаннаго предѣла. Хотя дѣйствительное *поле зрѣнія глаза* или пространство, которое онъ охватываетъ при неподвижномъ положеніи, несравненно обширнѣе (сверху внизъ оно обнимаетъ 120^0, а справа налѣво 150^0), но боковые предметы глазъ видитъ неясно, потому что, какъ указано выше, на боковыхъ частяхъ сѣтчатки палочки и колбочки расположены, сравнительно, рѣдко. Если мы все же охватываемъ зрѣніемъ большіе внѣшніе предметы, то этимъ мы обязаны подвижности нашихъ глазъ, которые быстро переводятъ оптическія оси съ одной точки предмета на другую.

Выше было упомянуто, что разстоянія отдѣльныхъ колбочекъ на сѣтчаткѣ въ желтомъ пятнѣ равны приблизительно 0,0002 дюйма, поэтому уголъ, составляемый лучами, проведенными отъ оптическаго центра глаз-

ной системы къ двумъ рядомъ лежащимъ оконечностямъ зрительнаго нерва, составляетъ около 1′, слѣдовательно подробностей, лежащихъ въ углахъ зрѣнія, меньшихъ 1′, мы уже не различаемъ. Если начертить на бумажкѣ квадратикъ и кружокъ и разсматривать ихъ на такомъ разстояніи, чтобы ихъ поперечники представлялись подъ углами зрѣнія, большими 1′, то изображенія ихъ закроютъ нѣсколько колбочекъ, и глазъ ясно различитъ ихъ видъ; если же бумажку удалить настолько, чтобы уголъ зрѣнія уменьшился до 1′, то изображенія фигуръ на сѣтчаткѣ покроютъ лишь по одной оконечности зрительнаго нерва и обѣ покажутся одинаковыми точками. Если начерченные квадратикъ и кружокъ имѣютъ въ поперечникѣ 0,1 дюйма, то невозможность различить ихъ видъ начинается съ разстоянія $3438.0{,}1 = 344$ дюйма или, приблизительно, съ разстоянія въ 4 сажени.

Съ ранняго дѣтства мы пріучаемся повѣрять зрительныя впечатлѣнія осязаніемъ и потому видимъ внѣшніе предметы не обращенными, какими они являются на сѣтчаткѣ, а прямыми. Что на самомъ дѣлѣ изображенія на сѣтчаткѣ получаются обратными, легко доказать слѣдующимъ простымъ, но поразительнымъ опытомъ: въ тонкомъ картонѣ прокалываютъ небольшое отверстіе и, держа его возможно ближе къ глазу, передвигаютъ между картономъ и глазомъ иглу; передвиженія будутъ казаться обратными. Не смотря на сознаніе, что рука, напримѣръ, опускаетъ иглу, глазу представляется, будто игла поднимается; тутъ зрительное впечатлѣніе, подъ вліяніемъ необычной обстановки, не искажается пріобрѣтенною привычкой.

Въ топографіи имѣетъ большое значеніе и приноситъ огромную пользу на съемкахъ *глазомѣръ* или способность оцѣнивать на глазъ, безъ помощи инструментовъ, разстоянія до внѣшнихъ предметовъ. О разстояніи мы судимъ: по числу элементовъ сѣтчатки, участвующихъ въ воспріятіи изображенія предмета, по напряженію, сопровождающему актъ аккомодаціи, по сходимости оптическихъ осей обоихъ глазъ и по ясности изображенія (воздушная перспектива).

Ежедневнымъ опытомъ мы убѣждаемся въ уменьшеніи угла зрѣнія по мѣрѣ удаленія предмета (черт. 82 б); предметъ извѣстной величины кажется намъ ближе или дальше, смотря по тому, виденъ ли онъ подъ большимъ или малымъ угломъ зрѣнія. Если же мы видимъ новый предметъ, или хотя и извѣстный, но въ новой, непривычной для насъ обстановкѣ, то величина угла зрѣнія не достаточна для сужденія о разстояніи, и въ подобныхъ случаяхъ происходятъ зачастую удивительные обманы зрѣнія. Напримѣръ, луна въ небольшую зрительную трубу кажется отнюдь не больше, чѣмъ невооруженному глазу; однако стоитъ лишь посмотрѣть на нее обоими глазами сразу (однимъ черезъ трубу, а другимъ непосредственно), чтобы убѣдиться въ увеличеніи трубы.

Напряженіе мускуловъ во время приспособленія къ разстоянію ощутительно только для весьма близкихъ предметовъ; за небольшимъ, сравнительно, предѣломъ въ 20—30 дюймовъ это напряженіе приноситъ глазо-

мѣру уже мало пользы. Къ счастью человѣкъ имѣетъ не одинъ, а два глаза и, разсматривая какой-нибудь предметъ, онъ устанавливаетъ глаза свои такъ, чтобы ихъ оптическія оси пересѣкались на разсматриваемой точкѣ. (См. ниже главу о стереоскопическомъ зрѣніи). Понятно, что при различныхъ разстояніяхъ углы между осями глазъ оказываются разными, и по величинѣ угла между осями, ощущаемой напряженіемъ глазныхъ мышцъ, поворачивающихъ глаза въ ихъ впадинахъ, мы судимъ о разстояніи независимо отъ того, знакомъ ли намъ предметъ или нѣтъ. Однако перемѣны угла между оптическими осями глазъ значительны, и потому ощутительны тоже лишь на небольшихъ разстояніяхъ; при разстояніи въ 100—200 саженей глазныя оси располагаются почти параллельно, и глазомѣръ на большихъ разстояніяхъ приводитъ уже къ грубымъ ошибкамъ.

Вслѣдствіе неполной прозрачности атмосферы дальніе предметы представляются обыкновенно менѣе ясно, чѣмъ ближніе; этимъ обстоятельствомъ пользуются живописцы для перспективы своихъ картинъ: они изображаютъ дальніе предметы съ меньшею отчетливостью, чѣмъ близкіе. Этимъ объясняется, почему предметы, ярко освѣщенные, кажутся намъ всегда ближе ихъ дѣйствительныхъ разстояній, почему луна и солнце у горизонта повидимому больше, чѣмъ на значительной высотѣ. У горизонта эти свѣтила отъ прохожденія ихъ лучей сквозь огромную толщу атмосферы теряютъ свой блескъ и кажутся намъ дальше, а такъ какъ они видны подъ тѣми же углами зрѣнія, какъ и на значительной высотѣ, то намъ представляется, что они стали больше.

Когда мы смотримъ на близкій предметъ обоими глазами, то изображенія на двухъ сѣтчаткахъ не вполнѣ одинаковы, но каждая точка даетъ изображеніе на такъ называемыхъ *сопряженныхъ точкахъ* сѣтчатокъ, и мы не видимъ предмета вдвойнѣ; разсматриваніе двумя глазами позволяетъ лучше воспринимать видъ самого предмета и судить о всѣхъ подробностяхъ его поверхности. Однако если глаза устремлены на опредѣленную точку, то только изображенія ближайшихъ частей предмета получаются на сопряженныхъ точкахъ сѣтчатокъ, изображенія же удаленныхъ частей того же или другихъ предметовъ получаются уже не на сопряженныхъ точкахъ, и предметы двоятся. Если держать передъ глазами два пальца на разныхъ разстояніяхъ и смотрѣть на ближній, то дальній будетъ виденъ вдвойнѣ; наоборотъ, если смотрѣть на дальній, то ближній кажется вдвойнѣ. Предметы двоятся тоже, если придавить яблоко одного глаза и, тѣмъ искусственно измѣнить положеніе его оптической оси. Слѣпыя пятна не соотвѣтствуютъ сопряженнымъ точкамъ сѣтчатокъ, и потому объ ихъ существованіи мы даже не подозрѣваемъ.

Геометрическое мѣсто внѣшнихъ точекъ, дающихъ изображеніе на сопряженныхъ точкахъ сѣтчатокъ обоихъ глазъ, образуетъ поверхность, называемую *гороптеромъ*. Часть гороптера совпадаетъ съ горизонтальною плоскостью, проходящею черезъ подошвы прямо стоящаго или идущаго

человѣка, и вотъ почему мы не затрудняясь можемъ ходить, глядя впередъ, а не подъ ноги. Предметы, лежащіе внѣ гороптера, даютъ изображенія не на сопряженныхъ точкахъ, и потому видны не ясно.

Въ заключеніе этого краткаго очерка органа зрѣнія необходимо замѣтить, что въ глазѣ, какъ и въ лучшихъ оптическихъ приборахъ, существуютъ слѣды сферической и хроматической аберрацій и астигматизма.

Чтобы замѣтить въ глазѣ сферическую аберрацію, прокалываютъ въ картонѣ четыре дырочки, расположенныя на одной прямой и столь близко, чтобы разстояніе крайнихъ было меньше діаметра зрачка при слабомъ свѣтѣ. Если поднести картонъ къ глазу такъ, чтобы рядъ отверстій былъ вертикаленъ, и разсматривать очень близко расположенную горизонтальную иглу, то глазъ увидитъ не одну, а четыре иглы, потому что при очень маломъ разстояніи хрусталикъ не въ силахъ свести лучи, прошедшіе черезъ всѣ четыре отверстія, въ одну точку. Если медленно удалять иглу, то изображенія начнутъ сближаться, и на разстояніи наилучшаго зрѣнія сольются. Для разныхъ глазъ совпаденіе происходитъ различно: обыкновенно сливаются сперва оба средніе изображенія, и легко понять, что въ этомъ случаѣ аберрація глаза противоположна сферической аберраціи простого собирательнаго стекла, т.-е. въ немъ крайніе лучи пересѣкаются дальше центральныхъ; если сольются сперва крайнія изображенія, то аберрація глаза подобна аберраціи въ собирательной чечевицѣ; если же всѣ четыре изображенія сливаются одновременно, что случается крайне рѣдко, то глазъ не имѣетъ замѣтной сферической аберраціи.

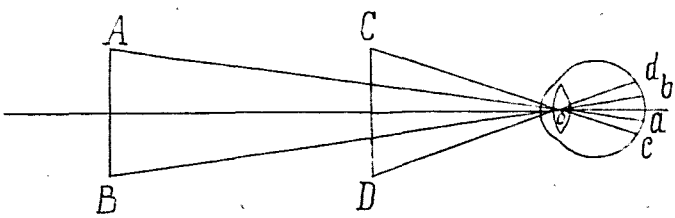
Существованіе хроматической аберраціи въ глазахъ доказывается окрашиваніемъ краевъ черной полосы на бѣломъ полѣ при разсматриваніи ея искусственно расширеннымъ (белладонною) зрачкомъ, а также явленіемъ, замѣченнымъ впервые нѣмецкимъ ученымъ *Фраунгоферомъ* (1787 — 1826): если внимательно наблюдать спектральныя линіи помощью ахроматической трубы, то приходится устанавливать окуляръ различно для разныхъ цвѣтовъ.

Астигматизмъ легко замѣтить, разсматривая систему лучеобразно пересѣкающихся въ одной точкѣ одинаково тонко прочерченныхъ прямыхъ; обыкновенно не всѣ прямыя равно хорошо видны. Если астигматизмъ глазъ значителенъ, то прибѣгаютъ къ очкамъ съ цилиндрическими стеклами.

Нормальный здоровый глазъ не замѣчаетъ своихъ несовершенствъ. Какъ ни малы палочки и колбочки, представляющія оконечности зрительнаго нерва, онѣ все же имѣютъ извѣстные размѣры, и потому неполное пересѣченіе лучей отъ одной точки предмета на сѣтчаткѣ почти не примѣчается; кромѣ того при яркомъ освѣщеніи, когда недостатки глаза могли бы сдѣлаться замѣтными, зрачекъ съуживается и пропускаетъ лишь узкій пучекъ центральныхъ лучей, отчего аберраціи и астигматизмъ становятся вовсе не ощутительными.

Уголъ, образуемый свѣтовыми лучами, идущими отъ крайнихъ точекъ разсматриваемаго предмета къ оптическому центру глаза, называется *угломъ зрѣнія*. Чѣмъ больше уголъ зрѣнія, тѣмъ больше и изображеніе предмета на сѣтчаткѣ, а чѣмъ это изображеніе больше, тѣмъ оно возбуждаетъ большее число оконечностей зрительнаго нерва и тѣмъ, слѣдовательно, съ большею подробностью и отчетливостью виденъ разсматриваемый внѣшній предметъ.

Если *o* (черт. 82 б) — оптическій центръ глаза, то предметъ *AB* виденъ подъ угломъ зрѣнія *AoB*, и изображеніе его на сѣтчаткѣ будетъ *ab*; если тотъ же предметъ приблизить къ глазу, въ *CD*, то онъ будетъ виденъ подъ бо́льшимъ угломъ зрѣнія *CoD* и дастъ на сѣтчаткѣ большее изображеніе *cd*. Такимъ образомъ для лучшаго разсматриванія предмета слѣдуетъ видѣть его подъ бо́льшимъ угломъ зрѣнія. Въ предыдущемъ было объяснено, что нормальный глазъ безъ всякихъ усилій мышцъ даетъ изображеніе на самой сѣтчаткѣ при разстояніи наилучшаго зрѣнія, но онъ легко приспособляется ко всѣмъ бо́льшимъ разстояніямъ; однако съ увеличеніемъ разстоянія до предмета уголъ зрѣнія уменьшается, такъ что очень удаленные предметы мы видимъ лишь въ общихъ чертахъ, не различая подробностей.



Черт. 82 б.

Чтобы увеличить уголъ зрѣнія, подъ ко́торымъ виденъ внѣшній предметъ, слѣдуетъ приблизить его къ глазу. Однако непосредственное приближеніе не всегда возможно: уменьшать разстоянія до небесныхъ свѣтилъ и отдаленныхъ земныхъ предметовъ не въ нашей власти. Мелкіе же переносные предметы, хотя и поддаются приближенію, но бываютъ сами по себѣ столь малы, что даже на разстояніи наилучшаго зрѣнія видны подъ весьма малыми углами; дальнѣйшее ихъ приближеніе, хотя и увеличило бы уголъ зрѣнія, но зато сдѣлало бы изображенія ихъ на сѣтчаткѣ неясными, такъ какъ былъ бы перейденъ предѣлъ приспособленія. Для близорукихъ и дальнозоркихъ глазъ условія яснаго видѣнія предметовъ еще болѣе ограничены. Эти недостатки глаза до извѣстной степени ослабляются оптическими приборами,—очками, лупами, зрительными трубами.

Для того, чтобы судить объ оптической силѣ глаза или его способности различать предметы, можно продѣлать цѣлый рядъ опытовъ, слѣдуя *Jordan'y*, *Wagner'y*, *Broun'y*, *Förster'y* и друг. [1]).

Остановимся, напр., на опытѣ о точности оцѣнки простымъ глазомъ долей дѣленія рейки, сдѣланномъ въ 1879 году студентами политехникума въ Карлсруэ. На разстояніи 18 метровъ была поставлена рейка съ дѣле-

[1]) См. журналъ „Zeitschrift für Vermessungswesen" за 1880 и 1886 года.

ніями на дециметры и рядомъ съ ней другая, но съ дѣленіями на миллиметры. Студенты ясно различали дециметровыя дѣленія, а потому опытъ заключался въ томъ, что 1) остріемъ карандаша указывалась точка на рейкѣ, и очередной студентъ прочитывалъ вслухъ отсчетъ α' по рейкѣ, цѣня на глазъ десятыя доли дециметра, а 2) по миллиметровой рейкѣ читалось въ дѣйствительности показываемое остріемъ карандаша число α миллиметровъ и 3) путемъ вычитанія $\alpha' - \alpha = \Delta$ получались ошибки оцѣнки десятыхъ долей дециметра по рейкѣ на разстояніи 18 метровъ. Результаты дали слѣдующее:

	α'	α	$\alpha' - \alpha = \Delta$	Δ^2
1)	0, 64^m	0,634^m	$+6^{mm}$	36
2)	0, 68	0,678	$+2$	4
3)	0, 66	0,659	$+1$	1
4)	0,605	0,607	-2	4
5)	0, 65	0,645	$+5$	25
6)	0,575	0,567	$+8$	64
7)	0, 44	0,439	$+1$	1
8)	0, 47	0,472	-2	4
9)	0, 72	0,721	-1	1
10)	0,775	0,767	$+8$	64
			Сумма	204

$$m = \sqrt{\frac{204}{10}} = 4{,}52^{mm}.$$

Средняя ошибка [1]) визированія оказалась $\pm$ 4,52 миллиметра на разстояніе 18 метровъ, что даетъ уголъ δ, выраженный въ секундахъ

$tg \frac{1}{2}\delta = 1/2\ (4{,}52) : 18000$ или, послѣ замѣны $tg^{\prime\prime}$ величиной $sin^{\prime\prime}$, а этого послѣдняго дугою, умноженной на величину синуса одной секунды

$$\delta = \frac{4.52}{18000} \times 206.265 = \pm 52''.$$

Подобнаго же рода опыты [2]) дали, что точность визированія на вѣшку черезъ діоптры крестообразнаго эккера [3]) достигаетъ (ошибки) $\pm 2'$, что при разстояніи въ 50 метровъ отъ эккера до вѣхи дастъ линейную ошибку въ $\frac{2'}{3438} \times 50 = 0{,}03^m$ т.-е. 3 сантиметра,—вотъ почему и получилось указаніе въ кадастровыхъ инструкціяхъ — не допускать длины перпендикуляровъ строемыхъ крестообразнымъ эккеромъ, болѣе 30 метровъ, 40 метровъ и самое большое 50 метровъ.

Весьма важно установить, — каковы должны быть минимальные размѣры изображенія предмета на сѣтчатой оболочкѣ глаза для того, чтобы глазъ могъ воспринять этотъ предметъ именно въ видѣ предмета, а не въ видѣ точки? Физіологія глаза даетъ объясненіе этому вопросу устройствомъ самой сѣтчатой оболочки, состоящей изъ такъ-называемыхъ палочекъ и кол-

[1]) См. ниже—статью о теоріи ошибокъ наблюденій.

[2]) См. Zeitschr. für Verm. 1875, 1885 и 1886 года.

[3]) См. ниже—статью объ эккерахъ.

бочекъ, имѣющихъ въ поперечномъ сѣченіи въ среднемъ діаметръ въ 4,5 μ (микрона = 0,001 миллиметра); этотъ діаметръ колеблется отъ 2 до 6 микроновъ. Опытъ показываетъ, что двѣ свѣтящіяся точки или свѣтлыя линіи на темномъ фонѣ или наоборотъ двѣ темныя точки на свѣтломъ фонѣ могутъ быть раздѣльно видимы, когда уголъ зрѣнія, подъ которымъ видно разстояніе между ними, въ среднемъ достигаетъ 60″ или когда разстояніе между центрами двухъ изображеній на ретинѣ достигаетъ значенія 4,4 μ [1]).

Это согласіе минимальнаго разстоянія между центрами двухъ различаемыхъ изображеній съ среднимъ діаметромъ цапфъ непосредственно объясняетъ предѣлы способности различенія; два, почти одинаковыхъ предмета кажутся глазу отдѣльными только тогда, когда разстояніе между срединами изъ изображеній на ретинѣ не меньше, чѣмъ разстояніе срединъ двухъ сосѣднихъ палочекъ; только при этомъ условіи изображенія двухъ предметовъ получаются на двухъ различныхъ палочкахъ. Въ противномъ случаѣ изображенія упадутъ на одну и ту же палочку, и ихъ дѣйствіе сольется въ одно, и предметы уже не будутъ казаться раздѣльными.

§ 71bis. Недостатки діоптровъ. Зрительныя трубы геодезическихъ инструментовъ, ихъ устройство. Употребленіе зрительныхъ трубъ вызвано недостатками діоптровъ; они заключаются въ слѣдующемъ: 1) количество свѣта, поступающее въ глазъ черезъ скважину глазного діоптра, значительно менѣе того количества свѣтовыхъ лучей, которое непосредственно попадаетъ на невооруженный глазъ отъ того же предмета, а потому и наведеніе волоса діоптра на визируемые предметы не можетъ совершаться съ достаточною точностію; сверхъ того предметы находятся на различныхъ разстояніяхъ, и болѣе удаленные менѣе ясно видимы черезъ діоптры; 2) глазъ долженъ *приспособляться* къ одновременному ясному видѣнію волоса предметнаго діоптра и того предмета, на который волосъ наводится, не смотря на то, что волосъ и предметъ находятся на разныхъ разстояніяхъ отъ глаза и слѣдовательно даютъ на сѣтчатой оболочкѣ глаза *не* одинаково ясныя изображенія. Слѣдствіемъ этихъ недостатковъ является полная невозможность визировать на весьма отдаленные предметы, какъ совсѣмъ не видимые черезъ діоптры, а это служитъ причиною того, что діоптры замѣняются зрительною трубою.

Большая или меньшая видимость предмета обусловливается такъ называемымъ *угломъ зрѣнія*, т. е. угломъ, образуемымъ лучами свѣта, идущими отъ крайнихъ (конечныхъ) точекъ предмета къ оптическому центру глаза, ибо при большемъ углѣ зрѣнія, большее число оконечностей зрительнаго нерва оказываются возбужденными изображеніемъ предмета на сѣтчатой оболочкѣ глаза. Стремленіе увеличить уголъ зрѣнія

---

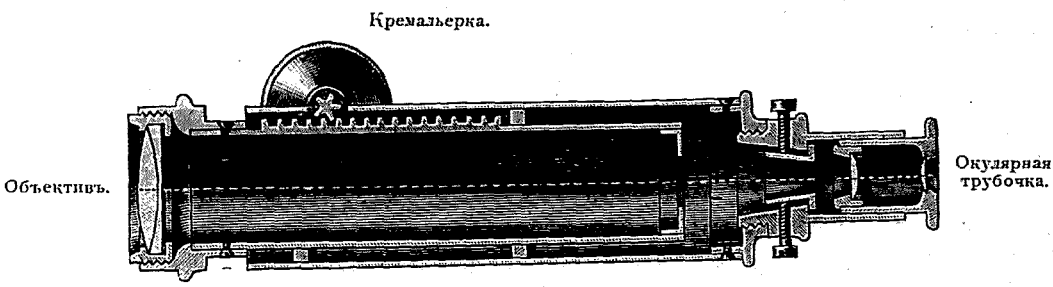
[1]) Одинъ микронъ на разстояніи яснаго видѣнія или 206 миллиметровъ даетъ уголъ зрѣнія въ одну секунду, а на сѣтчатой оболочкѣ, отстоящей отъ центра глаза на разстояніи 15 миллиметровъ, изображеніе = 0,073 μ.

вызываетъ необходимость приближать предметъ къ глазу. Однако такое приближеніе не всегда въ нашей власти или же сопряжено съ большими неудобствами. Сверхъ того приблизить предметъ болѣе, чѣмъ допускаетъ предѣльная величина *разстоянія наилучшаго зрѣнія* (около 25$^{смт.}$ или 9—10$^{дюйм.}$), безцѣльно. Эти недостатки глаза уничтожаются *оптическими приборами* (лупами, микроскопами, зрительными трубами).

Въ геодезическихъ инструментахъ употребляются зрительныя трубы, состоящія изъ однихъ сферическихъ стеколъ, т. е. *діоптрическія*, при томъ только *астрономическія*, дающія изображенія въ обратномъ видѣ.

Астрономическія трубы предпочитаются *земнымъ*, дающимъ изображенія въ прямомъ видѣ, потому что земныя трубы обладаютъ меньшею ясностію изображеній; въ земныхъ трубахъ происходитъ потеря части свѣта при прохожденіи лучей черезъ добавочныя (сравнительно съ астрономическими трубами) стекла, предназначенныя для того, чтобы повернуть обратное изображеніе предмета. Земная труба значительно длиннѣе астрономической, имѣющей то же самое увеличеніе.

Простѣйшая зрительная труба есть труба Кеплера, состоящая изъ двухъ цилиндровъ, изъ которыхъ каждый имѣетъ по двояковыпуклому стеклу. Если эти цилиндры металлическіе, то ихъ внутри чернятъ для

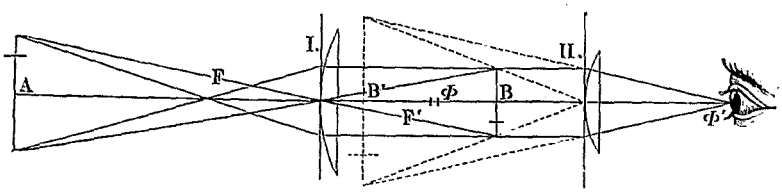


Черт. 83.

устраненія отблеска. Изъ двухъ стеколъ большее, съ большимъ фокуснымъ разстояніемъ, обращается къ наблюдаемому предмету, и эта чечевица или линза носитъ названіе *объектива*. Стекло меньшаго размѣра и съ меньшимъ фокуснымъ разстояніемъ обращается къ глазу и называется *окуляромъ*. Соотвѣтственно съ этимъ и цилиндры, въ которые вставлены стекла, называются *окулярнымъ колѣномъ* и *объективнымъ колѣномъ* трубы. Окулярное колѣно перемѣщается внутри объективнаго, плотно входя въ это послѣднее. Встрѣчаются инструменты, у которыхъ объективное колѣно перемѣщается внутри окулярнаго (преимущественно въ старыхъ англійскихъ инструментахъ) (черт. 83). Для болѣе равномѣрнаго плавнаго перемѣщенія колѣнъ (одного внутри другого) употребляется зубчатое колесо, задѣвающее за зубчатую пластинку, *трибку*[1]), привернутую къ внутрен-

[1]) Названіе происходитъ отъ нѣмецкаго слова treiben—гнать, перемѣщать.

нему колѣну; трибку также часто называютъ вмѣстѣ съ шестернею *кремальеркою* трубы. Объективъ I (черт. 84) даетъ *дѣйствительное, обратное* и *уменьшенное* изображеніе B отдаленнаго предмета A; это изображеніе



Черт. 84.

должно въ *увеличенномъ* видѣ получиться черезъ окуляръ II; слѣдовательно *окуляръ играетъ роль лупы.*

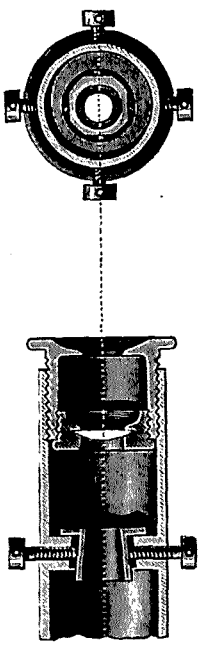
Отдаляя окулярное колѣно отъ объективнаго настолько, чтобы разстояніе изображенія B отъ центра окуляра было менѣе его главнаго фокуснаго разстоянія, мы увидимъ черезъ окуляръ обратное *мнимое, увеличенное* изображеніе B' предмета A.

Изъ физики извѣстно правило построенія хода лучей черезъ линзы [1]), а также и формула $\frac{1}{D}+\frac{1}{d}=\frac{1}{f}$ для двояковыпуклаго стекла, гдѣ D есть разстояніе предмета A отъ центра объектива I, d—разстояніе изображенія B отъ того же центра, и f—главное фокусное разстояніе объектива. Такъ какъ въ этой формулѣ $\frac{1}{f}$ — величина постоянная, то и сумма $\left(\frac{1}{D}+\frac{1}{d}\right)$ при различныхъ D и d должна оставаться безъ перемѣны, а слѣдовательно съ перемѣною разстоянія D трубы отъ предмета должно мѣняться соотвѣтственно и разстояніе d изображенія. Неизбѣжно съ этимъ придется отодвигать объективъ отъ окуляра (или окуляръ отъ объектива), такъ какъ для полученія увеличеннаго мнимаго изображенія B' необходимо, чтобы B было между фокусомъ Φ и центромъ окуляра II. Если D возрастетъ, то $\frac{1}{D}$ уменьшится и слѣдовательно $\frac{1}{d}$ должно настолько увеличиться, чтобы $\frac{1}{f}$ осталось безъ перемѣны, а это равносильно, чтобы d уменьшилось. Уменьшеніе d влечетъ за собою приближеніе окуляра къ B или что то-же самое требуется, чтобы окулярное колѣно, если оно перемѣщается въ объективномъ — было вдвинуто. Напротивъ того для разсматриванія близкихъ къ объективу предметовъ приходится раздвигать оба колѣна. Однако легко замѣтить, что при $f=10$ дюйм. измѣненіе D отъ $D=10$ саж. до $D_1=\infty$ даетъ для $\frac{1}{d}$ значенія: отъ 8,3 саж. до 8,4 саж., т.-е. $d-d_1=$

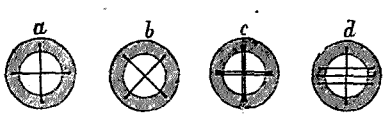
[1]) Мы будемъ проводить лучи, идущіе отъ концовъ предмета A, 1) черезъ центръ окуляра I и 2) черезъ его передній фокусъ F.

$= \frac{0,1}{8,4 \times 8,3} = \frac{1}{697,2}$ саж. = 0,12 дюйма, показывающее какъ мало мѣняется d даже при весьма значительныхъ измѣненіяхъ D. Установка, сдѣланная для нормальнаго глаза не пригодна для дальнозоркаго и близорукаго: первый выдвинетъ, а близорукій вдвинетъ окулярное колѣно.

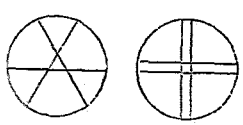
§ 72. Сѣтка нитей трубы и визирная ось трубы. Чтобы имѣть нѣкоторую постоянную точку въ трубѣ, которою можно было бы наводить трубу на предметы мѣстности или, говоря иначе, чтобы имѣть линію визированія въ трубѣ, въ окулярномъ колѣнѣ помѣщается такъ называемый *крестъ нитей* или *сѣтка*. Сѣтка натягивается изъ паутинныхъ нитей на діафрагму особой формы, закрѣпляемую на винтахъ вблизи окуляра (черт. 85) съ такимъ расчетомъ, чтобы пересѣченіе нитей лежало на геометрической оси окулярнаго колѣна въ томъ мѣстѣ, куда приходится изображеніе B, удаленнаго предмета A. Видъ сѣтки бываетъ различенъ. Чертежи 86, 87 и 88 даютъ понятіе объ этихъ видахъ. Изъ черт. 87



Черт. 85.

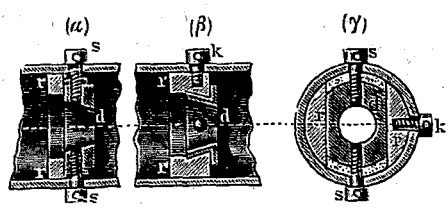


Черт. 86.



Черт. 87.

видно, что постоянною визирною точкою трубы можетъ быть центръ квадрата или треугольника. Сѣтка съ тремя горизонтальными нитями называется *дальномѣрной* сѣткой; въ ней для визированія служитъ точка пересѣченія средней горизонтальной нити съ вертикальною. Перемѣщеніе верхней и нижней нитей въ ней достигается винтами S (черт. 88). Здѣсь (α) вертикальный и (β) горизонтальный разрѣзы сѣтки.



Черт. 88.

Нити разсматриваются черезъ окулярную лупу, помѣщающуюся въ *окулярной трубочкѣ*, ввинчиваемой въ окулярное колѣно трубы. *Линія, соединяющая оптическій центръ объектива съ точкою пересѣченія креста нитей сѣтки, служитъ линіею визированія въ трубѣ и называется визирною осью зрительной трубы.*

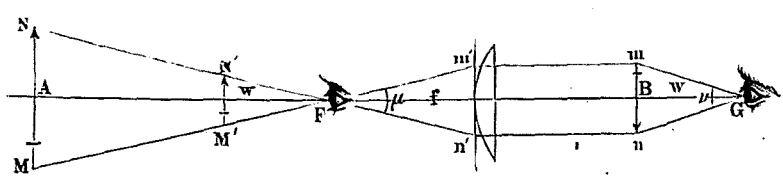
Положеніе визирной оси въ трубѣ всецѣло зависитъ отъ взаимнаго расположенія 4-хъ винтовъ сѣтки, какъ это видно изъ чертежа 85. Ось объективнаго колѣна принято называть *геометрическою осью* зрительной трубы. Ось объективнаго колѣна должна, при правильномъ устройствѣ

трубы, совмѣщаться или быть параллельной оси окулярнаго колѣна; точно также и *оптическая ось трубы* (линія соединяющая центръ объектива съ центромъ окуляра) *какъ и визирная* ось трубы, *должны совмѣщаться съ геометрическою.*

Для накладыванія зрительной трубы на подставку алидады угломѣрнаго инструмента — къ трубѣ припаивается, приблизительно въ серединѣ всей ея длины, перпендикулярно къ образующей цилиндра E (черт. 81) объективнаго колѣна *горизонтальный* металлическій стержень FF, около геометрической оси котораго труба можетъ вращаться. Геометрическую ось этого горизонтальнаго стержня принято называть *горизонтальною осью вращенія* зрительной трубы. Плоскость, описываемая *визирною* осью трубы около ея *горизонтальной* оси вращенія, называется *коллимаціонной плоскостью зрительной трубы.* Если при вращеніи трубы около горизонтальной ея оси, визирная ось проходитъ черезъ точку зенита на небѣ, то принято выражаться, что „труба переводится черезъ зенитъ".

§ 73. Увеличеніе трубы. Увеличеніемъ трубы принято считать отношеніе величины видимаго въ трубу изображенія предмета къ величинѣ предмета, видимаго простымъ (невооруженнымъ) глазомъ. Величины изображенія и предмета должны быть измѣрены одной и той же единицей. Съ другой стороны изъ оптики извѣстно, что видимая величина предмета опредѣляется угломъ зрѣнія, т.-е. тѣмъ угломъ, который составляется въ оптическомъ центрѣ глаза лучами, идущими отъ краевъ (точекъ) предмета. Поэтому будемъ называть *увеличеніемъ зрительной трубы* геометрическое отношеніе угла зрѣнія трубы къ углу зрѣнія глаза на одинъ и тотъ же удаленный предметъ.

Такъ какъ часть предмета и ея дѣйствительное изображеніе всегда помѣщаются между главными лучами объектива, то линейное отношеніе



Черт. 89.

дѣйствительной части къ видимой въ трубу части предмета равно отношенію разстояній D (до предмета) къ разстоянію d (до изображенія) отъ центра линзы объектива. Если f — главное фокусное разстояніе объектива, то изъ основной формулы оптики $\frac{1}{D}+\frac{1}{d}=\frac{1}{f}$ для двояковыпуклой линзы слѣдуетъ, что линейныя величины изображенія и предмета тогда будутъ равны, когда $D=d=2f$. Но такъ какъ въ большинствѣ случаевъ D значительно больше d, то дѣйствительное изображеніе менѣе самого предмета. Тѣмъ не менѣе маленькое изображеніе можетъ быть увеличено, если глазъ станетъ видѣть это изображеніе подъ бо́льшимъ угломъ зрѣнія, чѣмъ самый предметъ. Если глазъ, находящійся въ G (черт. 89), видитъ

изображеніе mn на разстояніи W яснаго зрѣнія подъ угломъ зрѣнія ν, то глазъ, находящійся въ переднемъ фокусѣ F объектива, усматриваетъ, часть MN предмета подъ угломъ μ, подъ которымъ также виденъ предметъ $M'N'$ на разстояніи W наилучшаго яснаго зрѣнія. Принимая mn и $M'N'$ за дуги радіуса W, найдемъ отношеніе $v = \nu : \mu$ изъ равенства

$$\nu : \mu = tg\,\nu : tg\,\mu = 2tg\,\frac{\nu}{2} : 2tg\,\frac{\mu}{2} = \frac{mn}{W} : \frac{M'N'}{W} \text{ или}$$

$$v = \frac{mn}{M'N'}.$$

Но по чертежу $mn = m'n'$ и изъ подобія треугольниковъ $FM'N'$ и $Fm'n'$ слѣдуетъ, что $m'n' = M'N' \cdot \frac{f}{W}$. А потому, замѣняя mn черезъ $m'n'$, находимъ

$$v = \frac{f}{W}.$$

Такимъ образомъ глазъ изъ G усмотритъ изображеніе увеличеннымъ, какъ только $f > W$, и мы можемъ принять за увеличеніе v объектива съ фокуснымъ разстояніемъ f для глаза съ разстояніемъ W наилучшаго видѣнія дробь $\frac{f}{W}$. Въ случаѣ $f = W$ отношеніе $v = 1$ и линза перестаетъ увеличивать.

Для мнимаго изображенія $m''n''$ (черт. 90) найдемъ $v = \frac{m''n''}{mn} = \frac{On''}{On}$, но

$$On = On'' - n''n, \text{ а потому } \frac{On''}{On} = \frac{On''}{On'' - n''n}.$$

Треугольники $n''\,O\Phi'$ и $\pi pn''$ даютъ:

$$\frac{On''}{n''n} = \frac{n''\Phi'}{n''p}, \text{ а изъ чертежа видно, что } \frac{n''\Phi'}{n''p} = \frac{W}{w - \varphi} = \frac{1}{1 - \frac{\varphi}{w}}.$$

Чтобы $v > 1$ надо имѣть $\varphi < W$.

За увеличеніе трубы Кеплера мы примемъ (черт. 90) $\frac{m''n''}{M'N'} = \frac{m''n''}{mn} \cdot \frac{mn}{M'N'} = \frac{W}{\varphi} \cdot \frac{f}{W} = \frac{f}{\varphi}$ или также дробь $v = \frac{\nu}{\mu}$. Полагая глазъ въ Φ' (въ заднемъ фокусѣ окуляра) и принимая по малости угловъ μ и ν за ихъ мѣру дуги $M'N'$ и $m''n''$ радіуса W, получимъ

$$v = \frac{m''n''}{N'M'}.$$ [1]

Изъ подобія треугольниковъ Omn и $Om''n''$, а также $Fm'n'$ и $F'M'N'$ находимъ

$$m''n'' = mn \cdot \frac{W}{\varphi} \text{ и } M'N' = mn\,\frac{W}{f}.$$

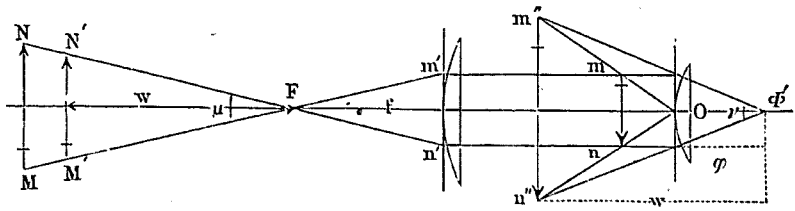
вслѣдствіе чего

$$v = \frac{f}{\varphi}.$$

---

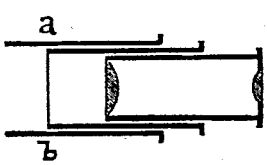
[1]) Отношеніе $v = \frac{\nu}{\mu} = \frac{2\,Tg\,\frac{\nu}{2}}{2\,Tg\,\frac{\mu}{2}} = \frac{m''n''}{W} : \frac{M'N'}{W} = \frac{m''n''}{M'N'}$.

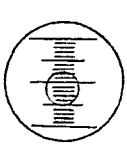
т. е. *увеличеніе трубы почти равно геометрическому отношенію главныхъ фокусныхъ разстояній объектива и окуляра* и для того, чтобы труба увеличивала, а не уменьшала, необходимо всегда имѣть $v > 1$; а это накладываетъ условіе на стекла зрительной трубы: $f > \varphi$, о которомъ уже упоминалось выше, а именно, что главное фокусное разстояніе объектива должно быть болѣе главнаго фокуснаго разстоянія окуляра; однако оптики нашли, что безъ ущерба для ясности изображенія нельзя φ дѣлать менѣе 0,3 дюйма; вслѣдствіе этого выходитъ, что болѣе, чѣмъ $f : 0{,}3$ (если f измѣрено въ дюймахъ) увеличеніе v быть не можетъ, т.-е. $v_{max.} = f : 0{,}3$ дм. Напр. при $f = 6{,}5$ дюйм. выходитъ $v_{max.} = 22$.



Черт. 90.

§ 74. Пріемы нахожденія увеличенія трубы. Для практическаго опредѣленія v совершенно *достаточно установить трубу на весьма отдаленный предметъ*, напр., на звѣзду, солнце или вообще на предметъ, находящійся на горизонтѣ; тогда лучи, идущіе отъ удаленнаго предмета, должны собраться въ главн. фокусѣ объектива, такъ какъ D можно будетъ принять безконечно большимъ, и вслѣдствіе этого $\frac{1}{D}$ приравнять нулю, и основная формула даетъ намъ $\frac{1}{d} = \frac{1}{f}$ или $d = f$, т. е. укажемъ, что изображеніе находится въ фокусѣ. Если затѣмъ передвиженіемъ окулярнаго колѣна совмѣстимъ фокусъ окуляра съ фокусомъ объектива, то лучи OF и UF выйдутъ изъ окуляра (см. черт. 91) параллельными оптической оси $F'\Phi$, и за окуляромъ (примѣрно) на разстояніи его фокуснаго разстоянія φ получится *изображеніе ои объектива OU черезъ окуляръ o'u'*. Длина же трубы будетъ равна $f + \varphi$.





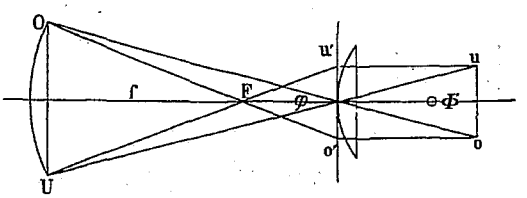
Черт. 90 bis.

Для полученія самаго изображенія объектива черезъ окуляръ на окулярную трубочку зрительной трубы надѣваютъ или прикладываютъ къ ней *динаметръ Рамсдена* это небольшой полый металлическій цилиндръ (черт. 90 bis) въ который вдвигается второй (средній) цилиндрикъ имѣющій на одномъ концѣ перламутровую или матовую стеклянную пластинку ab съ миллиметровыми дѣленіями [1]), а на другомъ — лупу. Передвигая лупу динаметра, сперва стараются ясно (отчетливо) усмотрѣть дѣленія перламутровой шкалы, а затѣмъ передвигаютъ (отъ руки) весь

[1]) Одно дѣленіе = 0,1 миллиметра.

этотъ цилиндрикъ со шкалою вдоль оси трубы. (Для удобства перемѣщенія второй цилиндрикъ и помѣщается въ первомъ, который и приставляется къ окуляру трубы). Самое же перемѣщеніе второго цилиндрика въ первомъ дѣлается до тѣхъ поръ, пока не получатъ на матовомъ экранѣ изображеніе, какъ наиболѣе яркое свѣтлое пятно, наименьшее по размѣрамъ. Прочитавъ въ лупу число десятыхъ долей миллим. въ діаметрѣ ou (черт. 91 и 91 bis) изображенія и измѣривъ (въ тѣхъ же единицахъ) діаметръ OU объектива, получаютъ увеличеніе $v=\frac{OU}{ou}$. Пусть, напр., $ou=9{,}5$ дѣленій шкалы и $OU=14{,}5$ миллиметра, тогда $v=\frac{14.5}{0.95}=\frac{1450}{95}=15$.

Дѣйствительно, изъ чертежа 91-го видно, что $Fo'u' \backsim FOU$ и что $ou=o'u'$, откуда $\frac{OU}{o'u'}=\frac{f}{\varphi}=v$.



Черт. 91.

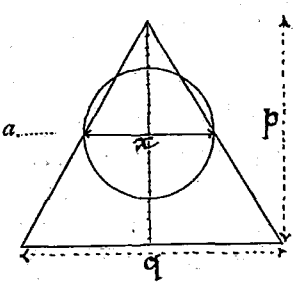
Это же видно и изъ основной формулы. Для окуляра (въ случаѣ полученія изображенія объектива черезъ окуляръ), она будетъ $\frac{1}{D}+\frac{1}{d}=\frac{1}{\varphi}$.

Такъ какъ $D=f+\varphi$, и сверхъ того $\frac{OU}{ou}=\frac{D}{d}$, то $\frac{D}{d}$ найдется изъ формулы (черезъ умноженіе на D) въ видѣ

$$\frac{D}{d}=-1+\frac{D}{\varphi}=-1+\frac{f+\varphi}{\varphi}=\frac{f}{\varphi}=v.$$

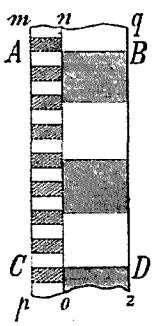
Если $v=\frac{OU}{o'u'}$, то понятно, что v будетъ тѣмъ меньше, чѣмъ больше $o'u'$; но $o'u'$ не можетъ превосходить діаметра зрачка глаза $=0{,}2$ дюйма. Поэтому $v_{\min.}=OU:0{,}2$ дм., если OU выражено въ дюймахъ. Напр., при $OU=1{,}8$ дм., найдемъ $v_{\min.}=9$.

Вмѣсто динаметра Рамсдена можно употреблять экранъ изъ проволочной рамки съ наклеенной на нее восковой или масляной бумагой, на которой нанесены двѣ равныя пересѣкающіяся прямыя (въ видѣ равнобедреннаго треугольника съ основаніемъ q и высотою p), между которыми улавливается (черт. 91 bis) діаметръ x свѣтлаго пятна изображенія. По линіи, дѣлящей уголъ между прямыми пополамъ, читаютъ по нанесеннымъ дѣленіямъ разстояніе a отъ вершины равнобедреннаго треугольника до центра свѣтлаго пятна, касающагося концами своего діаметра расходящихся линій. Діаметръ свѣтлаго пятна высчитываютъ изъ пропорціи $\frac{x}{a}=\frac{q}{p}$ или $x=a.\frac{q}{p}$, т.-е. получаютъ его, умножая прочтенное разстояніе на отношеніе основанія начерченнаго треугольника къ его высотѣ.



Черт. 91 bis.

То же увеличеніе v трубы можно *практически* получить еще и такъ: передъ трубою ставятъ простую деревянную рейку съ дѣленіями на сотыя доли сажени съ перемѣнною ихъ окраскою въ два цвѣта, напр., бѣлый и красный и смотрятъ *одновременно* на дѣленія рейки однимъ глазомъ черезъ трубу, а другимъ невооруженнымъ глазомъ непосредственно, помимо трубы, на дѣленія рейки. При этомъ стараются отсчитать, какому числу дѣленій, видимыхъ простымъ глазомъ, соотвѣтствуетъ число дѣленій, усматриваемыхъ въ трубу (черт. 92). Пусть между линіями AB и CD видно въ трубу 4 дѣленія, а простымъ глазомъ 15, это показываетъ, что длина четырехъ дѣленій, видимыхъ въ трубу, измѣряется пятнадцатью единицами, въ то время какъ длина тѣхъ же четырехъ дѣленій, видимыхъ простымъ глазомъ, четырьмя единицами, слѣдовательно

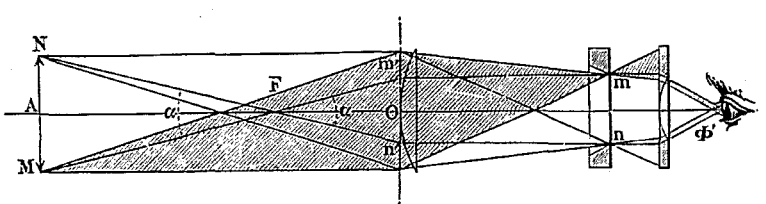


Черт. 92.

$$v = \frac{15}{4},$$

т.-е труба увеличиваетъ въ $3^3/_4$ (или круглымъ числомъ въ 4) раза. Этотъ способъ — приближенный и зависитъ отъ угла зрѣнія на рейку. Само собой разумѣется, что найденное v должно заключаться между $v_{min.}$ и $v_{max.}$, т.-е. $v_{min.} < v < v_{max.}$ Въ большинствѣ случаевъ v весьма близко къ среднему ариѳметическому изъ $v_{min.}$ и $v_{max.}$, т.-е. $v = {}^1/_2 (v_{max.} + v_{min.})$; напр., $v_{max.} = 22$ и $v_{min.} = 9$, а $v = 15$.

§ 75. Глазной кругъ. Зрачекъ глаза, помѣщенный сзади окуляра, получитъ весь свѣтъ, падающій на объективъ, въ томъ случаѣ, если онъ будетъ находиться въ томъ мѣстѣ, гдѣ получается (черт. 91) изображеніе объектива черезъ окуляръ, въ такъ называемомъ *окулярномъ окнѣ* или *глазномъ кругѣ,* такъ какъ въ этомъ мѣстѣ пересѣкаются всѣ главные лучи объектива, т.-е. оси свѣтовыхъ конусовъ, получаемыхъ трубою. Центръ изображенія объектива черезъ окуляръ (глазного круга) принято называть *глазнымъ пунктомъ* (мѣстомъ глаза). Отсюда глазъ видитъ всѣ точки дѣйствительнаго изображенія, посылающія лучи черезъ окуляръ, если даже оси нѣкоторыхъ свѣтовыхъ конусовъ и не попадутъ на стекло окуляра (черт. 93а).



Черт. 93 а.

Изъ чертежа 91 легко усмотрѣть, что

$$u'u = \varphi \cdot \frac{u'U}{FU}$$

или, такъ какъ послѣдніе отрѣзки относятся между собою какъ ихъ проекціи на оптическую ось, то $u'u = \varphi . \frac{f+\varphi}{f}$;

здѣсь послѣдній множитель мало отличается отъ единицы, а потому uu' близко къ φ.

Разстояніе uu' есть наилучшее разстояніе для глаза отъ центра окуляра при визированіи на удаленные предметы.

Въ случаѣ визированія на близкій предметъ, въ предыдущей формулѣ и чертежѣ 91 величину f слѣдуетъ замѣнить черезъ разстояніе d дѣйствительнаго изображенія предмета отъ объектива и, такъ какъ $d > f$, то второй множитель въ формулѣ

$$uu' = \varphi\left(1 + \frac{\varphi}{d}\right)$$

еще ближе будетъ подходить къ единицѣ. Поэтому задній фокусъ Φ' окуляра и считается при всѣхъ обстоятельствахъ наилучшимъ пунктомъ для глаза. Чертежи 84 и 90 показываютъ, что въ Φ' сходятся всѣ лучи, идущіе отъ предмета черезъ передній фокусъ объектива.

При простомъ окулярѣ, какъ это видно на чертежѣ 85, нѣкоторыми механиками для мѣста глаза дѣлается круглое отверстіе, на разстояніи φ отъ окуляра, въ трубочкѣ, насаженной сзади окуляра.

§ 76. Поле зрѣнія. Діафрагма. Тѣ изъ свѣтовыхъ конусовъ, которые своими осями не проходятъ черезъ глазной пунктъ и лучи которыхъ только на половину поступаютъ въ зрачекъ, даютъ слабыя и неясныя изображенія, а потому лучше, если они совсѣмъ будутъ затемнены. Достигается это тѣмъ, что въ томъ мѣстѣ, гдѣ конусъ лучей сходится по преломленіи въ одну точку (черт. 93а), т.-е. въ томъ мѣстѣ, гдѣ получается дѣйствительное изображеніе предмета, ставится зачерненная перегородка — *бленда* съ круглымъ отверстіемъ, иначе *діафрагма*; она ограничиваетъ такъ называемое *поле зрѣнія* трубы и задерживаетъ тѣ свѣтовые конусы, оси которыхъ выходятъ за края окуляра. Плоскость изображенія должна совпадать съ діафрагмой, и разстояніе послѣдней отъ окуляра для одного и того же глаза является вполнѣ опредѣленной величиной, оно почти равняется фокусному разстоянію окуляра и должно оставаться неизмѣннымъ во все время перемѣщенія окуляра относительно объектива.

Уголъ α (черт. 93а), подъ которымъ невооруженный глазъ усматриваетъ изъ передняго фокуса объектива часть предмета MN, видимую въ видѣ mn въ трубу, называютъ *полемъ зрѣнія* трубы; онъ опредѣляется отверстіемъ $mn = m'n'$ діафрагмы и фокуснымъ разстояніемъ объектива. Отверстіе это почти равно діаметру окуляра, чѣмъ и достигается затемнѣніе крайнихъ лучей, о которомъ упоминалось въ началѣ параграфа. Такимъ образомъ въ глазномъ пунктѣ получается не все количество свѣта, падающее на объективъ, но за то здѣсь собираются лучи, падающіе отъ каждой

точки объектива на окуляръ. Легко также усмотрѣть, что *поле зрѣнія* (это названіе сохранимъ и для видимой части изображенія черезъ окуляръ) менѣе ясно по краямъ, чѣмъ по серединѣ. Тотъ же чертежъ 93а указываетъ намъ, что глазъ не отовсюду можетъ охватить *все* поле зрѣнія; это становится вполнѣ яснымъ, если прослѣдить распространеніе свѣта въ начерченныхъ свѣтовыхъ конусахъ, одинъ изъ коихъ для видимости заштрихованъ на чертежѣ; поэтому-то и считаютъ глазной пунктъ наивыгоднѣйшимъ мѣстомъ для глаза.

На основаніи всего вышеприведеннаго можно сказать, что *подъ полемъ зрѣнія мы понимаемъ то пространство, которое можно обозрѣвать въ трубу при ея спокойномъ положеніи*, при нахожденіи глаза въ глазномъ пунктѣ; мѣрою поля зрѣнія служитъ уголъ α. Опредѣлить его можно такъ: въ A (чертежъ 93а) помѣщается рейка, и по ней читается видимая въ трубу ея часть MN (изображеніе ея—mn представляется діаметромъ діафрагмы, т. е. діаметромъ проектирующагося на рейку свѣтлаго круга), разстояніе AO измѣряется непосредственно въ тѣхъ же единицахъ, что и MN, фокусное разстояніе FO объектива получится непосредственнымъ измѣреніемъ, какъ разстояніе діафрагмы (сѣтки) отъ объектива при наведеніи трубы на удаленный предметъ, послѣ чего находимъ

$$tg\,\frac{1}{2}\,\alpha = \frac{1}{2}\,MN : AF, \text{ гдѣ } AF = AO - FO,$$

или, по малости α и незначительности FO сравнительно съ AO, принимаемъ $tg\,{}^1/_2\alpha = {}^1/_2\alpha'$. $Sin\ 1' = {}^1/_2 MN : AO$;

откуда $$\alpha' = 3438'.\ \frac{MN}{AO}.$$

Если $AO = 7{,}2$ саж. и $MN = 18$ сотокъ, то $\alpha = 3438 \cdot \frac{0{,}18}{7{,}2} = 86'$, т.-е. около $1\,{}^1/_2{}^0$.

Обыкновенно діаметръ діафрагмы почти равенъ діаметру окуляра и дѣлается около ${}^2/_3\ \varphi$. Вслѣдствіе чего, по малости угла α, можно написать

$$tg\,\frac{1}{2}\,\alpha = \frac{1}{2}\,\alpha \cdot Sin\,1'' = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}\,\varphi : f \text{ или}$$

$$\alpha = \frac{2}{3\,Sin\,1''} \cdot \frac{\varphi}{f}.$$

Но такъ какъ $\frac{\varphi}{f} = \frac{1}{v}$, то окончательно можно принять, полагая

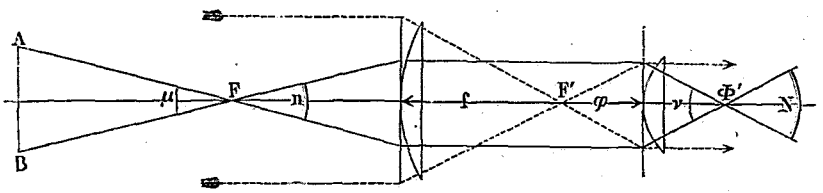
$$\frac{2}{3\,Sin\,1''} = k,$$

$$\alpha = \frac{k}{v},$$

т. е. *поле зрѣнія обратно пропорціонально увеличенію трубы.*

§ 77. Яркость трубы. Яркостью вообще принято называть количество свѣта, приходящееся на единицу поверхности (площади), и для полученія, напр., яркости изображенія, необходимо составить частное отъ дѣленія всего количества свѣтовыхъ лучей, поступившихъ черезъ зрачекъ въ глазъ, на поверхность изображенія предмета, получившагося на сѣтчаткѣ глаза. На первый взглядъ могло бы казаться, что яркость изображенія въ невооруженномъ глазѣ и черезъ зрительную трубу будутъ различны. Попытаемся сличить эти двѣ яркости и станемъ подъ яркостію h трубы подразумѣвать отношеніе количествъ свѣта, приходящихся съ одной стороны на единицу поверхности (напр. на квадратный миллиметръ) сѣтчатой оболочки (ретины) вооруженнаго глаза, а съ другой стороны—приходящагося на ту же единицу поверхности невооруженнаго глаза.

Примемъ діаметръ зрачка постояннымъ, равнымъ размѣру окуляра трубы. Каждая точка весьма удаленнаго предмета посылаетъ цилиндръ свѣтовыхъ лучей—какъ въ зрачекъ невооруженнаго глаза, такъ и на объективъ. Количество свѣта, падающаго на объективъ, обозначено (черт. 93)



Черт. 93.

пунктирными лучами-стрѣлками; оно будетъ пропорціонально площади S объектива. Упавшіе на объективъ лучи собираются въ его фокусѣ F' и, идя далѣе, выходятъ изъ окуляра опять въ видѣ цилиндра, но уже меньшаго діаметра (т. е. какъ бы сгущаются), послѣ чего попадаютъ въ зрачекъ глаза и собираются на поверхности N на ретинѣ съ силою свѣта L. Эта сила свѣта $L = \frac{k.S}{N}$, гдѣ k—коэффиціентъ пропорціональности. Площади поперечныхъ сѣченій S и s свѣтовыхъ цилиндровъ объектива и окуляра относятся между собою какъ квадраты ихъ діаметровъ; отношеніе же діаметровъ согласно чертежа 93 равно отношенію $f:\varphi = v$ (увеличенію трубы); такъ что:

$$S:s = f^2:\varphi^2 = v^2.$$

Въ зрачекъ свободнаго глаза, находящагося въ F, попадаетъ отъ каждой свѣтящейся точки предмета цилиндръ свѣтовыхъ лучей съ площадью основанія s (діаметръ зрачка равенъ діаметру окуляра). Количество свѣта, попадающее въ невооруженный глазъ, пропорціонально площади зрачка s и на поверхности n ретины даетъ изображеніе съ яркостью $l = \frac{ks}{n}$. Пренебрегая разстояніемъ передняго фокуса F отъ объектива,

можно принять, что количество свѣта, попадающаго отъ каждой свѣтящейся точки предмета на единицу поверхности объектива и зрачка невооруженнаго глаза, остается одно и тоже. Но сила свѣта L изображенія предмета, полученнаго вооруженнымъ глазомъ, отличается отъ силы свѣта l изображенія предмета, полученнаго непосредственно невооруженнымъ глазомъ. Отношеніе ихъ равно $L:l=\frac{kS}{N}:\frac{ks}{n}=\frac{S}{s}\cdot\frac{n}{N}$; но $\frac{S}{s}=v^2$, а потому $L:l=v^2\frac{n}{N}$.

Примемъ, что предметъ представляется кругомъ произвольно малаго діаметра AB, тогда углы μ и ν будутъ соотвѣтственно также малы; освѣщенныя поверхности ретины n и N засчитаемъ за сферическія поверхности одного и того же радіуса, тогда по малости угловъ μ и ν можно принять, что онѣ будутъ относиться какъ $\mu^2:\nu^2$ [1]). Ранѣе же было найдено, что отношеніе $\nu:\mu=v$. Вслѣдствіе чего

$$n:N=\mu^2:\nu^2=1:v^2$$

и яркость трубы $h=L:l=v^2.\frac{n}{N}=1$,

т. е. *ярче, чѣмъ простымъ глазомъ, нельзя въ трубу видѣть предмета.* Это и понятно, такъ какъ, хотя въ зрачекъ вооруженнаго глаза и большее поступаетъ количество свѣта ($S=sv^2$), но оно распредѣляется и на большую поверхность $N=\pi v^2$.

Вслѣдствіе поглощенія и отраженія свѣта линзою теоретическая яркость отчасти пострадаетъ и приблизительно уменьшится на $^1/_5$ своей величины. Она также уменьшится, если зрачекъ глаза окажется менѣе діаметра выходящаго изъ окуляра свѣтового цилиндра, (такъ какъ зрачекъ не воспримет всего свѣта), или окажется значительно болѣе его, такъ какъ не весь зрачекъ будетъ заполненъ свѣтомъ, выходящимъ изъ окуляра.

Изъ чертежа 93 можно видѣть, насколько уменьшается свѣтовой цилиндръ въ поперечномъ разрѣзѣ при своемъ выходѣ изъ окуляра съ малымъ фокуснымъ разстояніемъ φ.

Если площадь z зрачка не равна площади s основанія свѣтового цилиндра, выходящаго изъ окуляра, то $s:z=r^2:R^2$, гдѣ r — діаметръ s, а R — діаметръ зрачка, и въ этомъ случаѣ яркость измѣнится, а именно въ отношеніи $\frac{s}{z}$ или въ отношеніи $\frac{r^2}{R^2}$. Умножая и дѣля его на D^2, гдѣ D — діаметръ круга S объектива, можно $\frac{r^2}{R^2}$ написать въ видѣ $\frac{r^2}{D^2}\cdot\frac{D^2}{R^2}$

---

[1]) Отношеніе поверхностей сферическихъ сегментовъ $n:N=2\pi rh:2\pi rH$. Здѣсь h и H ихъ высоты, а r радіусъ сферической поверхности. Но $h:H=\left(r-r\cos\frac{\mu}{2}\right):\left(r-r\cos\frac{\nu}{2}\right)$ или $h:H=\mathrm{Sin}^2\frac{\mu}{4}:\mathrm{Sin}^2\frac{\nu}{4}=\left(\frac{\mu''}{4}.\ \mathrm{Sin}\ 1''\right)^2:\left(\frac{\nu''}{4}.\ \mathrm{Sin}\ 1''\right)^2=\mu^2:\nu^2$.

Но такъ какъ r^2 относится къ D^2 (квадрату діаметра объектива) какъ $\varphi^2 : f^2 = 1 : v^2$, то $\frac{r^2}{R^2} = \frac{D^2}{v^2} \cdot \frac{1}{R^2}$, а потому можно сказать, что яркость *трубы прямо пропорціональна квадрату діаметра объектива и обратно пропорціональна квадрату увеличенія трубы.*

Такимъ образомъ яркость трубы h или $= 1$, если зрачекъ равенъ отверстію окуляра, или менѣе 1, если зрачекъ неравенъ (менѣе или болѣе) отверстія окуляра.

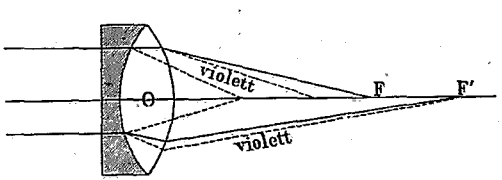
§ 78. Сферическая и хроматическая аберрація. Преломляемость лучей зависитъ отъ мѣста луча, упавшаго на объективъ: лучи, падающіе вблизи краевъ объектива, преломляются сильнѣе и соединяются въ точкахъ, ближе лежащихъ къ стеклу, чѣмъ лучи, падающіе близъ центра объектива и собирающіеся въ болѣе удаленной отъ стекла точкѣ.

Явленіе несовпаденія фокусовъ крайнихъ и центральныхъ лучей объектива называется *сферической аберраціей*. Разстояніе, считаемое по главной оси, между фокусами крайнихъ и центральныхъ лучей наз. *продольною сферическою аберраціею*, а часть перпендикуляра, возставленнаго къ главной оси изъ главнаго фокуса, до точки пересѣченія перпендикуляра съ направленіемъ крайняго преломленнаго луча наз. *поперечною сферическою аберраціею.* Для возможнаго ослабленія явленія сферической аберраціи объектива въ трубѣ позади объектива размѣщаются черныя кольца — *діафрагмы.*

Лучи солнечнаго (неоднороднаго) свѣта, падающіе на объективъ, преломляются не съ одинаковою степенью, а, преломившись, разлагаются на семь цвѣтныхъ составныхъ лучей.

Разложеніе луча на семь цвѣтныхъ лучей съ различными коэффиціентами преломленія влечетъ за собою окрашиваніе изображенія въ цвѣта радуги, искаженіе самаго изображенія и неясность (расплывчатость) очертаній изображенія и называется *хроматическою аберраціею.*

Уничтоженіе хроматической аберраціи достигается замѣною простого объектива сложнымъ - *ахроматическимъ*, состоящимъ изъ двухъ стеколъ; двояковыпуклаго и плосковогнутаго (или выпукловогнутаго), какъ указано на чертежахъ 94 и 83. Стекла эти дѣлаются изъ различнаго матеріала: первое изъ кронгласа, съ коэффиціентомъ преломленія 1,50 и второе—изъ флинтгласа съ коэффиціентомъ 1,66.



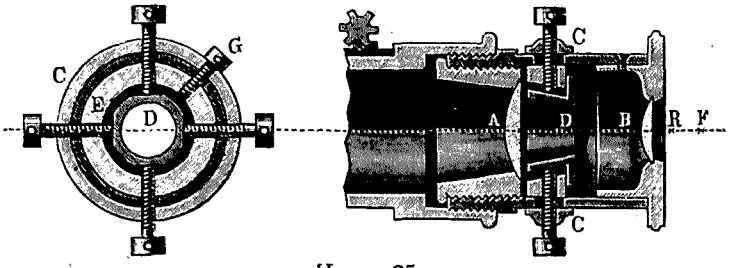
Черт. 94.

Удачнымъ подборомъ радіусовъ кривизны сферическихъ поверхностей стеколъ объектива можно достигнуть не только уменьшенія хроматической, но даже и сферической аберраціи. Такіе ахроматическіе объективы принято называть *апланатическими* [1]).

---

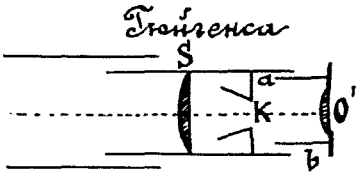
[1]) Т.-е. неизмѣняющими форму предмета въ изображеніи.

§ 79. Сложные окуляры. Чтобы уничтожить по возможности хроматическую и сферическую аберрацію окуляра (пользуются доказаннымъ въ физикѣ положеніемъ, что, распредѣляя преломленіе свѣтовыхъ лучей на нѣсколько сферическихъ стеколъ, можно уменьшить въ значительной степени сферическую аберрацію, а удачнымъ подборомъ разстояній между ними можно почти устранить хроматическую аберрацію), вмѣсто простого окуляра употребляютъ такъ называемые *сложные окуляры*. Въ геодезическихъ инструментахъ наиболѣе часто встрѣчаются два вида такихъ окуляровъ: одинъ *Гюйгенса* (*или Кампана*), который чаще встрѣчается въ угломѣрныхъ инструментахъ; онъ изображенъ на чертежѣ 95, и другой *Рамсдена* — съ большимъ увеличеніемъ — примѣняющійся въ нивеллирныхъ и дальномѣрныхъ трубахъ [2]), послѣдній изображенъ на чертежѣ 96.



Черт. 95.

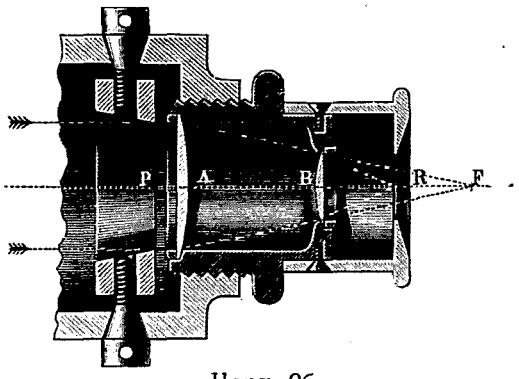
Схема окуляра.



Черт. 95 bis.

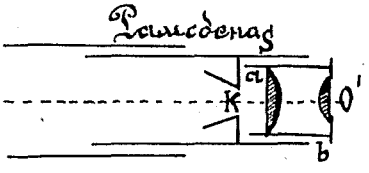
У нѣкоторыхъ механиковъ, напр. у *Мейснера* въ Берлинѣ, нивеллиры снабжены окулярами системы Гюйгенса, а у *Розенберга* теодолиты имѣютъ окуляры Рамсдена.

Въ трубѣ Гюйгенса сѣтка D помѣщается между собирательнымъ стекломъ A и собственно окуляромъ B. Въ трубѣ же Рамсдена сѣтка *P* помѣщена передъ собирательнымъ стекломъ *A*. Въ помѣщенныхъ на чертежахъ 95 bis и 96 bis схемахъ окуляровъ



Черт. 96.

Схема окуляра.



Черт. 96 bis.

Гюйгенса и Рамсдена *k* — обозначаетъ сѣтку креста нитей, натянутую на діафрагму особой формы, *ab* — окулярную трубочку, *S* — собирательное стекло.

---

[2]) Т.-е. инструментахъ, приспособленныхъ къ чтенію по рейкѣ съ дѣленіями.

Сравнительныя достоинства трубъ Кеплера, Гюйгенса и Рамсдена помѣщены въ нижеслѣдующей табличкѣ:

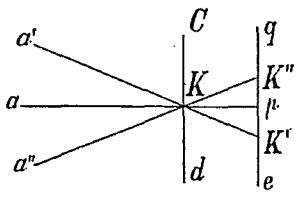
Кеплеръ	увеличеніе v . . .	поле зрѣнія α	яркость h
Гюйгенсъ	$^2/_3\ v$	$^3/_2\ \alpha$	$^9/_4\ h$
Рамсденъ	$^{10}/_9\ v$	$^9/_{10}\ \alpha$	$^{81}/_{100}\ h$

Въ инструментахъ механика Брейтгаупта въ Касселѣ употребляются *ортоскопическіе окуляры Кельнера,* напоминающіе окуляръ Рамсдена, отличаясь отъ него тѣмъ, что между собирательнымъ стекломъ A и окуляромъ помѣщается діафрагма и сверхъ того глазная линза окуляра Кельнера составлена на подобіе ахроматическаго объектива изъ флинтгласа и кронгласа.

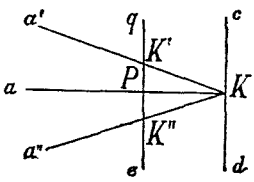
Труба съ ортоскопическимъ окуляромъ при смотрѣніи въ окуляръ вкось не искривляетъ изображенія, имѣетъ бо́льшее поле зрѣнія, не имѣетъ почти аберрацій, допускаетъ объективы съ меньшимъ фокуснымъ разстояніемъ, отчего длина трубы значительно короче. Тотъ же механикъ вмѣсто паутинныхъ нитей наклеиваетъ на діафрагму стеклянную сѣтку, состоящую изъ весьма тонкаго стекла съ нарѣзанными алмазомъ черточками, замѣняющими паутину, способную опускаться (провисать) отъ сырости въ воздухѣ.

§ 80. Установка трубы для наблюденія. Зрительная труба состоитъ изъ трехъ частей — объективнаго колѣна, окулярнаго или сѣтчатаго колѣна и окулярной трубочки (черт. 84), плотно вдвинутыхъ одна въ другую. Установка трубы начинается I) съ перемѣщенія окулярной трубочки въ сѣтчатомъ колѣнѣ, а именно: или вращеніемъ ея отъ руки и передвиженіемъ ея вдоль оси зрительной трубы, или однимъ отодвиганіемъ (инструменты Мейсснера) по продольнымъ прорѣзамъ у винтовъ сѣтки до тѣхъ поръ, пока въ трубѣ, направленной на бѣлую стѣну или на небо, *покажутся нити сѣтки рѣзкими черными чертами,* т.-е. первая часть установки трубы заключается въ полученіи яснаго изображенія сѣтки черезъ окуляръ, (у инструментовъ, напр., механиковъ Керна и Герляха, окулярная трубочка привернута къ сѣтчатому колѣну винтикомъ, двигающимся въ косомъ прорѣзѣ), во II) установка заключается *въ полученіи ясныхъ отчетливыхъ изображеній предмета,* даваемыхъ объективомъ *въ трубѣ и разсматриваемыхъ черезъ окуляръ,* — это достигается наведеніемъ отъ руки оптической оси трубы на данный предметъ и передвиженіемъ окулярнаго колѣна въ объективномъ цилиндрѣ трубы (или наоборотъ) съ помощію вращенія шестерни, зубцы которой входятъ въ зубцы кремальерки (трибки) (черт. 83) и III) *въ уничтоженіи явленія параллакса (уклоненія) нитей* (отъ изображенія предмета); это явленіе обнаруживается перемѣщеніемъ глаза около центра окуляра (влѣво и вправо, вверхъ и внизъ). Параллаксъ нитей уничтожается вращеніемъ шестерни кремальерки, а слѣдовательно перемѣщеніемъ колѣна съ сѣт-

кой относительно объективнаго колѣна. Явленіе параллакса нитей происходитъ отъ того, что плоскость изображенія сѣтки не совмѣщена съ плоскостью изображенія предмета, и глазъ, двигаясь влѣво и вправо около окуляра, проектируетъ сѣтку на разныя части изображенія. Такъ, если сѣтка K стоитъ ближе къ глазу a, чѣмъ изображеніе p предмета (черт. 97), то глазъ a, перемѣщаясь влѣво (кверху) въ a', спроектируетъ крестъ нитей K въ точку K', а при передвиженіи глаза вправо (внизъ) въ a'', точка K спроектируется въ K''. Если же сѣтка K стоитъ дальше отъ глаза, чѣмъ изображеніе p, то (черт. 98) глазъ, двигаясь вправо (внизъ) въ a'' замѣтитъ движеніе сѣтки также вправо (внизъ) въ K'', а при передвиженіи глаза влѣво (кверху) въ a' увидитъ сѣтку K, перемѣстившуюся въ K', также влѣво (кверху). Вдвинувъ или выдвинувъ колѣно съ сѣткой кремальеркой, можно совмѣстить плоскости K и p и уничтожить явленіе параллакса нитей.

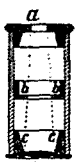


Черт. 97.



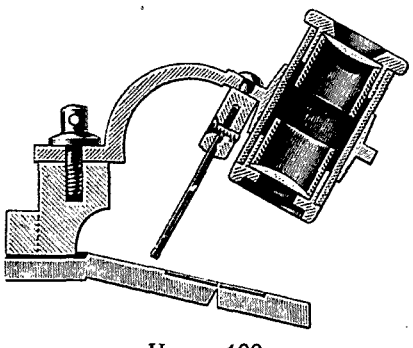
Черт. 98.

Точность визированія трубою можно считать по изслѣдованію Штампфера равной частному отъ дѣленія точности визированія діоптрами на увеличеніе трубы, т.-е. $1' : v$, что при $v = 10$, дастъ $6''$, а при $v = 20$ — около $3''$.



Черт. 99.

§ 81. Простой микроскопъ или лупа состоитъ изъ одного двояковыпуклаго стекла и служитъ для разсматриванія мелкихъ дѣленій на лимбѣ и вертикальномъ кругѣ. Лупа бываетъ или ручная или наглухо соединенная съ инструментомъ. Въ этомъ послѣднемъ случаѣ двояко-выпуклое стекло *cc* помѣщается въ цилиндрической оправѣ, вверху которой оставлено отверстіе *a* для глаза. Между глазнымъ отверстіемъ и стекломъ находится діафрагма *bb* (черт. 99), устраняющая лучи, падающіе близъ краевъ стекла.


Черт. 100.

Цилиндрическая оправа двойной лупы изображена на чертежѣ 100-мъ. Она помѣщается въ кольцѣ рычага, вращающагося около винта — оси, вдѣланной въ алидаду инструмента. Для освѣщенія лимба и верньера къ лупѣ привертывается иллюминаторъ изъ стеклянной или роговой пластинки, иногда изгибаемой въ трубку. У двойной лупы вмѣсто одного двояковыпуклаго стекла помѣщается въ цилиндрической оправѣ два плосковыпуклыхъ стекла, находящихся на нѣкоторомъ разстояніи другъ отъ друга. Второе стекло предназначено для уничтоженія аберраціи.

Увеличеніе простой лупы равно отношенію $v = \frac{W}{f}$ разстоянія яснаго видѣнія предмета простымъ глазомъ къ фокусному разстоянію лупы [1]), т.-е. увеличеніе лупы обратно пропорціонально фокусному ея разстоянію, а слѣдовательно для лупъ надо брать стекла съ небольшимъ фокуснымъ разстояніемъ f, меньшимъ $W = 9$ дюймамъ. Разстояніе лупы отъ лимба всегда менѣе фокуснаго разстоянія лупы.

§ 82. Испытаніе трубы. Отъ исправной хорошаго качества зрительной трубы слѣдуетъ требовать выполненія слѣдующихъ условій: *1) правильности и ясности изображеній, разсматриваемыхъ въ трубу предметовъ, 2) полной центрировки окуляра и объектива, 3) совпаденія геометрической оси съ визирной и 4) правильности передвиженія окулярнаго (съточнаго) колѣна помощью кремальерки (трибки) въ объективномъ колѣнѣ.*

Соблюденіе перваго условія обнаруживается лучше всего разсматриваніемъ правильныхъ геометрическихъ фигуръ, начерченныхъ на свѣтломъ экранѣ на разстояніи 25—30 саженей черезъ трубу, *установленную для наблюденій*. Растянутость и искаженіе фигуръ (круга, квадрата, равносторонняго треугольника) съ окрашиваніемъ по краямъ въ сѣроватый, или иной какой-либо, помимо голубого, цвѣтъ, укажетъ на плохое качество стеколъ трубы и на присутствіе обѣихъ аберрацій. Голубоватый оттѣнокъ замѣчается даже въ наилучшихъ трубахъ наиболѣе извѣстныхъ фирмъ [2]).

При изслѣдованіи второго условія выдвигаютъ окулярную трубочку изъ сѣточнаго колѣна настолько, чтобы нити были *не* видимы и, направивъ трубу на ясно видимую точку предмета, вращаютъ трубу около геометрической оси. Это вращеніе производится въ вилкообразныхъ подставкахъ, причемъ труба снимается вмѣстѣ съ горизонтальною осью съ подставки алидады, изъ гнѣздъ для концовъ горизонтальной оси (изъ такъ называемыхъ лагеръ).

Если центръ объектива не лежитъ на геометрической оси объективнаго колѣна (цилиндра), то изображеніе начнетъ вращаться вмѣстѣ съ трубою и опишетъ кругъ. Такая труба подлежитъ исправленію механика. Указанное испытаніе предполагаетъ, что окуляръ хорошо центрированъ; если же относительно окуляра является сомнѣніе, то его совсѣмъ устраняютъ и замѣняютъ микроскопомъ, установленнымъ независимо отъ объектива, однако такъ, чтобы онъ не мѣнялъ своего положенія относительно вращающагося объектива. Если изображеніе предмета и безъ окуляра описываетъ кругъ, то плохо центрированъ объективъ. При неподвижномъ изображеніи убѣждаются въ томъ, что устраненный окуляръ былъ причи-

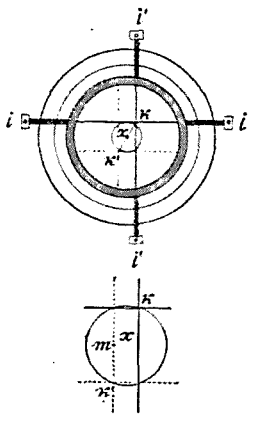
---

[1]) Для двойной лупы подъ f слѣдуетъ подразумѣвать эквивалентное фокусное разстояніе системы двухъ стеколъ лупы.

[2]) Вмѣсто отдѣльныхъ правильныхъ геометрическихъ фигуръ можно брать хорошую клѣтчатую (профильную) бумагу, представляющую сѣтку правильныхъ квадратовъ.

ною вращенія изображенія, т. е. центръ окуляра не лежалъ на геометрической оси трубы.

Испытаніе относительнаго третьяго условія дѣлается почти такъ же, какъ и для второго условія, т. е. трубу, установленную для наблюденій (съ ясно видимой черезъ окуляръ сѣткою и ясно видимымъ изображеніемъ предмета и при отсутствіи явленія параллакса нитей) вращаютъ вокругъ геометрической оси. Если визирная ось совпадаетъ съ геометрической, то крестъ нитей сѣтки находится на геометрической оси, и при вращеніи трубы сѣтка стоитъ на мѣстѣ, если же 4 винта i и i' (черт. 101) сѣтки *не на мѣсто* и оси *не* совпадаютъ, то, при вращеніи трубы, сѣтка k будетъ описывать кругъ. Наибольшее удаленіе сѣтки k отъ изображенія будетъ при поворотѣ трубы на 180° (черт. 101) около геометрической оси x. Совпаденіе осей, т.-е. перемѣщеніе сѣтки изъ k' въ x достигается 4 винтами сѣтки, для чего сперва дѣйствуютъ 2-мя вертикальными винтами i' и передвигаютъ горизонтальную нить сѣтки на половину kk' въ точку m (черт. 101 низъ), а затѣмъ другою, горизонтальною парою винтовъ i перемѣщаютъ вертикальную нить сѣтки изъ m въ x. Если окажется, что винтами i и i', достигнуть совмѣщенія осей невозможно, то сѣтку надо перетянуть на діафрагмѣ, размѣстивъ нити болѣе симметрично относительно центра діафрагмы.



Черт. 101.

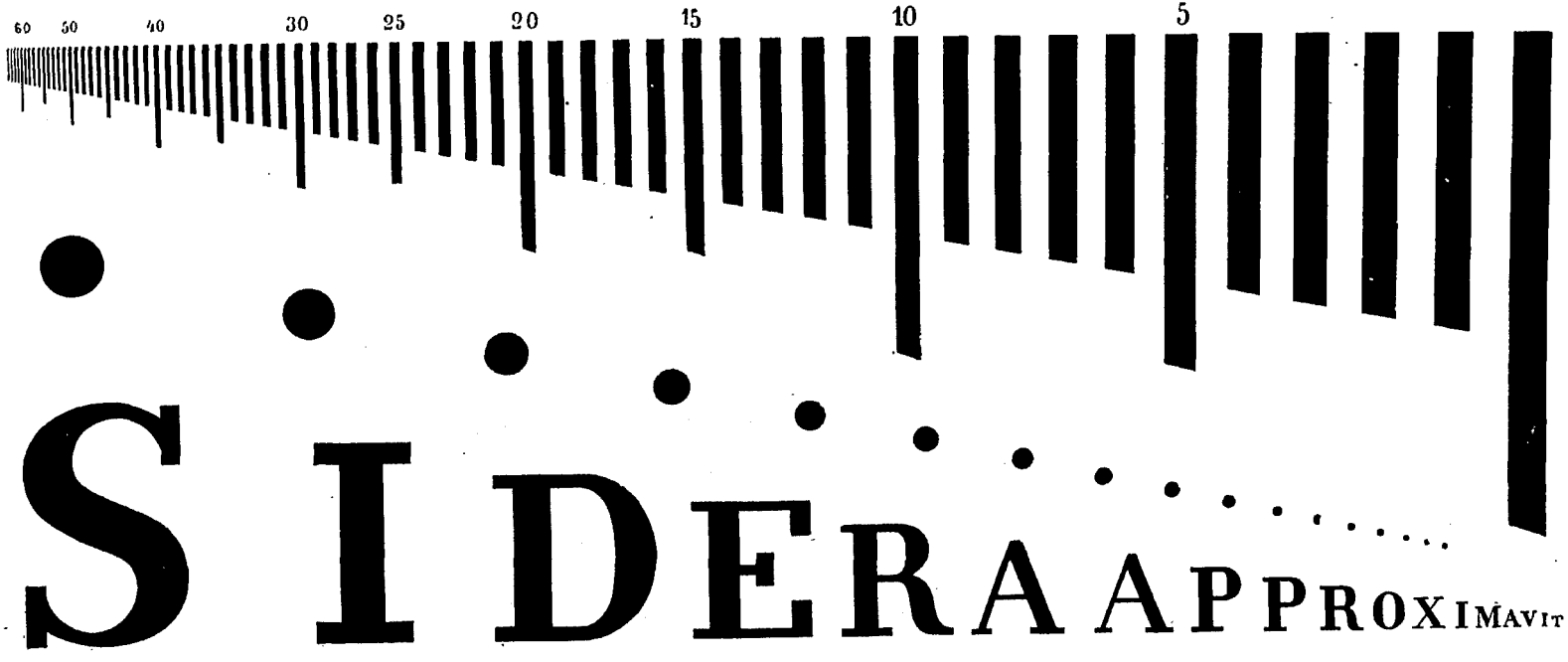
Правильность движенія сѣточнаго (окулярнаго) колѣна въ объективномъ (помощію кремальерки) можно обнаружить такъ: на мѣстности *ровной горизонтальной* ставятъ рейку и перпендикулярно къ ней трубу. Установленную для наблюденій трубу наводятъ на рейку, дѣлаютъ по рейкѣ отсчетъ и начинаютъ мѣнять разстояніе рейки до трубы. Съ перемѣною мѣста рейки должно передвигать и сѣточное колѣно, если нити будутъ перемѣщаться то вверхъ, то внизъ по рейкѣ (будетъ мѣняться отсчетъ), то труба не имѣетъ правильнаго перемѣщенія колѣнъ и подлежитъ исправленію механика.

Существуетъ также масштабъ для пробы биноклей и зрительныхъ трубъ. Масштабъ этотъ составляетъ точную копію масштаба, употреблявшагося для сравнительнаго испытанія трубъ извѣстнымъ мюнхенскимъ оптикомъ Фраунгоферомъ. Черные штрихи, кружки и буквы, а также интервалы между ними, слѣдуютъ, уменьшаясь, въ геометрической прогрессіи.

Для сравненія ясности и отчетливости нѣсколькихъ трубъ, располагаютъ масштабъ на стѣнѣ, въ свѣту, на нѣкоторомъ разстояніи наблюдателя и наводятъ одну трубу, напримѣръ, на верхній рядъ параллельныхъ штриховъ. Переходя послѣдовательно отъ крупныхъ штриховъ къ мелкимъ, замѣчаютъ номеръ того изъ нихъ, который уже нельзя отдѣлить отъ послѣдующаго. Такимъ же образомъ опредѣляютъ номеръ штриха для другихъ трубъ. Очевидно, что труба съ высшимъ номеромъ будетъ лучше.

МАСШТАБЪ

для пробы биноклей и зрительныхъ трубъ



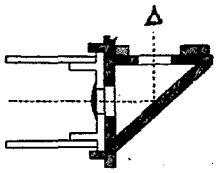
Можно также опредѣлять относительное достоинство трубъ по второму ряду: при этомъ замѣчается № послѣдняго изъ различаемыхъ кружковъ. Наконецъ весьма удобно дѣлать сравненіе по послѣднему ряду, читая фразу „Sidera apprоximavit" и замѣчая послѣднюю изъ разбираемыхъ буквъ.

При сравненіи трубъ приблизительно одинаковаго достоинства надо обращать вниманіе не только на № послѣдняго разобраннаго знака, но также на степень отчетливости его.

Прежде чѣмъ приступить къ окончательной оцѣнкѣ, слѣдуетъ хорошо всмотрѣться въ знаки, такъ какъ послѣ нѣкотораго упражненія, зрѣніе замѣтно изощряется.

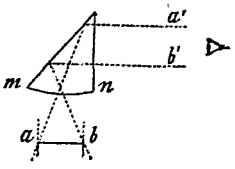
При выборѣ бинокля для снабженія русскихъ войскъ, ясность и отчетливость различныхъ образцовъ, представленныхъ извѣстными европейскими фабрикантами, сравнивалась по послѣднему ряду; при этомъ избранный образецъ Воткея въ Петербургѣ, съ разстоянія 45,5 метровъ (21,3 саженъ) отчетливо разбиралъ букву *x* въ словѣ „apprоximavit".

§ 83. Окулярная призма. При наведеніи трубы на очень высокій предметъ (какъ напр., на солнце, на звѣзду и т. п.) для удобства смотрѣнія черезъ низко опущенный окуляръ, на него надѣвается *стеклянная призма* (черт. 102). Одинъ катетъ ея обращенъ къ глазу наблюдателя, а другой къ окуляру перпендикулярно къ оптической оси трубы. Призма помѣщается въ оправу и навинчивается на окулярную трубочку. Гипотенуза призмы закрыта мѣдною оправою для большаго отраженія лучей, идущихъ изъ трубы.

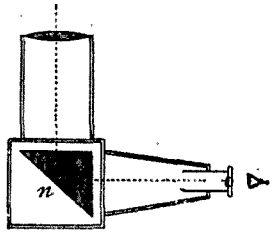


Черт. 102.

Въ оправѣ призмы, въ глазномъ катетѣ иногда помѣщается цвѣтное подвижное стекло для наблюденія солнца. Встрѣчаются призмы съ выпуклымъ катетомъ *mn*, какъ бы представляющимъ половину линзы простой лупы (черт. 103), обращеннымъ къ мелкимъ дѣленіямъ лимба (или градуснаго кольца) *ab*, помѣщаемымъ между главнымъ фокусомъ выпуклой части призмы и самой призмой. Лучи, идущіе отъ дѣленій *ab*, попадаютъ отраженными (*a′b′*) въ глазъ наблюдателя.



Черт. 103.



Черт. 104.

Встрѣчаются зрительныя *трубы*, какъ бы *изломанныя*, какъ показано на чертежѣ 104. Дѣйствіе такихъ трубъ основано на присутствіи въ мѣстѣ излома трубы призмы *n*.

§ 84. Повѣрка астролябіи съ діоптрами. Допустимъ, что астролябія состоитъ только изъ 1) дѣленнаго на градусы (или полуградусы) *лимба*, 2) вращающейся въ его центрѣ линейки — *алидады* съ нарѣзанными на ея концахъ 3) двумя индексами—*вернъерами*, 4) *уровня* помѣщеннаго на алидадѣ (или лимбѣ) и 5) двухъ паръ *діоптровъ*, неподвижныхъ на лимбѣ и подвижныхъ на алидадѣ.

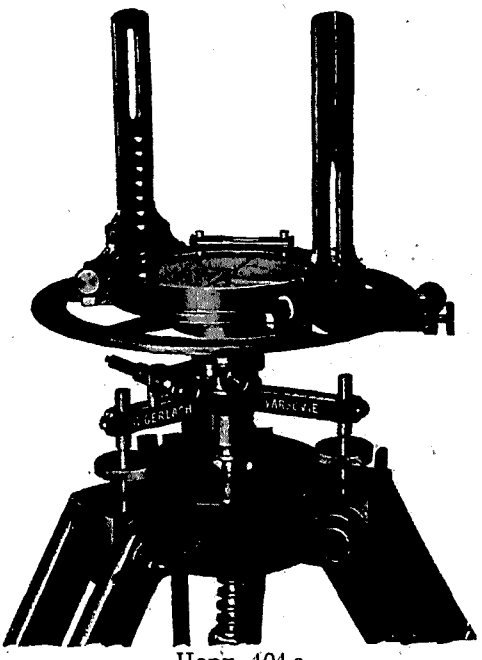
Повѣрка условій, требуемыхъ отъ первыхъ четырехъ частей, будетъ та же, что и для малыхъ теодолитовъ (см. слѣдующій § 85).

Отъ каждой пары діоптровъ необходимо требовать *перпендикулярности ея плоскости къ плоскости лимба.* Это условіе провѣряется по шнуру отвѣса аналогично условію 7-му § 126 въ буссоли, и аналогично условію 4-му § 128 (повѣрки пантометра).

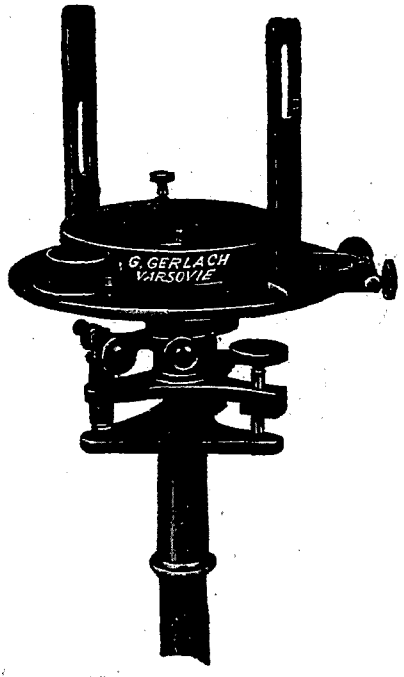
Наконецъ, отъ обѣихъ паръ (неподвижной и подвижной) слѣдуетъ требовать, чтобы *при совмѣщеніи ихъ коллимаціонныхъ плоскостей нуль алидады совмѣщался съ нулемъ лимба* (или обратно при совмѣщеніи нулей лимба и алидады должны совмѣщаться коллимаціонныя плоскости неподвижныхъ и подвижныхъ діоптровъ).

Эта такъ называемая *коллимаціонная ошибка лимба* провѣряется измѣреніемъ одного и того же угла сперва помощію неподвижныхъ и по-

Астролябія съ однимъ подвижнымъ діоптрами механика Герляха.



Черт. 104 a.



Черт. 104 b.

движныхъ діоптровъ, а затѣмъ помощію только однихъ подвижныхъ діоптровъ. Сличеніе результатовъ даетъ искомую ошибку. Пусть подпись дѣленій идетъ противъ хода часовой стрѣлки (справа налѣво). Направимъ неподвижные діоптры на правый (задній) предметъ и закрѣпимъ нажимательный винтъ лимба. Затѣмъ, вращая алидаду по лимбу, направимъ по-

движные діоптры на лѣвый (передній) предметъ. Пусть отсчеты по верньерамъ въ среднемъ дали $20^0\ 25'$. Отодвигаемъ неподвижные діоптры въ сторону, закрѣпивъ лимбъ, дѣлаемъ наведеніе одними подвижными діоптрами на правый предметъ, пусть среднее изъ отсчетовъ по верньерамъ дало $85^0\ 15'$; дѣлаемъ наведеніе подвижныхъ діоптровъ на лѣвый предметъ, среднее изъ отсчетовъ по верньерамъ дало $105^0\ 45'$. Величина угла будетъ $105^0\ 45' - 85^0\ 15' = 20^0\ 30'$. Разность $20^0\ 25' - 20^0\ 30' = -0^0\ 5'$ даетъ коллимаціонную ошибку лимба.

Ту же ошибку найдемъ, если одинъ разъ смѣримъ самый уголъ помощію неподвижныхъ и подвижныхъ діоптровъ, т. е. $20^0\ 25'$, а другой разъ станемъ мѣрить величину *угла дополнительнаго до* 360^0.

Для чего достаточно, памятуя направленіе подписи дѣленій, направить неподвижные діоптры на лѣвый (передній) предметъ, а подвижные — на правый (задній) предметъ; тогда, получивъ на лимбѣ, напр., отсчетъ въ $339^0\ 45'$, складываютъ $20^0\ 25'$ и $339^0\ 45'$ и изъ суммы $20^0\ 25' + 339^0\ 45' = 360^0\ 10'$ вычитаютъ 360^0, разность въ $10'$ даетъ *двойную коллимаціонную ошибку*, ибо ординарная коллимаціонная ошибка вошла въ каждый изъ угловъ α и $(360^0 - \alpha)$.

§ 85. Повѣрки малыхъ теодолитовъ. Отъ простыхъ малыхъ теодолитовъ передъ ихъ употребленіемъ необходимо требовать выполненія слѣдующихъ условій: 1) *Вѣрности дѣленій лимба и алидады*, т. е. верньеровъ.

2) *Отсутствія эксцентренности алидаднаго круга* (эксцентрицитета алидады).

3) *Перпендикулярности оси цилиндрическаго уровня при подставкѣ трубы* (или параллельности оси круглаго уровня) *къ вертикальной оси вращенія алидады* (а слѣдовательно къ вертикальной оси всего инструмента).

4) *Перпендикулярности коллимаціонной плоскости трубы къ плоскости лимба* (т. е. того круга, по окружности котораго сходятся концы штриховъ лимба и верньеровъ).

§ 86. Повѣрка дѣленій лимба. У лучшихъ заграничныхъ и русскихъ механиковъ дѣленія лимба наносятся *дѣлительною машиною*; лимбъ помѣщается концентрически въ центрѣ большого круга дѣлительной машины. Штрихи съ круга дѣлительной машины точно, съ возможной тщательностію, избѣгая даже вліянія измѣненія температуры, копируются стальнымъ рѣзцомъ на лимбъ инструмента, для чего въ центрѣ круга дѣлительной машины вращается алидада съ указателемъ. Тѣмъ не менѣе, несмотря на искусство нанесенія дѣленій, которымъ по истинѣ гордятся механики, всегда слѣдуетъ убѣдиться въ отсутствіи грубыхъ ошибокъ дѣленій лимба и въ вѣрности нарѣзки верньера. Повѣрка основывается на теоріи верньера. Длина его должна равняться опредѣленному числу частей лимба. Полагая, напр., дѣленія лимба отъ 1^0 до 1^0, точность верньера въ 5 минутъ,

верньеръ прямымъ, мы находили, что 11 частей лимба должны составить длину верньера въ 12 частей. Основываясь на этомъ, совмѣщаютъ крайній лѣвый штрихъ верньера съ 0^0 лимба, тогда крайній правый (12-й послѣ нулевого) штрихъ верньера долженъ совпасть съ 11^0. При этомъ не надо смѣшивать *дополнительныхъ* штриховъ (передъ нулевымъ и послѣ 12-го) съ начальнымъ и конечнымъ штрихами верньера. Обнаруживъ совпаденіе, передвигаютъ лѣвый крайній штрихъ верньера на 11-е дѣленіе лимба и смотрятъ, совпадаетъ ли крайній правый съ 22 дѣленіемъ, и, такимъ образомъ, продолжаютъ далѣе движеніе алидады по лимбу. При 32-й установкѣ крайній правый штрихъ верньера долженъ совпасть съ 352 (32×11) дѣленіемъ лимба; послѣ чего лимбъ будетъ пройденъ. Промежуточные штрихи между 0 и 11, 11 и 22 и т. д. штрихами можно повѣрить, устанавливая крайній лѣвый штрихъ верньера послѣдовательно на 1^0, 2^0, 3^0..., тогда крайній правый долженъ совпадать съ 12^0, 13^0, 14^0.... Подобнымъ же образомъ, если лимбъ раздѣленъ на полуградусы, и точность верньеровъ $1'$, совмѣщаютъ нули верньера и лимба и смотрятъ, совпадаетъ ли 30-й штрихъ верньера съ 29 полуградусомъ лимба или $14^1/_2{}^0$, послѣ чего помѣщаютъ 0 верньера на $14^1/_2{}^0$ и смотрятъ, совпадаетъ ли 30-й штрихъ верньера съ 29^0 и т. д. Тѣ мѣста лимба, въ которыхъ замѣчена невѣрность дѣленій, записываются и при измѣреніи угловъ эти части лимба по возможности избѣгаются.

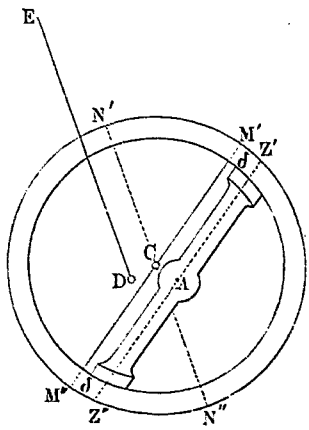
§ 87. Вѣрность дѣленій верньера. Такъ какъ дѣленія v верньера всегда менѣе (или болѣе) дѣленій лимба l на одну и ту же величину $t=l-v$ — точность верньера, то вѣрность дѣленій верньера провѣряется тѣмъ, что *послѣдовательно* совмѣщаютъ штрихи верньера съ какимъ-либо штрихомъ лимба и смотрятъ,—*размѣщаются ли штрихи верньера*, предшествующіе и послѣдующіе совмѣщенному, *симметрично* относительно штриховъ лимба. Такъ, если, напр., совмѣщенъ средній — 15 штрихъ верньера съ какимъ-либо дѣленіемъ лимба, подраздѣленнаго на полуградусы, и верньеръ имѣетъ точность $t=1'$, то штрихи, предшествующіе и послѣдующіе совмѣщенному, будутъ отстоять отъ штриховъ лимба слѣдующимъ образомъ:

$$\left.\begin{matrix}\text{14-й}\\ \text{и 16-й}\end{matrix}\right\} \text{ на } t, \quad \left.\begin{matrix}\text{13-й}\\ \text{и 17-й}\end{matrix}\right\} \text{ на } 2t, \quad \left.\begin{matrix}\text{12-й}\\ \text{и 18-й}\end{matrix}\right\} \text{ на } 3t \text{ и т. д.}$$

Съ цѣлью сужденія о правильности нанесенія крайнихъ дѣленій верньера, наносятся на верньеръ еще слѣва и справа отъ него по одному, по два и даже по три *дополнительныхъ* штриха, какъ предшествующихъ нулевому штриху, такъ и слѣдующихъ за послѣднимъ штрихомъ верньера, т.-е. помимо тридцати подписанныхъ промежутковъ на одноминутномъ верньерѣ нанесено еще или 2, или 4, или 6 дополнительныхъ. При повѣркѣ длины верньера и опредѣленіи точности t верньера эти промежутки не принимаются во вниманіе.

§ 88. Внѣцентренность алидады обнаруживается отсчитываніемъ по двумъ діаметрально противоположнымъ указателямъ или верньерамъ алидады.

Если показанія обоихъ верньеровъ въ любомъ мѣстѣ лимба разнятся на 180^0, то эксцентрицитета не существуетъ.



Черт. 105.

При обнаруживаніи эксцентрицитета, отсчитываніе повторяется *не менѣе какъ при двухъ положеніяхъ алидады*, чтобы случайно не попасть на такое положеніе алидады, при которомъ линія ея нулей займетъ на лимбѣ положеніе діаметра, при этомъ отсчеты, не смотря на существованіе эксцентрицитета, всетаки будутъ разниться на 180^0. При существованіи эксцентрицитета *вліяніе* его *уничтожается полусуммою отсчетовъ числа минутъ по двумъ діаметрально противоположнымъ верньерамъ*. Въ необходимости отсчитывать однѣ минуты по второму верньеру убѣждаемся изъ слѣдующаго. Пусть A есть ось вращенія алидады (черт. 105), Z' и Z'' два взаимно противоположные индекса алидады, C — центръ лимба. Если бы алидада заняла положеніе $Z'\ Z''$, то, вообразивъ себѣ черезъ центръ C параллель $M'CM''$ къ линіи $Z'Z''$, легко усмотрѣть, что оба дѣлаемые на лимбѣ по индексамъ Z' и Z'' отсчеты отъ его нуля N' ошибочны на одну и ту же величину $\delta = M''Z' = M''Z''$, при чемъ первый болѣе истиннаго, а второй менѣе — на одну и ту же величину, т.-е. $N'Z' = N'M' + \delta$ и $N'Z'' = N'M'' - \delta$ и что $N'M' = \frac{N'Z' + N''Z''}{2}$, т.-е., что вѣрный отсчетъ $N'M'$ для направленія α получится, если по лимбу отъ нуля N' прочтемъ $N'Z'$, а затѣмъ $N'Z''$ и взявъ $N''Z'' = N'Z'' - 180^0$, составимъ полусумму: $^1/_2\ [NZ' + (N'Z'' - 180^0)]$. Дѣйствительно, такъ какъ дуга $N'Z'' - 180 = N'Z'' - N'N'' = N''Z''$ соотвѣтствуетъ углу $N''AZ''$, а дуга $N'Z'$ — углу $N'AZ'$, то $N'CM' = \alpha = N'M' = \frac{N'AZ' + N''AZ''}{2} = {}^1/_2 (N'Z' + N''Z'')$, т.-е., читая по второму верньеру Z'' вмѣсто $N'Z'' = N'Z' + 180^0$ только однѣ минуты, и прикладывая ихъ къ числу минутъ, прочтенныхъ по первому верньеру, а затѣмъ дѣля результатъ пополамъ и прикладывая его къ числу градусовъ, прочтенному по первому верньеру, получаемъ при *незначительномъ* эксцентрицитетѣ истинный отсчетъ.

Пусть, напримѣръ, оказалось

$$N'Z' = 62^0 55' \text{ и } N'Z'' = 242^0 45', \text{ тогда}$$

$$N'M' = {}^1/_2\,(62^0 55' + 242^0 45' - 180^0) = 62^0 50'$$

или что то же самое $62^0 + \frac{55' + 45'}{2} = 62^0 50'$.

Разсмотримъ вліяніе эксцентрицитета на величину измѣряемаго угла A.

Пусть отсчетъ на лимбѣ въ точкѣ M' равенъ m, тогда отсчетъ въ точкѣ M'' будетъ $m+180^0$, въ точкѣ Z' прочтется $m+\delta=z_1$, а въ точкѣ Z'' отсчетъ будетъ $m+180^0-\delta=z_2$. *При 2-мъ положеніи алидады* на лимбѣ придется соотвѣтственно прочесть $m'+\delta'=z_1'$, и $m'+180^0-\delta'=z'_2$. Уголъ A между двумя положеніями алидады представитъ величину измѣряемаго угла; онъ равенъ углу между двумя хордами, а потому опредѣлится какъ полусумма центральныхъ угловъ α_1 и α_2, причемъ

$$\alpha_1=z_1'-z_1=m'+\delta'-m-\delta$$
$$\alpha_2=z_2'-z_2=m'-\delta'-m+\delta.$$

Такимъ образомъ $A=\frac{z_1'-z_1+z_2'-z_2}{2}=m'-m$, т.-е. *вліяніе незначительнаго эксцентрицитета совершенно уничтожается при измѣреніи угла;* для записи же въ журналъ отдѣльныхъ направленій слѣдуетъ держаться только что изложеннаго правила, т.-е. записавъ z_1, (z_2-180), z_1' и $(z_2'-180)$, составлять среднее

$$^1/_2\ (z_1+z_2-180)=m$$
$$^1/_2\ (z_1'+z_2'-180)=m'.$$

Здѣсь мы не будемъ однако упускать изъ вида, что вліяніе эксцентрицитета при положеніи алидады, занимающей положеніе діаметра $Z'CAZ''$, будетъ ноль, а при положеніи хорды, перпендикулярной къ этому діаметру, оно будетъ наибольшимъ.

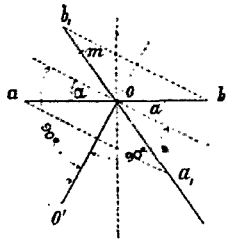
Примѣчаніе. Для рѣшенія вопроса о томъ, какъ велико должно быть *вліяніе эксцентрицитета* на дѣлаемый по лимбу отсчетъ, т.-е. на сколько отсчетъ, сдѣланный по одному верньеру, можетъ отличаться отъ отсчета, сдѣланнаго по другому, діаметрально ему противоположному верньеру, отмѣтимъ, что на этотъ вопросъ даетъ отвѣтъ А. С. Чеботаревъ въ своей статьѣ, въ „Трудахъ Топографо-Геодезической Комиссіи (выпускъ XIX) за 1905 г.,—*Эксцентрицитетъ алидады въ угломѣрныхъ инструментахъ и вліяніе его на достоинство результатовъ измѣренія.* Для малыхъ теодолитовъ разность эта можетъ доходить до 8-кратной точности верньера.

§ 89. Для повѣрки перпендикулярности оси цилиндрическаго уровня, закрѣпленнаго на алидадѣ, къ вертикальной оси вращенія инструмента, устанавливаютъ ось уровня по направленію двухъ подъемныхъ винтовъ и, *отпустивъ становой винтъ*, дѣйствуютъ подъемными винтами, вращая ихъ въ противоположныя стороны. Такимъ образомъ приводятъ пузырекъ уровня на середину трубки. Затѣмъ дѣлаютъ отсчеты по обоимъ верньерамъ на лимбѣ, вращаютъ алидаду около вертикальной оси *точно* на 180^0 и замѣчаютъ мѣсто середины пузырька. Въ случаѣ отклоненія середины пузырька отъ середины трубки *передвигаютъ середину пузырька* на половину *дуги уклоненія исправительнымъ винтомъ уровня*. Если послѣ поворота на 180^0, пузырекъ слишкомъ незначительно уклонился отъ середины трубки, то выбираютъ для уровня новое мѣсто на лимбѣ, приблизительно перпен-

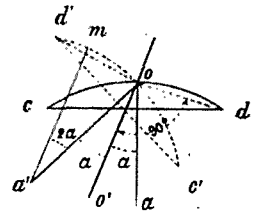
дикулярное къ первому, чтобы получить наибольшее уклоненіе (замѣтное на глазъ) пузырька уровня отъ середины трубки. Оцѣнивая середину пузырька на глазъ, приходится повѣрку повторять два, три раза. Вслѣдствіе этого при повѣркѣ соблюдается такое правило, что послѣ установки оси цилиндрическаго уровня параллельно двумъ подъемнымъ винтамъ и приведенія пузырька уровня на середину трубки, дѣлаются отсчеты какъ по обоимъ концамъ пузырька уровня, такъ и по обоимъ верньерамъ, послѣ чего алидада повертывается *на 180⁰ въ точности по отсчету*. Если середина пузырька уклонится отъ середины трубки, то и концы пузырька не будутъ занимать прежнихъ мѣстъ въ трубкѣ; отсчеты по этимъ концамъ измѣнятся, и при исправленіи каждый разъ *середина* (а слѣдовательно и концы) *пузырька* отодвигаются *на половйну* замѣченной дуги отклоненія *исправительными* винтами уровня.

Тотъ же пріемъ поворота алидады на 180⁰ будетъ справедливъ и для круглаго уровня, пузырекъ котораго предварительно всѣми тремя подъемными винтами приведенъ на середину крышки, какъ напримѣръ въ теодолитѣ Бамберга. Здѣсь исправленіе дѣлается винтами *d* круглаго уровня *и*. (См. также § 56 о нуль-пунктѣ уровня).

Основаніемъ для описаннаго пріема повѣрки уровня, закрѣпленнаго при алидадѣ или при трегерѣ трубы, служитъ слѣдующее соображеніе. Если



Черт. 106.



Черт. 107.

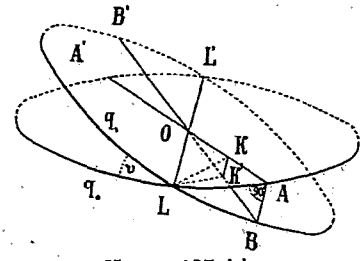
пузырекъ цилиндрическаго уровня стоитъ на серединѣ трубки, то его ось *ab* горизонтальна (черт. 106), а когда имѣется круглый уровень, то ось круглаго уровня *oa* вертикальна (черт. 107). Если ось *ab* цилиндрическаго уровня *не* перпендикулярна къ вертикальной оси *oo'* вращенія инструмента, а у круглаго ось *oa* не параллельна ей, то послѣ оборота на 180⁰ концы *a* и *b* (проекціи ихъ на вертикальную плоскость) оси цилиндрическаго уровня займутъ мѣста a_1 и b_1, а у круглаго уровня конецъ *a* воображаемой оси *oa* опишетъ полуокружность и перемѣстится въ *a'*. Уголъ aob_1 (черт. 106) и уголъ *aoa'* (черт. 107) равны $2\alpha =$ дугѣ *am* отклоненія середины пузырька *m* отъ середины трубки *o* (см. § 52).

Перемѣщеніе середины пузырька *m на половину дуги am* совершается при помощи исправительныхъ винтовъ уровня. Вмѣсто исправленія уровня можно опредѣлить его *нуль-пунктъ* и пользоваться имъ для установки лимба въ горизонтальное положеніе.

Съ цѣлью повторенія пріема повѣрки [1]), середина пузырька переводится вновь *изъ середины т дуги от отклоненія* въ точку *о* подъемными (уравнительными) винтами *v* подставки инструмента.

Приведеніе лимба въ горизонтальное положеніе. Съ помощію вывѣреннаго уровня *лимбъ* быстро *приводится въ горизонтальное положеніе.* Для этого ставятъ ось цилиндрическаго уровня сперва по направленію двухъ подъемныхъ винтовъ и приводятъ ими пузырекъ на середину трубки, а затѣмъ—поворачиваютъ уровень и устанавливаютъ его ось по направленію третьяго подъемнаго винта и, дѣйствуя *только имъ однимъ*, приводятъ пузырекъ на середину трубки. Пріемъ повторяется два-три раза, пока при любомъ положеніи алидады, а слѣдовательно и уровня, пузырекъ его будетъ оставаться на серединѣ трубки. Два взаимно перпендикулярные уровня значительно упрощаютъ дѣло, такъ какъ тогда достаточно поставить ось перваго уровня по направленію двухъ подъемныхъ винтовъ, и ось второго уровня станетъ сама по направленію третьяго винта. Разумѣется, передъ употребленіемъ, каждый уровень въ отдѣльности долженъ быть предварительно вывѣренъ.

Выведемъ *вліяніе наклона лимба на величину отсчета по лимбу.* Пусть плоскость лимба наклонена на уголъ *v* къ горизонту (см. черт. 107 bis), тогда вмѣсто отсчета $Lq_0 = \varphi_0$ на наклонномъ лимбѣ прочтется $Lq_1 = \varphi$, причемъ предположимъ для упрощенія разсужденій, что, если LL' есть линія пересѣченія плоскостей горизонтально стоящаго и наклоненнаго лимба, то ноль верньера совпадаетъ съ L, т.-е. $\varphi - \varphi_0$ будетъ ошибка въ отсчетѣ φ отъ наклона *v* лимба. Допустимъ что AA'—есть проекція горизонтальной оси вращенія HH' инструмента на плоскость горизонтальнаго лимба, а BB'—на плоскость наклоненнаго лимба; при чемъ $LA = 90 - \varphi_0$ и $LB = 90^0 - \varphi$. Уголъ между AA' и BB', т.-е. AOB, обозначимъ черезъ *i*. Отъ положенія AA' зависитъ уголъ AOB, онъ можетъ быть и 0^0 когда AA' совпадаетъ съ LL' и можетъ достигнуть наибольшаго своего значенія *v*.



Черт. 107 bis.

Спроектируемъ OL на OA, тогда $OK = OL \cdot \cos AOL$

или $$OK = OL \times Sin\ \varphi_0 \ldots\ (1)$$

Пусть $KK' \perp$ къ OK, тогда изъ треугольника KOK_1

$$\frac{OK}{OK_1} = \cos AOB = \cos\ i \ldots\ (2)$$

Въ треугольникѣ OLK_1 примемъ $LK_1 \perp OB$ или $\frac{OK_1}{OL} = Cos\ BOL = Sin\ \varphi \ldots (3)$

[1]) Описанный выше пріемъ повѣрки уровня приходится повторять неоднократно,—чѣмъ чувствительнѣе уровень, тѣмъ большаго времени требуетъ онъ на свою повѣрку

Дѣля (1) на (3), находимъ

$$\frac{OK}{OK_1} = \frac{Sin\ \varphi_0}{Sin\ \varphi} \ldots\ (4)$$

Сличая (4) со (2), получимъ

$$\frac{Sin\ \varphi_0}{Sin\ \varphi} = cos\ i \ldots\ (5)$$

Но $Sin\ \frac{i}{2} = \sqrt{\frac{1-cos\ i}{2}}$, а потому

$$Sin\ \varphi_0 = Sin\ \varphi.\ \left(1 - 2\ Sin^2\ \frac{i}{2}\right)$$

Откуда $Sin\ \varphi - Sin\ \varphi_0 = 2\ Sin\ \varphi.\ Sin^2\ \frac{i}{2}$ или

$$2.\ Sin\ \frac{\varphi-\varphi_0}{2}.\ cos\ \frac{\varphi+\varphi_0}{2} = 2\ Sin\ \varphi.\ Sin^2\ \frac{i}{2} \ldots\ (6)$$

Принявъ $Sin\ i = i.\ Sin 1''$, и $Sin\ \frac{\varphi-\varphi_0}{2} = \frac{\varphi-\varphi_0}{2}.\ Sin\ 1''$, а $Cos\ \frac{\varphi+\varphi_0}{2} = Cos\varphi$,

такъ какъ φ_0 весьма близко къ φ, получимъ вмѣсто (6)

$$(\varphi-\varphi_0)\ Sin\ 1'' = 2\ tg\ \varphi.\ \frac{i^2}{4}\ Sin^2 1''$$

или окончательно

$$\varphi-\varphi_0 = \frac{i^2}{2}\ Sin\ 1''.\ tg\ \varphi.$$

При наибольшемъ $i = v$ (полагая $v = 10'$, т.-е. что середина пузырька уровня отклонена отъ середины трубки на 20 дѣленій съ цѣною каждое въ 30″) и $\varphi = 45^0$, найдемъ

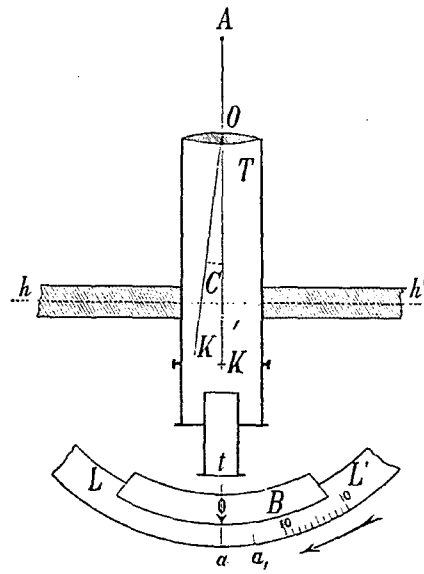
$$\varphi - \varphi_0 = \frac{50'}{3438} = \frac{1'}{68{,}72} = \text{около } 1''$$

а при $\varphi = 89^0\ 50'$.... $\varphi - \varphi_0 = 344'' = \text{около } 5'$

§ 90. Коллимаціонная ошибка трубы и ея исправленіе. Если труба теодолита можетъ наклоняться около своей горизонтальной оси вращенія *h* (см. черт. 75 теодолита Бамберга) настолько, что объективъ можетъ занять мѣсто окуляра и наоборотъ, т.-е. труба можетъ быть повернута въ отвѣсной плоскости на 180°, то при вращеніи около горизонтальной оси она должна своей визирной осью пройти въ описываемой ею плоскости черезъ точку, отстоящую на 90° отъ плоскости лимба. Если лимбъ горизонталенъ, то такою точкою будетъ зенитъ даннаго мѣста, а потому вмѣсто того, чтобы говорить, что труба повернута на 180° въ плоскости, перпендикулярной къ горизонтальной оси вращенія, принято выражаться,—„*труба переведена черезъ зенитъ*“.

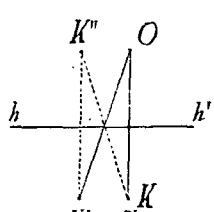
Встрѣчаются теодолиты, у которыхъ труба не только *не* можетъ переводиться черезъ зенитъ, но даже не можетъ перекладываться черезъ зенитъ, ибо подставки P короче длины TT трубы, а лагеры задѣланы наглухо пластинками на винтахъ, не дозволяющими вынимать концы h горизонтальной оси вращенія трубы изъ ихъ гнѣздъ (лагеръ).

При производствѣ 4-й повѣрки будемъ сперва предполагать, что труба переводится (или перекладывается) черезъ зенитъ. Пусть hh' (черт. 108) горизонтальная, а OKA—визирная ось трубы Tt, O—центръ объектива, K—крестъ нитей сѣтки, LL'—лимбъ, B—верньеръ съ указателемъ ⇩ и A — предметъ мѣстности, на который наведенъ крестъ K нитей. Предположимъ, что необходимо повѣрить перпендикулярность плоскости, описываемой линіею OK (т.-е. коллимаціонной плоскости) около hh', къ плоскости лимба LL'. Замѣтимъ, что перпендикулярность наступитъ тогда, когда 1) *визирная ось трубы OK будетъ перпендикулярна къ горизонтальной оси вращенія hh' трубы* и 2) *горизонтальная ось hh' трубы Tt будетъ параллельна плоскости лимба или, все равно, перпендикулярна къ вертикальной оси вращенія теодолита.*

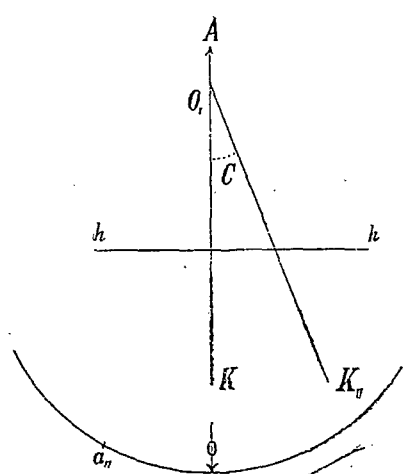


Черт. 108.

Ошибка отъ неперпендикулярности визирной оси трубы OK къ горизонтальной оси вращенія трубы hh' называется коллимаціонною ошибкою трубы. Коллимаціонная ошибка въ трубѣ можетъ произойти главнымъ образомъ отъ ненахожденія винтовъ сѣтки на надлежащемъ имъ мѣстѣ, и *она есть уголъ съ вершиною въ центрѣ O объектива и со сторонами OK—истиннымъ положеніемъ визирной оси и OK'—ложнымъ ея положеніемъ.* Обнаружить коллимаціонную ошибку $C = KOK'$ можно слѣдующимъ пріемомъ. Пусть пересѣченіе нитей сѣтки находится въ точкѣ K', влѣво отъ точки K, точка A — точка визированія. Если бы визирная ось была на мѣстѣ въ точкѣ K, то при наведеніи на точку A визирной оси OK сдѣлали бы на лимбѣ по индексу ⇩ алидады нѣкоторый отсчетъ a. Вслѣдствіе



Черт. 109.



Черт. 110.

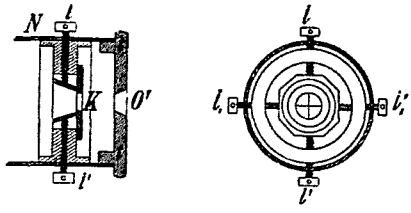
же уклоненія сѣтки влѣво въ точку K' придется трубу, а вмѣстѣ съ нею и алидаду съ верньеромъ, подвинуть вправо и сдѣлать по индексу верньера отсчетъ a_1, меньшій a, если подпись дѣленій идетъ по ходу часовой стрѣлки. Если затѣмъ переведемъ трубу черезъ зенитъ, то точка O (черт. 109) займетъ мѣсто O' точки K, а точка K' перемѣстится въ K''. Чтобы имѣть возможность сдѣлать новое наведеніе визирной оси $O'K''$ на ту же точку A мѣстности, необходимо повернуть алидаду около ея вертикальной оси *приблизительно на* 180^0. Сдѣлавъ это, замѣтимъ, что $O'K''$ будетъ теперь уклоняться *вправо* отъ $O'K$ (черт. 110); трубу относительно линіи AO_1K при визированіи придется подвинуть влѣво, и по индексу сдѣлать на неподвижно стоящемъ лимбѣ отсчетъ $a_{,,}$, большій a, такъ какъ дѣленія идутъ по ходу часовой стрѣлки. Такъ какъ KOK' (черт. 108) равенъ $KO_1K_{,,} = C$ (черт. 110), то и дуга $aa_{,} = aa_{,,}$. *Разность отсчетовъ* $a_{,,} - a_{,}$ *по лимбу равна двойному вліянію коллимаціонной ошибки.* Такъ, если $a_{,} = 20^0 40'$ и $a_{,,} = 20^0 50'$, то $a_{,,} - a_{,} = 10'$. Ординарное вліяніе будетъ

$$\frac{a_{,,} - a_{,}}{2} = c = 5'.$$

Истинный отсчетъ a найдется вычисленіемъ, если изъ $a_{,,}$ вычтемъ c, или къ $a_{,}$ прибавимъ c, или, наконецъ, составимъ полусумму $\frac{a_{,,} + a_{,}}{2}$; въ данномъ примѣрѣ

$$\left.\begin{array}{l} a_{,,} - c = 20^0 50' - 5' = 20^0 45' = a \\ a_{,} + c = 20^0 40' + 5' = 20^0 45' = a \end{array}\right\} \quad \frac{a_{,,} + a_{,}}{2} = \frac{20^0 50' + 20^0 40'}{2} = a = 20^0 45'.$$

Такимъ образомъ для обнаруженія присутствія коллимаціонной ошибки трубы необходимо сдѣлать два наведенія на одинъ и тотъ же предметъ при двухъ положеніяхъ трубы (кремальерка вверху и кремальерка внизу) и составить полуразность отсчетовъ, сдѣланныхъ по лимбу при каждомъ наведеніи. Въ случаѣ, если полуразность не нуль, то второй отсчетъ исправляютъ на найденную величину, чрезъ что вычислится истинный отсчетъ по лимбу a, при которомъ визирная ось OK занимаетъ положеніе перпендикулярное къ hh'. Установивъ микрометреннымъ движеніемъ верньеры на вѣрный отсчетъ a, мы сдвинемъ пересѣченіе нитей изъ K'', и оно уже *не* будетъ покрывать точку мѣстности A,—остается *горизонтальными винтами* $i_1 i_1'$ (черт. 111) сѣтки K передвинуть ее такъ, чтобы пересѣченіе нитей вновь покрыло точку A наблюдаемаго въ трубу предмета, такъ какъ алидада уже стоитъ на мѣстѣ и даетъ вѣрный отсчетъ a.



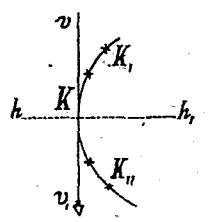
Черт. 111.

Обнаружить присутствіе коллимаціонной ошибки въ угломѣрномъ инструментѣ *съ трубою, переводящеюся черезъ зенитъ*, возможно еще и слѣдующимъ пріемомъ: избравъ удаленный предметъ A, наводятъ на него крестъ нитей (установленной для наблюденій) трубы (приведеннаго въ горизонтальное положеніе) инструмента и дѣлаютъ на лимбѣ отсчетъ a_1.

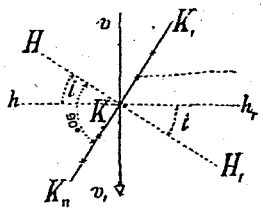
Затѣмъ повертываютъ алидаду на лимбѣ *точно по отсчету* на 180°, т.-е. такъ чтобы тотъ же указатель (верньеръ), по которому былъ сдѣланъ отсчетъ a_1, теперь показалъ бы отсчетъ $a_1 \pm 180^0 = a_2$. Если при этомъ окажется, что крестъ нитей сошелъ съ избранной точки A удаленнаго предмета, и приходится въ новую точку A', то крестъ нитей передвигаютъ *боковыми* (горизонтальными) винтами сѣтки такъ, чтобы онъ пришелся по серединѣ промежутка AA' [1]). Опытъ повторяютъ нѣсколько разъ, до тѣхъ поръ, пока при обоихъ положеніяхъ трубы крестъ нитей будетъ покрывать одну и ту же точку A избраннаго удаленнаго предмета мѣстности. Справедливость такого пріема ясна изъ разсмотрѣнія чертежа 109. Линіи OK' и $K''O'$ образуютъ уголъ, равный $2C$.

Въ случаѣ же, если труба не переводится черезъ зенитъ, [2]) то повѣрка перпендикулярности коллимаціонной плоскости трубы къ плоскости лимба производится путемъ сличенія угла между этими двумя плоскостями съ угломъ, образуемымъ направленіемъ нити свободно висящаго отвѣса съ горизонтальною плоскостью (т.-е. съ прямымъ угломъ)

Для этого, приведя лимбъ угломѣрнаго инструмента въ горизонтальное положеніе, вѣшаютъ невдалекѣ отъ инструмента (саженяхъ въ 25—30) шнуръ съ тяжелымъ отвѣсомъ, для неподвижности опущеннымъ въ ведро съ водою и, придавъ трубѣ примѣрно горизонтальное положеніе, наводятъ крестъ нитей на шнуръ, закрѣпивъ предварительно нажимательный винтъ алидады и, дѣлая точное наведеніе нашнуръмикрометреннымъвинтомъ алидады. Затѣмъ поднимаютъ и опускаютъ трубу, вращая ее около горизонтальной оси, и при этомъ слѣдятъ остается ли крестъ нитей на шнурѣ или нѣтъ. Если крестъ нитей при вращеніи трубы остается на нити отвѣса, то условіе перпендикулярности плоскостей (коллимаціонной и лимба) выполнено. Если же крестъ смѣщается и, по мѣрѣ увеличенія наклона трубы, все дальше и дальше отходитъ отъ шнура, то условіе не соблюдено. При этомъ слѣдуетъ наблюдать и замѣтить, отходитъ ли крестъ нитей, оставаясь все время по одну сторону шнура (какъ при повышеніи, такъ и при пониженіи, трубы), или же по разныя его стороны оказывается, напр.,—вправо отъ шнура при повышеніи трубы, и влѣво отъ него, при пониженіи (черт. 108 bis и 109 bis) ея [3]).



Черт. 108 bis.



Черт. 109 bis.

Если крестъ нитей остается по одну и ту-же сторону шнура отвѣса, то это укажетъ на неперпендикулярность визирной оси къ горизонтальной оси вращенія трубы, и ошибка исправляется боковыми винтами сѣтки трубы.

---

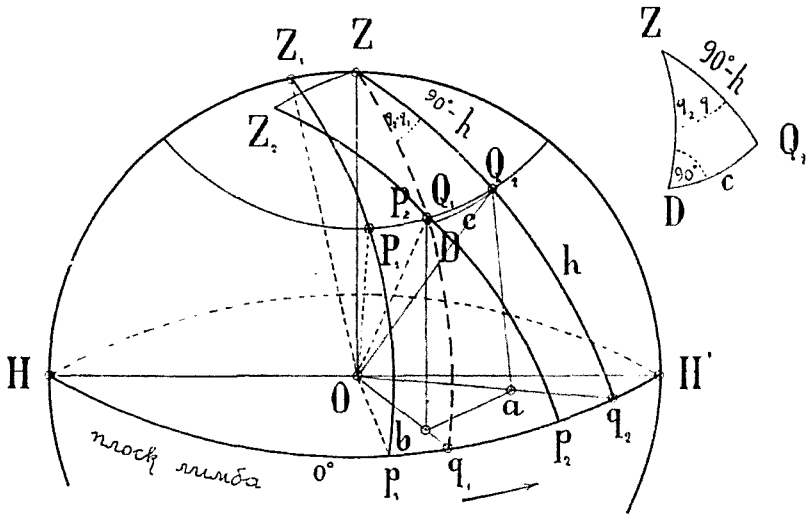
[1]) Оцѣнивая середину промежутка AA' *на глазъ*.

[2]) Подставка (трегеръ) трубы слишкомъ низка по сравненію съ размѣрами самой трубы.

[3]) Нерѣдко смѣщеніе креста нитей со шнура замѣчается только отъ дѣйствія микрометреннаго винта трубы. Дѣйствіе такого винта можетъ быть исправлено только механикомъ.

Если же, послѣ вращенія боковыхъ нитей сѣтки, окажется, что крестъ нитей при наклоненіи трубы станетъ переходить съ одной стороны отъ шнура на другую, напр. при повышеніи трубы (надъ горизонтальнымъ ея положеніемъ) будетъ помѣщаться вправо отъ шнура отвѣса, а при пониженіи влѣво отъ него (черт. 109 bis), то это укажетъ на наклонъ горизонтальной оси вращенія трубы къ плоскости лимба (или, что то же самое, на неперпендикулярность горизонтальной оси трубы къ вертикальной оси вращенія инструмента). Чертежи 108 bis и 109 bis ясно указываютъ, что *вліяніе коллимаціонной* ошибки тѣмъ сильнѣе скажется *на отсчетъ по лимбу*, чѣмъ выше надъ горизонтомъ (или ниже его) находится наблюдаемый предметъ.

Выведемъ *вліяніе* коллимаціонной ошибки на величину отсчета по лимбу. Пусть HH' есть плоскость лимба, изъ центра котораго O описана сфера произвольнаго радіуса (черт. 110 bis), линія OZ_1 есть наклонное (ложное) положеніе визирной оси зрительной трубы, образующее съ истин-



Черт. 110 bis.

нымъ ея положеніемъ OZ уголъ $Z_1OZ = c$ (коллимаціонная ошибка). При визированіи, т.-е. при вращеніи около горизонтальной оси, визирная ось OZ_1 описываетъ дугу малаго круга $Z_1P_1p_1$, параллельную дугѣ большого круга ZQ_1q_1, описываемой истиннымъ положеніемъ OZ визирной оси. Допустимъ, что вертикальная плоскость, проходящая черезъ ноль верньера, сливается съ плоскостью OZQ_1q_1O и что въ то время, какъ OZ принимаетъ положеніе OQ_1, ложное положеніе оси займетъ положеніе OP_1, т.-е. на дугѣ параллели P_1Q_2 къ плоскости лимба вмѣсто точки Q_1 будетъ точка P_1. Дуги $ZZ_1 = P_1Q_1 = p_1q_1 = c$, а дуги $P_1p_1 = Q_1q_1 = h =$ высотѣ визируемаго предмета Q_1 надъ плоскостью горизонта лимба. Такъ какъ въ дѣйствительности положенія OQ_1 нѣтъ, то, чтобы провизировать на точку Q_1, необходимо имѣющуюся на лицо визирную ось OP_1 перевести въ положеніе OQ_1 (оно же на чертежѣ OP_2). При новомъ положеніи ложной оси OP_2 — дѣйствительная ось должна передвинуться въ OQ_2; съ нею вмѣстѣ

перемѣстится и вертикальная плоскость ноля верньера въ положеніе OQ_2q_2O; между тѣмъ, если бы коллимаціонной ошибки не было, ей слѣдовало бы занимать положеніе OQ_1q_1O. Такимъ образомъ присутствіе коллимаціонной ошибки даетъ на лимбѣ вмѣсто отсчета въ точкѣ q_1 отсчетъ въ точкѣ q_2. Дуга $O^0q_2 - O^0q_1 = q_2 - q_1$ и будетъ вліяніе (c) на отсчетъ q_2 коллимаціонной ошибки c.

Чтобы найти величину $q_2 - q_1 = (c)$, изъ точки Q_2 опустимъ перпендикуляръ $Q_2\ D$ (дугу большого круга) на ZP_2q_1; вслѣдствіе малости величины c онъ весьма близко ляжетъ подошвой D къ точкѣ P_2 (или Q_1), [параллель Q_1Q_2 (или P_2Q_2) тоже перпендикулярна къ Zp_2q_1]. Изъ сферическаго треугольника ZDQ_2 имѣемъ по мнемоническому правилу Непера

$$cos\ (90 - c) = Sin\ (q_2 - q_1).\ Sin\ (90 - h)$$

или

$$Sin\ c = Sin\ (q_2 - q_1).\ cos\ h.$$

Откуда по малости c и $(q_2 - q_1)$ находимъ

$$(c) = (q_2 - q_1) = c.\ Sec\ h. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (c)$$

Это и будетъ искомое выраженіе вліянія коллимаціонной ошибки c на отсчетъ q_2 показывающее, что это вліяніе есть функція высоты h визируемаго предмета. Та же величина найдется иначе [1]). Спроектируемъ точку P_2 въ b и Q_2 — въ a.

Изъ треугольника Q_1OQ_2 имѣемъ $(OQ_1 = R)$:

$$\frac{1}{2}Q_1Q_2 = R.\ Sin\frac{1}{2}Q_1OQ_2 = R.\ Sin\frac{c}{2}.$$

Треугольникъ aOb даетъ

$$\frac{1}{2}ab = Oa.Sin\frac{1}{2}aOb = Oa.\ Sin\frac{1}{2}(q_2 - q_1)$$

Изъ треугольника OQ_2a имѣемъ

$$\frac{Oa}{OQ_2} = cos\ Q_2Oq_2 = cos\ h.$$

Вслѣдствіе чего $Oa = R.\ cos\ h$ и

$$\frac{1}{2}ab = R.\ cos\ h.\ Sin\frac{1}{2}(q_2 - q_1).$$

При малыхъ величинахъ h можно принять $ab = P_2Q_2$ (или Q_1Q_2), т.-е.

$$ab = Q_1Q_2 = 2\ R.\ cos\ h.\ Sin\frac{1}{2}(q_2 - q_1) = 2\ R.\ Sin\frac{c}{2}$$

Откуда по малости $\frac{1}{2}(q_2 - q_1)$ и $\frac{c}{2}$ найдемъ $(c) = (q_2 - q_1) = c \times Sec\ h$.

При $h = 45^0$ и $c = 2'$ величина $(c) = 2'\ \sqrt{2} =$ около $3'$.

---

[1]) Для лицъ, не знающихъ сферической тригонометріи.

Если при измѣреніи угла оба предмета, т..е. правый и лѣвый, находятся на одинаковыхъ высотахъ надъ горизонтомъ: $h_1 = h_2$, то и вліяніе на отсчеты по лимбу, т.-е. $c \cdot Sech_1$ и $c \cdot Sech_2$ будутъ одинаковы. Если же одинъ изъ предметовъ будетъ выше горизонта, а другой ниже, т.-е. h_1 будетъ со знакомъ +, а h_2—со знакомъ —, то и вліянія на отсчеты будутъ различны.

Если для полученія угла нужно одинъ отсчетъ вычитать изъ другого, то въ этомъ 2-мъ случаѣ $+ c\ Sech_1$ и $- c\ Sech_2$ скомбинируются въ видѣ $\{-c\ Sech_2 - c\ Sech_1\}$ или $\{c\ Sech_1 - (-c\ Sech_2)\}$ и дадутъ $-c\ (Sech_2 + Sech_1)$ или $c\ (Sech_1 + Sech_2)$, въ первомъ же случаѣ $(h_1 = h_2)$ сумма секансовъ представится разностію и коллимаціонная ошибка не будетъ оказывать вліянія.

Если труба переводится черезъ зенитъ, то при одномъ положеніи трубы будемъ имѣть $+c$, а при другомъ [1])$-c$ и среднее изъ отсчетовъ (при двухъ положеніяхъ трубы) на одинъ и тотъ же предметъ будетъ освобождено отъ вліянія коллимаціонной ошибки.

§ 91. Повѣрка параллельности горизонтальной оси вращенія hh_1 трубы плоскости лимба или перпендикулярности ея къ вертикальной оси вращенія инструмента дѣлается на основаніи слѣдующихъ соображеній: если ось hh_1 *не* параллельна плоскости лимба, то это указываетъ на то, что разстоянія концовъ h и h_1 оси трубы отъ лимба *не* равны, т.-е. одно какое-либо плечо горизонтальной оси приподнято, благодаря *не*равенству подставокъ P, а вслѣдствіе этого *при отсутствіи коллимаціонной ошибки* визирная ось вмѣсто перпендикулярной плоскости описываетъ наклонную къ лимбу плоскость. Поэтому, сличимъ уголъ, образуемый плоскостями коллимаціонной и лимба, съ прямымъ угломъ, предполагая, что труба не переводится (и не перекладывается) черезъ зенитъ, для чего предварительно приведемъ лимбъ въ горизонтальное положеніе. Для этого повѣсимъ шнуръ съ отвѣсомъ въ разстояніи саженей 30—50 отъ лимба, наведемъ на шнуръ крестъ нитей и будемъ слѣдить, остается ли наведенный на шнуръ отвѣса *крестъ нитей сѣтки* во все время наклоненія трубы вверхъ и внизъ на шнурѣ, или же пересѣченіе нитей будетъ отъ него уклоняться, — то вправо (при опусканіи, напр., трубы), то влѣво (при подниманіи трубы), или наоборотъ [2]). Такъ какъ уголъ между горизонтальнымъ лимбомъ и шнуромъ отвѣса безспорно прямой, то уклоненіе креста нитей отъ шнура укажетъ на не перпендикулярность коллимаціонной плоскости трубы къ плоскости лимба.

Если одна изъ подставокъ распилена, то исправленіе наклона горизонтальной оси дѣлается винтами yy, проходящими черезъ щель x под-

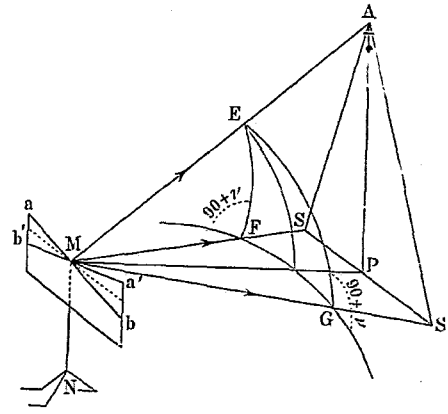
---

[1]) Послѣ перевода черезъ зенитъ.

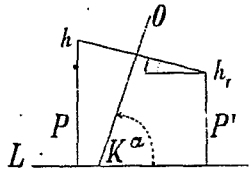
[2]) Здѣсь замѣтимъ, что чѣмъ выше мы поднимемъ или опустимъ трубу, тѣмъ сильнѣе отклонится крестъ нитей отъ шнура отвѣса.

ставки (см. черт. 78 и 79 теодолита Герляха), дѣйствуя ими до тѣхъ поръ, пока пересѣченіе нитей изъ мѣста уклоненія не возвратятъ на шнуръ отвѣса.

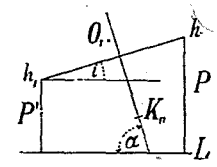
Если же *труба переводится черезъ зенитъ* и нѣтъ подъ руками длинной нити съ тяжелымъ отвѣсомъ, то повѣрку можно произвести съ помощію высокаго предмета (напр. яблока подъ крестомъ колокольни). Для этого наводятъ на высокую точку A (черт. 111а) пересѣченіе нитей трубы теодолита, лимбъ котораго приведенъ въ горизонтальное положеніе и горизонтальная ось котораго занимаетъ положеніе ab, и опускаютъ трубу, замѣчая внизу на колокольнѣ точку S, въ которую проектируется пересѣченіе нитей. Послѣ этого переводятъ трубу черезъ зенитъ, поворачиваютъ алидаду около ея вертикальной оси MN, вслѣдствіе чего горизонтальная ось займетъ положеніе $b'a'$, вновь наводятъ пересѣченіе нитей трубы на точку A и опять опускаютъ трубу, замѣчая симметричную съ S точку S'. Раздѣливъ на глазъ SS' пополамъ точкою P, подымаютъ нѣсколько винтами yy опущенное плечо горизонтальной оси, вновь наводятъ крестъ нитей на точку A и смотрятъ, что крестъ нитей покроетъ точку P, или нѣтъ. Если нѣтъ, то весь пріемъ повторяютъ вновь, регулируя винтами yy положеніе горизонтальной оси h (черт. 78) до тѣхъ поръ, пока крестъ нитей, наведенный на точку A, при опусканіи трубы, не покроетъ точку P.



Черт. 111а.



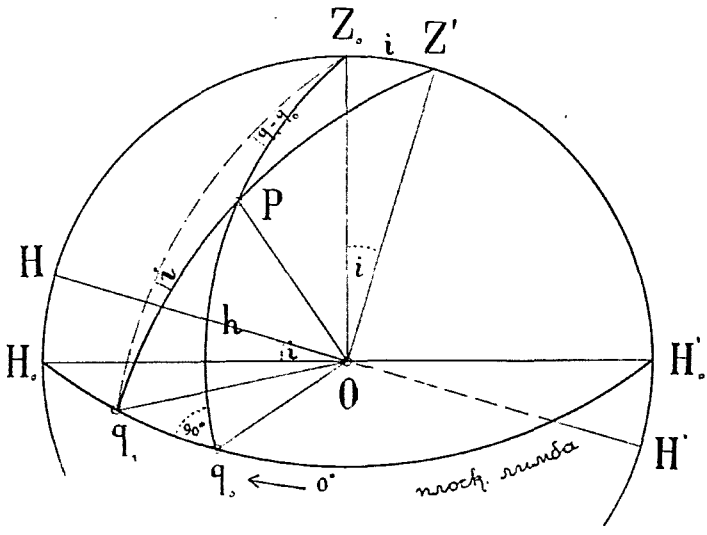
Черт. 112.



Черт. 113.

Если подставка не имѣетъ исправительныхъ винтовъ, то послѣ перевода трубы черезъ зенитъ и поворота алидады на 180° визирная ось трубы будетъ по прежнему описывать плоскость, наклонную относительно вертикальной плоскости, но уже въ противоположную сторону (черт. 112 и 113). Такъ какъ наклонъ α горизонтальной оси одинъ и тотъ же, то при наведеніи трубы на одну и ту же точку A мѣстности при двухъ ея положеніяхъ отсчеты по лимбу будутъ отличаться отъ истиннаго отсчета на одну и ту же величину i', зависящую отъ наклона i горизонтальной оси къ плоскости лимба L. На основаніи этого можно заключить, что для уничтоженія наклона i слѣдуетъ дѣлать два наведенія на одинъ и тотъ же пред-

метъ при двухъ положеніяхъ трубы (кремальерка вверхъ и кремальерка внизъ) и брать изъ сдѣланныхъ отсчетовъ полусумму, которую и принимать за вѣрный отсчетъ [1]), устанавливая на который верньеръ, можно придать алидадѣ нормальное положеніе. Послѣ чего винтами *уу* слѣдуетъ вернуть крестъ нитей на точку *A*. Чѣмъ выше предметъ *A*, тѣмъ болѣе *PS'*, т.-е. тѣмъ сильнѣе сказывается вліяніе ошибки наклона горизонтальной оси на отсчетъ по лимбу.



Черт. 111b.

Выведемъ выраженіе вліянія наклона горизонтальной оси къ плоскости лимба на величину отсчета на лимбѣ. Пусть горизонтальная ось *HH'* (черт. 111b). наклонена къ истинному ея положенію H_0H_0' на уголъ *i*, что равносильно наклону вертикальной оси OZ_0 въ положеніе *OZ'* на тотъ же уголъ *i* (такъ какъ присутствія какой-либо другой ошибки кромѣ *i* мы не предполагаемъ). Вслѣдствіе наклона *i* точка *P* спроектируется вмѣсто точки q_0 въ точку q_1 и $q_1 - q_0$ будетъ вліяніе *i* на отсчетъ q_1. Обозначимъ $q_1 - q_0$ черезъ (i).

Сферическій треугольникъ L_0Pq_1, въ которомъ примемъ $Pq_1 = Pq_0 = h$, даетъ

$$\frac{Sin\ i}{Sin\ (q_1 - q_0)} = \frac{Sin\ (90^0 - h)}{Sin\ h} \qquad \text{или } q_1 - q_0 = (i) = i\,.\,tgh \ . \ . \ . \ . \ (i)$$

это и есть искомое выраженіе. При $i = 1'$ и $h = 45^0$ найдемъ $(i) = 1'$, съ увеличеніемъ *h* увеличивается и (i).

Не пользуясь сферической тригонометріей, примѣнительно къ чертежу 111a, найдемъ то же выраженіе для (i) слѣдующимъ путемъ.

Если a_0b_0 есть истинное положеніе горизонтальной оси *ab* (черт. 111a) и *EM* есть визирная ось, причемъ $EM \perp a_0Mb_0$ (a_0b_0 — на чертежѣ сдѣлано пунктиромъ), то визирная ось, наведенная на точку *A*, опишетъ отвѣсную плоскость *APM*. Если же горизонтальная ось занимаетъ наклонное поло-

[1]) Это же видно изъ чертежа 111a; здѣсь горизонтальная ось вращенія трубы, наклоненная къ горизонту подъ угломъ *v*.

женіе $a'b'$, то визирная ось описываетъ наклонную плоскость $AS'M$. Объ эти плоскости пересѣкаются по линіи AM, причемъ образуютъ двугранный уголъ $PMAS_1$, мѣрою для котораго будетъ линейный уголъ $a_0Ma' = i$. Уголъ $PMS' = (i)$. При небольшой величинѣ угла наклона $AMP = h$, можно принять, что уголъ $PAS' = a_0Ma' = i$, тогда изъ

треугольника APM имѣемъ $\frac{AP}{MP} = tg\ AMP = tgh$ (1)

„ APS' „ $\frac{PS'}{AP} = tg\ PAS' = tgi$ (2)

„ MPS' „ $\frac{PS'}{MP} = tg\ PMS' = tg(i)$ (3)

Перемножая (1) и (2), найдемъ:

$$\frac{PS'}{MP} = tgi \,.\, tgh. \quad (4)$$

Сличеніе (3) и (4) даетъ

$$tg(i) = tgi \,.\, tgh$$

или по малости величинъ i и (i) можемъ принять

$$(i) = i \,.\, tgh.$$

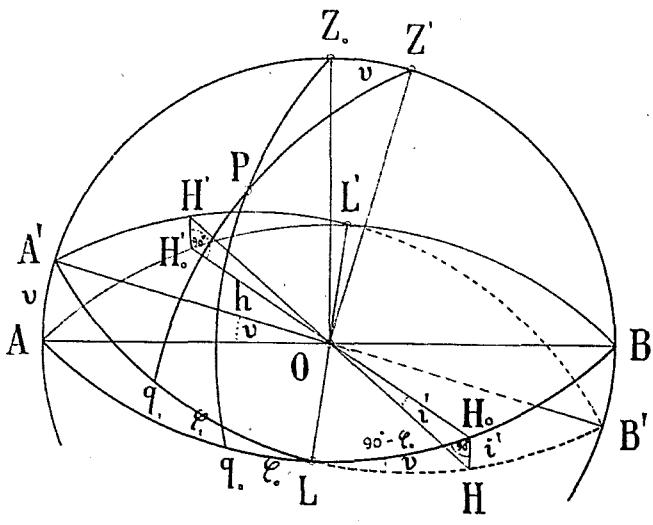
Если при измѣреніи угла оба предмета (лѣвый и правый) находятся надъ горизонтомъ лимба (или оба подъ горизонтомъ) и при томъ на одинаковыхъ высотахъ, то и вліянія на отсчеты по лимбу будутъ одинаковы какъ по величинѣ, такъ и по знаку, и при вычитаніи отсчетовъ (для полученія величины угла) погасятся. Если же $+h_1 = -h_2$, т.-е. одинъ предметъ выше горизонта, а другой ниже, то вліяніе наклона горизонтальной оси на уголъ удвоится.

Когда труба переводится черезъ зенитъ, то $+i$, послѣ перевода трубы черезъ зенитъ, переходитъ въ $-i$ и вліяніе на среднее ариѳметическое изъ отсчетовъ, сдѣланныхъ при двухъ положеніяхъ трубы на одинъ и тотъ же предметъ мѣстности, исключится.

Вліяніе наклона плоскости лимба на отсчетъ. Вліяніе наклона v плоскости лимба AB (черт. 111 с) на величину отсчета q_1 на лимбѣ можно найти, пользуясь сферической тригонометріею, такъ: если LL'—линія пересѣченія плоскостей лимба горизонтальнаго AB и наклоннаго $A'B'$, съ которою, допустимъ, совпадаютъ нули верньеровъ, то $Lq_1 - Lq_0 = \varphi_1 - \varphi_0$ есть искомое вліяніе (v) наклона v на φ_1. Наклонъ v лимба вызоветъ наклонъ i горизонтальной оси вращенія, и искать вліяніе (v) наклона v равносильно нахожденію вліянія i_1 на дѣлаемый отсчетъ φ, т.-е. $(v) = (i_1)$.

Отложивъ $LH = 90^0 - \varphi_1$ и $LH_0 = 90^0 - \varphi_0$, разсмотримъ треугольникъ HLH_0, въ которомъ H и H_0 суть концы проекцій горизонтальной оси вра-

щенія (H_0H_0' — на горизонтальный лимбъ и HH' — на наклонный) уголъ $H_0OH = i'$ наклоненію горизонтальной оси вращенія, происходящему отъ наклона лимба v. (Величина i' мѣняется отъ 0^0 до v). Изъ треугольника $H_0\,LH$ имѣемъ:



Черт. 111c.

$$\cos\varphi_0 = ctg\, v \,.\, tg\, i',$$

или

$$tg\, i' = tg\, v \,.\, \cos\varphi_0$$

По малости величинъ i' и v примемъ $i' = v \,.\, \cos\varphi_0$.

Такъ какъ $(v) = (i')$, а $(i') = i' \times tgh$, то $(v) = v \,.\, \cos\varphi_0 \,.\, tgh$ . . . . . (v) Наибольшее вліяніе будетъ при $\varphi = O = 180^0$, т.-е. на тупые углы.

Въ неблагопріятномъ случаѣ когда $\varphi = O^0 = 180^0$, $h = 45^0$ и $v = 2'$

$$(v) = 2'.$$

Обыкновенно v не болѣе $30'$ [1]) и $h = 6^0$; при $\varphi = O^0 = 180^0$ получимъ $tg\, 6^0 = 0{,}1$ и

$$(v) = 3'.$$

Само собою разумѣется, что если на лицо всѣ три ошибки, то необходимо взять сумму $(c) + (i) + (v)$.

§ 92. Измѣреніе горизонтальныхъ проложеній угловъ простымъ теодолитомъ на мѣстности состоитъ въ томъ, что, 1) вывѣривъ инструментъ, опредѣливъ точность его верньеровъ и замѣтивъ направленіе подписи нанесенныхъ дѣленій лимба, *центрируютъ* лимбъ, т.-е. приводятъ центръ лимба на одну отвѣсную линію съ вершиною измѣряемаго угла: сперва перестановкою всего штатива на землѣ, а затѣмъ движеніемъ инструмента по головѣ штатива до тѣхъ поръ, пока шпицъ отвѣса, прикрѣпленнаго къ крючку станового винта, придется надъ вершиною измѣряемаго угла, 2) приводятъ инструментъ въ горизонтальное положеніе по вывѣренному уровню, 3) провѣряютъ центрировку, 4) дѣлаютъ установку трубы для наблюденій, 5) ослабляютъ нажимательные винты алидады и трубы, 6) наводятъ сперва отъ руки грубымъ движеніемъ трубу на лѣвый предметъ, пока онъ появится въ полѣ зрѣнія трубы, для чего визированіе дѣлается поверхъ

[1]) Уклоненіе середины пузырька отъ середины трубки на пол-дѣленія (0,5) съ цѣною одного дѣленія уровня въ 1 минуту.

трубы, при этомъ, вращая алидаду, наклоняютъ трубу около горизонтальной оси, 7) уловивъ предметъ въ трубу, закрѣпляютъ нажимательные винты алидады и трубы и, дѣйствуя послѣдовательно, микрометреннымъ винтомъ алидады приводятъ предметъ на вертикальную нить сѣтки, а затѣмъ микрометреннымъ винтомъ трубы опускаютъ изображеніе предмета до точки пересѣченія вертикальной нити съ горизонтальной и 8) дѣлаютъ отсчеты на лимбѣ по обоимъ верньерамъ, 9) послѣ 1-го отсчета ослабляютъ нажимательные винты и дѣлаютъ наведеніе на правый предметъ, 10) сдѣлавъ второй отсчетъ по верньерамъ и взявъ среднее ариѳметическое изъ отсчетовъ по обоимъ верньерамъ числа минутъ, а число градусовъ съ 1-го верньера (какъ для 1-го такъ и для второго наведенія), *составляютъ разность среднихъ ариѳметическихъ*, которая даетъ величину измѣряемаго угла при одномъ положеніи трубы, 11) переводятъ трубу черезъ зенитъ и вновь повторяютъ измѣреніе угла [1]). За окончательную величину угла считаютъ полусумму изъ обоихъ результатовъ.

Такимъ образомъ, *измѣряемый уголъ получается на простомъ теодолитѣ какъ разность среднихъ ариѳметическихъ изъ отсчетовъ, сдѣланныхъ на лимбѣ при наведеніи на правый и лѣвый предметы при одномъ и томъ же неизмѣнномъ положеніи лимба.*

При измѣреніи угла въ полѣ ведется въ „полевой книжкѣ", всегда *на правой* ея сторонѣ (оставляя лѣвую сторону для *абриса),* карандашемъ запись сдѣланныхъ отсчетовъ въ геодезическомъ журналѣ слѣдующаго образца:

Геодезическій журналъ

измѣренія угловъ границы участка № , веденный 190 г..... -го.....

Инструментъ: теодолитъ Розенберга № 5520.

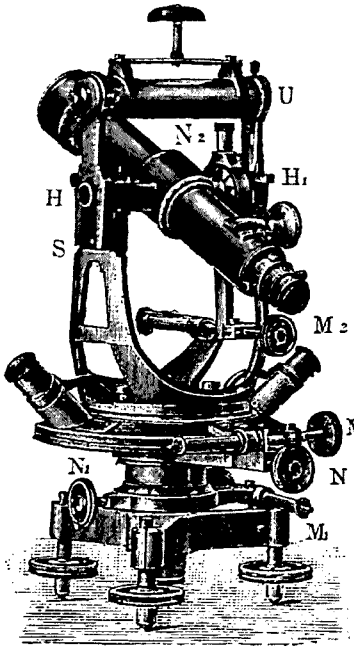
№ станціи.	Визируемые предметы (точки границы).	Отсчеты. Верньеръ I.	Отсчеты. II.	Среднее изъ отсчетовъ.	Уголъ.	Среднее изъ угловъ.	Примѣчаніе.
	I положеніе трубы (крем. вверху)						1) Точность верньеровъ 1′. 2) Подпись дѣленій по ходу часовой стрѣлки.
2	№ 1 (прав.) задній.	10° 8′	7′	10° 7′,5	135° 56′,5 [2])		
	№ 3 (лѣв.) передній.	234° 10′	12′	234° 11′			

[1]) Дѣлая наведеніе сперва на правый, а затѣмъ на лѣвый предметъ.

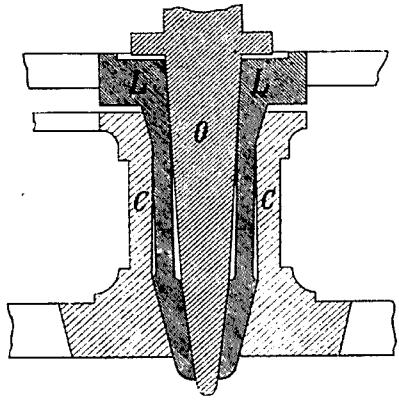
[2]) Здѣсь первые отсчеты (на правый предметъ) менѣе вторыхъ (на лѣвый предметъ), потому при вычитаніи къ первому отсчету 10° 7′,5 прибавлено 360°, такъ какъ нуль верньера прошелъ черезъ дѣленіе 360°.

№ станціи.	Визируемые предметы (точки границы).	Отсчеты. Верньеръ I.	Отсчеты. II.	Среднее изъ отсчетовъ.	Уголъ.	Среднее изъ угловъ.	Примѣчаніе.
	II положеніе трубы (к. н.)						
2	—	—	—	—	—	135°56′,75	3) При второмъ положеніи трубы лимбъ на штативѣ перемѣщенъ примѣрно на 120° [1]).
	№ 1 (прав.)	130° 15′	17′	130° 16′	135° 57′		
	№ 3 (лѣв.)	354° 18′	20′	354° 19′			
Уголъ наклона: 6°. Длина линіи со 2 на 3 точку (2—3): 147.15 с. Румбъ линіи: СВ : 15¾°.							
3	№ 2						
	№ 4						

§ 93. Повторительные и осложненные по устройству теодолиты. Теодолитъ системы механика Розенберга. Въ повторительномъ теодолитѣ Розенберга, изображенномъ на чертежѣ 114, лимбъ имѣетъ самостоятельное движеніе, для котораго и устроены нажимательный винтъ N_1 и микрометренный винтъ M_1, независимо отъ алидады, для которой существуетъ свой нажимательный винтъ N и свой микрометренный винтъ M. Въ остальномъ этотъ теодолитъ отличается отъ малаго теодолита Герляха еще и тѣмъ, что на горизонтальную ось HH_1 трубы накладывается на выступающіе изъ лагеръ ея концы H и H_1 цилиндрическій уровень помощію двухъ вилкообразныхъ подставокъ и удерживается на ней винтомъ S подставки (трегера) трубы, приходящимся между 2-мя зубцами одной изъ вилкообразныхъ подставокъ уровня.



Черт. 114.

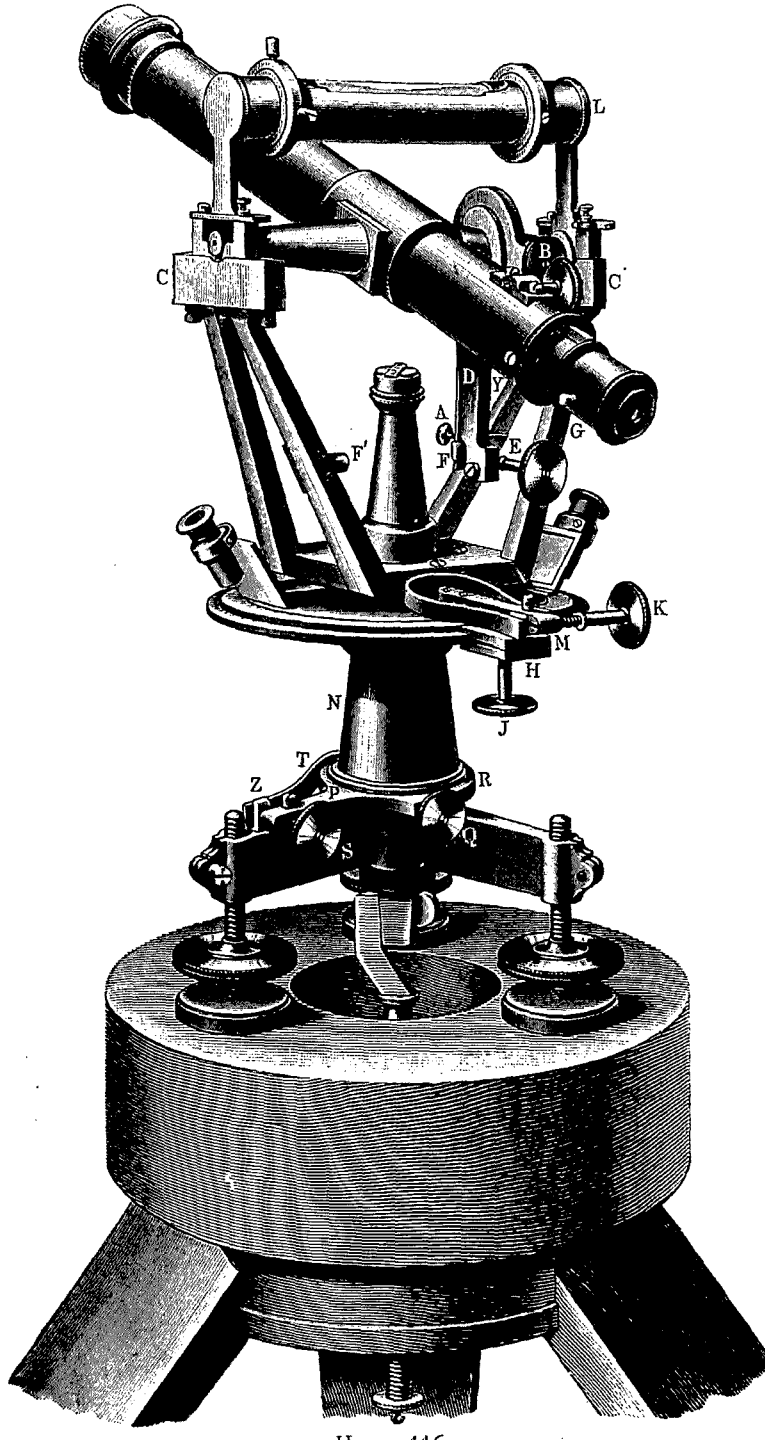


Черт. 115.

На чертежѣ 115 изображенъ вертикальный разрѣзъ осей повторительнаго теодолита. Коническая ось O алидады входитъ въ конусо-

[1]) Во избѣжаніе просчетовъ и вліянія невѣрности дѣленій лимба.

образное гнѣздо, имѣющееся въ оси L лимба; между обѣими осями



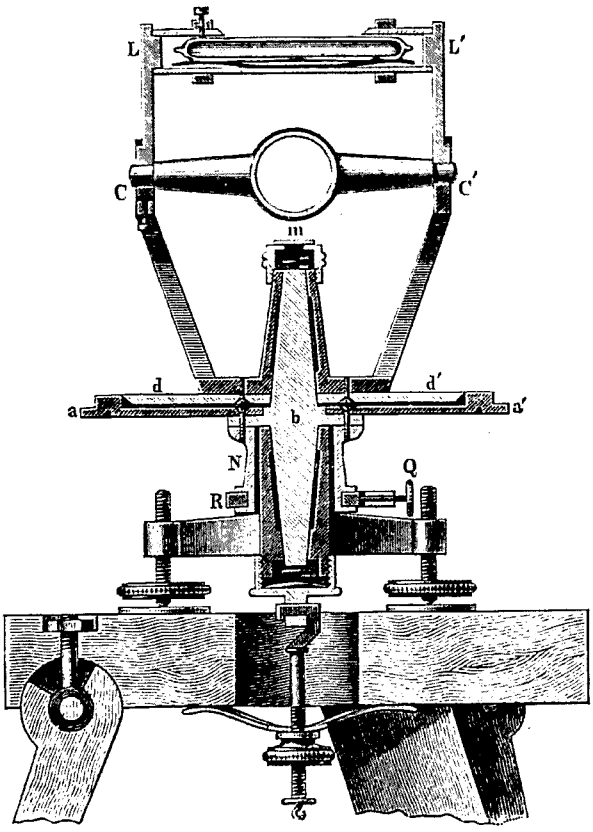
Черт. 116.

остается небольшой промежутокъ,[1]) и оси соприкасаются только вверху и внизу; это сдѣлано для ослабленія тренія въ осяхъ и предостав-

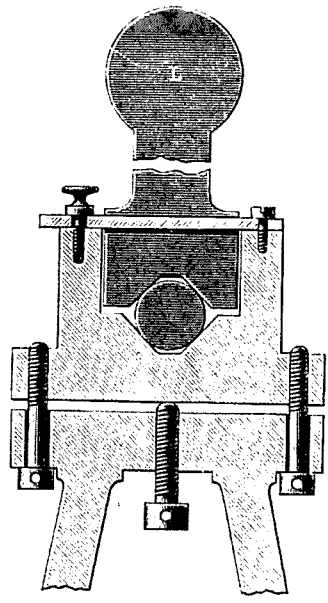
[1]) Это—то, что нѣмцы называютъ Spielraum.

ленія большей плавности движенію алидады по лимбу. Ось L лимба входитъ во втулку C, наглухо соединенную съ рукавами треножника, снабженными подъемными винтами. Чѣмъ лучше шлифованы обѣ оси теодолита, тѣмъ плавнѣе и свободнѣе движеніе лимба и алидады. Иногда при достаточно тяжелыхъ осяхъ теодолита для облегченія вѣса лимба и алидады эти послѣдніе дѣлаются не въ видѣ сплошной круговой шейбы, а въ видѣ кольца съ радіусами. Ось алидады въ большинствѣ случаевъ стальная, ось лимба томпаковая, а втулка C лимба—латунная.

На чертежахъ 116, 117, 118 и 119 изображенъ теодолитъ ганноверскаго механика Фрерка. Труба его не переводится черезъ зенитъ, но можетъ быть переложена въ лагерахъ подставки (трегера). Для перекладыванія трубы необходимо отодвинуть застежки лагеръ, освободивъ сперва винтики—кнопки у лагеръ, снять уровень L съ горизонтальной оси, отодвинуть въ сторону за кнопку стальную пружину-пластинку A трубы, ослабить нажимательный винтъ B трубы, приподнять трубу, отдѣливъ ее отъ лагеръ C и C' трегера, затѣмъ повернуть трубу такъ, чтобы объективъ занялъ мѣсто окуляра и вновь опустить трубу въ лагеры; при этомъ концы горизонтальной оси должны остаться на старыхъ мѣстахъ. Освобожденный рычагъ D съ микрометреннымъ винтомъ E трубы должно помѣстить противъ стержня F трегера, пружина A осторожно придвигается сзади стержня F, чрезъ что возстановится микрометренное движеніе трубы около горизонтальной оси, какъ только закрѣпимъ винтъ B. Изъ чертежа 117,



Черт. 117.



Черт. 118.

представляющаго вертикальный разрѣзъ теодолита Фрерка, можно видѣть устройство, такъ называемаго, *мюнхенскаго штатива*, прорѣзъ въ головѣ

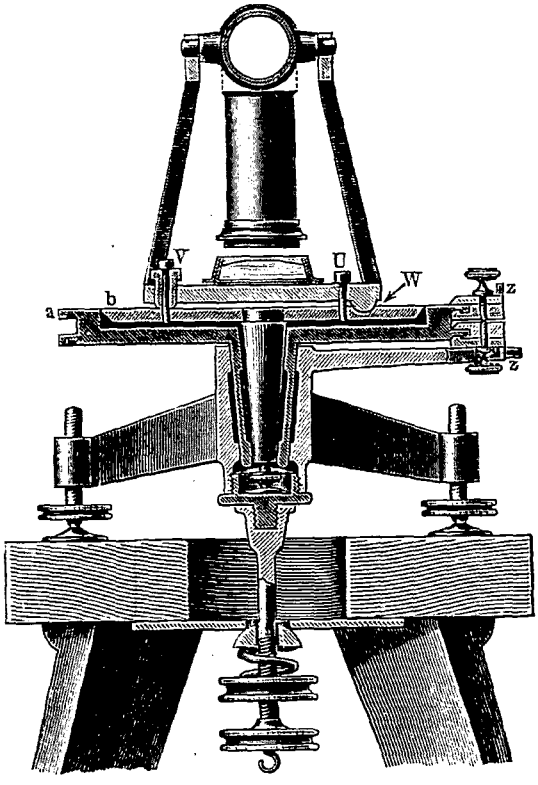
штатива для центрировки теодолита, становой винтъ съ гайкой и плоской *V*—образной пружиной, входящій крючкомъ въ петлю гайки, навинченной на втулку треножника. Въ этой второй гайкѣ имѣется мѣсто для пружины, поддерживающей ось *b* алидады и ослабляющей треніе въ осяхъ. Лимбъ винтиками скрѣпленъ съ втулкою *N*, вращающеюся на цилиндрѣ треножника, служащемъ гнѣздомъ для нижней части оси *b*.

Чертежъ 118 даетъ понятіе и видъ горизонтально распиленной одной изъ подставокъ *C* трегера для горизонтальной оси трубы съ тремя исправительными винтами, видъ лагера трубы, видъ поперечнаго сѣченія горизонтальной оси вращенія трубы съ посаженнымъ на нее уровнемъ *L* и видъ застежки—пластинки съ винтомъ направо, служащимъ осью вращенія застежки и винтомъ налѣво, прикрѣпляющимъ закрытую застежку къ гнѣзду (лагеру) горизонтальной оси трубы.

Чертежъ 119 даетъ понятіе о микрометренномъ движеніи хомута *STRP* (черт. 116), скрѣпляемаго съ втулкою *N* нажимательнымъ винтомъ *Q*, съ помощію плоской стальной пружины. Здѣсь соотвѣтственно чертежамъ 116 и 117, вверху нажимательный винтъ *Q*, внизу—микрометренный *S*.



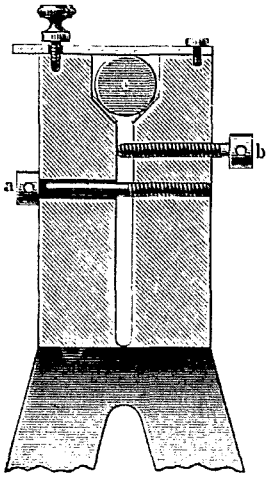
Черт. 119.



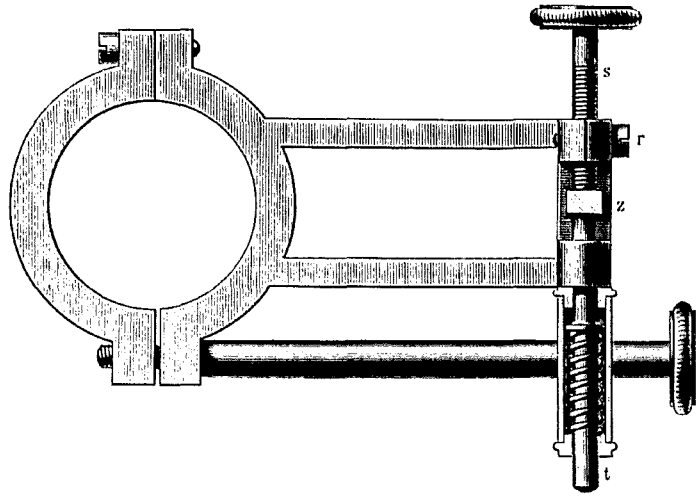
Черт. 120.

Чертежи 120 и 121 даютъ поперечный разрѣзъ повторительнаго теодолита механика Брейтгаупта въ Касселѣ и видъ вертикально распиленной подставки трубы съ двумя горизонтальными *a* и *b* исправительными вин-

тами, дѣйствуя которыми, можно съузить или расширить щель и тѣмъ приподнять или опустить горизонтальную ось вращенія трубы теодолита.



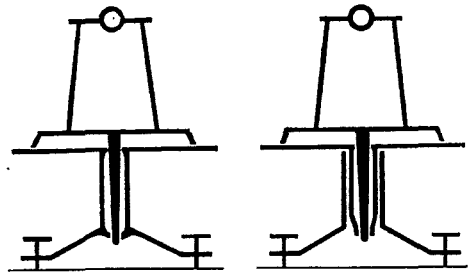
Черт. 121.



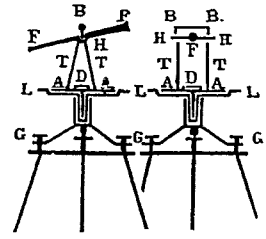
Черт. 122.

Чертежъ 122 даетъ намъ видъ микрометреннаго движенія хомута при дѣйствіи микрометреннымъ винтомъ *S*, послѣ закрѣпленія нажимательнаго винта, стягивающаго кольцо хомута-рамы, надѣтаго на втулку вертикальной оси вращенія лимба.

На чертежѣ 123 изображены схематически оси простого (налѣво) и повторительнаго (направо) теодолитовъ.



Черт. 123.



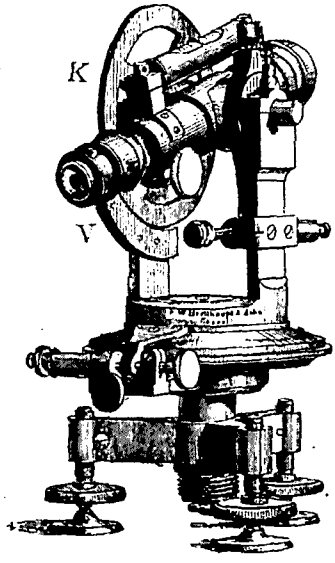
Черт. 124.

Чертежъ 124-й даетъ намъ схему повторительнаго теодолита; на немъ *GG*—подъемные или уравнительные винты, *LL*—лимбъ, *AA*—алидадный кругъ, *D*—круглый уровень, *TT*—трегеръ или подставка трубы, *HH*—горизонтальная ось вращенія трубы, *FF*—оптическая ось трубы и *BB* уровень, накладываемый на горизонтальную ось вращенія трубы [1]).

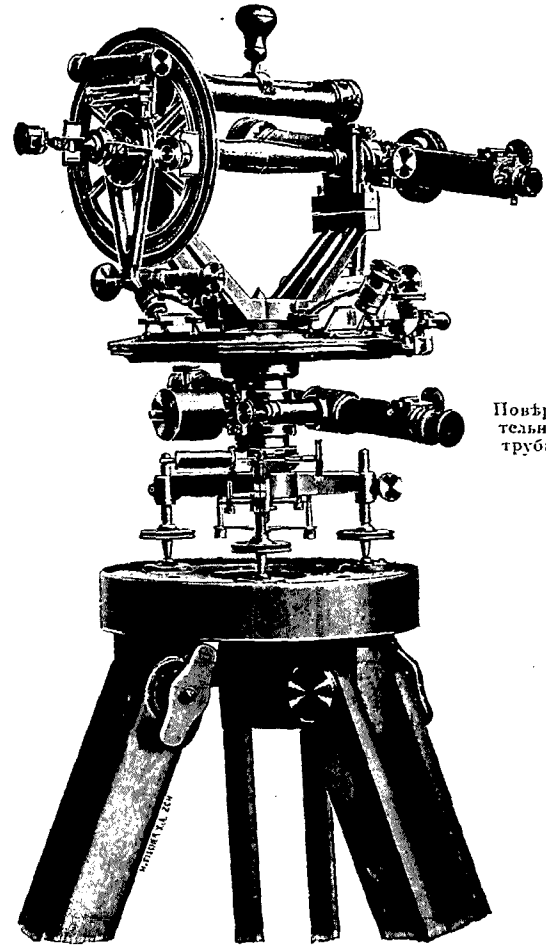
Кромѣ описанныхъ теодолитовъ встрѣчаются и другіе теодолиты, имѣющіе нѣкоторое осложненіе въ своемъ устройствѣ. Добавочныя ихъ

[1]) Въ видѣ упражненія предлагаю вычертить схематически оси теодолита Фрерка согласно черт. 117.

части состоятъ изъ а) вертикальнаго круга K съ верньеромъ V (черт. 125), или его части (полукруга, сектора), служащихъ для измѣренія угловъ наклоненія (или зенитныхъ разстояній), б) уровня на трубѣ (черт. 125), ось котораго параллельна визирной оси трубы, для полученія горизонтальнаго луча зрѣнія въ трубу, в) двухъ дополнительныхъ горизонтальныхъ дальномѣрныхъ нитей въ трубѣ для опредѣленія помощію ихъ разстояній безъ непосредственнаго ихъ измѣренія и г) буссоли, т.-е. снаряда, служащаго для *оріентированія* линіи



Черт. 125.



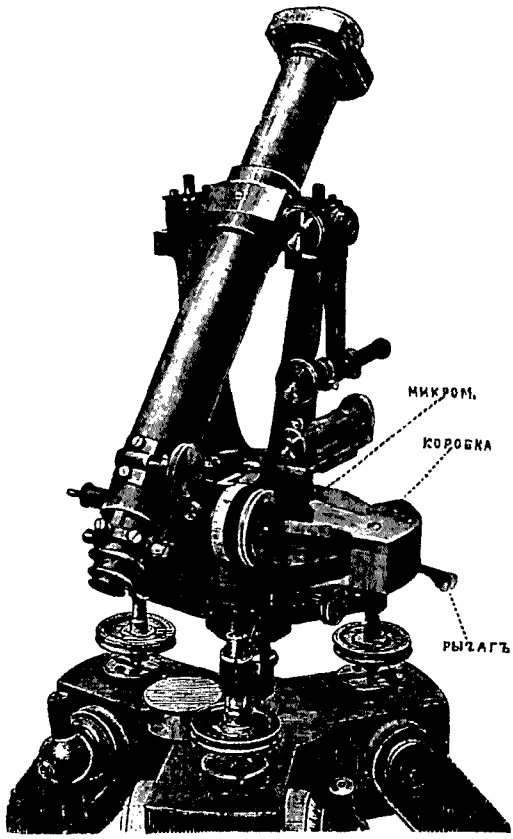
Черт. 126.

визированія относительно меридіана, д) повѣрительной трубы, помѣщающейся внизу лимба (черт. 126) и скрѣпляющейся съ нимъ, въ цѣляхъ обнаруженія малѣйшихъ его движеній послѣ того, какъ лимбъ закрѣпленъ неподвижно, а вращается одна алидада. Всѣ эти части не являются необходимыми принадлежностями угломѣрнаго инструмента, а дѣлаютъ его болѣе общимъ (*универсальнымъ*), пригоднымъ для всевозможныхъ пріемовъ съемокъ какъ горизонтальной, такъ и вертикальной. Чертежъ 126 представляетъ собою изображеніе десятисекуднаго теодолита механика *Керна* въ Аарау (Швейцарія).

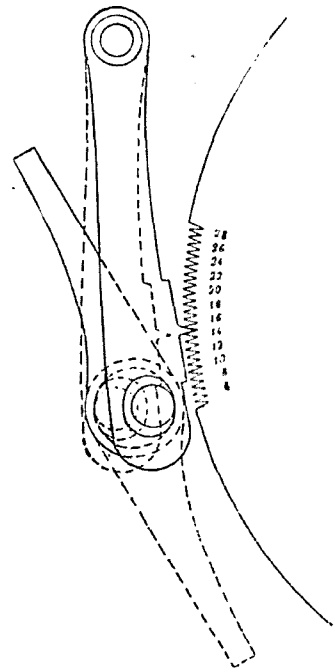
Чертежъ 126с (стр. 140) даетъ общій видъ теодолита системы Деннертъ и Папе съ закрытымъ чехломъ косымъ лимбомъ. Чехолъ, защищающій лимбъ отъ пыли, сдѣланъ изъ мѣди. Для видимости верньеровъ и прилегающихъ къ нимъ частей лимба въ чехолъ вдѣланы два стекла. Нажимательный и микро-

метренный винты алидады у этого теодолита устроены согласно чертежа 122. Кромѣ указанныхъ здѣсь типовъ, обращаютъ на себя вниманіе теодолитъ дрезденскаго механика *Heyde* (черт. 125 a и 125 b). и теодолит. берлинской фирмы A. Meissner'a (черт. 126 a 126 б).

Теодолитъ Heyde. Устройство этого теодолита въ краткихъ словахъ слѣдующее. Горизонтальный кругъ не имѣетъ обычнаго дѣленія на градусы, но по краю его сдѣлано весьма точно 360 зубцовъ (на чертежѣ не видно, т. к. лимбъ закрытъ). Эти зубцы будемъ называть „градусными зубчиками". Съ алидадной частью соединена коробка, въ которой помѣщается зубецъ точно



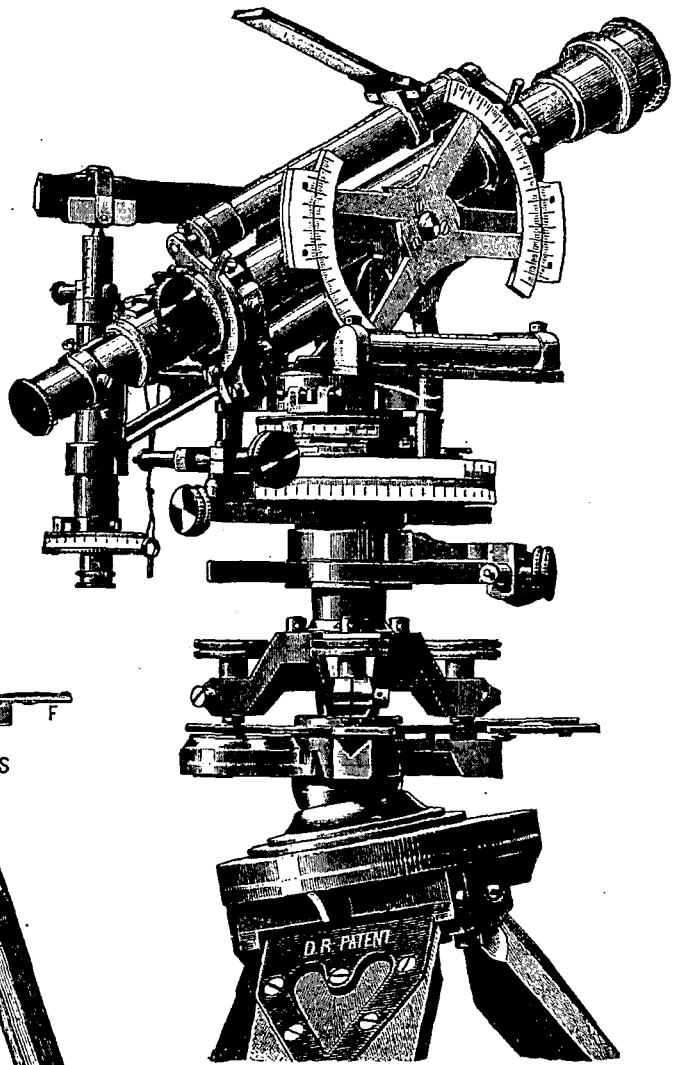
Черт. 125a.



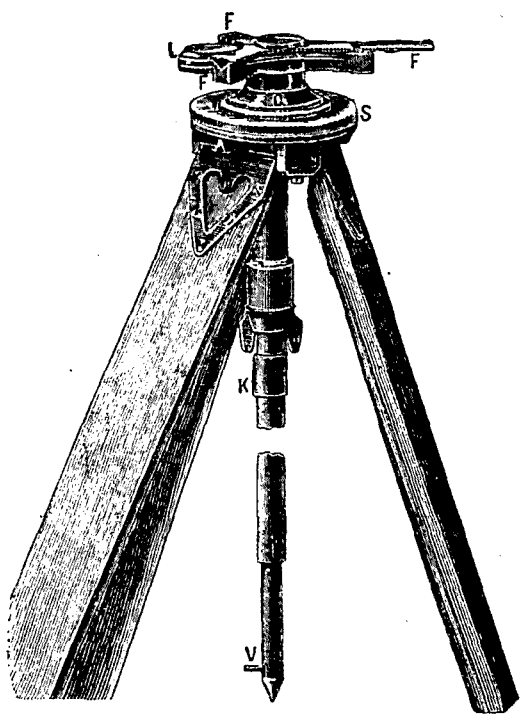
Черт. 125b.

соотвѣтствующій „градуснымъ зубчикамъ" (черт. 125 b). Эксцентрически расположенный рычагъ даетъ возможность включать и выключать, а также и передвигать этотъ зубецъ по „градуснымъ зубчикамъ". Передвиженіе нужно производить легко и съ аккуратностью, чтобы зубцы, попавъ одинъ на другой, не поломались. Наведеніе на предметъ и отсчетъ по лимбу производится слѣдующимъ образомъ. Выключивъ зубецъ, наводятъ трубу на предметъ сначала грубымъ движеніемъ, а затѣмъ, включивъ его рычагомъ, дѣлаютъ наведеніе на предметъ точно микрометреннымъ винтомъ алидады. Одинъ оборотъ этого микрометреннаго винта соотвѣтствуетъ передвиженію алидады на одинъ зубчикъ (т. е. на 1°). Для отсчитыванія оборотовъ

винта и ихъ частей съ микрометреннымъ винтомъ соединенъ, такъ называемый, *барабанъ, раздѣленный на 60 частей* (см. черт. 125 a). Каждое такое дѣленіе соотвѣтствуетъ такимъ образомъ 1′. Оцѣнкою на глазъ можно получить 0′,1. Градусные зубчики написаны цыфрами отъ 0 до 360 (см. черт. 125b) и прочитываются въ вырѣзѣ чехла, при помощи лупы. Къ сказанному нужно прибавить, что труба у теодолита переводится черезъ зенитъ, а лимбъ можетъ самостоятельно вращаться (т. е. теодолитъ системы *Heyde* есть повторительный теодолитъ).



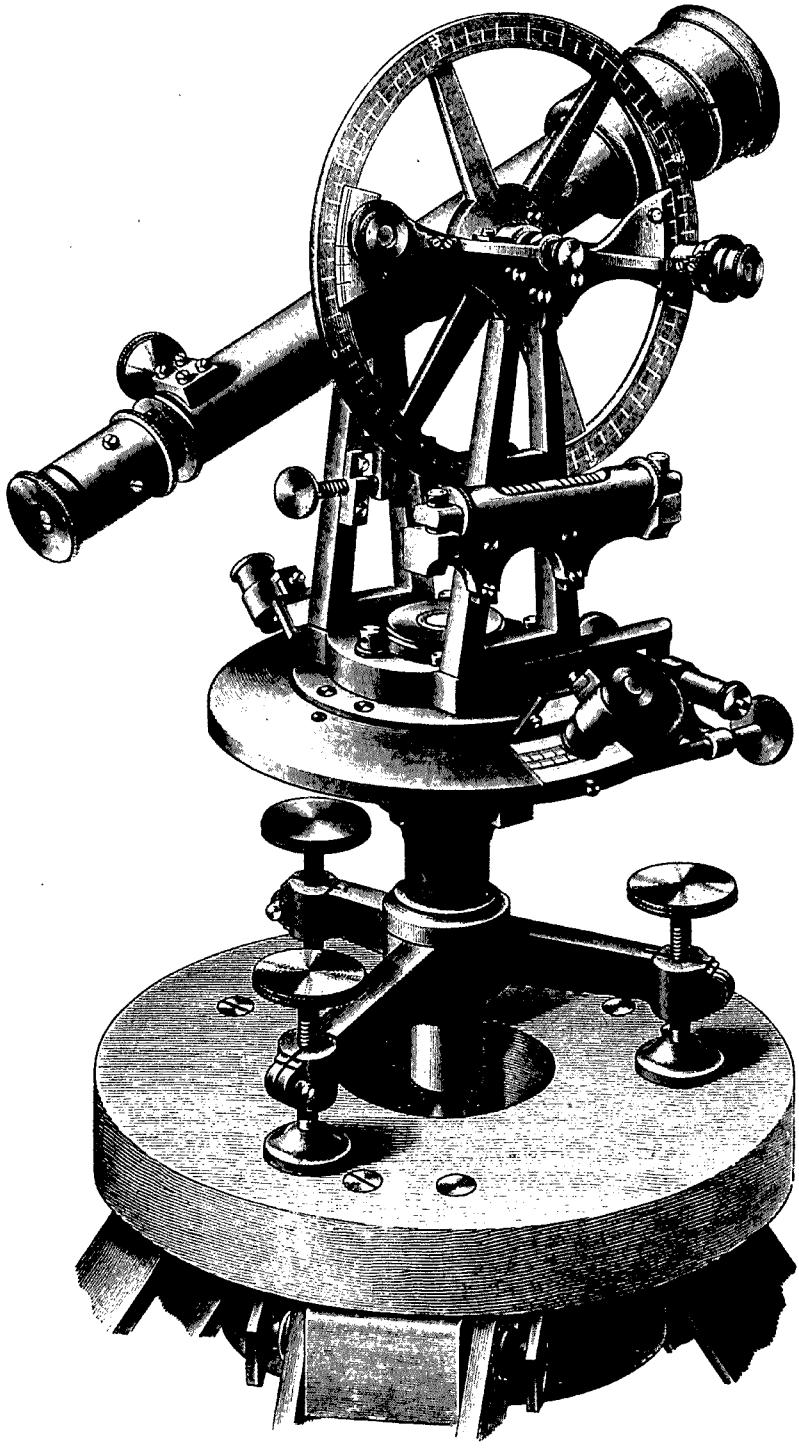
Черт. 126a.



Черт. 126 b.

Теодолитъ берлинской фирмы *A. Meissner*'a съ приспособленіемъ для одновременнаго приведенія лимба (цилиндрической формы) въ горизонтальное (а его боковой поверхности въ отвѣсное) положеніе и для его центрировки (стержнемъ *k*, вмѣсто нити отвѣса) изображенъ на черт. 126a и 126b. Внизу стержня перпендикулярно къ нему проходитъ штифтъ *v*, на который надѣвается педаль. Наступая ногой на педаль, удерживаютъ шпицъ стержня *k* надъ вершиною угла. Въ головѣ

s штатива сдѣлано углубленіе—полусфера *c*, въ которой скользитъ полушаріе, этимъ полушаріемъ оканчивается голова стержня *k*. На головѣ

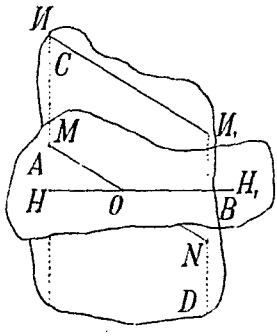


Черт. 126 с.

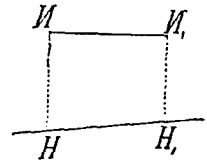
стержня имѣется втулка, на которую навинчивается скоба съ застежкою *F* и желобками для подъёмныхъ винтовъ треножника теодолита; при скобѣ

помѣщенъ круглый уровень L. Станового винта у инструмента нѣтъ. Голова s штатива можетъ стоять наклонной, когда инструментъ приведёнъ въ горизонтальное положеніе (черт. 126а) и *одновременно* центрированъ.

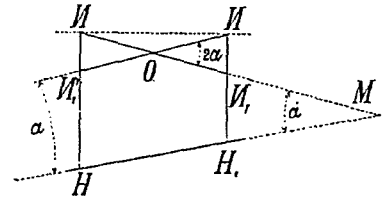
§ 94. Повѣрки повторительнаго и осложненныхъ по устройству теодолитовъ. Повѣрка уровня, посаженнаго на горизонтальную ось вращенія трубы. Сообразно съ осложненіемъ устройства теодолита увеличится и число его повѣрокъ. Каждая дополнительная часть въ устройствѣ создаетъ новое условіе, выполненіе котораго приходится провѣрять въ инструментѣ. Такъ, напримѣръ, въ повторительномъ теодолитѣ (см. черт. 114), сравнительно съ простымъ теодолитомъ, добавленъ уровень на горизонтальной оси вращенія трубы и лимбъ сдѣланъ подвижнымъ, т.-е. прибавлена еще вертикальная ось вращенія лимба,—поэтому отъ повторительнаго теодолита (Розенберга) придется потребовать, чтобы *ось* 1) *цилиндрическаго уровня, помѣщающагося на горизонтальной оси вращенія трубы, лежала въ одной плоскости съ горизонтальной осью вращенія трубы и* 2) *была бы ей параллельна.* Провѣряется выполненіе этого условія весьма просто.



Черт. 127.



Черт. 128,



Черт. 129.

Чтобы убѣдиться, находятся ли обѣ оси въ одной плоскости, необходимо привести пузырекъ уровня на середину трубки и начать вращать уровень, *не* снимая его, вокругъ оси HH_1, (черт. 114), т.-е. немного наклонять его впередъ и назадъ, и слѣдить за отклоненіемъ пузырька. Если при наклоненіи уровня впередъ, а затѣмъ назадъ, пузырекъ уровня начнетъ отклоняться въ разныя стороны (т.-е. сперва напр. влѣво, а затѣмъ вправо), то это укажетъ намъ, что поперемѣнно то лѣвое плечо уровня, то правое его плечо лежитъ выше (сравнительно съ другимъ), куда и уклоняется пузырекъ уровня. А это можетъ быть лишь въ томъ случаѣ, когда ось уровня $ИИ_1$ и горизонтальная ось вращенія HH_1 (черт. 127) *не* находятся въ одной плоскости. Такъ, если допустимъ, что HH_1 лежитъ въ горизонтальной плоскости AB, а ось $ИИ_1$ не лежитъ въ отвѣсной плоскости, проходящей черезъ HH_1, то, вообразивъ черезъ ось $ИИ_1$ отвѣсную плоскость CD, можно въ этой плоскости черезъ точку O оси HH_1 провести линію MN, параллельную $ИИ_1$. При вращеніи $ИИ_1$, или все равно MN, около HH_1 очевидно, что поочередно, то конецъ M будетъ выше линіи HH_1, то ко-

нецъ N станетъ приподниматься надъ линіею HH_1 [1]), а это будетъ сопровождаться уклоненіемъ пузырька то влѣво, то вправо. Напротивъ того, отклоненіе пузырька только въ одну сторону какъ при наклонѣ впередъ, такъ и при наклонѣ назадъ, подтвердитъ, что обѣ оси лежатъ въ одной плоскости, уклоненіе же укажетъ, который именно конецъ уровня приподнятъ. Исправленіе ошибки дѣлается *горизонтальными* винтами при подставкѣ (оправѣ) уровня (черт. 116).

Ось уровня II будетъ тогда параллельна горизонтальной оси HH_1 вращенія трубы, когда подставки уровня HI и H_1I_1 будутъ равны между собою (черт. 128). Пусть уровень наложенъ на горизонтальную ось HH_1 вращенія трубы, замѣтимъ положеніе подставокъ, для чего поставимъ уровень III' параллельно двумъ подъемнымъ винтамъ и, дѣйствуя ими, приведемъ пузырекъ уровня на середину трубки, т.-е. сдѣлаемъ III_1 горизонтальной лині ей.

Чтобы обнаружить, равны ли подставки уровня [2]), перемѣнимъ ихъ мѣста, *т.-е. переложимъ уровень на горизонтальной оси* такъ, чтобы лѣвая подставка IH заняла мѣсто правой подставки H_1I_1 и наоборотъ. Если подставки равны, то пузырекъ долженъ оставаться на серединѣ, такъ какъ подъ подставками HI и H_1I_1 мы подразумѣваемъ двѣ параллельныя линіи. А если двѣ параллельныя линіи HI и H_1I_1 равны, то и линіи III_1 и HH_1, соединяющія концы двухъ равныхъ и параллельныхъ, также будутъ равны и параллельны. Отклоненіе середины пузырька отъ середины трубки укажетъ на отсутствіе равенства подставокъ уровня, а слѣдовательно и параллелизма между осью уровня III_1 и горизонтальною осью HH_1 вращенія трубы. Пусть пузырекъ уровня (послѣ переложенія уровня) отклонился отъ середины трубки, тогда дуга отклоненія выразитъ двойной уголъ $2\alpha = IOI'$ наклона α между осью III_1 уровня и осью HH_1 трубы, что ясно изъ чертежа 129 (см. также статью объ уровняхъ § 53). Подставки IH и I_1H_1 выравниваются съ помощью исправительнаго винта при уровнѣ, лежащаго въ вертикальной плоскости (на черт. 114 направо вверху). Дѣйствуя этимъ винтомъ, выравниваютъ подставки; при этомъ ось уровня перемѣстится за уголъ α тогда, когда подъ дѣйствіемъ исправительнаго винта середина пузырька перемѣстится на середину дуги отклоненія.

Назначеніе уровня, посаженнаго на горизонтальную ось вращенія трубы, состоитъ въ томъ, чтобы приводить ось вращенія трубы въ горизонтальное положеніе, и тѣмъ самымъ вывѣренную коллимаціонную плоскость трубы ставить въ отвѣсное положеніе.

Съ помощію уровня, параллельнаго горизонтальной оси вращенія трубы, легко повѣрить равенство обѣихъ подставокъ P (трегера) трубы у любого теодолита, имѣющаго такой уровень, или, что то же самое, повѣрить параллельность горизонтальной оси вращенія трубы плоскости лимба (ея перпендикулярность къ вертикальной оси вращенія инструмента).

[1]) Ибо линія MN опишетъ 2 конуса съ вершинами въ точкѣ O.

[2]) Подъ подставками понимаемъ разстоянія IH и I_1H_1 отъ оси уровня до горизонтальной оси HH_1 вращенія трубы.

Для этого, убѣдившись предварительно перекладываніемъ уровня въ томъ, что ось его параллельна оси HH_1 вращенія трубы, устанавливаютъ подъемными винтами теодолита пузырекъ уровня на середину трубки, дѣлаютъ на горизонтальномъ кругѣ (лимбѣ) по верньерамъ отсчеты и *поворачиваютъ алидаду точно по отсчету на 180°*. Отклоненіе середины пузырька отъ середины трубки уровня укажетъ на неравенство подставокъ у горизонтальной оси вращенія трубы (неравенство плечей трегера), или, что то же самое, на непараллельность оси HH_1 вращенія трубы плоскости лимба. Исправленіе дѣлается 3-мя винтами при подставкѣ (см. черт. 118) или 2-мя *a* и *b* (черт. 121).

§ 95. Повѣрка совпаденія вертикальныхъ осей повторительнаго теодолита. Отъ вертикальныхъ осей алидады и лимба необходимо требовать, чтобы они совпадали или были параллельны. Обнаружить это можно такъ: привести плоскость алидады при помощи имѣющагося на ней уровня, (см. конецъ § 89), въ горизонтальное положеніе, закрѣпить алидаду нажимательнымъ ея винтомъ при лимбѣ и начать вращать лимбъ съ прикрѣпленною алидадою около вертикальной оси лимба. Если оси не совпадаютъ, то пузырекъ уровня будетъ отходить отъ середины трубки, такъ какъ ось алидады, пересѣкаясь съ осью лимба, при вращеніи станетъ описывать конусъ около оси лимба. Недостатокъ этотъ можетъ быть устраненъ только механикомъ.

§ 96. Измѣреніе угловъ повторительнымъ теодолитомъ. Непосредственное чтеніе величины угла по лимбу. Если теодолитъ повторительный, то при употребленіи его можно, прежде чѣмъ наводить трубу на лѣвый предметъ, установить ноль верньера алидады на ноль лимба [1]), закрѣпить алидаду при лимбѣ, ослабить нажимательный винтъ лимба и *движеніемъ лимба* (*вмѣстѣ съ закрѣпленною на немъ алидадою*) навести трубу на лѣвый предметъ, тогда и отсчетъ на лѣвый предметъ будетъ ноль. Закрѣпивъ лимбъ его нажимательнымъ винтомъ, движеніемъ алидады по лимбу наводятъ трубу на правый предметъ—тогда на лимбѣ второй отсчетъ, сдѣланный по тому же верньеру, выразитъ величину измѣряемаго угла. Для того же, чтобы быть спокойнымъ относительно неподвижности лимба при движеніи по немъ алидады при направленіи трубы на правый предметъ, т.-е. чтобы убѣдиться *въ отсутствіи большого тренія въ вертикальныхъ осяхъ теодолита*, могущаго служить причиною движенія лимба за алидадою, *необходимо*, послѣ наведенія алидады на правый предметъ, сдѣлавши 2-ой отсчетъ на лимбѣ, *продолжать вращать ее въ ту же правую сторону*, пока въ трубѣ покажется вновь лѣвый предметъ. Сдѣлавъ вновь *второе* наведеніе на первый предметъ, убѣждаются въ томъ, что *не* измѣнялся первый отсчетъ, т.-е. ноль, на который была сдѣлана установка алидады. Если первый отсчетъ измѣнился, то повторяютъ измѣреніе угла при томъ же положеніи трубы.

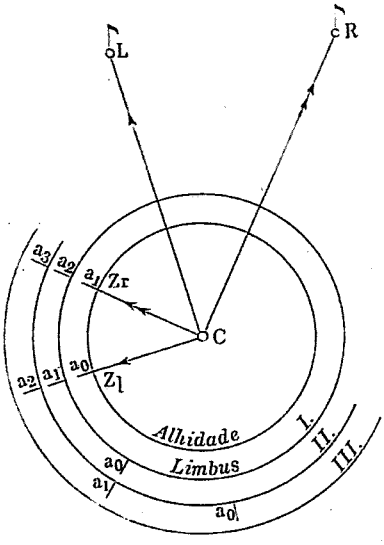
---

[1]) Особенно удобно это дѣлается въ теодолитѣ фирмы Ѳ. Швабе, о которомъ будетъ сказано ниже; у него достаточно поставить нажимательный винтъ алидады надъ нажимательнымъ винтомъ лимба, чтобы совпаденіе нулей совершилось.

§ 97. Значеніе повѣрительной трубы . Для большей возможности слѣдить за неподвижностію лимба, во время движенія алидады, къ втулкѣ лимба (см. черт. 126) прикрѣпляется, такъ называемая, *повѣрительная* труба.

Послѣ наведенія верхней зрительной трубы алидады на лѣвый предметъ, наводятъ повѣрительную трубу на хорошо освѣщенный предметъ, для чего ослабляютъ ея нажимательный винтъ и вращаютъ ее около втулки лимба. Наведя на избранный предметъ повѣрительную трубу, ее тщательно закрѣпляютъ подъ лимбомъ, убѣждаются въ томъ, что верхняя труба не сдвинулась, и нажимательный винтъ лимба крѣпко завернутъ, и уже послѣ этого начинаютъ вращать алидаду для наведенія верхней трубы на правый предметъ.

Установивъ верхнюю трубу на правый предметъ микрометренными винтами при алидадѣ и горизонтальной оси вращенія трубы, убѣждаются, что крестъ нитей повѣрительной трубы остался на прежнемъ мѣстѣ. Убѣдившись въ неподвижности лимба, дѣлаютъ отсчетъ по верньерамъ. Въ противномъ случаѣ микрометреннымъ винтомъ лимба ставятъ повѣрительную трубу на прежнее мѣсто, поправляютъ наведеніе верхней трубы и только тогда уже дѣлаютъ отсчеты на лимбѣ. Если труба алидады послѣдовательно наводится на два, три и болѣе предмета, то два, три и т. д. разъ смотрятъ въ повѣрительную трубу и слѣдятъ за неподвижностію лимба.



Черт. 130.

Повѣрительная труба, какъ осложняющая устройство угломѣрнаго инструмента и увеличивающая его стоимость, рѣдко встрѣчается въ инструментахъ нѣмецкихъ мастеровъ.

§ 98. Измѣреніе угловъ способомъ повтореній. На лимбѣ повторительнаго теодолита можно получить уголъ, кратный данному, т.-е. повторенный нѣсколько разъ. Пріемъ измѣренія угла LCR (черт. 130) *способомъ повторенія* заключается въ слѣдующемъ: установивъ повторительный теодолитъ въ вершинѣ угла, т.-е. процентрировавъ лимбъ, и приведя его въ горизонтальное положеніе, приводятъ нуль алидады въ совпаденіе съ нулемъ лимба и устанавливаютъ трубу для наблюденій; послѣ этого *движеніемъ лимба* около его вертикальной оси вращенія *наводятъ трубу на лѣвый предметъ* L, закрѣпляютъ нажимательный винтъ лимба и *движеніемъ алидады наводятъ трубу на правый предметъ* R, послѣ чего дѣлаютъ отсчетъ на лимбѣ только по одному 1-му верньеру Zr [1]), чтобы опредѣлить приблизительную величину угла или, все равно, величину измѣряющей его дуги $Z_l Z_r$. Здѣсь,

[1]) Который былъ установленъ на нулѣ лимба.

на черт. 130, предполагаемъ, что въ точкѣ a_o на лимбѣ стоитъ O^0, а въ точкѣ a_1 остановился (на лимбѣ) ноль верньера Zr при установкѣ трубы на точку R. Такъ какъ послѣ наведенія трубы на точку R нажимательный винтъ алидады будетъ закрѣпленъ, то отсчетъ a_1 остается безъ измѣненія. Если теперь, ослабивъ нажимательный винтъ лимба, движеніемъ лимба вторично наведемъ трубу на лѣвый предметъ, т. е. закрѣпивъ нажимательный винтъ лимба, сдѣлаемъ точное наведеніе на лѣвый предметъ микрометреннымъ винтомъ лимба, то вмѣстѣ съ лимбомъ мы передвигаемъ и ноль лимба изъ Z_l въ a_o на окружности Limbus I, а точку Zr — въ a_1 той же окружности, на мѣсто Zl. Очевидно, что $a_o\ a_1 = Z_l\ Z_r$. Если теперь ослабимъ нажимательный винтъ алидады, движеніемъ алидады по лимбу наведемъ трубу вновь на правый предметъ, то индексъ Z изъ точки a_1 окружности I перемѣстится въ точку a_2 окружности I, и дуга (окружности I) $a_o\ a_2 = a_o\ a_1 + a_1 a_2 = 2\ LCR$ будетъ соотвѣтствовать двойному измѣряемому углу LCR. Чтобы повторить еще разъ уголъ на лимбѣ, достаточно вновь движеніемъ лимба навести трубу на лѣвый предметъ, а движеніемъ алидады на правый предметъ, тогда дуга $a_o\ a_3$ будетъ соотвѣтствовать тройному углу LCR. Очевидно, если въ точкѣ a_3 сдѣлаемъ отсчетъ и полученную градусную величину раздѣлимъ на три, то получимъ ординарный уголъ LCR. Пусть точность верньера 2 минуты, приблизительный уголъ $125^0 20'$, *повтореній сдѣлано три*, тогда на лимбѣ должна получиться дуга $a_o\ a_3$ приблизительно $(125^0 20' \times 3) = 376^0$. На лимбѣ только 360 градусныхъ дѣленій, слѣдовательно нуль верньера, пройдя полную окружность, продвинется далѣе по лимбу и остановится гдѣ-нибудь возлѣ 16^0. Число прохожденій нуля верньера черезъ нуль лимба должно быть замѣчено наблюдателемъ. Въ нашемъ примѣрѣ оно $= 1$.

Если $LCR = \alpha$, то общая формула будетъ для дуги $a_o\ a_n$ такая:

$$a_o\ a_n = n\alpha = k \cdot 360^0 + t,$$

гдѣ n — число повтореній угла, k—число прохожденій нуля верньера мимо нуля лимба, и t — послѣдній отсчетъ по лимбу.

Ординарный уголъ

$$\alpha = \frac{k \cdot 360 + t}{n}.$$

Для нашего примѣра, пусть $t = 15^0 58'$, причемъ число минутъ взято какъ среднее ариѳметическое показаній обоихъ верньеровъ, тогда

$$\alpha = \frac{360 + 15^0 58'}{3} = \frac{375^0 58'}{3} = 125^0 19' 20''.$$

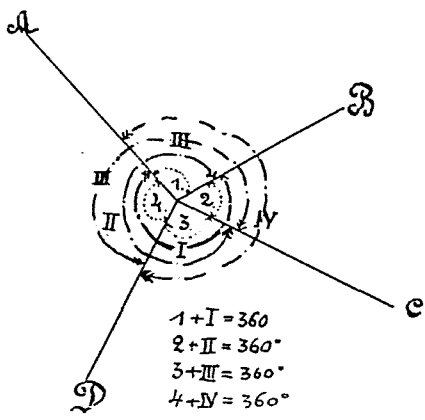
Отсюда видно, что послѣ повторенія уголъ можетъ получиться съ точностію, большею чѣмъ таковую имѣетъ верньеръ. Къ сказанному прибавимъ 1) что уголъ, при повтореніи его, при новомъ положеніи трубы (кремальерка *внизу*), измѣряется на новомъ мѣстѣ лимба, для чего, если верньеровъ два, и разстояніе между ними равно 180^0, алидаду устанавливаютъ на $\frac{180^0}{m}$ = цѣлому числу градусовъ, гдѣ m произвольно, при 4 верньe-

рахъ установка дѣлается на $\frac{90^0}{m}$, ибо разстояніе между верньерами $= 90^0$,

2) иногда при новомъ положеніи трубы (кремальерка внизу) наводятъ трубу движеніемъ лимба на правый предметъ, а движеніемъ алидады на лѣвый предметъ, черезъ что послѣдній отсчетъ на лимбѣ получается какъ дополненіе истиннаго отсчета до 360^0, если послѣ перевода трубы черезъ зенитъ ноль верньера былъ предварительно установленъ на нулѣ лимба. Если же напр., ноль установленъ на 90^0 и, послѣ трехкратнаго повторенія угла, мы замѣтили, что нуль перваго верньера 1 разъ прошелъ черезъ 90^0 лимба, и послѣдній отсчетъ $= 74^0 4'$, то онъ есть дополненіе до 90^0 истиннаго отсчета, который слѣдовало бы сдѣлать на лимбѣ. Итакъ, если $90^0 - 3\alpha + 360^0 = 74^0 4'$, то изъ этого равенства слѣдуетъ, что

$$\alpha = \frac{360^0 + 90^0 - 74^0 4'}{3}$$

или $\alpha = 125^0 18' 40''$. Среднее $\alpha = 125^0 19'$.



Черт. 130a.

§ 99. Измѣреніе угловъ способомъ пріемовъ (способъ наблюденія отдѣльныхъ направленій). Подъ измѣреніемъ угла въ тѣсномъ смыслѣ понимается случай, когда изъ данной точки, въ которой установленъ лимбъ теодолита, наблюдаются два сигнала (вѣхи) лѣвый и правый. Способъ наблюденія отдѣльныхъ направленій предполагаетъ, что на горизонтѣ лимба расположено болѣе, чѣмъ два сигнала. Назовемъ эти сигналы, идущіе одинъ за другимъ по горизонту слѣва направо (т.-е. по ходу часовой стрѣлки) черезъ A, B, C, D, (черт. 130a). Будемъ наводить, при неподвижно установленномъ лимбѣ, трубу алидады послѣдовательно на A, B, C и D и записывать отсчеты на лимбѣ, при чемъ условимся *постоянно вращать алидаду, какъ отъ руки, такъ и микрометреннымъ винтомъ, по ходу часовой стрѣлки* и заканчивать наведеніе тѣмъ предметомъ, съ котораго начали, т.-е. A (см. журналъ наблюденій). Тогда у насъ будутъ измѣрены углы 1, 2, 3 и 4 (см. чертежъ).

Переведя затѣмъ трубу черезъ зенитъ, станемъ вновь при второмъ положеніи трубы наблюдать тѣ же предметы въ трубу, но только въ обратномъ порядкѣ, т.-е. наводить ее съ A на D, съ D на C, съ C на B и съ B на A; однако переводить трубу съ предмета на предметъ будемъ по-прежнему движеніемъ алидады по ходу часовой стрѣлки (см. черт. 130a), т. е. измѣримъ углы (см. чертежъ) IV, III, II и I. Условимся называть *однимъ пріемомъ* наблюденія градусныхъ величинъ отдѣльныхъ направленій, сдѣланныя на одномъ и томъ же мѣстѣ лимба, при двухъ положеніяхъ трубы.

Если число пріемовъ будетъ болѣе одного, то лимбъ будемъ переставлять передъ каждымъ пріемомъ съ такимъ разсчетомъ, чтобы отсчеты

пришлись на новомъ мѣстѣ лимба. Пусть на лимбѣ 3 верньера, т.-е. каждый верньеръ отстоитъ отъ сосѣдняго на 120°. Число пріемовъ—5, тогда при каждомъ пріемѣ будемъ переставлять лимбъ, на $\frac{120}{5}$, т.-е на 24°.

Перестановка лимба дѣлается во избѣжаніе постояннаго вліянія ошибокъ дѣленій лимба. Наведеніе въ обратномъ порядкѣ дѣлается съ цѣлью уничтоженія вліянія неравномѣрнаго тренія въ осяхъ лимба и алидады. Сумма угловъ $1+I=2+II=3+III=4+IV=360^0$, слѣдовательно ось алидады протрется каждый разъ на полный оборотъ.

Разность отсчетовъ на одинъ и тотъ же предметъ при двухъ положеніяхъ трубы на одномъ и томъ же мѣстѣ лимба даетъ величину вліянія коллимаціонной ошибки и наклона горизонтальной оси на отдѣльное направленіе. Отдѣльныя направленія можно разсматривать какъ нѣкоторые углы между даннымъ предметомъ и фиктивнымъ, соотвѣтствующимъ отсчету ноль на лимбѣ [1]).

Журналъ наблюденія слѣдующій:

Журналъ

измѣренія угловъ способомъ пріемовъ, веденный

.....-го.....190..... года, №№.....(фамилія, званіе.....)

Станція ЛЮБЕРЦЫ (колокольня)

внѣ центра сигнала.

Названіе наблюдаемыхъ точекъ.	Верньеры I			II		Среднее.			Направленія, считаемыя отъ перваго лѣв. сигнала.			Примѣчанія.
	°	′	″	′	″	°	′	″	°	′	″	
	Первое положеніе трубы.											Вѣтрено и *холодно.* Чертежъ мѣста стоянія на сигналѣ съ инструментомъ.
Яблоко подъ крест. *A*	188	32	45	32	40	188	32	43	0	0	0	
Низъ розетки шпица *B*	230	20	20	20	30	230	20	25	41	47	42	
Основаніе флагштока *C*	261	33	25	33	50	261	33	38	73	0	55	
Верхъ бабки сигнала *D*	337	5	55	6	20	337	6	8	148	33	25	
Контроль *A*	(188	32	40)									
	Второе положеніе трубы.											
A	8°	32	30	32	40	8	32	85	0	0	0	
D	157	6	0	6	0	157	6	0	148	33	25	
C	81	33	30	33	35	81	33	3	73	0	58	
B	50	20	15	20	25	50	20	20	41	47	45	
A	(8	32	35)									(см. на обор.).

[1]) Очевидно, что первый полупріемъ даетъ углы 1, 2, 3, 4, а второй—IV, III, II, I. Изъ чертежа видно, что $1+I=360^0$; $2+II=360^0$; $3+III=360^0$ и $4+IV=360^0$.

Среднее изъ обоихъ положеній:

A.	0°	0′	0″	Вліяніе коллимаціонной и друг. ошибокъ
B.	41	47	44	+3″
C.	73	0	57	+3″
D.	148	33	25	0″

§ 100. Измѣреніе угловъ теодолитомъ съ внѣцентренною трубою. У нѣкоторыхъ теодолитовъ труба на алидадѣ посажена не въ серединѣ горизонтальной оси, а съ боку, симметрично съ вертикальнымъ кругомъ относительно центра лимба (черт. 126), а потому истинный уголъ на лимбѣ не можетъ быть сразу полученъ. Покажемъ, что величина угла будетъ среднее ариѳметическое изъ результатовъ, полученныхъ при двухъ положеніяхъ трубы,—при вертикальномъ кругѣ вправо отъ наблюдателя и кругѣ влѣво отъ него, т.-е. установимъ, что для уничтоженія вліянія эксцентрицитета трубы нужно *непремѣнно* уголъ мѣрить при двухъ положеніяхъ трубы.

Пусть A—центръ лимба (черт. 131), LAR—измѣряемый уголъ, B и C положенія точки пересѣченія визирной оси съ горизонтальною осью вращенія трубы при наведеніи ея на L и R, при кругѣ право. Уголъ $LSR=\alpha$ будетъ уголъ между двумя положеніями коллимаціонной плоскости трубы, и разность отсчетовъ на лимбѣ будетъ соотвѣтствовать этому углу, или все равно углу BAC, такъ какъ AB и AC радіусы, перпендикулярные къ касательнымъ LB и RC. На томъ же основаніи при кругѣ лѣво уголъ

$$B'AC'=LS'R=\alpha'$$

Покажемъ, что

$$LAR=\varphi=\frac{LSR+LS'R}{2}.$$

Изъ четыреугольника $LSRS'L$ (съ перекрещивающимися въ точкѣ O сторонами LS' и RS) видно, что внѣшній уголъ LOR выражается черезъ

$$LOR=\alpha+2\delta \text{ и } \alpha'+2\delta'=LOR,$$

или, складывая, $\alpha+\alpha'+2(\delta+\delta')=2LOR$ . . . . (1),

а изъ четыреугольника $LAROL$ находимъ

$$LOR=\varphi+\delta+\delta'.$$

Вслѣдствіе чего

$$2LOR=2\varphi+2(\delta+\delta') \text{ . . . . (2)}$$

Сличеніе равенствъ (1) и (2) даетъ

$$2\varphi = \alpha + \alpha'.$$

Откуда

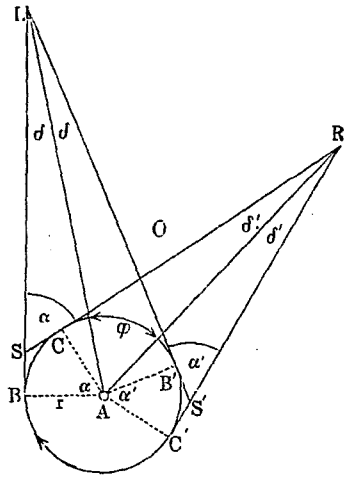
$$\varphi = \frac{\alpha + \alpha'}{2}.$$

Такъ какъ $LOR = \varphi + \delta + \delta' = \alpha + 2\delta = \alpha' + 2\delta'$, то $\varphi - \alpha = \delta - \delta'$ и $\varphi - \alpha' = \delta' - \delta$.

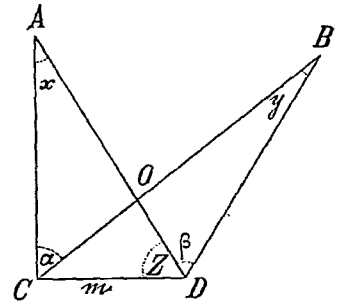
Изъ треугольниковъ ABL и ACR имѣемъ $Sin\,\delta = \frac{r}{AL}$ и $Sin\,\delta' = \frac{r}{AR}$; слѣдовательно, чѣмъ менѣе r и чѣмъ болѣе AL и AR, тѣмъ менѣе ощутительна разность $\varphi - \alpha$ или $\varphi - \alpha'$. По малости угловъ δ и δ' можно принять, что $Sin\,\delta = \delta$. $Sin\,1''$ и $Sin\,\delta' = \delta'$. $Sin\,1''$, а потому

$$\varphi - \alpha = \frac{r}{Sin\,1''}\left(\frac{1}{AL} - \frac{1}{AR}\right).$$

§ 101. Приведеніе угла къ его вершинѣ и опредѣленіе вліянія уклоненія центра лимба отъ вершины измѣряемаго угла. Если бы на мѣстности нельзя было встать съ инструментомъ въ вершину C измѣряемаго угла ACB, и измѣрить этотъ уголъ, то измѣряютъ уголъ ADB (черт. 132) внѣ вершины C, стараясь



Черт. 131.



Черт. 132.

избрать точку D *возможно ближе* къ C. Подобнаго рода явленіе невольно происходитъ также и тогда, *когда инструментъ плохо центрированъ* своимъ центромъ D надъ вершиною измѣряемаго угла C. Въ первомъ случаѣ, измѣривъ *элементы центрированія*,—разстояніе $CD = m$ и уголъ $CDA = Z$, можно путемъ вычисленія опредѣлить разность $(C - D)$ между углами C и D, тогда искомый уголъ $C = D + (C - D)$. Во второмъ случаѣ m и Z *не* мѣряютъ, но полагая m какой-либо цифровой величинѣ, напр. 1 дюйму, ищутъ для какихъ угловъ D и Z разность $C - D$ становится ощутительной.

Изъ чертежа легко видѣть, что

$$AOB = \alpha + x = \beta + y$$

и разность $(C - D)$ будетъ

$$\alpha - \beta = y - x.$$

Углы x и y найдутся изъ треугольниковъ CAD и CBD, а именно:

$$\frac{m}{AC} = \frac{Sin\ x}{Sin\ Z} \text{ и } \frac{m}{BC} = \frac{Sin\ y}{Sin\ (\beta + Z)}.$$

Если m мало сравнительно съ $AC = a$ и $BC = b$, то x и y также малы, вслѣдствіе чего $Sin\ x = x''.\ Sin\ 1''$ и $Sin\ y = y''.\ Sin\ 1''$, а потому: $Sin\ y - Sin\ x = (y - x).\ Sin\ 1''$ или

$$y - x = \frac{Sin\ y - Sin\ x}{Sin\ 1''}.$$

Но

$$Sin\ x = m.\frac{Sin\ Z}{AC} \text{ и } Sin\ y = \frac{m.\ Sin\ (\beta + Z)}{BC},$$

слѣдовательно:

$$\alpha - \beta = y - x = \frac{m}{Sin\ 1'}\left[\frac{Sin\ (\beta + Z)}{b} - \frac{Sin\ Z}{a}\right].$$

Эту же формулу *приведенія угла къ его вершинѣ, или иначе, къ центру сигнала* можно вывести въ случаяхъ, если точка D лежала бы влѣво отъ C, впереди C, или позади C, надо было бы только условиться уголъ Z (*дирекціональный* уголъ) считать всегда отъ линіи CD вправо до линіи DA, т.-е. повернувшись лицомъ къ центру сигнала,—*вправо* до направленія на первый (лѣвый) предметъ.

Та же формула даетъ понятіе 1) о вліяніи плохой центрировки инструмента на измѣряемый уголъ (наибольшее вліяніе будетъ *на углы съ короткими сторонами*), а 2) о томъ, насколько разнится уголъ, измѣренный инструментомъ съ внѣцентральной трубой при одномъ положеніи трубы, отъ истиннаго угла $\varphi = LAR$ (черт. 131). Разница эта будетъ функціею $AB = r$ разстоянія трубы отъ центра A лимба и разстояній a и b до предметовъ L и R. Чѣмъ ближе оба предмета къ инструменту, т.-е. чѣмъ короче стороны измѣряемаго угла, и чѣмъ болѣе r, тѣмъ сильнѣе окажется вліяніе внѣцентренности трубы.

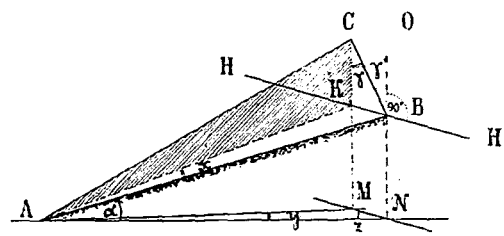
Разность $(C - D) = o$, когда A, B, C и D лежатъ на одной и той же окружности, т.-е. когда $\alpha = \beta$. Наибольшаго значенія $(C - D)$ достигаетъ для угловъ, дающихъ $Sin\ (\beta + Z)$ и $Sin\ Z$ равными ± 1,

т.-е. для $\begin{cases} Z = 90 \ldots\ldots \beta + Z = 270 \text{ или } \beta = 180 \\ Z = 270 \ldots\ldots \beta + Z = 90 \ldots \beta = 180 \end{cases}$ т.-е. для тупыхъ угловъ.

Въ случаѣ, когда въ точкѣ D измѣряется не одинъ уголъ $\beta = ADB$, а нѣсколько, напр., еще уголъ $\gamma = BDE$, то для угла γ дирекціональнымъ

угломъ будетъ $\beta + Z$, а для направленія DE — уголъ $(\beta + \gamma + Z)$, т.-е. достаточно измѣрить дирекціональный уголъ Z для одного *перваго* направленіе DA. Для опредѣленія элементовъ центрировки m и Z иногда приходится дѣлать дополнительныя измѣренія и вычисленія.

§ 101 bis. О вліяніи уклоненія вѣхи отъ отвѣснаго ея положенія на величину измѣряемаго угла. Уголъ получается какъ разность двухъ направленій, отсчитываемыхъ на лимбѣ, поэтому мы сперва и выведемъ вліяніе уклоненія вѣхи на данное направленіе. При измѣреніи угла (направленія) принято визировать *на низъ вѣхи* на тотъ случай, когда можно сомнѣваться, что верхушка вѣхи C (черт. 132 bis) отклонилась на уголъ γ отъ ея отвѣснаго положенія BO, которое ей слѣдовало бы занимать. Выведемъ ошибку y въ отсчетѣ на лимбѣ для даннаго на земной поверхности направленія AB, происходящую отъ того, что вмѣсто точки (низа) B вѣхи визированіе сдѣлано на вершину C вѣхи (сигнала). Пусть линія AB наклонена къ горизонту на уголъ α и HH' горизонтальная линія, проходящая черезъ низъ вѣхи B, на которую вершина C проектируется въ точку K, тогда $KB = BC.\ Sin\ \gamma$; плоскость визированія OBA отклоняется въ положеніе CKA, образуя уголъ $KAB = x$.



Черт. 132 bis.

Этотъ уголъ x въ проекціи на горизонтальную плоскость лимба MAN и даетъ ошибку y даннаго направленія AB (или на лимбѣ его проекціи AN). Положимъ что $AB = D$, тогда $AN = D.\ Cos\ \alpha$; уголъ y опредѣляется изъ треугольника MAN, изъ пропорціи

$$\frac{MN}{AN} = \frac{Sin\ y}{Sin\ AMN} \quad \text{или} \quad Sin\ y = \frac{MN}{AN} \cdot Sin\ AMN$$

или по малости угла y примемъ

$$y = \frac{1}{Sin\ 1''} \frac{MN}{AN} \cdot Sin\ AMN.$$

Если $z = ANM$ есть дирекціональный уголъ отклоненія вѣхи, считаемый въ горизонтальной плоскости, то $AMN = 180^0 - (z + y)$ и слѣдовательно

$$y = \frac{1}{Sin\ 1''} \cdot \frac{MN}{D.\ Cos\ \alpha} \cdot Sin\ (z + y),$$

т.-е. ошибка y будетъ сильнѣе сказываться для *короткихъ* разстояній D. Очевидно, что $MN = KB = BC.\ Sin\ \gamma$.

Найдемъ *наибольшее значеніе* y, т.-е. высчитаемъ его при наиболѣе неблагопріятныхъ для него условіяхъ, когда α и γ будутъ наибольшими

возможными для нихъ величинами, а D — наименьшимъ, встрѣчающимся на практикѣ. Допустимъ, что $BC = 1{,}5$ саж. и $\gamma = 1^0$, тогда $Sin\ \gamma = \gamma^0\ Sin\ 1^0$ и $BC.\ Sin\ \gamma = \frac{1{,}5}{57{,}3}$, что приблизительно даетъ для MN величину $= 0{,}026$ саж., т.-е. около 2 дюймовъ.

При $\alpha = 45^0$ и $D = 50$ саж., имѣемъ приближенно для y слѣдующее значеніе

$$y = 206265''. \frac{2\ \text{дюйм.}}{50 \times 84 \times \frac{1}{\sqrt{2}}}. Sin\ z,$$

т.-е. вмѣсто $Sin\ (z + y)$ беремъ $Sin\ z$.

Пусть $Sin\ z = \pm 1$, т.-е. $z = 90^0$ или 270^0; въ этомъ случаѣ y получитъ свое наибольшее значеніе

$$y = 2',5.$$

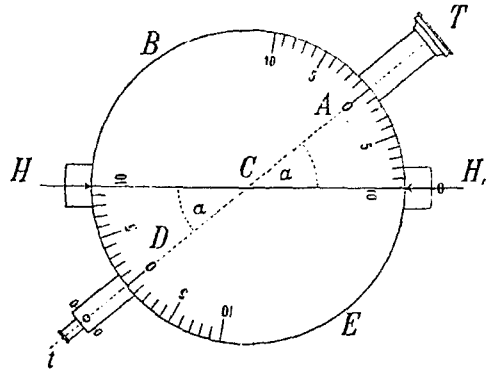
Та же ошибка для угла $X = x_{,,} - x_{,,}$, выведенная по теоріи среднихъ ошибокъ, будетъ $y\sqrt{2} = 3',4$ (см. статью объ ошибкахъ измѣренія).

Очевидно, что вліяніе $y = O$, когда $z = O$ или $z = 180^0$, т.-е. уклоненіе вѣхи въ плоскости визированія *не* оказываетъ вліянія на отсчетъ по лимбу.

§ 102. Назначеніе вертикальнаго круга и сектора въ теодолитѣ. Вертикальный кругъ или часть его въ видѣ сектора предназначается для опредѣленія градусной величины угловъ наклоненія, т.-е. такихъ угловъ, лежащихъ въ вертикальной плоскости, для которыхъ одною изъ сторонъ служитъ горизонтальная линія, а другою—линія визированія. Углы наклона считаются отъ горизонтальной ихъ стороны до направленія на тотъ предметъ, уголъ наклоненія котораго желаютъ опредѣлить. Такъ какъ направленіе на данный предметъ (или все равно линія визированія на данный предметъ) вполнѣ опредѣляется положеніемъ визирной оси трубы, то понятно, что, когда оптическая ось будетъ стоять горизонтально (т.-е. когда уголъ наклона будетъ нуль), вертикальный кругъ долженъ показывать отсчетъ, равный нулю. Вслѣдствіе этого отъ вертикальнаго круга и сектора слѣдуетъ требовать, чтобы *при совмѣщеніи нуля вернъера съ нулемъ вертикальнаго круга (или сектора) визирная ось трубы была перпендикулярна къ вертикальной оси вращенія инструмента.*

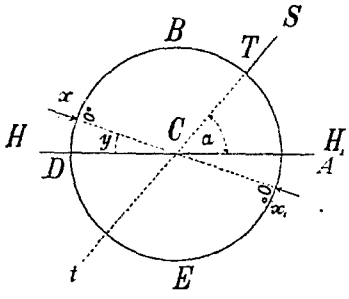
Если это условіе выполняется инструментомъ, то гдѣ бы на секторѣ или вертикальномъ кругѣ мы не измѣрили одинъ и тотъ же уголъ наклоненія α линіи визированія, градусная его величина, прочтенная отъ нуля, должна оставаться одна и та же. Пусть, напр., на чертежѣ 133 инструментъ имѣетъ полный подвижный кругъ, неподвижные его верньеры расположены по горизон-

тальному діаметру HH_1; *подпись его дѣленій приспособлена для непосредственнаго полученія какъ угловъ повышенія, такъ и угловъ пониженія*, т.-е. подпись расположена отъ нулевого діаметра, совпадающаго съ оптическою осью трубы *Tot*, въ обѣ стороны по квадрантамъ отъ 0 до 90°, причемъ углы повышенія при положеніи вертикальнаго круга *вправо* [1]) отъ наблюдателя измѣряются на квадрантахъ AE и DB, а углы пониженія на четвертяхъ AB и DE, такъ какъ кругъ двигается вмѣстѣ съ трубою, а верньеры остаются неподвижными (см. напр. чертежъ 125, теодолитъ Брейтгаупта). При вертикальномъ кругѣ *влѣво* отъ наблюдателя [2]) и послѣ перевода трубы черезъ зенитъ тѣ же самые углы повышенія будутъ измѣряться на тѣхъ мѣстахъ, гдѣ прежде при *Кр. Пр.* получались углы пониженія и обратно.

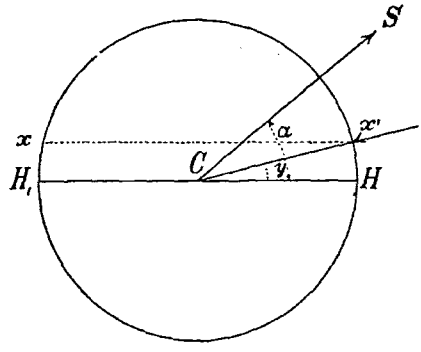


Черт. 133.

На основаніи этихъ соображеній *при полномъ вертикальномъ кругѣ* повѣрка производится слѣдующимъ образомъ: избравъ какую-либо высо-



Черт. 134.



Черт. 135.

кую точку S и приведя вертикальный кругъ въ отвѣсное положеніе (или лимбъ въ горизонтальное положеніе), направляютъ на нее трубу Tt и дѣлаютъ на кругѣ отъ нуля круга t (черт. 134) до нуля x верньера отсчетъ a, переводятъ трубу черезъ зенитъ, вращаютъ инструментъ около вертикальной оси, напр., BE (черт. 134) и вновь наводятъ ее на тотъ же предметъ S и дѣлаютъ второй отсчетъ a_1. Если отсчеты одинаковы — условіе выполнено, если же отсчеты разные, то условіе *не* выполняется. Въ послѣднемъ случаѣ, при совпаденіи нулей вертикальнаго круга съ нулями верньеровъ, визирная ось занимаетъ наклонное къ горизонту HH_1 положеніе, напримѣръ xx_1 (черт. 134) и при наведеніи трубы T при *К. П.*

[1]) Что будемъ обозначать *К. П.*

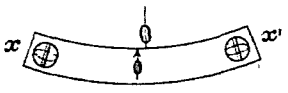
[2]) Кругъ влѣво сокращенно будемъ обозначать *К. Л.*

на точку S визирная ось опишетъ уголъ $xCt = xCD + DCt = y + \alpha$ и дастъ отсчетъ a, т.-е. $y + \alpha = a$; *здѣсь y есть тотъ отсчетъ на кругѣ, когда оптическая ось трубы стоитъ горизонтально.* Послѣ поворота на 180^0 алидады и перевода трубы черезъ зенитъ, кругъ будетъ влѣво отъ наблюдателя, верньеръ x займетъ положеніе x' *симметричное относительно вертикальной линіи* (черт. 135) труба опишетъ при наведеніи на ту же точку S уголъ $x'CS = SCH - x'CH = \alpha - y$ и дастъ отсчетъ $a_1 = \alpha - y$.

Изъ равенствъ $a = y + \alpha$ и $a_1 = \alpha - y$ находимъ $a + a_1 = 2\alpha$ и $a - a_1 = 2y$, откуда

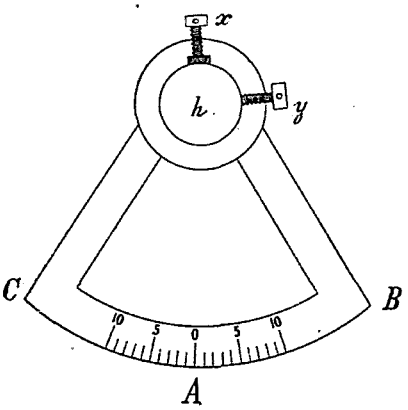
$$\alpha = \frac{a + a_1}{2} \text{ и } y = \frac{a - a_1}{2},$$

т.-е отсчетъ y, опредѣляющій то мѣсто, гдѣ бы долженъ стоять 0 круга, когда визирная ось трубы перпендикулярна къ вертикальной оси вращенія инструмента или, проще выражаясь, *„мѣсто нуля" вертикальнаго круга* (или какъ иногда говорятъ *коллимаціонная ошибка вертикальнаго круга*) равно полуразности отсчетовъ, а истинный уголъ наклона $\alpha = \frac{a + a_1}{2}$ равенъ полусуммѣ отсчетовъ при *К. П.* и *К. Л.*



Черт. 136.

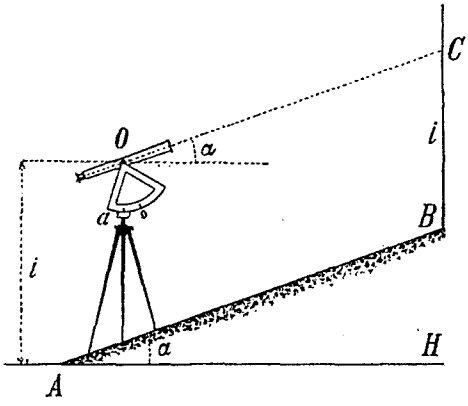
Исправленіе ошибки y достигается передвиженіемъ верньера, а именно; установивъ вертикальный кругъ сперва грубымъ движеніемъ, а затѣмъ микрометреннымъ винтомъ трубы такъ, чтобы отсчетъ по вертикальному кругу равнялся a_1, т.-е. чтобы визирная ось была направлена на данный предметъ S, ослабляютъ винты x и x' (черт. 136), прикрѣпляющіе верньеръ къ подставкѣ, и, благодаря имѣющимся продолговатымъ прорѣзамъ подъ винтами, продвигаютъ нуль верньера такъ, чтобы отсчетъ a_1 измѣнился въ $\frac{a + a_1}{2}$.



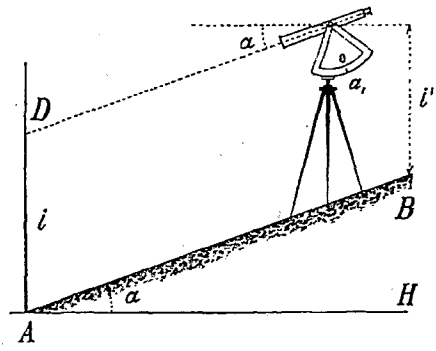
Черт. 137.

Если въ инструментѣ вмѣсто полнаго круга *къ горизонтальной оси h вращенія трубы привернутъ секторъ* (черт. 137), то чтобы на его разныхъ частяхъ AB и AC смѣрить одинъ и тотъ же уголъ наклоненія α, нужно при подвижномъ секторѣ сперва поставить трубу такъ, чтобы къ неподвижному нулю верньера подошла часть AC, т.-е. приподнять объективъ трубы, а затѣмъ опустить трубу, чтобы къ верньеру подошла дуга AB. Другими словами *необходимо одинъ и тотъ же уголъ наклоненія линіи мѣстности сдѣлать одинъ разъ угломъ повышенія, а другой—угломъ пониженія.* При этомъ мы предполагаемъ, что при подставкѣ имѣется одинъ верньеръ внизу дуги сектора, и слѣдовательно, переводя трубу черезъ зенитъ, мы приподнимемъ секторъ кверху, гдѣ нѣтъ верньера, и отсчета по сектору нельзя будетъ сдѣлать. Поэтому, *чтобы* дважды *измѣрить*

уголъ α наклоненія линіи мѣстности AB (черт. 138) поступаютъ такъ: въ концѣ *A* наклонной линіи *AB*, саженяхъ въ 25—30 ставятъ теодолитъ съ секторомъ, измѣряютъ высоту *i* горизонтальной оси вращенія *h* сектора до земли, ставятъ отвѣсно въ концѣ *B* линіи вѣху, на которой отъ точки *B* отложена высота $i = BC$ инструмента, наводятъ при горизонтальномъ положеніи лимба сѣтку трубы на точку *C* (чрезъ что линія визированія *OC* станетъ параллельно линіи мѣстности *AB*) и дѣлаютъ по сектору отсчетъ *a*.



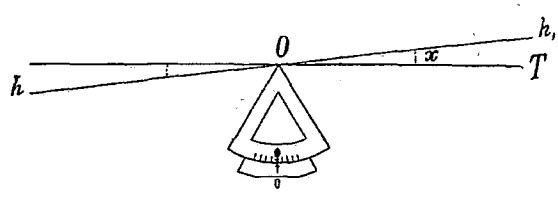
Черт. 138.



Черт. 139.

Затѣмъ мѣняютъ мѣста теодолита и вѣхи (черт. 139) и повторяютъ измѣренія высоты *i'* инструмента и угла *α*. Если 2-й отсчетъ a_1 по сектору равенъ первому отсчету *a*, то при совпаденіи нуля верньера съ нулемъ сектора визирная ось трубы перпендикулярна къ вертикальной оси вращенія инструмента.

Само собою разумѣется, что если бы при совпаденіи нуля верньера съ нулемъ сектора визирная ось трубы *OT* была наклонена внизъ объективомъ отъ горизонтальной линіи hh_1, на уголъ *x* (черт. 140), то при наведеніи сѣтки трубы на точку *C* (черт. 138) ось трубы описала бы уголъ $TOC = a = \alpha + x$, а при наведеніи на точку *D* (черт. 139) она описала бы уголъ $TOD = a_1 = \alpha - x$, и опять мы нашли бы



Черт. 140.

$$1)\ x = \frac{a - a_1}{2} \text{ и } 2)\ \alpha = \frac{a + a_1}{2}.$$

Исправленіе погрѣшности можно сдѣлать передвиженіемъ сектора, предварительно ослабивъ винты *x* и *y* (черт. 137), какъ указано выше.

Примѣчаніе Болѣе подробно на повѣркахъ и употребленіи вертикальнаго круга и сектора мы остановимся въ статьѣ о вертикальной съемкѣ.

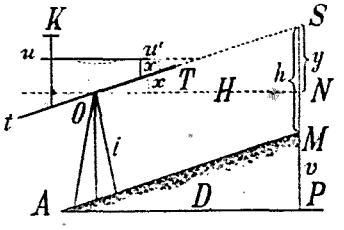
§ 103. Уровень, параллельный визирной оси трубы. предназначается для того чтобы получить трубою инструмента горизонтальную линію визированія. При этомъ, если желаютъ воспользоваться горизонтальной линіею визированія для опредѣленія съ помощію рейки (т. е. бруса, подраздѣленнаго на десятыя и сотыя доли сажени) превышенія одной точки мѣстности надъ другою, то чувствительность уровня должна быть не менѣе силы зрѣнія трубы. Изъ чертежа 141 видно, что превышеніе v точки M надъ точкою A получится какъ разность $i—MN$ между высотою i инструмента и отсчетомъ MN по рейкѣ отъ точки M до точки N встрѣчи горизонтальнаго луча зрѣнія съ рейкою.

Такимъ образомъ отъ цилиндрическаго уровня, закрѣпленнаго на трубѣ, необходимо требовать выполненія двухъ условій:

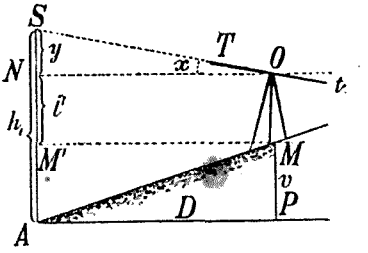
1) *Ось уровня должна быть параллельна визирной оси трубы и*

2) *Чувствительность уровня должна быть не менѣе силы зрѣнія трубы.*

Укажемъ сперва повѣрку 1-го условія. Пусть ось уровня uu' не параллельна визирной оси OT трубы, а составляетъ съ нею уголъ x (черт. 141).



Черт. 141.



Черт. 142.

Выберемъ на мѣстности наклонную линію AM длиною въ 25—30 саженъ, поставимъ въ точку A теодолитъ, въ M—рейку (или вѣху), установимъ пузырекъ уровня на середину трубки. Въ это время ось уровня uu' будетъ горизонтальна, а визирная ось пусть будетъ наклонна къ горизонтальной линіи OH на уголъ x. Установимъ трубу для наблюденій; наведемъ визирную ось трубы на рейку и сдѣлаемъ черезъ трубу, по горизонтальной нити сѣтки на рейкѣ отсчетъ $MS = h$, оцѣнивая тысячныя доли сажени на глазъ. Отсчетъ h будетъ ошибоченъ на величину y, зависящую отъ угла x и разстоянія $D = AP$. Чѣмъ больше AP, тѣмъ больше y при одномъ и томъ же углѣ x. Измѣривъ высоту $i = OA$ инструмента, опредѣлимъ разность уровней точекъ M и A, т. е. превышеніе точки M надъ точкою A. Разность эта $v = MP$ вычисляется такъ:

$$v = PN + NS - SM = i + y - h \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (I)$$

Перемѣнимъ мѣста рейки и инструмента. Наклонъ оси къ горизонту, т. е. уголъ x останется тотъ же, разстояніе D также не измѣнится, слѣдовательно и ошибка y въ отсчетѣ по рейкѣ останется та же самая. Изъ чертежа 142 найдемъ, что

$$v = h_1 - i' - y \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (II)$$

Такъ какъ величина y ничѣмъ по рейкѣ самостоятельно не обнаруживается, то разность уровней v въ первый разъ опредѣлится какъ $i-h$, а во второй какъ h_1-i'. Если разности эти равны, то въ инструментѣ условіе выполнено.

Если же ошибка y существуетъ, то h_1-i' не будетъ равно $i-h$, а, какъ показываютъ уравненія (I) и (II), $h_1-i-y=i-h+y$, т. е. ошибка

$$y=\frac{h+h_1}{2}-\frac{i+i'}{2}$$

полусуммѣ отсчетовъ на рейкѣ безъ полусуммы высотъ инструмента.

Истинная разность уровней получится въ видѣ:

$$v=\frac{h_1-h}{2}-\frac{i-i'}{2}.$$

Если y превышаетъ двойную точность отсчитыванія по рейкѣ, т. е. болѣе 0,002 саж., то параллелизма между осью уровня и оптической осью трубы не существуетъ и его достигаютъ такъ: *вычисленную величину* y откладываютъ отъ точки S (черт. 142) внизъ, когда y положительно, и вверхъ, если y отрицательно, намѣчаютъ точку N на рейкѣ и наводятъ на нее оптическую ось трубы; въ это время она будетъ горизонтальна, но пузырекъ уровня отклонится отъ средины трубки. Если теперь исправительнымъ винтомъ K (черт. 141) уровня поставимъ пузырекъ уровня на середину, то ось ii' уровня будетъ также горизонтальна, а слѣдовательно параллельна оптической оси трубы.

Повѣрка второго условія относительно соотвѣтствія силы зрѣнія трубы и чувствительности уровня дѣлается такъ: ставятъ пузырекъ уровня на середину трубки и дѣлаютъ по рейкѣ отсчетъ. Затѣмъ, *смотря въ трубу*, дѣйствуютъ подъемнымъ винтомъ и сдвигаютъ крестъ нитей съ замѣченнаго дѣленія рейки. Продолжая дѣйствовать тѣмъ же винтомъ и продолжая смотрѣть въ трубу, опять ставятъ крестъ нитей на старый отсчетъ. Послѣ этого смотрятъ на уровень,—стоитъ ли его пузырекъ на серединѣ; если нѣтъ, то чувствительность уровня болѣе силы зрѣнія трубы.

Если же, смотря въ трубу, замѣтимъ, что подъ дѣйствіемъ подъемнаго винта съ измѣненіемъ отсчета по рейкѣ уровень *не мѣняетъ* своего мѣста, то чувствительность уровня недостаточна. Очевидно, что повѣрка второго условія дѣлается разъ навсегда для даннаго уровня, а повѣрка перваго условія отъ времени до времени.

Если чувствительность уровня окажется болѣе силы зрѣнія трубы, то такой инструментъ еще можно употреблять для опредѣленія разности уровней точекъ мѣстности съ нѣкоторой потерей времени на точную установку пузырька уровня на середину трубки. Если же чувствительность уровня будетъ менѣе силы зрѣнія трубы, то инструментъ не годенъ

для опредѣленія разности уровней двухъ точекъ, или, какъ говорятъ, не годенъ для нивеллированія.

§ 104. Измѣреніе угла наклоненія теодолитомъ съ секторомъ и уровнемъ на трубѣ. Если на трубѣ теодолита есть уровень, то уголъ наклоненія по сектору теодолита опредѣляется такъ: приводятъ секторъ въ отвѣсное положеніе, наводятъ трубу на данную точку и дѣлаютъ отсчетъ a по сектору, затѣмъ приводятъ пузырекъ уровня на середину трубки уровня и дѣлаютъ второй отсчетъ b по дугѣ сектора. Разность отсчетовъ $a - b$ дастъ искомый уголъ наклоненія.

ВВОДНАЯ СТАТЬЯ.

О неизбѣжныхъ погрѣшностяхъ измѣреній [1])

Общее понятіе о погрѣшностяхъ измѣреній. Въ геодезіи приходится измѣрять длины сторонъ и величины угловъ. Измѣрить какую-либо величину значитъ сравнить ее съ другою однородною съ нею, принятою за единицу. Результатъ сравненія можетъ выражаться числомъ соизмѣримымъ и несоизмѣримымъ, смотря по тому, укладывается ли избранная единица въ измѣряемой величинѣ конечное число разъ, или нѣтъ. Въ большинствѣ случаевъ избранная единица не содержится конечнаго числа разъ, и результатъ сравненія выражается приближенно съ неизбѣжнымъ уклоненіемъ отъ истиннаго значенія измѣряемой величины. Хотя теоретически уклоненіе это можетъ быть сдѣлано менѣе всякой данной величины, но практически, вслѣдствіе несовершенства нашихъ чувствъ, а также и несовершенства инструментовъ, употребляемыхъ при измѣреніи и вслѣдствіе вліянія нѣкоторыхъ обстоятельствъ, сопровождающихъ измѣреніе, уклоненіе это можетъ быть болѣе или менѣе значительно.

Опытъ показываетъ, что, производя *нѣсколько разъ* со *всевозможною тщательностію,* при одинаковыхъ условіяхъ, измѣренія одной и той же величины, помощію измѣрительныхъ приборовъ, мы, *говоря вообще*, никогда *не* можемъ получить *всѣ результаты измѣренія одинаковыми.* Случайно нѣкоторые изъ нихъ могутъ быть одинаковы, но вообще же они будутъ различны. Это явленіе приводитъ насъ къ заключенію, что всѣ измѣренія сопровождаются *уклоненіемъ* результата измѣренія отъ истинной величины, которую мы подвергаемъ измѣреніямъ. Эти уклоненія принято называть *истинными ошибками* или неизбѣжными *погрѣшностями измѣренія*. Такъ какъ всѣ результаты измѣренія различаются между собою, въ какомъ бы огромномъ количествѣ они ни были произведены, то заранѣе можно сказать, что истинное значеніе измѣряемой величины останется навсегда для насъ неизвѣстнымъ, а слѣдовательно и истинныя значенія ошибокъ измѣре-

---

[1]) Дѣлая перестановку матеріала въ 3-мъ изданіи моихъ лекцій (сравнительно со 2-мъ ихъ изданіемъ), я переношу статью объ ошибкахъ измѣреній нѣсколько впередъ съ цѣлію освѣтить, при дальнѣйшемъ изложеніи матеріала моихъ лекцій, понятіе о точности геодезическихъ работъ.

ній также будутъ оставаться неизвѣстными. Несмотря, однако, на видимую невозможность найти истинныя ошибки измѣренія (а слѣдовательно и измѣряемую величину), онѣ все-таки могутъ подлежать нашему изученію. Такъ, ошибки измѣренія могутъ быть болѣе или менѣе значительны по абсолютной величинѣ, смотря по тому, употреблялись ли при измѣреніяхъ болѣе или менѣе совершенные инструменты и болѣе или менѣе совершенные пріемы. Ошибку каждаго измѣренія можно считать происходящею отъ цѣлаго ряда причинъ и разсматривать ее, какъ соединеніе нѣсколькихъ ошибокъ, изъ которыхъ каждая имѣетъ свою причину. Всѣ же ошибки можно раздѣлить на три главныхъ группы: 1) *грубыя,* 2) *постоянныя* или *систематическія,* и 3) *случайныя* или *неправильныя. Грубыми ошибками* называются тѣ, которыя происходятъ отъ недосмотра, напримѣръ: при измѣреніи линіи пропущена въ счетѣ одна или нѣсколько цѣпей, обсчитались на 1, 2, 3, 5 саженъ, при измѣреніи угла обсчитались на 10, на 5, на 1 градусъ, на одно дѣленіе въ 30 минутъ и т. п. Всѣ измѣренія обыкновенно располагаются такъ, чтобы грубыя ошибки, какъ промахи, могли быть безспорно обнаружены, а самыя измѣренія отброшены и замѣнены новыми, несодержащими такихъ ошибокъ. Указанія на то, какъ располагать измѣренія, чтобы обнаружить эти грубыя ошибки, излагаются во всѣхъ опытныхъ наукахъ (въ томъ числѣ и въ геодезіи), а потому въ послѣдующемъ (въ этой главѣ) этихъ ошибокъ мы касаться не станемъ.

За *постоянныя* или *систематическія* ошибки принимаются тѣ, которыя при одинаковыхъ обстоятельствахъ, одинаково вліяютъ на результаты измѣренія; онѣ всегда или увеличиваютъ, или уменьшаютъ результатъ измѣренія. Вслѣдствіе опредѣленности характера ихъ вліянія на результаты измѣренія, систематическія ошибки дѣлятся еще на слѣдующіе виды: *теоретическія, инструментальныя* и *личныя.*

Къ *теоретическимъ* ошибкамъ относятъ вліяніе температуры, рефракціи, аберраціи и т. п. дѣйствія природы[1]) на результаты измѣренія.

Инструментальныя—появляющіяся вслѣдствіе несовершенства снарядовъ, употребляемыхъ при измѣреніи, каковы, напримѣръ, ошибки дѣленій лимба, наклонъ горизонтальной оси трубы, коллимація ея оптической оси и т. п.

Личныя, которыя зависятъ отъ особенностей наблюдателя, замѣчающаго, напримѣръ, прохожденіе звѣзды черезъ нить инструмента ранѣе или позднѣе на постоянную величину, или дѣлающаго отсчетъ на лимбѣ теодолита всегда большій или меньшій. Такія ошибки возможны во всякаго рода точныхъ измѣреніяхъ; онѣ тщательно изслѣдуются, и съ цѣлію ихъ устраненія наблюдатели сравниваютъ свои наблюденія и составляютъ, такъ называемыя, *личныя уравненія.*

Систематическія ошибки должны быть удалены изъ результатовъ наблюденія. Это достигается или расположеніемъ самихъ наблюденій такъ, чтобы ошибки въ окончательномъ результатѣ исключались изъ получен-

[1]) Законы вліянія которыхъ не достаточно хорошо (не вполнѣ) еще изучены.

ныхъ измѣреній, или введеніемъ соотвѣтственныхъ поправокъ въ результаты отдѣльныхъ измѣреній. Вслѣдствіе чего мы также не будемъ разсматривать здѣсь и этого рода ошибокъ.

Наконецъ, *случайныя ошибки*; причины ихъ происхожденія для насъ совершенно неизвѣстны; онѣ могутъ иногда увеличить, а иногда уменьшить истинное значеніе неизвѣстной наблюдаемой (измѣряемой) нами величины. Такъ, напримѣръ, случайныя ошибки могутъ происходить отъ несовершенства верньеровъ, не позволяющихъ отмѣчать секундъ или ихъ долей, отъ сотрясенія трубы вѣтромъ при измѣреніи угла теодолитомъ, отъ неправильнаго освѣщенія предмета (отъ фазы предмета), отъ неравномѣрнаго измѣненія температуры лимба, отъ состоянія атмосферы (колебаніе изображеній), а болѣе всего отъ несовершенства нашихъ чувствъ (зрѣнія—при опредѣленіи малыхъ протяженій, слуха—при оцѣнкѣ малыхъ промежутковъ времени, осязанія—при обхожденіи съ инструментомъ).

Нашему ознакомленію подлежатъ исключительно *случайныя* или *неизбѣжныя погрѣшности.*

Впрочемъ, въ дѣйствительности всегда остается въ результатахъ измѣренія доля вліянія ошибокъ систематическихъ, такъ какъ невозможно совершенно освободить отъ нихъ результаты измѣреній.

Задача *теоріи ошибокъ* наблюденій, или, иначе, *уравновѣшиванія ошибокъ*, состоитъ не только въ томъ, чтобы *устранить по возможности вліяніе* этихъ ошибокъ на окончательные результаты, но и найти хотя бы приближенно самыя величины случайныхъ ошибокъ, а по нимъ установить степень точности какъ полученнаго результата, такъ и величинъ, связанныхъ съ нимъ путемъ вычисленія.

Случайныя ошибки познаются, какъ уже выше было упомянуто, изъ ряда *повторныхъ* наблюденій одной и той же величины, произведенныхъ при одинаковыхъ условіяхъ, а именно, вслѣдствіе различія (противорѣчія) между собою результатовъ измѣренія. Повторныя наблюденія явились задолго до самаго способа уравновѣшиванія погрѣшностей, какъ контроль надъ ранѣе произведенными измѣреніями.

Такимъ образомъ, теорія ошибокъ ставитъ своею цѣлію болѣе умѣренную задачу, а именно, если нельзя найти истиннаго значенія неизвѣстной величины, то ограничиться нахожденіемъ ея *вѣроятнѣйшаго* значенія, вліяніе на которое неизбѣжныхъ ошибокъ сведено къ возможному *minimum*'у.

Наблюденія могутъ производиться при одинаковыхъ и при различныхъ условіяхъ. Первыя изъ нихъ, какъ произведенныя однимъ и тѣмъ же лицомъ, при посредствѣ одного и того же инструмента, при одинаковыхъ средствахъ и предосторожностяхъ, будемъ называть *равноточными* наблюденіями, въ отличіе отъ вторыхъ, которыя назовемъ наблюденіями *неравноточными.*

Свойства случайныхъ ошибокъ равноточныхъ наблюденій. Такъ какъ измѣренія производятся съ возможною тщательностію, то относительно случайныхъ ошибокъ можно сказать, что 1) меньшія по абсолютной величинѣ ошибки будутъ встрѣчаться чаще, 2) одинаковыя по величинѣ положительныя и отрицательныя ошибки будутъ встрѣчаться одинаково часто и 3) всѣ вообще ошибки будутъ лежать въ нѣкоторыхъ тѣсныхъ предѣлахъ. Относительно перваго свойства слѣдуетъ замѣтить, что такъ какъ случайная ошибка можетъ быть разсматриваема какъ комбинація цѣлаго ряда ошибокъ или какъ слѣдствіе взаимодѣйствія нѣсколькихъ причинъ, то вѣроятность того, чтобы всѣ причины произвели на результатъ наибольшее дѣйствіе въ одну какую-либо сторону (положительную или отрицательную) весьма мала. Напротивъ, дѣйствія разныхъ причинъ въ большинствѣ случаевъ производятъ ошибки незначительныя, такъ какъ они взаимно компенсируются. По поводу второго свойства можно сдѣлать такое разъясненіе: такъ какъ наблюденія производятся однимъ и тѣмъ же наблюдателемъ, однимъ и тѣмъ же инструментомъ, при однихъ и тѣхъ же условіяхъ, то для каждой изъ причинъ, производящихъ ошибку, нѣтъ повода дѣйствовать чаще въ одну, чѣмъ въ другую сторону, а потому положительныя и отрицательныя ошибки одной и той же измѣряемой величины одинаково вѣроятны, и при безконечно большомъ числѣ измѣреній одной и той же величины, можно утверждать, что въ такомъ рядѣ наблюденій *каждой положительной ошибкѣ соотвѣтствуетъ равная ей по абсолютной величинѣ отрицательная ошибка.* Слѣдовательно при числѣ n измѣреній, стремящемся къ безконечности, *алгебраическая сумма первыхъ степеней истинныхъ ошибокъ измѣренія одной и той же величины равна нулю.* Если истинное, а слѣдовательно неизвѣстное намъ, значеніе измѣряемой величины обозначимъ черезъ X, а результаты безконечно большого числа наблюденій—черезъ

$$a_1,\ a_2,\ a_3,\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ a_n,\ ^{1})$$

то истинныя ошибки измѣренія будутъ

$$\Delta_1 = X - a_1,\ \Delta_2 = X - a_2,\ \Delta_3 = X - a_3,\ \ldots\ldots\ \Delta_n = X - a_n,$$

причемъ

$$\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 + \ldots + \Delta_n = (X - a_1) + (X - a_2) + (X - a_3) + \ldots + (X - a_n) = 0, \ldots (1).$$

или, употребляя Гауссово или иное обозначеніе для знака суммы:

$$\Sigma\Delta = [\Delta] = \overset{\infty}{\Delta} = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2).$$

Подтвержденіемъ для третьяго свойства отчасти можетъ служить то, что случайная ошибка не можетъ превышать той наименьшей величины, которая выражаетъ точность употребленнаго снаряда; напримѣръ, если

---

[1]) Совокупность всѣхъ величинъ a отъ 1-ой до n-ой принято называть „даннымъ *рядомъ наблюденій*".

точность верньера теодолита есть 1 минута, то случайная ошибка въ оцѣнкѣ по лимбу точности отсчитываемаго направленія на предметъ не должна быть въ этомъ случаѣ болѣе $+1$ или -1 минуты; точно также, если линія мѣстности измѣряется десятисаженною стоколѣнною цѣпью (т. е. съ длиною звеньевъ въ 0,1 саж.), то случайная ошибка въ оцѣнкѣ на глазъ десятыхъ долей звена цѣпи, при послѣднемъ наложеніи цѣпи на линію, не можетъ превышать 0,01 доли сажени.

Ариѳметическая средина равноточныхъ наблюденій и ея свойства. На основаніи второго свойства случайныхъ ошибокъ вытекаетъ, что $\underset{n=\infty}{[\Delta]} = o$

или, что то же самое,

$$(X-a_1)+(X-a_2)+(X-a_3)+\ldots\ldots+(X-a_n)=0$$

или

$$nX = a_1+a_2+a_3+\ldots\ldots+a_n .$$

Откуда

$$\underset{n=\infty}{X} = \frac{a_1+a_2+a_3+\ldots\ldots+a_n}{n}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3),$$

т. е. истинное значеніе неизвѣстной, при безконечно большомъ числѣ наблюденій, равно ариѳметическому среднему изъ результатовъ измѣренія.

Этотъ принципъ извѣстенъ подъ именемъ *начала ариѳметической средины*; его принято распространять и на конечное число наблюденій, т. е. въ томъ случаѣ, когда n не равно ∞, все-таки полагаютъ, что вмѣсто X возможно брать

$$x_0 = \frac{a_1+a_2+a_3+\ldots\ldots a_n}{n}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4).$$

причемъ разность

$$X - x_0 = M \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5).$$

принято называть *ошибкою ариѳметической средины*.

Если x_0 есть *вѣроятнѣйшее* значеніе измѣряемой величины, то разности

$$\left.\begin{aligned} x_0 - a_1 &= v_1 \\ x_0 - a_2 &= v_2 \\ x_0 - a_3 &= v_3 \\ &\ldots\ldots \\ &\ldots\ldots \\ x_0 - a_n &= v_n \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6),$$

выражающія уклоненія результатовъ измѣренія отъ ариѳметической средины, принято называть *вѣроятнѣйшими ошибками* даннаго ряда наблюденій.

Взявъ сумму равенствъ (6), найдемъ

$$nx_0 = [a]+[v].$$

Откуда $x_0 = \frac{[a]}{n} + \frac{[v]}{n}$. Принимая же во вниманіе равенство (4) и имѣя въ виду, что n *не* равно ∞, необходимо принять

$$[v] = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7).$$

Это есть первое свойство ариѳметической средины, выговаривающееся такъ: *сумма всѣхъ уклоненій даннаго ряда наблюденій отъ ариѳметической ихъ средины равна нулю.*

Возводя же сперва равенства (6) почленно въ квадратъ и затѣмъ складывая ихъ, получимъ

$$[v^2] = nx_0^2 - 2[a]x_0 + [a^2];$$

но

$$x_0 = \frac{[a]}{n},$$

а потому

$$[v^2] = \frac{[a]^2}{n} - 2\frac{[a]^2}{n} + [a^2] = [a^2] - \frac{[a]^2}{n} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (8).$$

Предположивъ теперь, что не x_0, а какая-либо другая величина x_1 есть вѣроятнѣйшее значеніе, найдемъ

$$\left.\begin{array}{l} x_1 - a_1 = u_1 \\ x_1 - a_2 = u_2 \\ x_1 - a_3 = u_3 \\ \quad\ldots\ldots \\ \quad\ldots\ldots \\ x_1 - a_n = u_n \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9).$$

Поступая съ равенствами (9) такъ же, какъ и съ (6), найдемъ

$$[u^2] = nx_1^2 - 2[a]x_1 + [a^2] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10).$$

Но такъ какъ изъ равенства (8) слѣдуетъ, что

$$[a^2] = [v^2] + \frac{[a]^2}{n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11),$$

то, замѣняя въ равенствѣ (10) сумму $[a^2]$ ея значеніемъ изъ равенства (11), получаемъ

$$[u^2] = nx_1^2 - 2[a]x_1 + [v]^2 + \frac{[a]^2}{n} = [v^2] + n\left\{x_1^2 - 2\frac{[a]}{n}x_1 + \frac{[a]^2}{n^2}\right\} =$$

$$= [v^2] + n\left\{x_1^2 - 2x_0x_1 + x_0^2\right\} = [v^2] + n(x_0 - x_1)^2 \quad \ldots\ldots \quad (12).$$

Но такъ какъ n (число наблюденій) всегда положительно, то 2-ой членъ $n(x_0 - x_1)^2 > 0$, а это даетъ намъ 2-ое свойство ариѳметической средины

$$[v^2] < [u^2],$$

которое читается такъ: *для ариѳметической средины сумма квадратовъ погрѣшностей есть тіпітит.*

Справедливо будетъ и обратное положеніе, что когда сумма квадратовъ ошибокъ результатовъ отдѣльныхъ наблюденій какой-либо неизвѣстной величины будетъ minimum, то значеніе неизвѣстной должно быть равно ариѳметической срединѣ. Дѣйствительно, чтобы сумма

$$(x-a_1)^2+(x-a_2)^2+(x-a_3)^2+\ldots\ldots+(x-a_n)^2$$

была minimum, необходимо, чтобы первая производная была равна 0, а вторая—положительна. Первая производная, приравненная нулю, даетъ

$$2(x-a_1)+2(x-a_2)+\ldots\ldots+2(x-a_n)=0$$

или

$$x=\frac{[a]}{n}=x_0, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13).$$

а вторая производная $=2n>o$, такъ какъ число наблюденій n всегда положительно.

Абсолютная и относительная погрѣшность. *Погрѣшность* $\Delta=x-a$, *приходящуюся на всю измѣряемую величину* x, какъ представляющую, вслѣдствіе тщательности наблюденій, весьма малую величину, принято обозначать чрезъ dx и называть *абсолютною погрѣшностію;* погрѣшность же $\frac{dx}{x}$, приходящуюся *на единицу измѣряемой величины,* называютъ *относительною* погрѣшностію. Вмѣсто Δ можно брать $v_i=x_0-a_i$ гдѣ i обозначаетъ номеръ наблюденія даннаго ряда.

При помощи абсолютной погрѣшности можно сравнить между собою различныя измѣренія (наблюденія) одинаковой точности и *одного и того же ряда*, и считать то изъ наблюденій въ данномъ ряду наиболѣе надежнымъ (или лучшимъ), для котораго абсолютная ошибка наименьшая.

Если же желательно сличить два измѣренія двухъ различныхъ рядовъ наблюденій, то приходится составлять и сравнивать относительныя ихъ ошибки; такъ, напримѣръ, измѣрялась линія, и рядъ наблюденій даетъ числовыя значенія ея длины въ саженяхъ.

$$125{,}10;\ 124{,}98;\ 125{,}06.$$

$$x_0=\frac{125{,}10+124{,}98+125{,}06}{3}=125+\frac{0{,}10-0{,}02+06}{3}=125{,}05.$$

$$v_1=-0{,}05;\ v_2=+0{,}07 \text{ и } v_3=-0{,}01.$$

Очевидно, что второе наблюденіе болѣе всего уклоняется отъ ариѳметической средины, а потому оно менѣе надежно.

Если же измѣрены двѣ линіи, и одна даетъ результаты

$$125{,}10;\ 124{,}90;\ 125{,}03, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (\text{I}).$$

а другая

$$250{,}14;\ 250{,}06;\ 250{,}02, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (\text{II}).$$

а мы желали сличить третьи наблюденія въ обоихъ рядахъ (I) и (II), то необходимо найти относительныя ихъ ошибки.

Для I ряда найдемъ

$$x_0 = 125{,}01 \text{ и } v_1 = -0{,}09;\ v_2 = +0{,}11 \text{ и } v_3 = -0{,}02.$$

Для II ряда найдемъ

$$x_0' = 250{,}07 \text{ и } v' = -0{,}07;\ v'' = +0{,}01 \text{ и } v''' = +0{,}05.$$

Откуда

$$0' = \frac{v_3}{x_0} = -\frac{0{,}02}{125{,}01} \text{ и } 0'' = \frac{v'''}{x_0'} = +\frac{0{,}05}{250{,}07},$$

или

$$0' = -\frac{2}{12501} = -\frac{1}{6250}\ ^*).$$

$$0'' = +\frac{5}{25007} = +\frac{1}{5001}.$$

II такъ какъ $0' < 0''$, то третье наблюденіе перваго ряда болѣе надежно, чѣмъ 3-ье наблюденіе второго ряда.

Средина ошибокъ и средняя квадратическая ошибка. Если бы мы стали примѣнять начало ариѳметическоі средины къ данному ряду ошибокъ, то для предыдущихъ двухъ рядовъ измѣреній двухъ линій нашли бы, что *средины ошибокъ были бы*

$$v_0^{\text{I}} = \frac{-0{,}09 + 0{,}11 - 0{,}02}{3} = 0{,}00$$

$$v_0^{\text{II}} = \frac{-0{,}07 + 0{,}01 + 0{,}05}{3} = -\frac{0{,}01}{3} = -0{,}003\ldots,$$

т. е. что первый рядъ наблюденіі лучше второго ряда; между тѣмъ абсолютныя ошибки второго ряда менѣе абсолютныхъ ошибокъ перваго ряда, и на первый взглядъ скорѣе кажется, что второй рядъ лучше перваго.

Чтобы избѣжать вліянія знаковъ абсолютныхъ ошибокъ наблюденій на среднюю величину ошибки, т. е. величину ошибки, *среднимъ числомъ приходящуюся на одно наблюденіе цѣлаго ряда n наблюденій* и называемую *„срединою ошибокъ“*, принято при сложеніи, брать или всѣ ошибки безъ знаковъ (по абсолютной величинѣ) или совсѣмъ уничтожать вліяніе знаковъ, вводя понятіе о *средней квадратической* ошибкѣ.

Опредѣленіе средней квадратической ошибки равноточныхъ наблюденій. Выраженіе

$$m = \pm\sqrt{\frac{[\Delta^2]}{n}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (14)$$

т. е. квадратный корень изъ средняго ариѳметическаго квадратовъ абсолютныхъ ошибокъ наблюденій, принято называть *среднею* (квадратическою) *ошибкою даннаго ряда наблюденій.*

---

*) Относительная ошибка, приведенная къ виду $\frac{1}{n}$, называется *точностію измѣренія* линій.

Для предыдущаго примѣра

$$m_1 = \pm\sqrt{\frac{0{,}0081+0{,}0121+0{,}0004}{3}} = \pm\sqrt{0{,}0069}$$

$$m_2 = \pm\sqrt{\frac{0{,}0049+0{,}0001+0{,}0025}{3}} = \pm\sqrt{0{,}0025}$$

или

$$m_1 = \pm 0{,}08$$
$$m_2 = \pm 0{,}05$$

Средняя ошибка 2-го ряда менѣе средней ошибки 1-го ряда, т. е. второй рядъ болѣе точенъ, чѣмъ первый.

Такимъ образомъ, по величинѣ средней ошибки m можно судить о точности наблюденій, произведенныхъ надъ искомой величиной: чѣмъ меньше ошибка m, тѣмъ точнѣе рядъ произведенныхъ наблюденій. Число h обратное m, т. е. $h = \frac{1}{m}$ *принято называть мѣрою точности даннаго ряда наблюденій.*

Средняя ошибка (квадратическая) не допускаетъ взаимно уничтожаться величинамъ случайныхъ ошибокъ, встрѣчающимся съ разными знаками въ наблюденіяхъ, а потому, при вычисленіи ея, бо̀льшія по абсолютной величинѣ случайныя ошибки сильнѣе отражаются на ея величинѣ m.

Вычисленіе средней ошибки изъ наблюденій. При наблюденіяхъ надъ величиною x получается рядъ ея болѣе или менѣе приближенныхъ значеній a_1, a_2.... a_n, сама же величина x, какъ и истинныя случайныя ошибки этого ряда, неизвѣстна, а потому погрѣшности

$$\left.\begin{aligned} \Delta_1 &= x - a_1 \\ \Delta_2 &= x - a_2 \\ &\cdots\cdots \\ &\cdots\cdots \\ \Delta_n &= x - a_n \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

и средняя квадратическая ошибка m ряда a_1, a_2,.... a_n также не можетъ быть точно найдена, (ибо по формулѣ 14)

$$m = \pm\sqrt{\frac{[\Delta^2]}{n}}.$$

Но такъ какъ вмѣсто x мы *довольствуемся* вѣроятнѣйшимъ его значеніемъ

$$x_0 = \frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n} \ldots\ldots (4) \text{ или } x_0 = \frac{[a]}{n}, \ldots\ldots (13)$$

то вмѣсто истинныхъ ошибокъ $\Delta_1, \Delta_2 \ldots \Delta_n$, можно разсматривать *вѣроятнѣйшія* ошибки (уклоненія величинъ $a_1, a_2, \ldots a_n$ отъ x_0), т. е.

$$\left.\begin{aligned} v_1 &= x_0 - a_1 \\ v_2 &= x_0 - a_2 \\ &\cdots\cdots \\ &\cdots\cdots \\ v_n &= x_0 - a_n \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Найдемъ m въ зависимости отъ $v_1, v_2, \ldots v_n$.

Равенства (6) даютъ:

$$\left.\begin{aligned} a_1 &= x_0 - v_1 \\ a_2 &= x_0 - v_2 \\ &\cdots\cdots \\ &\cdots\cdots \\ a_n &= x_0 - v_n \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

Замѣняя въ равенствахъ (1) $a_1, a_2, \ldots a_n$ ихъ значеніями, полученными изъ (15), найдемъ соотношеніе между Δ и v, а именно:

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= x - (x_0 - v_1) = (x - x_0) + v_1 \\ \Delta_2 &= x - (x_0 - v_2) = (x - x_0) + v_2 \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \Delta_n &= x - (x_0 - v_n) = (x - x_0) + v_n . \end{aligned}$$

Отсюда найдемъ:

$$\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \ldots + \Delta_n^2 = n(x - x_0)^2 + 2(x - x_0)[v] + [v^2].$$

Такъ какъ x_0 замѣняетъ собою x и уклоненія v замѣняютъ ошибки Δ, то, согласно равенства (7), $[v] = 0$, а потому

$$[\Delta^2] = n(x - x_0)^2 + [v^2] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

Но такъ какъ, съ другой стороны, мы видѣли, что сложеніе равенствъ (1) приводитъ насъ къ выраженію $nx - (a_1 + a_2 + \ldots + a_n) = \Delta_1 + \Delta_2 + \ldots + \Delta_n$.

то

$$x - x_0 = \frac{[\Delta]}{n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

Возводя обѣ части этого равенства въ квадратъ, найдемъ:

$$(x - x_0)^2 = \frac{[\Delta]^2}{n^2} \text{ или}$$

$$n(x - x_0)^2 = \frac{[\Delta^2] + 2(\Delta_1\Delta_2 + \Delta_1\Delta_3 + \ldots + \Delta_2\Delta_3 + \ldots + \Delta_{n-1}\Delta_n)}{n}.$$

Стоящія во второй части равенства произведенія ошибокъ, взятыхъ попарно, будутъ имѣть *разные знаки;* каждое изъ слагаемыхъ представляетъ произведеніе двухъ малыхъ величинъ, стремящихся (при тщательности наблюденій) къ нулю, а потому каждое произведеніе будетъ менѣе любого

изъ своихъ производителей. Сумма этихъ произведеній (см. Труды „Топографо-Геодезической Комиссіи", выпускъ XX, статья А. С. Чеботарева — Изслѣдованія въ области теоріи погрѣшностей и в. XXI статью Л. А. Сопоцько,—основныя задачи „Теоріи погрѣшностей"), при n достаточно большемъ дѣлается отрицательнымъ количествомъ, а при небольшемъ n этотъ членъ состоитъ изъ положительныхъ и отрицательныхъ слагаемыхъ, и хотя у насъ нѣтъ данныхъ утверждать, что онъ стремится къ нулю съ возрастаніемъ n до ∞, тѣмъ не менѣе мы вправѣ думать, что онъ будетъ слабѣе перваго члена, т. е. $[\Delta^2]$, а потому, отбросивъ его, будемъ имѣть *приближенно*

$$n(x-x_0)^2=\frac{[\Delta^2]}{n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (18)$$

Вставляя полученную величину въ равенство (16), будемъ имѣть

$$[\Delta^2]=\frac{[\Delta^2]}{n}+[v^2] \text{ или } (n-1)[\Delta^2]=n[v^2],$$

а слѣдовательно

$$\frac{[\Delta^2]}{n}=\frac{[v^2]}{n-1}, \text{ и } m=\pm\sqrt{\frac{[\Delta^2]}{n}}=\pm\sqrt{\frac{[v^2]}{n-1}} \quad \ldots\ldots\ldots (19)$$

Примѣръ 1-й. Измѣривъ прямую точнымъ приборомъ, нашли ея длину равной 341,275 саж.

Та же прямая, измѣренная стальной лентой пять разъ, дала результаты: 1) 341,35; 2) 341,15; 3) 341,40; 4) 341,22 и 5) 341,17.

Найти среднюю ошибку измѣренія данной линіи 341,275 саж. стальной лентой.

Ошибка $\Delta=$ (*то, что имѣю, минусъ то, что должно быть*).

$\Delta_1=341{,}35-341{,}275=+0{,}075$	$\Delta_1^2=0{,}005625$
$\Delta_2=341{,}15-341{,}275=-0{,}125$	$\Delta_2^2=0{,}015625$
$\Delta_3=341{,}40-341{,}275=+0{,}125$	$\Delta_3^2=0{,}015625$
$\Delta_4=341{,}22-341{,}275=-0{,}055$	$\Delta_4^2=0{,}003025$
$\Delta_5=341{,}17-341{,}275=-0{,}105$	$\Delta_5^2=0{,}011025$
	Сумма $\Sigma\Delta^2=0{,}050925$

$$m=\pm\sqrt{\frac{[\Delta^2]}{n}}=\pm\sqrt{\frac{0{,}050925}{5}}=\pm\sqrt{0{,}010185}=\pm 0{,}101.$$

Примѣръ 2-й. Опредѣляя длину базиса при мензульной съемкѣ, измѣрили его четыре раза:

$$l_1=357{,}28^{\text{с.}};\ l_2=357{,}45;\ l_3=358{,}00;\ l_4=357{,}10.$$

Найти среднюю ошибку m одного наблюденія для *даннаго ряда измѣреній.*

Ариѳметическая средина $l_0=357+\frac{0{,}28+0{,}45+1{,}00+0{,}10}{4}=357+$

$+\frac{1{,}83}{4}=357{,}46^{\text{с}}$

Уклоненія отъ l_0

$v_1 = 357{,}28 - 357{,}46 = -0{,}18$
$v_2 = 357{,}45 - 357{,}46 = -0{,}01$
$v_3 = 358{,}00 - 357{,}46 = +0{,}54$
$v_4 = 357{,}10 - 357{,}46 = -0.36$

$[v^2] = 0{,}0324 + 0{,}0001 + +0{,}2016 + 0{,}1296.$

$$m = \pm\sqrt{\frac{[v^2]}{n-1}} = \pm 0{,}35 \text{ с.}$$

$$\text{Относительная ошибка} = \frac{0{,}35}{357{,}46} = \frac{1}{1021}$$

Примѣръ 3-й. Чтобы опредѣлить съ какой точностію можно найти *произведеніе* двухъ чиселъ, *близкое* къ 600, съ помощію логариѳмической линейки, были найдены непосредственнымъ умноженіемъ числа:

610,3; 627,8; 602,0; 615,2; 633,2;
647,0; 663,5; 632,4; 645,6; 620,4,

а по логариѳмической линейкѣ оказалось

611; 628; 601; 613, 633;
647; 662; 634; 648; 621.

Ошибки Δ $\begin{cases} +0{,}7; & +0{,}2; & -1{,}0; & -2{,}2; & -0{,}2; \\ 0{,}0; & -1{,}5; & +1{,}6; & 2{,}4; & +0{,}6. \end{cases}$

$$m = \pm\sqrt{\frac{[\Delta^2]}{n}} = \pm\sqrt{\frac{17.34}{10}} = \pm\sqrt{1.734} = \pm 1{,}32.$$

или $$\frac{1{,}32}{600} \times 100 = 0{,}22\%$$

Примѣчаніе. Подобнымъ же образомъ можно было бы найти, напр., 1) точность опредѣленія разстояній дальномѣрной трубой кипрегеля съ окуляромъ Рамсдена и данными для трубы увеличеніемъ v (20) и постоянной k (100) или 2) точность измѣренія линій длиною до 100 саж. стальной лентой на мѣстности ровной и горизонтальной (съ уклономъ до 3°) и т. п.

Ошибка ариѳметической средины. Обозначивъ разность $X - x_0$, согласно равенства (5), черезъ M, будемъ ее называть *ошибкою ариѳметической средины.*

Найдемъ связь между M и m.

Равенство (16) привело насъ къ выраженію (18) или

$$(X - x_0)^2 = \frac{[\Delta^2]}{n^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (18')$$

Согласно обозначенія $X - x_0 = M$, имѣемъ изъ (18)′

$$M^2 = \frac{[\Delta^2]}{n^2} = \frac{1}{n} \cdot \frac{[\Delta^2]}{n} = \frac{m^2}{n}.$$

Откуда

$$M = \pm\sqrt{\frac{m^2}{n}} \ldots (20) \text{ или } M = \pm\frac{m}{\sqrt{n}} \quad \ldots\ldots\ldots (21)$$

и окончательно

$$M=\pm\sqrt{\frac{[v^2]}{n(n-1)}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (22)$$

Число $H=\frac{1}{M}$ будемъ называть *мѣрою точности ариѳметической средины.*

Очевидно, что $H=\frac{1}{M}=\frac{\sqrt{n}}{m}=\sqrt{n}.h$ или $\frac{H}{h}=\sqrt{n}$, ... (22)bis.

т. е. мѣра точности ариѳметической средины болѣе мѣры точности одного наблюденія изъ цѣлаго ряда наблюденій. А потому, если желаемъ, чтобы ариѳметическая средина была въ n разъ точнѣе одного наблюденія, нужно произвести n^2 такихъ наблюденій. (См. также *П. Леонтовскій*—1) „Средняя ошибка ариѳметической средины"—Екатеринославъ, 1904 и 2) „Точность наблюденій и ихъ среднія ошибки"—1905).

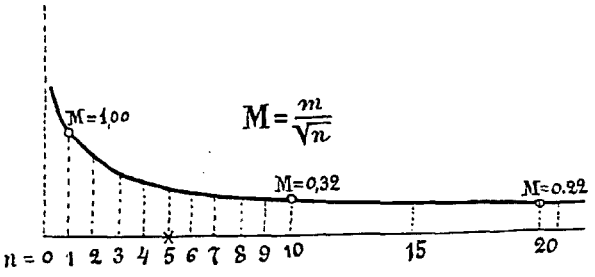
Для того, чтобы наглядно показать, насколько медленно измѣняется величина M въ зависимости отъ увеличенія числа измѣреній, представимъ себѣ, что число наблюденій n есть абсцисса нѣкоторой точки, ордината которой будетъ M. Положивъ для простоты въ уравненіи (21) $m=1$, найдемъ

$$M=\pm\frac{1}{\sqrt{n}}$$

Если теперь дадимъ n значенія 1, 2, 3 . . . ., и вычислимъ $\frac{1}{\sqrt{n}}$, то получимъ рядъ:

n . .	1	2	3	4	5	6	8	10	20	50	100	(M)
$\frac{1}{\sqrt{n}}$ . .	1.00	0.71	0.58	0.50	0.45	0.41	0.35	0.32	0.22	0.14	0.10	

Откладывая на прямой (черт. I) въ какомъ-нибудь масштабѣ величины n, а на перпендикулярахъ къ ней — $M=\pm\frac{1}{\sqrt{n}}$ и соединяя непрерывной линіей эти точки, мы получимъ кривую, изображающую зависимость M отъ n.



Черт. I.

Кривая, которая у насъ получилась, принадлежитъ къ виду гиперболическихъ и при этомъ 3-ьей степени ($M^2n=1$.) Она ассимптотически приближается къ оси X-овъ, никогда ея не достигая, что еще разъ

подтверждаетъ невозможность получить истинное значеніе измѣряемой величины.

Изъ ряда (M) видно, что для того, чтобы величину M уменьшить до 0.1 ея значенія, необходимо сдѣлать 100 наблюденій. Отсюда слѣдуетъ, что увеличеніе числа наблюденій полезно только до извѣстнаго предѣла. На практикѣ обыкновенно повторныя измѣренія производятся не болѣе 10 разъ, такъ какъ только до этихъ предѣловъ повтореніе измѣренія значительно увеличиваетъ точность результата (см. чертежъ).

Понятіе о вѣроятной ошибкѣ. Иногда вмѣсто средней ошибки m вводятъ понятіе о *вѣроятной* ошибкѣ r даннаго ряда наблюденій.

Связь между r и m выражается формулою $r = 0{,}6745\ m.$ или приближенно $r = {}^2/_3\ m$.

Чтобы установить понятіе о вѣроятной ошибкѣ, дадимъ понятіе о вѣроятности вообще и математическомъ ея обозначеніи.

Понятіе о вѣроятности. Всякое событіе зависитъ, какъ отъ обстоятельствъ благопріятныхъ, такъ и неблагопріятныхъ его осуществленію. Обстоятельства эти называются *статочностями* событія. При оцѣнкѣ вѣроятности появленія какого-либо событія статочности его могутъ быть выведены или теоретическимъ путемъ умозрительно (à priori) или изъ опыта (à posteriori). Разсматривая появленія двухъ или нѣсколькихъ событій при одинаковомъ числѣ всѣхъ возможныхъ статочностей и сравнивая числа ихъ благопріятныхъ статочностей, умъ нашъ склоненъ принимать, что то событіе скорѣе можетъ осуществиться, у котораго число благопріятныхъ статочностей наибольшее. На этомъ основаніи вѣроятность p осуществленія событія измѣряется отношеніемъ числа m статочностей, благопріятствующихъ появленію даннаго событія, къ общему числу n всѣхъ возможныхъ статочностей, т. е. $p = \frac{m}{n}$. *Достовѣрнымъ будетъ называться то событіе, котораго вѣроятность равна единицѣ.* И такъ, символъ достовѣрности того, что событіе совершится, есть $p = 1$; а символъ того, что событіе достовѣрно *не* произойдетъ, есть 0.

Если, напримѣръ, имѣемъ сосудъ, въ который опущено поровну бѣлыхъ и черныхъ шаровъ одинаковаго размѣра и вѣса, и шары эти перемѣшаны, то вѣроятность того, что, опуская въ сосудъ руку, мы вынемъ бѣлый шаръ, будетъ равна вѣроятности появленія чернаго шара. Если число бѣлыхъ шаровъ есть n, то по условію число черныхъ также $= n$. Слѣдовательно всего въ сосудѣ $n + n = 2n$ шаровъ, и вѣроятность появленія бѣлаго шара будетъ $p = \frac{n}{2n} = \frac{1}{2}$. Если въ сосудъ опустимъ различныя числа бѣлыхъ и черныхъ шаровъ, напр., m бѣлыхъ и n черныхъ, то вѣроятность p появленія бѣлаго шара будетъ $p = \frac{m}{m+n}$, а вѣроятность q появленія чернаго шара соотвѣтственно представится въ видѣ $q = \frac{n}{m+n}$.

Сумма

$$p + q = \frac{m}{m+n} + \frac{n}{m+n} = 1,$$

а потому можно сказать, что *сумма вѣроятностей взаимно противоположныхъ событій равна 1 или достовѣрности.*

Законъ большихъ чиселъ. Умъ нашъ склоненъ признавать то явленіе болѣе правдоподобнымъ, которому благопріятствуетъ большее число статочностей между равновозможными статочностями. Если въ сосудѣ m бѣлыхъ и n черныхъ одинаковыхъ по объему и вѣсу шаровъ и $m > n$, то мы естественно будемъ считать появленіе бѣлаго шара болѣе правдоподобнымъ, чѣмъ чернаго. При $m = n$ появленіе бѣлаго и чернаго

будутъ равновѣроятны. Такое предпочтеніе подтверждается опытомъ и основывается на законѣ, ясно формулированномъ Яковомъ Бернули и впослѣдствіи развитомъ и дополненномъ Пуассономъ. Допустимъ, что мы повторяемъ опытъ вынутія шара изъ сосуда неограниченно большое число разъ. Сначала между числомъ появленія бѣлаго шара и числомъ произведенныхъ испытаній не замѣчается никакой связи, но, впослѣдствіи, съ увеличеніемъ числа испытаній мы замѣтимъ, что отношеніе числа случаевъ благопріятныхъ къ числу всѣхъ случаевъ испытанія все болѣе и болѣе приближается къ нѣкоторому отпредѣленному числу. Такъ, извлекая наудачу шаръ изъ сосуда, и возвращая его обратно въ сосудъ, мы сначала не замѣтимъ никакой правильности,—то будетъ вынутъ бѣлый, то черный, но если подсчитать числа появленій бѣлаго шара и чернаго шара, то, *при значительномъ числѣ испытаній*, отношеніе числа появленій бѣлаго (или чернаго) шара къ числу появленія всѣхъ шаровъ будетъ приближаться къ теоретической ихъ вѣроятности, т. е. для бѣлаго—къ $\frac{m}{m+n}$ и для чернаго—къ $\frac{n}{n+m}$. Опытъ Кетле далъ, при $m = n$ и при 4096 испытаніяхъ, 2066 появленій бѣлаго и 2030 чернаго шара. Бюффонъ дѣлалъ опытъ съ игрою въ орлянку, бросивши монету 4040 разъ; при этомъ онъ увидалъ, что монета упала кверху орломъ 1992 раза и рѣшеткой 2048 разъ. На основаніи этого *законъ большихъ чиселъ* можетъ быть выговоренъ такъ *отношеніе числа появленій событій къ числу всѣхъ испытаній равно приблизительно вѣроятности появленія этого событія, причемъ приблизительное равенство тѣмъ точнѣе, чѣмъ болѣе число испытаній.*

Давъ понятіе о вѣроятности вообще, можно нѣсколько иначе формулировать свойства случайныхъ ошибокъ, а именно: 1) большія по абсолютной величинѣ ошибки наблюденій мало вѣроятны; 2) разныя по абсолютной величинѣ и противоположныя по знаку ошибки равновѣроятны; 3) вѣроятность ошибокъ, превосходящихъ извѣстные предѣлы, равна нулю.

Такимъ образомъ вѣроятною ошибкою даннаго ряда можно назвать ту ошибку, вѣроятность появленія которой въ данномъ рядѣ равна половинѣ.

Предѣльная или максимальная ошибка наблюденія есть наибольшая числовая величина ошибки, существующей въ данномъ рядѣ наблюденій. Эта ошибка имѣетъ значеніе для всѣхъ инструкцій по измѣреніямъ, а слѣдовательно и для геодезіи.

Понятіе о предѣльной (максимальной) ошибкѣ измѣреній можно получить также и на основаніи слѣдующаго соображенія: допустимъ, что сдѣланъ очень большой рядъ наблюденій одной и той же величины, напр., не менѣе тысячи (1000) наблюденій. Найдемъ ариѳметическую средину x_0 и числовыя величины ошибокъ $x_0 - x_1 = v_1$, $x_0 - x_2 = v_2, \ldots x_0 - x_{1000} = v_{1000}$. Расположивъ всѣ ошибки въ рядъ по абсолютной величинѣ, подсчитаемъ *число* разныхъ по абсолютной величинѣ ошибокъ, а затѣмъ найдемъ среднюю ошибку m, послѣ чего будемъ опредѣлять вѣроятность того, что въ данномъ рядѣ наблюденій встрѣчается ошибка, равная по величинѣ $3m$. Опытъ неоднократно показалъ, что ошибокъ, меньшихъ $3m$, будетъ изъ 1000 разныхъ однородныхъ ошибокъ 997, а ошибокъ большихъ $3m$ только три [1]), и вѣроятность появленія въ данномъ рядѣ въ тысячу ошибокъ *тройной средней ошибки* будетъ слѣдовательно $p = 0{,}003$ (ибо благопріятныхъ случаевъ будетъ 3, а всевозможныхъ тысяча). Точно такимъ же образомъ можно найти, что вѣроятность существованія въ данномъ рядѣ (въ 1000 ошибокъ) ошибки, равной учетверенной средней, равна 0,001; а

[1]) См. законъ большихъ чиселъ.

это показываетъ, что *почти невѣроятно* встрѣтить такую ошибку въ тщательныхъ наблюденіяхъ Поэтому-то при составленіи инструкцій для геодезическихъ измѣреній часто можно встрѣтить указанія, что ошибка произведеннаго измѣренія должна быть менѣе тройной средней ошибки, такъ какъ въ тщательныхъ наблюденіяхъ такая ошибка почти невозможна, ибо она встрѣчается среднимъ числомъ не болѣе трехъ разъ на тысячу измѣреній. Поэтому *предѣльною* (наибольшею) ошибкою принято считать *утроенную* среднюю ошибку.

Иногда вмѣсто средней и квадратической m и вѣроятной r ошибокъ довольствуются *среднею ариѳметическою t изъ абсолютныхъ величинъ* ошибокъ наблюденій; причемъ $t = 0{,}80\ m = 1{,}18\ r$ или $r = 0{,}85\ t$ и $m = 1{,}25\ t$ [1]).

Общая ариѳметическая средина и понятіе о вѣсѣ наблюденій. Пусть x_1, $x_2 \ldots . x_n$ — наблюденія неодинаковой между собою точности надъ величиною x, напр., угла, послѣдовательно измѣреннаго инструментами съ различной точностію верньеровъ, различными по опытности наблюдателями. Начало ариѳметической средины имѣло мѣсто въ случаѣ наблюденій одинаковой точности; теперь же у насъ наблюденныя величины x_1, x_2, $\ldots . x_n$ имѣютъ различныя точности; чтобы образовать изъ нихъ среднее ариѳметическое, представимъ себѣ, что x_1 можно считать не только за результатъ одного наблюденія, но и за среднее ариѳметическое изъ цѣлаго ряда p_1 наблюденій надъ x, т. е. допустить существованіе числа p_1 фиктивныхъ наблюденій одинаковой точности. Пусть эти воображаемыя наблюденія суть l'_1, l''_1, l'''_1 — всего счетомъ p_1, тогда

$$x_1 = \frac{l'_1 + l''_1 + l'''_1 + \ldots . + l_1^{(p_1)}}{p_1}$$

Подобными же разсужденіями получимъ изъ p_2, $p_3 \ldots . p_n$, фиктивныхъ наблюденій *той же точности*, что:

$$x_2 = \frac{l'_2 + l''_2 + l'''_2 + \ldots . + l_2^{(p_2)}}{p_2}$$

$$x_3 = \frac{l'_3 + l''_3 + l'''_3 + \ldots . + l_3^{(p_3)}}{p_3}$$

. . . . . .

$$x_n = \frac{l'_n + l''_n + l'''_n + \ldots . + l_n^{(p_n)}}{p_n}$$

числа p_1, p_2, $p_3 \ldots . p_n$ будемъ называть *вѣсами* наблюденій x_1, x_2, $x_3 \ldots . x_n$, т. е. будемъ считать за вѣсъ даннаго наблюденія x_k *число p_k, показывающее сколько наблюденій одинаковой точности* [2]) *нужно сдѣлать для того, чтобы ихъ ариѳметическое среднее равнялось данному наблюденію x_k*, т. е., чтобы ариѳметическая средина этихъ одинаково точныхъ наблюденій имѣла точность, равную точности наблюденія x_k.

---

[1]) См. стр. 110 геодезіи *Іордана*, перев. *А. Бикъ*.

[2]) Хотя и меньшаго достоинства.

Написавъ предшествующія равенства въ видѣ:

$$\left.\begin{array}{l} x_1\,p_1 = l'_1 + l''_1 + l'''_1 + \ldots + l_1^{(p_1)} \\ x_2\,p_2 = l'_2 + l''_2 + l'''_2 + \ldots + l_2^{(p_2)} \\ x_3\,p_3 = l'_3 + l'_{13} + l'''_3 + \ldots + l_3^{(p_3)} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_n\,p_n = l'_n + l''_n + l'''_n + \ldots + l_n^{(p_n)} \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots (xp)$$

и сложивъ ихъ, найдемъ:

$$x_1\,p_1 + x_2\,p_2 + x_3\,p_3 + \ldots + x_n\,p_n = l'_1 + l''_1 + l'''_1 + \ldots + l_1^{(p_1)} + \\ + l'_2 + l''_2 + l'''_2 + \ldots + l_2^{(p_2)} + l'_3 + l''_3 + l'''_3 + \ldots + l_3^{(p_3)} \ldots$$

Въ правбй части этого равенства стоитъ сумма равноточныхъ наблюденій числомъ $S = p_1 + p_2 + p_3 + \ldots + p_n$, а потому изъ этихъ равноточныхъ наблюденій ариѳметическая средина x_0 будетъ:

$$x_0 = \frac{l'_1 + l''_1 + l'''_1 + \ldots + l_1^{(p_1)} + l'_2 + l''_2 + l'''_2 + \ldots + l_2^{(p_2)} + l'_3 + l''_3 + l'''_3 \ldots + l_3^{(p_3)} + l'_n + l''_n + \ldots + l_n^{(p_n)}}{p_1 + p_2 + p_3 + \ldots + p_n}$$

Сдѣлавъ въ числителѣ замѣну, примѣнительно къ равенствамъ (xp), получимъ

$$x_0 = \frac{x_1 p_1 + x_2 p_2 + x_3 p_3 + \ldots + x_n p_n}{p_1 + p_2 + p_3 + \ldots + p_n}$$

или, вводя обозначеніе суммы по Гауссу,

$$x_0 = \frac{[px]}{[p]}.$$

Выраженіе x_0 принято называть *общею ариѳметическою срединою*.

Пусть, напримѣръ, опредѣлялось по лимбу направленіе x, и изъ наблюденій найдено: x_1 въ $10^0 16'$ теодолитомъ съ точностію верньера $= 1' = 60''$, x_2 — въ $10^0 15' 40''$ теодолитомъ съ точностію верньера въ $10''$. Принявъ вѣса p_1 и p_2 этихъ двухъ наблюденій обратно пропорціональными числу секундъ въ точности верньеровъ, т. е. положивъ $p_1 = \frac{q}{60}$ и $p_2 = \frac{q}{10}$, гдѣ q — коэффиціентъ пропорціональности, можно написать:

$$x_0 = \frac{10^0 15' 60'' . \frac{q}{60} + 10^0 15' 40'' . \frac{q}{10}}{\frac{q}{60} + \frac{q}{10}} = \frac{q\left(10^0 15' 60'' . \frac{1}{60} + 10^0 15' 40'' . \frac{1}{10}\right)}{q\left(\frac{1}{60} + \frac{1}{10}\right)} = \\ = \frac{10^0 15' 60'' + (10^0 15' 40'')6}{1+6} = 10^0 15' + \frac{60'' + 40'' . 6}{7} = 10^0 15' 43''.$$

Примѣчаніе. Среднёе ариѳметическое, какъ показываетъ предыдущій примѣръ, достаточно брать только изъ числа секундъ, а общее обоимъ измѣреніямъ число $10^0 15'$ войдетъ безъ перемѣны въ окончательный результатъ.

Такъ какъ вѣсъ p есть *число наблюденій*, то для каждаго результата наблюденія въ рядѣ $x_1, x_2, x_3, \ldots x_n$ можно допустить, какъ для ариѳметической средины, нѣкоторую среднюю ошибку. Пусть для x_1 она будетъ m_1, для $x_2 — m_2$ и т. д. Тогда на основаніи формулы $M = \pm \frac{m}{\sqrt{n}}$ для средней ошибки простой ариѳметической средины будемъ имѣть:

$$m_1 = \frac{f_1}{\sqrt{p_1}}, \quad m_2 = \frac{f_2}{\sqrt{p_2}}, \quad \ldots\ldots \quad m_n = \frac{f_n}{\sqrt{p_n}},$$

здѣсь f_1 есть средняя ошибка перваго ряда фиктивныхъ наблюденій l_1', l_1'', l_1''', $\ldots . l_1^{(p_1)}$, f_2 — второго ряда и т. д.

Если допустимъ, что $f_1 = f_2 = \ldots . = f_n = f$, т. е. что средняя ошибка одного фиктивнаго наблюденія въ каждомъ рядѣ одна и таже f, то:

$$m^2_1 = \frac{f^2}{p_1}, \quad m_2^2 = \frac{f^2}{p_2}, \quad \ldots\ldots, \quad m_n^2 = \frac{f^2}{p_n}.$$

Отсюда получимъ $m_1^2 : m^2_2 = p_2 : p_1$, т. е. *вѣса обратно пропорціональны квадратамъ среднихъ ошибокъ*, а потому всегда можно принять

$$p_1 = \frac{k}{m_1^2} \text{ или } p_1 = \frac{1}{m_1^2} \text{ и } p_2 = \frac{k}{m_2^2} \text{ или } p_2 = \frac{1}{m_2^2}\ ^{1}).$$

Среднія ошибки функцій непосредственныхъ наблюденій. I) Пусть дано, что $X = kx$. Наблюдается x, т. е. нѣкоторая k-вая часть X; изъ наблюденій извѣстна средняя ошибка m наблюдаемой величины x; требуется найти ошибку M всей величины X.

Пусть наблюденія надъ x дали результаты l_1, l_2, l_3, $l_1, \ldots . l_n$; тогда, обозначая истинныя ошибки наблюденій черезъ δ_1, δ_2, $\delta_3, \ldots . \delta_n$, найдемъ:

$$\delta_1 = x - l_1, \quad \delta_2 = x\, l_{-2}, \text{ и т. д.}$$

$$m = \pm \sqrt{\frac{[\delta^2]}{n}}.$$

Умножая каждое δ на k, находимъ

$$k\delta_1 = kx - kl_1, \quad k\delta_2 = kx - kl_2, \text{ и т. д.}$$

Такъ какъ $kx = X$, то, положивъ $kl_1 = X_1$, $kl_2 = X_2$, ... , видимъ, что $k\delta_1 = X - X_1$, $k\delta_2 = X - X_2$, и т. д.

Если ошибки величинъ X_1, $X_2, \ldots .$ обозначимъ черезъ Δ_1, $\Delta_2, \ldots .$, то онѣ будутъ:

$$\Delta_1 = X - X_1 = k\delta_1$$
$$\Delta_2 = X - X_2 = k\delta_2$$
$$\ldots\ldots\ldots$$

---

[1]) Коеффиціентъ k, принятый въ только что разсмотрѣнномъ примѣрѣ равнымъ q, при вычисленіи x_0 исчезаетъ.

По формулѣ средней ошибки $m = \pm\sqrt{\frac{[\Delta^2]}{n}}$ найдемъ для M слѣдующее значеніе:

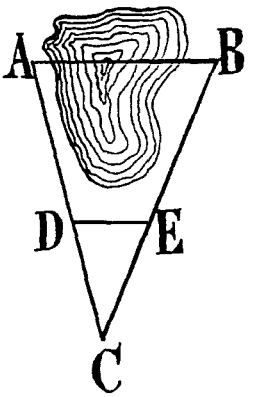
$$M = \pm\sqrt{\frac{[\Delta^2]}{n}} = \pm\sqrt{\frac{[k^2\delta^2]}{n}} = \pm k\sqrt{\frac{[\delta^2]}{n}}.$$

Но $\pm\sqrt{\frac{[\delta^2]}{n}} = m$, слѣдовательно $M = \pm km$. Формула $M = km$ показываетъ, что величина M будетъ при одномъ и томъ же m тѣмъ болѣе, чѣмъ болѣе k, и такъ какъ k показываетъ, какую именно долю x отъ X мы измѣряли, то заключаемъ, что чѣмъ мельче будетъ доля x всей искомой величины X, тѣмъ значительнѣе будетъ средняя ошибка M результата X.

Если, напримѣръ, для отысканія линіи $AB = X$ (черт. II) взяты на мѣстности линіи AC и BC и, по измѣреніи ихъ, отъ точки C отложены $DC = \frac{1}{k}AC$ и $CE = \frac{1}{k}CB$, а затѣмъ найдена изъ n кратныхъ измѣреній $DE = x_0 = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$ съ среднею ошибкою $m = \pm\sqrt{\frac{[(x_0 - x_i)^2]}{n-1}}$, то $M = \pm km$ будетъ среднею ошибкою X.

Эта формула примѣнима и къ ошибкѣ M въ разстояніи D, опредѣляемомъ дальномѣромъ по формулѣ $D = kl$, если дается ошибка m въ прочитанномъ l.

Точно также, если длина цѣпи x, послѣ сравненія ея съ нормальной мѣрой, вмѣсто 10 саженъ, оказалась бы равной 10 саж. $\pm m$, гдѣ m есть средняя ошибка истинной длины цѣпи, равная, напр., 0,002 с. и, при измѣреніи такой цѣпью линіи X, длина цѣпи x уложилась бы $k = 32{,}651$ разъ вдоль измѣряемой линіи X, причемъ каждое отложеніе было бы безошибочно, то мы нашли бы ошибку въ „мѣрѣ линіи“ въ видѣ $M = \pm km$, т. е. вмѣсто X получилось бы въ результатѣ $(X \pm M) = 326{,}51 \pm 32{,}65 \,.\, 0{,}002 = 326{,}51 \pm 0{,}065$.



Черт. II.

II) Даны двѣ величины x_1 и x_2, причемъ $x_1 + x_2 = X$, каждая изъ этихъ величинъ можетъ быть независимо отъ другой измѣрена. Допустимъ, что надъ каждой величиной сдѣлано одинаковое число n наблюденій, т. е. наблюденія дали слѣдующіе результаты:

для x_1 $\quad l'_1, l'_2, l'_3, l'_4, \ldots l'_n$ и $m_1 = \pm\sqrt{\frac{[(x_1 - l'_k)^2]}{n}}$

для x_2 $\quad l''_1, l''_2, l''_3, l''_4, \ldots l''_n$ и $m_2 = \pm\sqrt{\frac{[(x_2 - l''_k)^2]}{n}}$

Требуется найти среднюю ошибку M суммы X *двухъ опредѣляемыхъ изъ наблюденій слагаемыхъ* x_1 *и* x_2.

Такъ какъ по условію $x_1+x_2=X$, то n наблюденій даютъ:

$$\left.\begin{array}{l} X_1=l'_1+l''_1 \\ X_2=l'_2+l''_2 \\ X_3=l'_3+l''_3 \\ \cdots\cdots \\ \cdots\cdots \\ \cdots\cdots \\ X_n=l'_n+l''_n \end{array}\right| \text{ и соотвѣтственно } \left|\begin{array}{l} \Delta_1=X-X_1=x_1+x_2- \\ -(l'_1+l''_1)=(x_1-l'_1)+ \\ +(x_2-l''_1)=\delta'_1+\delta''_1 \\ \Delta_2=\delta'_2+\delta''_2 \\ \cdots\cdots \\ \cdots\cdots \\ \Delta_n=\delta'_n+\delta''_n \end{array}\right.$$

Составляя квадраты ошибокъ Δ, найдемъ:

$$\begin{array}{l} \Delta_1^2=(\delta'_1)^2+(\delta''_1)^2+2\ \delta'_1\ \delta''_1 \\ \Delta_2^2=(\delta'_2)^2+(\delta''_2)^2+2\ \delta'_2\ \delta''_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \Delta^2_n=(\delta'_n)^2+(\delta''_n)^2+2\ \delta'_n\ \delta''_n \end{array}$$

Складывая эти равенства и имѣя въ виду, что суммой $2\ [\delta'\ \delta'']$ можно пренебречь по сравненію съ суммой квадратовъ ошибокъ получимъ:

$$[\Delta^2]=[(\delta')^2]+[(\delta'')^2]=[(x_1-l_k')^2]+[(x_2-l_k'')^2],$$

а слѣдовательно:

$$M^2=\frac{[\Delta^2]}{n}=m^2_1+m^2_2.$$

II*a*) Подобнымъ же пріемомъ нашли бы для функціи $X=x_1-x_2$,

$$[\Delta^2]=[(\delta')^2]+[(\delta'')^2]-2\,[\delta'\ \delta''],$$

а такъ какъ величиной $2\ [\delta'\ \delta'']$ мы пренебрегаемъ, то формула $M^2=m_1^2+m_2^2$ будетъ пригодна и для функціи вида $X=x_1\pm x_2$.

Въ частномъ случаѣ при $m_1=m_2=m$, найдемъ $M=\pm m\sqrt{2}$.

Примѣръ. Произведенной нивеллировкой найдено: 1) что точка B лежитъ выше точки A на 23,751 саж., съ средней ошибкой $=\pm 0{,}0042$ саж., а точка C ниже точки B на 14,260 саж., со средней ошибкой $=\pm 0{,}0031$. Каково превышеніе h точки C надъ A?

$$h=23{,}751-14{,}260=9{,}491 \text{ саж.}$$

$$M=\pm\sqrt{(0{,}0042)^2+(0{,}0031)^2}=\pm 0{,}0052.$$

II*b*) Если $X=x_1+x_2+x_3+\ldots+x_n$, то, обозначая $x_2+x_3+\ldots+x_n$ черезъ y, пришли бы къ виду $X=x_1+y$ и нашли бы для него $M^2=m_1^2+m_y^2$.

Замѣняя y черезъ x_2+z, найдемъ $y=x_2+z$ и $m^2_y=m_2^2+m_z^2$, а потому:

$$M^2=m_1^2+m_2^2+m_z^2.$$

Послѣдовательная замѣна: y черезъ x_2+z, z черезъ x_3+u, и т. д., приведетъ насъ къ формулѣ $M^2=m_1^2+m_2^2+\ldots+m_n^2$.

При $m_1=m_2=\ldots=m_n=m$, получимъ $M^2=\pm m\sqrt{n}$.

Примѣры. На простомъ теодолитѣ уголъ X получается какъ разность двухъ отсчетовъ, дѣлаемыхъ при наведеніи на лѣвый и правый предметы, $X=x_2-x_1$. Если допустить, что средняя ошибка каждаго отсчета равна точности t верньера, а другихъ ошибокъ (отъ неточной центрировки, отъ наклона вѣхъ, неточности наведенія трубою и т. п.) не существуетъ, то *средняя ошибка измѣреннаго угла будетъ* $M=\pm t\sqrt{2}$.

Точно такъ же, если t есть точность отсчитыванія черезъ трубу по рейкѣ, то средняя ошибка въ превышеніи одной точки надъ другой, опредѣленномъ нивеллированіемъ изъ средины, для каждой станціи будетъ $\pm t\sqrt{2}$.

Если въ полигонѣ n угловъ и каждый уголъ измѣренъ со среднею ошибкою M, то средняя ошибка суммы S угловъ полигона $M_s=\pm M\sqrt{n}$ и такъ какъ $M=\pm t\sqrt{2}$, то $M_s=\pm t\sqrt{2n}$. Уравненіе $M_s{}^2=2t.n$ можно геометрически построить, принявъ n за абсциссу кривой, а M_s — за ординату. Кривая будетъ имѣть видъ, показанный на чертежѣ I. По данной величинѣ n можно графически находить величину ошибки M_s. Предѣльная же ошибка равна $3M_s$, а потому считаютъ, что *наивысшая разница* R *между суммою* S_p *измѣренныхъ угловъ полигона и теоретическою суммою* S_τ *угловъ полигона* $S_\tau=2d(n-2)$, *т. е.* S_p-S_τ *не должна превышать утроенной точности верньера угломѣрнаго инструмента, умноженной на корень квадратный изъ двойного числа* n *угловъ полигона* (см. § 114). Измѣрены углы восьмиугольника теодолитомъ съ точностію верньера въ $10''$. Разность $R=S_p-S_\tau=\pm 3.10''\sqrt{2.8}=\pm 3.40''=120''=2'$, то-есть *въ самомъ неблагопріятномъ случаѣ* мы должны получить R не болѣе двухъ минутъ, если допускаемъ, что въ каждомъ углѣ средняя ошибка равна $10''\sqrt{2}$. Имѣя же въ виду, что ошибка въ углѣ при тщательныхъ измѣреніяхъ не превыситъ точности верньера, а будетъ менѣе ея, причемъ ошибки могутъ взаимно уничтожаться, встрѣчаясь съ разными знаками, въ строгихъ инструкціяхъ дозволяется R допускать не болѣе $t\sqrt{2n}$, т. е. только средней ошибки суммы, но не предѣльной.

На томъ же основаніи средняя ошибка въ превышеніи одной точки надъ другой, опредѣленномъ сложнымъ нивеллированіемъ, будетъ $t\sqrt{2n}$, гдѣ t — точность отсчитыванія по рейкѣ и n — число пройденныхъ съ нивеллиромъ станцій. Такимъ образомъ, если разстояніе отъ нивеллира до рейки равно z, длина пронивеллированнаго хода $=L$, число станцій $=n$, средняя ошибка отсчета по рейкѣ $=\pm t$, то средняя ошибка M всего хода равна

$$M=\pm t\sqrt{2}.\sqrt{n}=\pm t\sqrt{2}\sqrt{\frac{L}{2z}}=\pm\frac{t}{\sqrt{z}}\sqrt{L}.$$

Возьмемъ еще примѣры:

Примѣръ 1-й. Если длина измѣряемой линіи $=L$, а *каждое отложеніе* мѣрнаго снаряда длиною $=l$ сопровождается при измѣреніи линіи

случайной средней ошибкой $\pm\mu$, то число отложеній будетъ $n=\frac{L}{l}$, а средняя ошибка измѣряемой линіи L будетъ

$$M^2=\underbrace{(\pm\mu)^2+(\pm\mu)^2+\ldots\ldots(\pm\mu)^2}_{\text{всего } n \text{ разъ.}},$$

т. е. $$M=\pm\mu\sqrt{n}=\pm\frac{\mu}{\sqrt{l}}\cdot\sqrt{L} \text{ или}$$

$$M=\pm f\sqrt{L}, \text{ гдѣ} f=\frac{\mu}{\sqrt{l}}.$$

Вслѣдствіе чего можно сказать, что *случайная средняя* (квадратическая) *ошибка измѣряемой линіи пропорціональна корню квадратному изъ длины линіи,* а *средняя систематическая* ошибка въ той же линіи, равная

$$M=\pm km, \text{ гдѣ } k=\frac{L}{l}\left[\text{или } \frac{X}{x}, \text{ см. I}\right],$$

$$\text{т. е. } M=\pm\frac{m}{l}\cdot L=\pm c\cdot L, \text{ гдѣ } c=m:l,$$

прямо пропорціональна длинѣ измѣряемой линіи.

Примѣръ 2-ой. Для опредѣленія угла наклона i оси уровня съ цѣною одного дѣленія $\eta=10''$ существуетъ формула $i=\frac{1}{2}(л+п)\eta$. Опредѣлить среднюю ошибку полученнаго наклона $i=\frac{1}{2}(л+п)$, если отсчеты по концамъ пузырька $л$ и $п$ сопровождаются среднею ошибкою въ $\pm\frac{1}{10}$ одного дѣленія уровня.

Если $л$ и $п$ сопровождаются каждый среднею ошибкою $t=\pm\frac{1}{10}$ одного дѣленія уровня, то сумма $л+п$ будетъ сопровождаться ср. ошибкою $m=t\sqrt{2}$, или $m=\pm\frac{1}{10}\sqrt{2}$ одного дѣленія уровня, т. е. $\pm\frac{1}{10}\sqrt{2}\cdot 10''=\pm\sqrt{2}''$, а ср. ошибка M_i наклона i будетъ $M_i=\pm\frac{1}{2}m$, т. е. $M_i=\pm\frac{\sqrt{2}''}{2}=\pm\frac{1''}{\sqrt{2}}=\pm\frac{1{,}4''}{2}=\pm 0{,}7''$.

Примѣръ 3-й. Найти среднюю ошибку $M_{м.о.}$ опредѣленія мѣста нуля $M.\ O.$ цилиндрическаго уровня (съ цѣною одного дѣленія $\eta=5''$), цѣня на глазъ (дѣлая среднюю ошибку въ отсчетѣ по концамъ пузырька въ) $\frac{1}{10}$ одного дѣленія уровня.

Такъ какъ $M.O.=\frac{S_1-S_2}{2}$, а $S=\frac{1}{2}(л+п)\eta$, то $m_s=\pm\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{10}\sqrt{2}\cdot 5''=\frac{\sqrt{2}''}{4}$, а $M_{м.о.}=\pm\frac{1}{2}m\sqrt{2}''=\pm\frac{m''}{\sqrt{2}}=\pm\frac{1''}{4}$.

III. Если бы данная функція имѣла видъ $X = a_1 x_1 \pm a_2 x_2 \pm a_3 x_3 \pm \ldots \pm a_n x_n$, то доказательствомъ, подобнымъ предыдущему, найдемъ

$$M = \sqrt{a_1^2 m_1^2 + a^2 m^2 + \ldots + a_n^2 m_n^2}.$$

Эту формулу можно примѣнить къ общей ариѳметической срединѣ

$$x_0 = \frac{p_1 x_1 + p_2 x_2 + p_3 x_3 + \ldots + p_n x_n}{[p]},$$

если будемъ ее писать въ видѣ

$$x_0 = \frac{p_1}{[p]} x_1 + \frac{p_2}{[p]} x_2 + \ldots + \frac{p_n}{[p]} x_n;$$

коэффиціенты a_1, a_2.... общей формулы будутъ имѣть видъ

$$\frac{p_1}{[p]} = a_1, \frac{p_2}{[p]} = a_2, \ldots + \frac{p_n}{[p]} = a_n,$$

а искомая ошибка M опредѣлится по формулѣ:

$$M = \sqrt{\frac{[v^2 p]}{[p]\ (n-1)}}\ ^{1}).$$

IV. Если данная функція не имѣетъ линейнаго вида и зависитъ отъ *нѣсколькихъ непосредственно наблюдаемыхъ величинъ* x, y, z...., то вообще она представится формулою

$$u = f\ (x, y, z, \ldots).$$

Полагая, что x_0, y_0, z_0, . . . суть окончательные выводы наблюденій съ средними ошибками m_1, m_2, m_3,...., а m_0—средняя ошибка функціи u_0, причемъ

$$u_0 = f\ (x_0, y_0, z_0 \ldots),$$

можно написать равенство

$$u_0 + m_0 = f(x_0 + m_1, y_0 + m_2, z_0 + m_3, \ldots).$$

Имѣя въ виду, что вообще ошибки малыя величины, примѣнимъ здѣсь строку Тейлора, ограничиваясь первыми степенями ошибокъ, тогда

$$u_0 + m_0 = f(x_0, y_0, z_0 \ldots) + \frac{df}{dx} m_1 + \frac{df}{dy} m_2 + \frac{df}{dz} m_3 + \ldots$$

или

$$m_0 = a_1 m_1 + a_2 m_2 + a_3 m_3 + \ldots$$

гдѣ a_1, a_2, a_3 . . . суть частныя производныя функціи u по x, y, z, . . . , вычисленныя для $x = x_0$, $y = y_0$, $z = z_0$, . . .

Послѣднее выраженіе для m_0 имѣетъ неопредѣленную величину по двойственности знаковъ у m_1, m_2, m_3, . . .

---

[1]) Доказательство см., напр., курсъ теоріи ошибокъ *Колля (Otto Koll—Die Theorie der Beobachtungsfehler).*

Чтобы избавиться отъ этой неопредѣленности, возведемъ обѣ части равенства въ квадратъ, тогда получимъ

$$m_0^2 = a_1^2 m_1^2 + a_2^2 m_2^2 + a_3^2 m_3^2 + \ldots$$
$$\pm 2 (a_1 a_2 m_1 m_2 + a_1 a_3 m_1 m_3 + a_2 a_3 m_2 m_3 + \ldots).$$

Послѣдній членъ, состоящій изъ суммы удвоенныхъ произведеній, отбросимъ, получимъ

$$m_0^2 = a_1^2 m_1^2 + a_2^2 m_2^2 + a_3^2 m_3^2 + \ldots$$

Это и будетъ общею формулою средней ошибки m_0 функціи u непосредственно наблюдаемыхъ величинъ $x, y, z \ldots$.

IV*a*) Найти среднюю ошибку M произведенія $X = x_1 . x_2$, если x_1 имѣетъ ср. ошибку m_1, а x_2 — ср. ошибку m_2.

По формулѣ $m_0^2 = a_1^2 m_1^2 + a_2^2 m_2^2$ находимъ

$$M^2 = x_2^2 . m_1^2 + x_1^2 . m_2^2.$$

Примѣры: 1-й. Уголъ X состоитъ изъ двухъ частей x_1 и x_2, т. е. $X = x_1 + x_2$. Уголъ x_1 получился какъ ариѳметическая средина изъ 16 измѣреній, сопровождающихся каждое ср. ошибкой $\pm 4''$, а уголъ x_2 — изъ 24 подобныхъ же измѣреній, имѣющихъ ту же среднюю ошибку. Опредѣлить среднюю ошибку M_x угла X.

По формулѣ $M = \pm \frac{m}{\sqrt{n}}$ находимъ $M x_1 = \pm \frac{4''}{\sqrt{16}}$ и $M x_2 = \pm \frac{4''}{\sqrt{24}}$.

Ср. ошибка $M^2_x = M^2 x_1 + M^2 x_2 = \frac{16''}{16} + \frac{16''}{24} = \frac{16''}{48}$ (3+2) и $M_x = \pm 4'' . \sqrt{\frac{5}{48}} =$
$= \pm 4'' \sqrt{0{,}1042} = \pm 1{,}3''$.

2-*й*. Превышеніе h опредѣляется по формулѣ $h = D \operatorname{ctg} z$, гдѣ $z = 90^0 - \alpha$ зенитное разстояніе, дополняющее уголъ наклона α до 90^0. Опредѣлить среднюю ошибку въ h, если $D = 124{,}18$ саж. сопровождается средн. ошибкой $\pm 0{,}03$ с., а $z = 70^0\ 18'\ 30'' \pm 10''$.

См. § 238. Отвѣтъ $h = 44{,}443 \pm 0{,}013$.

Найти ср. ошибку M функціи

$$\text{a)}\ X = \frac{x_1 . x_2}{x_3},$$

если $m = m_1 = m_2 = m_3$;

$$\text{b)}\ x = tg \frac{x_1}{x_2},$$

причемъ m_1 не равно m_2;

$$\text{c)}\ x = c . \frac{Sin\, x_1}{Sin\, x_2}.$$

Отвѣты:

$$\text{a)}\ M = \pm m \sqrt{\left(\frac{x_2}{x_3}\right)^2 + \left(\frac{x_1}{x_3}\right)^2 + \left(\frac{x_1 . x_2}{x_3^2}\right)^2}$$

b) $$M = \pm \sqrt{\left(\frac{1}{x_2 \cos^2 \frac{x_1}{x_2}}\right)^2 m_1^2 + \left(\frac{x_1}{x_2^2 \cos^2 \frac{x_1}{x_2}}\right)^2 m_2^2}$$

c) $$M = \pm \sqrt{\left(\frac{c \,.\, \cos x_1}{Sin\, x_2}\right)^2 m_1^2 + \left(\frac{c \,.\, Sin\, x_1 \,.\, \cos x_2}{Sin^2 x_2}\right)^2 m_2^2}$$

V.) Если ошибку Δ можно разсматривать какъ сумму другихъ, независимыхъ другъ отъ друга ошибокъ $\Delta_1, \Delta_2 \ldots \Delta_n$, т. е.

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 + \ldots + \Delta_n,$$

то для средн. ошибокъ m и $m_1, m_2 \ldots m_n$, соотвѣтствующихъ абсолютнымъ ошибкамъ Δ и $\Delta_1, \Delta_2, \ldots \Delta_n$, существуетъ зависимость

$$m = \pm \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + \ldots + m_n^2}$$

и вообще, если

$$\Delta = a_1\Delta_1 + a_2\Delta_2 + \ldots + a_n\Delta_n,$$

то

$$m = \pm \sqrt{a_1^2 m_1^2 + a_2^2 m_2^2 + \ldots + a_n^2 m_n^2}$$

Примѣръ 1-й. Пользуясь этимъ, предложимъ себѣ найти ср. ошибку M_L измѣренія линіи L, разсматривая M_L какъ сумму: изъ систематической ср. ошибки M_1 и случайной ср. ошибки M_2, сопровождающихъ измѣреніе длины L линіи.

Выше мы нашли, что систем. ср. ошибка $M_1 = \pm cL$, а случайная

$$M_2 = \pm f\sqrt{L},$$

поэтому

$$M_L = \pm \sqrt{M_1^2 + M_2^2} = \pm \sqrt{f^2 L + c^2 L^2}.$$

Примѣръ 2-й. Если уголъ X есть разность двухъ направленій $x_2 - x_1$ на лимбѣ теодолита, т. е. $X = x_2 - x_1$, и ср. ошибка визированія трубой равна $\pm m_v$, а ср. ошибка читаемаго отсчета по каждому изъ двухъ верньеровъ на лимбѣ есть $\pm m_t$, то какова будетъ средняя ошибка M_X для угла X.

Ср. ошибка въ углѣ въ зависимости отъ ср. ошибки визированія трубой будетъ $= \pm m_v\sqrt{2}$, средняя же ошибка ариѳметической средины для каждаго направленія будетъ $= \pm \frac{m_t}{\sqrt{2}}$, для угла же она будетъ $= \pm \frac{m_t}{\sqrt{2}}\sqrt{2}$, поэтому искомая $M_X = \pm \sqrt{2\left(m_v^2 + \frac{m_t^2}{2}\right)}$.

Примѣръ 3-й. Найти ср. ошибку въ каждомъ изъ приращеній координатъ Δx и Δy, зная, что $\Delta x = d \,.\, cos\alpha$ и $\Delta y = d \,.\, Sin\alpha$, а также, что средн. ошибка въ линіи d есть $\pm m_d$, а въ азимутѣ α ср. ошибка $= \pm m_\alpha$.

Находимъ

$$m_{\Delta^2 x} = m_d^2 \cdot \cos^2\alpha + d^2 \sin^2\alpha \cdot m_\alpha^2$$

$$m_{\Delta^2 y} = m_d^2 \cdot \sin^2\alpha + d^2 \cos^2\alpha \cdot m_\alpha^2$$

или

$$m_{\Delta^2 x} = m_d^2 \cdot \left(\frac{\Delta x}{d}\right)^2 + (\Delta y)^2 \cdot m_\alpha{}^{2\,1})$$

$$m_{\Delta^2 y} = m_d^2 \cdot \left(\frac{\Delta y}{d}\right)^2 + (\Delta x)^2 \cdot m_\alpha{}^{2\,1}).$$

Нахожденіе средней ошибки по разностямъ двойныхъ измѣреній. Если для отысканія n различныхъ, но однородныхъ между собой величинъ, напр., длинъ линій (сторонъ полигона), допустимъ *сдѣлано* при одинаковыхъ условіяхъ [2]) *по два наблюденія для каждой изъ этихъ величинъ* какъ ради контроля, такъ и для опредѣленія степени точности сдѣланныхъ измѣреній, то полученныя разности

$$d_1 = l_1' - l_1''; \; d_2 = l_2' - l_2'' : \ldots . d_n = l_n' - l_n''$$

двухъ рядовъ наблюденій,

1) l_1', l_2', l_3', ... l_n'

и 2) l_1'', l_2'', l_3'', ... l_n''

возможно разсматривать какъ погрѣшности n наблюденій надъ величиною, равною нулю, ибо истинное значеніе разности $d = l' - l''$ есть ноль. Тогда средняя ошибка для разности d, т. е. m_d найдется по формулѣ:

$$m_d = \sqrt{\frac{[d^2]}{n}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Съ другой стороны, если ищется средняя ошибка функціи вида $X = x_1 - x_2$ (см. II*a*), то $M = \pm\sqrt{m_1^2 + m_2^2}$, или въ частномъ случаѣ $M = \pm m\sqrt{2}$.

Для разсматриваемаго случая будетъ $m_d^2 = m'^2 + m''^2$, а, считая оба ряда одинаково точными,

$$m_d = m_l\sqrt{2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

Сличая равенства (1) и (2), получимъ

$$m_l\sqrt{2} = \pm\sqrt{\frac{[d^2]}{n}} \text{ или } m_l = \pm\sqrt{\frac{[d^2]}{2n}}$$

---

[1]) Лицъ, интересующихся дальнѣйшими приложеніями теоріи ошибокъ наблюденій къ вопросамъ геодезіи, отсылаю къ 1) *И. А. Иверновъ*—Способъ наименьшихъ квадратовъ, 2) *Н. Н. Веселовскій*—Элементарная теорія ошибокъ наблюденій и способъ наименьшихъ квадратовъ, 3) *Hegemann*—Übungsbuch für die Anwendung der Ausgleichunsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate auf die praktische Geometrie, 4) *Otto Koll*—Die Theorie der Beobachtungsfehler, 5) *A. Galle*—Geodäsie, 6) *F. R. Helmert*—Die Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate. *П. Леонтовскій*—Маркшейдерскія задачи.

[2]) т. е. однимъ и тѣмъ же инструментомъ, однимъ и тѣмъ же методомъ, однимъ и тѣмъ же наблюдателемъ и т. п.

Замѣчаніе [1]). Такой пріемъ опредѣленія m_1 средней ошибки для каждаго изъ $2n$ измѣреній возможенъ лишь въ томъ случаѣ, когда результаты перваго и второго рядовъ измѣреній различаются между собою только случайными ошибками. Если же есть основаніе подозрѣвать между результатами обоихъ рядовъ систематическую разность, то величину систематической ошибки нужно прежде всего выдѣлить изъ каждой разности двухъ измѣреній.

Замѣтить присутствіе систематической разности возможно при довольно длинныхъ рядахъ измѣреній тѣмъ, что въ разностяхъ преобладаетъ одинъ и тотъ же знакъ и что въ этомъ случаѣ $[d]$ не равна O.

Вѣроятнѣйшая величина систематической ошибки разности двухъ измѣреній будетъ при этомъ $\frac{[d]}{n} = q$ и для вывода средней ошибки измѣренія нужно составить разности

$$d_1 - q,\ d_2 - q,\ d_3 - q,\ \ldots\ d_n - q,$$

при чемъ

$$[d - q] = O.$$

Тогда

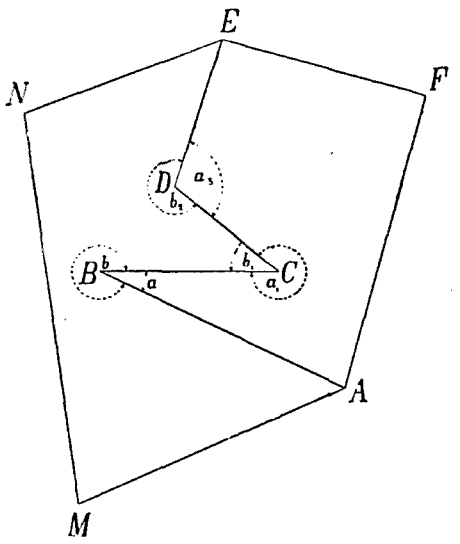
$$m_d = \sqrt{\frac{[d-q]^2}{n-1}},\ \text{а}\ m_1 = \pm\sqrt{\frac{[d-q]^2}{2(n-1)}}.$$

---

[1]) См. *П. А. Иверонов*ъ. — Способъ наименьшихъ квадратовъ. Москва, 1904 г.

Горизонтальная съемка угломѣрнымъ инструментомъ.

§ 105. Четыре основныхъ способа съемки. Съемка *отдѣльныхъ контуровъ* угломѣрнымъ инструментомъ производится слѣдующими четырьмя пріемами: 1) *обходомъ* по границамъ контура съ измѣреніемъ: а) длины прямыхъ, составляющихъ границу прямолинейнаго контура и ихъ угловъ на клона къ горизонту, и б) горизонтальныхъ угловъ между линіями, составляющими границу, 2) *полярнымъ способомъ*, при которомъ точки контура опредѣляются разстояніями до центральной точки контура, называемой *полюсомъ*, и углами между радіальными прямыми, идущими отъ полюса къ точкамъ контура, 3) *промѣрами съ вѣхи на вѣху* отъ одной данной точки до другой или *способомъ промѣра створовъ двухъ вѣхъ* и 4) *способомъ засѣчекъ*, при которомъ каждая точка контура опредѣляется по двумъ заранѣе даннымъ точкамъ, какъ вершина треугольника, образованнаго данною стороною и двумя измѣряемыми въ треугольникѣ углами.



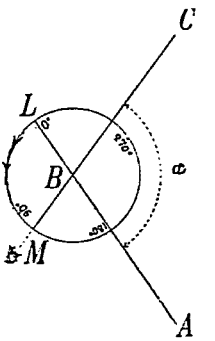
Черт. 143.

§ 106. Способъ обхода. При измѣреніи угловъ ломаной линіи *ABCD*.... (чер. 143) теодолитомъ можно различать два рода угловъ: одни a, a_1, a_2,... и другіе b, b_1, b_2,...., дополняющіе первые до 360^0. Если представимъ себѣ наблюдателя двигающимся отъ точки A къ точкѣ E лицомъ впередъ, то углы a будутъ *вправо по ходу* лежащіе, а углы b— *влѣво по ходу* лежащіе. Для сомкнутаго полигона *ABCDEFA* тѣ же углы a будутъ внутренними, а углы b — внѣшними. Для смежнаго же сомкнутаго полигона *AMNEDCBA* углы b являются внутренними. Такимъ образомъ видимъ, что при измѣреніи угловъ слѣдуетъ различать,—какой уголъ въ каждой вершинѣ полигона (сомкнутаго или несомкнутаго) мы

желаемъ измѣрить — вправо или влѣво *по ходу* лежащій. *Условимся мѣрить углы вправо по ходу лежащіе;* при этомъ, идя по сомкнутому полигону, будемъ предполагать, 1) что самый полигонъ всею своею площадью находится *вправо отъ наблюдателя*, двигающагося лицомъ впередъ по границѣ полигона, 2) наблюдатель, установившій инструментъ въ вершинѣ измѣряемаго угла, обернутъ лицомъ во внутрь даннаго угла.

Передъ измѣреніемъ угла прежде всего нужно обратить вниманіе на направленіе подписи дѣленій. Если подпись дѣленій идетъ *справа на лѣво*, т. е. противъ хода часовой стрѣлки, то сперва трубу направляютъ на правый предметъ A (*задній по ходу*) (черт. 144), а затѣмъ, сдѣлавъ по верньерамъ отсчеты, наводятъ трубу на C лѣвый (*передній по ходу*) предметъ. Разность 2-го и 1-го отсчетовъ по лимбу выразитъ величину угла LBM, т. е. *равнаго вертикальнаго* искомому углу a.

Производя по верньеру отсчетъ, мы предполагаемъ, что инструментъ центрированъ и лимбъ его приведенъ въ горизонтальное положеніе, алидада вращается въ центрѣ лимба и что коллимаціонная плоскость трубы проходитъ черезъ центръ лимба.



Черт. 144.

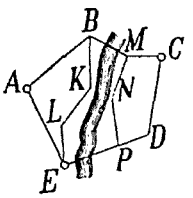
Само собою разумѣется, что уголъ $b = 360 - a$ получится на лимбѣ, если *при тѣхъ же условіяхъ* наведемъ трубу сперва впередъ, а потомъ назадъ, или изъ 1-го отсчета вычтемъ 2-ой отсчетъ.

Въ теодолитахъ преимущественно можно встрѣтить подпись дѣленій лимба, идущею *слѣва направо* (по ходу часовой стрѣлки), тогда для полученія угла вправо по ходу лежащаго слѣдуетъ трубу сперва направлять на лѣвый предметъ, а затѣмъ—на правый, и изъ второго отсчета вычесть первый, тогда разность отсчетовъ на лимбѣ выразитъ искомый вправо по ходу лежащій уголъ или, что тоже самое, сперва направиться на задній по ходу предметъ и сдѣлать 1-й отсчетъ, потомъ — на передній предметъ и произвести второй отсчетъ, и, наконецъ, изъ 1-го отсчета вычесть 2-ой.

Для устраненія вліянія эксцентрицитета алидады на отсчетъ слѣдуетъ послѣ каждаго наведенія трубы дѣлать по лимбу два отсчета по двумъ діаметрально противоположнымъ верньерамъ, причемъ по первому верньеру, напр. при окулярѣ, дѣлается *полный* отсчетъ числа градусовъ и минутъ, а по діаметрально противоположному верньеру прочитываются только однѣ минуты. Отсчетъ, освобожденный отъ вліянія эксцентрицитета, ра-

венъ числу градусовъ, взятыхъ съ перваго верньера и числу минутъ, составленному изъ полусуммы отсчетовъ по обоимъ верньерамъ.

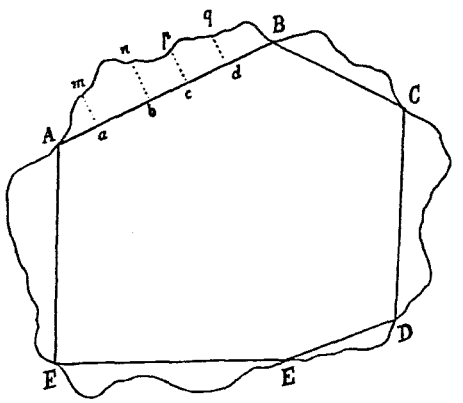
Въ сомкнутомъ полигонѣ измѣряются послѣдовательно одинъ за другимъ углы A, B, M, C, D, E (черт. 145), для чего, *предварительно передъ измѣреніемъ*, вершины угловъ замѣчаются небольшими кольями, надъ которыми и центрируется теодолитъ при помощи нити съ отвѣсомъ. За измѣреніемъ угловъ, слѣдуетъ измѣреніе сторонъ AB, BM, MC, CD, DE и EA стальною лентою и угловъ ихъ наклоненія къ горизонту.



Черт. 145.

Относительно съемки криволинейнаго контура см. § 6 (чертежъ 7-й).

При измѣреніи горизонтальныхъ угловъ ведется геодезическій журналъ, а при измѣреніи прямыхъ лентою и съемкѣ точекъ криволинейныхъ границъ способомъ координатъ, ведется въ полѣ отъ руки, съ указаніемъ сдѣланныхъ промѣровъ, чертежъ, называемый *абрисомъ*.



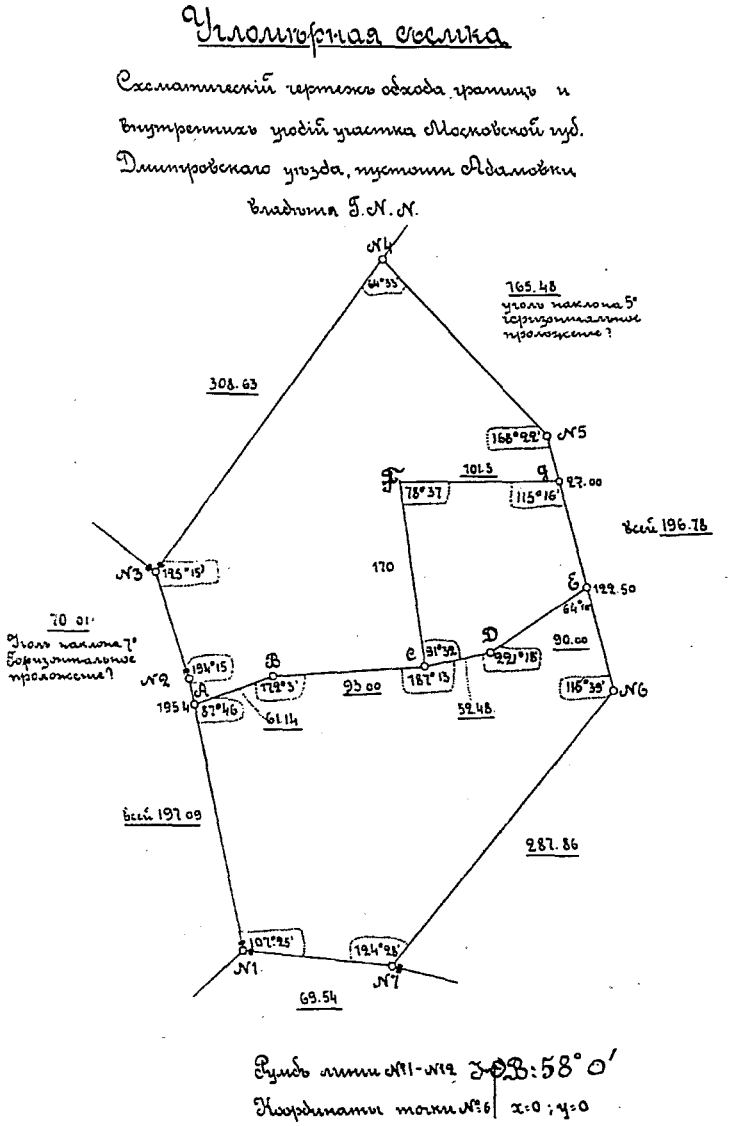
Черт. 7.

Прямыя AB, BC,..., (черт. 7), относительно которыхъ снимаются точки кривыхъ линій, (лежащихъ вблизи промѣряемыхъ цѣпью прямыхъ), называются иногда *магистралями*. Магистраль промѣряется отъ начальной точки цѣпью или лентой, причемъ на абрисѣ записываются длины отъ ея начала, т. е. длины Aa, Ab, Ac, Ad и AB, возставленные же къ магистрали перпендикуляры am, bn, cp, dq (черт. 7) мѣряются рулеткою, и длина ихъ помѣчается на абрисѣ у точекъ m, n, p, q... Запись промѣровъ дѣлается перпендикулярно къ направленію промѣряемой линіи.

Примѣчаніе. Необходимость вести промѣры по магистрали AB отъ начала A и записывать ихъ въ видѣ: $Aa = 15{,}83$ саж., $Ab = 24{,}19$ саж., $Ac = 48{,}44$ саж., $Ad = 78{,}85$ саж., и $AB = 108{,}67$ саж. будетъ указана нами впослѣдствіи, при построеніи плана снятаго контура.

Если внутри полигона идетъ дорога или протекаетъ рѣка, то одинъ изъ береговъ можетъ быть снятъ на планъ *способомъ обхода*, т. е. вдоль берега отъ точки B (черт. 145) полигона прокладываютъ *несомкнутый поли-*

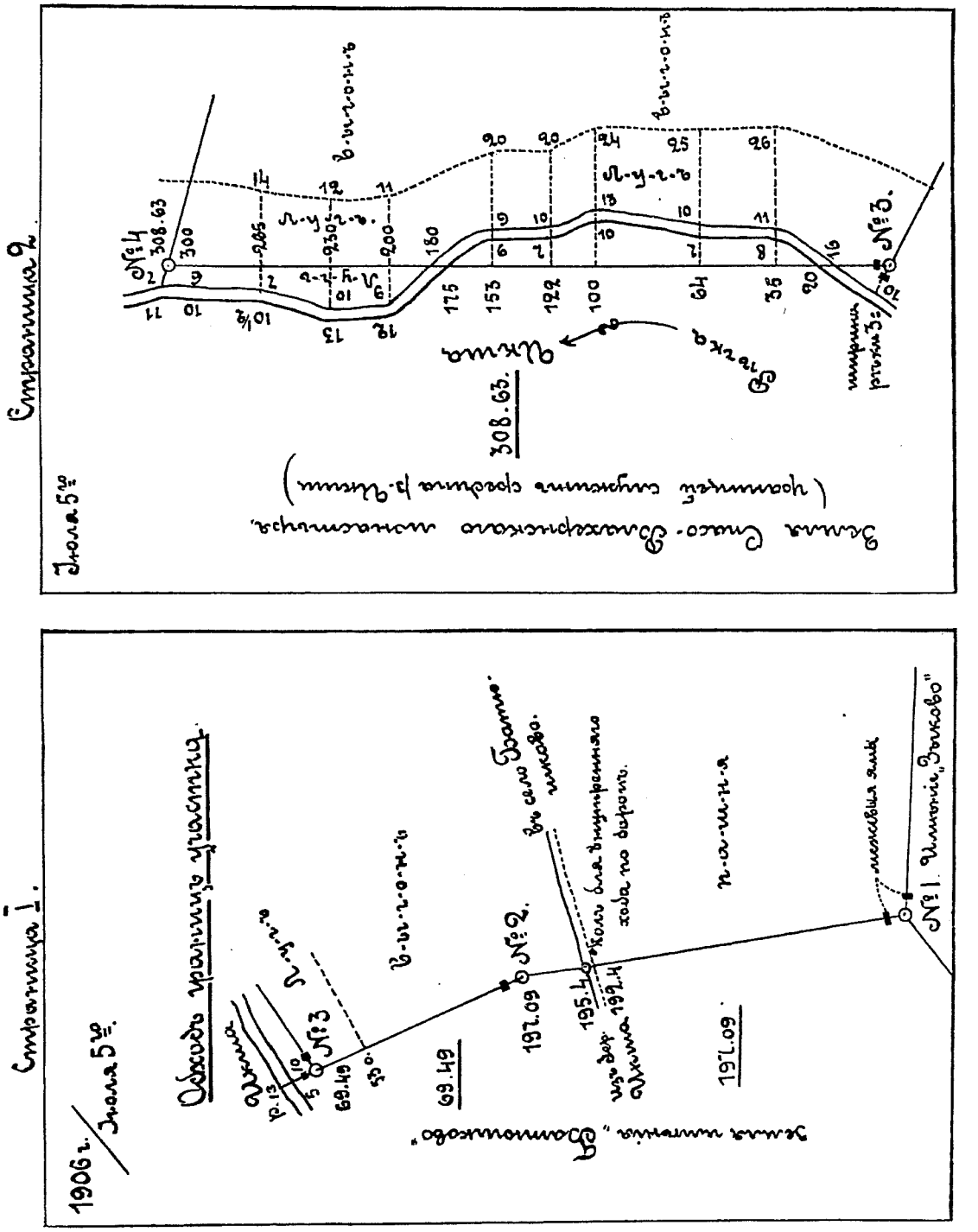
гонъ BKLE и въ немъ измѣряютъ углы *B, K, L* и *E*, а также длины сторонъ *BK, KL* и *LE* и углы ихъ наклона. Углы *ABK* и *LEA*, связывающіе полигонъ *BKLE* съ общею границею участка, называются *примычными*



Черт. 145 bis.

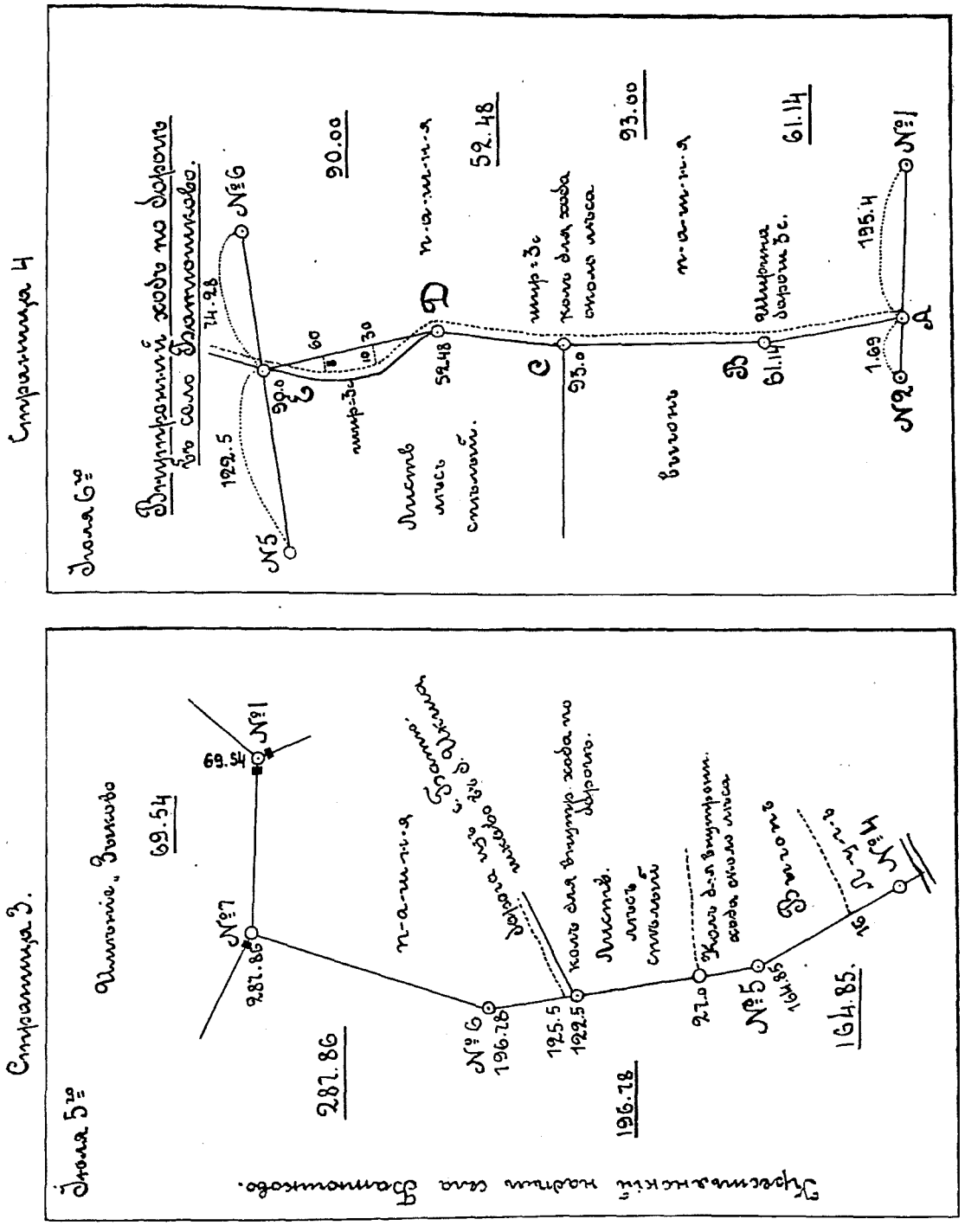
углами. Несомкнутый полигонъ для съемки подробностей внутри окружной границы участка *ABMCDEA* (или, какъ говорятъ, для съемки внутренней ситуаціи) можетъ начинаться и кончаться не только у вершинъ полигона, напр. *B* и *E*, а и у любыхъ точекъ прямыхъ, какъ напр. полигонъ *MNP*

Абрисная книжка.



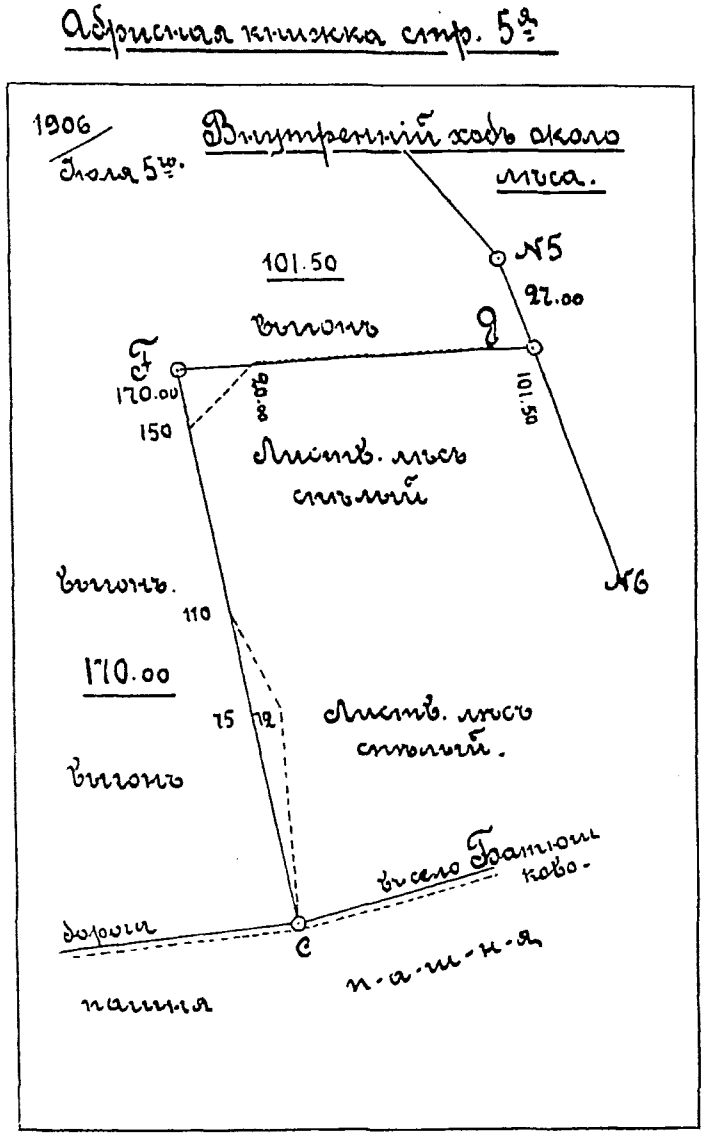
Черт. 145а.

Абрисная книжка.



Черт. 144 b′ и 145 b″.

идетъ отъ точки *M* до точки *P* прямыхъ *MC* и *ED*, но тогда необходимо промѣрить цѣпью разстоянія *CM* и *DP* отъ этихъ точекъ до ближайшихъ вершинъ *C* и *D*. Прокладывая ломаную *MNP* для съемки другого берега,

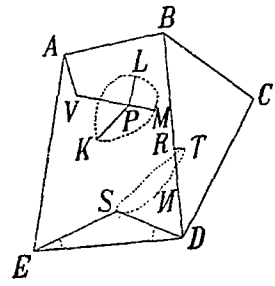


Черт. 145 c.

нужно помимо угловъ *M*, *N* и *P* измѣрить линіи *CM*, *MN*, *NP* и *PD*. Все только что описанное иллюстрируютъ чертежи 145bis, 145a, 145b, 145 c, которыми мы воспользуемся при составленіи плана снятой мѣстности. [1]).

[1]) См. также *абрисы* въ инструкціи для производства землемѣрныхъ работъ при землеустроительныхъ операціяхъ или въ литографированномъ приложеніи къ Anweisung VIII—прусской Инструкціи для кадастровыхъ съемокъ.

§ 107. Полярный способъ съемки. Если внутри контура *ABCDEA* (черт. 146) лежитъ другой открытый сомкнутый криволинейный контуръ *KLM*, наприм. лужайка среди лѣса, то его снимаютъ *полярнымъ способомъ*. Въ этомъ случаѣ идутъ отъ точки *A* до средины контура *P* прямой или ломаной *AVP*, измѣряютъ углы *BAV*, *AVP* и стороны *AV* и *VP*. Придя въ точку *P*, называемую *полюсомъ*, намѣчаютъ на контурѣ (помимо точки *V*) еще рядъ точекъ, *L*, *M*,.... *K* такъ, чтобы части *LM*, *MK*,.... всей границы контура *VPL* можно было принять за прямыя линіи. Послѣ этого и мѣряютъ углы *VPL*, *VPM*,.... *VPK*, а также и разстоянія *PL*, *PM*,.... *PK*.



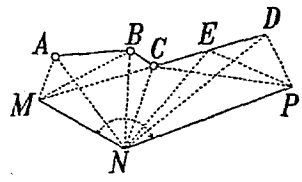
Черт. 146.

Способъ этотъ особенно удобенъ, когда имѣется дальномѣръ, дающій величины разстояній безъ непосредственнаго ихъ измѣренія.

§ 108. Способъ засѣчекъ. Точка *S* контура *SRTИ* можетъ быть опредѣлена *засѣчкою*, т. е. построена на планѣ пересѣченіемъ двухъ прямыхъ *ES* и *DS*, если при извѣстномъ по длинѣ *базисѣ ED* измѣримъ еще два угла *E* и *D* (черт. 146) и построимъ треугольникъ *DES* по сторонѣ *ED* и двумъ угламъ *E* и *D*, прилегающимъ къ ней. Такая засѣчка называется *прямою* или *засѣчкою впередъ*. Способъ же, когда кромѣ базиса *DE* измѣрены углы *D* и *S*, или *E* и *S* (одинъ въ данной точкѣ, а другой—въ опредѣляемой) *называется обратною засѣчкою*, т. е. такой, при которой искомая точка *S* опредѣляется измѣреннымъ *въ ней* угломъ *DSE*. Эту засѣчку называютъ также *„засѣчкою назадъ“*.

Подобнымъ же образомъ и точка *T* (черт. 146) могла бы быть опредѣлена съ базиса *SP*, если бы ничто не мѣшало измѣрить углы *SPT* и *STP*.

Способомъ засѣчекъ обыкновенно снимаются недоступные контуры, какъ напр., противоположный берегъ рѣки, урѣзъ оврага и т. п., причемъ вмѣсто одного базиса берутъ иногда нѣсколько, связывая ихъ между собою углами. Пусть, напр., нужно снять кривую (черт. 147) *ABCED способомъ засѣчекъ впередъ*. Для того, чтобы *засѣчка не происходила подъ очень острымъ или тупымъ угломъ*, а именно не менѣе 30° и не болѣе 150°, выбираютъ ломанный базисъ *MNP*, и относительно *MN* снимаютъ часть *ABC*, а затѣмъ, опредѣливъ уголъ *MNP*, относительно прямой *NP* снимаютъ часть *CED*.

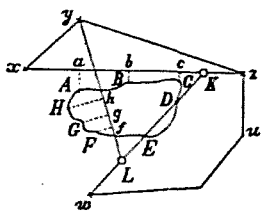


Черт. 147.

Существенное различіе способа засѣчки впередъ отъ способа засѣчки назадъ состоитъ въ томъ, что способомъ засѣчекъ впередъ съ двухъ данныхъ точекъ *M* и *N* (съ базиса), можно снять двумя постановками инструмента (въ *M* и *N*) весьма большое число

точекъ недоступнаго контура послѣдовательнымъ визированіемъ, напр. изъ точки *M* на *A*, *B*, *C*...., а затѣмъ изъ точки *N* — на *C*, *B*, *A*...., обратною же засѣчкою можно съ двухъ данныхъ точекъ также двумя постановками инструмента снять только одну опредѣляемую точку.

§ 109. Способъ промѣровъ съ вѣхи на вѣху. Способъ промѣровъ съ вѣхи на вѣху характеренъ тѣмъ, что при немъ *не* употребляется угломѣрный инструментъ, а только одна цѣпь (или лента). Такъ, напримѣръ, точки *И* и *Т* контура *STИ* (черт. 146) можно снять *промѣромъ съ вѣхи B на вѣху D*. Положеніе точекъ *B* и *D* должно быть при этомъ уже извѣстно, напримѣръ, изъ съемки обходомъ контура *ABCDE*. Промѣряя линію *BD*, точки *T* и *И* снимаютъ—первую абсциссою *BR* и ординатою (перпендикуляромъ) *RT*, а вторую одною абсциссою *BИ*. Если, кромѣ разстояній *BR* и *BИ*, измѣрена также часть *HD*, т. е. весь створъ *BD*, то этотъ способъ называютъ *способомъ створовъ*. На планѣ точка *R* наносится отъ точки *B* и отъ точки *D*. За истинное положеніе точки *R* считаютъ среднее изъ двухъ нанесенныхъ. Способомъ промѣровъ съ вѣхи на вѣху также можно снять цѣлый контуръ въ открытой мѣстности. Если на мѣстности опредѣлено взаимное положеніе точекъ *x*, *y*, *z*, *u*,.... *w* (черт. 148), и изъ одной точки видна другая, то съемка контура *ABCDEFGHA* ведется такъ: на мѣстности вѣшаютъ линію *xz* и относительно нея координатами снимаютъ часть *ABC* контура. Промѣръ по линіи *xz* ведутъ до точки *K* и въ ней сворачиваютъ по направленію на точку *w*. Идя по линіи *Kw*, опредѣляютъ относительно нея часть контура *CDE*. Дойдя до точки *L*, изъ которой видна вѣха *y*, провѣшиваютъ линію *Ly* и относительно нея снимаютъ часть контура *FGHA*. Дома, на планѣ, конечно, сперва наносятъ линіи, опредѣляющія точки *x*, *y*, *z*,.... *w*, а потомъ ходовыя линіи *xK*, *KL*, *Ly*, а по нимъ накладываютъ на бумагу отдѣльныя точки *A*, *B*.... *H* по измѣреннымъ въ полѣ координатамъ.



Черт. 148.

§ 110. Оріентированіе линій мѣстности. Понятіе объ азимутѣ. Чтобы судить о томъ, какимъ образомъ снимаемый участокъ расположенъ на земной поверхности, необходимо указать его положеніе относительно 4-хъ странъ свѣта: сѣвера (Nord), юга (Süd), востока (Ost) и запада (West) или, все равно, относительно меридіана *NS* (Nord—Süd) и линіи къ нему перпендикулярной *WO* (West—Ost). При этомъ вполнѣ достаточно непосредственно опредѣлить положеніе одной стороны полигона относительно меридіана.

Если въ данной точкѣ *A* (черт. 149) линіи *AB* на земной поверхности вообразимъ направленіе *NAS географическаго* или иначе *истиннаго* меридіана, то уголъ *NAB*, считаемый отъ 0° до 360° отъ точки сѣвера *N* черезъ востокъ, югъ, западъ по ходу часовой стрѣлки отъ направленія меридіана *NS* до направленія на данный предметъ *B*, т. е. до направленія линіи *AB* въ плоскости горизонта, принято называть *истиннымъ азимутомъ* пред-

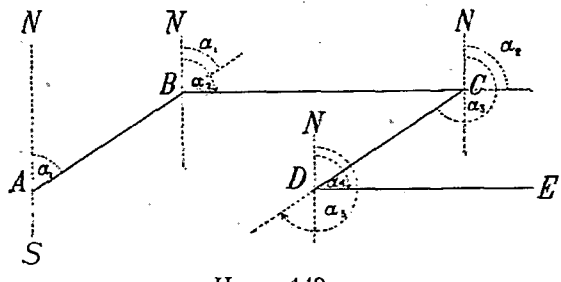
мета B въ точкѣ A или, короче, азимутомъ линіи AB (см. § 3), и обозначать чрезъ (AB). Не останавливаясь пока на вопросѣ о точномъ опредѣленіи въ данной точкѣ на земной поверхности *истиннаго азимута* и астрономическаго или географическаго *меридіана*, замѣтимъ, что приближенно, но за то легко и быстро, можно получить направленіе на сѣверъ и югъ съ помощію *магнитной стрѣлки*, т. е. свободно висящаго искусственнаго магнита, и оріентированіе (отъ французскаго слова *orient*-востокъ) линіи полигона относительно меридіана быстро достигается приборомъ, снабженнымъ магнитной стрѣлкой. Приборы, существенную часть которыхъ составляетъ магнитная стрѣлка, обладающая свойствомъ приближенно давать направленіе меридіана, называютъ *компасами* и *буссолями*. Буссоль можетъ быть какъ въ видѣ самостоятельнаго прибора, такъ и составною частію другого угломѣрнаго инструмента.

§ 111. Вычисленіе азимутовъ полигона. Если въ каждой точкѣ полигона вообразимъ себѣ направленіе меридіана, то, по удаленности полюсовъ отъ полигона и незначительности его размѣровъ сравнительно съ размѣрами земного шара (см. § 2, и § 5), можно допустить, что меридіаны всѣхъ вершинъ полигона параллельны между собою. Благодаря такому допущенію, легко, изъ разсмотрѣнія чертежа 149, вывести формулу для вычисленія азимутовъ сторонъ обойденнаго угломѣрнымъ инструментомъ полигона. Чертежъ 149 показываетъ, что

$$\alpha_2 = (BC) = \alpha_1 + 180^0 - ABC;$$

точно также

$$\alpha_3 = (CD) = (BC) + 180^0 - BCD \text{ и}$$
$$\alpha_4 = (DE) = (CD) + 180^0 - CDE,$$



Черт. 149.

т. е. *азимутъ линіи послѣдующей равенъ азимуту линіи предыдущей плюсъ 180⁰ минусъ внутренній уголъ* (вправо по ходу лежащій).

Этотъ же чертежъ показываетъ, что если вмѣсто угла ABC возьмемъ *влѣво по ходу лежащій* $CBA = 360^0 - ABC$, то

$$(BC) = (AB) + 180^0 + CBA = 360^0 + \alpha_2.$$

Отбросивъ 360^0, какъ величину, не измѣняющую направленіе линіи, находимъ опять $(BC) = \alpha_2$. Впрочемъ то же самое получили бы, если вмѣсто ABC въ формулѣ $\alpha_2 = \alpha_1 + 180^0 - ABC$ подставили $360^0 - CBA$; дѣйствительно, послѣ подстановки, имѣемъ

$$\alpha_2 = \alpha_1 + 180^0 - 360^0 + CBA = \alpha_1 + 180^0 + CBA - 360^0$$

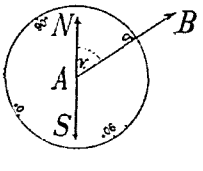
и такъ какъ 360^0—не измѣняютъ направленія линіи, то та же формула можетъ читаться такъ: азимутъ линіи послѣдующей равенъ азимуту линіи предшествующей $+ 180^0 +$ *уголъ влѣво* по ходу лежащій.

Азимутъ линіи BA, т. е. $(BA) = (AB) + 180^0$ называется *обратнымъ* азимутомъ линіи AB. Точно также и $(AB) = (BA) - 180^0$ называется обратнымъ азимутомъ линіи BA. Очевидно, что *обратный азимутъ равенъ прямому+или—180°*. (Плюсъ, если прямой $< 180^0$ и минусъ, если онъ $> 180)^0$.

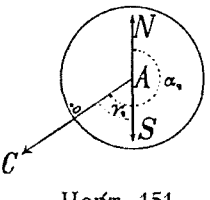
§ 112. Понятіе о румбахъ. Если уголъ r, образуемый меридіаномъ и направленіемъ на данный предметъ мѣстности, считаютъ отъ обоихъ полюсовъ меридіана, т. е. какъ отъ сѣвернаго, такъ и южнаго, отъ 0^0 до 90^0, т. е. до запада или до востока, то тѣмъ самымъ окружность горизонта дѣлятъ на 4 четверти: 1) сѣверо-востокъ или нордъ-остъ; её обозначаютъ такъ—NO, 2) юго-востокъ (зюдъ остъ) SO, 3) юго-западъ (зюдъ-вестъ) SW и 4) сѣверо-западъ (нордъ-вестъ) NW. Очевидно, что одной градусной величины r не достаточно, чтобы опредѣлить положеніе данной линіи относительно странъ свѣта, вслѣдствіе чего, помимо градусной величины r угла, называютъ также и четверть, въ которой лежитъ направленіе на данный предметъ мѣстности (относительно странъ свѣта). Этотъ уголъ принято называть *румбомъ*. Румбы отъ азимутовъ только тѣмъ и отличаются, что для румбовъ установленъ нѣсколько иной счетъ, чѣмъ для азимутовъ, а именно румбы считаются какъ отъ сѣвера, такъ и отъ юга, въ обѣ стороны отъ 0^0 до 90^0; для азимутовъ же счетъ ведется въ одну сторону, только отъ сѣвера, отъ 0^0 до 360^0.

§ 113. Соотношеніе между азимутами и румбами. Такъ какъ румбы отличаются отъ азимутовъ только счетомъ, то легко установить связь между азимутами и румбами. Для этого представимъ себѣ четыре случая:

1-й случай. Направленіе изъ точки A (черт. 150) на точку B имѣетъ румбъ *нордъ-остъ*—NO: r_1^0. Изъ чертежа видно, что азимутъ $\alpha_1 = NAB = (AB)$ содержитъ также r_1^0.

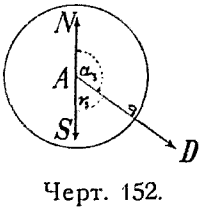


Черт. 150.

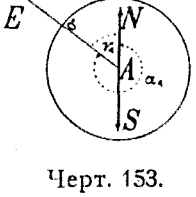


Черт. 151.

2-й случай, Линія AC имѣетъ румбъ *зюдъ-вестъ*, SW: r_2^0 (черт. 151). тогда азимутъ $NAC = (AC) = \alpha_2 = 180^0 + r_2^0$.



Черт. 152.



Черт. 153.

3-й случай. Линія AD имѣетъ названіе румба *зюдъ-остъ*,—SO: r_3^0 (черт. 152), тогда азимутъ $\alpha_3 = (AD) = NAD = 180^0 - r_3^0$.

4-й случай. Линія AE имѣетъ названіе румба *нордъ-вестъ*,—NW: r_4^0 (черт. 153), тогда азимутъ $\alpha_4 = NAE = (AE) = 360^0 - r_4^0$.

Обратно, 1) если азимутъ линіи содержитъ α_1^0, при чемъ $0^0 < \alpha_1 < 90^0$, то румбъ линіи $NO : \alpha_1^0$, 2) если азимутъ α_2 содержится между 90^0 и 180^0, т. е. $90^0 < \alpha_2 < 180^0$, то румбъ линіи $SO : (180 - \alpha_2)^0$, 3) если азимутъ линіи α_3 заключается между 180^0 и 270^0, т. е. $180^0 < \alpha_3 < 270^0$, то румбъ той же линіи $SW : (\alpha_3 - 180)^0$, и, наконецъ, 4) если азимутъ линіи AE содержится между 270^0 и 360^0, т. е. $270^0 < \alpha_4 < 360^0$, то румбъ линіи AE будетъ $NW : (360 - \alpha_4)^0$ [1]).

Румбы NO и SW, а также NW и SO принято называть взаимнообратными. Если линія AB имѣетъ румбъ $NO : r_1^0$, то линія BA имѣетъ румбъ $SW : r_1^0$.

Примѣръ: даны азимуты $18^3/_4^0$, $153^1/_4^0$, $261^1/_2^0$, 298^0, находимъ соотвѣтственно румбы

$$NO : 18^3/_4^0,\ SO : 26^3/_4^0,\ SW : 81^1/_2^0,\ NW : 62^0.$$

§ 114. Повѣрка суммы измѣренныхъ угловъ полигона. а) *Случай сомкнутаго полигона.* Послѣ обхода границъ участка немедленно же нужно сличить *сумму измѣренныхъ угловъ* многоугольника съ *теоретической суммой* угловъ.

Изъ геометріи извѣстно, что сумма внутреннихъ угловъ сомкнутаго полигона равна двумъ прямымъ, умноженнымъ на число сторонъ безъ двухъ, т. е. $S_T = 2d\ (n-2)$. Сличая эту теоретическую сумму S_T съ практической—S_P, постоянно приходится убѣждаться на практикѣ, что S_P не равняется S_T, а существуетъ разность $S_P - S_T = R$. Если допустимъ, что каждый уголъ измѣренъ съ точностію t, которую даетъ верньеръ, напр., до $5'$ (астролябія съ діоптрами), то R во всякомъ случаѣ не должно превышать произведенія tn точности верньера на число измѣренныхъ угловъ полигона, иначе разница R будетъ недопустима. Наивысшій предѣлъ для R, т. е. tn, зависитъ отъ точности, съ которою измѣренъ каждый уголъ полигона. Ниже мы увидимъ, что предѣлъ для R съуживается: $R \leqq t\sqrt{2n}$. Такимъ образомъ *разность* R, *меньшая* tn, *гарантируетъ до нѣкоторой степени какъ вѣрность полевыхъ дѣйствій, связанныхъ съ измѣреніемъ угловъ полигона, такъ и достаточное приближеніе къ теоретической суммѣ* S_T, *полученной суммы* S_P. Для того, чтобы уравнять S_P до величины S_T, величину R распредѣляютъ между углами съ *короткими* сторонами, сообразуясь со знакомъ R: если измѣренная сумма окажется болѣе теоретической, т. е. $S_P - S_T = +R$ [2]) и знакъ у R будетъ плюсъ, то съ измѣренныхъ угловъ скидываютъ по $5'$, въ противномъ же случаѣ, если у R знакъ минусъ, то прибавляютъ по $5'$ (величину, не превышающую точности верньера).

---

[1]) Надо путемъ ли чертежа или путемъ памяти быстро и *правильно переводить* азимуты на румбы и обратно,—румбы на азимуты.

[2]) Знакъ у R опредѣлится, если условимся писать первую часть этого равенства такъ: S_P (то, что получено измѣреніемъ) минусъ S_T (то, что *должно* получить по теоріи).

Другими словами поправку въ исправлаемый уголъ вводятъ со знакомъ, *противоположнымъ* знаку у R. Раскладывать можно *только допускаемую* разницу R. При томъ *на каждый исправляемый уголъ* должно приходиться поправка, меньшая точности верньера инструмента, которымъ мѣрились углы.

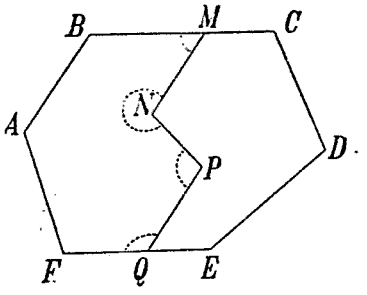
Примѣчаніе 1-е. Основаніемъ такого правила раскладки разницы R между углами служатъ слѣдующія два соображенія:

1) углы съ короткими сторонами измѣряются менѣе точно вслѣдствіе бо́льшого вліянія внѣцентреннаго стоянія съ инструментомъ въ вершинѣ измѣряемаго угла и другихъ ошибокъ измѣренія (см. §§ 90, 91, 101 и 101 bis).

и 2) при нанесеніи на бумагу короткой стороны AB (черт. 154), *измѣненіе* величины угла A тѣмъ менѣе будетъ сказываться на положеніи конца B линіи AB чѣмъ короче линія AB. Перемѣщеніе точки B отъ того мѣста, *которое ей слѣдовало бы занять*, будетъ прямо пропорціонально длинѣ линіи AB.

Примѣчаніе 2-е. Если при измѣреніи угловъ бралось среднее ариѳметическое изъ минутъ обоихъ верньеровъ, и углы получались не до 5′, а до 2,5′ (первый верньеръ даетъ, напр., 15′, а второй 20′), то стараются исправить измѣренные углы такъ, чтобы всѣ они имѣли точность 5′. Для чего приходится прибавлять или скидывать по 2′,5 со всѣхъ тѣхъ угловъ, которые измѣрены какъ бы до 2,′5, а слѣдовательно, содержатъ величины 2′,5; 7′,5; 12′,5; и т. п. [1]).

Послѣ увязки угловъ производится вычисленіе азимутовъ и румбовъ обойденнаго полигона.



Черт. 154.

б) *Случай разомкнутаго полигона.* Если внутри обойденнаго многоугольника проложенъ несомкнутый полигонъ для съемки подробностей или, какъ говорятъ, для съемки внутренней его ситуаціи, или же онъ проложенъ въ видѣ повѣрочной діагонали, то въ полѣ измѣряютъ 1) линіи MC, MN, NP, PQ и QE (черт. 154), 2) углы ихъ наклона и 3) углы поворотовъ N и P діагональнаго хода, а также и два *примычныхъ* угла M и Q пройденнаго внутренняго полигона $MNPQ$ къ внѣшнему полигону (границѣ) $ABCDEFA$. Этими двумя углами. очевидно, опредѣляется положеніе хода $MNPQ$ относительно обойденной границы $ABCDEFA$. Съ помощію этихъ же 2-хъ угловъ легко повѣрить и *сумму всѣхъ измѣренныхъ угловъ несомкнутаго полигона* $MNPQ$.

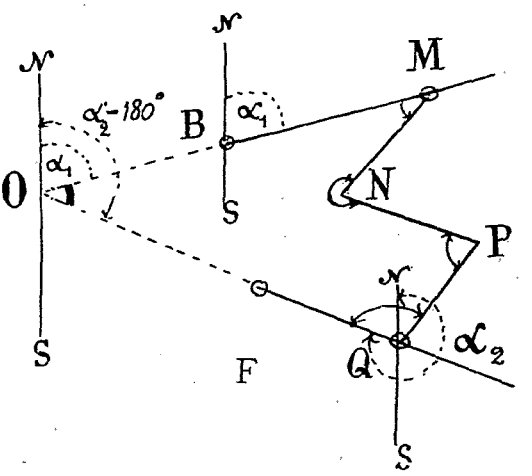
Имѣя вычисленные азимуты $(BC)=(BM)$ и $(EF)=(QF)$ граничныхъ линій, повѣрку начинаютъ съ того, что вычисляютъ по измѣреннымъ въ полѣ угламъ M, N, P и Q азимуты

$$(MN)=(BM)+180^0-M;\ (NP)=(MN)+180^0-N;$$
$$(PQ)=(NP)+180^0-P \text{ и наконецъ } (QF)=(PQ)+180^0-Q.$$

[1]) Раскладку принято называть увязкою разницы R (невязки въ углахъ). Иногда же принято разницу раскладывать поровну на всѣ углы, ограничиваясь десятыми долями минуты.

Вычисленный теперь азимутъ (QF) будетъ отличаться отъ даннаго азимута (EF). Разность (QF)—(EF) не должна превышать tk, гдѣ t—точность верньера и k число пройденныхъ въ несомкнутомъ полигонѣ угловъ, полагая въ этомъ числѣ и два примычныхъ. Полученную разность распредѣляютъ поровну только между углами M, N, P и Q.

Чтобы, не вычисляя азимутовъ *несомкнутаго полигона,* получить возможность сличить *сумму его измѣренныхъ угловъ* съ теоретической величиной ея, постараемся найти формулу, подобную той, какая дается въ случаѣ полигона замкнутаго. Положимъ. что азимуты линій BM и QF (черт. 154 bis) извѣстны, назовемъ ихъ α_1 и α_2, и представимъ себѣ, чтолиніи BM и QF продолжены до ихъ взаимнаго пересѣченія въ какойнибудь точкѣ O, тогда уголъ BOF между этими линіями получится, если мы изъ азимута линіи FQ вычтемъ азимутъ линіи BM (или обратно)



Черт. 154 bis.

$$BOF=(OQ)-(OB)=(FQ)-(BM),$$

а кромѣ того мы будемъ имѣть замкнутый полигонъ, ограниченный двумя продолжительными линіями и незамкнутой линіей $MNPQ$. Число линій (а слѣдовательно и угловъ) въ этой замкнутой фигурѣ будетъ $(n+2)$, *гдѣ n есть число сторонъ незамкнутаго полигона.* Поэтому сумма угловъ такого многоугольника выразится: чрезъ $180^0 \times n$.
Но $M+N+P+Q+\ldots+[(FQ)-(BM)]$ и есть сумма внутреннихъ угловъ, поэтому

$$[u]+\alpha_2 \pm 180-\alpha_1=180^0 . n.$$

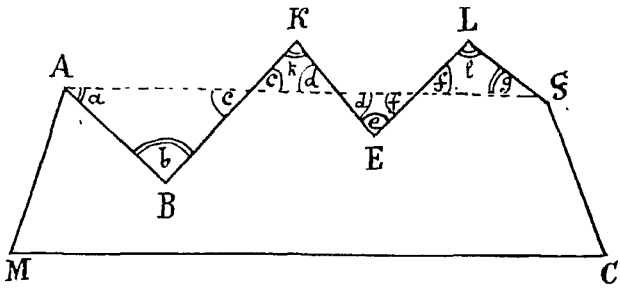
Здѣсь $[u]$ обозначаетъ сумму измѣренныхъ угловъ, считая и два примычныхъ угла M и Q, величина $\alpha_2 \pm 180$ представляетъ азимутъ FQ (обратный данному QF). Словами нашу формулу можно выразитя такъ: *сумма угловъ (вправо по ходу лежащихъ) въ несомкнутомъ полигонѣ, считая и примычные, сложенная съ разностью азимутовъ второй и первой линій внѣшняго полигона, должна равняться 180^0, умноженнымъ на число линій полигона,* при этомъ слѣдуетъ второй данный азимутъ перевести на обратный.

Сумма угловъ между короткими линіями границы участка. Если отъ точки A до точки G (черт. 155 bis) граница идетъ короткими линіями AB, BK, KE, EF и LG, то обыкновенно рекомендуется связать ихъ діагональю AG и измѣрить углы MAG и AGC, и отдѣльно подсчитать 1) сперва сумму угловъ многоугольника $MAGC$, а затѣмъ 2) измѣренные углы B, K, E, L и два примычныхъ a и g межту короткими линіями границы.

Изъ чертежа видимъ, что

$$\begin{aligned} &\text{уголъ } c = 180 - (a+b) \\ &\quad\text{„}\quad d = 180 - (c+k) = 180 - (e+f) \\ &\quad\text{„}\quad f = 180 - (l+g) \end{aligned}$$

Замѣняя во второмъ равенствѣ уголъ c его величиной изъ перваго равенства, найдемъ



Черт. 155 bis.

$$d = 180 - \{\, 180 - (a+b) + k \,\} = a + b - k$$

Имѣя же въ виду, что $d = 180 - (e+f)$,
имѣемъ

$$180 - (e+f) = a + b - k.$$

Третье равенство даетъ $f = 180 - (l+g)$,
а потому

$$180 - \{\, e + 180 - (l+g) \,\} = a + b - k$$

или

$$-e + l + g = a + b - k.$$

Но такъ какъ

$$\begin{aligned} e &= 360 - E \\ b &= 360 - B \\ k &= K \text{ и } l = L, \end{aligned}$$

то

$$-360 + E + l + g = a + 360 - B - K$$

или

$$B + K + E + L + g - a = 720 = 180 \,.\, 4.$$

Въ нашемъ случаѣ число n короткихъ линій $= 5$, а потому послѣднее равенство напишемъ въ видѣ

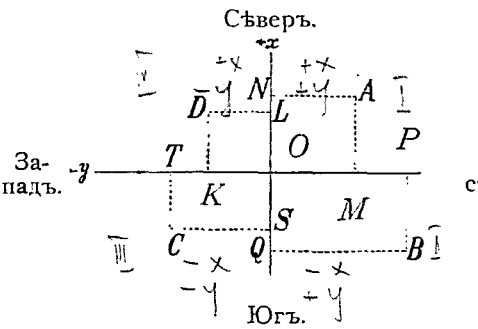
$$B + K + E + L + g - a = 180 \;(n-1)$$

и будемъ его выговаривать такъ: *сумма угловъ между короткими линіями грнницы равна 180^0, умноженнымъ на число короткихъ сторонъ безъ одной, при чемъ въ эту сумму должны входить два примычные угла, образуемые (смыкающей короткія линіи) діагональю съ первой и послѣдней короткими*

линіями. Примычный уголъ надо брать со знакомъ минусъ, если онъ лежитъ внѣ даннаго полигона; въ нашемъ примѣрѣ, — это уголъ *a*.

§ 115. Вычисленіе координатъ вершинъ полигона. Для того чтобы положеніе *любой точки* снятаго обходомъ полигона можно было нанести на бумагу, *независимо отъ остальныхъ точекъ*, въ геодезіи, для небольшихъ участковъ употребляются *прямоугольныя прямолинейныя координаты*. Въ этой системѣ каждая точка (вершина) полигона опредѣляется двумя разстояніями: однимъ до меридіана какой-либо точки, принятой за начало координатъ, и другимъ разстояніемъ до линіи западъ-востокъ, проходящей черезъ начало координатъ въ направленіи, перпендикулярномъ къ меридіану.

Меридіанъ (линія сѣверъ-югъ) и перпендикулярная къ ней прямая западъ-востокъ называются осями координатъ. Такъ какъ въ геодезіи азимуты считаются отъ сѣвера къ востоку, черезъ югъ и западъ, отъ 0^0 до 360^0, то *ось абсциссъ* (x—овъ), согласно правила аналитической геометріи о счетѣ угловъ, *направляется по меридіану*, а ось ординатъ, т. е. ось y—овъ по направленію линіи западъ-востокъ. Положительныя абсциссы откладываются отъ начала координатъ по оси абсциссъ къ сѣверу, отрицательныя—къ югу. Положительныя ординаты откладываются къ востоку по линіи западъ-востокъ, а отрицательныя—къ западу. Вслѣдствіе такого счета образуются четыре четверти: I-я сѣверо-востокъ (черт. 155), въ которой точка A имѣетъ положительную абсциссу MA и положительную ординату NA; II-я четверть — юго-востокъ, въ которой точка B разсматривается съ отрицательной абсциссой PB и положительной ординатой QB, III-я четверть—юго-западъ; въ ней точка C опредѣляется отрицательной абсциссой TC и отрицательной ординатой SC. Наконецъ IV-я четверть,—сѣверо-западъ, въ которой абсциссѣ KD приписываютъ знакъ плюсъ и ординатѣ LD—знакъ минусъ. При указанномъ выше счетѣ азимутовъ отъ сѣвера къ востоку, югу, западу, вновь до сѣвера, положительное направленіе оси x—овъ избирается къ сѣверу, а положительное направленіе оси y—овъ къ востоку для того, чтобы *не* нарушать, какъ сказано выше, правила аналитической геометріи—считать углы, образуемые данной прямой съ осью x—овъ: отъ положительнаго направленія оси x—овъ къ положительному направленію оси y—овъ, отъ 0^0 до 360^0.



Черт. 155.

Знаки вводятся у координатъ для того, чтобы отмѣтить четверть, въ которой лежитъ точка, такъ какъ данныя безъ знаковъ разстоянія точки до осей координатъ дозволяютъ построить четыре положенія точки, симметричныя попарно. Достаточно запомнить знаки первой и второй четверти, такъ какъ третья и четвертая имѣютъ соотвѣтственно знаки противоположные съ 1-ой и 2-й четвертями.

Вычисленію координатъ вершинъ какого-либо полигона, обойденнаго, напримѣръ, лентою и теодолитомъ, должны предшествовать:

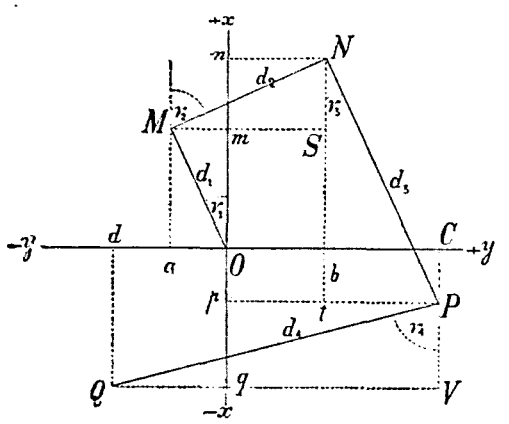
1) сравненіе измѣренной суммы внутреннихъ угловъ съ соотвѣтствующей ей теоретической $180^0\ (n-2)$ суммой, гдѣ n число сторонъ (угловъ) полигона,

2) раскладка оказавшейся разницы (если она менѣе [1]) тройной точности верньера, умноженной на корень квадратный изъ двойного числа угловъ) на углы съ болѣе короткими (обѣими) сторонами,

3) вычисленіе горизонтальныхъ проложеній измѣренныхъ длинъ сторонъ полигона и

4) вычисленіе азимутовъ и румбовъ по исправленнымъ внутреннимъ угламъ.

Пусть, наприм., одна изъ точекъ полигона O (черт. 156) принята за начало координатъ. Обозначимъ длины сторонъ черезъ d съ указателями 1, 2,...., а число градусовъ въ румбахъ тѣхъ же линій черезъ r съ указателями 1, 2.... Предложимъ себѣ найти координаты точки M по длинѣ линіи $OM=d_1$ и ея румбу — NW: r_1^0. Абсцисса $Ma=Om$ и ордината $Mm=Oa$ найдутся по абсолютной величинѣ изъ прямоугольнаго треугольника OMm, въ которомъ $OM=d_1$ будетъ гипотенузою, румбъ r_1 — острымъ угломъ и искомыя величины Om и Mm катетами, а именно



Черт. 156.

$$Om=d_1\ Cos\ r_1$$
$$Mm=d_1\ Sin\ r_1.$$

Объ онѣ, согласно указаннаго выше правила счета координатъ, для точки, лежащей въ четвертой четверти (нордъ-вестъ), будутъ имѣть слѣдующіе знаки:

$$Om=x_m=+d_1\ Cos\ r_1$$
$$aO=y_m=-d_1\ Sin\ r_1.$$

Координаты точки N: $x_n=On$ и $y_n=Nn$ найдутся по координатамъ предшествующей точки M, а именно абсцисса

$$x_n=x_m+mn=x_m+SN$$

и ордината

$$y_n=-Oa+ab=y_m+MS.$$

Обозначимъ mn черезъ Δx_2 и MS черезъ Δy_2. Величины Δx и Δy будемъ называть *приращеніями координатъ*. Замѣтивъ изъ треугольника MNS, что

$$\Delta x_2=SN=d_2\ Cos\ r_2$$

и

$$\Delta y_2=MS=d_2\ Sin\ r_2,$$

[1]) Основаніе такого правила выяснено въ статьѣ о „предѣльной ошибкѣ".

найдемъ искомыя координаты точки N по длинѣ d_2 линіи MN и ея румбу $NO : r_2$ и координатѣ точки M въ видѣ:

$$+Oп = +x_n = x_m + \Delta x_2 = x_m + d_2\ Cos\ r_2$$
$$+Ob = +y_n = y_m + \Delta y_2 = y_m + d_2\ Sin\ r_2.$$

Знаки у x_n и y_n будутъ одинаковые, именно плюсъ (+), такъ какъ точка N лежитъ въ первой четверти (нордъ-остъ).

Подобнымъ же образомъ, пользуясь координатами предшествующихъ точекъ, разстояніями d_3 и d_4 и румбами $ZO : r_3$ и $ZW : r_4$, вычислимъ координаты x_p и y_p точки P и x_q и y_q точки Q. Дѣйствительно

$$x_p = -Op = Oп - пр = x_n - Nt = x_n - d_3\ Cos\ r_3 = x_n - \Delta x_3$$
$$y_p = +OC = Ob + bC = y_n + tP = y_n + d_3\ Sin\ r_3 = y_n + \Delta y_3.$$

Здѣсь
$$-\Delta x_3 = -d_3\ Cos\ r_3 \quad \text{и}$$
$$+\Delta y_3 = +d_3\ Sin\ r_3;$$

точно также

$$x_q = -Oq = -Op + (-pq) = x_p - PV = x_p - d_4\ Cos\ r_4 = x_p - \Delta x_4 \ldots (x_q)$$
$$y_q = -Od = +OC - Cd = y_p - VQ = y_p - d_4\ Sin\ r_4 = y_p - \Delta y_4 \ldots (y_q)$$

гдѣ:

$$-\Delta x_4 = -d_4\ Cos\ r_4 \quad \text{и}$$
$$-\Delta y_4 = -d_4\ Sin\ r_4.$$

Если условимся писать, что *координата послѣдующей точки* $\begin{vmatrix} x_k \\ y_k \end{vmatrix}$ *равна координатѣ предшествующей точки* $\begin{vmatrix} x_{k-1} \\ y_{k-1} \end{vmatrix}$ *плюсъ соотвѣтствующее приращеніе координаты* $\begin{vmatrix} \Delta x_k \\ \Delta y_k \end{vmatrix}$, т.-е. $\begin{vmatrix} x_k = x_{k-1} + \Delta x_k \\ y_k = y_{k-1} + \Delta y_k, \end{vmatrix}$

то приращенія координатъ различныхъ точекъ будутъ имѣть разные знаки,—такъ изъ предыдущаго видно, что Δx_2 имѣетъ знакъ плюсъ (+) и Δy_2—также плюсъ, при чемъ румбъ линіи d_2 былъ NO. Приращеніе Δx_3 имѣетъ знакъ минусъ (—) и Δy_3—знакъ плюсъ (+), при этомъ румбъ линіи d_3 былъ ZO. Приращенія Δx_4 и Δy_4 были оба съ минусомъ, румбъ былъ ZW.

Если, наконецъ, координаты точки M напишемъ въ видѣ:

$$Om = 0 + \Delta x_1 \quad \text{и}$$
$$Oa = 0 + \Delta y_1, \quad \text{то}$$

Δx_1 будетъ со знакомъ плюсъ и Δy_1—со знакомъ минусъ, при чемъ румбъ линіи d_1 былъ NW.

Изъ предшествующаго видимъ, что 1) общія формулы для приращеній координатъ суть:

$$\Delta x_n = \pm d_n \; Cos \; r_n$$
$$\Delta y_n = \pm d_n \; Sin \; r_n,$$ гдѣ n есть № линіи. Если же нумеруются точки (вершины) полигона, то удобнѣе писать тѣ же формулы въ видѣ

$$\Delta x_{(n-1,\ n)} = d_{(n-1,\ n)} \times Cos \; r_{(n-1,\ n)}$$
$$\Delta y_{(n-1,\ n)} = d_{(n-1,\ n)} \times Sin \; r_{(n-1,\ n)}$$

и 2) знаки приращеній зависятъ отъ названія румба линіи, а именно *приращенія координатъ по отношенію къ осямъ, проведеннымъ въ началѣ линіи, имѣютъ тѣ же знаки, что и координаты*, т.-е. если румбъ линіи принадлежитъ первой четверти NO, то оба приращенія имѣютъ знаки плюсъ (+), если румбъ въ третьей четверти ZW, то оба приращенія имѣютъ знакъ—, если румбъ линіи во второй четверти ZO, то приращеніе абсциссы отрицательно, а приращеніе ординаты положительно; наконецъ, если румбъ линіи лежитъ въ четвертой четверти NW, то Δx положительно, а Δy—отрицательно, т.-е. *въ діаметрально противоположныхъ четвертяхъ* (или при взаимно обратныхъ румбахъ) приращенія координатъ имѣютъ также противоположные знаки.

3) *Координаты слагаются изъ суммы приращеній*:

$$x_0 = o, \quad y_0 = o \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (I)$$

$$\left.\begin{aligned} x_m &= \Delta x_1 \\ y_m &= \Delta y_1 \end{aligned}\right| \quad \ldots\ldots \quad (II) \qquad \left.\begin{aligned} x_n &= \Delta x_1 + \Delta x_2 \\ y_n &= \Delta y_1 + \Delta y_2 \end{aligned}\right| \quad \ldots\ldots\ldots \quad (III)$$

$$\left.\begin{aligned} x_p &= \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 \\ y_p &= \Delta y_1 + \Delta y_2 + \Delta y_3 \end{aligned}\right| \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (IV)$$

$$\left.\begin{aligned} x_q &= \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \Delta x_4 \\ y_q &= \Delta y_1 + \Delta y_2 + \Delta y_3 + \Delta y_4 \end{aligned}\right|, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (V)$$

а потому въ сомкнутомъ полигонѣ, если бы углы и линіи полигона были абсолютно вѣрно измѣрены, то необходимо должно, придя въ начальную точку O (изъ предшествующей ей точки), получить координаты точки O въ видѣ нулей, или, имѣя въ виду, что координаты слагаются изъ приращеній, придти къ заключенію, что

4) *суммы приращеній координатъ въ сомкнутомъ полигонѣ должны быть нули, какъ для Δx, такъ и для Δy*, т.-е.

$$\Sigma \; \Delta x = 0 \quad \text{и}$$
$$\Sigma \; \Delta y = 0, \text{ гдѣ } \Sigma \text{ есть знакъ суммы.}$$

Въ этомъ легко убѣдиться изъ чертежа, такъ какъ Δx и Δy суть проекціи сторонъ d на оси координатъ, а сумма проекцій сторонъ сомкнутаго полигона на любую ось должна быть нуль.

5) Изъ равенства (V) слѣдуетъ, что $\begin{aligned} x_q - \Delta x_1 &= \Delta x_2 + \Delta x_3 + \Delta x_4 \\ y_q - \Delta y_1 &= \Delta y_2 + \Delta y_3 + \Delta y_4, \end{aligned}$

но по (II) $\begin{aligned} \Delta x_1 &= x_m \\ \Delta y_1 &= y_m, \end{aligned}$ а потому $\begin{aligned} \Delta x_2 + \Delta x_3 + \Delta x_4 &= x_q - x_m \\ \Delta y_2 + \Delta y_3 + \Delta y_1 &= y_q - y_m, \end{aligned}$ т.-е *сумма при-*

ращеній координатъ въ несомкнутомъ полигонѣ MNPQ равна разности координатъ конечной и начальной точекъ Q и M.

6) По чертежу 156 имѣемъ $\frac{QV}{PV} = tgr_1$, при чемъ

$$QV = d_1 \ Sin \ r_1 = y_q - y_p$$
$$PV = d_1 \ Cos \ r_1 = x_q - x_p,$$

слѣдовательно $$tgr_1 = \frac{y_q - y_p}{x_q - x_p}.$$

Изъ равенства (x_q) и (y_q) слѣдуетъ, что $y_q - y_p = -\Delta y_1 = -d_1.Sinr_1$ и $x_q - x_p = -\Delta x_1 = -d_1 \ Cos \ r_1$, а изъ чертежа 156 видно, что $\alpha_1 = 180 + r_1$, слѣдовательно $tgr_1 = tg(\alpha_1 - 180) = -tg(180 - \alpha_1) = tg\alpha_1$,

т.-е. $$tg\alpha_1 = \frac{-\Delta y_1}{-\Delta x_1}.$$

А это указываетъ на то, что если даны двѣ точки P и Q своими координатами, то *по координатамъ концовъ прямой PQ можно найти tg азимута линіи PQ; знаки числителя и знаменателя правой части опредѣляютъ четверть, въ которой лежитъ азимутъ*, знакъ числителя одинаковъ со знакомъ *Sin'a*, а знакъ знаменателя—со знакомъ *Cos'a*.

§ 116. Невязка въ координатахъ. Хотя, теоретически разсуждая, мы и пришли къ заключенію, что въ сомкнутомъ полигонѣ

$$\Sigma \ \Delta y = 0 \quad \text{и}$$
$$\Sigma \ \Delta x = 0,$$

но на практикѣ, вслѣдствіе неизбѣжныхъ уклоненій, т.-е. неизбѣжныхъ погрѣшностей въ результатахъ измѣреній, происходящихъ отъ несовершенства нашихъ чувствъ, несовершенства инструментовъ, а также несовершенства способовъ наблюденій, полученные результаты для длинъ сторонъ и величинъ угловъ полигона будутъ отличаться отъ истинныхъ ихъ величинъ, а потому вычисленныя горизонтальныя проложенія линій и вычисленные румбы будутъ отличаться отъ истинныхъ, а слѣдовательно и найденныя по нимъ приращенія Δx и Δy не дадутъ въ суммѣ нулей.

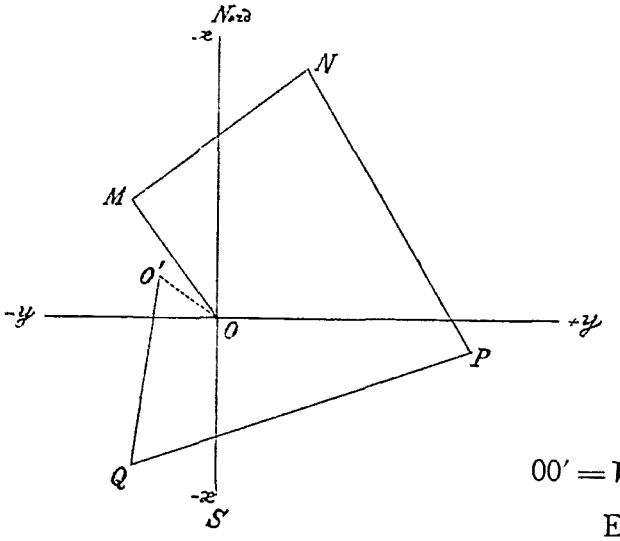
Пусть, напримѣръ, послѣ вычисленія оказалось, что

$$\Sigma \ \Delta x = +a \quad \text{и}$$
$$\Sigma \ \Delta y = -b,$$

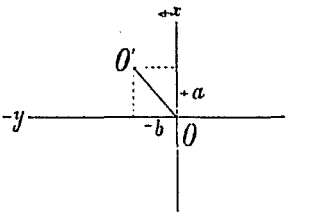
т.-е. пусть положительныя Δx превысили отрицательныя Δx, а въ Δy-хъ вышло наоборотъ, отрицательныя приращенія въ суммѣ превысили положительныя, тогда это обстоятельство было бы равносильно тому, что мы, *вообразивъ* себѣ, что двигаемся отъ точки O по периметру полигона $OMNPQO$, (черт. 156), *не* возвратились въ начальную точку O изъ предшествующей ей, послѣдней точки полигона Q, а пришли въ иную точку O' съ координатами

$$x = \Sigma\Delta x = +a \quad \text{и}$$
$$y = \Sigma\Delta y = -b \ \text{(черт. 157 a и 157 b).}$$

Изъ чертежа [1]) видно, что 00′ есть *невязка въ периметрѣ P полигона* (фигура не сомкнулась въ точкѣ *O)* и



Черт. 157a.



Черт. 157 b.

$$00' = \sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{(\Sigma\Delta x)^2+\Sigma\Delta y)^2}.$$

Такъ, напримѣръ, если

$\Sigma\ \Delta x = +0{,}4$ саж. и

$\Sigma\ \Delta y = -0{,}3$ саж., то

$$00' = \sqrt{0{,}16+0{,}09} = \sqrt{0{,}25} = 0{,}5 \text{ с.}$$

Если невязка 00′ въ периметрѣ *P* не превыситъ, (окажется *менѣе* или равною) $\frac{1}{n}$ отъ периметра, т.-е. если

$$00' \leqq \frac{1}{n} P \text{ или } \frac{\sqrt{(\Sigma\Delta x)^2+(\Sigma\Delta y)^2}}{P} \leqq \frac{1}{n},$$

причемъ *n*, зависящее отъ точности измѣренія линій и угловъ полигона, не превыситъ наибольшаго возможнаго для него значенія, то *найденныя величины* $+a$ и $-b$ (невязка въ координатахъ) подлежатъ *уничтоженію.*

Замѣтимъ здѣсь, что частное $\Sigma\Delta y : \Sigma\Delta x = tg\varphi$ или $-b : +a = tg$ (00′) даетъ понятіе о *направленіи невязки*, т. е. объ ея азимутѣ (00′) $= \varphi$.

Мы всегда можемъ, разсуждая теоретически, вообразить себѣ два полигона, у которыхъ при одной и той же ихъ внѣшней формѣ, имѣется одна и та же по абсолютной величинѣ (по длинѣ) невязка

$$00' = \sqrt{(\Sigma\Delta x)^2+(\Sigma\Delta y)^2},$$

но направленіе ея (азимутъ) у одного полигона отличается отъ направленія у другого на 90°. Напримѣръ, $(\Sigma\Delta x)_I = +a$ и $(\Sigma\Delta y)_I = -b$, а для II-го полигона $(\Sigma\Delta x)_{II} = +a$, а $(\Sigma\Delta y)_{II} = +b$. Въ такомъ случаѣ едва ли будетъ справедливо, не обращая вниманія на направленіе невязки, устанавливать для обоихъ полигоновъ одинъ и тотъ же пріемъ уничтоженія невязки, т. е. указать, что если условіе $\frac{00'}{P} < \frac{1}{n}$ выполняется, то этого вполнѣ достаточно, чтобы приступить къ уничтоженію невязки. Скорѣе можно признать, что это условіе лишь необходимо, чтобы судить о степени точности работъ въ полѣ, но недостаточно, чтобы дать для ея раскладки одинъ и тотъ же пріемъ. Особенно ясно это выступаетъ, если допустимъ, что оба разсматриваемые полигона имѣютъ узкую вытянутую форму, и невязка

[1]) Чертежи 156 и 157 a и 157 b должны быть разсматриваемы одновременно.

перваго совпадаетъ по своему направленію съ общимъ (наибольшимъ) протяженіемъ полигона, а у второго, наоборотъ, она совпадаетъ съ поперечнымъ (наименьшимъ) направленіемъ полигона. Невязку перваго можно предположить какъ результатъ накопленія ошибокъ при измѣреніи его сторонъ, а невязку второго естественнѣе объяснить накопленіемъ неизбѣжныхъ погрѣшностей при измѣреніи угловъ. Очевидно, что способъ увязки долженъ быть таковъ, чтобы исправленіемъ вычисленныхъ Δx и Δy не исказить результатовъ измѣреній линій и угловъ, добытыхъ со всѣми предосторожностями отъ накопленія вліяній различнаго рода ошибокъ, т. е. чтобы измѣненіе Δx и Δy повлекло за собою измѣненіе полевыхъ данныхъ (непосредственныхъ измѣреній) не болѣе, какъ *на предѣльныя значенія случайныхъ ошибокъ* измѣреній, а самое разложеніе было бы по возможности равномѣрнымъ.

Самымъ лучшимъ методомъ увязки должно считать примѣненіе *способа наименьшихъ квадратовъ*, по которому сумма квадратовъ поправокъ, вводимыхъ въ измѣренные углы полигона и въ вычисленныя Δx и Δy. была бы наименьшая (*minim'a*). Но такъ какъ примѣненіе этого способа является черезчуръ громоздкимъ и обременительнымъ по затратѣ на него значительнаго вычислительнаго труда, то въ практикѣ приходится довольствоваться менѣе точными (менѣе строгими) пріемами раскладки невязки. Такъ, напримѣръ, на практикѣ для облегченія выполняютъ требованія по частямъ, а именно: сперва стремятся удовлетворить условію, чтобы практическая сумма измѣренныхъ угловъ равнялась теоретической, т. е. вводятъ поправки въ измѣренные углы, а затѣмъ вводятъ уже поправки въ вычисленныя (по исправленнымъ угламъ) приращенія Δx и Δy.

Обыкновенно, при увязкѣ полигоновъ, употребляется или способъ разложенія невязки пропорціонально длинамъ сторонъ, или *пропорціонально абсолютнымъ величинамъ* самихъ приращеній (а иногда даже просто поровну на всѣ приращенія). Но всѣ эти приближенные способы по существу *произвольны*. Одно лишь можно сказать въ защиту способа разложенія невязки пропорціонально длинамъ сторонъ полигона, что онъ является частнымъ случаемъ другого, болѣе общаго метода, а именно является возможнымъ въ томъ случаѣ, когда точность измѣренія угловъ строго согласована съ точностію измѣренія линій (см. дальше § 134).

Что же касается вопроса о числовомъ значеніи n въ выраженіи $\frac{00'}{P} < \frac{1}{n}$, то оно для различныхъ случаевъ практики будетъ величиною перемѣнною. Такъ, напр., г. Рождественскій, въ XVI выпускѣ „Трудовъ Топографо-Геодезической Комиссіи", утверждаетъ, что при неблагопріятныхъ условіяхъ измѣренія $\frac{1}{n}$ для одноминутнаго теодолита и стальной ленты достигаетъ $\frac{1}{3000}$ или $0{,}033\%$ периметра, при благопріятныхъ она представляетъ дробь $\frac{1}{7000} - \frac{1}{10000}$ и даже меньшую.

Профессоръ D-r A. Galle въ своей книгѣ Geodäsie (Leipzig 1907), ссылаясь на прусскую инструкцію для измѣреній (Vermessungsanweisung IX, § 40) указываетъ, что предѣльной ошибкой въ суммѣ угловъ для одноминутнаго теодолита считается величина $f_\beta < 1', 5\sqrt{n}$, гдѣ n число угловъ полигона, а для ошибки въ периметрѣ величину

$$\sqrt{f_x^2 + f_y^2} < 0{,}01\sqrt{p[d] + q[d]^2},$$

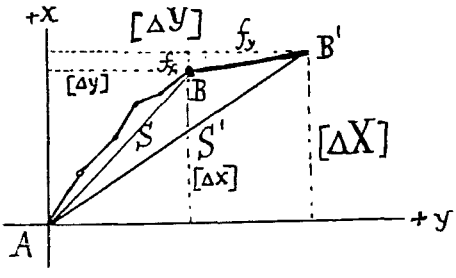
гдѣ $p = 4$ и $q = 0{,}005$ для благопріятныхъ мѣстныхъ условій измѣренія
— $p = 6$, $q = 0{,}0075$ для среднихъ условій
— $p = 8$, $q = 0{,}01$ для неблагопріятныхъ условій
и d — длины сторонъ полигона.

Мы же будемъ считать, что для начинающихъ работать $\frac{00'}{P}$ всегда будетъ нѣсколько бо́льшей, чѣмъ для людей опытныхъ и что $\frac{1}{n}$ должна быть указана инструкціею для работъ.

И такъ, полагая, что $\Sigma\Delta x = +a$ и $\Sigma\Delta y = -b$ (черт. 157) и что соблюдено условіе $\frac{00'}{P} \leqq \frac{1}{n}$, мы прежде всего остановимъ наше вниманіе и укажемъ ниже на *практическій пріемъ* уничтоженія невязки въ координатахъ пропорціонально длинамъ сторонъ полигона.

Формулы для предвычисленія допускаемыхъ линейныхъ невязокъ въ буссольныхъ и полигонныхъ ходахъ. *)

Положимъ имѣемъ ходъ, незначительно уклоняющійся отъ прямой. Пусть A и B (черт. 156 а) точки съ извѣстными заранѣе координатами $(x_a\, y_a)$ и $(x_b\, y_b)$, между коими проложенъ ходъ. Величины $[\Delta y]$ и $[\Delta x]$ суммы неисправленныхъ приращеній координатъ линій даннаго хода, послѣдствіемъ чего явилось перемѣщеніе точки B въ B'; f_x — невязка въ $[\Delta x]$; f_y — невязка въ $[\Delta y]$. Тогда линія $f_s = BB'$ представитъ невязку хода по длинѣ и направленію его:



Черт. 156 а.

$$f_s = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)'$$

гдѣ

$$f_x = [\Delta x] - (x_b - x_a);\ f_y = [\Delta y] - (y_b - y_a)$$

или, въ случаѣ сомкнутаго полигона,

$$f_x = [\Delta x];\ f_y = [\Delta y]$$

Найдемъ среднее значеніе невязки f_s.

Для этого обратимся къ формуламъ для вычисленія приращеній координатъ:

$$\Delta x = s\,Cos\,\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$\Delta y = s\,Sin\,\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Если допустить, что измѣреніе стороны s сопровождается нѣкоторой истинной ошибкой ds, а азимутъ ея — истинной ошибкой $d\alpha$, то соотвѣт-

*) См. также Н. Н. Веселовскій.—Элементарная теорія ошибокъ.

ствующія истинныя ошибки ихъ функцій Δx и Δy найдутся простымъ дифференцированіемъ равенствъ (1) и (2):

$$\partial(\Delta x) = ds\,Cos\,\alpha - s\,Sin\,\alpha\,d\alpha$$
$$\partial(\Delta y) = ds\,Sin\,\alpha + s\,Cos\,\alpha\,d\alpha$$

Или, переводя $d\alpha$ въ линейную мѣру и дѣлая соотвѣтствующія замѣны на основаніи равонствъ (1) и (2), получимъ:

$$\partial(\Delta x) = ds\;Cos\,\alpha - \Delta y\,d\alpha\;Sin\;1'$$
$$\partial(\Delta y) = ds\;Sin\,\alpha + \Delta x\;d\alpha\;Sin\;1',$$

а теперь отъ истинныхъ ошибокъ нетрудно перейти къ среднимъ квадратическимъ:

$$m_x{}^2 = ds^2\,Cos^2\alpha + (\Delta y)^2\,d\alpha^2\,Sin^2\,1' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$
$$m_y{}^2 = ds^2\,Sin^2\alpha + (\Delta x)^2\,d\alpha^2\,Sin^2\,1' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

Среднія ошибки въ координатахъ послѣдней n-овой точки, назовемъ ихъ mx_n и my_n, опредѣлятся по форм.:

$$m_{x_n}{}^2 = [m_x{}^2]$$
$$m_{y_n} = [m_y{}^2],$$

ибо $x_n = [\Delta x]$ и $y_n = [\Delta y]$. Поэтому среднее разстояніе n-овой точки отъ ея истиннаго положенія или, иначе, средняя величина невязки полигоннаго хода выразится формулой:

$$f_s{}^2 = [m_x{}^2] + [m_y{}^2] = f_x{}^2 + f_y{}^2$$

или, принимая во вниманіе равенства (3) и (4), получимъ общую для обоихъ (буссольнаго [1]) и теодолитнаго) ходовъ исходную формулу:

$$f_s{}^2 = [ds^2] + Sin^2\,1'\,\{[\Delta x^2\,d\alpha^2] + [\Delta y^2\,d\alpha^2]\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

гдѣ $d\alpha$ не можетъ быть взято за знакъ суммы, т.-к. въ случаѣ полигоннаго (теодолитнаго) хода при переходѣ отъ одной линіи къ другой значеніе $d\alpha$ мѣняется, иначе говоря, $d\alpha$ мѣняется съ измѣненіемъ номера линіи.

Въ самомъ дѣлѣ, въ то время какъ при обходѣ полигона буссолью, т.-е. при съемкѣ по азимутамъ, измѣряемъ ихъ независимо одинъ отъ другого, средняя ошибка $d\alpha$ какъ перваго, такъ и послѣдняго азимута одна и та же, при обходѣ теодолитомъ, т.-е. при съемкѣ по внутреннимъ угламъ при единственномъ измѣренномъ азимутѣ начальной линіи, дѣло обстоитъ нѣсколько иначе, а именно, здѣсь азимуты вычисляются по внутреннимъ угламъ примѣненіемъ извѣстной формулы:

$\alpha_n = \alpha_{n-1} \pm 180^0 \mp A_{n-1}$ (уголъ вправо или влѣво по ходу лежащій), такъ что

$$\alpha_2 = \alpha_1 \pm 180^0 \mp A_1 \text{ уголъ при 2-й точ.)}$$
$$\alpha_3 = \alpha_2 \pm 180^0 \mp A_2 = \alpha_1 \pm 2.180^0 \mp A_1 \mp A_2$$
$$\alpha_4 = \alpha_3 \pm 180^0 \mp A_3 = \alpha_1 \pm 3.180^0 \mp A_1 \mp A_2 \mp A_3$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\alpha_n = \alpha_{n-1} \pm 180^0 \mp A_{n-1} = \alpha_1 \pm (n-1)\,180^0 \mp A_1 \mp A_2 \mp \ldots \mp A_{n-1}$$

[1]) Въ которомъ измѣрены только азимуты или румбы сторонъ, а не внутренніе углы.

Поэтому, если допустить, что ошибка измѣренія азимута первой линіи α_1 и всѣхъ остальныхъ угловъ: A_1, A_2, A_3 . . . . . A_n равна $\pm\delta$, то для n-*ой* линіи получимъ:

$$\delta\alpha_n = +\delta \pm \delta \pm \delta + \delta + \ldots\ldots \pm \delta \quad (n \text{ разъ}).$$

Или, переходя къ средней квадратической, получимъ:

$$d\alpha_n^2 = \pm\delta^2 n$$

или
$$d\alpha_n = \pm\delta\sqrt{n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)'$$

чѣмъ и доказывается сдѣланное выше замѣчаніе.

1-й случай. Положимъ, что при обходѣ полигона измѣряются только азимуты и длины сторонъ (т.-е. ходъ буссольный). Тогда, на основаніи сказаннаго выше, рав. (5) можно представить въ видѣ:

$$f_{s\,1}^2 = [ds^2] + Sin^2\,1'\,d\alpha^2\,\{[\Delta x^2] + [\Delta y^2]\} \quad \ldots\ldots\ldots (6)$$

или полагая, какъ всегда, среднюю ошибку въ длинѣ сторонъ прямо пропорціональной корню квадратному изъ длины измѣряемой линіи, т.-е.

$$ds = \mu\sqrt{s}$$

и, развертывая второй членъ рав. (6), получимъ:

$$f_{s\,1}^2 = \mu^2(s_1 + s_2 + s_3 + \ldots\ldots + s_n) + Sin^2\,1'\,d\alpha^2\left\{\underbrace{\frac{\Delta x_1^2 + \Delta y_1^2}{s_1^2}} + \underbrace{\frac{\Delta x_2^2 + \Delta y_1^2}{s_2^2}} + \ldots\right\}$$

Или, обозначивъ периметръ $(s_1 + s_2 + s_3 + \ldots\ldots + s_n) = p$ и среднюю ошибку буссоли $d\alpha$, равную приблизительно $10'$, буквою t, получимъ окончательную формулу для предвычисленія невязки буссольнаго хода:

$$f_{s\,1}^2 = \mu^2 p + t^2\,Sin^2\,1'\,[s^2] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

Въ частномъ случаѣ, когда стороны хода равны, т.-е. $s_1 = s_2 = s_3 = \ldots\ldots = s_n$ и слѣд. $p = ns$:

$$f_{s\,1}^2 = \mu^2 ns + t^2\,Sin^2\,1'\,ns^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7)'$$

или
$$f_{s\,1}^2 = \mu^2 p + t^2\,Sin^2\,1'\,ps \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7)''$$

Такъ какъ величина $Sin\ 1' = 0{,}000291$, то формулу (7) можно представить въ видѣ:

$$f_{s\,1}^2 = \mu^2 p + t^2\,(0.291)^2\left[\left(\frac{s}{1000}\right)^2\right]$$

или проще:

$$f_{s\,1}^2 = \mu^2 p + 0{,}0847\,t^2\left[\left(\frac{s}{1000}\right)^2\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7),$$

Предвычисленіе невязки по этимъ формуламъ, считая t выраженнымъ въ минутахъ, значительно упрощается, ибо всѣ линіи полигона уменьшаются въ 1000 разъ и вычисленіе квадратовъ частныхъ $\frac{s}{1000}$ вполнѣ доступно по таблицамъ квадратовъ чиселъ:

2-й случай. Въ случаѣ теодолитнаго (полигоннаго) хода, т. е. при съемкѣ по внутреннимъ угламъ, среднія ошибки азимутовъ, какъ было упомянуто, измѣняются съ измѣненіемъ номера линіи и опредѣляются по форм. (5)′

$$d\alpha_n = \pm \delta \sqrt{n}$$

Поэтому формула (5)′

$$f_s{}^2 = [ds^2] + Sin^2 1' \{ [\Delta x^2 . d\alpha^2] + [\Delta y^2 . d\alpha^2] \},$$

гдѣ $[ds^2]$, какъ и въ предыдущемъ случаѣ, равно $\mu^2 p$, гдѣ p — периметръ теодолитнаго хода: $s_1 + s_2 + s_3 + \ldots + s_n$, въ развернутомъ видѣ для разсматриваемаго случая представится такъ:

$$f_{s\,2}{}^2 = \mu^2 p + Sin^2 1' \{ \Delta x_1{}^2 \delta^2 . 1 + \Delta x_2{}^2 \delta^2 . 2 + \Delta x^2{}_3 \delta^2 . 3 + \ldots + \Delta x_1{}^2 \delta^2 . 1 + \Delta y_1{}^2 \delta^2 . 1 + \Delta y_2{}^2 \delta^2 . 2 . + \Delta y_3{}^2 \delta^2 . 3 + \ldots + \Delta y_1{}^2 \delta^2 . 1 \}$$

или, соединяя попарно члены съ Δx и Δy и памятуя, что $\Delta x_i{}^2 + \Delta y_i{}^2 = s_i{}^2$, получимъ:

$$f_{s\,2}{}^2 = \mu^2 p + Sin^2 1' \{ \delta^2 . 1 . s_1{}^2 + \delta^2 . 2 . s_2{}^2 + \delta^2 . 3 . s_3{}^2 + \ldots + \delta^2 . n . s_n{}^2 \}$$

Или окончательно формула для предвычисленія невязки теодолитнаго хода представится въ видѣ:

$$f_{s\,2}{}^2 = \mu^2 p + Sin^2 1' \delta^2 \{ s_1{}^2 + 2 s_2{}^2 + 3 s_3{}^2 + \ldots + n s_n{}^2 \} \quad \ldots\ldots\ldots (8)$$

Въ частномъ случаѣ, когда, всѣ стороны хода равны:

$$f_{s\,2}{}^2 = \mu^2 p + sn^2 1' \delta^2 s^2 \{ 1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + (n-1) + n \}$$

или
$$f_{s\,2}{}^2 = \mu^2 p + Sin^2 1' \delta^2 s^2 \frac{n+1}{2} n \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

или такъ какъ $p = sn$

$$f_{s\,2}{}^2 = \mu^2 p + Sin^2 1' \delta^2 p \frac{s(n+1)}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8)''$$

Подобно тому, какъ и въ предыдущемъ случаѣ, принимая $Sin\ 1' = 0{,}000291$, формулу (8) можно представить такъ:

$$f_{s\,2}{}^2 = \mu^2 p + \delta^2 (0{,}291)^2 \left\{ \left(\frac{s_1}{1000}\right)^2 + 2\left(\frac{s_2}{1000}\right)^2 + \ldots + n\left(\frac{s_n}{1000}\right)^2 \right\}$$

или, принимая $\delta = t\sqrt{2}$, гдѣ t есть точность верньеровъ, получимъ:

$$f_{s\,2}{}^2 = \mu^2 p + 0{,}1694\, t^2 \left\{ \left(\frac{s_1}{1000}\right)^2 + 2\left(\frac{s_2}{1000}\right)^2 + \ldots + n\left(\frac{s_n}{1000}\right)^2 \right\} \ldots (8),$$

Въ случаѣ, когда азимутъ первой линіи взятъ произвольнымъ или же свободнымъ отъ ошибокъ, формула (8) при $\delta = t\sqrt{2}$ приметъ видъ:

$$f_{s\,2}{}^2 = \mu^2 p + 2t^2 Sin^2 1' \{ s_2{}^2 + 2 s_3{}^2 + \ldots + (n-1) s_n{}^2 \} \quad \ldots\ldots (8)_{,,}$$

Или

$$f_{s\,2}^{\,2} = \mu^2 p + 0{,}1694\, t^2 \left\{ \left(\frac{s_2}{1000}\right)^2 + 2\left(\frac{s_3}{1000}\right)^2 + \ldots + (n+1)\left(\frac{s_n}{1000}\right)^2 \right\} \quad \ldots\ldots (9)$$

Если мы теперь поставимъ себѣ задачей выяснить сравнительную точность обоихъ ходовъ (буссольнаго и теодолитнаго), считая, что стороны ходовъ въ обоихъ случаяхъ равны между собой, чего и стремятся достигнуть на практикѣ, намъ придется обратиться къ равенствамъ (7)′ и (8)′.

Сравнивая ихъ находимъ:

$$\mu^2 p + t^2\, Sin^2 1'\, n\, s^2 = \mu^2 p + Sin^2 1'\, \delta^2 s^2 \frac{n+1}{2}\, n$$

Или, предполагая два совершенно одинаковыхъ хода, т. е. съ одинановыми периметрами, получимъ:

$$t^2 = \delta^2 \frac{n+1}{2}$$

откуда, считая среднюю ошибку угломѣрнаго снаряда $\delta = 1'$ и буссоли $t = 10'$, находимъ:

$$n = \frac{2\,t^2}{\delta^2} - 1 = 200 - 1 = 199,$$

т. е., что до 200 сторонъ въ полигонѣ преимущество признается за угломѣрнымъ снарядомъ; далѣе результаты съемки буссолью будутъ точнѣе; этого и слѣдовало ожидать, такъ какъ въ то время, какъ при съемкѣ по азимутамъ средняя ошибка какъ перваго, такъ и послѣдняго азимута одна и та же, при съемкѣ по внутреннимъ угламъ, какъ мы видѣли, ошибка увеличивается по мѣрѣ увеличенія номера линіи.

Въ Германіи предвычисленіе допускаемой линейной невязки $f_s = \sqrt{f_x^{\,2} + f_y^{\,2}} = 0{,}01\,\sqrt{a[L] + b[L]^2}$ производится по таблицѣ Гауса № IX. Такъ, напримѣръ, положимъ, что полигонный ходъ проходитъ по мѣстности перваго класса на протяженіи 1010 саж. при чемъ оказалось, $[\Delta x] = +0{,}38$, а $[\Delta y] = -0{,}18$; тогда полученная линейная невязка $f_s = \sqrt{f_x^{\,2} + f_y^{\,2}} = \sqrt{[\Delta x]^2 + [\Delta y]^2} = \pm 0{,}42$ сажени. По таблицѣ же находимъ, что допускаемая невязка въ данномъ случаѣ равна 0,83 саж.

[1]) Опытъ Н. Н. Веселовскаго показалъ, что таблицею можно пользоваться для оцѣнки линейныхъ невязокъ не только въ растянутыхъ полигонныхъ ходахъ, но и въ сомкнутыхъ, пренебрегая невязку погрѣшностей угловыхъ измѣреній хода. То же обстоятельство, что линейная невязка, предвычисленная по соотвѣтствующей формулѣ, всегда оказывалась значительно меньше, чѣмъ взятая изъ таблицы, Н. Н. объясняетъ такъ: въ

[1]) См. Котроль результатовъ линейныхъ измѣреній Н. Н. Веселовскаго.

предлагаемой таблицѣ дается предѣльная допускаемая разность между двумя результатами линейныхъ измѣреній, въ сомкнутомъ же полигонномъ ходѣ линейная невязка есть разность между дѣйствительною точной величиной результата наблюденій, т. е. нулемъ, и результатомъ, полученнымъ изъ наблюденій; очевидно поэтому, что эта послѣдняя разность всегда будетъ менѣе табличной, представляющей высшій предѣлъ разности двухъ измѣреній, хотя бы мы при этомъ и игнорировали вліяніе угловыхъ погрѣшностей хода. Чтобы показать, какъ велика разница между величиною невязки, предвычисленной по форм. (8)„ и полученной непосредственно изъ таблицъ, Н. Н. приводитъ слѣдующій примѣръ. При обходѣ сомкнутаго полигона, расположеннаго на рыхлой песочной мѣстности (II класса) получилась невязка равная 0,67 саж.; по формулѣ (8)„ невязка равна $\pm 1{,}097$ с., принимая $p = 4649{,}48$ с. (периметръ полигона), $t = 1'$ и $\mu = \pm 0{,}0025$ саж. По таблицѣ же получимъ невязку, равную $\pm 3{,}41$, считая мѣстность по первому классу. Переводя послѣднюю величину въ среднюю раздѣливши на 3, получимъ $\pm 1{,}14$, т. е. все же болѣе предвычисленной по формулѣ (8)„.

Въ тѣхъ случаяхъ, когда линіи полигоннаго хода проходятъ по мѣстности перваго, второго и третьяго класса, предвычисленіе невязки по таблицѣ производится слѣдующимъ образомъ.

Допустимъ, что полигонный ходъ проходитъ 1215 саж. по мѣстности перваго класса, 942 саж. по мѣстности второго класса и 645 саж. по мѣстности третьяго класса; по таблицѣ видимъ, что 1215 саж. (I класса) соотвѣтствуетъ 964 саж. (II класса), а 645 саж. (III класса) соотвѣтствуетъ 767 саж. (II кл.). Общій периметръ полигоннаго хода равняется 964 саж. (II кл.) + 942 саж. (II кл.) + 767 с. (II кл.) = 2673 саж. (II кл.), что соотвѣтствуетъ предѣльной допускаемой невязкѣ равной $\pm$ 2,47 сажени, или средней $\pm 0{,}82$ саж.

§ 117. Уничтоженіе невязки въ координатахъ. Очевидно, что исправленіе вычисленныхъ приращеній Δy и Δx—овъ должно быть сдѣлано такъ, чтобы *сумма поправокъ* въ Δx—ахъ равнялась $-a$, а въ Δy—ахъ была бы $+b$, дабы суммы исправленныхъ Δx—овъ и Δy—овъ были бы нулями. На основаніи этого всѣ положительныя Δx должны быть уменьшены, а отрицательныя Δx увеличены по абсолютной величинѣ, а въ Δy—ахъ наоборотъ, т. е. *поправки въ вычисленныя приращенія координатъ вводятся со знаками обратными полученнымъ* $\Sigma\Delta x$ *и* $\Sigma\Delta y$.

Раскладка невязокъ a и b дѣлается пропорціонально длинамъ линій, на основаніи того, что каждое приращеніе Δx не зависитъ отъ предшествующихъ Δx—овъ, а также и каждое Δy не зависитъ отъ предшествующихъ Δy—овъ. А потому и *исправленіе каждаго приращенія будемъ дѣлать независимо отъ предшествующихъ ему, а лишь пропорціонально длинѣ линіи, по которой приращеніе вычислено.*

Практически раскладка дѣлается такъ: 1) находятъ число сотенъ въ периметрѣ P, т. е. $P:100=Q$, 2) составляютъ частныя

$$\frac{a}{Q}=k \text{ и } \frac{b}{Q}=l,$$

3) узнаютъ

$$\frac{d_1}{100}=S_1; \qquad \frac{d_2}{100}=S_2 \text{.... и т. д.}$$

4) составляютъ произведенія

$$kS_1=v_1,\ kS_2=v_2, \text{ и } lS_1=w_1;\ lS_2=w_2\text{....},$$

5) получаютъ исправленныя приращенія:

$$\Delta x'=\Delta x_1-v_1;\ \Delta x''=\Delta x_2-v_2;\ \Delta x'''=\Delta x_3-v_3 \text{ и т. д.}$$
$$\Delta y'=\Delta y_1+w_1;\ \Delta y_2''=\Delta y_2+w_2;\ \Delta y'''=\Delta y_3+w_3\text{....}$$

принимая при сложеніи во вниманіе знаки вычисленныхъ Δx_1 и Δy_1, Δx_2 и Δy_2 и т. д.

Суммы поправокъ $\Sigma v=-a$ и $\Sigma w=+b$ *въ точности до сотыхъ долей сажени* согласуютъ съ найденными $+a$ и $-b$. Суммы всѣхъ исправленныхъ Δx—овъ должны въ точности давать нули. Точно также и сумма исправленныхъ Δy—овъ для сомкнутаго полигона должна быть нуль. Координаты всѣхъ промежуточныхъ вершинъ получаются какъ алгебраическія суммы послѣдовательныхъ исправленныхъ приращеній.

§ 118. Числовой примѣръ вычисленія координатъ [1]). Приведемъ здѣсь числовой примѣръ, причемъ отмѣтимъ порядокъ, въ которомъ производятся вычисленія координатъ, а также укажемъ и на выработанную для этого практикой схему.

1) Въ принесенномъ изъ поля геодезическомъ журналѣ подсчитывается сумма $S_П$ измѣренныхъ внутреннихъ угловъ обойденнаго полигона и сравнивается съ теоретическою суммою $S_Т$. Пусть принесенный изъ поля журналъ имѣлъ слѣдующій видъ. (См. слѣдующую стр.).

2) Полученную разность $R=0^0 4'$ раскладываютъ по минутѣ на углы съ короткими сторонами, т. е. при точкахъ 1-й, 3-й, 10-й и 11-й. (Отмѣчены $\times$).

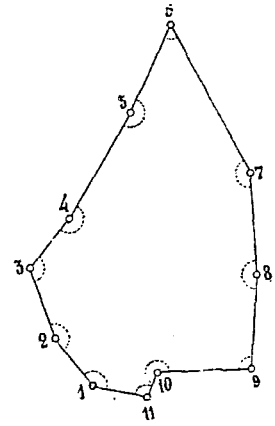
3) Имѣя исправленные углы, вычисляютъ азимуты по формулѣ:

$$\alpha_n=\alpha_{n-1}+180^0-\text{внутр. уголъ}.$$

---

[1]) Заимствованъ изъ практики начинающихъ учиться геодезіи. Ниже приведемъ болѣе точные результаты полевыхъ работъ полигонной съемки.

№ № точекъ.	Измѣренные внутренніе углы.	Мѣра линій.	Углы наклона.	Примѣчаніе.
		саж.		Румбъ первой линіи данъ NW : 31° 56′
1	× 133° 57′	... 59,85...	... 0°	
2	161° 37′	... 68,23...	... 0	*Схематическій чертежъ обойденнаго полигона.*
3	× 122° 02′	... 55,23...	... 0	
4	204° 09′	... 147,57...	... 7°	
5	189° 40′	... 110,74...	... 0	
6	38° 31′	... 222,48...	... 8°	
7	151° 26′	... 122,00...	... 0	
8	177° 12′	... 97,48...	... 0	
9	82° 18′	... 97,09...	... 0	
10	× 223° 30′	... 28,07...	... 0	
11	× 135° 42′	... 41,08...	... 0°	
1	—			
Измѣр. сум.	$S_И$ = 1620° 04′			
Теорет. сум.	$S_Т$ = 1620°			
Разность. .	R = + 0° 4′	(полученная).		Теоретич. сумма 180° × 9 = 1620°.
1′,5 $\sqrt{2n}$. .	0° 7′	(допускаемая).		Точность верньера = 1′.



Черт. 158.

Исправленные углы.

1	133° 56′
2	161° 37′
3	122° 01′
4	204° 09′
5	189° 40′
6	38° 31′
7	151° 26′
8	177° 12′
9	82° 18′
10	223° 29′
11	135° 41′
Сумма . .	1620° —

Вычисленіе азимутовъ и румбовъ линій.

Азимуты.	*Румбы линій.*
328° 04′	NW : 31° 56′ (1—2)
+ 180°	(Съ 1-ой точки на 2-ю)
508° 04′	
— 161° 37′	*уголъ при 2-й точкѣ*
346° 27′	NW : 13° 33′ (2—3)
+ 180°	
526° 27′	
— 122° 01′	
404° 26′	NO : 44° 26′ (3—4)

или 44° 26′ = 404° 26′ — 360°

$+180^0$

$224^0\,26'$

$-204^0\,09'$

$20^0\,17'$ . . . . . $NO : 20^0\,17'$ (4—5)

$+180^0$

$200^0\,17'$

$-189^0\,40'$

$10^0\,37'$ . . . . . $NO : 10^0\,37'$ (5—6)

$+180^0$

$190^0\,37'$

$-\ 38^0\,31'$

$152^0\,06'$ . . . . . $SO : 27^0\,54'$ (6—7)

$+180^0$

$332^0\,06'$

$-151^0\,26'$

$180^0\,40'$ . . . . . $SW : 0^0\,40'$ (7—8)

$+180^0$

$360^0\,40'$

$-177^0\,12'$

$183^0\,28'$ . . . . . $SW : 3^0\,28'$ (8—9)

$+180$

$363^0\,28'$

$-\ 82^0\,18'$

$281^0\,10'$ . . . . . $NW : 78^0\,50'$ (9—10)

$+180^0$

$461^0\,10'$

$-223^0\,29'$

$237^0\,41'$ . . . . . $SW : 57^0\,41'$ (10—11)

$+180^0$

$417^0\,41'$

$-135^0\,41'$

$282^0\ 0'$ . . . . . $NW : 78^0\ 0'$ (11—1)

$+180^0$

$462^0\ 0'$

$-133^0\,56'$ . . . . . *уголъ при 1-й точкѣ*

$328^0\ 4'$ . . . . . $NW : 31^0\,56'$ (1—2)

Вновь полученный азимутъ линіи (1—2) гарантируетъ вѣрность вычисленія азимутовъ.

4) Всѣ вычисленные по исправленнымъ внутреннимъ угламъ азимуты линій обойденнаго полигона переводятся на румбы.

По румбамъ вновь обратно, пользуясь мнемоническимъ правиломъ, провѣряются *всѣ* астролябическіе и внутренніе углы (§ 129), напр. при 10-й точкѣ по румбамъ NW: 78°50′ и SW: 57°41′ астролябическій уголъ равенъ суммѣ румбическихъ, т.-е. 136°31′, а внутренній уголъ = 360° — — 136°31′ = 223°29′ (вѣрно).

5) Имѣя углы наклоновъ, измѣренныхъ въ полѣ линій, вычисляютъ горизонтальныя ихъ проложенія или по таблицамъ или по формуламъ:

$$(d - D) = x = 2d \cdot Sin^2 \frac{\alpha}{2},$$

$$d - x = D,$$

гдѣ d измѣренная линія, а x поправка за наклонъ въ α^0, которая вычитается изъ d для полученія горизонтальнаго проложенія D измѣренной линіи d.

	d саж.	α^0	$2d$	$\frac{\alpha^0}{2}$
(4—5)	147,57	7°	295,14	3° 30′
(6—7)	222,48	8°	444,96	4° 0′

линіи.	съ точки № на точку №	
	(4—5)	(6—7)
$lg\ 2d$	2.47003	2.64832
$2\,lg\ Sin\frac{\alpha}{2}$	7.57136	7.68716
$lg\ x$	0.04139	0.33548
x	1,100	2,165
D	146,47	220,31

Если результатъ измѣренія линій данъ до сотыхъ долей сажени, то и поправка вычисляется также до сотыхъ долей сажени.

6) Вычисленіе приращеній координатъ Δx и Δy совершается (также до сотыхъ долей сажени) по формуламъ: $\Delta x = \pm d\ Cos\ r$ и $\Delta y = \pm d\ Sin\ r$ по схемѣ на слѣд. стр. [1]).

7) Суммируемъ а) вычисленныя Δx и б) вычисленныя Δy, (см. реестръ координатъ дальше).

8) Вычисляется невязка A въ периметрѣ.

$$(\Sigma\Delta x)^2 = 1.2996$$
$$(\Sigma\Delta y)^2 = 1.3689$$
$$A^2 = 2.6685$$

$$A = \sqrt{[\Sigma\Delta x]^2 + [\Sigma\Delta y]^2} = 1{,}63$$

и узнается, допустима ли она?

$$\frac{A}{P} = \frac{1.63}{1046{,}55} < \frac{1}{642}.$$

Это вычисленіе помѣщается внизу листа (см. реестръ координатъ).

9) Раскладываются невязки въ Δx-хъ и Δy-хъ: для чего сперва находятъ число сотенъ въ периметрѣ P: 100; а затѣмъ

$$\frac{\Sigma\Delta x}{(P:100)} = \frac{+1.14}{10.47} = +0.109; \qquad \frac{\Sigma\Delta y}{(P:100)} = \frac{-1.17}{10.47} = -0{,}111.$$

Поправки въ Δx и Δy вводятся съ знаками обратными знакамъ у полученныхъ суммъ ($\Sigma\Delta x$ и $\Sigma\Delta y$) пропорціонально числу сотенъ въ мѣрѣ *каждой* линіи:

$(-0{,}109) \times 0{,}411 = -0{,}04$	$(+0{,}111) \times 0{,}411 = +0{,}04$
$(-0{,}109) \times 0{,}599 = -0{,}05$	$(+0{,}111) \times 0{,}509 = +0{,}05$
$(-0{,}109) \times 0{,}682 = -0{,}07$	$(+0{,}111) \times 0{,}682 = +0{,}07$
$(-0{,}109) \times 0{,}552 = -0{,}06$	$(+0{,}111) \times 0{,}552 = +0{,}06$
и. т. д.	и т. д.

По сложеніи всѣхъ поправокъ въ Δx-хъ и Δy-хъ, должно получиться $-1{,}14$ и $+1{,}17$; вслѣдствіе же округленія, при вычисленіи поправокъ, точно сотыя доли не получатся. Оказавшуюся разницу раскладываютъ на тѣ поправки, при которыхъ сотыя доли увеличивались или уменьшались. Точность полученныхъ при вычисленіи Δx и Δy зависитъ отъ точности измѣренныхъ разстояній d и румбовъ r. И такъ какъ азимуты вы-

---

[1]) *Вычисленныя Δx и Δy контролируются* вторичнымъ вычисленіемъ или по таблицамъ Гаусса, русское изданіе Н. Л. Волкова, или таблицамъ П. М. Орлова, таблицамъ Плѣнскаго, или по таблицамъ Зейферта. (См. замѣчаніе въ концѣ §).

Порядокъ заполненія строкъ указанъ цифрами.		(1—2) Румбъ $\frac{NW:31^0\,56'}{\text{Гор. прол. мѣры линій } 59{,}85 \text{ с.}}$	(2—3) $\frac{NW:13^0\,33'}{68{,}23}$	(3—4) $\frac{NO:44^0\,26'}{55{,}23}$	(4—5) $\frac{NO:20^0\,17'}{146{,}47}$	(5—6) $\frac{NO:10^0\,37'}{110{,}74}$	(6—7) $\frac{SO:27^0\,54'}{220{,}31}$	
(6)	Δx	+50,79	+66,33	+39,44	+137,39	+108,85	—194,70	(6)
(5)=(1)+(3)	$lg\ \Delta x$	1.70580	1.82172	1.59592	2.13795	2.03681	2.28937	(5)=(1)+(3)
(3)	$lg\ Cos\ r$	9.92874	9.98774	9.85374	9.97220	9.99250	9.94634	(3)
(1)	$lg\ d$	1.77706	1.83398	1.74218	2.16575	2.04431	2.34303	(1)
(2)	$lg\ Sin\ r$	9.72340	9.36976	9.84515	9.53991	9.26538	9.67018	(2)
(4)=(1)+(2)	$lg\ \Delta y$	1.50046	1.20374	1.58733	1.70566	1.30969	2.01321	(4)=(1)+(2)
(6)	Δy	—31.66	—15,99	+38,67	+50,78	+20,40	+103,09	
		(7—8) $\frac{SW:0^0\,40'}{122{,}00}$	(8—9) $\frac{SW:3^0\,28'}{97{,}48}$	(9—10) $\frac{NW:78^0\,50'}{97{,}09}$	(10—11) $\frac{SW:57^0\,41'}{28{,}07}$	(11—1) $\frac{NW:78^0\,0'}{41{,}08}$		
	Δx	—121,99	—97,30	-+18,80	—15,01	+8,54		
	$lg\ \Delta x$	2.08633	1.98812	1.27422	1.17627	0.93151		
	$log\ Cos\ r$	9.99997	9.99920	9.28705	9.72803	9.31788		
	$lg\ d$	2.08636	1.98892	1.98717	1.44824	1.61363		
	$lg\ Sin\ r$	8.06578	8.78152	9.99170	9.92691	9.99040		
	$lg\ \Delta y$	0.15214	0.77044	1.97887	1.37515	1.60403		
	Δy	—1,42	—5,89	—95,25	—23,72	—40,18	Периметръ $P=1046{,}55$	

Реестръ координатъ.

Съ точки № на точку №.	Вычисленныя. Δx	Вычисленныя. Δy	Исправленныя. Δx	Исправленныя. Δy	№ точекъ.	Координаты. x	Координаты. y
Съ 11 на 1	+ 8.54	— 40.18	+ 8.50	— 40.14	1	— 156.37	+ 8.78
Поправка	—0.04	+0.04					
1—2	+ 50.79	— 31.66	+ 50.73	— 31.60	2	— 105.64	— 22.82
	—0.06	+0.06					
2—3	+ 66.33	— 15.99	+ 66.26	— 15.91	3	— 39.38	— 38.73
	—0.07	+0.08					
3—4	+ 39.44	+ 38.67	+ 39.38	+ 38.73	4	0	0
	—0.06	+0.06					
4—5	+ 137.39	+ 50.78	+ 137.23	+ 50.94	5	+ 137.23	+ 50.94
	—0.16	+0.16					
5—6	+ 108.85	+ 20.40	+ 108.73	+ 20.53	6	+ 245.96	+ 71.47
	—0.12	+0.13					
6—7	— 194.70	+ 103.09	— 194.95	+ 103.34	7	+ 51.01	+ 174.81
	—0.25	+0.25					
7—8	— 121.99	— 1.42	— 122.12	— 1.28	8	— 71.11	+ 173.53
	—0.13	+0.14					
8—9	— 97.30	— 5.89	— 97.41	— 5.78	9	— 168.52	+ 167.75
	—0.11	+0.11					
9—10	+ 18.80	— 95.25	+ 18.69	— 95.14	10	— 149.83	+ 72.61
	—0.11	+0.11					
10—11	— 15.01	— 23.72	— 15.04	— 23.69	11	— 164.87	+ 48.92
	—0.03	+0.03					
Сумма....	$\Sigma\Delta x = +1.14$	$\Sigma\Delta y = -1.17$	0	0	0	—	—

Примѣчаніе.

Периметръ

$P = 1046.55$ саж.

За начало координатъ принята 4-я точка полигона.

$\Sigma\Delta x$		$\Sigma\Delta y$	
+	—	+	—
8.54	194.70	38.67	40.18
50.79	121.99	50.78	31.66
66.33	97.30	20.40	15.99
39.44	15.01	103.09	1.42
137.39	429.00	212.94	5.89
108.85			95.25
18.80			23.72
430.14			—214.11
429.00			+212.94
+1.14			—1.17

$(\Sigma\Delta x)^2 = 1.2996$

$(\Sigma\Delta y)^2 = 1.3689$

$A^2 = 2.6685$

$A = \sqrt{(\Sigma\Delta x)^2 + (\Sigma\Delta y)^2} = 1.63$

$\frac{1.63}{1046.55} < \frac{1}{642}$

числены по внутреннимъ исправленнымъ угламъ и затѣмъ переведены на румбы, то *особенно тщательно* раскладку въ сотыхъ доляхъ сажени не дѣлаютъ, такъ какъ линіи измѣрены съ точностію до $\frac{1}{1000}$ и углы съ точностію до одной минуты [1]).

10) Суммируютъ исправленныя Δx и Δy. Обѣ суммы должны давать нули.

11) Избравъ одну изъ точекъ полигона, напримѣръ 4-ю, за начало координатъ, суммируютъ послѣдовательно исправленныя Δx и Δy и получаютъ координаты по формулѣ $x_k = x_{k-1} + \Delta x_k$ и $y_k = y_{k-1} + \Delta y_k$.

Контролемъ служитъ то, что, начавъ отъ нуля какъ въ x-хъ, такъ и въ y-хъ, послѣдовательнымъ алгебраическимъ сложеніемъ приращеній необходимо придти опять къ нулямъ.

Болѣе совершенный способъ распредѣленія невязки въ координатахъ (собственно говоря въ приращеніяхъ координатъ) мы можемъ найти, напр., въ трудахъ Межевыхъ Инженеровъ *Н. Н. Веселовскаго* и *В. Н. Седашева* (см. выпуски I и XVIII „Трудовъ Т.-Г. Комиссіи“), который основанъ на нѣкоторомъ знакомствѣ съ теоріей ошибокъ (см. вводную статью). Сущность этого пріема, слѣдуя изложенію Г. Седашева, состоитъ въ слѣдующемъ.

Пусть e — точность измѣренія угловъ полигона, выражаемая въ аналитической мѣрѣ $\left(\frac{e}{\rho}, \text{ гдѣ } \rho = 3438\right)$ и k — точность измѣренія линій полигона, *увязка полигона совершается по линіямъ параллельнымъ невязкѣ периметра* (графическій пріемъ примѣненія этого способа см. дальше § 152, *второй* способъ увязки фигуры, наложенной транспортиромъ), причемъ, если длина невязки есть m, то сумма всѣхъ перемѣщеній (взятыхъ въ отдѣльности, должна равняться этой величинѣ: $r_1 + r_2 + r_3 + \ldots + r_n = m$. Величина r находится по формулѣ

$$r = \frac{ek}{\sqrt{e^2 + (k^2 - e^2)\,Sin^2\Theta}},$$

гдѣ $\Theta = A - a$, разности между азимутомъ A стороны полигона и a—азимутомъ невязки. Разности эти достаточно вычислять до $^1/_2{}^0$. Для облегченія вычисленія разностей r составлены таблицы, въ которыхъ r дается въ тысячныхъ доляхъ (т. е. въ нихъ 1.00 значитъ 0,001
0,36 „ 0,00036 и т. д.)

---

[1]) Основаніемъ этому замѣчанію можетъ служить слѣдующее: пусть $d = 100$ саж. и $r = 45^0$, тогда ошибка въ Δy, т. е. $\partial(\Delta y)$ найдется по формулѣ $\partial(\Delta y) = \partial d.\ Sin\, r + d\ Cos\, r.\, \partial r$. Если $\partial r = 1'$, то въ линейной мѣрѣ она будетъ $1 \times \frac{1}{3438,}$ ошибка $\partial d = \frac{1}{1000} d$ (точность измѣренія линій), $Sin\ r = Cos\ r = \frac{1}{\sqrt{2}}$, а потому $\partial(\Delta y) = \left(0{,}001 \times \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{100}{3438}\right) \geqslant 0{,}01$ саж.

Вотъ, для примѣра, приводимая г. Седашевымъ таблица:

Таблица № 2

при $K = \frac{1}{1000}$ и $e = 1' = \frac{1}{3438}$.

$A - a$.	0^0	1^0	2^0	3^0	4^0	5^0	6^0	7^0	8^0	9^0
0	1.00	1.00	0.99	0.99	0.98	0.97	0.95	0.93	0.91	0.89
10	0.87	0.85	0.82	0.80	0.78	0.76	0.74	0.72	0.70	0.68
20	0.66	0.65	0.63	0.62	0.60	0.58	0.57	0.56	0.55	0.53
30	0.52	0.51	0.50	0.49	0.48	0.47	0.46	0.46	0.45	0.44
40	0.43	0.42	0.42	0.41	0.40	0.40	0.39	0.39	0.38	0.38
50	0.37	0.37	0.36	0.36	0.35	0.35	0.35	0.34	0.34	0.33
60	0.33	0.33	0.33	0.32	0.32	0.32	0.32	0.32	0.32	0.31
70	0.31	0.31	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30
80	0.30	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29
90	0.29	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Кромѣ этой таблицы вычислена также таблица 3-я при $e = 1'{,}5$ и въ предположеніи, что средняя ошибка линіи d выражается функціею вида $m_d = \sqrt{ad + bd^2}$, гдѣ $a = 12.96$ и $b = 0.0225$ взяты изъ опредѣленій Пр. Лорбера. Въ этой таблицѣ, кромѣ аргумента $(A - a)$, служитъ вторымъ аргументомъ d, по которымъ и находится r.

Въ нижеприводимомъ нами примѣрѣ (на слѣдующей страницѣ) Г. Седашевъ пользуется таблицей 2-й. Послѣ отысканія въ таблицахъ величинъ r необходимо еще составить сумму произведеній соотвѣтственныхъ r и d, раздѣливъ которую на 1000, получаютъ величину *М наибольшей допускаемой невязки*; если $00' = m \leqq M$, то остается послѣ этого полученныя величины $\Sigma\Delta x$ и $\Sigma\Delta y$ раздѣлить пропорціонально составленнымъ произведеніямъ $d.r$ (векторамъ невязки).

Замѣчаніе о контролѣ вычисленія приращеній координатъ. При вычисленіи приращеній координатъ слѣдуетъ постоянно контролировать себя,—такъ, 1) вычисливъ по азимутамъ румбы, слѣдуетъ, примѣняя правило о соотношеніи между румбическими и астролябическими углами (§ 129), вновь по румбическимъ угламъ *попытаться обратно получить* астролябическіе (а слѣдовательно и внутренніе) углы полигона, 2) вычислять приращенія Δx и Δy слѣдуетъ или *логариѳмически*, пользуясь формулами

I) $\Delta x = \pm d \cdot Cos\ r$ и $\Delta y = \pm d \cdot Sin\ r$

Примѣръ.

№№ пунктовъ.	Азимуты A	Румбы.	Мѣра линій.	Вычисленныя. Δx	Вычисленныя. Δy	$A-a$	По таблицѣ 2-ой. r	$d.r.$	Исправленныя. Δx	Исправленныя. Δx	Азимуты послѣ увязки по способу Седашева.	По обычному способу.
1												
.....	73°15′	NO:73°15′	378.0	+108.94	+361.96	72½	0.30	113.4	+108.84	+361.96	73°15′,9	73°16′,8
2				—0.10								
.....	111°35′	SO:68°25′	411.0	—151.19	+382.18	111	0.31	127.4	—151.31	+382.18	111°35′,9	111°36′,8
3				— 0.12								
.....	162° 0′	SO:18° 0′	597.6	—568.35	+184.67	161	0.68	406.4	—568.72	+184.67	162° 0′,6	162° 0′,5
4				— 0.37								
.....	238°17′	SW:58°17′	523.0	—274.95	—444.88	237½	0.34	178.8	—275.11	+444.89	238°16′,1	238°15′,3
5				— 0.16								
.....	344°57′	NW:15° 3′	576.0	+556.24	—149.57	344	0.74	426.2	+555.85	—149.58	344°56′,3	344°56′,4
6				— 0.39	— 0.01							
.....	208° 5′	SW:28° 5′	617.0	—544.36	—290.46	207½	0.56	345.5	—544.67	—290.47	208° 4′,2	208° 4′,2
7				— 0.31	— 0.01							
				— 0.78	— 0.01							
.....	357° 8′	NW: 2°52′	877.0	+875.90	— 43.86	356½	0.94	859.3	+875.12	— 43.87	357° 7′,4	357° 7′,1
1			3979.6	+2.23	+0.03			2457.0				
				$a = 0°46′$			Допуск. нев.					
				$m = 2.23$			$M = 2.46$.					

и II) контролировать себя или по формуламъ

$$\Delta x = \pm d \ Sin\ (90 - r) = \pm 2d \cdot Sin \frac{90 - r}{2} \cdot Cor \frac{90 - r}{2},$$

$$\Delta y = \pm d \cdot Sin\ r = 2d \cdot Sin\ \frac{r}{2}\ Cos\ \frac{r}{2},$$

или пользуясь „*таблицами* Гаусса (изданіе Н. Л. Волкова) *для непосредственнаго вычисленія прямоугольныхъ координатъ*“.—Fünfstellige vollständige trigonometrische und polygonometrische Tafeln für Maschinenrechnen von D-r F. G. Gauss, примѣняя для сложенія счеты или ариѳмометръ.

Кромѣ таблицъ Гаусса есть и другія таблицы, отличающіяся отъ Гауссовскихъ въ деталяхъ; такъ напр., недавно появились таблицы, составленныя *П. М. Орловымъ*, а также существуютъ таблицы,—Ларіонова, Клю, для дѣленія окружности въ 400 gr., Плѣнскаго, Попова и другія.

Здѣсь также умѣстно указать на таблицы Зейферта. (*O. Seiffert.* Vierstellige polygonomtrische Tafeln zur Berechnung und Sicherung der Koordinatenunterschiede mit der Rechenmaschine) для вычисленія приращенія координатъ съ контролемъ. Зейфертъ предлагаетъ формулы

$$\Delta y = S \cdot Sin\varphi$$
$$\Delta x = S \cdot Cos\varphi$$

преобразовать такъ: взять вмѣсто φ уголъ $\psi = \varphi + 45^0$ и преобразовать

$$Sin\ (\varphi + 45^0) = \sqrt{\frac{1}{2}}\ (Sin\varphi + Cos\varphi)$$

$$Cos\ (\varphi + 45^0) = \sqrt{\frac{1}{2}}\ (Cos\varphi - Sin\varphi)$$

$$\text{въ } \sqrt{2} \cdot Sin\psi = Sin\varphi + Cos\varphi$$
$$\sqrt{2} \cdot Cos\psi = Cos\varphi - Sin\varphi,$$

а затѣмъ, зная что $Sin\varphi = \frac{\Delta y}{S}$ и $Cos\varphi = \frac{\Delta x}{S}$,

въ равенства
$$S \cdot \sqrt{2} \cdot Sin\psi = \Delta x + \Delta y$$
$$S \cdot \sqrt{2} \cdot Cos\psi = \Delta x - \Delta y.$$

Откуда
$$\Delta y = \frac{S}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot Sin\psi - \frac{S}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot Cos\psi$$
$$\Delta x = \frac{S}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot Sin\psi + \frac{S}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot Cos\psi.$$

У Зейферта двѣ таблицы: одна даетъ $Sin\varphi$ и $Cos\varphi$ и другая — $\sqrt{2} \cdot Sin\psi$ и $\sqrt{2} \cdot Cos\psi$, пользуясь которыми, легко усмотрѣть, что, вычисливъ Δx и Δy и сложивъ ихъ, должно получить $S\sqrt{2} \cdot Sin\psi$.

Примѣръ. $S = 135{,}64$ и $\varphi = 33^0 25'$.

Таблица I даетъ

$Sin\varphi = 0.5507$	по умноженіи $\Delta y = 74.696948$
$Cos\varphi = 0.8347$	$\Delta x = 113.218708$
$(+)\ldots. 1.3854$	$\Delta y + \Delta x = 187.92$
$(-)\ldots. 0.2840$	

$\psi = 33^0 25' + 45' = 78^0 25'$.

Изъ таблицы II беремъ

$$\begin{cases} \sqrt{2} \cdot Sin\psi = 1.3854 = Sin\varphi + Cos\varphi \\ \sqrt{2} \cdot Cos\psi = 0.2840 = -Sin\varphi + Cos\varphi \end{cases}$$

$(+)\ldots. 1.6694\ldots. 2\ Cos\varphi$

$(-)\ldots. 1.1014\ldots. 2\ Sin\varphi$

Составивъ

$$\frac{S}{2} = 67.82$$

67.82	67.82
458.31	482. 0
6782	1356
2035	543
542	27
34	19.26
3	
93.96	

находимъ:

$$\frac{S}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot Sin\psi = 93.96$$

$$\frac{S}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot Cos\psi = 19.26$$

$(+)\ldots\ldots\ \Delta x = 113.22$

$(-)\ldots\ldots\ \Delta y = 74.70$

При этомъ полезно воспользоваться правиломъ сокращеннаго умноженія. Самъ Зейфертъ рекомендуетъ довольствоваться такимъ контролемъ: найдя Δx и Δy, измѣняютъ φ въ ψ, и изъ таблицы 2-й берутъ $\sqrt{2}\ Sin\psi$ и $\sqrt{2}\ Cos\psi$, — послѣ чего сличаютъ 1-й съ суммою $Sin\varphi + Cos\varphi$ и второй — съ $(Cos\varphi - Sin\varphi)$. Умножая затѣмъ наибольшее *число* изъ взятыхъ въ таблицѣ II-ой (оно всегда $\geqq 1$) на S, сличаютъ произведеніе съ суммою $\Delta x + \Delta y$ (взятыхъ по абсолютной величинѣ). Въ нашемъ примѣрѣ $135{,}64 \times 1{,}3854 = S \times \sqrt{2}\ Sin\psi = S.(Sin\varphi + Cos\varphi) = 187{,}92$.

Для повѣрочныхъ вычисленій приращеній координатъ могутъ служить и механическіе приборы. Такихъ приборовъ изобрѣтено нѣсколько, но распространенія они все же не получили, такъ какъ даютъ повѣрку болѣе или менѣе грубо (*не* точно). Укажемъ здѣсь на нѣкоторые изъ этихъ приборовъ.

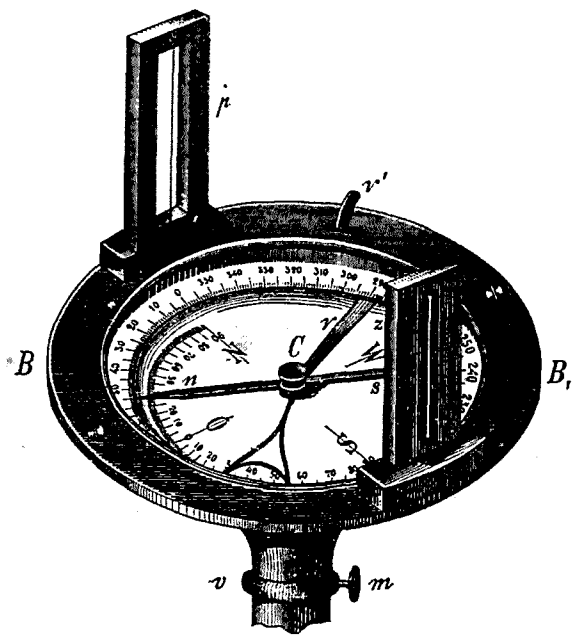
Квадрантъ Квадратовскаго представляетъ изъ себя четверть круга, на которомъ, черезъ опредѣленныя разстоянія проведены концетрическія окружности, различными радіусами, равными 1, 2, 3 . . . . . 10 произвольнымъ единицамъ. Четверть окружности раздѣлена на градусы и ихъ части. Горизонтальный радіусъ принятъ за ось y-овъ, а вертикальный за ось x-овъ, центръ круга—за начало координатъ. Если на линіи, соединяющей центръ квадранта съ дѣленіемъ, соотвѣтствующимъ числу градусовъ въ румбѣ, взять разстояніе, равное длинѣ измѣренной линіи, то проекціи этой линіи на оба радіуса дадутъ приращенія координатъ по обѣимъ осямъ. Квадрантъ Квадратовскаго въ видѣ приложенія имѣется въ таблицахъ Орлова.

Недавно былъ изобрѣтенъ другой приборъ „*Тригонометръ Сиротина*". Описаніе его устройства и употребленіе помѣщено было изобрѣтателемъ въ журналѣ „Землемѣрное Дѣло" (октябрь 1911 г.). Въ сущности данный приборъ сходенъ съ описаннымъ выше, онъ состоитъ изъ станка съ квадрантомъ, измѣрительной алидады квадранта (на которой откладываются длины линіи) и проекціоннаго угольника. При помощи „*тригонометра*" можно также рѣшать прямоугольные и косоугольные треугольники.

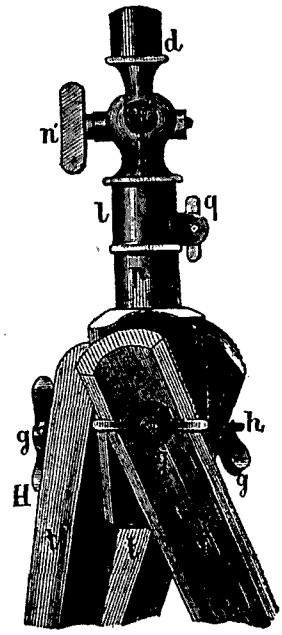
Вѣнская фирма Stark und Kamerer выпустила въ продажу „*координатометръ*" *Фридриха*. Онъ представляетъ лимбъ (только 90°) съ вращающейся въ центрѣ линейкой, а перпендикулярно къ нулевому діаметру передвигается другая линейка. Употребленіе такое же, какъ и предыдущихъ приборовъ, причемъ проекціонный угольникъ здѣсь замѣненъ одной линейкой.

Кромѣ этихъ приборовъ предложенъ еще приборъ *г. Реутта*; устройство, какъ и у координатометра Фридриха. *Н. Н. Веселовскій* тоже предложилъ приборъ, но практически онъ пока никѣмъ не осуществленъ (описаніе въ „Памятной книжкѣ Конст. Межевого Института" за 1909 г.).

§ 119. Буссоль съ діоптрами. Буссоль съ діоптрами представляетъ простѣйшій изъ угломѣрныхъ инструментовъ, дающій величину румбовъ и азимутовъ



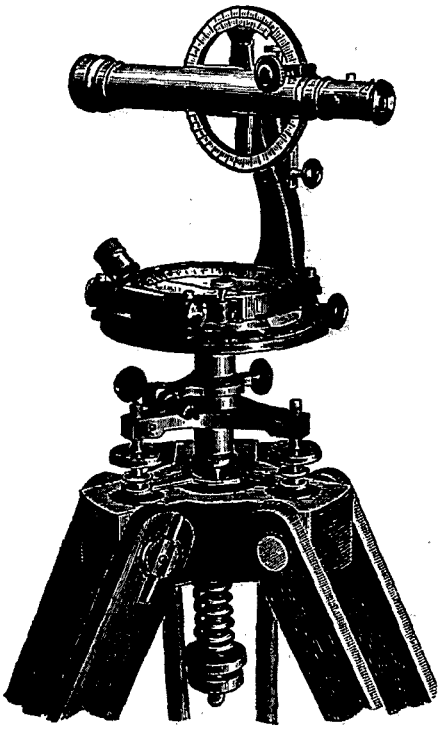
Черт. 159.



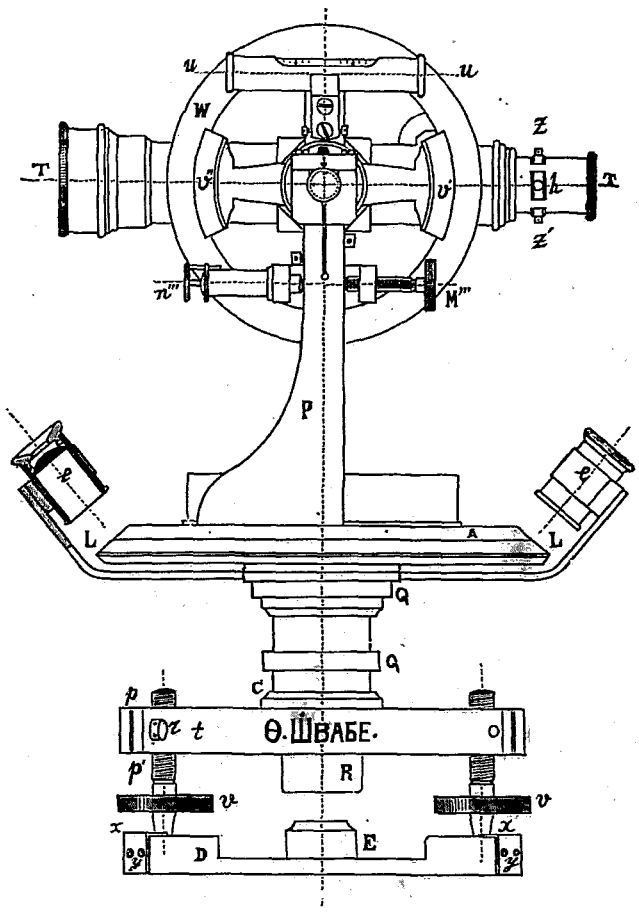
Черт. 61.

отдѣльныхъ направленій съ точностію до $^1/_4{}^0$. Главную часть этого инструмента составляетъ магнитная стрѣлка *ns* (черт. 159)—см. ниже § 121; она свободно виситъ на остріѣ шпиля, помѣщающагося въ центрѣ *C* кольца съ градусными дѣленіями. Стрѣлка съ кольцомъ помѣщается внутри цилиндрической мѣдной со стекломъ коробки BB_1. По направленію діаметра 0^0—180^0 къ краю коробки прикрѣплены два діоптра, предметный *p* у 0^0 и глазной *z* у 180^0. Снизу коробки прикрѣплена втулка *v*, которою вся верхняя часть

инструмента насаживается на цапфу *d баксы* (черт. 61) и закрѣпляется на послѣдней *нажимательнымъ* винтомъ *m*. Иногда цапфа баксы непосредственно соединяется наглухо съ дномъ буссоли. Бакса втулкою *l* надѣвается на цапфу *p* штатива и закрѣпляется на ней *становымъ* винтомъ *q*. При переноскѣ буссоли съ одного конца линіи на другой стрѣлка *ns* прижимается къ стеклу коробки (поднимается со шпиля) посредствомъ рычага *rr'*, одинъ конецъ котораго обхватываетъ шпиль, а другой изогнутый можетъ быть прижатъ или рукояткою *r'*, или, вращая крышку, ребромъ крышки къ дну буссоли. Инструментъ устанавливается надъ точкою мѣстности при помощи треноги и нити съ отвѣсомъ.



Черт. 160.

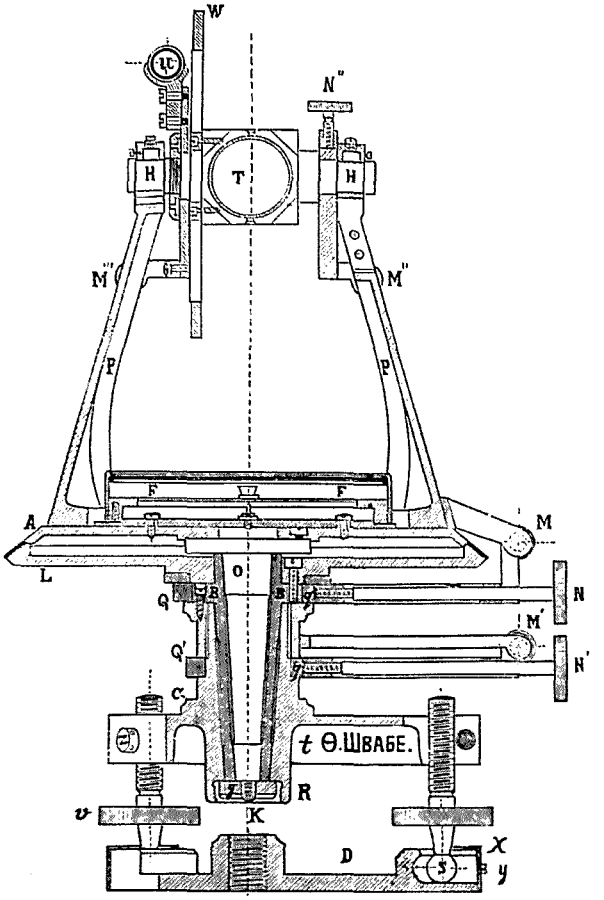


Черт. 160а.

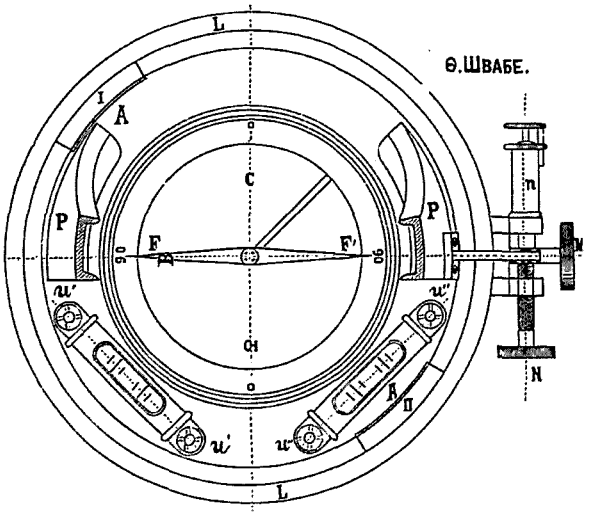
§ 120. Теодолиты съ буссолью. Въ астролябіи и нѣкоторыхъ теодолитахъ буссоль помѣщается на алидадѣ, при этомъ иногда для удобства отсчитыванія по стрѣлкѣ, буссоль стараются оставить болѣе открытой и *съ этою цѣлью* для трубы дѣлаютъ вмѣсто двухъ только одну подставку съ тавровымъ сѣченіемъ, съ цѣлью придать подставкѣ большую устойчивость. Въ нѣкоторыхъ теодолитахъ буссоль дѣлается наставною на горизонтальную ось вращенія трубы.

Такъ чертежъ 160 представляетъ повторительный теодолитъ Герляха съ трубою на одной подставкѣ или, какъ говорятъ, „съ трубою на жу-

равлѣ", съ буссолью на алидадѣ, неподвижнымъ вертикальнымъ кругомъ съ подвижною полуалидадою, оканчивающеюся верньеромъ. Этотъ типъ угломѣрнаго инструмента былъ впервые предложенъ механикомъ Брейтгауптомъ въ Кассельѣ и былъ принятъ до послѣдняго времени въ Межевомъ Вѣдомствѣ [1]).



Черт. 160 b.

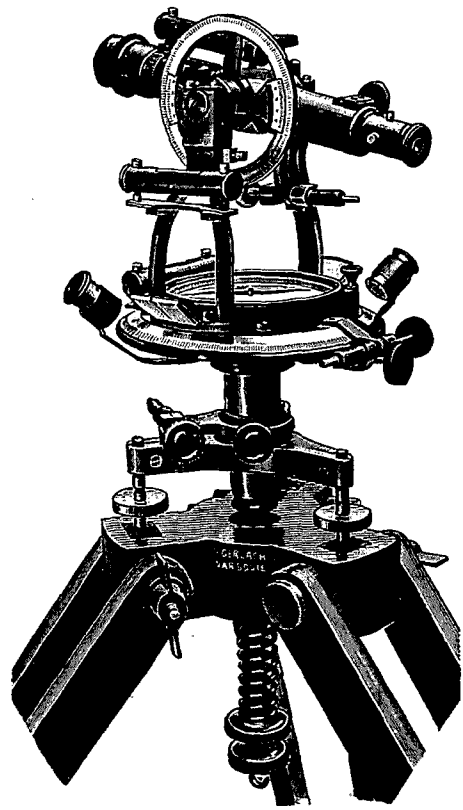


Черт. 160 c.

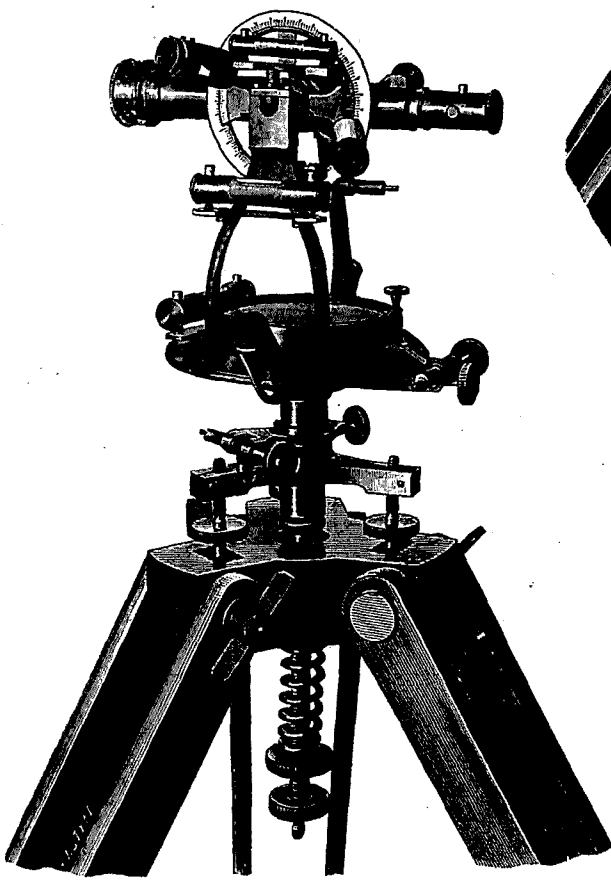
Теперь же преимущественно изготовляетъ для Межевого Вѣдомства угломѣрные инструменты московская фирма *Θ. Швабе*, сдѣлавшая за послѣднее время большой успѣхъ въ изготовленіи геодезическихъ инструментовъ; она, пользуясь существующими типами, согласно указаній Комиссіи для выработки и выбора типовъ инструментовъ для чиновъ Межевого Вѣдомства (состоящей при Предсѣдателѣ Межевой Канцеляріи) снабжаетъ Губернскія Чертежныя (складъ инструментовъ Межевого Вѣдомства) угломѣромъ слѣдующаго типа. (Чертежи 160a, 160b, 160c). Въ этомъ инструментѣ по возможности устранены недостатки ранѣе принятаго типа (при односторонней подставкѣ зрительной трубы). Подставка *P* зрительной трубы *T* состоитъ изъ двухъ колонокъ, имѣющихъ такую форму и такъ расположенныхъ, что оставляютъ часть буссоли *F*, обращенную къ наблюдателю, открытой и свободной для наблюденія показаній стрѣлки. Благодаря двойной колонкѣ подставки и имѣющихся при ней исправи-

[1]) Существеннымъ недостаткомъ этого инструмента слѣдуетъ считать односторонюю малоустойчивую подставку короткой горизонтальной оси вращенія трубы.

тельныхъ винтовъ при вертикальн. распилѣ подъ лагерами трубы, можно быть болѣе увѣреннымъ въ томъ, что коллимаціонная плоскость трубы, во время частыхъ переѣздовъ землемѣра, остается неизмѣнной и въ случаѣ надобности легко можетъ быть установлена на надлежащее мѣсто, какъ указанными винтами подставки, такъ и винтами z, z', h — сѣтки. Лимбъ L и алидада A имѣютъ коническую форму. При верньерахъ подвижныя безъ иллюминаторовъ лупы l; на алидадѣ два взаимноперпендикулярныхъ уровня, $u'u'$ и $u''u''$ для быстраго приведенія лимба въ горизонтальное положеніе подъемными винтами v. Винты имѣютъ гнѣзда въ рукавахъ t треножника, и вращеніе ихъ регулируется про-



Черт. 160 d.

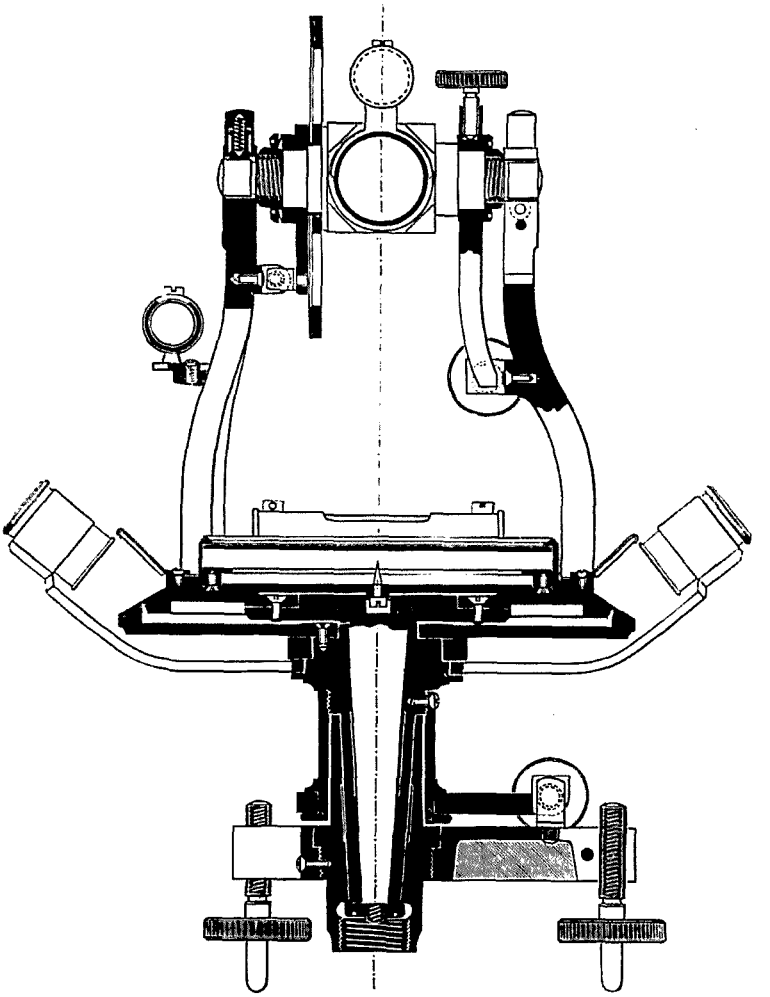


Черт. 160 e.

рѣзами pp' и винтами r. Для большей легкости всего инструмента, въ связи съ надлежащей устойчивостію, рукава треножника—полые, тавроваго сѣченія. Треножникъ связанъ съ втулкою C, служащей гнѣздомъ для сравнительно длинной оси B лимба, въ свою очередь служащей гнѣздомъ для конической оси O алидады. Ось O оканчивается винтомъ K съ навертывающеюся на него гайкою g, сидящей на выступѣ R подъ рукавами t треножника. Лимбъ и алидада имѣютъ нажимательные винты-клеммы N и N' центральной системы, помѣщающіеся

въ хомутахъ Q и Q' и дѣйствующіе непосредственно на вкладки q и q' колецъ хомутовъ. При нажимательныхъ винтахъ находятся микрометренные M и M'. Нижняя клемма-хомутъ Q' съ винтами N' и M' названъ фирмою Θ. Швабе *„свободнымъ нижнимъ микрометромъ“*, на устройство котораго даже испрошена привиллегія. Отъ обычной клеммы лимба (остающейся неподвижной) онъ отличается именно тѣмъ, что движется вмѣстѣ съ лимбомъ. Это свободное вращеніе нижняго микрометра вокругъ верти-

Вертикальный разрѣзъ осей теодолита Г. Герляха.

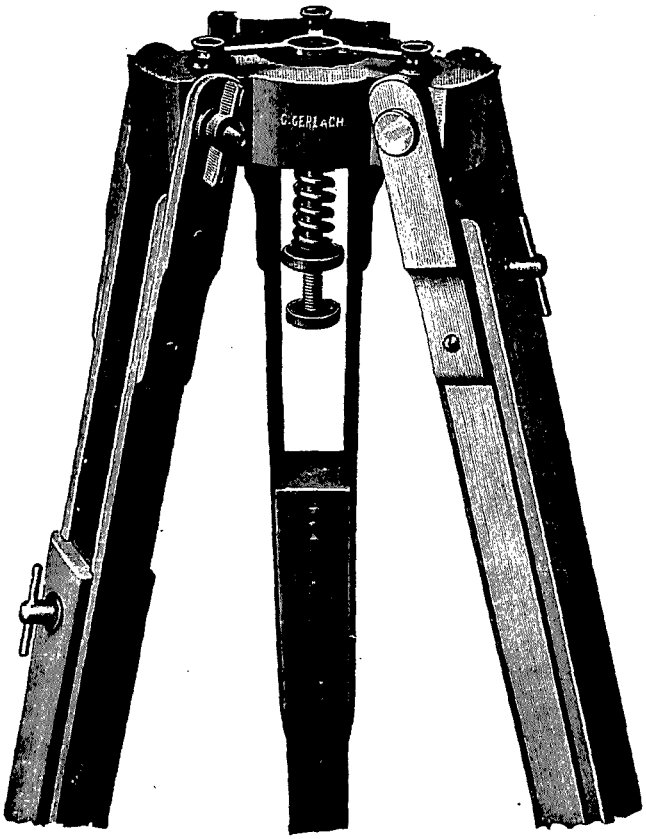


Черт. 160 f.

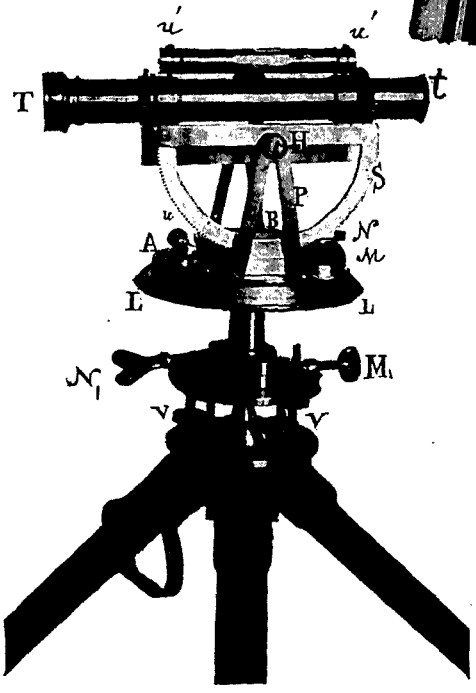
кальной оси инструмента позволило такъ расположить верньеры и подпись дѣленій лимба, что достаточно сдвинуть головки N и N' обоихъ нажимательныхъ винтовъ вмѣстѣ (такъ, чтобы онѣ стали одна надъ другой), чтобы нули верньеровъ стали на дѣленія 0^0 и 180^0 лимба.

Арретировка магнитной стрѣлки достигается поворотомъ крышки буссоли около вертикальной оси инструмента при помощи косого вырѣза въ ободкѣ крышки. Скрѣпленіе инструмента со штативомъ достигается

становымъ винтомъ *безъ пружины*, имѣющимъ гнѣздо въ выступѣ E креста D, накладывающагося на голову штатива съ вырѣзомъ для центрировки инструмента. Подъ головой штатива на становомъ винтѣ находится круглая шейба [1]). Въ крестѣ D сдѣланы гнѣзда для шариковъ S, которыми оканчиваются подъемные винты v; эти гнѣзда прикрыты пластинками x на винтахъ y. Вмѣстѣ съ горизонтальною осью H трубы T движется вертикальный кругъ W, снабженный двумя верньерами v' и v'', находящимися



Черт. 160 g.

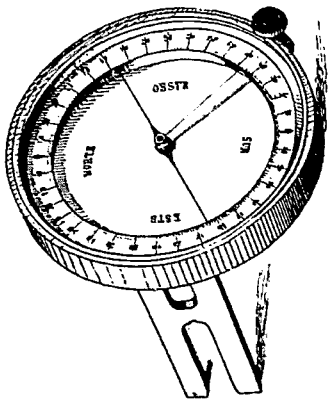


Черт. 161.

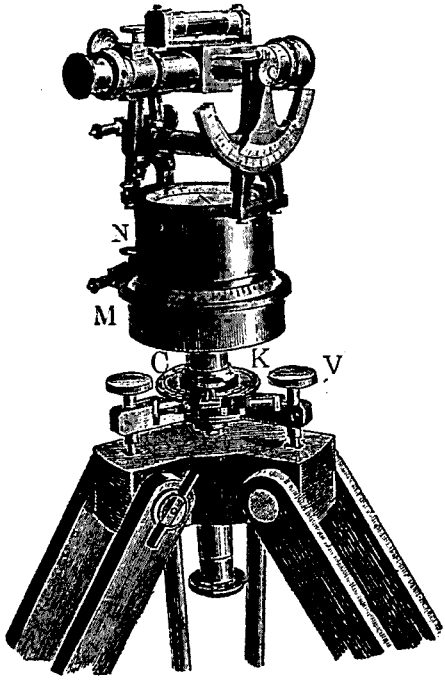
на свободной отъ круга алидадѣ, имѣющей микрометренное движеніе при помощи винта M''' со спиралью n'''. На алидадѣ насаженъ уровень UU. Труба снабжена дальномѣрными нитями и имѣетъ нажимательный винтъ N'' и микрометренный M''. Точность верньеровъ у лимба $= 1'$, у вертикальнаго круга доходитъ до $2'$. Такимъ образомъ теодолитъ Ѳ. Швабе является тахеометромъ простѣйшаго вида. (О тахеометрахъ будетъ сказано ниже, въ главѣ о вертикальной съемкѣ). Инструментъ Ѳ. Швабе имѣетъ нѣсколько громоздкій видъ, и одновременно съ нимъ мы будемъ разсматривать теодолиты-тахеометры механика *Герляха* новѣйшей конструкціи, съ

[1]) Съ 1908 года креста болѣе не дѣлаютъ и становой винтъ имѣетъ обычную форму—со спиральной пружиной, такъ какъ оказалось, что при перевозкѣ вся тяжесть инструмента ложится на подъемные винты, и винты сгибаются.

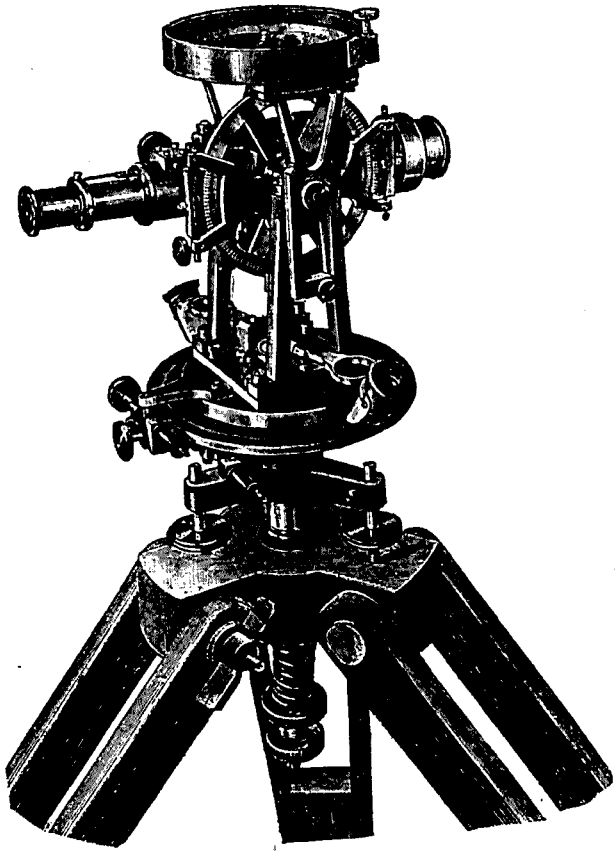
подставами трубы, состоящими изъ трехъ стержней, американскаго типа[1]) (черт. 160d, 160e и 160f), также доставляемые нынѣ Межевому Вѣдомству, хотя и въ меньшемъ числѣ, чѣмъ теодолиты Θ. Швабе. (Теодолиты Герляха по цѣнѣ дороже теодолитовъ Швабе). Герляхъ первый устроилъ теодолитъ-тахеометръ по нашему указанію съ движущимся вмѣстѣ съ трубою вертикальнымъ кругомъ, напоминающимъ собою вертикальный кругъ кипрегеля Военно-Топографическаго Отдѣла Главнаго Штаба (О кипрегеляхъ см. ниже главу о мензульной съемкѣ), съ подвижною алидадою, снабженною уровнемъ и особымъ отдѣльнымъ отъ трубы микрометреннымъ винтомъ.



Черт. 162a.



Черт. 163.



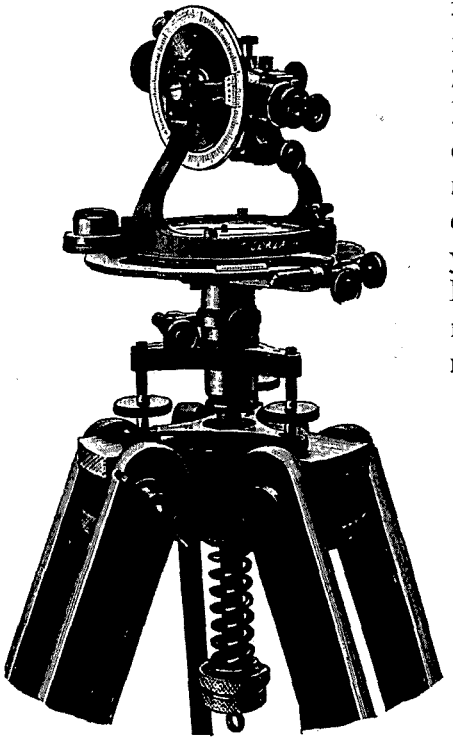
Черт. 162.

Въ настоящее время къ сожалѣнію сравнительно мало данныхъ относительно сличенія достоинствъ изящныхъ инструментовъ съ тонкою отдѣлкою внѣшнихъ частей и съ сравнительно большею ясностію зрительныхъ трубъ Герляха съ инструментами фирмы Θ. Швабе, разсчитанными на прочность и приспособленными для перевозки ихъ землемѣрами по

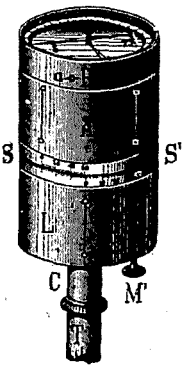
[1]) устраняющими недостатокъ односторонней подставки журавля и оставляющими буссоль на алидадѣ возможно болѣе открытой.

проселочнымъ дорогамъ, въ нерессорныхъ экипажахъ. Замѣтимъ здѣсь также, что за послѣднее время для установки инструмента на косогорахъ рекомендуется также имѣть штативы съ сокращающимися по длинѣ (сдвигающимися) ножками. На чертежѣ 160 g помѣщенъ чертежъ такого штатива, предлагаемый фирмою Г. Герляха.

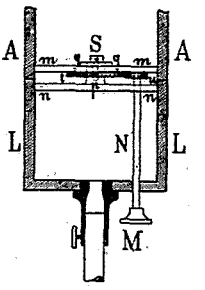
На чертежѣ 161 изображенъ *англійскій* теодолитъ со скошеннымъ лимбомъ L, алидадою A съ уровнемъ u и буссолью B, съ вертикальнымъ полукругомъ S, наглухо связаннымъ съ горизонтальною осью H трубы Tt, имѣющей уровень $u'u'$. Полукругъ S движется при помощи шестерни M и зубцовъ на окружности полукруга. Алидада по лимбу перемѣщается шестерней N. Лимбъ L имѣетъ нажимательный винтъ N_1 и микрометренный M_1. Втулка лимба оканчивается кругомъ, на которомъ помѣщены хомутъ съ винтомъ N_1 и 4 гнѣзда для 4 подъемныхъ винтовъ V, упирающихся во 2-й кругъ, навинченный на головку штатива. Круги подставки съ 4 подъемными винтами связаны стержнемъ съ яблокомъ, находящимся подъ нижнимъ кругомъ. Четыре подъемныхъ винта у подставки дѣлаютъ ее менѣе удобною, чѣмъ обыкновенный треножникъ. Инструментъ не имѣетъ станового винта у штатива, а просто навинчивается нижнимъ кругомъ подставки на винтовую нарѣзку головки штатива, складывающагося въ круглый узкій цилиндръ (въ видѣ палки).



Черт. 163 bis.
Малая астролябія съ трубою.



Черт. 164.



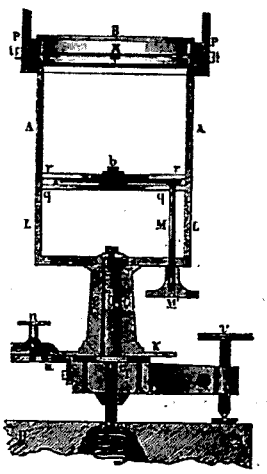
Черт. 165.

Чертежъ 162 представляетъ повторительный теодолитъ Герляха съ плоскимъ лимбомъ, вертикальнымъ кругомъ съ 2-мя верньерами при подставкѣ, съ насаженною на горизонтальную ось и снимающеюся съ нея (во время переноски инструмента) буссолью (черт. 162а) и уровнемъ на трубѣ.

Къ повторительнымъ теодолитамъ съ буссолью на алидадѣ можно отнести также *пантометръ съ трубою*, изображенный на чертежѣ 163, а также съ успѣхомъ замѣняющую его *малую астролябію Герляха съ трубой* (черт. 163 bis). (См. „Землемѣрное Дѣло“).

Этотъ инструментъ представляетъ изъ себя видоизмѣненіе *простого* пантометра или *гоніометра*, изображеннаго на чертежахъ 164 и 165.

Гоніометръ со штативомъ—палкою (или штативомъ съ цапфою) гораздо легче (портативнѣе) астролябіи, удобенъ для наклоннаго визированія, а потому предпочитался астролябіи, но вслѣдствіе своей малой устойчивости уступаетъ астролябіи по отношенію къ точности измѣренія угловъ. Въ общемъ онъ напоминаетъ цилиндръ, распиленный на двѣ части. Верхняя часть *A* подвижна, а потому называется алидаднымъ цилиндромъ (черт. 164), а нижняя *L* наглухо свинченная съ втулкою *C*, называется лимбомъ. На верхнемъ серебряномъ ободкѣ *SS'* лимба *L* нанесены *дѣленія* съ подписью отъ 0° до 360°, какъ и у астролябіи, т. е. *противъ хода часовой стрѣлки*. Верньеры нанесены на нижнемъ ободкѣ верхняго алидаднаго цилиндра. Лимбъ подъ 0° имѣетъ пропиленный въ немъ глазной неподвижный діоптръ, а у 180° — предметный. На алидадномъ цилиндрѣ *надъ* нулями верньеровъ пропилены два подвижныхъ діоптра и сверхъ того еще два по направленію, перпендикулярному къ первымъ двумъ подвижнымъ діоптрамъ, для разбивки на мѣстности прямыхъ угловъ. На алидадномъ цилиндрѣ сверху привернута буссоль. Соединеніе лимба съ алидадою изображено на чертежѣ 165. Черезъ кружокъ *m* алидады проходитъ короткая ось — цилиндрикъ *p*, наглухо спаянная съ кружкомъ *n* лимба. На ось *p* надѣвается кружочекъ *q*, отверстіе котораго прикрывается шляпкою винта *S*, входящаго въ ось *p*. Къ кругу *m* привинчено зубчатое колесо *t*, зубцы котораго могутъ захватываться шестернею *u*, насаженною на винтъ *N*, грифъ котораго (т.-е. шляпка) *M*, помѣщается внизу лимба *L*. Вращеніемъ винта *M* сообщается движеніе алидадѣ по лимбу.



Черт. 166.

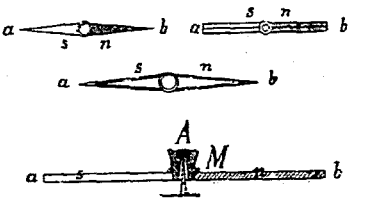
Пантометръ (черт. 163) отличается отъ гоніометра тѣмъ, что 1) иногда имѣетъ коническій лимбъ; 2) болѣе совершенную подставку-треножникъ; 3) на алидадномъ цилиндрѣ поверхъ буссоли помѣщена труба на 2-хъ подставкахъ; 4) между подставками трубы помѣщается уровень; 5) на трубѣ имѣется второй уровень; 6) на горизонтальной оси вращенія трубы помѣщена подвижная алидада съ верньеромъ для вертикальнаго круга или сектора, соединеннаго съ правою подставкою трубы; 7) лимбъ, алидада и труба имѣютъ по нажимательному винту *N* и микрометренному *M*.

Пантометръ (всеизмѣритель) съ трубою уступаетъ теодолитамъ въ отношеніи точности измѣренія горизонтальныхъ угловъ, но по вѣсу и размѣрамъ меньше теодолитовъ, а потому весьма портативенъ и иногда рекомендуется для съемки гористой и лѣсной мѣстности. Подпись дѣленій лимба идетъ, въ большинствѣ случаевъ, справа налѣво отъ 0° до 360°, т. е. такъ же, какъ въ астролябіяхъ. Лимбъ подраздѣленъ на полуградусы, точность его верньеровъ 2′. Вращеніе нижняго цилиндра достигается помощію усѣченнаго конуса *C* (черт. 166), ввинченнаго въ дно нижняго цилиндра и оканчивающагося кругомъ *K*. Конусъ *C* надѣвается на верти-

кальную ось *O* вращенія, соединенную съ рукавами треножника *T*. Съ треножникомъ соединена рама, внутри которой помѣщаются клещи *m* для зажима круга *K* нажимательнымъ винтомъ *n*, на рамѣ имѣется микрометренный винтъ съ спиральной пружиной, такъ что пантометръ является инструментомъ типа повторительнаго теодолита. Рычаги (рукава) треножника оканчиваются подъемными (уравнительными) винтами *v*. Инструментъ прикрѣпляется къ головѣ штатива становымъ винтомъ одинаковаго устройства съ становымъ винтомъ астролябіи.

Недостаткомъ инструмента служитъ невозможность *иногда* перевести трубу черезъ зенитъ. Вслѣдствіе этого нельзя устранить изъ результата измѣренія горизонтальнаго угла вліяній коллимаціонной ошибки трубы и наклона къ лимбу ея горизонтальной оси. Къ недостаткамъ нужно также отнести короткость оси вращенія алидады и грубость зубцовъ шестерни, вращающей алидаду, мѣшающей быстро и плавно навести крестъ нитей сѣтки трубы на визируемую точку. На чертежѣ 163 алидада не имѣетъ зубчатой шестерни, а движеніе алидады вокругъ своей оси производится отъ руки и прекращается дѣйствіемъ нажимательнаго винта *N*, по закрѣпленіи котораго, микрометреннымъ винтомъ *M* алидадѣ сообщается небольшое медленное движеніе. За послѣднее время стали встрѣчаться пантометры съ полнымъ вертикальнымъ кругомъ, трубой, переводящейся черезъ зенитъ и уровнемъ на трубѣ, параллельнымъ визирной оси.

§ 121. Магнитная стрѣлка представляетъ изъ себя *искусственный* магнитъ и имѣетъ видъ узкой полоски стали, повѣшенной на шпиль агатовою *шляпкою*. Оправа агата можетъ быть вывернута изъ стрѣлки. Стрѣлкѣ придаютъ обыкновенно одну изъ нижеприведенныхъ на чертежѣ 167 формъ. Разрѣзъ шляпки *M* съ твердымъ камнемъ *агатомъ A* изображенъ на чертежѣ 167 внизу.



Черт. 167.

Линія ab, соединяющая концы стрѣлки, называется геометрическою осью стрѣлки; ее отличаютъ отъ линіи, соединяющей двѣ точки стрѣлки *n* и *s*, обладающія наибольшимъ магнитнымъ напряженіемъ и называемыя полюсами стрѣлки. *Прямую, соединяющую полюсы стрѣлки, называютъ магнитною осью*. Магнитная ось *не всегда совпадаетъ* съ геометрическою осью стрѣлки.

Линія сѣченія земной поверхности отвѣсною плоскостью, проходящею черезъ магнитную ось свободно висящей стрѣлки (на остріѣ шпиля), называется *магнитнымъ меридіаномъ*. Магнитные меридіаны пересѣкаются въ двухъ точкахъ на земной поверхности — *магнитныхъ земныхъ полюсахъ*. Эти полюсы не совпадаютъ съ географическими и изъ нихъ сѣверный лежитъ западнѣе Гренландіи, близъ мыса Мурчисонъ, а южный—на материкѣ близъ южнаго географическаго полюса [1]). *Конецъ стрѣлки n, обра-*

[1]) Для конца 1885 года положеніе земныхъ магнитныхъ полюсовъ по Neumayer'y „Atlas des Erdmagnetismus" опредѣляется слѣдующими географическими координатами:
сѣверный полюсъ—70°30′ сѣв. широты и 97°40′ западн. долготы отъ Гринвича;
южный полюсъ —73°39′ южн. „ „ 146°15′ восточн. „ „ „

щающійся къ сѣверному полюсу N, принято въ Россіи называть сѣвернымъ; онъ обыкновенно воронится (въ синій цвѣтъ). Уголъ, составляемый магнитнымъ меридіаномъ съ географическимъ, называютъ *склоненіемъ стрѣлки.* Если сѣверный конецъ стрѣлки уклоняется къ востоку отъ географическаго меридіана (а южный—къ западу), то склоненіе называется *восточнымъ*, а если сѣверный конецъ уклоняется къ западу, то—*западнымъ.*

Склоненіе стрѣлки мѣняется съ теченіемъ времени и съ перемѣною мѣста, и для каждой точки земной поверхности различаются измѣненія склоненія *суточныя*, *вѣковыя* и *случайныя*.

Суточное измѣненіе склоненія магнитной стрѣлки заключается въ томъ, что стрѣлка приходитъ въ колебаніе съ утра и въ то время, какъ солнце находится въ восточной части неба, до 2-хъ часовъ дня, стрѣлка уклоняется сѣвернымъ концомъ къ западу отъ своего нѣкотораго *средняго* суточнаго положенія, а при нахожденіи солнца (съ 2 часовъ дня) въ западной части неба стрѣлка уклоняется сѣвернымъ концомъ къ востоку. Наибольшее западное суточное уклоненіе наступаетъ около 2-хъ часовъ дня, а наибольшее восточное—въ 8 часовъ утра. Лѣтнія суточныя измѣненія болѣе зимнихъ. *Суточное измѣненіе положенія стрѣлки* въ большинствѣ случаевъ—15 *минутъ*. Нѣсколько разъ въ году оно доходитъ до 1^0, но бываютъ зимою дни, когда стрѣлка почти не колеблется. *Среднее суточное* положеніе магнитной стрѣлки зависитъ отъ *вѣкового* измѣненія склоненія стрѣлки, которое состоитъ въ томъ, что въ теченіе нѣсколькихъ сотъ лѣтъ магнитная ось стрѣлки уклоняется своимъ сѣвернымъ концомъ сперва, напр., къ западу отъ географическаго меридіана, уклоненіе постепенно возрастаетъ, достигаетъ нѣкотораго *maximum*'а, послѣ чего западное склоненіе начинаетъ по абсолютной величинѣ убывать, обращается въ нуль и переходитъ въ восточное. Восточное склоненіе также достигаетъ своего высшаго предѣла, по достиженіи котораго, начинаетъ убывать, обращается вновь въ 0 и переходитъ въ западное. Періодъ вѣкового измѣненія точно не извѣстенъ, но есть основаніе полагать, что онъ превышаетъ 300 лѣтъ.

Годичное измѣненіе склоненія магнитной стрѣлки въ вѣковомъ періодѣ ея колебанія весьма небольшое, около $7'$, хотя для каждаго даннаго мѣста оно различно. *Neumayer* собралъ многочисленныя данныя о склоненіи магнитной стрѣлки и на основаніи этихъ данныхъ составленъ былъ атласъ, изданный проф. *Berghaus*'омъ [1]). Чтобы дать общее понятіе о распредѣленіи склоненія, приводимъ карту, (черт. *K*) на которой нанесены линіи одинаковыхъ и равныхъ склоненій. Изъ карты видно, что линіи одинаковаго склоненія не совпадаютъ съ меридіанами; существуетъ рядъ такихъ мѣстъ, гдѣ склоненіе равно нулю (жирная линія). По обѣ стороны отъ нея склоненіе увеличивается; при этомъ къ востоку будемъ имѣть отрицательное (западное) склоненіе, напр. Archangelsk къ западу—положительное (восточное), напр. Lissabon. Данныя приведенной карты относятся къ 1880 году, поэтому для настоящаго времени картина конечно иная.

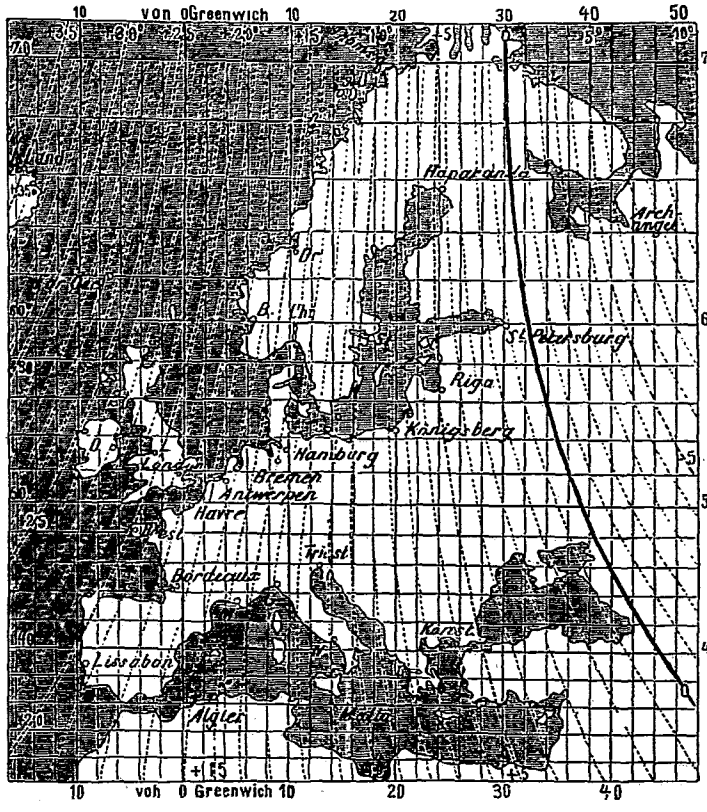
Кстати здѣсь замѣтимъ, что въ Москвѣ въ настоящее время восточ-

[1]) Berghaus „Physikalischer Atlas". V Abl. Erdmagnetismus. Gotha, Justus Perthes.

ное склоненіе стрѣлки около 4°. Годовое измѣненіе склоненія стрѣлки въ Москвѣ около 4,5 минутъ [1]).

Вслѣдствіе колебаній стрѣлки даже въ теченіе сутокъ, не говоря о случайныхъ измѣненіяхъ *(возмущеніяхъ)* склоненія стрѣлки, обусловливаемыхъ мѣстными причинами или космическими явленіями (близость желѣзной руды, болота, сосноваго лѣса, телеграфнаго провода, грозы, внезапнаго землетрясенія, сѣвернаго сіянія, вулканическаго изверженія, сильнаговѣтра и т. п.) *отсчетъ на кольцѣ по стрѣлкѣ не можетъ быть сдѣланъточнѣе, какъ до* $^1/_4^0$.

Только что намагниченная стрѣлка (простымъ натираніемъ магнитомъ, при томъ такъ, чтобы магнитъ своимъ сѣвернымъ концомъ соприкасался южнаго конца стрѣлки, въ началѣ натиранія), будучи повѣшена на остріе шпиля, наклоняется сѣвернымъ концомъ книзу въ сѣверномъ полушаріи, вслѣдствіе близости сѣвернаго магнитнаго полюса; уголъ въ плоскости магнитнаго меридіана, считаемый отъ горизонтальной линіи до магнитной оси стрѣлки, называется *наклоненіемъ* стрѣлки. Послѣ намагничиванія стрѣлка уравновѣшивается на шпилѣ, для чего на стекло буссоли ставятъ вывѣренный уровень, приводятъ плоскость кольца въ горизонтальное положеніе и къ приподнятому южному концу стрѣлки снизу прилѣпляютъ кусочекъ воску или сургуча, или онъ заранѣе дѣлается нѣсколько толще.



Черт. *K*.

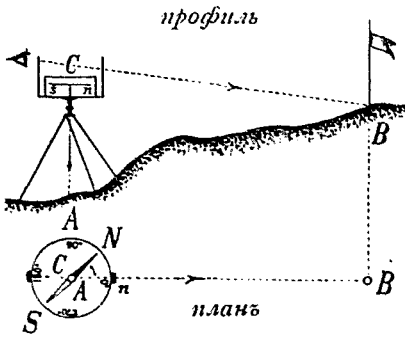
Наклоненіе стрѣлки такъ же, какъ и склоненіе, есть величина перемѣнная, но не вліяющая на отсчеты по стрѣлкѣ въ горизонтальной плоскости, почему о немъ и не будемъ распространяться.

§ 122. Магнитные азимуты и румбы. Такъ какъ стрѣлка, какъ искусственный магнитъ, обладаетъ свойствомъ постоянно указывать однимъ и тѣмъ же своимъ концомъ на сѣверъ, т.-е. давать направленіе магнитнаго меридіана въ лю-

[1]) Въ одно и то же время въ разныхъ пунктахъ земной поверхности склоненіе стрѣлки неодинаково, напр. въ Москвѣ оно восточное, въ Одессѣ—западное.

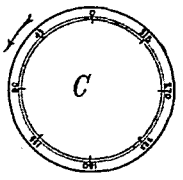
бой точкѣ земной поверхности, то понятно, что съ этимъ послѣднимъ направленіемъ всѣ линіи мѣстности, по которымъ направляется при визированіи коллимаціонная плоскость діоптровъ или трубы буссоли, вообще говоря, будутъ образовать уголъ. Этотъ *уголъ, составленный осью магнитной стрѣлки и горизонтальнымъ проложеніемъ направленія на данную точку мѣстности, называется магнитнымъ азимутомъ этого направленія* и *счетъ его ведется отъ сѣвернаго конца стрѣлки до направленія на данный предметъ мѣстности отъ* 0° *до* 360° *черезъ востокъ, югъ и западъ.*

На инструментѣ направленіе на данный предметъ B коллимаціонной плоскости діоптровъ или трубы буссоли, поставленной въ точкѣ *A* (черт. 168) мѣстности, *опредѣлится линіею Cn* (черт. 168 *планъ*), *идущею отъ центра C буссоли до предметнаго діоптра* (до объектива трубы), гдѣ на кольцѣ долженъ стоять 0°. Очевидно, *чтобы прочесть по сѣверному концу стрѣлки N градусную величину A* = напр. 46° *магнитнаго азимута NCO*° (черт. 168 планъ), нужно, *чтобы подпись дѣленій была направлена противъ хода часовой стрѣлки*, т.-е. справа налѣво, смотря изъ центра кольца на 0°. Кольцо съ такою подписью дѣленій отъ 0° до 360° (черт. 169) называютъ *азимутальнымъ*. Дѣленія на немъ идутъ отъ градуса до градуса, подписываются же только десятки градусовъ.

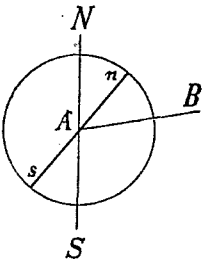


Черт. 168.

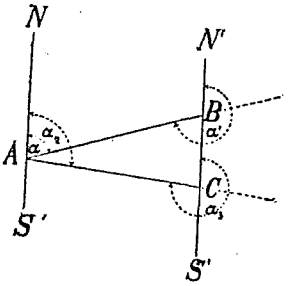
Магнитные азимуты отличаются отъ *истинныхъ* азимутовъ, считаемыхъ отъ географическаго меридіана, такъ какъ магнитный меридіанъ не совпадаетъ съ географическимъ вслѣдствіе склоненія стрѣлки. Если направленіе географическаго (или истиннаго) меридіана есть *NAS* (черт. 170), магнитная



Черт. 169.



Черт. 170.



Черт. 171.

ось стрѣлки—*ns* и направленіе на предметъ—*AB*, то *NAB* есть истинный азимутъ линіи *AB* въ точкѣ *A* мѣстности, *nAB* магнитный азимутъ и *NAn*—восточное склоненіе стрѣлки. Азимутъ линіи *AB* часто обозначаютъ такъ: (*AB*). Азимутъ, смѣренный *въ началѣ A* линіи, называютъ *прямымъ* азимутомъ, а азимутъ, смѣренный *въ концѣ B* (черт. 171), прямой линіи *AB*, т. е. азимутъ линіи *BA*, или что то же самое (*BA*), называютъ *обратнымъ*.

Легко обнаружить, что 1) *прямой и обратный азимуты разнятся другъ отъ друга на* 180°.

2) *Разность азимутовъ двухъ линій AB и AC* (черт. 171), *равняется величинѣ угла BAC.* Дѣйствительно,—магнитные полюсы земли считаютъ безконечно удаленными отъ точекъ A и B, а потому направленія AN и BN' принимаютъ параллельными, вслѣдствіе чего

$$\measuredangle BAC = \alpha_2 - \alpha = (AC) - (AB).$$

Такъ какъ $\alpha' = (BA) = 180^0 + (AB)$

и $\alpha_3 = (CA) = 180^0 + (AC)$, то

$$\measuredangle BAC = (AC) - (AB) = [(CA) - 180] - [(BA) - 180] = (CA) - (BA),$$

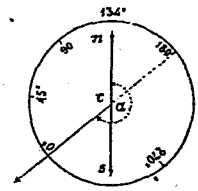
т. е. *разность прямыхъ азимутовъ равна разности обратныхъ азимутовъ.*

Если уголъ, образуемый магнитною стрѣлкою и направленіемъ на данный предметъ мѣстности считаютъ отъ обоихъ концовъ стрѣлки, къ востоку, или къ западу, отъ 0^0 до 90^0, то этотъ уголъ принято называть *магнитнымъ румбомъ.*

§ 123. Чтеніе азимута по буссоли. Тотъ отсчетъ азимута по стрѣлкѣ можно считать правильнымъ, который сдѣланъ послѣ того, какъ дано время стрѣлкѣ придти въ спокойное состояніе и при отсчетѣ принято во вниманіе, что кольцо—азимутальное, а также замѣчено—въ какую сторону возрастаетъ подпись дѣленій азимутальнаго кольца.

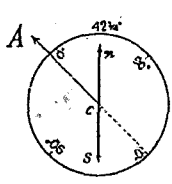
Если кольцо азимутальное, и подпись дѣленій идетъ противъ хода часовой стрѣлки (справа налѣво), то азимутъ непосредственно прочитывается по сѣверному концу магнитной стрѣлки, если у глазного діоптра стоитъ 180^0, *а у предметнаго діоптра* 0^0. Если при тѣхъ же условіяхъ подпись идетъ по ходу часовой стрѣлки (слѣва направо), то сдѣланный по сѣверному концу отсчетъ, напр., 134^0 (черт. 172) вычитаютъ изъ 360^0 и находятъ азимутъ

$$\alpha = 360^0 - 134^0 = 226^0.$$

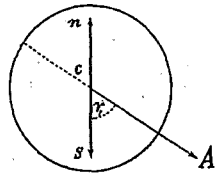


Черт. 172.

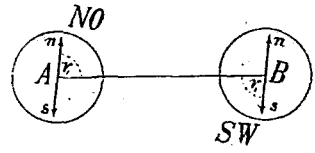
§ 124. Чтеніе румбовъ данныхъ направленій по буссоли. На инструментѣ магнитные румбы считаютъ или по сѣверному, или по южному концу стрѣлки, но всегда отъ линіи *Cn* (черт. 168) (центръ буссоли—предметный діоптръ или центръ буссоли—объективъ), а именно до *ближайшаго къ объективу или къ предметному діоптру* конца стрѣлки.



Черт. 173.



Черт. 174.



Черт. 175.

На румбическомъ кольцѣ стоятъ два нуля[1]), а потому при чтеніи румбовъ по буссоли[2]) нужно 1) найти ноль, стоящій у объектива (предметнаго діоптра), 2) вообразить наблюдателя стоящимъ въ центрѣ кольца

[1]) Одинъ у глазного (окулярнаго) діоптра, а другой у предметнаго (объективнаго) діоптра.

[2]) Плоскость кольца которой приведена въ горизонтальное положеніе.

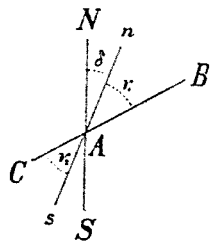
буссоли и *обращеннымъ лицомъ къ сѣверному концу стрѣлки*, 3) установить, къ какому концу стрѣлки ближе лежитъ ноль кольца, стоящій у объектива, 4) назвать четверть, въ которой лежитъ линія визированія и 5) прочесть число градусовъ румба. Иллюстраціею этому правилу могутъ служить чертежи 173 и 174.

Чертежъ 173 показываетъ, что ближайшій конецъ къ объективу (предметному діоптру)—сѣверный, и линія визированія cA уклонилась къ западу отъ сѣвернаго конца, а потому названіе румба NW (нордъ-вестъ или сѣверо-западъ), по концу стрѣлки читаютъ $42^3/_4{}^0$. Чертежъ 174 даетъ для линіи cA румбъ (зюдъ-остъ или юго-востокъ) $SO : r_1{}^0$.

Если въ началѣ A линіи AB (черт. 175) прочли румбъ NO (нордъ-остъ), то въ концѣ B линіи AB прочтутъ *обратный румбъ* SW (зюдъ-вестъ).

Румбу NW обратный будетъ SO. Правильное чтеніе румбовъ по буссоли достигается путемъ упражненій.

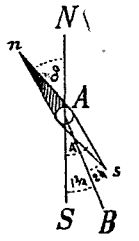
§ 125. Переводъ магнитныхъ румбовъ на истинные. Если склоненіе δ стрѣлки ns (черт. 176)—восточное, то величину склоненія δ надо придать къ *магнитному румбу* nAB, чтобы получить истинный румбъ NAB линіи визированія AB, причемъ названіе румба будетъ согласно чертежа нордъ-остъ ($NO : r_1{}^0 + \delta$). То же самое можно замѣтить и относительно румба линіи



Черт. 176.

$$AC - SW : r_1{}^0.$$

Если же склоненіе стрѣлки будетъ западное, то тѣ же румбы $NO : r_1$ и $SW : r_1$ придется для перевода на истинные, что легко установить чертежемъ, уменьшить на величину склоненія δ. Короче сказать, *магнитные румбы тѣхъ четвертей надо по градусной величинѣ увеличивать склоненіемъ, въ которыхъ стрѣлка лежитъ вслѣдствіе своего склоненія*. Напр., измѣренъ магнитный румбъ $SW : 2^1/_4{}^0$. Склоненіе дано восточное 4^0. Находимъ истинный румбъ $SW : 6^1/_4{}^0$. Если же склоненіе западное тоже 4^0, то истинный румбъ будетъ $SO : 1^3/_4{}^0$, что ясно изъ чертежа 177-го, такъ какъ направленіе AB на предметъ B пройдетъ въ данномъ примѣрѣ между истиннымъ NAS и магнитнымъ nAs меридіанами и раздѣлитъ уголъ δ на двѣ неравныя части.



Черт. 176.

§ 126. Повѣрки буссоли съ діоптрами. Передъ употребленіемъ буссоль должна быть повѣрена.

Отъ буссоли требуется выполненіе слѣдующихъ условій:

1) *Дѣленія градуснаго кольца буссоли должны быть вѣрны, т. е. равны между собою.* Равенство дугъ провѣряется помощію циркуля, способомъ равныхъ хордъ, такъ же, какъ это дѣлалось въ эклиметрѣ.

2) *Инструментъ не долженъ содержать желѣза.* Вынувъ изъ коробки буссоли стрѣлку, вѣшаютъ ее на запасный шпиль и, давъ ей успокоиться, подносятъ къ ней различными частями инструментъ. Въ случаѣ присутствія желѣза стрѣлка выйдетъ изъ спокойнаго состоянія, и такой инструментъ не годенъ къ употребленію.

3) *Шпиль долженъ быть достаточно остро отточенъ, агатъ хорошо шлифованъ и сама стрѣлка хорошо намагничена.* Сдѣлавъ предварительно отсчетъ по успокоившейся стрѣлкѣ, подносятъ къ ней желѣзную вещь и замѣчаютъ, быстро ли стрѣлка уклоняется къ желѣзу. Удаливъ желѣзо, провѣряютъ,—остался ли отсчетъ по стрѣлкѣ безъ перемѣны. Если отсчетъ измѣнился болѣе, чѣмъ на $^1/_4{}^0$, изслѣдуютъ доброкачественность агата разсматриваніемъ его на свѣтъ и убѣждаются въ отсутствіи на немъ трещинъ и шероховатостей, въ противномъ случаѣ, агатъ замѣняется новымъ. Въ случаѣ, когда остріе шпиля притупилось, оно вновь оттачивается, для чего шпиль предварительно вывертывается изъ дна коробки. Стрѣлка намагничивается вновь, если агатъ и шпиль не имѣютъ дефектовъ, а отсчетъ по стрѣлкѣ измѣняется болѣе, чѣмъ на $^1/_4{}^0$.

4) *Стрѣлка должна быть уравновѣшена.* Приведя кольцо въ горизонтальное положеніе съ помощію хорошо вывѣреннаго уровня, ставимаго на стекло коробки буссоли, вращаютъ буссоль около вертикальной оси, при этомъ замѣчаютъ,—остается ли стрѣлка все время въ плоскости кольца, если нѣтъ, то на приподнятый конецъ налѣпляется небольшая тяжесть (воскъ, варъ, сургучъ) [1]).

5) *Стрѣлка должна* вращаться въ центрѣ градуснаго кольца и *не имѣть* внѣцентренности шпиля или такъ называемаго *эксцентрицитета.* Приведя плоскость кольца въ горизонтальное положеніе, дѣлаютъ по крайней мѣрѣ два раза одинъ за другимъ отсчеты по обоимъ концамъ стрѣлки, давая діоптрамъ различныя направленія. Напр., въ первый разъ отсчитано по сѣверному 12^0, по южному 192^0, во второй разъ—$74^1/_4{}^0$ по сѣверному и 255^0—по южному. Каждый разъ отсчеты по сѣверному и южному концамъ стрѣлки должны, въ случаѣ отсутствія эксцентрицитета, разниться на 180^0.

Изъ приведеннаго примѣра видно, что въ 1-й разъ стрѣлка случайно прошла своею осью черезъ центръ кольца буссоли, но, при другомъ направленіи діоптровъ, показала два отсчета $74^1/_4{}^0$ и 255^0, разность между которыми $255—74^1/_4{}^0 = 180^3/_4$ болѣе 180^0, и слѣдовательно шпиль находится внѣ центра кольца буссоли.

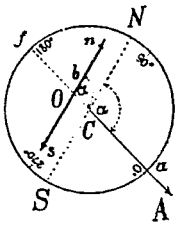
Чтобы уничтожить *вліяніе эксценрицитета* на градусную величину румба слѣдуетъ брать полусумму отсчетовъ, сдѣланныхъ по обоимъ концамъ стрѣлки румбическаго кольца. Въ случаѣ же азимутальнаго кольца необходимо измѣнить предварительно отсчетъ b по южному концу стрѣлки на 180^0, а потомъ изъ отсчета a по сѣверному концу и изъ $b \pm 180^0$ взять полусумму.

$$\frac{a + (b \pm 180)^0}{2}.$$

---

[1]) Съ помощію уравновѣшенной стрѣлки кольцо буссоли можетъ быть приводимо въ горизонтальное положеніе, для чего наклоняютъ около баксы кольцо буссоли въ разныя стороны до тѣхъ поръ, пока стрѣлка все время будетъ оставаться, при вращеніи инструмента около вертикальной оси, въ плоскости кольца.

Убѣдимся въ этомъ разсмотрѣніемъ чертежа 178, на которомъ C — центръ кольца, O — мѣсто шпиля стрѣлки ns, OA — направленіе на точку A мѣстности, линія NS — діаметръ, параллельный стрѣлкѣ ns, NCA — тотъ уголъ, который слѣдовало бы прочесть, если бы эксцентрицитета не было.



Черт. 178.

Изъ чертежа видно, что $Nn = Ss$, а также, что вмѣсто истиннаго отсчета $= \alpha^0$ по сѣверному концу прочтется $(\alpha^0 + Nn)$, а по южному вмѣсто $(\alpha + 180)^0$ прочтемъ

$$(\alpha + 180 - Ss)^0.$$

Очевидно, что

$$\frac{(\alpha + Nn) + [(\alpha + 180^0 - Ss) - 180]}{2} = \alpha.$$

Пусть напр. $Nn + \alpha$ выразилось черезъ $122^3/_4{}^0$, а $(\alpha + 180 - Ss)^0 = 301^3/_4{}^0$. Настоящая величина искомаго магнитнаго азимута будетъ

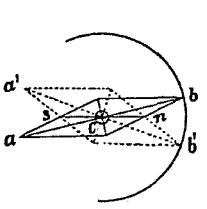
$$\frac{122^3/_4 + (301^3/_4 - 180)^0}{2} = \frac{122^3/_4{}^0 + 121^3/_4{}^0}{2} = \frac{244^1/_2}{2} = 122^1/_4{}^0.$$

Тотъ же чертежъ указываетъ, что $NCA = nbA$, а уголъ

$$nbA = \frac{\smile 0^0 n + \smile 180^0 s}{2} = \frac{\smile an + \smile fs}{2},$$

какъ уголъ, составленный хордами ns и af.

6) *Оси стрѣлки магнитная и геометрическая должны совпадать между собою.* Совпаденіе осей провѣряется такъ: закрѣпляютъ наглухо на баксѣ и на штативѣ всю буссоль, т. е. завертываютъ становой и нажимательные винты, дѣлаютъ затѣмъ по стрѣлкѣ отсчетъ и записываютъ показаніе, напр., сѣвернаго конца; затѣмъ стрѣлку снимаютъ со шпиля, вывертываютъ шляпку, повертываютъ кверху нижнюю поверхность стрѣлки, ввинчиваютъ вновь шляпку, вѣшаютъ стрѣлку на шпиль и сличаютъ новое показаніе стрѣлки съ записаннымъ. Полуразность отсчетовъ даетъ величину угла между осями. На черт. 179 линія ns — магнитная ось стрѣлки и линія ab геометрическая ея ось. Перевинтивъ шляпку c и переложивъ стрѣлку на шпилѣ, мы тѣмъ самымъ перемѣстимъ геометрическую ось ab въ симметричное съ ab положеніе $a'b'$ относительно неизмѣннаго ns, т.-е. если она сперва располагалась лѣвѣе (къ западу) отъ сѣвернаго полюса n, то послѣ перекладыванія стрѣлки геометрическая ось уклонится вправо (къ востоку) отъ сѣвернаго полюса n. Дуга bb' градуснаго кольца измѣряетъ уголъ $bcb' = 2\ bcn$. Если шляпка не перевинчивается, то сличеніе отсчета по изслѣдуемой стрѣлкѣ дѣлается съ отсчетомъ по стрѣлкѣ, въ которой провѣрено совпаденіе осей, при направленіи діоптровъ на одну и ту-же точку мѣстности.



Черт. 179.

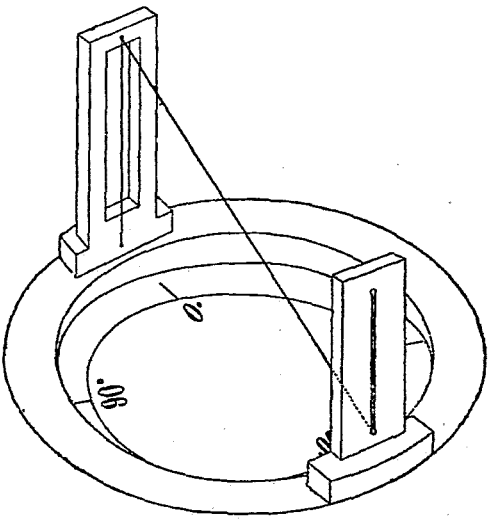
7) *Коллимаціонная плоскость діоптровъ должна быть перпендикулярна къ плоскости кольца буссоли.* Такъ какъ проекція угловъ между линіями

мѣстности берется всегда на горизонтальную плоскость, то проектирующая стороны угла плоскость (т. е. коллимаціонная плоскость) должна быть перпендикулярна къ горизонтальной плоскости, съ которою предварительно передъ употребленіемъ совмѣщается плоскость кольца буссоли.

Повѣрка угла между плоскостями коллимаціонной и градуснаго кольца дѣлается сличеніемъ его съ безспорнымъ прямымъ угломъ между горизонтальной плоскостію и вертикальной линіей. Для этого вѣшаютъ невдалекѣ отъ инструмента, напр., въ 30 саж., шнуръ съ отвѣсомъ и приводятъ градусное кольцо буссоли въ горизонтальное положеніе, послѣ чего наводятъ волосъ предметнаго діоптра на шнуръ. Сдѣлавъ наведеніе, поднимаютъ и опускаютъ глазъ вдоль щели глазного діоптра.

Если волосъ не сходитъ со шнура при передвиженіи глаза, то оба діоптра стоятъ вѣрно, т. е. и волосъ и щель даютъ плоскость перпендикулярную къ плоскости градуснаго кольца буссоли.

Если волосъ движется параллельно шнуру, то это указываетъ на то, что волосъ даетъ вертикальное направленіе, но проектируется глазомъ въ различныя мѣста, а это можетъ произойти только отъ того, что щель глазного діоптра стоитъ наклонно, а не вертикально.



Черт. 180.

Если же волосъ и щель *не* перпендикулярны къ плоскости кольца, то волосъ будетъ пересѣкать шнуръ и двигаться по нему вмѣстѣ съ перемѣною мѣста глаза на глазномъ діоптрѣ.

Если щель глазного діоптра кривая линія, то волосъ относительно шнура будетъ двигаться, то удаляясь отъ него, то приближаясь къ нему.

Исправленіе наклонно стоящаго діоптра достигается стачиваніемъ подпилкомъ нижней плоскости, служащей основаніемъ діоптру [1]).

8) *Коллимаціонная плоскость діоптровъ должна проходить черезъ нулевой діаметръ градуснаго кольца буссоли.* Уголъ между нулевымъ діаметромъ и проекціею коллимаціонной плоскости на кольцѣ буссоли наз. *коллимаціонною ошибкою кольца* буссоли. Протянувъ отъ нижняго конца щели глазного діоптра нить къ верхнему краю волоса предметнаго діоптра, какъ показано на чертежѣ 180, смотрятъ черезъ щель, куда проектируется натянутая нить и замѣчаютъ, насколько и въ какую сторону уклоняется отъ 0^0 (нулевого діаметра) коллимаціонная плоскость діоптровъ.

Коллимаціонная ошибка вводится въ отсчеты по стрѣлкѣ съ соотвѣтствующимъ знакомъ.

---

[1]) Подкладывать что-либо подъ діоптръ, особенно бумагу, не рекомендуется.

§ 127. Повѣрки буссоли у теодолита. Въ буссоли, помѣщенной на теодолитѣ, необходимо повѣрить слѣдующія условія.

1) *Отсутствіе въ инструментѣ желѣза,*

2) *вѣрность дѣленій кольца буссоли;*

3) *стрѣлка должна быть хорошо намагничена, шпиль достаточно остеръ и агатъ хорошо шлифованъ,*

4) *стрѣлка должна быть уравновѣшена,*

5) *шпиль долженъ находиться въ центрѣ кольца, т. е. стрѣлка не должна имѣть эксцентрицитета,*

6) *магнитная ось должна совпадать съ геометрической осью стрѣлки,*

7) *коллимаціонная плоскость трубы должна проходить черезъ нулевой діаметръ кольца стрѣлки для полученія магнитныхъ румбовъ или черезъ діаметръ, соотвѣтствующій склоненію стрѣлки, для полученія истинныхъ румбовъ.*

Всѣ условія, за исключеніемъ послѣдняго, провѣряются такъ же, какъ и въ буссоли съ діоптрами. Повѣрка же послѣдняго условія зависитъ отъ того, гдѣ находится буссоль—подъ горизонтальной осью трубы или надъ нею. Въ первомъ случаѣ предполагаемъ, что труба переводится черезъ зенитъ окуляромъ и въ крышкѣ объектива, въ центрѣ ея круга, сдѣлана небольшая круглая дырочка. Надѣвъ крышку на объективъ и обернувъ окуляръ къ буссоли, будемъ смотрѣть черезъ отверстіе надѣтой на объективъ крышки, тогда мы увидимъ при этомъ ясное, хотя и удаленное, изображеніе дѣленій кольца буссоли.

Вращая трубу и наклоняя плоскость кольца къ свѣту, можно убѣдиться въ томъ, что штрихи съ подписью 0^0 или 180^0 находятся *въ срединѣ* малаго поля зрѣнія трубы, въ противномъ случаѣ слѣдуетъ замѣтить величину коллимаціонной ошибки буссоли.

Если кольцо устроено такъ, что его можно повернуть исправительными винтами около вертикальной оси вращенія буссоли, то буссоль можно установить такимъ образомъ, что коллимаціонная плоскость трубы пройдетъ черезъ желаемый діаметръ.

Въ томъ случаѣ, когда буссоль находится надъ горизонтальной осью вращенія трубы и нельзя примѣнить вышеописаннаго пріема, направляютъ пересѣченіе нитей трубы на точку *отдаленнаго* предмета, снимаютъ крышку съ буссоли, протягиваютъ волосъ черезъ нулевой діаметръ кольца и смотрятъ, проходитъ ли волосъ черезъ ту же точку визируемаго въ трубу предмета. При невыполненіи этого условія, дѣлаютъ по стрѣлкѣ два отсчета: одинъ при наведеніи на точку отдаленнаго предмета трубы и другой—волоса нулевого діаметра, разность отсчетовъ даетъ коллимаціонную ошибку буссоли. За вѣрный отсчетъ принимаемъ второй.

§ 128. Повѣрки пантометра. Въ пантометрѣ съ трубою повѣряются слѣдующія условія:

1) *Вѣрность* (равенство) *дѣленій лимба* (верхняго ободка нижняго цилиндра), *сектора и вернѣровъ.*

2) *Отсутствіе внѣцентренности* (эксцентрицитета) *алидады.*

3) *Перпендикулярность оси уровня* (между подставками) *къ вертикальной оси вращенія инструмента.*

4) *Перпендикулярность коллимаціонныхъ плоскостей трубы, а также верхнихъ и нижнихъ діоптровъ, къ плоскости лимба.*

5) *Совмѣщеніе коллимаціонныхъ плоскостей трубы и подвижныхъ діоптровъ.*

6) *Совпаденіе коллимаціонныхъ плоскостей лимба и алидады при совмѣщеніи нуля лимба съ нулемъ вернъера.*

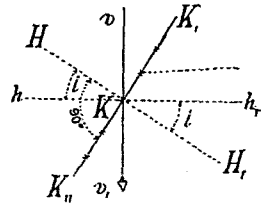
7) *Параллельность оси уровня, параллельнаго трубѣ, визирной оси трубы.*

8) *Совпаденіе нуля вернъера съ нулемъ сектора при перпендикулярности визирной оси трубы къ вертикальной оси вращенія инструмента.*

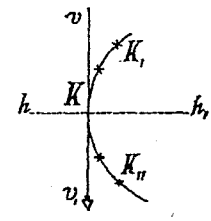
9) *Условія,* перечисленныя въ предшествующемъ §-ѣ *относительно буссоли.*

Изъ перечисленныхъ девяти условій 1, 2, 3, 7, 8 и 9 встрѣчались въ теодолитахъ и повѣряются такъ же, какъ и тамъ.

Четвертое условіе—перпендикулярность коллимаціонныхъ плоскостей визирныхъ снарядовъ къ плоскости лимба провѣряется (въ виду того, что труба пантометра *не* переводится и *не* перекладывается черезъ зенитъ) *способомъ сличенія угла между коллимаціонными плоскостями и лимбомъ съ прямымъ угломъ между направленіемъ нити съ отвѣсомъ и горизонтальной плоскостью.* Для этого шнуръ съ тяжелымъ грузомъ вѣшается на разстояніи 25—30 саженъ отъ инструмента, плоскость лимба приводится помощію вывѣреннаго уровня въ горизонтальное положеніе и на середину шнура (при приблизительно горизонтальномъ положеніи визирной оси трубы) наводятъ пересѣченіе нитей трубы, затѣмъ трубу наклоняютъ вверхъ и внизъ и замѣчаютъ перемѣщеніе креста нитей. Если крестъ нитей остается на шнурѣ во все время наклоненія трубы, то коллимаціонная плоскость трубы перпендикулярна къ плоскости лимба. Если при повышеніи и пониженіи трубы крестъ нитей удаляется въ разныя стороны отъ шнура отвѣса, какъ указано на чертежѣ 181, то это обнаруживаетъ намъ, что коллимаціонная плоскость остается плоскостію, но не перпендикулярною къ горизонтальной плоскости лимба, а наклонною K_1K_{11}, образуя съ вертикальною линіею vv_1 уголъ vKK_1, равный углу HKh наклона i горизонтальной оси вращенія HH_1 трубы къ истинной горизонтальной линіи hh_1. Если же при повышеніи и пониженіи трубы отъ середины шнура окажется, что крестъ нитей остается *по одну и ту же* сторону шнура отвѣса, но постепенно отъ него удаляется, какъ изображено на чертежѣ 182,



Черт. 181.



Черт. 182.

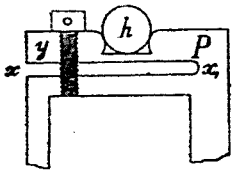
то это укажетъ на неперпендикулярность оптической оси трубы къ горизонтальной оси вращенія, ибо оптическая ось трубы описываетъ коническую поверхность, а крестъ нитей кривую.

Чѣмъ выше или ниже труба наклоняется надъ горизонтомъ hh_1, тѣмъ сильнѣе будетъ ощущаться уклоненіе креста нитей K отъ шнура vv_1 отвѣса, т.-е. *вліяніе коллимаціонной ошибки и наклона горизонтальной оси* къ плоскости лимба *на отсчетъ по лимбу есть функція высоты наблюдаемаго предмета.*

Перемѣщеніе креста нитей съ кривой K_1KK_{11} на вертикальную vv_1 производится боковыми (горизонтальными) винтами сѣтки.

Въ случаѣ существованія коллимаціонной ошибки одновременно съ наклономъ i горизонтальной оси вращенія трубы къ плоскости лимба, крестъ нитей и послѣ передвиженія сѣтки боковыми винтами станетъ описывать наклонную плоскость, какъ показано на предшествующемъ 181 чертежѣ. Наклонъ i исправляется винтомъ y (черт. 183) при подставкѣ P трубы, верхняя часть которой имѣетъ горизонтальную щель xx_1. Ввертывая винтъ y, можно понижать ось h.

Пятое условіе провѣряется тѣмъ, что направляютъ, при горизонтальномъ положеніи алидады, крестъ нитей сѣтки трубы на какой-либо предметъ и смотрятъ,—проходитъ ли коллимаціонная плоскость подвижныхъ діоптровъ черезъ ту же точку, что и крестъ нитей. При невыполненіи условія наводятъ подвижные діоптры на избранную точку, закрѣпляютъ нажимательные винты лимба и алидады (если послѣдній имѣется), ослабляютъ винтики, прикрѣпляющіе подставку трубы къ буссоли и подвигаютъ ее вращеніемъ около вертикальной оси инструмента въ прорѣзахъ подъ винтами настолько, чтобы крестъ нитей пришелся на ту же точку, куда наведенъ волосъ подвижныхъ діоптровъ, послѣ чего винтиками при колыцѣ подставки трубы подставка привертывается наглухо.



Черт. 183.

Условіе шестое называется *коллимаціонной ошибкой* лимба пантометра. Опредѣленіе этой ошибки дѣлается слѣдующимъ образомъ: наводятъ на одинъ и тотъ же предметъ коллимаціонныя плоскости діоптровъ лимба и алидады, послѣ чего замѣчаютъ отклоненіе нуля верньера отъ нуля лимба, т.-е опредѣляютъ по верньеру величину ошибки.

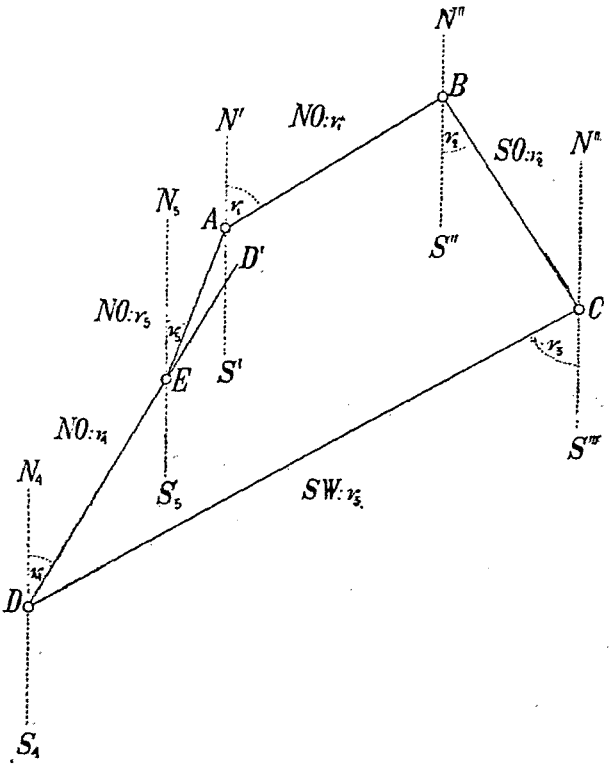
§ 129. Соотношеніе между румбическими и астролябическими углами. Пусть, напр., обойденъ полигонъ *ABCDEA* (черт. 184) и въ геодезическомъ журналѣ и абрисѣ записаны румбы въ началѣ каждой линіи такъ, какъ они показаны на чертежѣ. Тогда углы, меньшіе 180°, называемые *астролябическими* углами, можно при измѣреніи внутреннихъ угловъ полигона повѣрить по прочтеннымъ румбамъ. Повѣрка будетъ приближенная (грубая) до четверти градуса. Будемъ различать 4 случая.

1-й случай. Румбы линій AB и BC имѣютъ *послѣднія буквы* одинаковыя, напр. $NO:r_1$ и $SO:r_2$, тогда изъ чертежа видно, что уголъ $ABC = r_1 + r_2$ (ибо $ABS'' = r_1$), т.-е. *астролябическій уголъ равенъ суммѣ румбическихъ угловъ.*

2-й случай: Румбы — SO и SW — линій BC и CD имѣютъ *первыя буквы одинаковыя*, астролябическій уголъ $BCD = 180 - (r_2 + r_3)$, (ибо $r_2 = BCN'''$), т.-е. *астролябическій уголъ равенъ 180° безъ суммы румбическихъ угловъ.*

3-й случай. Румбы — SW и NO — линій CD и DE имѣютъ *всѣ буквы разныя*, уголъ $CDE = r_3 - r_1$ (ибо $N_1DC = r_3$), т.-е. *астролябическій уголъ равенъ разности румбическихъ угловъ.*

4-й случай: Румбы — NO и NO — линій DE и EA имѣютъ *всѣ буквы одинаковыя*, уголъ AED (влѣво по ходу лежащій) равенъ $180^0 - AED' = 180^0 - (r_4 - r_5)$, т.-е. *астролябическій уголъ равенъ 180° безъ разности румбическихъ угловъ.*



Черт. 184.

Разность $r_4 - r_5$ всегда должна быть положительна, въ противномъ случаѣ берутъ $r_5 - r_4$.

Примѣчаніе. Послѣ того, какъ вычислены азимуты по исправленнымъ внутреннимъ угламъ полигона и переведены на румбы, всегда слѣдуетъ повѣрить переводъ азимутовъ на румбы, примѣняя только что выведенное мнемоническое правило (правило памяти) къ исправленнымъ астролябическимъ угламъ.

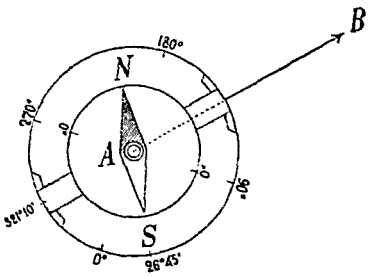
§ 130. Чтеніе азимута по лимбу угломѣрнаго инструмента. Будемъ различать два случая: 1) инструментъ имѣетъ не подвижный лимбъ и 2) инструментъ имѣетъ повторительный лимбъ.

Въ первомъ случаѣ, совмѣщаютъ *движеніемъ алидады по лимбу* концы стрѣлки съ нулевымъ діаметромъ буссоли, т. е. оріентируютъ нулевой діаметръ буссоли по магнитному меридіану, и по лимбу дѣлаютъ первый отсчетъ, затѣмъ дѣлаютъ наведеніе визирнаго снаряда на тотъ предметъ, азимутъ котораго желаютъ знать, и дѣлаютъ второй отсчетъ по лимбу Разность отсчетовъ, сдѣланныхъ по одному и тому же верньеру, въ томъ случаѣ, когда подпись дѣленій лимба идетъ по ходу часовой стрѣлки (теодолитъ) дастъ искомый азимутъ. Пусть, напримѣръ, при совмѣщеніи

концовъ стрѣлки съ нулевымъ діаметромъ буссоли, по лимбу сдѣланъ отсчетъ 26°45′ (черт. 185), а при наведеніи на точку B по лимбу прочтено 321°10′. Направленіе подписи дѣленій пусть будетъ *противъ хода часовой стрѣлки*, тогда, составляя разность

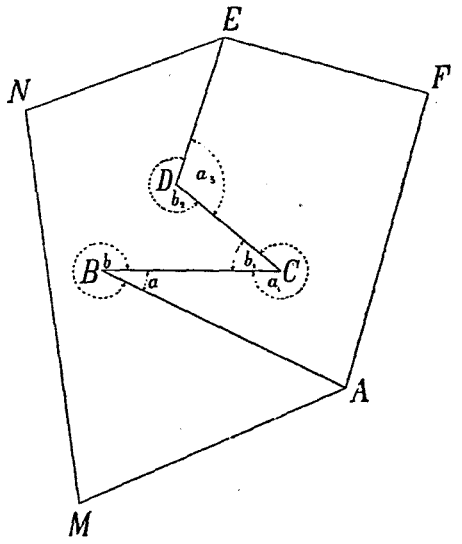
$$26^0 45' - 321^0 10' = (360^0 + 26^0 45') - 321^0 10' = 65^0 35',$$

получимъ азимутъ $NAB = (AB) = 65^0 35'$.



Черт. 185.

Во второмъ случаѣ, когда теодолитъ повторительный, можно поступать или по предыдущему, закрѣпивъ предварительно лимбъ, или слѣдующимъ образомъ: 1) устанавливаютъ нуль верньера точно на нуль лимба и закрѣпляютъ алидадный кругъ на лимбѣ нажимательнымъ винтомъ, достигая точной уста-2) новки микрометреннымъ винтомъ алидады, движеніемъ лимба оріентируютъ коллимаціонную плоскость визирнаго снаряда по меридіану (если по магнитному, то концы стрѣлки совмѣщаютъ съ нулевымъ діаметромъ буссоли, если же по инстинному, то концы стрѣлки совмѣщаютъ съ подписью, соотвѣтствующею склоненію стрѣлки), 3) наводятъ движеніемъ алидады по лимбу коллимаціонную плоскость визирнаго снаряда на данный предметъ и 4) *непосредственно по лимбу* прочитываютъ азимутъ, если подпись дѣленій идетъ *по ходу часовой стрѣлки*. Въ случаѣ, когда дѣленія идутъ противъ хода часовой стрѣлки, отсчетъ по лимбу вычитаютъ изъ 360°.



Черт. 143.

§ 131. Обходъ границъ участка угломѣрнымъ инструментомъ съ буссолью. Порядокъ работъ при способѣ обхода границъ участка угломѣрнымъ инструментомъ съ буссолью нѣсколько отличается отъ ранѣе описаннаго въ § 106.

Придя въ начальную точку A (черт. 143) контура, выставляютъ переднюю вѣху B, въ точкѣ A, забивъ въ землю деревянный колъ, центрируютъ инструментъ и приводятъ лимбъ въ горизонтальное положеніе, отпустивъ отъ стекла крышки буссоли приподнятую стрѣлку на шпиль и давъ ей время успокоиться, прочитываютъ румбъ линіи AB, который и записывается въ особой графѣ *геодезическаго журнала*. Послѣ этого снимаютъ инструментъ съ пункта A и, закрѣпивъ стрѣлку, поручаютъ рабочему перенести его на пунктъ B. Въ то же время отъ замѣченной деревян-

нымъ колышкомъ точки A на землѣ ведутъ измѣреніе длины линіи AB, записывая попутно углы ея наклоненія. Протягивая цѣпь (или ленту) вдоль линіи AB, ведутъ способомъ координатъ съемку контуровъ, лежащихъ вблизи линіи AB, и заносятъ всѣ промѣры на чертежѣ, сдѣланномъ отъ руки или, какъ принято выражаться, *„ведутъ абрисъ"* по линіи AB. Всѣ абсцисы записываются по ихъ длинѣ отъ начальной точки A. Придя въ точку B и записавъ *мѣру линіи* AB, устанавливаютъ инструментъ въ точкѣ B (центрируютъ и приводятъ лимбъ въ горизонтальное положеніе), выставляютъ вѣху C, измѣряютъ румбъ линіи BC и внутренній уголъ ABC (который можетъ быть и астролябическимъ или же дополнять его до 360°), свѣряютъ *астролябическій уголъ съ вычисленнымъ по измѣреннымъ румбамъ линій* AB *и* BC (см. § 129), замѣчаютъ коломъ точку B и измѣряютъ линію BC. Придя на пунктъ C, повторяютъ на немъ въ томъ же порядкѣ всѣ дѣйствія, что и на пунктѣ B, т. е. выставляютъ переднюю вѣху D, измѣряютъ румбъ линіи CD и внутренній уголъ BCD, свѣряютъ уголъ BCD по румбамъ линіи BC и CD; въ случаѣ несогласія [1]) провѣряютъ отсчеты на лимбѣ и по стрѣлкѣ, при чемъ румбъ линіи BC провѣрится по ея обратному румбу (CB) линіи CB, замѣчаютъ точку C и приступаютъ къ измѣренію линіи CD. Такимъ образомъ продолжаютъ съемку, пока не промѣряютъ линію FA; измѣреніемъ внутренняго угла FAB въ начальной точкѣ A заканчивается полевая работа обхода полигона $ABCDEFA$ [2]).

§ 132. Опредѣленіе склоненія магнитной стрѣлки. Если въ одной мѣстности работа производится нѣсколькими инструментами, имѣющими буссоли, то необходимо, для сводки отдѣльныхъ работъ въ общую, сличать показанія различныхъ буссолей. Съ этою цѣлію измѣряютъ одинъ и тотъ же заранѣе извѣстный азимутъ какой-либо линіи мѣстности различными буссолями и опредѣляютъ поправки показаній ихъ стрѣлокъ. Такое сравненіе рекомендуется дѣлать передъ началомъ и послѣ конца работъ.

Сверхъ того, если желаютъ отнести всѣ стороны снимаемаго полигона къ истинному меридіану, то для перечисленія магнитныхъ азимутовъ (или румбовъ) на истинные необходимо узнать склоненіе магнитной стрѣлки. Склоненіе стрѣлки получится, если въ данной точкѣ на земной поверхности будетъ извѣстно или *направленіе географическаго меридіана*, или *истинный азимутъ какой-либо линіи*, проходящей черезъ данную точку, такъ какъ въ той же точкѣ мѣстности возможно установить буссоль и направить коллимаціонную плоскость ея визирнаго снаряда или по истинному меридіану, или по той линіи, истинный азимутъ которой извѣстенъ.

---

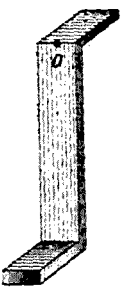
[1]) Превосходящаго $\frac{30}{4}$.

[2]) Этотъ уголъ можно измѣрить и при началѣ работы, если точка F дана. Если точки A, B, C, D, E, F окружной границы ранѣе обхода съ инструментомъ были замѣчены (колышками, столбами, камнями и т. п.), то, разумѣется, въ каждой точкѣ B дѣлается не только приведеніе лимба въ горизонтальное положеніе, но и центрировка помощію шнура съ отвѣсомъ.

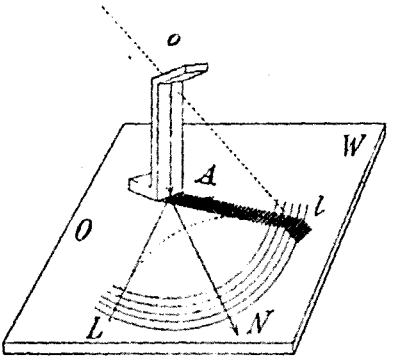
Въ первомъ случаѣ склоненіе стрѣлки опредѣлится непосредственно отсчетомъ по сѣверному концу стрѣлки, а во второмъ—оно найдется какъ разность между даннымъ истиннымъ азимутомъ и прочитаннымъ по стрѣлкѣ буссоли магнитнымъ азимутомъ (или румбомъ).

Существуетъ нѣсколько способовъ опредѣленія направленія географическаго меридіана. Мы сперва укажемъ на простѣйшіе, хотя и менѣе точные, а затѣмъ выяснимъ болѣе точный пріемъ.

Для обычныхъ съемокъ небольшихъ участковъ земной поверхности достаточно опредѣлить направленіе полуденной линіи *графически* съ помощію тѣни, падающей отъ вертикальнаго стержня или, такъ называемаго, *гномона* (черт. 186). На открытой мѣстности утромъ, часовъ въ 8, устанавливаютъ горизонтально по вывѣренному уровню доску (черт. 187) съ наклееннымъ на нее бѣлымъ листомъ плотной бумаги; близъ края доски намѣчаютъ точку A, въ которую точно должна придтись мѣтка ↓ вертикальной линіи установленнаго въ ней гномона (напримѣръ остріе



Черт. 186.



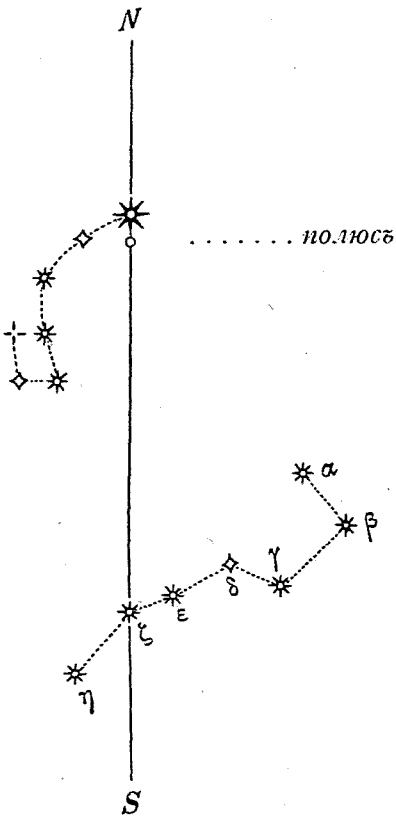
Черт. 187.

плоскаго отвѣса, укрѣпленнаго въ дырочкѣ o (черт. 186) верхней пластинки гномона); изъ точки A, какъ изъ центра, по бумагѣ описываютъ рядъ концентрическихъ окружностей, доску съ гномономъ устанавливаютъ такъ, чтобы край доски съ точкой A (гномономъ) былъ повернутъ къ югу, а падающая отъ гномона тѣнь ложилась на прочерченныя къ сѣверу N дуги. Такъ какъ плоскость истиннаго меридіана дѣлитъ дуги видимаго суточнаго движенія звѣздъ надъ горизонтомъ на двѣ равныя и симметричныя части, то, допуская съ небольшою погрѣшностію то же самое и для солнца, можно утверждать, что *гномонъ* (въ предположеніи, что солнце движется въ теченіи дня равномѣрно) *въ моменты, равноотстоящіе отъ полдня* (до его наступленія, а также послѣ его наступленія, напримѣръ, въ 8 часовъ утра и въ 4 часа дня), *будетъ отбрасывать на бумагу тѣни, симметрично расположенныя относительно полуденной линіи*. Солнце въ эти моменты будетъ находиться хотя и въ различныхъ частяхъ неба, но на одной и той же высотѣ.

Солнечный лучъ, проходящій черезъ отверстіе o (черт. 187) гномона, будетъ оставлять свѣтлое пятно l въ отброшенной имъ тѣни, а потому, отмѣ-

чая послѣдовательно уколомъ острія тонко очиненнаго карандаша центръ этого пятна на проведенныхъ окружностяхъ и обчерчивая кружечками уколы, легко получить на бумагѣ (пунктирную) кривую *lL*, соотвѣтствующую ходу солнечнаго луча за время наблюденій. Чѣмъ выше будетъ подниматься солнце, тѣмъ ближе уколъ ляжетъ къ основанію гномона. Если *Al* и *AL* суть горизонтальныя проекціи двухъ вертикальныхъ плоскостей, симметрично расположенныхъ — къ западу — *W* и востоку — *O* относительно плоскости меридіана, въ которыхъ находилось солнце на равныхъ высотахъ до и послѣ полудня, напр., въ 8 часовъ утра и 4 часа дня, то понятно, что линія *AN*, дѣлящая уголъ *lAL* пополамъ, есть горизонтальная проекція плоскости меридіана, т.-е. полуденная линія.

Если на описанныхъ окружностяхъ будетъ замѣчена не одна пара *l* и *L* симметричныхъ точекъ, а (какъ это всегда дѣлается) три-четыре пары, то и угловъ, въ родѣ *lAL*, получится нѣсколько. Всѣ ихъ равнодѣлящія должны были бы сливаться съ *AN*. На самомъ же дѣлѣ этого не произойдетъ, а потому изъ цѣлаго ряда направленій для *AN* выбирается одно,— нѣкоторое среднее. По линіи *AN* втыкаютъ (по вывѣренному треугольнику) отвѣсно двѣ иглы и по нимъ выставляютъ въ обѣ стороны по вѣхѣ; выставленныя вѣхи и дадутъ на мѣстности направленіе истиннаго меридіана.



Черт. 188.

Второй способъ опредѣленія направленія истиннаго меридіана основанъ на слѣдующемъ: полярная звѣзда (polaris, α ursae minoris) въ 1900 г. находилась отъ сѣвернаго полюса міра въ разстояніи 1°13′33″[1]) и слѣдовательно описываетъ вокругъ полюса весьма малый путь въ теченіе сутокъ; она, никогда не бывая подъ горизонтомъ, остается постоянно видимой (днемъ въ зрительную трубу, вечеромъ—простымъ глазомъ) и дважды бываетъ за сутки на меридіанѣ даннаго мѣста. Прохожденіе ея черезъ меридіанъ выше полюса можетъ быть замѣчено въ тотъ моментъ, когда одновременно съ ней черезъ меридіанъ проходитъ звѣзда ζ Большой Медвѣдицы (черт. 188).

Съ этою цѣлію въ данной точкѣ земной поверхности вѣшаютъ шнуръ съ тяжелымъ отвѣсомъ, погружая въ воду нижній его конецъ, для придания большей неподвижности его нити. Помѣстивъ передъ собою шнуръ съ отвѣсомъ и обернувшись лицомъ къ сѣверу, отодвигаются возможно дальше отъ нити и ждутъ того момента, когда обѣ звѣзды покроются шну-

[1]) См. Hermann Wagner—„Mathematische Geographie".

ромъ. Въ этотъ же моментъ съ противоположной наблюдателю стороны также по возможности въ удаленной отъ шнура точкѣ выставляется вѣха, снабженная фонаремъ со свѣтлой щелью на заклеенной бумагой дверцѣ. Плоскость, проведенная на другой день, по колу, забитому въ точкѣ стоянія наблюдателя, шнуру отвѣса и фонарной вѣхѣ,—дастъ направленіе меридіана даннаго мѣста. Моменты одновременной ночной кульминаціи этихъ звѣздъ приходятся на промежутокъ года съ начала сентября до середины января. Въ остальное время года кульминированіе бываетъ днемъ при солнечномъ свѣтѣ, и этотъ способъ не примѣнимъ.

Болѣе точный пріемъ опредѣленія направленія истиннаго меридіана даннаго мѣста на земной поверхности основанъ на наблюденіи угломѣрнымъ инструментомъ, снабженнымъ вертикальнымъ кругомъ и уровнемъ на горизонтальной оси, избранной на небѣ звѣзды или солнца, *на одинаковыхъ соотвѣтственныхъ высотахъ* надъ горизонтомъ, до и послѣ прохожденія свѣтила черезъ меридіанъ даннаго мѣста. Съ этою цѣлію до наступленія момента кульминаціи свѣтила черезъ меридіанъ мѣста, приблизительно часа за 4, устанавливается въ данной точкѣ хорошо вывѣренный теодолитъ, лимбъ котораго приводятъ въ горизонтальное (а вертикальный кругъ въ отвѣсное) положеніе, наводятъ пересѣченіе нитей на небесное свѣтило (звѣзду или солнце, въ послѣднемъ случаѣ на окуляръ надѣваютъ призму и цвѣтное темное стекло, чтобы не обжечь глаза) и дѣлаютъ отсчетъ a_1 по лимбу, закрѣпивъ предварительно нажимательный винтъ трубы. *Удерживая трубу на той же высотѣ*, послѣ кульминаціи свѣтила (также спустя 4 часа послѣ нея) улавливаютъ вновь свѣтило на нити трубы и дѣлаютъ по лимбу второй отсчетъ a_2. Полусумма $\frac{1}{2}(a_1 + a_2) = a_0$ дастъ на лимбѣ отсчетъ, установивъ на который верньеръ, придадимъ коллимаціонной плоскости трубы направленіе меридіана. При наблюденіяхъ солнца отсчетъ a_0 исправляютъ на величину k, вычисляемую по формулѣ, обыкновенно выводимой въ астрономіи,

$$k = \frac{t \,.\, \Delta\delta}{Cos\ \varphi \,.\, Sin\ 15t'}$$

гдѣ t число минутъ въ половинѣ промежутка времени между наблюденіями солнца до и послѣ полудня, $\Delta\delta$—измѣненія склоненія солнца въ одну минуту времени, которое дается въ астрономическихъ календаряхъ, а также можно найти въ таблицахъ части II „Курса геодезіи А. Бикъ“, φ—широта мѣста наблюденія, взятая хотя бы съ карты крупнаго масштаба, $15t$ есть время, обращенное въ градусную мѣру, считая 1 минуту времени равной 15 дуговымъ минутамъ. Если до наблюденія свѣтила наблюдался земной предметъ B и при наведеніи на него сѣтки нашей трубы былъ сдѣланъ отсчетъ b по лимбу, то азимутъ α предмета B, считаемый отъ сѣвера къ востоку, будетъ

$$\alpha = b - a_0 + k \pm 180^0.$$

Пріемъ наблюденія свѣтила на соотвѣтственныхъ высотахъ можетъ быть повторенъ, если условимся каждый разъ, какъ уловимъ свѣтило на пересѣченіи нитей, до кульминаціи дѣлать отсчеты по часамъ и вертикальному кругу, а послѣ кульминаціи станемъ устанавливать вновь трубу по высотѣ, постепенно ее опуская согласно сдѣланныхъ на вертикальномъ кругѣ отсчетовъ и улавливать свѣтило на пересѣченіе нитей трубы въ моменты, соотвѣтственные записаннымъ до кульминаціи.

§ 133. О съемкѣ контуровъ въ общей связи. Излагая 4 основныхъ пріема съемки, мы отчасти указали, что, напр., полярнымъ способомъ производится съемка открытыхъ контуровъ, лежащихъ внутри другихъ (съемка полянъ внутри лѣса), что способъ обхода болѣе примѣнимъ для съемки закрытыхъ контуровъ, а также извилистыхъ, узкихъ и длинныхъ контуровъ (береговъ рѣкъ, дорогъ, ручьевъ и т. п.), что прямой засѣчкой снимаются точки малодоступныя (урѣзъ оврага, противоположный берегъ рѣки), что способъ промѣровъ съ вѣхи на вѣху исключительно удобенъ въ открытой мѣстности. Тамъ же было указано, что полюсъ контура долженъ быть связанъ съ границею того участка, внутри котораго лежитъ контуръ, снимаемый полярнымъ способомъ, что несомкнутый полигонъ связывается съ ранѣе проложеннымъ сомкнутымъ, но о производствѣ съемки большого участка земной поверхности, представляющаго совокупность нѣсколькихъ контуровъ, мы ничего не упоминали. Само собой разумѣется, что при съемкѣ большихъ раіоновъ, сообразно съ мѣстными условіями, приходится примѣнять всѣ описанные четыре пріема, комбинируя ихъ одинъ съ другимъ. Такая комбинація дѣлается съ разсчетомъ о наименьшей затратѣ времени на полевыя работы, а также и сообразуясь съ тѣмъ, чтобы она давала на планѣ взаимное положеніе точекъ возможно близко подходящимъ къ ихъ дѣйствительному взаимному расположенію на мѣстности. Очевидно, что, прежде чѣмъ приступать къ съемкѣ внутреннихъ контуровъ даннаго участка, нужно предварительно сдѣлать *осмотръ* (рекогносцировку) мѣстности и даже чертежъ (набросокъ) отъ руки расположенія контуровъ на мѣстности.

Если бы мы, напр., предположили, что ведемъ съемку отдѣльныхъ контуровъ отъ середины образуемаго ими участка къ его краямъ, послѣдовательно переходя отъ центральнаго контура къ лежащимъ на границѣ участка, то весьма скоро убѣдились бы въ непригодности такого пріема.

Дѣйствительно,—на практикѣ намъ приходится довольствоваться не истинными, а болѣе или менѣе приближенными значеніями измѣряемыхъ величинъ (линій и угловъ). Результаты измѣреній (сумма измѣренныхъ угловъ полигона, невязка въ координатахъ, и т. д.), находятся въ зависимости отъ несовершенства инструментовъ и пріемовъ съемки, а потому мы заранѣе можемъ сказать, что, та комбинація основныхъ пріемовъ съемки будетъ наиболѣе благопріятной для окончательнаго результата съемки, которая *препятствуетъ скопленію неизбѣжныхъ погрѣшностей (измѣреній въ полѣ и построенія на бумагѣ фигуръ) въ одну и ту же сторону.* Такою комбинаціею является *пріемъ перехода отъ общаго контура,* подлежащаго съемкѣ, *къ частнымъ*, его составляющимъ. Въ справедливости та-

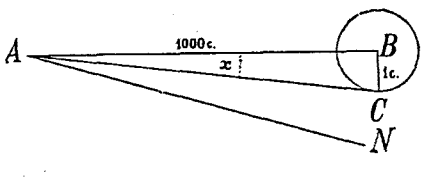
кого положенія наглядно убѣждаетъ насъ опытъ, во время построенія плана большого раіона мѣстности. Указаннымъ пріемомъ съемки стремятся возможно *надежные опредѣлить сперва основныя точки* даннаго *участка* мѣстности, *равномѣрно по нему расположенныя*, *при этомъ стараются возможно чаще контролировать свои дѣйствія* и убѣждаются въ отсутствіи грубыхъ промаховъ въ получаемыхъ результатахъ измѣреній, и только затѣмъ уже переходятъ къ съемкѣ подробностей, заключающихся между строго опредѣленными основными точками.

Такъ, напримѣръ, можно рекомендовать обойти сперва *общую границу* даннаго участка точнымъ угломѣрнымъ инструментомъ (скажемъ десятисекуднымъ теодолитомъ), проложить внутри, по дорогамъ или рѣкѣ, повѣрочныя ломаныя діагонали (несомкнутые полигоны) между точками окружныхъ границъ, а затѣмъ уже постепенно примѣнять для съемки внутренней ситуаціи тотъ или иной способъ съемки; такъ, селеніе, сады, лѣса,—снимать обходомъ, берега озеръ, болотъ—засѣчками или способомъ промѣровъ створовъ и т. п.

Вопросъ *о составленіи сѣти основныхъ (опорныхъ) пунктовъ съемки* войдетъ въ особую главу нашего курса подъ именемъ „тригонометрической сѣти".

§ 134. О соотвѣтствіи точности измѣренія линій полигона и точности измѣренія его угловъ. Вопросъ этотъ рѣшается въ послѣднее время въ зависимости отъ невязки въ суммѣ измѣренныхъ угловъ полигона и отъ невязки въ периметрѣ полигона (см. Труды Топ. Геод. Ком. Вып. XVI и XVIII, статья Рождественскаго); но къ нему можно подойти и нѣсколько инымъ путемъ.

Пусть $\frac{1}{n}$, напр., $\frac{1}{1000}$ или $\frac{1}{10000}$ есть дробь, выражающая точность измѣренія линій полигона. Соотвѣтственно этой точности вычислимъ ошибку *въ каждомъ направленіи* при измѣреніи угла. Для этого возьмемъ линію въ 1000 или 10000 саженъ и пусть она изображаетъ сторону угла BAN (черт. 189); въ концѣ ея опишемъ окружность радіусомъ $BC=1$ сажени; очевидно, что въ какую бы точку окружности радіуса BC мы ни попали, ошибка измѣренія линіи AB не превыситъ одной сажени. Допустимъ, что конецъ измѣренной линіи попалъ въ точку C окружности, тогда ошибка въ направленіи линіи AB будетъ уголъ $BAC=x$; вычислимъ величину x. Изъ чертежа видно, что вообще $tgx=\frac{1}{n}$ или, для нашего примѣра, въ первомъ случаѣ $tgx=\frac{1}{1000}$, во второмъ—$tgx=\frac{1}{10000}$, или вслѣдствіе малости угла x, находимъ:



Черт. 189.

$$tgx=Sin\ x=x''.\ Sin\ 1''=\frac{1}{1000}\ \text{или}=\frac{1}{10000}$$

и слѣдовательно:

$$1)\ x = 206'' = 3'26''\ \text{и}\ 2)\ x = 20'',6.$$

Сдѣлаемъ теперь предположеніе, что для измѣренія угла BAN въ точкѣ A имѣлся угломѣрный инструментъ, точность ноніуса котораго отнюдь не менѣе величины x, тогда *ошибка въ отсчетѣ по ноніусу* для направленія AB *вполнѣ гармонируетъ съ ошибкою* отклоненія конца B линіи AB, вслѣдствіе погрѣшности *въ линейной мѣрѣ линіи* AB. Такимъ образомъ, для точности измѣренія линій $\frac{1}{n}$ нужно имѣть теодолитъ съ точностью верньеровъ x, опредѣляемой равенствомъ $tgx = \frac{1}{n}$. Изъ только что сдѣланнаго разсмотрѣнія видно, что точностью измѣренія линій обусловливается точность измѣренія угла. Справедливо и обратное заключеніе въ томъ отношеніи, что, заботясь довести точность измѣренія угловъ до высокой степени, не слѣдуетъ одновременно упускать изъ вида возможную тщательность измѣренія линій, дабы не терять напрасно времени на обращеніе съ точнымъ и сложнымъ угломѣрнымъ инструментомъ и на его установку. Здѣсь же замѣтимъ, что угломѣрные инструменты не даютъ отсчета направленія точнѣе, чѣмъ до 1″, измѣреніе же линій, особенно, если измѣрять ихъ неоднократно, можетъ значительно превысить точность измѣренія угловъ.

ГЛАВА III.

Составленіе плана горизонтальной съемки и вычисленіе площадей.

§ 135. Основные пріемы построенія прямыхъ линій и угловъ на бумагѣ. Чертежные инструменты для составленія плановъ. Воображаемое нами горизонтальное проложеніе снимаемаго участка мѣстности, принимаемое за плоское, строится для наглядности на бумагѣ въ *подобномъ и уменьшенномъ* видѣ. Построеніе на бумагѣ фигуръ, подобныхъ горизонтальнымъ проложеніямъ данныхъ на мѣстности контуровъ, носитъ названіе *составленія* или *накладки* плановъ. Накладка плана состоитъ изъ накладки на бумагу прямыхъ линій въ избранномъ уменьшеніи и построенія горизонтальныхъ угловъ. Снаряды, служащіе для накладки, а также и перерисовки плановъ, называются общимъ именемъ *чертежныхъ* инструментовъ; сюда относятся: *линейка*, прямоугольный *треугольникъ*, *циркуль*, *транспортиръ*, а также *пантографъ* — для перерисовки плановъ и *планиметры*, т.-е. приборы, предназначенные для вычисленія площадей контуровъ, имѣющихся на бумагѣ.

Пріемъ составленія плана горизонтальной съемки всецѣло зависитъ отъ того, чѣмъ выражается результатъ съемки, т.-е. а) вычисленными ли

координатами точекъ контура или б) вычисленными румбами и горизонтальными проложеніями линій.

Прежде, чѣмъ перейти къ изложенію пріемовъ накладки въ обоихъ этихъ случаяхъ, мы остановимъ наше вниманіе на линейкѣ, треугольникѣ, циркулѣ, масштабѣ и транспортирѣ.

§ 136. Линейка и треугольникъ. Края линейки, такъ же, какъ и края треугольника, предназначаются для проведенія по нимъ на бумагѣ прямыхъ линій, а потому при ихъ изготовленіи необходимо должны быть соблюдены слѣдующія условія.

1) *Верхняя и нижняя поверхности линейки (или треугольника) должны быть плоскостями.*

Если, смотря на линейку (или треугольникъ), нельзя убѣдиться на глазъ въ выполненіи этого условія, то накладываютъ испытуемый инстру-

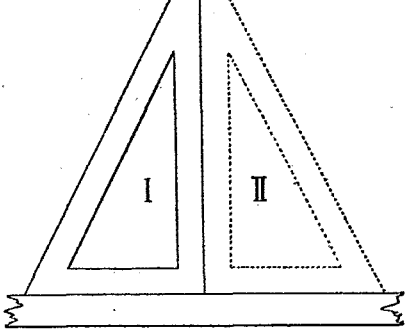


Черт. 190.

ментъ на хорошо вывѣренную плоскость и смотрятъ на свѣтъ, не образуется ли промежутковъ или пустыхъ мѣстъ между плоскостью и линейкой (или треугольникомъ). Покоробленные треугольники и линейки не пригодны къ употребленію.

2) *Ребра линейки (или треугольника) должны быть прямыми линіями.*

Если есть хорошо вывѣренная плоскость, то повѣрка реберъ будетъ сходна съ повѣркою плоскостей. Въ противномъ случаѣ кладутъ линейку (или треугольникъ) на бумагу и, придерживая ихъ, проводятъ по испытуемому ребру тонко очиненнымъ карандашемъ линію, отмѣчаютъ на ней двѣ точки M и N (черт. 190). Затѣмъ повертываютъ въ плоскости бумаги линейку (или треугольникъ) такъ, чтобы правый конецъ N занялъ мѣсто лѣваго конца M и наоборотъ и, приложивъ линейку къ тѣмъ же точкамъ M и N, вновь проводятъ по испытуемому ребру линію. Если обѣ прочерченныя линіи совпадутъ, то ребро даетъ прямую линію; въ случаѣ же, показанномъ на чертежѣ 190, линейка даетъ кривую и для проведенія прямыхъ не пригодна.



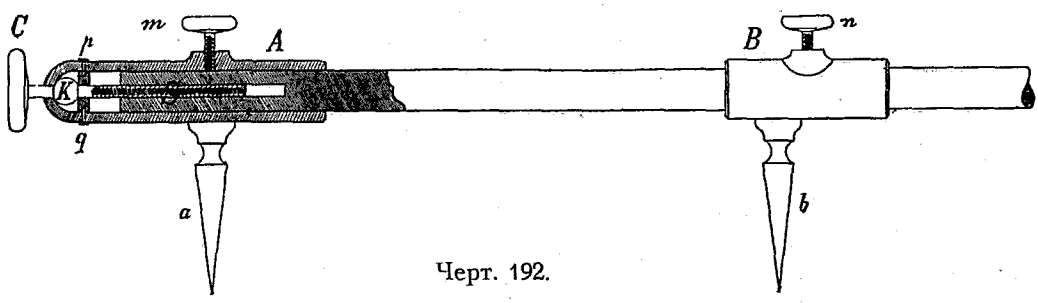
Черт. 191.

Если треугольникъ, какъ это въ большинствѣ случаевъ бываетъ, прямоугольный, то для повѣрки,—*дѣйствительно ли катеты даютъ прямой уголъ*, поступаютъ слѣдующимъ образомъ: прикладываютъ треугольникъ (I) короткимъ катетомъ (черт. 191) къ линейкѣ и по длинному катету

проводятъ линію, послѣ чего перекладываютъ треугольникъ симметрично (II) относительно прочерченной линіи. Это вызоветъ необходимость перемѣнить мѣста верхней и нижней плоскостей треугольника. Если при новомъ (второмъ) положеніи треугольника линія, проводимая по длинному катету, будетъ сливаться съ прежнею (или будетъ ей параллельна), то катеты треугольника образуютъ одинъ изъ двухъ равныхъ смежныхъ угловъ, т.-е. прямой уголъ. Въ противномъ же случаѣ, когда получатся двѣ пересѣкающіяся линіи, треугольникъ не годенъ къ употребленію.

§ 137. Циркуль. Отъ *простого циркуля* достаточно требовать, чтобы его стальныя ножки накалывали одну точку, если онѣ сдвинуты вплотную другъ къ другу. Концы ножекъ должны быть изъ твердой закаленной стали и хорошо отточены [1]).

Циркулемъ съ длиною ножекъ въ 7 дюймовъ можно съ удобствомъ брать линіи не длиннѣе 5 дюймовъ; для болѣе длинныхъ линій берутъ такъ называемый *штангенъ*-циркуль, устройство котораго видно изъ чертежа 192.



Черт. 192.

Ножки его *a* и *b* насажены на длинный стержень (штангу) и могутъ двигаться по ней съ помощью муфтъ *A* и *B*. Муфты, а вмѣстѣ съ ними и ножки, могутъ быть неподвижно закрѣплены на штангѣ *нажимательными* (или закрѣпительными) винтами *m* и *n*. Одна изъ муфтъ (на чертежѣ муфта *B*) можетъ быть свободно передвигаема по всей штангѣ, другая же—приспособлена къ болѣе плавному передвиженію ножки *b* на небольшія разстоянія, для чего второй муфтѣ даютъ видъ капсюли, надвигающейся на одинъ изъ концовъ штанги. Въ головку этой капсюли входитъ *микрометренный* винтъ *C*. Онъ устроенъ такъ, что его нарѣзка *S* имѣетъ гнѣздо въ самой штангѣ, головка кромѣ грифа *C* имѣетъ еще яблоко *K*, заключающееся между стѣнкой капсюли и пластинкой *pq*, скрѣпленной съ муфтой винтиками *p* и *q*. Яблоко *K* не позволяетъ удаляться или приближаться грифу *C* къ муфтѣ, а чрезъ это муфта *A* при ввинчиваніи винта *C* приближается къ муфтѣ *B*. При вывинчиваніи микрометреннаго винта *C* ножки циркуля раздвигаются. При дѣйствіи микрометреннымъ винтомъ *C* нажимательный винтъ *m* предварительно ослабляютъ.

---

[1]) За послѣднее время получаютъ распространеніе циркули образца мюнхенской фабрики Clemens Riefler съ конусообразными ножками, (представитель *А. Валентинъ* въ Москвѣ).

§ 138. Масштабъ. Численный масштабъ. Горизонтальныя проложенія линій мѣстности не могутъ быть нанесены на бумагу въ ихъ натуральную длину, а потому обыкновенно уменьшаются. Для того, чтобы начертить на бумагѣ фигуру, подобную горизонтальному проложенію снимаемаго участка въ уменьшенномъ видѣ, *необходимо всѣ линіи мѣстности уменьшить въ одно и то же число разъ*. Пусть, напр., всѣ линіи уменьшены въ N разъ, тогда *отношеніе длины a нѣкоторой линіи на планѣ къ соотвѣтствующей ей длинѣ A на мѣстности*, т. е. $\frac{a}{A}$ можетъ быть представлено дробью $\frac{1}{N}$ съ числителемъ, равнымъ единицѣ, такъ что $\frac{a}{A}=\frac{a:a}{A:a}=\frac{1}{N}$. Дробь $\frac{1}{N}$ называютъ *численнымъ масштабомъ*.

Знаменатель N численнаго масштаба показываетъ, во сколько разъ линіи мѣстности уменьшены при нанесеніи ихъ на бумагу.

Пусть длина линіи на мѣстности въ 100 саженъ принята на бумагѣ равной одному дюйму, тогда отношеніе 1 дюйма къ 100 саженямъ, т. е. дробь

$$\frac{1\text{ дм.}}{100\text{ саж.}}=\frac{1\text{ дм.}}{100\times 84\text{ дм.}}=\frac{1}{8400}$$

будетъ численный масштабъ. Еще примѣръ: если на бумагѣ 5 аршинъ мѣстности изобразить линіей въ 1 верш., то численный масштабъ будетъ

$$\frac{1}{5\times 16}=\frac{1}{80}.$$

Точно также, если 50 саженъ мѣстности представить линіей въ 0,01 сажени (или, какъ часто выражаются, „соткою“), то численный масштабъ будетъ

$$\frac{0{,}01\text{ саж.}}{50\text{ саж.}}=\frac{1}{5000}.$$

Такимъ образомъ видимъ, что если на бумагѣ начерчена линія и при ней стоитъ надпись „n саженъ“, то, измѣривъ длину линіи на бумагѣ въ дюймахъ, или въ вершкахъ, или, наконецъ, въ соткахъ, можно тотчасъ же найти численный масштабъ; онъ будетъ

1) $\frac{k}{n\times 84}$, если линія плана оказалась равной k дюймамъ,

2) $\frac{p}{n\times 48}$, если линія плана выразилась p вершками,

и 3) $\frac{q}{n\times 100}$, если линія плана равна q соткамъ.

Очевидно, что

$$\frac{k\text{ дм.}}{n.84\text{ д.}}=\frac{p\text{ врш.}}{n.48\text{ врш.}}=\frac{q\text{ ст.}}{n.100\text{ ст.}}=\frac{1}{N},$$

такъ какъ каждая изъ этихъ дробей выражаетъ отношеніе одной и той же линіи плана къ соотвѣтствующей ей линіи мѣстности.

Изъ предыдущаго видно, что если бы намъ былъ данъ численный масштабъ $\frac{1}{N}$, то его нужно понимать такъ:

1) одному дюйму плана соотвѣтствуетъ на мѣстности N дюймовъ или $\frac{N}{84}$ саженъ;

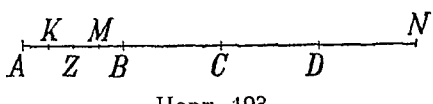
2) одному вершку плана соотвѣтствуетъ N вершковъ на мѣстности или $\frac{N}{48}$ саженъ;

3) одной соткѣ плана соотвѣтствуетъ на мѣстности линія, длиною въ N сотокъ или $\frac{N}{100}$ саженъ.

§ 139. Линейный масштабъ. Если 1 дюймъ на планѣ соотвѣтствуетъ N дюймамъ или $\frac{N}{84}$ саженямъ на мѣстности, то 2 дюйма соотвѣтствуютъ 2. $\frac{N}{84}$ саж.; 3 дюйма—3 . $\frac{N}{84}$ саж.; 0,1 дюйма—0,1 . $\frac{N}{84}$ саж. и т. д., вообще n дюймовъ плана соотвѣтствовали бы n. $\frac{N}{84}$ саженямъ мѣстности. Давая n различныя значенія, можно было бы для каждаго заранѣе избраннаго уменьшенія или численнаго масштаба составить таблицы, позволяющія данное число саженъ на мѣстности выражать соотвѣтствующей длиной на планѣ. Эта длина можетъ быть получаема и въ дюймахъ, и въ вершкахъ и въ соткахъ. Составленію такихъ таблицъ на практикѣ предпочитается *построеніе діаграммъ, позволяющихъ механически дѣлать переводъ длины линій на мѣстности въ длины на планѣ и обратно.* Такія діаграммы, соотвѣтствующія численнымъ масштабамъ, *принято называть линейными масштабами.*

Простѣйшій линейный масштабъ чертится прямо линіей, на которой послѣдовательно откладываются или дюймъ, или вершокъ, или сотка, или сантиметръ и т. п., смотря по тому, за что считаемъ единицу, стоящую въ числителѣ численнаго масштаба $\frac{1}{N}$.

Пусть данъ численный масштабъ $\frac{1}{336}$. Если его будемъ понимать такъ, что одному дюйму на планѣ соотвѣтствуетъ 336 дюймовъ на мѣстности, то для построенія соотвѣтствующаго ему линейнаго масштаба слѣдуетъ взять прямую AN и отъ точки A послѣдовательно (черт. 193) нанести $AB = BC = CD$ и т. д..... = 1 дюйму; при этомъ:



Черт. 193.

длина линіи AB будетъ соотвѣтствовать 336 дм. $= \frac{336}{84} = 4$ саж. мѣстности.

„ „ AC „ „ 2×336 дм. $= 8$ саж. „

„ „ AD „ „ 3×336 дм. $= 12$ саж. „

и т. д.

Если AB раздѣлить на 4 части, то отрѣзки

$$BM = AK = {}^1/_4 AB$$

изобразили бы 1 саж. мѣстности, BZ — 2 сажени, BK — 3 и BA — 4 сажени.

Если тотъ же численный масштабъ $\frac{1}{336}$ будемъ понимать такъ, что одному вершку на планѣ соотвѣтствуетъ 336 вершковъ на мѣстности, то для построенія линейнаго масштаба пришлось бы взять *за основаніе* вершокъ и тогда $AB = BC = \ldots = 1$ вершку, и длина ихъ соотвѣтствовала бы 336 вершкамъ $= \frac{336}{48}$ саж. $= 7$ саж. мѣстности. Раздѣливъ вершокъ на 7 частей, получимъ длины, изображающія собой на планѣ 1 сажень мѣстности. Такимъ образомъ видимъ, что *одному и тому же численному масштабу могутъ соотвѣтствовать нѣсколько діаграммъ, смотря потому, что принято за начальную, основную длину на планѣ.* Основаніемъ линейнаго масштаба можетъ быть, какъ мы уже видѣли, и дюймъ, и вершокъ, и сотка и т. п. *Выборъ основанія линейнаго масштаба зависитъ отъ нашего произвола.*

Съ измѣненіемъ основанія лишь тогда измѣнятся размѣры линій на планѣ, когда разныя основанія будутъ соотвѣтствовать одному и тому же числу саженъ мѣстности: такъ, при основаніи въ 1 вершокъ, 1 дюймъ, 1 сотку, при одномъ и томъ же числѣ саженъ, напр. 100, соотвѣтствующемъ этимъ тремъ основаніямъ, самый крупный чертежъ получится въ первомъ случаѣ и самый мелкій—въ третьемъ $\left(\frac{1}{4800}, \frac{1}{8400}, \frac{1}{10000}\right)$

Изъ вышеприведеннаго слѣдуетъ, что *для перехода отъ численнаго масштаба къ линейному, нужно прежде всего условиться, что взять за основаніе линейнаго масштаба.* Если основаніемъ будетъ дюймъ, то чтобы знать *въ саженяхъ*, какой линіи онъ соотвѣтствуетъ на мѣстности при данномъ численномъ масштабѣ $\frac{1}{N}$, слѣдуетъ N дѣлить на 84; если основаніе вершокъ, то для той же цѣли дѣлятъ N на 48 и т. д.

Справедливо будетъ и обратное заключеніе, т. е. если на діаграммахъ обозначено, что линейные масштабы построены, принимая въ

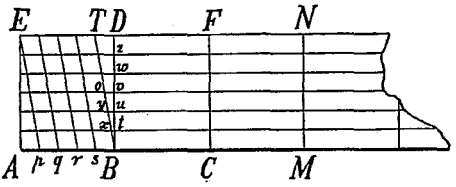
$$1 \left| \begin{array}{c} \text{дюймѣ} \\ \text{вершкѣ} \\ \text{соткѣ} \end{array} \right| S \text{ саженъ мѣстности,}$$

то соотвѣтственные численные масштабы будутъ:

$$1)\ \frac{1}{S \times 84} = \frac{1}{M}, \quad 2)\ \frac{1}{S \times 48} = \frac{1}{N}, \quad 3)\ \frac{1}{S \times 100} = \frac{1}{Q}.$$

§ 140. Поперечный линейный масштабъ, его теорія. Если основаніе линейнаго масштаба придется дѣлить на большое число частей, то можетъ случиться, что эти доли будутъ слишкомъ мелки, а потому трудно различаемы невооруженнымъ глазомъ.

Такъ, напримѣръ, для масштаба 100 саженъ въ дюймѣ, чтобы имѣть на планѣ линіи, соотвѣтствующія одной, двумъ, тремъ и т. д. саженямъ мѣстности, придется одинъ дюймъ раздѣлить на 100 частей. Между тѣмъ, не только сотыя доли дюйма, но даже и десятыя его доли достаточно малы; двухсотая доля дюйма изображается на планѣ въ видѣ укола ножкой циркуля. Непосредственное раздѣленіе одного дюйма на 100 частей очень затруднительно. Во избѣжаніе неудобствъ дѣленія основанія линейнаго масштаба на большое число частей принято строить на бумагѣ *поперечный линейный масштабъ*. Построеніе дѣлается такимъ образомъ: пусть основаніе масштаба $AB=a$ (черт. 194) нужно раздѣлить на $K=m.n$ равныхъ частей, напр. на 100 частей; число *100* разлагаютъ на два множителя m и n ($10\times10=5\times20$) и тогда основаніе дѣлятъ на m равныхъ частей, $Ap=pq=\ldots\ldots=sB$; въ точкахъ A, B, C... (отложенія ординарной, двойной, тройной и т. д. длины основанія линейнаго масштаба) возставляютъ перпендикуляры AE, BD, CF..... къ первоначально прочерченной прямой; на одномъ изъ нихъ, напримѣръ BD, откладываютъ равныя между собою, но *совершенно произвольныя части* $Bt=tu=uv=\ldots\ldots=zD$, числомъ n. И такъ, основаніе *дѣлятъ* на m частей, а на перпендикулярѣ къ нему *откладываютъ* n равныхъ между собой частей. Чрезъ точки отложенія t, u, v....z, D проводятъ линіи параллельныя основанію AB, соединяютъ точки E съ p и черезъ точки q, r, s и B проводятъ линіи, параллельныя Ep.



Черт. 194.

Тогда $pB=ET$ и $AB-pB=ED-ET$, т. е. $Ap=TD=\frac{1}{m}a$. Изъ подобія треугольниковъ: 1) Bxt и BDT, 2) Byu и BDT, 3) Bov и BDT легко видѣть, что

$$tx=TD.\frac{Bt}{BD},\quad \left|\quad uy=TD.\frac{Bu}{BD},\quad \right|\quad vo=TD.\frac{vB}{BD},$$

или вслѣдствіе того, что

$$DT=\frac{1}{m}a \text{ и } Bt=\frac{1}{n}BD,\ Bu=2.\frac{1}{n}.BD;\ Bv=3.\frac{1}{n}.BD,\ldots.$$

найдемъ: $$tx=\frac{1}{m}a.\frac{1}{n}=\frac{a}{mn}\quad\left|\quad uy=2\frac{a}{mn}\quad\right|\quad vo=3\frac{a}{mn}$$ и т. д.

§ 141. Точность поперечнаго масштаба. Величина tx (черт. 194) будетъ наименьшею длиною или *наименьшимъ дѣленіемъ линейнаго поперечнаго масштаба.* При $a=1$ дюйму и $m=n=10$, наименьшее дѣленіе будетъ $\frac{1}{100}$ дюйма, и

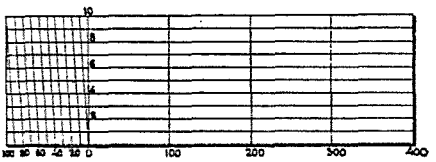
если 1 дюймъ соотвѣтствовалъ 100 саженямъ мѣстности, то значеніе наименьшаго дѣленія масштаба будетъ 1 сажень мѣстности.

Число саженъ мѣстности, соотвѣтствующее наименьшей долѣ основанія поперечнаго масштаба, различаемой невооруженнымъ глазомъ, будемъ называть точностью масштаба. Значеніе наименьшаго дѣленія не всегда соотвѣтствуетъ точности масштаба; но оно не можетъ быть менѣе точности масштаба.

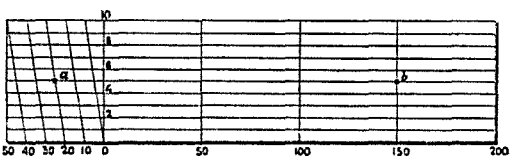
На чертежѣ 195 построена діаграмма для, такъ называемыхъ, *сотенныхъ* масштабовъ, у которыхъ наименьшее дѣленіе есть сотая доля основанія. Если основаніе принято за 100 линейныхъ единицъ, то наименьшее дѣленіе масштаба равно 1 линейной единицѣ.

На чертежѣ 196 основаніе масштаба соотвѣтствуетъ 50 линейнымъ единицамъ мѣстности. Наименьшее его дѣленіе = 1 единицѣ. Это такъ называемый *пятидесятенный* масштабъ.

Точность масштаба зависитъ отъ того, что принять за основаніе. Если дается численный масштабъ и указано что именно принимается за основаніе



Черт. 195.



Черт. 196.

линейнаго масштаба, то всегда легко найти точность масштаба, надо только знать, какова наименьшая доля основанія масштаба, различаемая невооруженнымъ глазомъ. Практика показываетъ, что *дюймъ можно дѣлить на 100 частей*, но такъ какъ 1 сажень = 84 дюйма = 48 вершковъ = 100 сотокъ, то 1 дюймъ $= \frac{48}{84}$ вершка $= \frac{100}{84}$ сотки; а слѣдовательно $\frac{1}{100}$ дюйма $= \frac{48}{84.100}$ вершка $= \frac{100}{84.100}$ сотки, или $\frac{1}{100}$ дюйма $= \frac{1}{175}$ вершка $= \frac{1}{84}$ сотки; отсюда видно, что *сотку* возможно дѣлить, хотя и съ трудомъ, на *100 частей*, а *вершокъ* на *200 частей*. Пусть данъ масштабъ $\frac{1}{8400}$ и за основаніе взятъ 1 дюймъ; слѣдовательно, въ 1 дюймѣ считается 100 саж.; находимъ точность масштаба: 1 дм. соотвѣтствуетъ 100 саженямъ, слѣдовательно $\frac{1}{100}$ дюйма соотвѣтствуетъ $\frac{100 \text{ саж.}}{100} = 1$ сажени. Для масштаба $\frac{1}{10000}$ при основаніи, равномъ сотнѣ, получаемъ ту же точность.

При основаніи, равномъ вершку, для масштаба $\frac{1}{4800}$ точность равна 0,5 сажени.

Употребленіе линейнаго поперечнаго масштаба основывается на пріемѣ его построенія,—такъ, чтобы по масштабу черт. 196 взять 175 единицъ, ножки циркуля размѣщаютъ въ точки b и a, между которыми заключается $150+5+20=175$ линейныхъ единицъ; при этомъ лѣвую ножку циркуля ставятъ на основаніе въ точку, помѣченную цифрой 20, и поднимаютъ ножку по косой линіи (транверсали) до точки a, лежащей на *пятой* параллели къ основанію, затѣмъ отодвинуть правую ножку до точки b.

§ 142. Задачи на теорію масштаба. *Задача 1-я. Наименьшая линія, встрѣчающаяся при съемкѣ мѣстности, равна* ρ *саженямъ; въ какомъ численномъ масштабѣ долженъ быть вычерченъ планъ, чтобы* ρ *саженей соотвѣтствовали точности масштаба?* Задача будетъ *неопредѣленна*, пока не будетъ указано основанія масштаба. Поэтому, пусть за основаніе принимается $\frac{1}{100}$ доля сажени (сотка) и предпола гается, что ее можно дѣлить на 100 частей.

Такъ какъ $\frac{1}{100}$ доля основанія линейнаго масштаба по условію задачи должна соотвѣтствовать ρ саженямъ мѣстности, то цѣлое основаніе очевидно будетъ соотвѣтствовать $100\ \rho$ саж.

Пусть, напримѣръ, линія мѣстности ρ дана $=0{,}03$ сажени, тогда все основаніе будетъ соотвѣтствовать $0{,}03\times 100=3$ саженямъ. Численный масштабъ будетъ $\frac{1}{300}$.

Если бы дали $\rho=2$ вершкамъ, то

$$\rho \text{ саж.}=\frac{2}{48}\text{саж.}=\frac{1}{24}\text{ сажени;}$$

тогда основаніе (сотка) должно было бы соотвѣтствовать.

$$\frac{1\text{ саж.}}{24}\times 100=\frac{100}{24}\text{ саж.}=4\frac{1}{6}\text{ саж.,}$$

и численный масштабъ былъ бы

$$\frac{1\text{ сотка}}{4\frac{1}{6}\text{ саж.}}=\frac{1\text{ сотка}}{\frac{25}{6}.\ 100\text{ сотк.}}=\frac{1}{416\frac{4}{6}}.$$

Принять въ основаніе масштаба $4^1/_6$ саж. будетъ неудобно для пользованія имъ, а потому *измѣнимъ основаніе* линейнаго масштаба такъ, чтобы основаніе соотвѣтствовало цѣлому числу саженъ, *однако не измѣняя численнаго масштаба (уменьшенія линій мѣстности)*. Чрезъ это не только все новое основаніе, но и части его будутъ соотвѣтствовать цѣлому числу саженей. Такъ какъ цѣлая сотка должна соотвѣтствовать $4^1/_6$ сажени, то опредѣлимъ, какая доля сотки будетъ соотвѣтствовать цѣлому числу, напримѣръ, 4 саженямъ? Изъ пропорціи

$$\frac{4\frac{1}{6}\text{ саж.}}{4\text{ саж.}}=\frac{1\text{ сотка}}{x\text{ сотк.}}$$

найдемъ:

$$x = \frac{4}{4\frac{1}{6}} = \frac{24}{25} = 0{,}96 \text{ сотки.}$$

Такимъ образомъ видимъ, что *удобнымъ масштабомъ* будетъ. въ 0,96 сотки 4 сажени.

Замѣчаніе. Мѣняя такимъ способомъ основаніе масштаба, мы не измѣняемъ численнаго масштаба.

$$\frac{0{,}96 \text{ сотки}}{4 \text{ саж.}} = \frac{0{,}96 \text{ сотки}}{400 \text{ сот.}} = \frac{1}{416\frac{4}{6}}.$$

Задача 2-я. Построить линейный поперечный масштабъ, соотвѣтствующій данному численному $\frac{1}{N}$ $\left(\text{напр. } \frac{1}{1500}\right)$ *такъ, чтобы наименьшее дѣленіе соотвѣтствовало* 0,5 *сажени. За основаніе взять дюймъ.*

Въ задачахъ подобнаго рода данный численный масштабъ и указанное основаніе опредѣляютъ точность масштаба (см. задачу 1-ю). И такъ какъ значеніе наименьшаго дѣленія масштаба не можетъ быть менѣе точности масштаба, то второе условіе можетъ противорѣчить двумъ остальнымъ.

Установимъ,— возможно ли при данномъ численномъ масштабѣ $\frac{1}{1500}$ и основаніи въ 1 дюймъ, чтобы значеніе наименьшаго дѣленія линейнаго масштаба соотвѣтствовало 0,5 саж., и если задача окажется возможной, то построимъ линейный масштабъ.

Намъ данъ численный масштабъ $\frac{1}{1500}$, т.-е. 1 дюйму должно соотвѣтствовать $\frac{1500}{84} = 17\frac{6}{7}$ сажени. Точность равна

$$\frac{17\frac{6}{7}}{100} = \frac{125}{7 \times 100} = 0.18 \text{ саж.}$$

Такъ какъ по условію задачи наименьшее дѣленіе должно соотвѣтствовать 0,5 саж., т.-е. представлять $\left(\frac{0{,}5}{17\frac{6}{7}} = \right)$ около $\frac{1}{36}$ доли всего основанія, т.-е. часть дюйма, большую $\frac{1}{100}$, слѣдовательно, задача возможна. Рѣшеніе показываетъ, что 1 дюймъ соотвѣтствуетъ $17^6/_7$ с.; для удобства пользованія, основаніе должно быть измѣнено. Изъ пропорціи

$$\frac{17\frac{6}{7}}{18} = \frac{1}{x}$$

найдемъ:

$$x = \frac{18}{17\frac{6}{7}} = \frac{18 \times 7}{125} = \frac{126}{125} = 1\ \frac{1}{125}\text{ дюйма.}$$

Новый масштабъ будетъ: „*въ 1* $\frac{1}{125}$ *дюйма 18 саженъ*“. Переходимъ къ построенію: такъ какъ мы желаемъ, чтобы наименьшее дѣленіе соотвѣтствовало 0,5 саж., то 18 саж. надо дѣлить на 36 частей. Число 36 разлагается на 2 множителя: $36 = 4 \times 9 = 6 \times 6 = 12 \times 3 = 2 \times 18$. Выберемъ 6×6, т.-е. раздѣлимъ основаніе въ 18 саж. на 6 частей и на перпендикулярѣ также отложимъ 6 равныхъ частей.

Масштабъ будетъ слѣдующаго вида (черт. 197).



Черт. 197.

Замѣчаніе. Если бы выбрали числа 4 и 9, то основаніе 18 саж. слѣдовало бы дѣлить на 9 частей, а не на 4, такъ какъ $\frac{18}{4} = 4^1/_2$ не даетъ цѣлаго числа, *удобнаго для употребленія* линейнаго масштаба.

Пусть данный масштабъ $\frac{1}{42000}$, и предложено построить соотвѣтствующій ему линейный такъ, чтобы наименьшее дѣленіе соотвѣтствовало 2 саженямъ. За основаніе взять дюймъ.

Рѣшеніе. Частное $42000 : 84 = 500$ показываетъ, что дюймъ долженъ соотвѣтствовать 500 саженямъ, т.-е. планъ долженъ быть начерченъ въ *верстовомъ* масштабѣ. Точность масштаба будетъ $\frac{500}{100} = 5$ саж.

По второму условію задачи наименьшее дѣленіе должно соотвѣтствовать 2 саженямъ, т.-е. оно должно быть меньше точности масштаба, равной 5 саж.; слѣдовательно, задача неосуществима при существованіи второго условія.

Задача 3-я. Планъ начерченъ въ опредѣленномъ линейномъ масштабѣ, напр., сотенномъ, и надъ нимъ стоитъ надпись „въ англійскомъ дюймѣ 100 саженъ“, *между тѣмъ по данному плану требуется опредѣлять разстоянія въ иныхъ единицахъ мѣры.* Допустимъ, что желаемъ брать разстоянія въ метрахъ, не пользуясь соотношеніемъ между метромъ и саженью.

Для рѣшенія подобнаго рода задачъ замѣтимъ, что *для полученія по той же картѣ (плану) разстояній въ иной мѣрѣ, слѣдуетъ отъ даннаго линейнаго масштаба перейти къ соотвѣтствующему ему численному масштабу, а затѣмъ по нему построить новый линейный поперечный мас-*

штабъ съ новымъ основаніемъ и пользоваться вновь построеннымъ масштабомъ. Въ нашемъ примѣрѣ численный масштабъ $\frac{1}{8400}$; по нему можно построить масштабъ *„въ 1 сантиметрѣ 84 метра“*.

Если же данъ планъ съ линейнымъ масштабомъ „въ одной соткѣ (сантиметрѣ) 100 саж. (метровъ), а желаютъ по плану измѣрять разстоянія въ футахъ, то сначала опредѣлимъ численный масштабъ; онъ будетъ $\frac{1}{10000}$. Строимъ теперь линейный масштабъ, полагая въ основаніи дюймъ. Въ 1 футѣ 12 дюймовъ, а потому 10000 дѣлимъ на 12; тогда $\frac{10000}{12} = 833\frac{1}{3}$ футовъ. Получился неудобный масштабъ въ 1 дюймѣ $833\frac{1}{3}$ фута. Измѣняемъ основаніе, чтобы оно соотвѣтствовало, напримѣръ, 800 футовъ.

1 дюймъ	$\frac{2500}{3}$ фт.
x.	800 „

Тогда

$$x = \frac{800 \times 3}{2500} = \frac{24}{25} = 0{,}96 \text{ дюйма.}$$

Новый масштабъ будетъ—„въ 0,96 дюйма 800 футовъ“; численный масштабъ (уменьшеніе линій мѣстности при нанесеніи ихъ на планъ) остался прежній

$$\frac{0{,}96 \text{ дм.}}{800.12 \text{ дм.}} = \frac{1}{10000}\ ^{1}).$$

§ 143. Переходъ отъ одного масштаба къ другому, имѣющемуся на лицо. I) Если на планѣ сдѣлано указаніе, въ какомъ масштабѣ онъ составленъ, а линейнаго *поперечнаго масштаба не начерчено*, между тѣмъ подъ руками имѣется какой-либо другой, то, пользуясь этимъ послѣднимъ, можно по плану узнавать длины линій мѣстности. При этомъ приходится дѣлать переходъ отъ одного масштаба къ другому или, какъ говорятъ, установить *„переходъ масштабовъ“*.

Если планъ начерченъ въ численномъ масштабѣ $\frac{1}{m}$, а подъ руками имѣется діаграмма, соотвѣтствующая масштабу $\frac{1}{n}$, то одна и та же линія плана въ a дюймовъ выразитъ на мѣстности при масштабѣ $\frac{1}{m}$ прямую въ am дюймовъ, а по другому (имѣющемуся подъ руками) она будетъ an дюймовъ. Числа дюймовъ am и an или, все равно, числа саженей

$$\frac{am}{84} = A \text{ и } \frac{an}{84} = A'$$

---

[1]) Подобнаго рода рѣшеніе задачи, построеніемъ діаграммы, избрано во избѣжаніе вычисленій при переводѣ однихъ линейныхъ мѣръ въ другія, пользуясь ихъ числовыми соотношеніями.

будутъ относиться между собой, какъ

$$A : A' = m : n.$$

Откуда искомое число A саж. по найденному при посредствѣ имѣющагося масштаба числу A' выразится такъ:

$$A = A' . \frac{m}{n},$$

т.-е. истинное *число* A саженъ каждой линіи плана получится, если мы найденное (по имѣющемуся подъ руками масштабу) число A' саженъ умножимъ на отношеніе знаменателей масштабовъ $\frac{m}{n}$ *(дѣйствительнаго и имѣющагося подъ руками).*

Пусть, напримѣръ, планъ начерченъ въ масштабѣ 25 саженъ въ дюймѣ, подъ руками имѣется масштабъ—въ 1 соткѣ 100 саженъ, другими словами, на планѣ данъ численный масштабъ $\frac{1}{25.84} = \frac{1}{2100}$, а имѣется подъ руками $\frac{1}{10000}$. Отношеніе $m : n = \frac{2100}{10000} = 0{,}21$. Пусть циркулемъ взята по плану линія, и по второму масштабу $\left(\frac{1}{10000}\right)$ оказалась равной, 205 саженямъ, тогда истинная длина этой линіи на мѣстности будетъ $205 \times 0{,}21 = 43{,}05$ сажени.

Задача крайне упрощается, если основанія дѣйствительнаго и имѣющагося на лицо масштабовъ одно и то же, напр. дюймъ или сотка. Напр., дѣйствительный 30 саж. въ дюймѣ, а имѣющійся на лицо 100 с. въ дюймѣ,

$$\text{тогда } \frac{m}{n} = \frac{30.84}{100.84} = 0{,}3.$$

Замѣчаніе. Если, пользуясь тѣмъ же масштабомъ, вычислимъ площадь по плану и она окажется, напримѣръ, P' квадратныхъ саженъ, то истинная площадь P фигуры найдется по извѣстной теоремѣ геометріи, что *площади подобныхъ фигуръ относятся, какъ квадраты сходственныхъ сторонъ.*

Слѣдовательно

$$\frac{P}{P'} = \frac{(A)^2}{(A')^2} = \left(\frac{m}{n}\right)^2;$$

отсюда

$$P = P' . \left(\frac{m}{n}\right)^2.$$

Пусть $P' = 300$ кв. саженямъ, находимъ

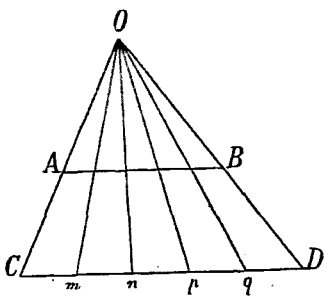
$$P = 300 \times (0{,}21)^2 = 300 \times 0{,}0441 = 3 \times 4{,}41 = 13{,}23 \text{ кв. сажени.}$$

II) Составить планъ въ 1 дюймѣ 80 саженъ, пользуясь имѣющимся на лицо—въ 1 соткѣ 100 саженъ; мѣра линіи въ A саженъ, на планѣ, въ заданномъ уменьшеніи $\frac{1}{80 \times 84} = \frac{1}{6720}$, будетъ $\frac{A}{6720} = a$. Имѣющійся на лицо масштабъ $\frac{1}{10000}$ той же длиною a на планѣ выражаетъ $a \times 10000$ саж. на мѣстности, т.-е. $A' = \frac{A}{6720} \cdot 10000 = A\frac{10000}{6720}$ саж.

Вообще же, если $\frac{1}{6720} = \frac{1}{m}$, а $\frac{1}{10000} = \frac{1}{n}$, то $A' = A\frac{n}{m}$, или опять $A : A' = m : n$. На практикѣ, пользуясь сотеннымъ масштабомъ, достаточно просто знать a до 0,0001 (сотыхъ долей—сотки). Напр., $A = 690$ саж., тогда $a = 690 : 6720 = 0{,}1027$, т. е. $a = 10{,}27$ сотокъ (на планѣ).

Задачи на переходъ отъ одного масштаба къ другому имѣютъ большое сходство съ предыдущей задачей: оба рода задачъ основываются на отысканіи численнаго масштаба по заданному линейному, и задачу № 3 можно разсматривать, какъ частный случай общей задачи о переходѣ отъ одного масштаба къ другому.

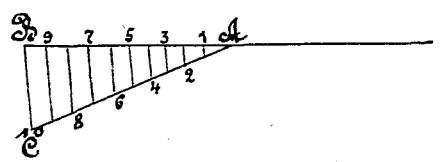
§ 144. Пріемъ раздѣленія основанія масштаба на заданное число частей. При построеніи поперечнаго масштаба приходится основаніе масштаба (сотку, вершокъ, дюймъ) дѣлить на 10, 20 и т. п. заданное число частей. Такое дѣленіе можетъ быть сдѣлано на основаніи задачи элементарной геометріи о дѣленіи линіи на заданное число равныхъ частей [1]). Болѣе точное построеніе въ этой задачѣ достигается лучше всего слѣдующимъ способомъ: проводится линія, параллельная основанію и на ней откладывается цѣлое число произвольныхъ, но равныхъ частей (на которое желаютъ раздѣлить основаніе). Положимъ, что (черт. 198) основаніе есть линія AB, а CD—линія, ей параллельная; основаніе требуется раздѣлить на 5 частей. Отложимъ на CD пять произвольныхъ, но равныхъ между собою частей, соединимъ C съ A и B съ D; на продолженіи линій CA и DB получимъ точку O. Съ ней соединимъ всѣ точки отложенія m, n, p и q, тогда линія AB разобьется на требуемое число равныхъ частей.



Черт. 198.

---

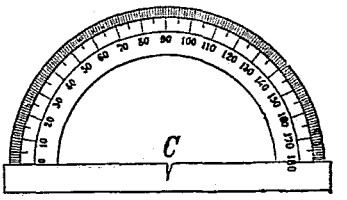
[1]) т.-е., проведя черезъ одинъ изъ концовъ A основанія AB подъ произвольнымъ угломъ прямую AC, отложить на этой прямой отъ ея начала (конца основанія) 10, 20,..... (вообще заданное) число произвольныхъ равныхъ между собою частей (на которое желаютъ раздѣлить основаніе) и, соединивъ затѣмъ конецъ C послѣдней отложенной части со вторымъ концомъ B основанія, провести къ этой линіи BC черезъ всѣ точки отложенія параллели, которыя и разсѣкутъ основаніе AB на заданное число частей.



§ 145. Повѣрка изготовленнаго поперечнаго линейнаго масштаба. Повѣрка заключается въ томъ, что съ помощью циркуля убѣждаются въ равенствѣ линій, соотвѣтствующихъ основанію масштаба $AB = BC = ...$ (черт. 194), а затѣмъ въ равенствѣ долей основанія

$$Ap = pq = ..., \quad Aq = pr = qs = ..., \quad TD = sB = 2\,ov \text{ и т. д.}$$

§ 146. Транспортиръ, его устройство и повѣрка. Транспортиръ служитъ для опредѣленія градусной величины угловъ, построенныхъ на бумагѣ, а также для нанесенія на планъ при данной точкѣ на прямой линіи угловъ, измѣренныхъ на мѣстности. *Простой транспортиръ* состоитъ изъ полукруга (отъ 2 до 7 дюймовъ въ діаметрѣ), соединеннаго съ линейкою, одно изъ реберъ которой совпадаетъ съ діаметромъ полукруга. На этомъ ребрѣ отмѣчается центръ C полукруга (черт. 199). На самой же линейкѣ гравируется масштабъ. Въ зависимости отъ размѣровъ діаметра, полукругъ въ 180^0 дѣлится на отдѣльные градусы или полуградусы. Подпись дѣленій, какъ указано на чертежѣ, ведется отъ 0, поставленнаго на діаметрѣ, до 180^0 (азимутальная [1]), или отъ обоихъ концовъ діаметра до 90^0 (румбическая). Передъ употребленіемъ транспортира слѣдуетъ повѣрить: 1) *равенство* нанесенныхъ на него градусныхъ *дѣленій*, 2) *параллельность діаметра полукруга нижнему ребру линейки* и 3) *представляетъ ли собою наружная кривая транспортира окружность съ центромъ, намѣченнымъ на верхнемъ ребрѣ линейки.*



Черт. 199.

Равенство дѣленій повѣряется съ помощью циркуля *равными хордами*, т. е. взявъ, напр., въ растворъ циркуля хорду отъ 0^0 до 20^0, пробуютъ, будетъ ли она равна хордамъ отъ 20^0 до 40^0, отъ 40^0 до 60^0 и т. д. до 180^0, а также отъ 1^0 до 21^0, отъ 21^0 до 41^0 и т. д., затѣмъ отъ 2^0 до 22^0 и т. п.

Параллельность діаметра 0^0—180^0 нижнему краю линейки можно обнаружить слѣдующимъ образомъ. Начертивъ на бумагѣ прямую, совмѣщаютъ съ ней діаметръ 0^0—180^0, а къ нижнему ребру линейки транспортира прикладываютъ треугольникъ съ линейкою. Отнявъ транспортиръ и прижавъ рукою линейку, передвиженіемъ треугольника по линейкѣ убѣждаются—проходитъ ли ребро треугольника черезъ начерченную прямую. При несоблюденіи этого условія транспортиръ можно употреблять для нанесенія угловъ на бумагу, но онъ уже будетъ малоудобенъ.

Третье условіе повѣряется такъ. Очерчиваютъ на бумагѣ внѣшній край транспортира по кривой и, отмѣтивъ мѣсто центра, убѣждаются, пользуясь циркулемъ съ карандашемъ, — совмѣщается ли очерченная по

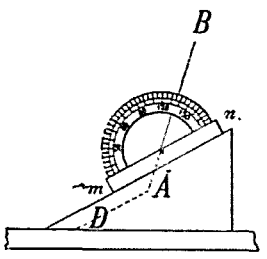
---

[1]) Иногда концентрически съ надписью отъ 0^0 до 180^0 (или 200 gr.) идетъ вторая надпись отъ 180^0 до 360^0 (400 gr.). Встрѣчаются круглые траспортиры въ видѣ полнаго круга (см. напр., каталоги *Г. Герляха* въ Варшавѣ).

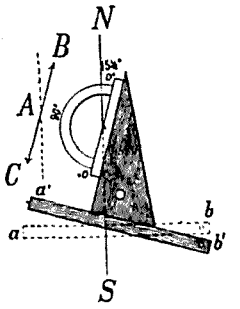
транспортиру внѣшняя полуокружность съ проведенною карандашемъ циркуля. Если условіе не выполняется, транспортиръ не годенъ къ употребленію.

§ **147. Употребленіе транспортира.** а) *Опредѣленіе градусной величины угла, нанесеннаго на бумагу*, заключается въ томъ, что центръ транспортира совмѣщаютъ съ вершиною угла и въ то время, когда радіусъ, проходящій черезъ 0°, совмѣстится съ одною изъ сторонъ даннаго угла, прочитываютъ у другой стороны угла градусную подпись, которая и будетъ соотвѣтствовать данному углу. Четверти градуса оцѣниваются на глазъ, какъ половины нанесенныхъ полуградусныхъ дѣленій.

б) Для *построенія угла данной величины*, напр., въ 136°, на данной линіи *AB* (черт. 200), при точкѣ *A*, слѣдуетъ совмѣстить данную прямую *AB* со штрихомъ, подписаннымъ 136° и съ центромъ транспортира, какъ указано на чертежѣ, къ внѣшнему ребру линейки транспортира *mn* при-



Черт. 200.



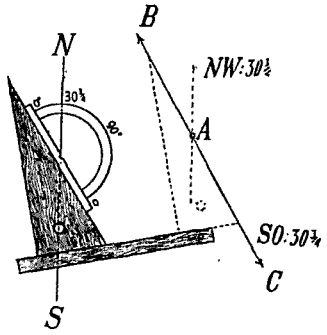
Черт. 201.

ложить треугольникъ съ чертежною линейкою и подвигать треугольникъ по этой линейкѣ до тѣхъ поръ, пока гипотенуза треугольника пройдетъ черезъ данную точку *A*. Проведя по ребру треугольника прямую *DA*, построимъ уголъ $DAB = 136°$.

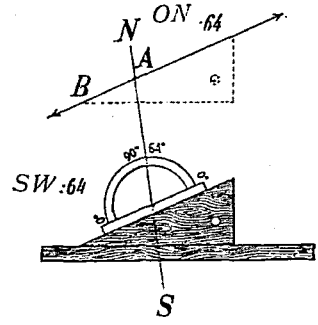
в) *Проведеніе на бумагѣ простымъ транспортиромъ линій подъ заданнымъ румбомъ* дѣлается такъ: по серединѣ листа планной бумаги проводятъ прямую *NS*, изображающую магнитный или истинный меридіанъ (черт. 201) и перпендикулярно къ ней кладутъ линейку *ab*. Къ линейкѣ *ab* придвигается треугольникъ, а къ треугольнику вплотную прижимается лежащій на бумагѣ транспортиръ, при томъ такъ, чтобы чертежникъ пальцами лѣвой руки всегда бы могъ удобно и достаточно крѣпко прижать къ столу линейку, а къ ней треугольникъ съ транспортиромъ. Опытъ даетъ слѣдующее правило болѣе удобнаго размѣщенія линейки, треугольника и транспортира въ зависимости отъ числа градусовъ румба: 1) для проведенія двухъ взаимно противоположныхъ румбовъ, т. е. *NO* и *SW*, или *NW* и *SO*, размѣщеніе линейки, треугольника и транспортира одинаково, 2) линейка должна по возможности всегда лежать внизу чертежа приблизительно перпендикулярно къ меридіану, а этого возможно достигнуть, если *при числѣ градусовъ румба отъ 0° до 90° будемъ меридіанъ пере-*

сыкать длиннымъ катетомъ треугольника, къ длинному катету будемъ прикладывать діаметръ транспортира, *а линейку придвигать къ короткому катету*, какъ это сдѣлано на чертежѣ 201 въ предположеніи, что отъ точки A на бумагѣ наносится линія AB подъ румбомъ NO: $15^{1}/_{4}{}^{0}$ или, все равно, AC подъ румбомъ SW: $15^{1}/_{4}{}^{0}$. *Если число градусовъ въ румбѣ заключается между 20^{0} и 45^{0}, то меридіанъ переѣкается гипотенузою* треугольника, къ гипотенузѣ прикладывается транспортиръ, *а линейка придвигается къ короткому катету* (черт. 202).

Наконецъ, *если число градусовъ румба лежитъ между 45^{0} и 90^{0}, то меридіанъ переѣкаютъ гипотенузою, а линейку прикладываютъ къ длинному катету* (черт. 203).



Черт. 202.

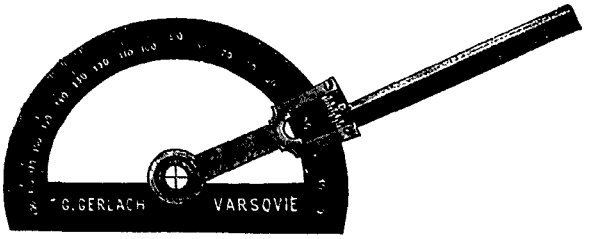


Черт. 203.

Изъ приведеннаго выше правила и чертежей 201—203 видно, что, уложивъ на бумагу треугольникъ, линейку и транспортиръ и *удерживая ихъ въ соприкосновеніи между собою лѣвою рукою*, вращаютъ всѣ три инструмента заразъ такъ, чтобы центръ транспортира и штрихъ, соотвѣтствующій числу градусовъ румба, находились на прочерченномъ меридіанѣ NS. Достигнувъ этого, отодвигаютъ правою рукою транспортиръ и, удерживая лѣвою рукою линейку неподвижно прижатою къ столу, продвигаютъ по линейкѣ треугольникъ до тѣхъ поръ, пока пересѣкавшее меридіанъ ребро треугольника пройдетъ черезъ точку A плана. Линія AB (или AC), прочерченная карандашемъ на бумагѣ, будетъ проведена подъ заданнымъ румбомъ (или азимутомъ, перечисленнымъ на румбъ). Чтобы прочесть число градусовъ въ румбѣ заданной линіи, прикладываютъ къ ней треугольникъ, а къ треугольнику линейку, подвигаютъ по линейкѣ треугольникъ до пересѣченія его катета (или гипотенузы) съ меридіаномъ (черт. 201) и, приложивъ къ катету транспортиръ, передвигаютъ его вдоль катета до тѣхъ поръ, пока центръ транспортира совпадетъ съ меридіаномъ. Въ точкѣ пересѣченія меридіана съ полукругомъ читаютъ число градусовъ въ румбѣ.

Кромѣ простого транспортира *существуютъ транспортиры съ алидадою и ноніусомъ* (черт. 203 bis), точность верньера которыхъ колеблется 1—5 минутъ. Если алидада вращается въ центрѣ полнаго круга, то она имѣетъ два ноніуса; но чаще встрѣчаются транспортиры въ видѣ полу-

круга и квадранта. Точность построенія угла такими транспортирами доходитъ для транспортира съ одноминутнымъ ноніусомъ до 5 минутъ.



Черт. 203 bis.

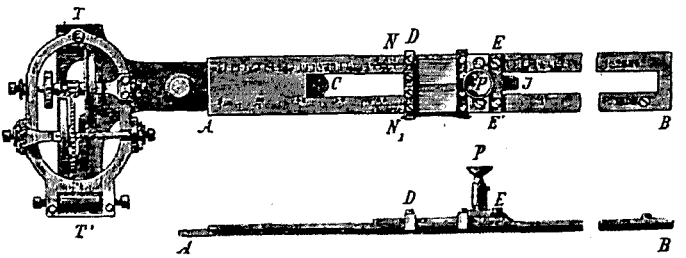
Отъ краевъ алидады слѣдуетъ требовать, чтобы они были параллельны между собою и съ линіею, соединяющею центръ транспортира съ 0-мъ ноніуса, т. е. при совмѣщеніи нуля ноніуса съ нулевымъ діаметромъ транспортира, необходимо, чтобы края алидады были параллельны краямъ нижней линейки транспортира, а при совмѣщеніи 0 ноніуса съ 90^0 транспортира края алидады были перпендикуляры къ краямъ нижней линейки. Повѣрка дѣлается помощію линейки и треугольника и при помощи двухъ взаимно перпендикулярныхъ линій, заранѣе начерченныхъ на бумагѣ, совершенно сходнымъ пріемомъ, которымъ производились повѣрки простого транспортира.

Приборъ для накладки плановъ, — вѣнскій тахеометрическій транспортиръ—колесико. (Roll—Transporteur).

Въ описываемомъ ниже приборѣ углы при нанесеніи ихъ на планъ откладываются по своей величинѣ посредствомъ прокатыванія колесика прибора по поверхности бумаги, при чемъ самъ приборъ весь вращается около неподвижнаго полюса.

Простота при употребленіи и точность даваемыхъ результатовъ этимъ приборомъ, изготовляемымъ фирмой *Штарке и Камереръ* въ Вѣнѣ, дала ему возможность получить широкое распространеніе въ Австріи.

Приборъ изготовляется въ двухъ видахъ. Черт. 199 bis 1 и 2 изобража-

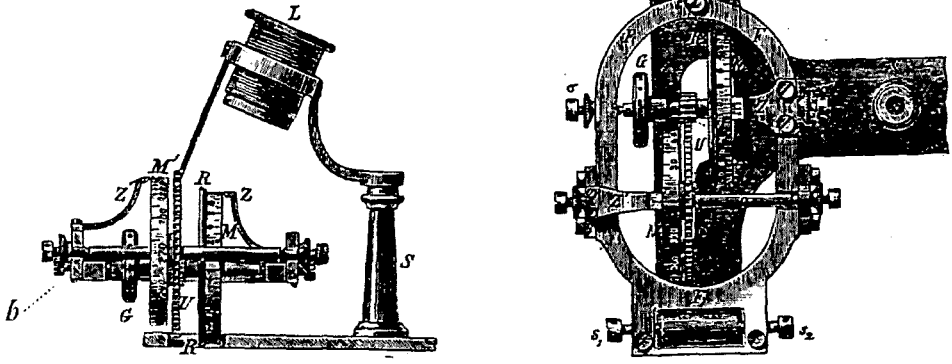


Черт. 199 bis 1 и 2.

ютъ приборъ перваго вида въ $^1/_4$ натуральной его величины. Здѣсь *C*—полюсъ вращенія линейки *AB*, на которой можно откладывать разстоянія 2—300 м/м. въ двухъ масштабахъ. Масштабы могутъ быть взяты произвольные; на имѣющихся въ продажѣ готовыхъ приборахъ масштабы такіе: 1 : 1000 и

1 : 2880 или 1 : 1000 и 1 : 2500. На линейкѣ скользятъ салазки DE съ двумя ноніусами N и N_1; съ салазками скрѣпленъ указатель J, который опускается до самой бумаги. Между нимъ и ноніусами расположена наколка P для обозначенія пунктовъ.

Приборъ для измѣренія угловъ (колесо-транспортиръ) TT' (черт. 199 bis 1) отдѣльно изображенъ на черт. 199 bis 3 и 4, въ $^1/_2$ натуральной величины. Находящееся на бумагѣ колесо R (которое легко вращается около оси b), прокатываясь, откладываетъ величину даннаго угла, градусная величина котораго одновременно отсчитывается по прибору. Барабанъ M' даетъ величины угловъ 0—360° черезъ 10°; соединенный съ колесомъ R второй барабанъ M заключаетъ въ себѣ 60° и раздѣленъ на цѣлые градусы; а надписи между десятками обозначены 0, 2, 4, 6, 8, 0; при помощи находящагося



Черт. 199 bis 3 и 4.

при немъ указателя Z градусъ можно дѣлить на шесть частей, т. е. онъ даетъ десять минутъ, а по оцѣнкѣ на глазъ одну минуту.

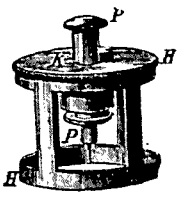
При примѣненіи прибора будемъ предполагать, что центръ для нанесенія угловъ и разстояній, а также направленіе, отъ котораго считаются углы,—даны. Въ данной точкѣ вставляется иголка, служащая полюсомъ вращенія прибора. Чтобы производить это дѣйствіе скоро, увѣренно и точно, служитъ маленькій и дополнительный приборъ, съ помощью котораго иголка втыкается точно перпендикулярно въ бумагу. На черт. 199 bis 5 этотъ приборъ представленъ въ $^1/_2$ натуральной величины. Легко движущійся пистонъ P, помѣщающійся въ крышкѣ K прибора H, имѣетъ на нижнемъ своемъ концѣ тоненькое отверстіе, въ него помѣщается цилиндрическая часть иголки, такихъ иглъ при каждомъ аппаратѣ нѣсколько. Послѣ того какъ иголка вставлена въ пистонъ, а этотъ послѣдній такъ направленъ, что его головка продвинута къ поверхности крышки K, ставятъ остріе иголки точно въ точку стоянія (держа приборъ параллельно бумагѣ), а затѣмъ приборъ ставятъ нижней рамкой на бумагу. При этомъ его держатъ такъ, чтобы пистонъ свободно двигался вверхъ.

Убѣдившись еще разъ, что остріе иголки точно вставлено въ требуемое мѣсто, придавливаютъ одной рукой корпусъ прибора къ бумагѣ,

и въ то же время другой рукой *надавливаютъ посредствомъ пистона P на иголку. Надавливаніе производятъ до тѣхъ поръ, пока игла не пройдетъ черезъ бумагу и чертежную доску, при томъ настолько глубоко, чтобы коническій конецъ ея весь ушелъ въ бумагу.* Затѣмъ приборъ снимаютъ, и иголка стоитъ крѣпко воткнутой въ бумагу; для вытаскиванія воткнутої въ бумагу иглы служатъ маленькіе щипчики.

Очень важно, чтобы доска, на которой положена бумага, представляла плоскость и была бы сдѣлана изъ мягкаго не суковатаго дерева. Особенно рекомендуется здѣсь липа. Послѣ того, какъ иголка вставлена, накладываютъ на нее отверстіемъ *C* (черт. 1) аппаратъ, который теперь около нея и можетъ вращаться, какъ около полюса.

Послѣ того, какъ указатель *J* приведенъ въ совмѣщеніе съ начальнымъ направленіемъ, устанавливаютъ счетный механизмъ и барабанъ *M* колеса-транспортира на отсчетъ, имѣющійся въ журналѣ для этого направленія, напр. 254°37′. Чтобы этого достигнуть нужно поднять рамку *F* (черт. 4), на которой утвержденъ счетный механизмъ, не много повернуть ее около оси S_1 S_2, вблизи винта *S*, такъ чтобы колесо *R* не касалось бумаги; затѣмъ, вращая колесико *U*, наглухо скрѣпленное съ осью вращенія барабана *M′*, приводятъ указатель *Z′* на 250-й штрихъ барабана *M′*, при чемъ на барабанѣ *M* какой-нибудь нулевой штрихъ подходитъ къ нульпункту указателя *Z*.—Опустивъ рамку *F* обратно до соприкосновенія колеса съ бумагой, вращаютъ колесо далѣе до тѣхъ поръ пока указатель *Z* барабана *M* не покажетъ 4°37′. Чтобы произвести это вращеніе съ должной осторожностью и точностью, вставляютъ шпильку въ отверстія шейбы *G*, которая скрѣплена съ осью колеса *R*. Посредствомъ штифта достигается плавная установка барабана. Нужно замѣтить, что, кромѣ поверхностей барабановъ и указателей, нельзя также трогать руками и стальной ободокъ колеса *R*. Всякое большое передвиженіе счетнаго механизма, если его желаютъ произвести отъ руки, должно осуществляться посредствомъ колесика *U*.



Черт. 199 bis 5.

Теперь можно сказать, что все приготовлено для нанесенія разстояній и угловъ.

На линейкѣ откладываютъ первое разстояніе и двигаютъ колесо-транспортиръ около полюса на величину, соотвѣтствующую первому углу, и отмѣчаютъ первую точку при помощи иголки *P* (черт. 1 и 2). Такимъ же путемъ наносятъ всѣ точки, полученныя съ данной станціи.

Повѣрка прибора. 1. Описанный приборъ долженъ при вращеніи линейки на 360° показывать на колесѣ-транспортирѣ также поворотъ на 360°. *Эта установка зависитъ отъ употребляемаго сорта бумаги, и поэтому нужно передъ употребленіемъ извѣстнаго сорта бумаги, произвести повѣрку на этой бумагѣ.* Такъ какъ обыкновенно при съемкахъ каждый техникъ употребляетъ свой опредѣленный сортъ бумаги, то и опредѣленіе цѣны дѣленія транспортира не нужно слишкомъ часто производить. Опредѣленіе это дѣлается такъ. Ставятъ указатель *J* (черт. 1) на максималь-

номъ разстояніи отъ полюса на опредѣленной прямой, отсчитываютъ показаніе транспортира, вращаютъ медленно аппаратъ на 360° около полюса до совмѣщенія J съ первоначальной точкой, и снова отсчитываютъ транспортиръ. Второй отсчетъ долженъ быть тождественъ съ первымъ. Если этого нѣтъ, то разстояніе колеса R отъ полюса нужно соотвѣтственно исправить. Если второй отсчетъ больше перваго, то колесо нужно удалить отъ полюса. Это производится помощью передвиженія рамки F (черт. 4) параллельно направленію линейки, посредствомъ винтиковъ S_1 и S_2.

Колесо придвигается къ полюсу, когда S_1 отпускаютъ и S_2 завинчиваютъ, удаляется же оно отъ полюса въ обратномъ случаѣ. *Нужно замѣтить, что исправительные винты не должны быть туго завинчены, чтобы не затруднять вращенія, но съ другой стороны ихъ нужно настолько крѣпко затягивать, чтобы рамка F держалась между концами винтовъ S_1 и S_2 крѣпко и безъ колебаній.* Одинъ оборотъ исправительныхъ винтовъ S_1 и S_2 (черт. 4) соотвѣтствуетъ измѣненію на 67′. Одна минута исправленія соотвѣтствуетъ, слѣдовательно, $^1/_{67}$ оборота винта, при чемъ нужно замѣтить, что это значеніе вслѣдствіе разныхъ вліяній не всегда точно. Не надо смущаться этимъ обстоятельствомъ такъ же, какъ и небольшими колебаніями колесика относительно полюса; практическія изслѣдованія показали, что послѣ нѣкотораго упражненія и навыка быстро и легко можно придти къ намѣченной цѣли.



Черт. 6.

2. При установкѣ салазокъ на линейкѣ на опредѣленную мѣру, разстояніе наколотой точки отъ полюса должно строго равняться этой мѣрѣ.

3. C, J (черт. 1) и наколотая точка должны лежать на одной прямой, гдѣ бы ни находились салазки вдоль линейки.

Такъ какъ установка 2 и 3 производятся на фабрикѣ весьма тщательно и при аккуратномъ обращеніи съ аппаратомъ не разстраиваются, то и о методахъ повѣрокъ больше не приходится что-либо говорить.

Второй видъ прибора [1]). Въ этомъ аппаратѣ (черт. 6) вмѣсто широкой линейки L съ салазками DE (черт. 1 и 2) имѣется узкая линейка, на скошенномъ краѣ которой нанесенъ только одинъ родъ дѣленій (въ имѣющихся въ продажѣ приборахъ 1 : 1000 или 1 : 8400). Центръ отверстія, изображающаго полюсъ вращенія, лежитъ въ этомъ случаѣ точно на краю линейки въ видѣ ушка, и начало дѣленій совпадаетъ съ центромъ отверстія. Установка на начальное направленіе производится черезъ совмѣщеніе дѣленнаго края линейки съ этимъ направленіемъ, и намѣчаются пункты—путемъ ручной наколки.

Соотвѣтственно съ малыми размѣрами линейки и колесо-транспортиръ имѣетъ меньшіе размѣры, а колесо только 30$^{\partial}$ [2]). Способъ и точность отсчитыванія угловъ такіе же, какъ и въ большихъ аппаратахъ. Бо́льшія

---

[1]) Имѣется въ геодезическомъ кабинетѣ Межевого Института.

[2]) Полные обороты колеса отсчитываются по циферблатту плоскаго кружка K.

передвиженія колесика R счетнаго механизма достигаются всегда вращеніемъ оси R, при чемъ шейбу G поворачиваютъ просто пальцами. О точной установкѣ барабана и отсчитываніи угловъ и разстояній было уже сказано при описаніи 1-го вида [1]) прибора. Повѣрки производятся такъ-же, какъ и при большихъ аппаратахъ.

§ 148. Накладка плана по координатамъ. Приступая къ накладкѣ полигона по вычисленнымъ координатамъ, обращаютъ прежде всего вниманіе на то,—можетъ ли вычисленный полигонъ помѣститься на имѣющемся подъ руками листѣ бумаги въ заданномъ масштабѣ. Для этого опредѣляютъ размѣры полигона, т. е. находятъ наибольшее его протяженіе по оси x-овъ и по оси y-овъ. Понятно, что сумма абсолютныхъ величинъ наибольшей положительной и наибольшей отрицательной абсциссъ дадутъ протяженіе полигона по оси x-овъ, а сумма абсолютныхъ величинъ наибольшей положительной и наибольшей отрицательной ординатъ дадутъ размѣры полигона по оси y-овъ.

Въ нашемъ числовомъ примѣрѣ § 118 мы имѣли наибольшія *(max.)* координаты.

$$+x_{max.} = +245{,}96 \quad \text{и} \quad -x_{max.} = -156{,}37$$
$$+y_{max.} = +174{,}81 \quad \text{и} \quad -y_{max.} = -\ 38{,}73,$$

а потому размѣры полигона будутъ:

по оси x-овъ . . . . . 402,33 саж.
по оси y-овъ . . . . . 213,54 саж.

что при масштабѣ 50 саж.

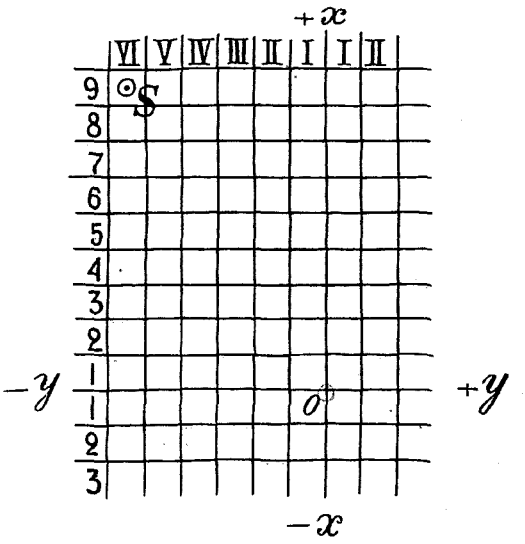
$$\left\{\begin{array}{l}\text{въ соткѣ (0,01 саж.)}\\ \text{или дюймѣ}\end{array}\right\} \text{даетъ} \left\{\begin{array}{ll}\text{по оси } x\text{-овъ} & 9\\ \text{по оси } y\text{-овъ} & 5\end{array}\right\} \text{сотокъ или дюймовъ.}$$

Опредѣливъ размѣры полигона, подбираютъ подходящихъ размѣровъ бумагу и проводятъ на ней направленіе осей координатъ; при этомъ назначеніи на бумагѣ начала координатъ сообразуются съ максимальными величинами положительныхъ и отрицательныхъ координатъ, дабы полигонъ симметрично помѣстился на бумагѣ. Съ этою цѣлію дѣлятъ $\left\{\begin{array}{c}+245{,}96\\ \text{и}\\ -\ 38{,}73\end{array}\right\}$ на 50 и узнаютъ число сотокъ (или дюймовъ) въ наибольшей положительной абсциссѣ и наибольшей отрицательной ординатѣ; числа эти будутъ

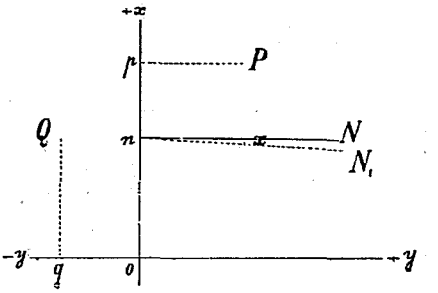
[1]) *Колесо-транспортиръ примѣняется также и при другихъ построеніяхъ*; описаніе, а также изслѣдованія о точности аппарата можно найти въ отчетѣ подполковника Г. Гартля о государственной съемкѣ Греціи (Mitt. d. k. u. k. Milit.—gegr. Inst., Band XII, 1892).

8,9 и 0,77. Отложивъ по лѣвому и правому краю листа сверху внизъ [1]) по 8,9, или круглымъ числомъ по 9 сотокъ (или дюймовъ), получаютъ двѣ точки, опредѣляющія направленіе оси y-овъ. Прочертивъ ось y-овъ, на ней отъ лѣваго края бумаги [2]) откладываютъ 0,77 или круглымъ числомъ одну сотку (дюймъ), чрезъ что получаютъ *начало координатъ на бумагѣ;* черезъ него проводятъ меридіанъ или ось x-овъ, перпендикулярно къ оси y-овъ.

Если же окажется, что полигонъ *не* можетъ помѣститься на одномъ листѣ, то разбиваютъ на каждомъ листѣ бумаги сѣтку квадратовъ, напр., со стороною квадрата въ 5 сотокъ (дюймовъ). Точно разбить сѣтку квадратовъ затруднительно, и тщательность геометрической разбивки отнимаетъ массу времени, поэтому, когда требуется разбить не одинъ листъ на квадраты, предпочитаютъ имѣть для этого особыя спеціальныя приспособленія; такъ Межевой Институтъ имѣетъ спеціально для него приготовленную механикомъ Вольцемъ (Max Wolz in Bonn a/Rh.) чугунную раму см. стр. 283 съ плоскими бляшками черезъ 5 дюймовъ и рама снабжена тонкою стальною линейкою (хорошо вывѣренной), которая поочередно прикладывается къ бляшкамъ и допускаетъ проводить по ней прямыя, отстоящія другъ отъ друга на 5 дюймовъ. Механикъ G Coradi (Zürich) рекомендуетъ спеціальный инструментъ „координатографъ“,



Черт. 204.



Черт. 205.

помѣщающійся на особомъ столѣ, для построенія сѣтки квадратовъ. Такой приборъ можно, напр., видѣть въ геодезическомъ кабинетѣ Межевого и Сельско-Хозяйственнаго Институтовъ въ Москвѣ. Для удобства нанесенія точекъ полигона квадраты сѣтки перенумеровываютъ симметрично отъ направленія осей координатъ въ обѣ стороны и получаютъ *ряды* квадратовъ, параллельные оси y-овъ,—на чертежѣ 204-омъ они обозначены арабскими цифрами и *колонны* квадратовъ, параллельныя оси x-овъ (черт. 204), обозначенныя римскими цифрами. Сѣтку квадратовъ разбиваютъ на листѣ

---

[1]) и [2]) Отъ линіи рамки, оставляя мѣсто для необходимыхъ надписей на планѣ.

бумаги также и въ томъ случаѣ, когда подъ руками не имѣется штангенъ-циркуля (§ 137, черт. 192), дозволяющаго брать большія разстоянія сразу по масштабу.

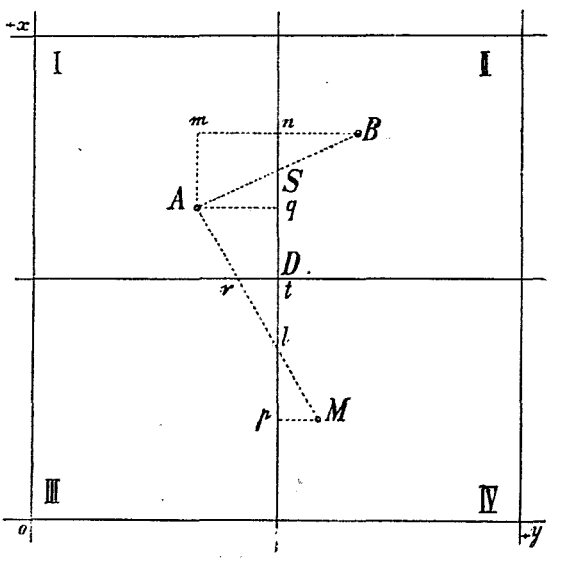
При нанесеніи точки по координатамъ сперва опредѣляется та четверть, въ которой лежитъ точка относительно осей, что дѣлается на основаніи знаковъ координатъ, а затѣмъ откладывается большее разстояніе *op* (черт. 205) по оси *ox* и въ точкѣ *p* возставляютъ перпендикуляръ *pP*, на которомъ откладывается меньшая координата *pP*, т.-е. *большую координату откладываютъ на ея оси, а меньшую — на возстановленномъ къ ней перпендикулярѣ* (параллели къ другой оси), основываясь на томъ соображеніи, что чѣмъ длиннѣе перпендикуляръ, тѣмъ дальше будетъ отстоять точка N_1 отъ истиннаго положенія N вслѣдствіе неизбѣжной ошибки x при построеніи перпендикуляра nN (черт. 205). При существованіи же квадратовъ, прежде всего по знакамъ координатъ точки опредѣляется четверть, а затѣмъ уже самый квадратъ, въ которомъ точка лежитъ. Для этого дѣлятъ x и y на величину a стороны квадрата, выраженную въ саженяхъ, сообразно съ масштабомъ плана, и къ частнымъ прибавляютъ по единицѣ.

Пусть, напр., $x = +2225{,}16 \qquad y = -1367{,}19$
$a = 250;$

тогда четверть, въ которой лежитъ точка, будетъ *NW* (нордъ-вестъ). Выполнивъ дѣленіе, имѣемъ

$$\frac{2225{,}16}{250} = 8; \qquad \frac{1367{,}19}{250} = 5,$$

слѣдовательно, квадратъ, въ которомъ лежитъ данная точка, находится въ $(8+1) = 9$-мъ ряду и $(5+1) = $ VI-й колоннѣ.



Черт. 206.

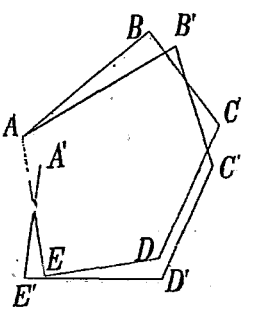
На чертежѣ 204-мъ намѣчена точка *S*, согласно полученныхъ (отъ дѣленій x и y на a) остатковъ $+225{,}16$ и $-117{,}19$ въ 9-мъ ряду и VI й колоннѣ.

Если случится, что одна конечная точка *A* (черт. 206) прямой нанесена на I-мъ листѣ, а другая *B* на II-мъ или, напр., *M* на IV-мъ, то необходимо на листахъ намѣтить точки пересѣченія этой линіи (опредѣляемой нанесенными точками) со сторонами крайнихъ квадратовъ (черт. 206) каждаго листа. Точки эти *S*, *r* и *l*, какъ показываетъ чертежъ, опредѣлятся сторонами подобныхъ треугольниковъ *AmB* и *BnS*, а также *Alq*, *lpM*, *rlt*. Изъ этихъ треугольниковъ найдутся

nS, rt и tl по координатамъ точекъ A, B, M и D. Напримѣръ, $nS = Am.\frac{nB}{mB}$ или $nS = \frac{x_B - x_A}{y_B - y_A}.\ nB$, но nB есть не что иное, какъ $y_B = a.\ k$, гдѣ a — сторона квадрата, а k число квадратовъ, предшествующее точкѣ B.

Послѣ нанесенія вершинъ полигона на бумагу онѣ соединяются прямыми въ томъ порядкѣ, въ какомъ онѣ находятся на земной поверхности, послѣ чего повѣряются мѣры линій и румбы нанесенныхъ сторонъ.

§ 149. Накладка фигуры простымъ транспортиромъ. Если координаты не вычислены, то накладка фигуры дѣлается транспортиромъ. Такъ какъ углы между линіями мѣстности вполнѣ опредѣляютъ взаимное положеніе этихъ линій, то естественнымъ казалось бы накладывать сомкнутый полигонъ $ABCDEA$ (черт. 207) по внутреннимъ *исправленнымъ* угламъ A, B, C,...E и мѣрѣ линій. Однако можно показать, что *накладка по румбамъ выгоднѣе накладки по внутреннимъ угламъ фигуры, такъ какъ въ первомъ случаѣ—по румбамъ—мы ближе подойдемъ къ той фигурѣ, которую долженъ былъ бы по теоріи имѣть на бумагѣ наложенный полигонъ*, чѣмъ во второмъ случаѣ.



Черт. 207.

Производство накладки транспортиромъ ломаной линіи по румбамъ заключается въ томъ, что проводятъ по серединѣ листа сверху внизъ меридіанъ NS (черт. 208 см. стр. 286) и, намѣтивъ на немъ начальную точку A такъ, чтобы фигура пришлась по серединѣ листа и расположилась симметрично относительно меридіана, строятъ румбъ первой линіи AB, согласно пункта в) въ § 147, послѣ чего по масштабу откладываютъ длину AB. Приложивъ вновь транспортиръ къ меридіану, проводятъ линію BC', и такъ поступаютъ до тѣхъ поръ, пока нанесутъ послѣднюю линію $E'A'$ (черт. 207 и 208).

Опытъ показываетъ, что какъ бы ни старался съемщикъ или опытный чертежникъ тщательно и аккуратно наложить обойденный полигонъ на бумагу, т.-е. послѣдовательно нанести углы и длины линій, всегда оказывается, что *конечная точка A' послѣдней наложенной линіи $E'A'$ не совпадаетъ съ начальной точкой A линіи AB', откуда начата накладка полигона.* Такимъ образомъ на бумагѣ *не получается сразу сомкнутая фигура $ABCDEA$*, и *мы можемъ только воображать ее себѣ.* На бумагѣ въ дѣйствительности оказывается разомкнутый полигонъ $AB'C'D'E'A'$, болѣе или менѣе уклоняющійся отъ истиннаго $ABCDEA$ (воображаемаго нами). Уклоненія AA', BB', CC'.... происходятъ отъ *неизбѣжныхъ погрѣшностей*, сопровождающихъ дѣйствія съемщика (въ полѣ) и чертежника (при построеніи фигуры).

На бумагѣ изъ всѣхъ этихъ уклоненій *будетъ видимо глазомъ единственное* AA', которое принято называть *„невязкою фигуры“*. Измѣривъ по масштабу линію AA', пришедшуюся на весь периметръ $P = AB + BC + \ldots$ полигона, опредѣляютъ отношеніе $\frac{AA'}{P}$, придавъ ему видъ $\frac{1}{K}$,

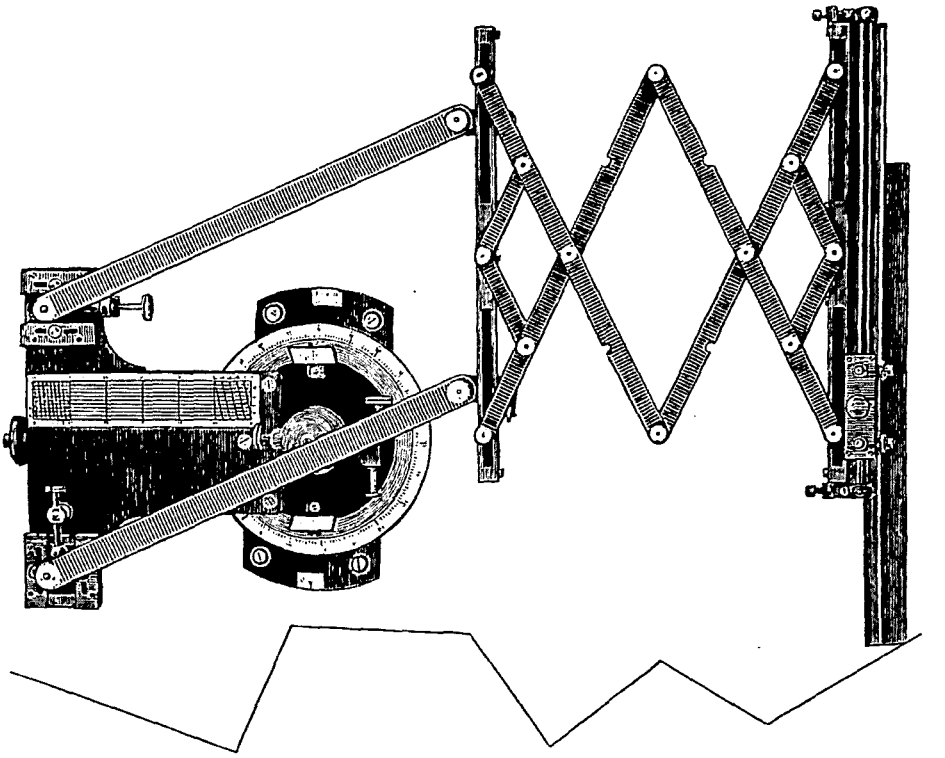
т.-е. $$\frac{AA' : AA'}{P : AA'} = \frac{1}{K}.$$

K дается инструкціею и зависитъ отъ точности полевыхъ и чертежныхъ работъ; но опытъ показываетъ, что K для съемки теодолитомъ и лентою всегда должно быть *болѣе* 200 [1]). Если же $\frac{AA'}{P} = \frac{1}{K}$ окажется болѣе $\frac{1}{200}$ или, иными словами, если невязка AA' окажется болѣе $\frac{1}{200}$-й периметра P, $AA' > \frac{P}{200}$, то это укажетъ на грубую ошибку, сдѣланную или при накладкѣ линій и угловъ, или при опредѣленіи ихъ *числовыхъ* величинъ въ полѣ. Поэтому въ неблагопріятномъ случаѣ начинаютъ *накладку повьрять снова отъ точки A' въ обратную сторону*, производя сперва накладку линіи $A'E$, затѣмъ ED,.... и т. д.

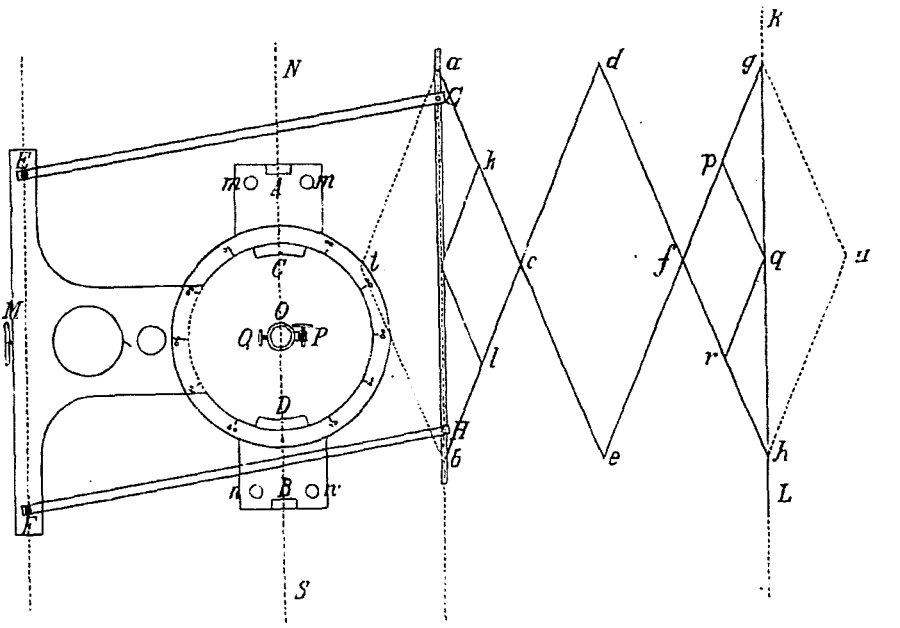
Дегреметръ Королева. Вмѣсто того, чтобы при накладкѣ по румбамъ пользоваться транспортиромъ, треугольникомъ и линейкой, можно воспользоваться приборомъ, изобрѣтеннымъ П. Г. Королевымъ и названнымъ имъ *„дегреметромъ“*. Идея этого прибора основана на свойствѣ параллелограмма сохранять параллельность противоположныхъ сторонъ при соотвѣтствующемъ измѣненіи угла. Дегреметръ представляетъ массивный чугунный кругъ-лимбъ AB (черт. 208 bis *a* и *b*) діаметромъ около 15 сантиметровъ, въ центрѣ котораго вращается алидада съ двумя верньерами на своихъ концахъ. Дѣленія на лимбѣ нанесены черезъ $\frac{1}{2}^0$, а по верньерамъ можно отсчитывать до $1'$. Подпись дѣленій такая же, какъ и у румбической буссоли. Съ алидадой соединенъ выступъ EF, поддерживаемый резиновымъ колесомъ M, которое вмѣстѣ съ тѣмъ облегчаетъ передвиженіе выступа-платформы съ алидадою. — Въ точкахъ E и F на вертикальныхъ осяхъ насажены двѣ линейки EG и FH, на концахъ которыхъ G и H также на вертикальныхъ осяхъ насажена линейка GH. Фигура $EFGH$ представляетъ въ точности параллелограммъ, который можетъ измѣнять расположеніе частей. Къ этому подвижному параллелограмму прикрѣплена подвижная же рѣшотка, звенья которой *kilc*, *cdef*, *fpqr* представляютъ по формѣ параллелограммы. Линейка EF расположена такъ, что она параллельна нулевому діаметру верньеровъ C и D, а поэтому линія KL, представляющая ско-

---

[1]) При накладкѣ транспортиромъ съ алидадою и верньеромъ, K возрастаетъ до 300—400 и болѣе.



Черт. 208 bis *a*.



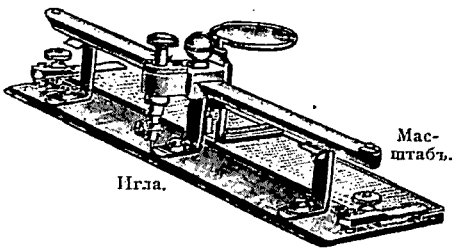
Черт. 208 bis *b*.

шенный край линейки, при всякихъ передвиженіяхъ рѣшотки оставаясь параллельной линіи EF, будетъ параллельна и линіи CD.

Отсюда вытекаетъ и употребленіе дегреметра. Нулевой діаметръ лимба совмѣщаютъ съ направленіемъ меридіана, затѣмъ алидаду устанавливаютъ на румбъ, соотвѣтствующій наносимой линіи, а рѣшотку передвигаютъ до тѣхъ поръ, пока скошенный край линейки KL не пройдетъ черезъ ту точку, отъ которой исходитъ искомая линія. Прочертивъ линію въ соотвѣтствующемъ румбу направленіи и отложивъ на ней по масштабу данную длину, мы свои дѣйствія можемъ считать законченными. Существеннымъ недостаткомъ дегреметра слѣдуетъ считать то, что ось алидады очень коротка, вслѣдствіе чего возможны довольно значительныя колебанія ея. Повѣрки инструмента заключаются въ томъ, чтобы 1) дѣленія лимба и верньеровъ были вѣрны, 2) $EF = GH$ (имѣются исправительные винты), 3) звенья рѣшотки должны составлять параллелограммы, 4) линія EF должна быть параллельной нулевому діаметру верньеровъ.

Повѣрка 1-го условія производится обычнымъ путемъ, какъ указано выше, а выполненіе остальныхъ трехъ условій можно провѣрить такимъ образомъ: прочерчиваютъ на бумагѣ линію достаточно длинную, съ ней совмѣщаютъ нулевой діаметръ лимба, нули верньеровъ приводятъ въ совмѣщеніе съ нулями лимба и, закрѣпивъ алидаду, линейку KL приводятъ въ совмѣщеніе съ прочерченной линіей. Если она на всемъ своемъ протяженіи совмѣстится съ ней, то $KL \parallel EF \parallel CD$, если же нѣтъ, — то исправительными винтами передвигаютъ точку E до тѣхъ поръ, пока не будетъ происходить совмѣщеніе. Затѣмъ передвигаютъ рѣшотку такъ, чтобы линія KL перемѣстилась на 180°, если при этомъ она совмѣстится съ линіей, то рѣшотка правильна, т.-е. представляетъ параллелограммы; если нѣтъ,—то слѣдуетъ передвинуть ось F на половину уклоненія, а остальное подправить винтами при E. Точность накладки дегреметромъ превосходитъ точность работы транспортиромъ [1]).

Приборъ Бергмана. Вмѣсто циркуля, для откладыванія линій по начерченному поперечному масштабу, *Бергманъ* предлагаетъ къ линейкѣ, на которой начерченъ (или награвированъ) заданный поперечный масштабъ (черт. 207 bis), прикрѣпить сверху параллельно ей), штангу, но такъ, чтобы по ней могли двигаться салазки, имѣющія съ одной стороны штанги *иглу*, а съ другой ея стороны, въ плоскости, перпендикулярной къ плоскости масштаба и проходящей черезъ вертикально стоящую иглу *волосъ*. Этотъ волосъ — штрихъ наносится на целулоидную пластинку, прилегающую вплотную къ масштабу. Направленіе волоса перпендикулярно къ скошенному краю линейки, а слѣдовательно и къ продольнымъ линіямъ масштаба. Приложивъ къ задан-

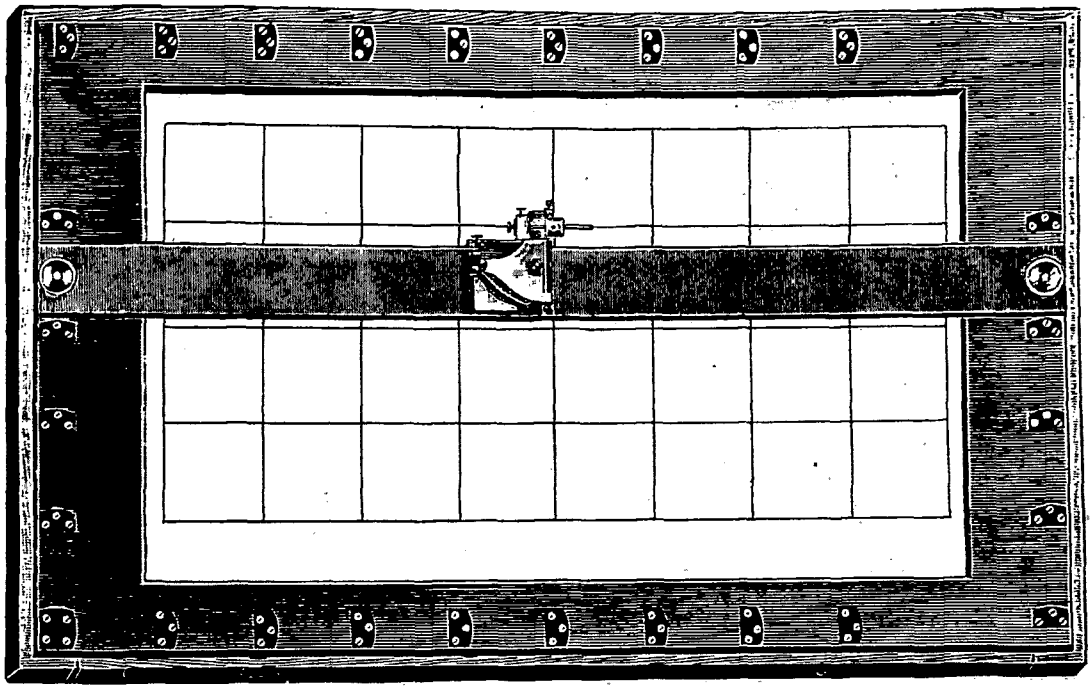


Черт. 207 bis.

[1]) См. подробнѣе „Землемѣрное Дѣло“. Май 1911 г.

ной линіи скошенный край масштаба, откладываютъ волосомъ отъ начала линіи по поперечному масштабу разстоянія (путемъ простого передвиженія салазокъ по штангѣ) надавливаютъ пальцемъ на головку иглы со спиральной пружинкой, и тѣмъ самымъ накалываютъ точку на линіи, къ которой приложена линейка съ масштабомъ.

Координатографы. Нанесеніе и построеніе сѣтки квадратовъ — дѣло на первый взглядъ весьма легкое, оказывается на практикѣ весьма труднымъ, такъ какъ сѣтка должна быть настолько точно и тщательно намѣчена, чтобы можно было съ полной увѣренностью приступить къ дальнѣйшей работѣ,—нанесенію точекъ по ихъ даннымъ координатамъ, пользуясь этой сѣтью. Вотъ почему механики и стараются облегчить это дѣло приго-



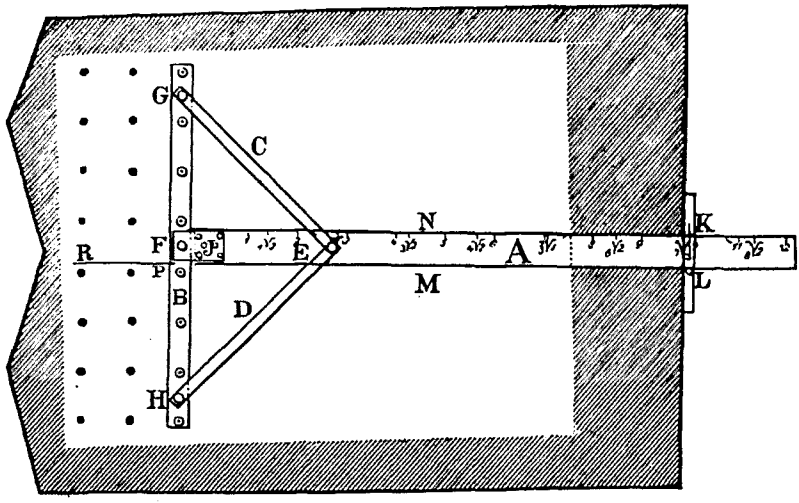
Черт. 208 bis.

товленіемъ цѣлесообразныхъ вспомогательныхъ инструментовъ. Къ такимъ инструментамъ слѣдуетъ отнести 1) *Раму для построенія сѣтки квадратовъ* (такая рама, работы механика *Вольца* въ Боннѣ, имѣется въ музеѣ Константиновскаго Межевого Института). На прямоугольной стальной или чугунной рамѣ, по сторонамъ ея, прикрѣплены (тремя винтиками каждая) бляшки въ заданномъ,напр. въ 5 дюймовъ, другъ отъ друга разстояніи, къ которымъ прикладывается вывѣренная стальная линейка, вдоль которой и проводятся линіи, а иногда на ней пристраиваются салазки съ рейсфедоромъ (черт. 208 bis), какъ напр., это дѣлаетъ фирма „Деннерта и Папе въ Альтонѣ“ и 2) „Kartierungs-Instrument“ *Розенберга,* состоящій изъ линейки съ дѣленіями въ миллиметрахъ (27^{cm} — 46^{cm}) и движущагося вдоль нея квадрата для откладыванія ординатъ (въ масштабахъ 1 : 500,

1 : 1000 и 1 : 2000) въ обѣ стороны отъ оси абсциссъ. Этотъ инструментъ собственно предназначается для накладки точекъ, но имъ можно было бы воспользоваться для составленія сѣтки [1]).

Инструментъ, приспособленный только *для вычерчиванія сѣтки квадратовъ* „Quadratnetzzeichner" *О. Шлейхера*, представляетъ линейку *A* (черт. 209 bis) изъ желѣза со скошеннымъ краемъ, на которомъ нанесены два дѣленія дециметры и децим. $\sqrt{2}$. Къ одному концу линейки прикрѣплена, какъ указано на черт. 209 bis, другая линейка *GH* строго подъ прямымъ угломъ, а на ней имѣются отверстія для иглы черезъ опредѣленные промежутки (въ децим.) Употребленіе линейки *A* состоитъ въ томъ, что ее можно, при помощи прикрѣпляемой къ столу бляшки *KL* со штифтомъ, двигать около штифта, вдоль начерченной линіи, накалывая иглой вершины квадратовъ. *Величины дст* $\sqrt{2}$ *представляютъ діагонали квадратовъ со стороною дст.*

Для детальной накладки можно воспользоваться *инструментомъ* того же *Шлейхера* подъ названіемъ „Universal-Kartierungs-Instrument", который



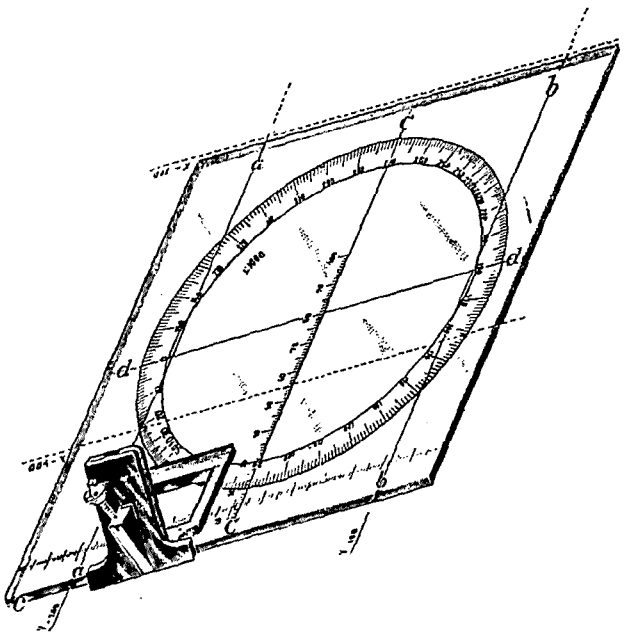
Черт. 209 bis.

состоитъ изъ стеклянной доски 3 m.m. толщиною. На доскѣ назначены кругъ, раздѣленный на 360°, а также 2 другъ къ другу перпендикулярныхъ линіи, имѣющихъ дѣленія для опредѣленнаго масштаба. Кругъ, дѣленія на линіи *c*, а также линіи *a*, *b*, *c*, *d* (черт. 210 *a* и *b*) награвированы на нижней части стекла, а дѣленія, параллельныя ребру *c* на верхней грани. Приспособленіе для накалыванія состоитъ изъ двухъ лежащихъ одна на другой и соединенныхъ между собой металлическихъ пластинокъ.

Иголка помѣщена въ верхней подвижной пластинкѣ такъ, что ея конецъ при накалываніи лежитъ съ указателемъ въ одной плоскости, перпендикулярной къ стеклянной доскѣ. На чертежѣ пунктирныя линіи представляютъ линіи координатной сѣти, а инструментъ расположенъ для нанесенія точки: $y = -175.0$ $x = -455.6$. Черт. 210 *b* представляетъ накладку по азимутамъ (румбамъ).

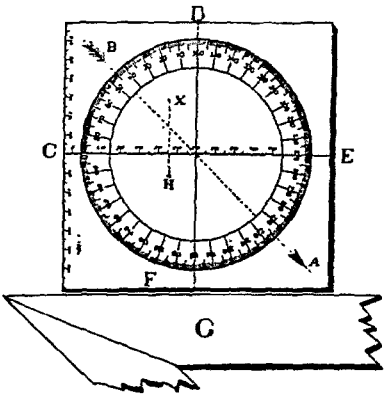
[1]) Такой инструментъ пріобрѣтенъ Московскимъ Инженернымъ Училищемъ.

Наиболѣе точнымъ инструментомъ, служащимъ какъ для вычерчиванія сѣтки квадратовъ, такъ и для детальной накладки по координатамъ, слѣдуетъ признать *координатографъ Коради.*



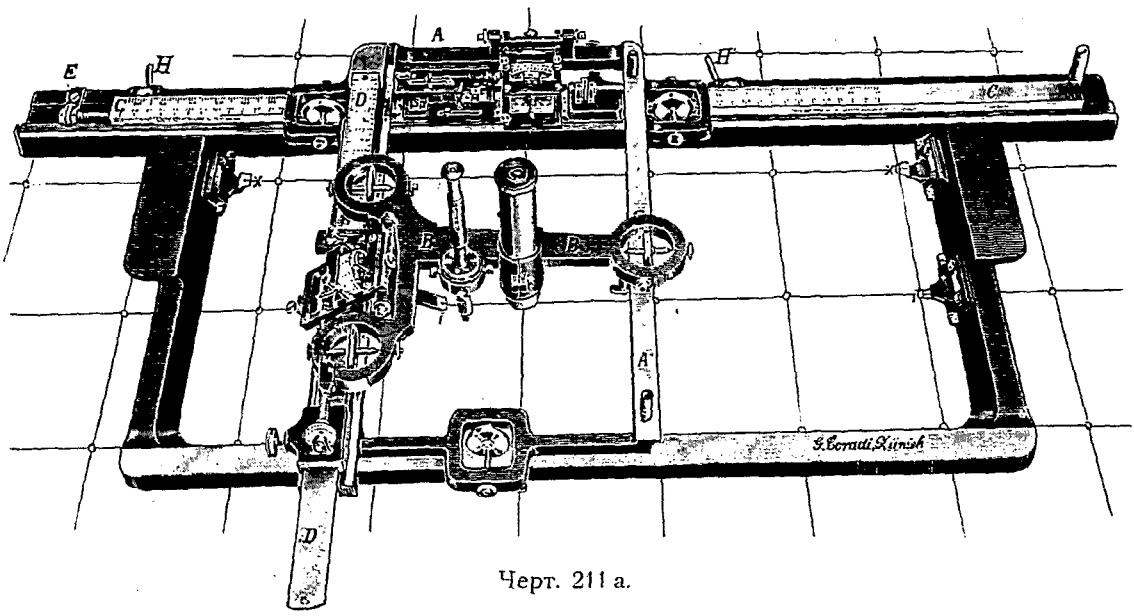
Черт. 210a.

Устройство этого инструмента слѣдующее. На прочной металлической рамѣ (черт. 211 a) прикрѣплена линейка *CC*, на которой нанесены дѣленія и служащая



Черт. 210 b.

для отсчитыванія абсциссъ. Эта линейка помощью микрометреннаго винта *E* можетъ быть передвигаема по направленію дѣленій, а при помощи за-



Черт. 211 a.

жимовъ *H* и *H'* прочно укрѣплена. На рамѣ помѣщается телѣжка *AA*, которая при посредствѣ колесиковъ, движущихся по особому желобку,

предвигается параллельно линіи абсциссъ. На этой телѣжкѣ устоена вторая маленькая телѣжка *BB*, которая можетъ двигаться только въ направленіи перпендикулярномъ линейкѣ.

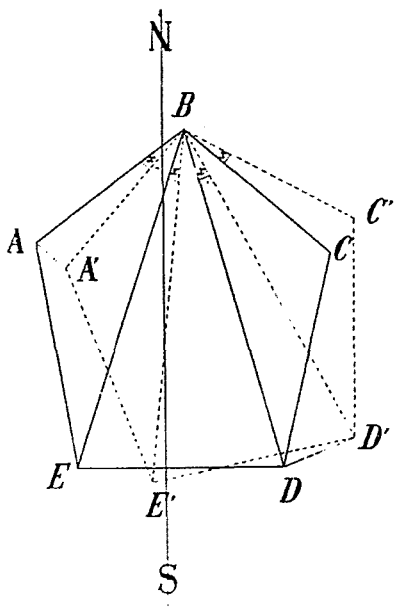
На маленькой линейкѣ пристроена наколка, а также микроскопъ съ крестомъ нитей, который можно точно установить надъ опредѣленной точкой. Передвиженія телѣжекъ измѣряются при помощи вращающихся при движеніи роликовъ, окружность которыхъ раздѣлена на микроскопически малые зубчики, соотвѣтствующіе такимъ же зубчикамъ на линейкахъ *C* и *D*.

Для отсчитыванія служитъ цилиндрическій барабанъ съ дѣленіями. Радіусъ барабана такой, что безъ помощи лупы можно отсчитать, оцѣнивая на глазъ 0.1 дѣленія, до 0,01 m.m.

Дѣленія линейки ординатъ *D* начинаются въ серединѣ ея и идутъ въ обѣ стороны, для того, чтобы можно было наносить и положительныя и отрицательныя ординаты.

Всѣ линейки и барабаны имѣютъ двойное дѣленіе для разныхъ масштабовъ.

Употребленіе инструмента для составленія сѣтки квадратовъ и для нанесенія точекъ по координатамъ такое. Устанавливаютъ малую телѣжку на нульпунктъ ординатной линейки (*D*) и весь аппаратъ передвигаютъ такъ, чтобы указатели *i* и *i'* совпадали съ осью x—въ (или съ линіей, по которой вели съемку); затѣмъ точно устанавливаютъ инструментъ при помощи микроскопа (передвигая большую телѣжку). При помощи микрометра *E* устанавливаютъ нуль линейки *C* такъ, чтобы указатель *Sp* былъ на нулѣ, когда иголка находится надъ началомъ линіи (оси абсциссъ). Дальше слѣдуетъ только по оси абсциссъ отложить данную длину, передвигая для этого большую телѣжку, а, передвигая малую телѣжку на величину ординаты, иголкою намѣтить точку.



Черт. 208.

§ 150. Преимущество накладки по румбамъ. Положимъ, что первая линія *AB* наложена, затѣмъ, начиная съ точки *B*, накладка производится по внутреннимъ угламъ, и что мы при построеніи угла *ABC* дѣлаемъ неизбѣжную погрѣшность, выражающуюся угломъ $CBC' = x$ (черт. 208), въ остальныхъ же углахъ и мѣрѣ линій *никакихъ* погрѣшностей *не* дѣлаемъ. Такое предположеніе равносильно тому, что часть *BCDEA* фигуры повернута около точки *B* на уголъ *x*. Разумѣется, — діагонали *BD*, *BE* и *AB* передвинутся въ одну и ту же сторону *на уголъ x* и концы ихъ *D*, *E* и *A* отодвинутся отъ истинныхъ положеній пропорціонально длинамъ діагоналей. Такъ какъ въ линіяхъ *BC* и *CD* и углѣ *C* ошибокъ *не* пред-

полагается, то не будетъ ошибки и въ діагонали BD, и слѣдовательно $BD' = BD$. Треугольники BDD' и BCC' равнобедренные съ равными при вершинѣ B углами x, слѣдовательно они подобны и

$$DD' : CC' = BD : BC \text{ или}$$

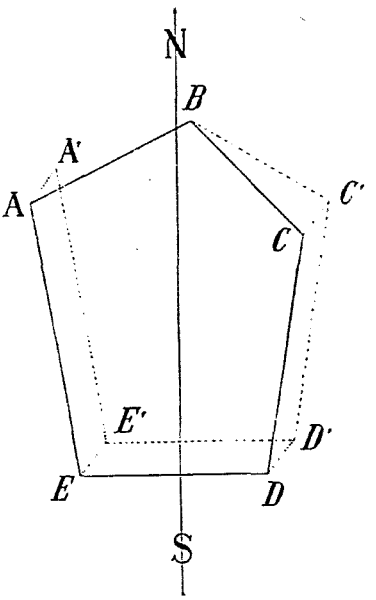
$$DD' = CC' \cdot \frac{BD}{BC}.$$

Подобнымъ же образомъ получимъ

$$EE' = CC' \cdot \frac{BE}{BC} \text{ и}$$

$$AA' = CC' \cdot \frac{BA}{BC}.$$

Эти равенства показываютъ, что *уклоненія DD', EE' и AA' будутъ находиться въ отношеніи разстояній точекъ фигуры отъ точки B, при которой сдѣлана въ углѣ B погрѣшность x.*



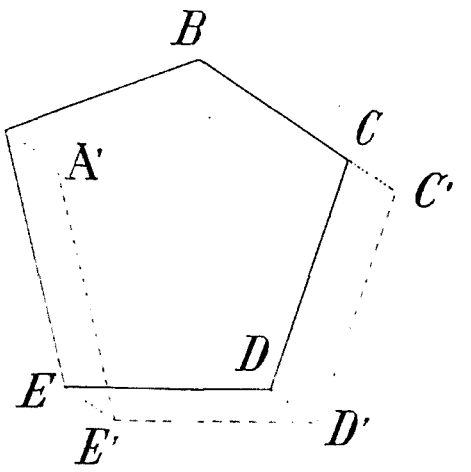
Черт. 209.

Если бы накладку стали дѣлать съ точки B, (черт. 209) по румбамъ и сдѣлали бы при построеніи румба линіи BC ту же ошибку x, а въ остальныхъ румбахъ и мѣрѣ линій погрѣшностей не произошло, то линіи $C'D'$, $D'E'$, $E'A'$ нанеслись бы по тѣмъ же румбамъ, что и линіи CD, DE и EA, и слѣдовательно $C'D' \parallel CD$, $D'E' \parallel DE$ и $E'A' \parallel EA$; кромѣ того предполагаемъ $C'D' = CD$, $D'E' = DE$ и $E'A' = EA$. На основаніи того же, что линіи CC' и DD', DD' и EE' и наконецъ EE' и AA' соединяютъ концы равныхъ и параллельныхъ линій CD и $C'D'$, DE и $D'E'$ и т. д., заключаемъ, что и сами линіи CC', DD',...., AA' будутъ также равны и параллельны между собою, т. е. *уклоненіе всѣхъ точекъ фигуры будетъ одно и то же.* А это показываетъ намъ, что во второмъ случаѣ стороны и вершины наложеннаго (ошибочнаго) полигона занимаютъ положеніе болѣе сходное съ истиннымъ, чѣмъ въ первомъ случаѣ. Такимъ образомъ *независимую* накладку *отдѣльныхъ направленій* отъ меридіана выгоднѣе дѣлать, чѣмъ строить фигуру по угламъ, связывающимъ одно направленіе съ другимъ, предшествующимъ ему, такъ какъ возстановить истинную фигуру при накладкѣ по румбамъ проще, чѣмъ при накладкѣ по угламъ.

§ 151. Обнаруженіе угла и линіи, въ которыхъ сдѣлана грубая ошибка. Если бы и послѣ обратной накладки обнаружилось, что невязка AA' все-таки не-

допустима, т. е. она оказалась бы болѣе $\frac{1}{200}$ периметра P, то можно предположить, что неоязка получилась не отъ промаховъ при накладкѣ, а отъ грубой ошибки въ полѣ, въ какомъ-либо углѣ или мѣрѣ линіи.

Изъ чертежа 208 видно, что если бы въ углѣ B была сдѣлана грубая ошибка x въ полѣ, то разстояніе BA и BA' на планѣ были бы равны между собою. А потому *ошибочнымъ угломъ будетъ тотъ, до вершины котораго разстоянія, измѣренныя по плану, отъ обоихъ концовъ невязки равны*, т. е. $BA = BA'$. Если бы такихъ угловъ оказалось не одинъ, а болѣе, два-три, то въ полѣ начинаютъ повѣрку сперва этихъ угловъ, а затѣмъ уже остальныхъ.



Черт. 210.

Точно также, если бы мы допустили, что сдѣлана грубая ошибка въ мѣрѣ какой-либо линіи, напр. BC (черт. 210), т. е. вмѣсто BC намѣчена линія BC', а остальныя линіи нанесены вѣрно, т. е. на планѣ вмѣсто истинной фигуры $ABCDEA$ получилась фигура $ABC'D'E'A'$ со сторонами $C'D'$, $D'E'$ и $E'A'$ соотвѣтственно равными и параллельными сторонамъ CD, DE, и EA, то послѣ накладки окажется, что невязка AA' параллельна CC' или $AA' \parallel BC'$, такъ какъ невязки CC', DD', EE' и AA' равны и параллельны между собой, какъ линіи соединяющія концы равныхъ и параллельныхъ прямыхъ. Другими словами, если окажется, что невязка параллельна какой-либо изъ наложенныхъ линій, и при томъ будетъ допускаема, т. е. болѣе $\frac{1}{n}$ отъ периметра, то можно сказать, что *линія наложенной фигуры, параллельная невязкѣ, или невѣрно наложена, или невѣрно измѣрена въ полѣ.*

§ 152. Увязка наложенной транспортиромъ фигуры. Полученная на планѣ невязка AA' наложенной фигуры, если она допустима, *не* оставляется на планѣ, а уничтожается. Есть два способа *уничтоженія допускаемой невязки*. Одинъ—основанъ на измѣненіи наложенныхъ румбовъ и мѣръ линій въ *предѣлахъ точности ихъ построенія* на бумагѣ, а другой—состоитъ въ передвиженіи вершинъ наложеннаго полигона по линіямъ, параллельнымъ невязкѣ такъ, чтобы невязка постепенно уменьшалась въ допускаемыхъ предѣлахъ.

Пусть, напр., была наложена фигура $ABCDEA$ (черт. 211) по слѣдующимъ румбамъ и мѣрамъ линій въ масштабѣ 100 саженъ въ дюймѣ:

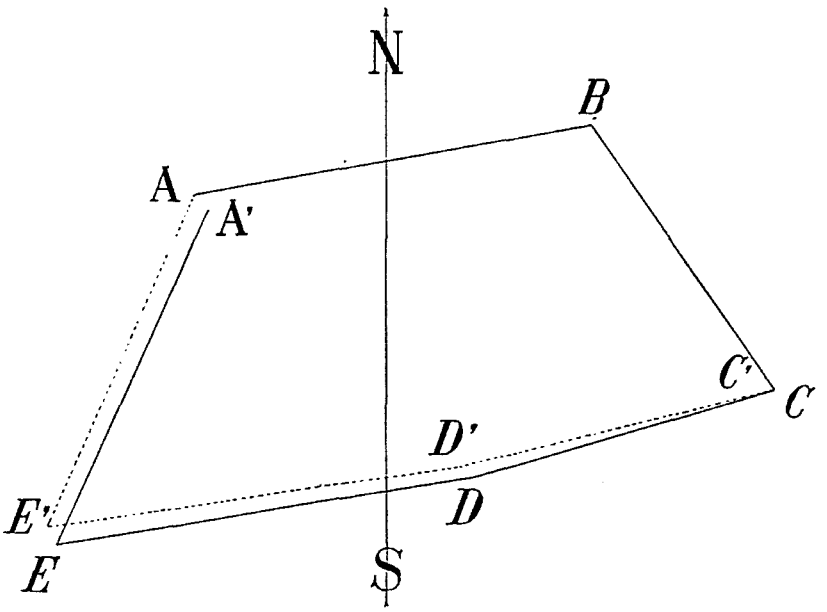
AB . . . . . $NO : 80^0$ . . . . . 207,81 саж.
BC . . . . . $SO : 35\frac{1}{2}^0$ . . . . . 165,04 „

CD	$SW: 75^3/_4{}^0$	160,00	саж.
DE	$SW: 82^1/_2{}^0$	217,20	„
EA	$NO: 25^0$	196,02	„
	Периметръ $P =$	946,07	саж.

Невязка AA', измѣренная по масштабу, оказалась равной 4 саженямъ. Отношеніе

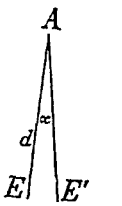
$$\frac{AA'}{P} = \frac{4}{946{,}07} = \frac{1}{236{,}51} < \frac{1}{K}$$

показываетъ, что $AA' < \frac{1}{K}$ периметра P, поэтому возможно приступить къ *увязкѣ* фигуры. (Величина K дается инструкціей для работъ)



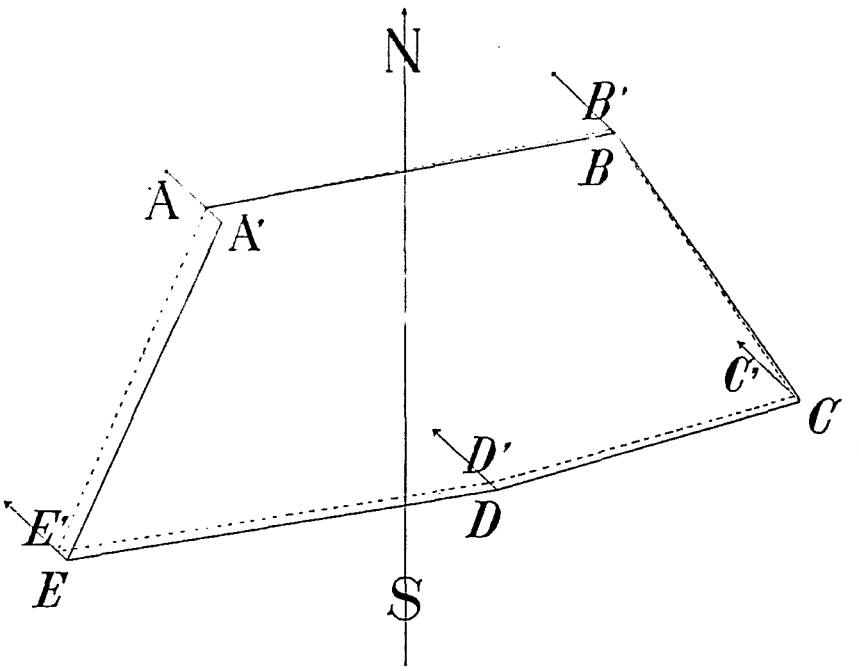
Черт. 211.

Уничтоженіе невязки по первому способу заключается въ измѣненіи наложенныхъ линій по ихъ румбамъ и мѣрамъ такъ, чтобы фигура сомкнулась, однако не выходя изъ предѣловъ точности, которой можно достигнуть накладкою. По простому транспортиру съ діаметромъ въ 7 дюймовъ можно оцѣнивать на глазъ $^1/_8{}^0$, если дѣленія нанесены отъ $^1/_2{}^0$ до $^1/_2{}^0$, поэтому уничтоженіе невязки состоитъ въ томъ, что послѣднюю линію EA' накладываютъ вновь отъ начальной точки A подъ обратнымъ румбомъ, измѣненнымъ или на $^1/_8{}^0$ или $^1/_4{}^0$, смотря по мѣрѣ линіи EA. Если линія короткая, то измѣненіе румба возможно на $^1/_4{}^0$, при длинныхъ же линіяхъ допускается измѣненіе на $^1/_8{}^0$, такъ какъ въ зависимости отъ угла x и длины d измѣняется положеніе конца E (черт. 212). Такъ какъ на чертежѣ 211 показано, что точка A' уклоняется къ востоку отъ A, а длина



Черт. 212.

линіи EA сравнительно съ прочими линіями наибольшая, то отъ точки A накладываемъ новую линію подъ обратнымъ *норд-осту* румбомъ, т. е. подъ румбомъ SW, числомъ градусовъ $2^0 - 1/8^0 = 1^7/8^0$, чтобы уменьшить уклоненіе точки E' къ востоку. Изъ чертежа же видно, что A' лежитъ южнѣе точки A, поэтому длину AE увеличиваютъ согласно точности масштаба. Точность выбраннаго масштаба [1]) $= 1/2$ саж., слѣдовательно 100 саж. можно считать не отличающимися отъ $100^1/2$ или отъ $99^1/2$, поэтому, опре. дѣливъ число сотенъ въ EA и найдя $\frac{EA}{100} = 2{,}6$, откладываютъ отъ A внизъ длину $259{,}84^c + 2{,}6 \times 1/2^c = 261{,}14^c$ саженъ и накалываютъ точку E'; отъ нея, руководствуясь подобнымъ же соображеніемъ, накладываютъ линію $E'D'$ подъ румбомъ $NO : (82^1/2 + 1/8)^0$ или $NO : 82^5/8^0$, мѣрою $217{,}20^c + 2{,}2 \times 1/2^c = 218{,}30$ саж. Наколовъ точку D', проводимъ прямую $NO : 76^0$, мѣрою 160,8 саж. Поступая такимъ образомъ, замѣчаемъ, что вновь накалываемая точка C' совпала съ вершиною C, а это означаетъ, что невязка разложилась (уничтожилась на планѣ).



Черт. 213.

Второй способъ уничтоженія невязки AA' состоитъ въ томъ, что изъ наложенныхъ точекъ B, C, D, E (черт. 213) проводятъ линіи, параллельныя невязкѣ AA' въ сторону противоположную съ линіею AA' (а слѣдовательно въ одну съ направленіемъ $A'A$). Затѣмъ считаютъ, что *невязка $A'A$ есть результатъ накладки всего периметра P.* Поэтому, если бы пери-

[1]) Сто саженъ въ дюймѣ.

метръ былъ короче, то и невязка была бы менѣе, а на основаніи этого на параллели EE' откладываютъ величину изъ разсчета

$$EE' = \frac{AA'}{P} \cdot (P - EA), \text{ т. е.}$$

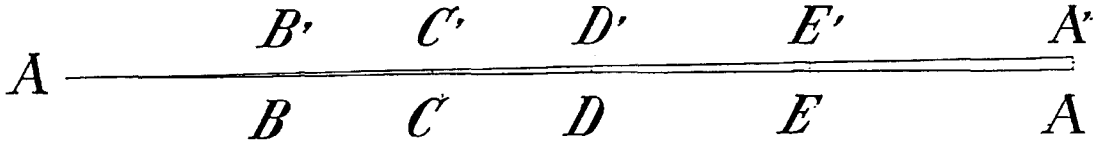
$$EE' = \frac{4}{1009{,}89} \cdot (1009{,}89 - 259{,}84) = \frac{4}{1009{,}89} \cdot 750{,}05 = 3{,}0^{\text{с}}.$$

На параллели DD' отложимъ меньшую величину $= \frac{AA'}{P}(P - EA - DE) =$

$= \frac{4}{1009{,}89}(750{,}05 - 217{,}20) = \frac{4}{1009{,}89} \cdot 532{,}85 = 2{,}13$. На параллели CC' придется отложить $\frac{4}{1009{,}89} \cdot 372{,}85 = 1{,}49$ саж. и т. д.

Отложивъ на параллеляхъ BB', CC', DD' и EE' полученныя величины, соединяютъ точки A, E', D', C', B' и A, тогда получаютъ увязанную фигуру; она на чертежѣ показана пунктирными линіями. Такъ какъ на параллеляхъ AA' и DD' отложенныя величины *почти равны* между собою, то понятно, что и линіи AE' и EA', какъ соединяющія концы параллельныхъ и почти равныхъ, также *почти равны и параллельны*. Фигура $AA'EE'DD'CC'BB'A$ наглядно изображаетъ постепенное уничтоженіе невязки.

Графически, т.-е. чертежомъ, послѣдовательное, постепенное уничтоженіе невязки можно представтть слѣдующимъ образомъ: взявъ прямую, отъ ея начала A (черт. 213 bis) отложимъ отрѣзки AB, BC, CD, DE и EA, равные длинамъ сторонъ нашего полигона и въ концѣ ея возставимъ



Черт. 213 bis.

перпендикуляръ, на немъ отложимъ величину невязки AA; точку A' соединимъ съ начальной (лѣвой) точкой A, а изъ точекъ B, C, D и E проведемъ параллели къ AA',—тогда BB', CC', DD' и EE' буеутъ графически представлять тѣ величины, которыя откладываются на параллеляхъ невязкѣ [1]).

Ниже приводимъ схему увязки фигуры параллельными линіями въ нѣсколько иномъ видѣ, гдѣ невязка уничтожается въ обратномъ порядкѣ, начиная съ точки B.

Схема.

1) Находимъ периметръ $P = AB + BC + ... + EA = 946{,}05$.

2) Узнаемъ по масштабу $AA' = 4^{\text{с}}$.

[1]) Отысканіе величинъ BB', CC', DD',.... графически только тогда возможно, когда периметръ $ABCDEA$ малъ.

3) Находимъ $\frac{AA'}{P}$ въ видѣ $\frac{1}{K} = \frac{1}{236,51}$ и сравниваемъ ее съ $\frac{1}{200}$ при этомъ K должно быть болѣе 200.

4) Вычисляемъ величину невязки на каждую сотню периметра $\frac{AA'}{P} \times 100 = \frac{AA'}{P:100} = \frac{4}{10,10} = 0,396$, а затѣмъ—на число сотенъ въ каждой линіи: $\frac{AA'}{P:100} \cdot \frac{AB}{100} = 0,396 \times 2,07$, $\frac{AA'}{P:100} \cdot \frac{BC}{100} = 0,396 \times 1,65$ . . . . . и

$$\frac{AA'}{P:100} \cdot \frac{EA}{100} = 0,396 \times 2,0 = 0,79.$$

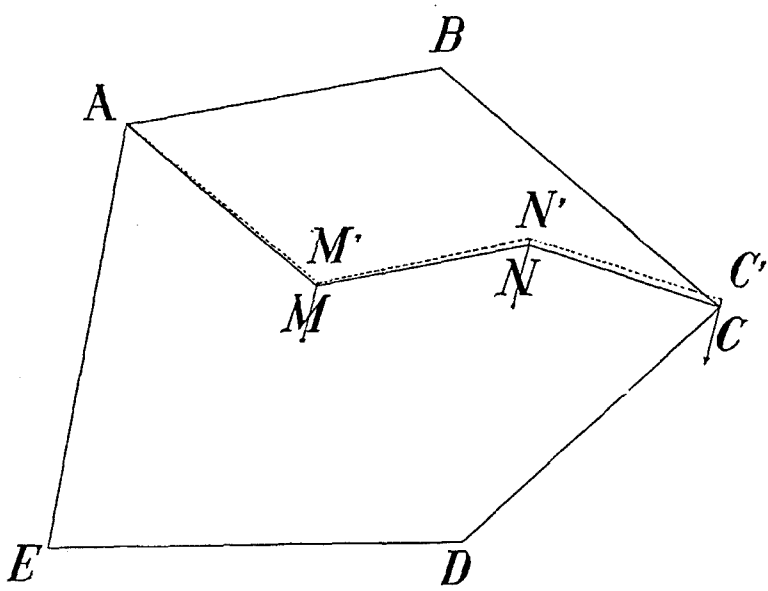
5) Составляемъ суммы: $\frac{AA'}{P:100} \cdot \frac{AB}{100} = BB'$,

$$\frac{AA'}{P:100} \cdot \frac{AB}{100} + \frac{AA'}{P:100} \cdot \frac{BC}{100} = CC';$$

$$\frac{AA'}{P:100} \cdot \frac{AB}{100} + \frac{AA'}{P:100} \cdot \frac{BC}{100} + \frac{AA'}{P:100} \cdot \frac{CD}{100} = DD' \text{ и т. д.}$$

6) Откладываемъ полученныя величины BB', CC', DD',.... на параллеляхъ, проведенныхъ чрезъ вершины наложеннаго полигона и соединяемъ послѣдовательно точки A, B', C', D', E' и A.

§ **153. Накладка внутренней ситуаціи.** Если бы между точками A и C общей границы участка проходила ломаная линія обхода, (несомкнутый по-



Черт. 214.

лигонъ, повѣрочная діагональ), сдѣланная для съемки *внутренней ситуаціи*, то *накладку* линіи $AMNC$ (черт. 214) *дѣлаютъ послѣ увязки основной фи-*

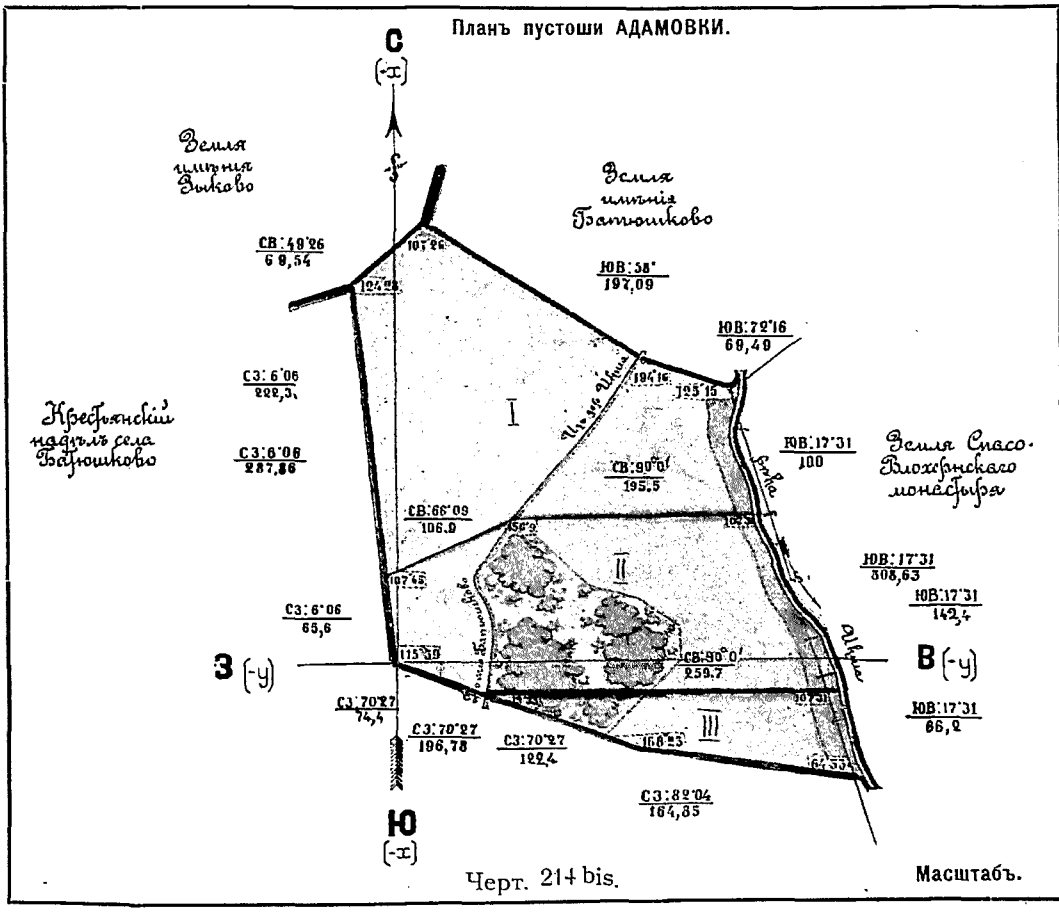
гуры $ABCDEA$. Полученную невязку CC' считаютъ возможной, если $\frac{CC'}{AM+MN+NC}$ окажется менѣе $\frac{1}{100}$, т. е. если невязка будетъ менѣе $\frac{1}{100}$ периметра $AM+MN+NC$; увеличеніе отношенія невязки къ периметру допущено потому, что точки A и C не истинныя, а полученныя послѣ увязки фигуры $ABCDEA$. Уничтоженіе невязки CC' дѣлается прежнимъ путемъ, т. е. считаютъ ее результатомъ накладки всей линіи $AM'N'C'$ и на параллеляхъ MM' и NN' откладываютъ величины:

$$MM' = \frac{CC'}{AM+MN+NC} \cdot AM.$$

$$NN' = \frac{CC'}{AM+MN+NC} \cdot (AM+MN).$$

Отложивъ отъ точекъ M' и N' найденныя величины, соединяютъ точки A, M, N и C.

Примѣнительно къ изложенному, пользуясь 1) страницами 3-й, 4-ой и 5-ой абрисной книжки (черт. 145b и 145c) и 2) „схематическимъ черте-



Черт. 214 bis. Масштабъ.

жемъ обхода границъ и внутреннихъ угодій участка" (черт. 145bis), составленъ планъ пустоши *Адамовки* (черт. 214 bis) съ нанесеніемъ его границъ

Вычисленіе координатъ вершинъ полигона, показаннаго на чертежахъ 145 bis и 214 bis.

Вычисленіе площади P (см. § 157). Формула $2P = \Sigma(x_{k-1} - x_{k+1})\, y_k$; $2P = \Sigma(y_{k+1} - y_{k-1})\, x_k$.

№№ вершинъ полигона.	Внутренніе углы.		Азимуты.		Румбы (r).			(d) Длина линій (горизонтальн. пролож.).	log Δx / log cos r / log d / log sin r / log Δy.	Вычисленныя (по таблицамъ Гаусса). Δx		Δy		Исправленныя (по таблицамъ Гаусса). Δx		Δy		Координаты. x	y	$x_{k-1} - x_{k+1} =$ $= -(\Delta x_k + \Delta x_{k+1})$.	$y_{k+1} - y_{k-1} =$ $= \Delta y_k + \Delta y_{k+1}$.	$(x_{k-1} - x_{k+1}) \times y_k$	$(y_{k+1} - y_{k-1}) \times x_k$
	°	′	°	′	Назв.	°	′			+	−	+	−										
I	107°	26′												—	—	—	—	+ 331,41	+ 22,29	− 45,21 / +104,46	+ 52,85 / +167,18		
			122°	—	ЮВ	58°	—	197,09	—		− 104,44	+ 167,14	—	—	− 104,46	+ 167,18	—	—	—	+ 59,25	220,03	+ 1320,6825	+ 72920,1423
II	194°	16′												—	—	—	—	+ 226,95	+ 189,47	331,41 / −205,78	104,46 / 21,17	265,68 / − 22,29	167,18 / 66,21		
			107°	44′	ЮВ	72°	16′	69,49	—		− 21,17	+ 66,19	—	—	− 21,17	+ 66,21	—	—	—	+ 125,63	+ 233,39	+ 23803,1161	+ 52967,8605
III	125°	15′												—	—	—	—	+ 205,78	+ 255,68	226,95 / + 88,57	21,17 / 294,35	348,60 / −189,47	66,21 / 92,92		
			162°	29′	ЮВ	17°	31′	308,63	—		− 294,32	+ 92.89	—	—	− 294,35	+ 92,92	—	—	—	+ 315,52	+ 159,13	+ 80672,1536	+ 32745,7714
IV	64°	33′												—	—	—	—	− 88,57	+ 348,60	294,35 / − 22,73	92,92 / −163,23				
			277°	56′	СЗ	82°	04′	164,85	—	+ 22,74	—	—	− 163,27	+ 22,73	—	—	− 163,23	—	—	+ 271,62	− 70,31	+ 94686,7320	+ 6227,3567
V	168°	23′												—	—	—	—	− 65,84	+ 185,37	22,73 / 65,84	−163,23 / −185,37				
			289°	33′	СЗ	70°	27′	196,78	—	+ 65,85	—	—	− 185,42	+ 65,84	—	—	− 185,37	—	—	− 88,57	− 348,60	− 16418,2209	+ 22951,8240
VI	115°	39′												—	—	—	—	00.00	00,00	65,84 / 286,20	−185,37 / − 30,56				
			353°	54′	СЗ	6°	06′	287,86	—	+ 286,23	—	—	− 30,58	+ 286,20	—	—	− 30;56	—	—	− 352,04	− 215,93	0000,0000	0000,0000
VII	124°	28′											—	—	—	—	+ 286,20	− 30,56	286,20 / 45,21	− 30,56 / + 52,85				
			409°	26′	СВ	49°	26′	69,54	—	+ 45,22	—	+ 52,83	—	+ 45,21	—	+ 52,85	—	—	—	− 331,41	− 22,29	+ 10127,8896	+ 6372,3980
Сумма	900°	″	—	—	—	—	—	1294,24	—	Σ Δx = +0,11		Σ Δy = −0,22		0		0		—	—	Σ = 0	Σ = 0	+ 194192,3529	+ 194192,3529

Вычисленіе внутреннихъ ходовъ (см. § 114 и черт. 145 bis). Невязка: $\frac{1}{5392,6}$.

Румбъ линіи (1-2) *ЮВ*: 58°... Азимутъ 122°; далѣе вычисляемъ $(AB) = 122^0 + 180^0 - 87^0 46' = 214^0 14'$... *ЮЗ*: $34^0 14'$; $(BC) = 222^0 11'$... *ЮЗ*: $42^0 11'$; $(CD) = 214^0 58'$.... *ЮЗ*: $34^0 58'$
$-1'$ $13'$ $-1'$ $10'$ $-2'$ $56'$
$(DE) = 173^0 40'$.... *ЮВ*: $6^0 20'$; $(5\text{-}6) = 289^0 30'$.... долж. б. $= 289^0 27'$.... *СЗ*: $70^0 27'$; $(CF) = (DC) + 180^0 - 91^0 32' = (CD) - 91^0 32' = 123^0 24'$; $(FG) = 224^0 46'$; $(5\text{-}6) = 289^0 31'$.
-3 23 -3 -1 -2 д. б. 29.

Разница 3′—допустима.

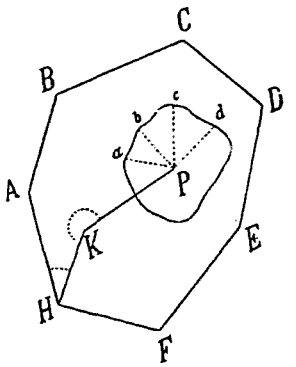
$2P = 194192,3529$. $P = 97096 = 40$ д. 1096 кв. с. $= 40,4566$ д

по координатамъ вершинъ и внутренней ситуаціи накладкою транспортиромъ. На планѣ показаны раздѣльныя границы трехъ владѣльцевъ I, II и III. Къ плану прилагаемъ формуляръ (образецъ заполненнаго бланка) вычисленія координатъ, площади и внутреннихъ ходовъ. Общая площадь раздѣлена на планѣ согласно заданныхъ условій владѣнія и цѣнности отдѣльныхъ угодій. (Задача эта будетъ изложена ниже).

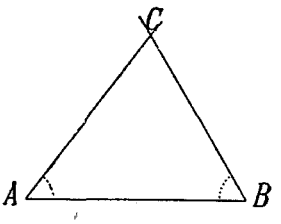
Изучающимъ этотъ отдѣлъ геодезіи рекомендуется самимъ сдѣлать попытку составить планъ пустоши Адамовки.

Если одинъ изъ контуровъ участка снимался полярнымъ способомъ, то накладка его производится такъ: сперва отъ точки *H* общей границы *ABCDEFH* (черт. 215) накладывается ломаная линія *HKP* по румбамъ и длинамъ линій *HK* и *KP*, а затѣмъ проводится черезъ полюсъ *P* параллель меридіану и относительно этой параллели по румбамъ и мѣрѣ линій накладываются радіусы векторы *Pa*, *Pb*, *Pc*, *Pd*,.... Точки *a*, *b*, *c*, *d*,.... соединяются непрерывной кривой. Для накладки контуровъ, снятыхъ полярнымъ способомъ, наиболѣе пригодными являются или „круговой" транспортиръ въ видѣ полнаго круга съ длинной алидадой или „вѣнскій транспортиръ"—колесико.

Если по базису *BC* точка *A* (черт. 216) опредѣлена обратной засѣчкой, то накладка точки *A* дѣлается слѣдующимъ образомъ: построивъ ба-



Черт. 215.

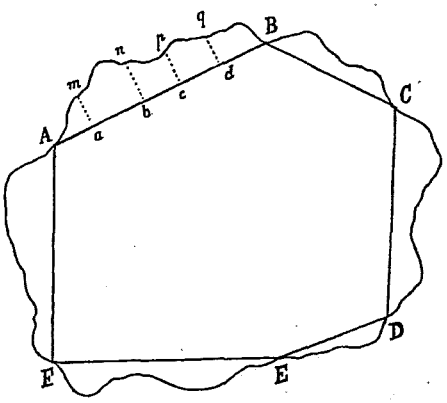


Черт. 216.

зисъ *BC*, строятъ направленіе линіи *BA* по углу *B* или по румбу *(BA)*, на построенномъ направленіи берутъ *произвольную точку* и при ней строятъ уголъ, равный измѣренному *BAC*; (или, иначе, проводятъ *вспомогательное* направленіе, имѣющее тотъ же румбъ, что и линія *AC*), и потомъ уже черезъ точку *C* проводятъ параллель *CA* вспомогательному направленію, построенному по углу *A* при произвольной точкѣ направленія *BA*. Линія *CA* пересѣчетъ въ точкѣ *A* направленіе *BA* подъ измѣреннымъ въ точкѣ *A* угломъ.

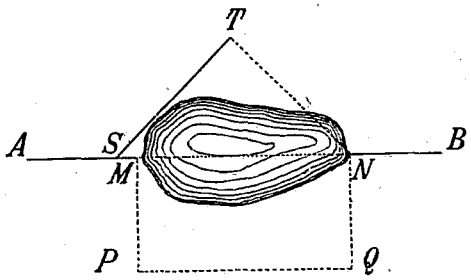
На страницѣ 188, въ *примѣчаніи*, было указано, что промѣры магистрали *AB* (черт. 7) должны вестись отъ начала ея *A*. Основаніемъ указанному правилу служитъ слѣдующее соображеніе: если бы вмѣсто

линій *Aa*, *Ab*, *Ac*.... мы измѣряли короткія линіи *Aa*, *ab*, *bc*,.... то принуждены были бы ввести въ результаты измѣреній неизбѣжныя погрѣшности въ отсчитываніи по цѣпи, оцѣнивая сотыя доли сажени на глазъ въ точкахъ *a*, *b*, *c*..., а затѣмъ неизбѣжныя погрѣшности отъ несовершенства совмѣщенія начала цѣпи съ точками *a*, *b*, *c*... для полученія длинъ *ab*, *bc*, *cd*,.... Сверхъ того, если бы на планѣ строили не длинныя линіи *Aa*, *Ab*, *Ac*...., откладывая ихъ все время отъ точки *A*, а строили бы короткія линіи *Aa*, *ab*, *bc*...., то сдѣлали бы неизбѣжную погрѣшность, построивъ точку *a*, да кромѣ того отъ ошибочнаго положенія точки *a* построили бы линію *ab*, т. е. въ положеніе точки *b* ввели бы вліяніе двухъ неизбѣжныхъ ошибокъ — одной отъ построенія ея начала *a*, другой — отъ построенія ея конца *b*. На положеніе точки *c* вліяли бы три погрѣшности: отъ построенія точки *a*, *b* и *c*, и т. д. Словомъ сказать, положеніе послѣдующихъ точекъ *b*, *c*, *d*.... зависѣло бы отъ предшествующихъ *a*, *b*, *c*,.... Между тѣмъ, при построеніи линій *Aa*, *Ab*, *Ac*,.... положеніе точекъ *b*, *c*, *d* не зависитъ отъ предшествующихъ имъ точекъ.



Черт. 7.

Замѣчаніе объ опредѣленіи неприступныхъ разстояній. Если при обходѣ границы участка встрѣтится какое-либо препятствіе (рѣчка, оврагъ, болото и т. п.), то для опредѣленія ширины препятствія его необходимо обойти. Пусть, напр., идя по линіи *AB* съ цѣпью (черт. 217), встрѣтили озеро. Для опредѣленія искомой ширины можно: 1) выбрать на мѣстности базисъ *ST* и, смѣривъ или углы *S* и *T*, или румбы линій (*SN*), (*ST*), (*TN*) и длину прямой *ST*, построить набумагѣ треугольникъ *STN*, т. е. найти точку *N* засѣчкою впередъ; измѣренная по плану или вычисленная линія *SN* опредѣлитъ неприступное разстояніе *SN*, 2) можно въ точкѣ *M* возставить перпендикуляръ *MP* къ линіи *AB*, изъ точки *P* провести линію $PQ \parallel MN$ и изъ точки *N* опустить перпендикуляръ *NQ* на линію *PQ*. Чтобы возставить помощью одной буссоли перпендикуляръ *MP*, измѣряемъ румбъ линіи *MN*, пусть напр. $(MN) = NO : 20^0$, тогда, переведя румбъ на азимутъ и зная, что азимутъ линіи *MP* долженъ отличаться отъ азимута *MN* на 90^0, такъ какъ $NMP = (MP) - (MN) = 90^0$, повертываютъ буссоль такъ, чтобы стрѣлка по сѣверному концу показывала азимутъ $20 + 90^0 = 110^0$ или румбъ $SO : 70^0$. Придя съ инструментомъ въ точку *P*, вращаютъ буссоль такъ, чтобы стрѣлка вновь показала азимутъ



Черт. 217.

$(PQ) = 20^0$ или румбъ $NO : 20^0$, линія PQ будетъ параллельна MN. Послѣ этого можно постепенно передвигаться по линіи PQ съ инструментомъ, пока найдется такая точка Q, въ которой $(QN) = (MP) + 180^0$; но такъ какъ $(MP) = 110^0$, то $(QN) = 290^0$ или румбъ линіи QN будетъ $NW : 70^0$, т. е. обратный румбу линіи MP. Измѣренная цѣпью линія PQ будетъ равна неприступному разстоянію MN.

§ 154. Преимущества накладки полигона по координатамъ. Нанесеніе полигона по координатамъ имѣетъ слѣдующія преимущества передъ нанесеніемъ полигона транспортиромъ: 1) каждая точка наносится на бумагу независимо отъ предшествующихъ, 2) невязка въ координатахъ есть результатъ только полевыхъ дѣйствій и не зависитъ отъ способа построенія фигуры на бумагѣ, и 3) имѣя координаты полигона можно вычислить его площадь, *не* производя накладку его фигуры на бумагу *изъ мѣры въ натуру*.

§ 155. Условные знаки на планахъ и картахъ. Чтобы по плану получить ясное представленіе объ изображенной на немъ мѣстности, необходимо заполнить нанесенные контуры *условными знаками*. Они будутъ показывать, что соотвѣтствующій контуръ очерчиваетъ какое-либо угодіе, напримѣръ, пашню, болото, лѣсъ, лугъ, кустарникъ и т. п., или какой-нибудь предметъ, напр., мостъ, домъ и т. п. Поэтому они должны имѣть видъ, хотя отчасти напоминающій эти предметы, вслѣдствіе чего *планъ выигрываетъ въ наглядности*.

Выборъ *условныхъ знаковъ* зависитъ: 1) отъ цѣли плана, указывающей на относительную важность отдѣльныхъ предметовъ; 2) отъ масштаба его; такъ, напр., при съемкѣ селенія въ крупномъ масштабѣ изображаются отдѣльные дома, въ болѣе мелкомъ—селеніе снимаютъ и изображаютъ по кварталамъ; наконецъ, при очень мелкомъ масштабѣ селеніе не снимается вовсе и изображается въ видѣ отдѣльнаго условнаго знака (кружка); въ 3)—отъ точности съемки и въ 4) отъ способа изданія плана или карты, т. е. будутъ ли они вычерчены тушью или раскрашены, и т. д.

При пользованіи планами однимъ изъ важныхъ условій является *единство принятыхъ знаковъ*; поэтому нѣкоторыми вѣдомствами, напр., межевымъ и корпусомъ военныхъ топографовъ, были изданы *утвержденные условные знаки*. Черт. 218 представляетъ нѣкоторые условные знаки предметовъ, которые изображаются на топографическихъ планахъ, вычерчиваемыхъ тушью.

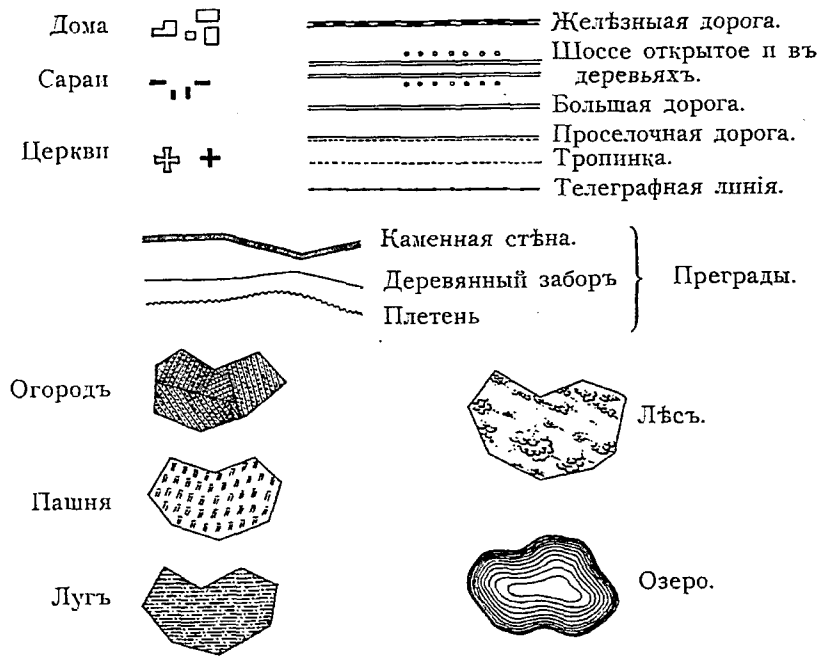
Для приданія планамъ большей наглядности прибѣгаютъ къ раскрашиванію ихъ или, такъ называемой, *иллюминовкѣ*. На иллюминованныхъ планахъ разные предметы и угодья покрываются красками подходящихъ цвѣтовъ: всѣ воды покрываются синею краскою (лазурью), лу-

га—зеленою (лазурь съ гуммигутомъ), каменныя строенія и шоссе кроются красною краскою (карминомъ), а деревянныя — желтою (гуммигутомъ) и т. п.

Если съемщику явится необходимость ввести новые знаки или измѣнить прежде существовавшіе утвержденные знаки, когда они окажутся недостаточными, то къ плану надо приложить особое *объясненіе знаковъ*. Для окраски плановъ можно воспользоваться брошюрой: „Условные знаки для плановъ и картъ межевого вѣдомства", составленной старшимъ преподавателемъ Межевого Института *П. П. Левитскимъ*. Москва, 1907.

Утвержденные условные знаки,

употребляемые на топографическихъ планахъ.

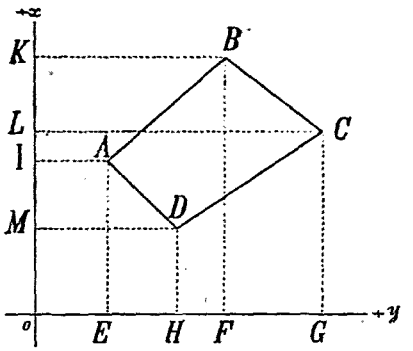


Черт. 218.

Вычисленіе площадей.

§ 156. Три способа вычисленія площадей. Площадь полигона можетъ быть получена и безъ плана, и по плану. Въ первомъ случаѣ площадь получается *изъ измѣренныхъ въ натурѣ* (на мѣстности) *величинъ*, напр., сторонъ и діагоналей многоугольника, или по измѣреннымъ въ полѣ абсциссамъ и ординатамъ точекъ контура, или по измѣреннымъ линіямъ и угламъ полигона, посредствомъ только однихъ вычисленій. Во второмъ случаѣ площадь вычисляется по начерченной въ заданномъ масштабѣ фигурѣ, при томъ двумя способами 1) или на основаніи теоремъ геометріи *графическимъ путемъ*, когда *по плану* циркулемъ по масштабу (или инымъ путемъ) измѣряются основанія и высоты треугольниковъ и трапецій, на которые обыкновенно разбиваются (или въ которые превращаются) геометрическія фигуры, или же 2) *механически* особыми приборами — такъ называемыми *планиметрами*.

§ 157. Вычисленіе площади полигона [1]) по координатамъ его вершинъ. Пусть, напр., x_a, y_a; x_b, y_b; x_c, y_c; x_d и y_d—вычисленныя координаты обойденнаго въ полѣ многоугольника $ABCD$ (черт. 219), площадь P котораго необходимо вычислить. Изъ чертежа видно, что искомую площадь P можно разсматривать какъ алгебраическую сумму площадей трапецій, а именно:



Черт. 219.

$$P = ABFE + FBCG - DCGH - ADHE \text{ или}$$

$$P = \frac{x_a + x_b}{2}(y_b - y_a) + \frac{x_b + x_c}{2}(y_c - y_b) - \frac{x_c + x_d}{2}(y_c - y_d) - \frac{x_d + x_a}{2}(y_d - y_a).$$

Послѣ перемноженія получаемъ:

$$2P = x_a y_b + x_b y_b - x_a y_a - x_b y_a + x_b y_c + x_c y_c - x_b y_b - x_c y_b - x_c y_c - x_d y_c + x_c y_d + x_d y_d - x_d y_d - x_a y_d + x_d y_a + x_a y_a \quad \ldots\ldots (P)$$

Сдѣлавъ приведеніе и соединяя оставшіеся члены по парно, найдемъ, располагая ихъ по x-мъ, искомую площадь

$$2P = x_a(y_b - y_d) + x_b(y_c - y_a) + x_c(y_d - y_b) + x_d(y_a - y_c),$$

---

[1]) Площадь многоугольника можно непосредственно вычислить по измѣреннымъ его сторонамъ и внутреннимъ угламъ; но мы не приводимъ для сего существующей фромулы, какъ малоупотребительной.

т.е. *двойная площадь многоугольника равна суммѣ произведеній, составленныхъ изъ абсциссы каждой точки на разность ординатъ точекъ послѣдующей и предшествующей ей,*
и такъ

$$2P = \Sigma x_n\ (y_{n+1} - y_{n-1})\ ^1).\ \text{Но}$$

$$v_{n+1} = y_n + \Delta y_{(n,\,n+1)} = y_{n-1} + \Delta y_{(n-1,\,n)} + \Delta y_{(n,\,n+1)},\ \text{а потому}$$

$$y_{n+1} - y_{n-1} = \Delta y_{(n-1,\,n)} + \Delta y_{(n,\,n+1)},\ \text{а}$$

$$2P = \Sigma x_n \left\{\Delta y_{(n-1,\,n)} + \Delta y_{(n,\,n+1)}\right\}\ \text{повѣрочная формула}\ ^1).$$

Изъ равенства (P) легко составить выраженіе

$$2P = y_a\ (x_d - x_b) + y_b\ (x_a - x_c) + y_c\ (x_b - x_d) + y_d\ (x_c - x_a)\ \ .\ .\ (P'),$$

т. е. ту же двойную площадь полигона можно вычислить по ординатамъ и по разности абсциссъ его вершинъ. Разности абсциссъ въ послѣднемъ равенствѣ берутся для точекъ предшествующей и послѣдующей той точкѣ, ордината которой берется для составленія произведеній вида:

$$y_n\ (x_{n-1} - x_{n+1}).$$

Сличая равенства (P) и (P'), видимъ, что они отличаются знаками, если ихъ писать по одному и тому же правилу. Дѣйствительно:

$$2P = \Sigma x_n\ (y_{n+1} - y_{n-1}) = \Sigma y_n\ \left\{-(x_{n+1} - x_{n-1})\right\}.\ ^1).$$

И такъ какъ для полигона площадь разсматривается по абсолютной ея величинѣ, то на *общій знакъ суммы* произведеній въ конечномъ результатѣ не обращается вниманія, лишь бы всѣ члены суммы произведеній были составлены *однообразно*. Само собою разумѣется, что разности абсциссъ (или ординатъ) послѣдующей и предшествующей точекъ, какъ и соотвѣтствующая ей ордината (или абсцисса) могутъ имѣть и различные, и одинаковые знаки, а потому при составленіи разностей и произведеній слѣдуетъ обратить вниманіе на знаки этихъ величинъ.

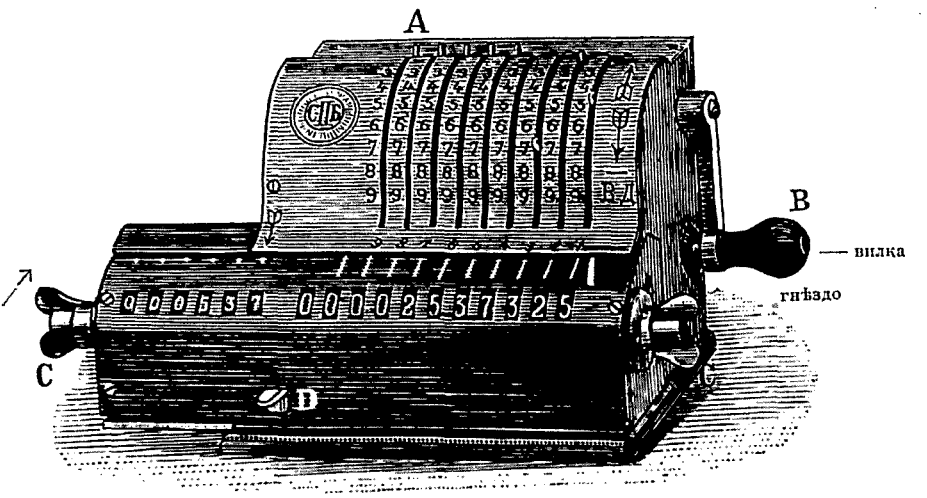
Для облегченія дѣйствія умноженія можно пользоваться или вычислительною машиною, напримѣръ, ариѳмометромъ системы Однера, или таблицами умноженія Петерса, Крелля, Циммермана, или Дьякова, Орлова, О'Рурка, Гензелипа и т. п.

Ариѳмометръ системы Однера. При геодезическихъ работахъ приходится производить весьма большое число вычисленій, представляющихъ солидный, хотя и простой трудъ. Для сокращенія и упрощенія работы прибѣгаютъ къ различнымъ вспомогательнымъ средствамъ. Къ такимъ вспомогательнымъ средствамъ принадлежатъ указанныя нами выше таблицы, по

---

[1]) Разности вида ($y_{n+1} - y_{n-1}$), какъ напр., ($y_c - y_a$) представляютъ изъ себя, въ чемъ легко убѣдиться изъ чертежа 219, сумму приращеній (Δy_b и Δy_c), а потому площадь можно вычислять не по разностямъ координатъ, а по суммѣ приращеній. Въ томъ же можно убѣдиться и аналитически, путемъ преобразованій формулъ.

которымъ берутся приращенія координатъ, таблицы произведеній и друг. Дадимъ теперь краткое описаніе счетной машины, помощью которой можно производить механически ариѳметическія дѣйствія надъ числами. Машинъ такого рода существуетъ очень много. Одной изъ старѣйшихъ машинъ, получившихъ распространеніе, можно считать ариѳмометръ Томаса. Первыми счетными машинами были машины, изобрѣтенныя Паскалемъ и Лейбницемъ. Затѣмъ нѣкоторыя усовершенствованія ввелъ Ганъ. Машина, аналогичная Гановой, была предложена въ началѣ прошлаго столѣтія Томасомъ и получила распространеніе. Мы приведемъ описаніе счетной машины Однера, носящей названіе ариѳмометръ „оригиналъ—Однеръ". Эта счетная ма-



Черт. 219 а.

шина (черт. 219а) изобрѣтена инженеромъ В. Т. Однеромъ въ С.-Петербургѣ въ 1890 году и состоитъ изъ двухъ главныхъ частей: 1) неподвижной *верхней* части *A*, представляющей собою изогнутую металлическую коробку (кожухъ), внутри которой помѣщается счетный механизмъ и 2) нижней части подвижной каретки *C*, содержащей правый большой и лѣвый малый счетные ряды. Цифры счетныхъ рядовъ видны въ особыя окна—отверстія. Въ новыхъ машинахъ надъ окошками помѣщается особая металлическая штанга съ 3-мя подвижными указателями, употребляющаяся при разсчетахъ съ десятичными дробями. Для приведенія показаній нижнихъ счетныхъ рядовъ въ нулевое положеніе служатъ двѣ гайки „ласточки", *C* и *C* вращающіяся только впередъ (отъ наблюдателя).

На металлической крышкѣ имѣется девять вертикальныхъ прорѣзовъ, каждый съ рядомъ цифръ отъ 1 до 9, и девять подвижныхъ спицъ, которыя могутъ устанавливаться противъ соотвѣтствующей желаемой цифры продольныхъ вырѣзовъ.

Подъ каждымъ прорѣзомъ написаны цифры, обозначающія разряды единицъ по десятичной системѣ; такимъ образомъ спица единицъ (правая)

устанавливается на единицы числа, слѣдующая на десятки и т. д. Автоматическій тормазъ даетъ возможность быстро устанавливать спицу на желаемую цифру.

Съ правой стороны на поверхности кожуха *A* нанесены двѣ стрѣлки во взаимно-противоположныхъ направленіяхъ; верхняя сопровождена знакомъ + и словами $\frac{\text{сложеніе}}{\text{умноженіе}}$, нижняя знакомъ — и словами $\frac{\text{вычитаніе}}{\text{дѣленіе.}}$ *B. Д.* Эти стрѣлки показываютъ въ какомъ направленіи нужно вращать рукоятку *B* машины при соотвѣтствующемъ ариѳметическомъ дѣйствіи.

Относительно установки спицъ и вращенія рукоятки нужно замѣтить, что *установка на данное число должна производиться при томъ положеніи, когда рукоятка B защелкнута вилкой*, имѣющей *гнѣздо* (круглое углубленіе) сбоку съ правой стороны кожуха, въ которое вилка и входитъ, защелкиваясь. Если начать ошибочно поворотъ рукоятки, то отнюдь *не слѣдуетъ возвращать* ее назадъ въ гнѣздо *съ полъ-дороги*, а слѣдуетъ закончить оборотъ, и затѣмъ уже повернуть рукоятку въ противоположную сторону на цѣлый оборотъ.

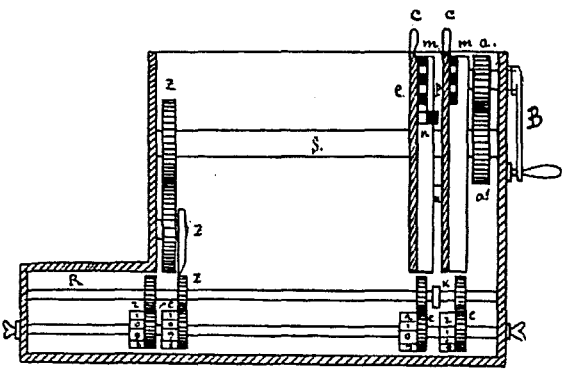
Если это условіе не будетъ выполняться, то возможны грубыя ошибки. Вращеніе надо производить равномѣрно, не слишкомъ быстро и не порывисто. Когда число при помощи спицъ установлено на верхней части и сдѣланъ одинъ поворотъ рукояткой впередъ, то то же число появится сейчасъ же въ окошкахъ нижняго праваго счетнаго ряда. Это будетъ въ томъ случаѣ, когда положеніе нижней телѣжки правильно; для опредѣленія правильности положенія телѣжки служитъ „счетная“ стрѣлка, находящаяся на лѣвомъ нижнемъ углу кожуха; она должна всегда стоять точно противъ одной изъ цифръ (1—8) лѣваго счетнаго ряда. Телѣжка, какъ было уже упомянуто, подвижна, но для того, чтобы ее передвинуть, нужно нажать кнопку *D*, которая при правильномъ положеніи телѣжки всегда упирается въ одно изъ гнѣздъ стальной доски.

Устройство механизмасчетной машины Однера [1]) слѣдующее. Рукоятка *B* (черт. 219 b) приводитъ во вращеніе зубчатое колесо *a*, которое, цѣпляясь за зубцы колеса *a'*, приводитъ во вращательное движеніе ось *S*. На оси *S* укрѣплены 9 мѣдныхъ круговъ *m*, діаметра $2^3/_4$ дюйма, раздѣленныхъ другъ отъ друга въ верхней части промежутками, а въ нижней круги утолщены и промежутковъ нѣтъ. На этой же оси *S* укрѣпленъ секторъ съ двумя упругими зубцами, служащими для переноса десятковъ. Каждый кругъ имѣетъ выступъ, на который надѣвается колесо *P* (черт. 219 c) со спицей *C*, выступающей въ прорѣзъ верхней части (кожуха). На ободкѣ каждаго колеса на $^1/_4$ окружности пропилены 9 четырехгранныхъ каналовъ. въ которые вставляются зубцы съ выступомъ *b*

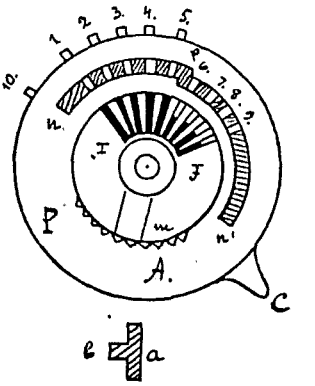
---

[1]) См. *Н. Н. Павловъ*. Инженер. Разсчеты въ техникѣ и ихъ вспомогательныя средства.

въ средней части. На верхней половинѣ колеса P сдѣланъ сбоку прорѣзъ $n\ p\ n'$, на серединѣ котораго сдѣланъ уступъ p. Ширина прорѣза равна длинѣ выступа b зубца. Кольцо P надѣвается на кругъ m послѣ того, какъ зубцы вставлены въ гнѣзда, и закрѣпляется помощью небольшой металлической пластинки. Нижняя часть кольца помѣщается между утолщеніями круговъ m, а само кольцо можетъ свободно вращаться на уступѣ круга m.



Черт. 219 b.



Черт. 219 c.

Вращая помощью спицы C колесо P вверхъ, мы получимъ такую картину: прорѣзъ pn верхнимъ краемъ захватитъ выступъ b зубцовъ и заставитъ ихъ войти въ гнѣзда колеса m. Когда опустится крайній зубецъ, конецъ n' прорѣза упрется въ послѣдній зубецъ, и мы получимъ колесо безъ зубцовъ. При обратномъ движеніи спицы C верхняя часть прорѣза np толкаетъ зубцы a вверхъ, и они выступаютъ надъ кругомъ m. Такимъ образомъ, можно получать зубчатое колесо съ 1—9 зубцами.

Правая сторона подвижной телѣжки имѣетъ 13 свободно вращающихся зубчатыхъ колесъ съ 10 зубцами каждое, а къ нему прикрѣплено колесо r съ цифрами на его ободкѣ, нумера цифръ 0—9. Зубцы цифровыхъ колесъ входятъ въ зубцы такихъ же по величинѣ промежуточныхъ колесъ на оси R, а эти послѣднія захватываются выступающими зубцами колесъ m.

Лѣвая сторона телѣжки имѣетъ 8 цифровыхъ колесъ, на которыхъ цифры надписаны въ такомъ порядкѣ 0, 1... 9, 8.... 1. Эти колеса сцѣплены съ зубчатками, имѣющими по 18 зубцовъ. Когда вращаемъ валикъ S и зубчатку Z, то это вращеніе передается зубчаткѣ Z_1, на оси которой находится кругъ съ однимъ зубцомъ. Зубецъ этотъ, задѣвая зубцы того или другого колеса, смотря по положенію телѣжки, передвигаетъ счетное колесо на одну цифру при каждомъ оборотѣ рукоятки B. Такимъ образомъ, на лѣвомъ счетномъ ряду получается число поворотовъ рукоятки B.

Перенесеніе десятковъ дѣлается посредствомъ слѣдующаго приспособленія. На каждомъ изъ круговъ m съ правой стороны сдѣлана выемка n,

простирающаяся почти до центра круга. Внутри этой выемки утверждена стальная пружина, утолщающаяся къ наружному концу, гдѣ она переходитъ въ небольшой стержень *n*. Стержень *n* подъ дѣйствіемъ пружины располагается въ промежуткѣ между кругами. Такой же зубецъ находится и по другую сторону сплошной части круга. На цифровыхъ колесахъ между цифрами 2 и 3 придѣланъ съ лѣвой стороны близъ ободка боковой зубчикъ. При вращеніи цифрового колеса зубецъ задѣваетъ за кулакъ *k*, расположенный на рычагѣ между каждой парой смежныхъ колесъ. Кулакъ *k* имѣетъ форму широкаго зубца, одна сторона котораго плоская, другая выпуклая. Въ то время, когда счетное колесо покажетъ въ окнѣ цифру 9, цифра 3 подходитъ къ кулаку *k*, и боковой зубецъ выдвигаетъ кулакъ впередъ,—тогда же къ кулаку подходитъ зубецъ *n* колеса *m*, ребро кулака попадаетъ между зубцомъ *n* и слѣдующимъ, слѣва находящимся кругомъ—колесомъ *m*. При дальнѣйшемъ движеніи рукоятки зубецъ *n*, коснувшись наиболѣе выдающейся части кулака, прижимается къ стѣнкамъ выемки и задѣваетъ зубецъ промежуточнаго зубчатаго колеса соотвѣтствующаго круга, отчего счетное колесо высшаго разряда повернется на одну цифру. Послѣ этого силою пружины зубецъ *n* отталкивается на старое мѣсто, а кулакъ давленіемъ сплошной части круга приводится въ первоначальное положеніе.

Приведемъ теперь нѣсколько примѣровъ, на которыхъ выяснимъ употребленіе ариѳмометра.

Сложеніе. Положимъ, нужно найти сумму чиселъ: 75384 + 6278 + + 9507 = 91169. Поступаемъ такимъ образомъ: устанавливаемъ рукоятку въ ея *нормальное положеніе*, помощью ласточекъ показанія праваго и лѣваго счетныхъ рядовъ приводимъ къ нулямъ. Пять правыхъ спицъ устанавливаемъ на число 75384, а затѣмъ поворачиваемъ рукоятку въ направленіи +. Послѣ поворота въ окнахъ праваго нижняго ряда появится то же самое число. Затѣмъ, вновь поставивъ рукоятку въ нормальное положеніе, спицы устанавливаемъ на слѣдующее число 6278 и опять вращаемъ рукоятку одинъ разъ; въ окошкахъ нижняго ряда теперь появится число 81662, т. е. сумма первыхъ двухъ слагаемыхъ. Такимъ же образомъ прибавляется и третье слагаемое. Въ лѣвомъ счетномъ ряду появится число 3, показывающее сколько взято слагаемыхъ.

Умноженіе. Такъ какъ умноженіе есть частный видъ сложенія, то при перемноженіи чиселъ дѣйствуютъ аналогично предыдущему, но съ нѣкоторыми упрощеніями. Пусть, напр., нужно найти $87659 \times 6034 = 528934406$. Устанавливаемъ спицы на множимое 87659, а затѣмъ вращаемъ рукоятку 4 раза; переставляемъ телѣжку по зубцу *D* на одинъ шагъ вправо, вращаемъ рукоятку 3 раза; передвигаемъ телѣжку на 2 шага вправо и вращаемъ рукоятку 6 разъ. Въ окошкахъ праваго счетнаго ряда получимъ произведеніе 528934406, а въ лѣвомъ — множитель 6034.

Если произведеніе должно имѣть больше цифръ, чѣмъ отверстій въ большомъ счетномъ ряду, тогда множитель разбиваютъ на части (слагаемыя) и находятъ частныя произведенія, которыя затѣмъ нужно только сложить.

Вычитаніе. Пусть нужно найти разность 2765930 — 2748693 = 17237. Устанавливаемъ спицы на уменьшаемое 2765930 и поворачиваемъ рукоятку въ направленіи +; тогда уменьшаемое появится въ отверстіяхъ нижняго ряда. Далѣе, устанавливаемъ спицы на число 2748693, а рукоятку вращаемъ въ направленіи —. На нижнемъ счетномъ ряду получимъ разность 17237.

Дѣленіе. Найти 8450 : 26?

Устанавливается въ прорѣзъ дѣлимое 8450 и поворотомъ рукоятки на + оно переводится на нижній рядъ. Цифра 1 лѣваго ряда погашается помощью ласточки *C*. Далѣе, устанавливается въ прорѣзахъ дѣлитель 26, а телѣжка передвигается такъ, чтобы расположеніе чиселъ было такое:

26
8450

Вращаемъ теперь рукоятку въ направленіи — до тѣхъ поръ, пока внизу не получимъ остатка меньшаго 26 (для даннаго случая 3 раза). Потомъ передвигаемъ телѣжку на одинъ шагъ влѣво и опять вращаемъ въ направленіи —, пока остатокъ не будетъ менѣе 26 (здѣсь 2 раза). Телѣжку еще разъ передвигаемъ на одинъ шагъ влѣво, а рукоятку вращаемъ, какъ выше.

Такимъ образомъ, въ лѣвомъ счетномъ ряду появится частное 325, а въ правомъ—остатокъ 0.

Дѣйствія съ десятичными дробями отличаются только тѣмъ, что за единицы нужно принимать наименьшій десятичный знакъ.

При помощи ариѳмометра Однера можно производить и извлеченіе квадратныхъ корней, но на этомъ не будемъ останавливаться.

Чтобы удобнѣе было слѣдить за ходомъ вычисленія, обыкновенно рекомендуется придерживаться однообразнаго расположенія числовыхъ величинъ въ особо составляемыхъ и заранѣе отпечатанныхъ формулярахъ или схемахъ.

Приводимъ образецъ такой схемы (см. также ранѣе данный формуляръ вычисленія координатъ и площади пустоши Адамовки).

§ 158. Вычисленіе площадей фигуръ по плану планиметрами, или, такъ называемый, *механическій способъ* вычисленія площадей. Здѣсь мы ограничимся разсмотрѣніемъ главнымъ образомъ слѣдующихъ приборовъ: *полярнаго планиметра* системы Амслера, усовершенствованнаго полярнаго планиметра Коради, *линейнаго планиметра* Коради-Гомана съ шаровымъ сегментомъ и линейки-планиметра Зарубина.

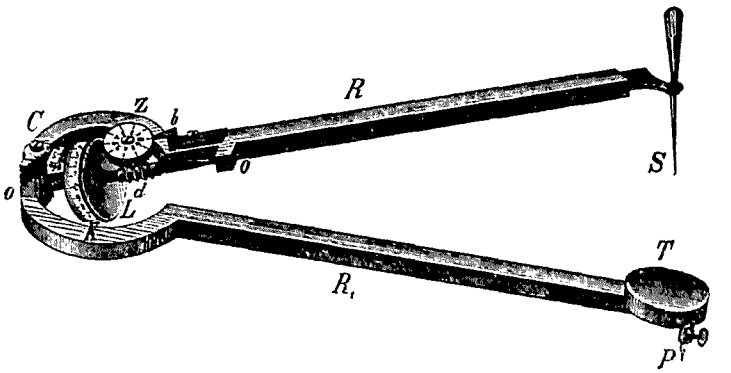
Полярными планиметрами условимся называть такіе, которые при употребленіи вращаются около одной неподвижной точки, называемой *полю-*

№№ точекъ.	Координаты		Разности.		Произведенія.	
	x	y	$x_{n-1} - x_{n+1}$ [1])	$y_{n+1} - y_{n-1}$ [2])	$x_n (y_{n+1} - y_{n-1})$	$y_n (x_{n-1} - x_{n+1})$
1	— 50,78	+ 31,67	— 59,31	— 71,86	+ 3649,0508	— 1878,3477
2	0	0	— 117,11	— 47,65	0,0000	0,0000
3	+ 66,33	— 15,98	— 105,75	+ 22,69	+ 1505,0277	+ 1689,8850
4	+ 105,75	+ 22,69	— 177,79	+ 89,84	+ 9500,5800	— 4034,0551
5	+ 244,12	+ 73,86	— 247,19	+ 71,58	+ 17474,1096	— 18257,4534
6	+ 352,94	+ 94,27	+ 87,87	+ 124,42	+ 43912,7948	+ 8283,5049
7	+ 156,25	+ 198,28	+ 318,71	+ 102,53	+ 16020,3125	+ 63193,8188
8	+ 34,23	+ 196,80	+ 219,34	— 7,42	— 253,9866	+ 43166,1120
9	— 63,09	+ 190,86	+ 78,51	— 101,21	+ 6385,3389	+ 14984,4186
10	— 44,28	+ 95,59	— 3,78	— 119,00	+ 5269,3200	— 361,3302
11	— 59,31	+ 71,86	+ 6,50	— 63,92	+ 3791,0952	+ 467,0900
		Сумма . .	0,00	0,00	$2P$=107253,6429	= 107253,6429 саж.
					P = 22 десятины 827 □ саж.	

[1]) $-(\Delta x_n + \Delta x_{n+1})$. [2]) $\Delta y_{n+1} + \Delta y_n$.

сомъ, а линейными тѣ, которые при ихъ употребленіи перемѣщаются по плану параллельно своему первоначальному положенію.

§ 159. Полярный планиметръ Амслера состоитъ изъ двухъ мѣдныхъ рычаговъ R_1 и R (черт. 220), соединенныхъ между собою стальною тонкою вертикальною осью вращенія C (шарниромъ). Одинъ изъ рычаговъ R_1, имѣющій на свободномъ отъ оси C концѣ иглу P и тяжесть T, называется *полюснымъ рычагомъ*, въ отличіе отъ другого рычага R, снабженнаго штифтомъ S [1]) съ рукояткою (*грифомъ*) и носящаго названіе *обводнаго рычага*.

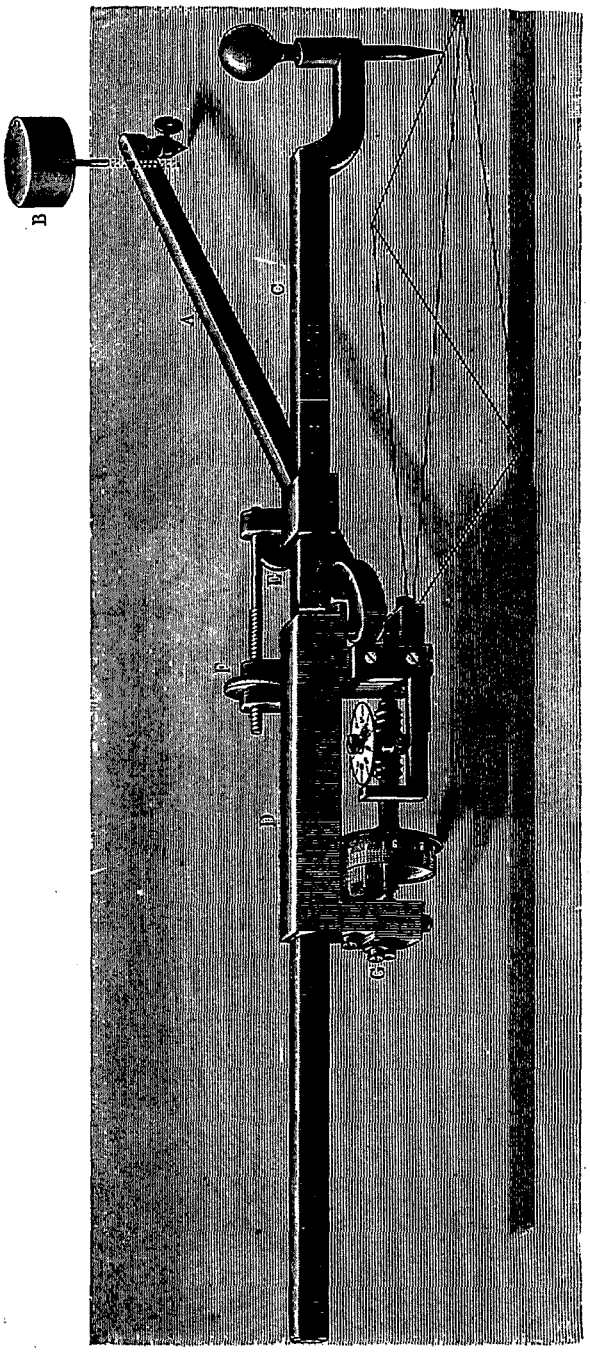


Черт. 220.

При употребленіи планиметра, штифтомъ S водятъ по контуру той фигуры, площадь которой вычисляется; игла P при этомъ втыкается въ бумагу надавливаніемъ на тяжесть T и остается во все время обвода на одномъ и томъ же мѣстѣ. Эту постоянную точку планиметра, около которой онъ вращается во время обвода фигуры, называютъ *полюсомъ*. На обводномъ рычагѣ R ближе къ оси скрѣпленія C помѣщается металлическое *счетное колесо* (валикъ) K съ выступающимъ краемъ—ободкомъ L. Колесо прикасается къ бумагѣ одною изъ точекъ окружности L, плоскость круга которой *перпендикулярна* къ горизонтальной проекціи линіи CS, соединяющей проекціи оси скрѣпленія рычаговъ и обводнаго шпиля. Такимъ образомъ, планиметръ имѣетъ на бумагѣ три точки опоры: иглу, обводный шпиль и точку прикосновенія выступающаго края колеса. Цилиндрическая поверхность валика подраздѣлена на 100 частей, причемъ десятки подписаны цифрами 1, 2, 3,..... 7, 8, 9, 0, считая отъ штриха, подписаннаго нулемъ. Для подсчета числа полныхъ оборотовъ начальной точки прикосновенія окружности L къ бумагѣ или, что то же самое, числа полныхъ оборотовъ валика K, сдѣланныхъ имъ за все время движенія обводнаго штифта S по контуру фигуры, служитъ раздѣленный на 10 частей круглый *циферблаттъ* Z съ указателемъ b. Циферблаттъ насаженъ на ось, оканчивающуюся шестернею, зубцы которой соединяются съ нарѣзкою безконечнаго винта d горизонтальной оси OO валика K, съ которой онъ наглухо соединёнъ, такъ что составляетъ съ нею одно нераздѣльное цѣлое. Вращеніе валика K съ осью OO происходитъ около точекъ O и O, служащихъ вершинами конусовъ, въ которые обточены концы оси OO; эти шипы оси упираются въ подшипники, имѣющіе видъ винтовъ, съ гнѣздами въ изогнутой части CZb рычага R. Къ окружности колеса K прилегаетъ верньеръ,

[1]) Въ настоящее время сдѣлано предложеніе штифтъ замѣнить маленькимъ двояковыпуклымъ стекломъ, центръ котораго въ видѣ черной точки и служитъ для обвода фигуры.

образуя во избѣжаніе тренія, узкую щель между собою и краемъ валика. Точность t верньера равна $\frac{1}{10}$ доли сотаго дѣленія валика K. По верньеру, слѣдовательно, читаются *тысячныя* доли полнаго оборота колеса K. Каждый полный оборотъ колеса K отмѣчается указателемъ b циферблатта, переходомъ его съ одного штриха на сосѣдній, такъ какъ одно дѣленіе циферблатта соотвѣтствуетъ одному полному обороту колеса. Нулевой штрихъ верньера отмѣчаетъ десятыя и сотыя доли полнаго оборота окружности L колеса K, а отсчётъ по верньеру даетъ тысячныя доли той же длины окружности L. Вслѣдствіе этого, считая тысячную долю длины окружности L за единицу, можно сказать, что полный оборотъ циферблатта соотвѣтствуетъ числу $10 \times 100 \times 10 = 10000$ дѣленій, считаемыхъ по ноніусу (на циферблаттѣ 10 подраздѣленій, на окружности колеса 100 дѣленій, да каждое дѣленіе колеса при помощи ноніуса подраздѣляется еще на 10 частей).



Черт. 221.

Планиметры Амслера въ ихъ первоначальномъ устройствѣ встрѣчаются въ двухъ видахъ: съ *постояннымъ обводнымъ рычагомъ*—это, только что описанный и изображенный на чертежѣ 220, и съ *перемѣннымъ* по длинѣ *переставнымъ* обводнымъ рычагомъ C (черт. 221), весьма немногимъ отличающійся отъ перваго. Сходство и различіе въ устройствѣ обоихъ видовъ легко усмотрѣть изъ приводимыхъ рисунковъ. Перестановка обводнаго рычага C (черт. 221) съ цѣлію измѣненія его длины

совершается простымъ его передвиженіемъ отъ руки въ муфтахъ D и E, въ которыхъ онъ затѣмъ закрѣпляется нажимательнымъ винтомъ E и медленно передвигается микрометреннымъ винтомъ F.

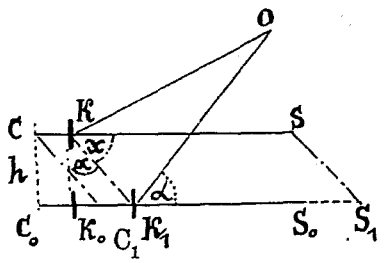
§ 160. Теорія полярнаго планиметра Амслера. [1]) Изъ описанія устройства планиметра Амслера и приложенныхъ чертежей 220 и 221 можно было усмотрѣть, что: 1) опредѣленіе по плану площади данной на нёмъ фигуры сводится къ обводу контура (черт. 221) фигуры шпилемъ S рычага R (черт. 220) и 2) *къ подсчету длины дуги, на которую обернулось колесо* K (въ доляхъ длины окружности L колеса K, движущейся по бумагѣ плана), за все время перемѣщенія обводнаго шпиля по контуру фигуры.

При выводѣ формулъ, относящихся къ теоріи планиметра, будемъ различать два случая: 1) полюсъ планиметра находится *внутри обводимаго контура* и 2) полюсъ помѣщается *внѣ вычисляемой площади.*

Первоначальное и конечное положенія планиметра пусть опредѣляются отсчетами, сдѣланными на циферблаттѣ, колесѣ и ноніусѣ планиметра.

Обводъ контура дѣлается слѣва направо, т. е. *по ходу часовой стрѣлки*, при чемъ къ указателю b и нулю верньера подходятъ *вообще* возрастающія подписи дѣленій и, послѣ того, какъ обводъ закончился, второй отсчетъ долженъ быть болѣе перваго. Напротивъ того, колесо и циферблаттъ вращаются въ сторону убывающей подписи, если контуръ обводится противъ хода часовой стрѣлки, а потому сдѣланный отсчетъ послѣ обвода контура не соотвѣтствуетъ истинному пути, пройденному окружностію L колеса K, а является дополненіемъ къ числу, представляющему *полный оборотъ циферблатта* (т. е. къ $10 \times 1000 = 10000$), выраженному въ *тысячныхъ* доляхъ длины окружности L.

При движеніи обводнаго шпиля S по контуру фигуры, колесо K (что легко усмотрѣть, слѣдя за нимъ) будетъ то вращаться, то скользить по бумагѣ. Дѣйствительно, разсмотримъ возможныя перемѣщенія рычага R.

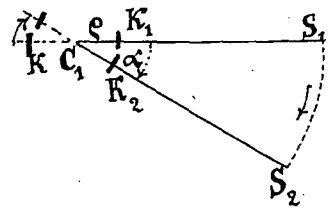


Черт. 221а.

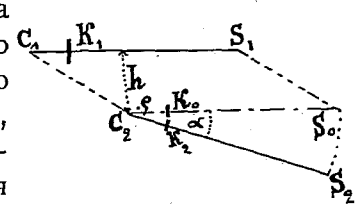
1) Рычагъ $CKS = R$ можетъ перемѣщаться параллельно самому себѣ по линіи $KK_0 = CC_0 = h$ (черт. 221а), перпендикулярной къ CKS; при этомъ счётное колесо K обернется на дугу, равную по длинѣ пройденному пути h; 2) рычагъ можетъ перемѣститься параллельно же самому себѣ, но по направленію KK_1, наклонному къ CKS подъ угломъ x; въ этомъ случаѣ перемѣщеніе счетнаго колеса изъ K въ K_1 можетъ быть разложено на два: *на вращеніе колеса по дугѣ* $KK_0 = h$ и *на скольженіе* его по линіи K_0K_1 какъ бы при перемѣщеніи рычага R по направленію оси счетнаго колеса

[1]) См. также брошюру, изданную фирмой Г. Герляхъ въ Варшавѣ, подъ моей редакціей.

изъ $C_0K_0S_0$ въ $C_1K_1S_1$. Если $\alpha = 90^0 - x$, то $KK_1 . cos\alpha = h$. Если бы рычагъ вращался около O какъ центра, то KK_1 была бы дугою радіуса KO, линія KK_0 была бы касательною, и проекція дуги KK_1 на касательную KK_0 была бы $h = KK_1 . cos\alpha$, (если KK_1 — незначительная по длинѣ дуга). 3) Рычагъ $C_1K_1S_1$, (черт. 221b) можетъ повернуться около C_1 какъ центра на уголъ $S_1C_1S_2$, и счетное колесо *опишетъ дугу* $arcK_1K_2$. Обозначая C_1K_1 черезъ ρ и черезъ α дугу при радіусѣ, равномъ единицѣ, для угла поворота $S_1C_1S_2$, можно написать $arcK_1K_2 = \rho . \alpha$. Въ случаѣ, когда ρ отрицательно, т. е. когда колесо K лежитъ на продолженіи C_1S_1 и при вращеніи рычага R около C_1 колесо движется въ противоположную сторону (сравнительно съ движеніемъ шпиля S_1), величина $\rho\alpha$ считается отрицательной. 4) Рычагъ R можетъ изъ положенія $C_1K_1S_1$ (черт. 221c) перемѣститься въ произвольное положеніе $C_2K_2S_2$, и это перемѣщеніе можетъ быть разложено на два: a) на перемѣщеніе изъ C_1S_1 въ C_2S_0, вслѣдствіе чего колесо обернется на дугу $= h$ и b) послѣ этого рычагъ изъ положенія C_2S_0 перейдетъ въ C_2S_2, т. е. обернется около C_2 на уголъ $S_0C_2S_2$, вслѣдствіе чего колесо (сверхъ дуги h) еще обернется на дугу $arcK_0K_2 = \alpha\rho$, такъ что вся дуга, на которую обернется колесо K, будетъ $u = h + \alpha\rho$ (или вообще $u = h \pm \alpha\rho$). Очевидно, что путь, пройденный колесомъ K, *не* равенъ дугѣ u, на которую оно обертывается, ибо когда колесо скользитъ только по бумагѣ, то эта часть пути не должна отмѣчаться счётнымъ механизмомъ колеса.



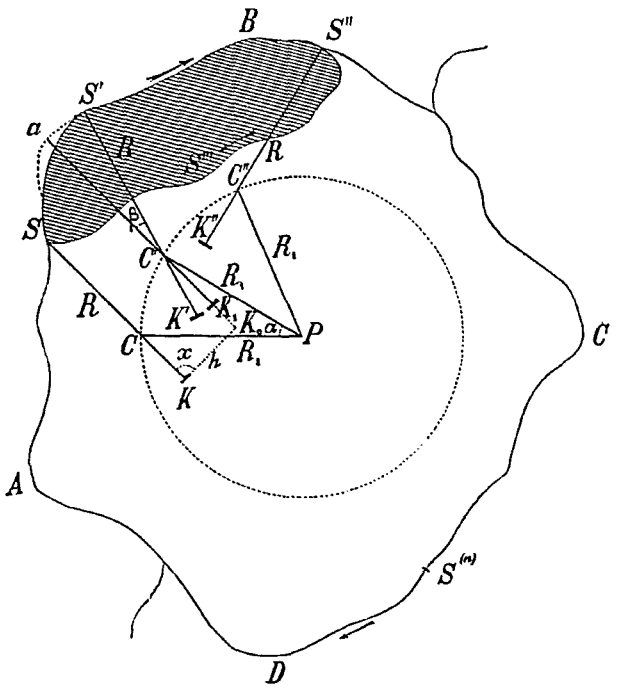
Черт. 221b.



Черт. 221c.

Разсмотримъ **первый случай**—*полюсъ P планиметра находится внутри обводимой фигуры* (черт. 222), при этомъ допустимъ, что колесо K находится на продолженіи линіи CS (черт. 222), соединяющей проекціи вертикальной оси C скрѣпленія рычаговъ и обводнаго шпиля S (примѣнительно къ чертежу 221). Допустимъ, что обводный шпиль S передвинутъ по контуру на *безконечно малую* дугу SS' (черт. 222); колесо K перемѣстится изъ K въ K'. Обозначимъ длину дуги, на которую повернется колесо при перемѣщеніи рычага CS въ положеніе $C'S'$—черезъ u, уголъ $aC'S'$—черезъ β (дуга при радіусѣ равномъ единицѣ), а KC—черезъ ρ; тогда согласно замѣчаній о возможныхъ перемѣщеніяхъ рычага R, дуга $u = h - \beta\rho$. Дуга $\beta\rho$ будетъ со знакомъ плюсъ, когда колесо K помѣщено на линіи CS, между C и S. И такъ полная длина дуги, на которую обер-нется колесо K за время перехода штифта изъ S въ S', будетъ $u = h - \beta\rho$. Вообще же она выражается черезъ $u = h \pm \beta\rho$. Такое разсужденіе справедливо до тѣхъ поръ, пока уголъ $x = 90^0$, т. е. плоскость круга L колеса K перпендикулярна къ оси OO или къ линіи ей параллельной CS. Въ случаѣ же неперпендикулярности дуга, на которую по-вернется колесо, будетъ менѣе

u, а именно $u \cos (90^0 - x)$. Для выполненія условія перпендикулярности служатъ подшипники и отчасти то, что рычагъ R у штифта S составной, на винтахъ, имѣющихъ подъ головками прорѣзы продолговатой формы.



Черт. 222.

Не трудно видѣть изъ чертежа 222-го, что обводимая площадь нашего контура состоитъ изъ двухъ частей: круга радіуса R_1 съ центромъ въ P и части, заключающейся между окружностію этого круга и контуромъ данной фигуры $ABCDA$, а слѣдов. показать, что вся площадь Π обводимой сомкнутой фигуры $ABCDA$ можетъ быть выражена въ зависимости отъ размѣровъ планиметра, а именно отъ длины R и R_1 его обоихъ рычаговъ, разстоянія ρ отъ оси скрѣпленія рычаговъ до плоскости L счетнаго колеса K и отъ длины U той дуги, на которую при обводѣ фигуры обернется колесо K, т. е. показать, что Π есть нѣкоторая функція F величинъ R, R_1, ρ и U

$$\Pi = F(R, R_1, \rho, U).$$

Для этого достаточно сперва разсмотрѣть весьма малый элементъ p всей площади Π, полагая, что обводный шпиль S прошелъ по контуру чрезвычайно малую дугу SS'. Этотъ элементъ по малости дуги SS' можно считать состоящимъ изъ трехъ частей: параллелограмма $SaC'C$ и двухъ секторовъ $CC'P$ и $aS'C'$, ибо, проводя $Ca \parallel C'S$, точку a можно принять лежащею на дугѣ SS', а потому

$$p = Rh + \frac{1}{2} CC' \,.\, R_1 + \frac{1}{2} aS' \,.\, R.$$

Высота h параллелограмма $SaCC'$ найдется изъ условія, что $u = h + \beta\rho$. Дуга CC', описанная радіусомъ R_1, найдется, если обозначимъ соотвѣтствующую ей дугу при радіусѣ, равномъ единицѣ и описанную изъ центра P, черезъ α,

$$CC' = \alpha \,.\, R_1. \text{ Также и } arc\ aS' = \beta \,.\, R.$$

Сдѣлавъ подстановку вмѣсто h величины $u+\beta\rho$ и замѣняя CC' черезъ αR_1 и $\alpha S'$ черезъ βR, получимъ

$$p = R(u+\beta\rho) + \frac{1}{2} R_1 . \alpha . R_1 + \frac{1}{2} R . \beta . R$$

или
$$p = Ru + \frac{1}{2} R^2 \beta + \frac{1}{2} R^2_1 \alpha + R\rho\beta.$$

Передвигая далѣе по контуру обводный шпиль S изъ S' въ S'', изъ S'' въ S''' и т. д. на безконечно малыя дуги, будемъ соотвѣтственно получать подобно первому элементу p слѣдующіе элементы p_1, p_2,.....

$$p_1 = Ru_1 + \frac{1}{2} R^2 \beta_1 + \frac{1}{2} R^2_1 \alpha_1 + R\rho\beta_1$$

$$p_2 = Ru_2 + \frac{1}{2} R^2 \beta_2 + \frac{1}{2} R^2_1 \alpha_2 + R\rho\beta_2$$

. . . . . .

и т. д.

Возвратясь по контуру фигуры съ обводнымъ шпилемъ въ начальную точку S и взявши сумму всѣхъ элементовъ p, получимъ всю площадь П фигуры въ видѣ:

$$\Pi = p + p_1 + p_2 + ... = R(u + u_1 + u_2 + ...) + \frac{1}{2} R^2 (\beta + \beta_1 + \beta_2 + ...) +$$

$$+ \frac{1}{2} R_1^2 (\alpha + \alpha_1 + \alpha_2 + ...) + R\rho (\beta + \beta_1 + \beta_2 + ...).$$

(Очевидно, что здѣсь суммированіе есть въ скрытомъ видѣ интегрированіе).

Сумма всѣхъ $u + u_1 + u_2 + ... = U$

будетъ та дуга, на которую обернется колесо K, послѣ полнаго обвода фигуры; эту дугу мы условились выражать въ тысячныхъ доляхъ длины L. Каждая изъ суммъ

$$\alpha + \alpha_1 + \alpha_2 + ...$$
$$\beta + \beta_1 + \beta_2 + ...$$

въ отдѣльности обращается въ цѣлую окружность радіуса, равнаго единицѣ, т. е. въ 2π [1]), а потому

$$\Pi = RU + \pi R^2 + \pi R_1^2 + 2\pi R\rho ..... (1).$$

Для планиметровъ съ постояннымъ рычагомъ, у которыхъ колесо K лежитъ между C и S, и вращается въ ту же сторону, что и шпиль S, формула будетъ иная (въ зависимости отъ $h = u - \beta\rho$). Площадь П выразится такъ:

$$\Pi = RU + \pi R^2 + \pi R_1^2 - 2\pi R\rho ..... (2).$$

---

[1]) Для суммы $\beta + \beta_1 + \beta_2 + ...$ замѣчаніе это будетъ справедливо потому, что точка C скрѣпленія рычаговъ движется по окружности и вмѣсто дугъ β можно воображать вокругъ полюса P равныя имъ по длинѣ дуги.

Общая формула для случая, *когда полюсъ P стоитъ внутри фигуры*, будетъ:

$$\Pi = RU + Q, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

$$\text{гдѣ } Q = \pi (R^2 + R_1^2 \pm 2R\rho) \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Величину Q, зависящую отъ длины обоихъ рычаговъ и ρ, или иначе отъ размѣровъ планиметра, принято называть *постояннымъ числомъ* планиметра.

Второй случай, *полюсъ* планиметра *помѣщается внѣ* вычисляемой *площади*. Пусть, напр., онъ помѣщается внѣ заштрихованной на чертежѣ фигуры $SS'\,S''\,S'''\,S$ (черт. 222), тогда возможно вообразить на контурѣ заштрихованной фигуры двѣ точки, одну начальную, а другую напр. S'', дѣлящую контуръ на двѣ части: верхнюю $SS'\,S''$ и нижнюю $S''\,S'''\,S$; при движеніи шпиля S по верхней части суммы

$$\alpha + \alpha_1 + \alpha_2 + \ldots\ldots$$
$$\beta + \beta_1 + \beta_2 + \ldots\ldots$$

станутъ постепенно возрастать и достигнутъ своего возможнаго наибольшаго значенія. Пройдя же со шпилемъ S черезъ вторую точку S'' по нижней части контура, мы будемъ растворъ между начальнымъ и предѣльнымъ положеніемъ рычаговъ уменьшать и когда рычаги вернутся въ первоначальное положеніе PCS, суммы

$$\alpha + \alpha_1 + \alpha_2 + \ldots\ldots$$
$$\beta + \beta_1 + \beta_2 + \ldots\ldots$$

каждая въ отдѣльности обратятся въ нули. Разумѣется, что и сумма $u + u_1 + u_2 + \ldots\ldots$ для случая, когда полюсъ стоитъ внѣ фигуры, будетъ иная, чѣмъ въ первомъ случаѣ; пусть она равна U_1, тогда площадь $\Pi_1 = SS'S''S'''S$ будетъ

$$\Pi_1 = RU_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Къ формулѣ $\Pi_1 = RU_1$ можно придти также и инымъ путемъ. Будемъ разсматривать площадь Π_1 какъ разность между всей площадью Π фигуры $ABCD$ и нижней ея части $SS''\,CS^{(n)}\,DAS$, гдѣ стоитъ полюсъ P. Обводя всю фигуру, найдемъ

$$\Pi = RU + Q.$$

а послѣ обвода нижней ея части, получимъ:

$$\Pi_2 = RU_2 + Q.$$

Вычитая Π_2 изъ Π, увидимъ, что:

$$\Pi_1 = \Pi - \Pi_2 = RU + Q - (RU_2 + Q) = R(U - U_2) = RU_1.$$

Итакъ, получаются двѣ формулы

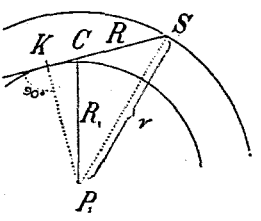
$$\Pi = RU + Q \text{ (полюсъ } \textit{внутри} \text{ фигуры)}$$
$$\Pi_1 = RU_1 \text{ (полюсъ } \textit{внѣ} \text{ фигуры)}$$

Такимъ образомъ употребленіе планиметра съ постановкою полюса внѣ фигуры выгоднѣе, ибо тогда не требуется знанія постояннаго числа Q.

§ 161. Геометрическое значеніе постояннаго числа Q планиметра Амслера. Выраженіе $\pi(R^2+R_1^2\pm 2R\rho)$ зависитъ отъ трехчлена, стоящаго въ скобкахъ. Легко замѣтить, что онъ второго измѣренія и, слѣдовательно, его можно приравнять r^2. Если же

$$R^2_1+R^2\pm 2R\rho=r^2, \text{ то}$$
$$Q=\pi r^2, \text{ т. е.}$$

Q есть площадь нѣкотораго круга радіуса r. Этотъ кругъ называется *основнымъ* кругомъ. Выраженіе его радіуса r напоминаетъ извѣстныя теоремы геометріи о квадратѣ стороны треугольника, лежащей противъ тупого и остраго угла (треугольника), при чемъ отрѣзокъ на основаніи R треугольника отъ вершины косого угла до подошвы перпендикуляра равенъ ρ. Построивъ треугольникъ SCP (черт. 223) съ основаніемъ R, отрѣзкомъ ρ и стороной $CP=R_1$, видимъ, что $SP=r$ есть не что иное, какъ растворъ между обводнымъ шпилемъ S и полюсомъ P планиметра въ тотъ моментъ, когда *плоскость круга L колеса K проходитъ черезъ полюсъ P*. Изъ чертежа легко видѣть, что окружность радіуса KP даетъ путь колеса, при которомъ радіусъ r остается безъ измѣненія. Путь этотъ, будучи окружностію, въ каждой своей точкѣ имѣетъ направленіе KCS въ видѣ касательной къ кругу, а, слѣдов., колесо движется по бумагѣ по направленію своей оси OO, параллельной CS, а потому должно *только скользить* по бумагѣ. Такой признакъ перемѣщенія колеса могъ бы служить къ опредѣленію r, а слѣд. и Q; но къ этому пріему нахожденія постояннаго числа не слѣдуетъ прибѣгать, такъ какъ сразу добиться, чтобы колесо только скользило, но *не* вращалось, весьма трудно, и это можетъ удасться только послѣ долгаго ряда попытокъ.



Черт. 223.

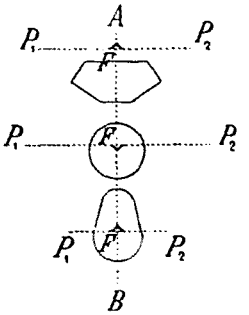
§ 162. Опредѣленіе постояннаго числа планиметра Амслера. Формулы $\Pi=RU+Q$ и $\Pi_1=RU_1$ *для одной и той же фигуры съ площадью* Π *даютъ*:

$$RU+Q=RU_1, \text{ откуда}$$
$$Q=RU_1-RU \text{ или } Q=R\,(U_1-U),$$

а это прямо указываетъ, что *постоянное число Q проще найти какъ разность показаній планиметра при двухъ обводахъ шпилемъ одной и той же фигуры,—перваго, когда полюсъ стоитъ внѣ фигуры и второго, когда онъ стоитъ внутри ея.*

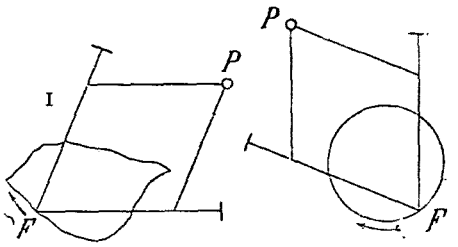
Прежде чѣмъ перейдемъ къ самому пріему употребленія полярнаго планиметра Амслера, остановимъ наше вниманіе на небольшомъ видоизмѣненіи устройства планиметра Амслера, сдѣланномъ Коради, тѣмъ болѣе что пріемъ употребленія остается одинаковымъ для обоихъ планиметровъ.

§ 163. Усовершенствованные планиметры Амслера системы Кораді. Ось счетнаго колеса (валика) можетъ уклоняться отъ того положенія, которое она должна занимать согласно теоріи; это уклоненіе, неизбѣжно однако появляющееся при устройствѣ полярныхъ планиметровъ по системѣ Амслера, обыкновенно вредно сказывается на результатѣ, даваемомъ планиметромъ. Желаніе избѣжать этой ошибки въ окончательномъ результатѣ, а также стремленіе сдѣлать ось C скрѣпленія рычаговъ болѣе совершенною (болѣе прочною и дозволяющею большій растворъ рычаговъ при употребленіи) навело на мысль Кораді устранять вліяніе этой ошибки *двойной постановкой полюса планиметра*. При такой постановкѣ полюса, уклоненіе результата отъ истиннаго его значенія на одну и ту же величину во взаимнопротивоположныя стороны останется безъ послѣдствій, если только за окончательный результатъ принять среднее ариѳметическое изъ обоихъ результатовъ, полученныхъ при каждой изъ постановокъ полюса. Если при одной изъ нихъ результатъ будетъ болѣе истиннаго, то при другой—настолько же меньше, и полусумма (ариѳметическое среднее) изъ нихъ дастъ результатъ, освобожденный отъ вліянія ошибочнаго положенія осей планиметра.



Черт. 224.

При осуществленіи этой мысли немедленно же обнаружилось, что при обводѣ правильныхъ фигуръ за такія два положенія полюса нужно принимать тѣ изъ всѣхъ его возможныхъ положеній, которыя симметрично расположены относительно оси AB (симметріи) фигуры F, т.-е. при которыхъ (черт. 224) $P_1F = FP_2$, и P_1P_2 перпендикулярно къ AB и сверхъ того обводный рычагъ относительно полюснаго рычага находится влѣво, если полюсъ — въ P_1 и—вправо, если полюсъ въ P_2.



Черт. 225.

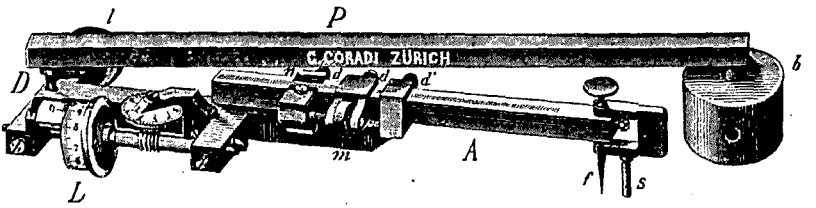
Позднѣе обнаружилось, что то же самое произойдетъ при обводѣ контура любой формы (черт. 225) даже при одномъ и томъ же положеніи полюса P, если только обводный рычагъ одинъ разъ будетъ находиться влѣво, а другой разъ—вправо отъ полюснаго рычага, т.-е. если за ось симметріи двухъ положеній планиметра I и II примемъ линію PF, — полюсъ-обводный шпиль, такъ какъ при этомъ получаются два результата, обнаруживающіе наклонъ оси счетнаго колеса (валика) въ противоположныя стороны.

Это открытіе принудило отказаться отъ практиковавшейся до сего времени конструкціи обыкновенныхъ полярныхъ планиметровъ, допускающихъ пользованіе ими только при одномъ положеніи обводнаго рычага, вправо отъ полюснаго,—и ввело въ употребленіе изготовляемые Кораді *компенсаціонные полярные планиметры* [1]. Планиметры эти по точности

[1]) Для Россіи представителемъ Кораді является механикъ Г. Герляхъ въ Варшавѣ, и только черезъ него можно пріобрѣсти настоящіе планиметры Кораді.

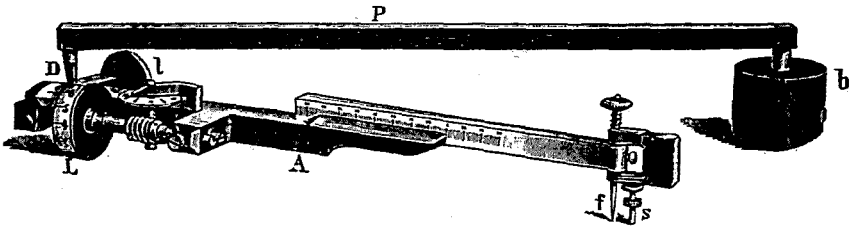
даваемыхъ результатовъ стоятъ въ такомъ же отношеніи къ обыкновенному полярному планиметру, какъ теодолитъ съ трубой, переводящейся черезъ зенитъ, къ теодолиту съ непереводящейся трубой.

Устройство планиметра съ перемѣннымъ и постояннымъ рычагомъ изображено на чертежахъ 226 и 226 bis. Въ числѣ нѣкоторыхъ особен-



Черт. 226.

ностей компенсаціоннаго планиметра надо отмѣтить *игольчатый полюсъ*, неразрывно связанный съ тяжестію, находящеюся подъ полюснымъ рычагомъ; онъ обладаетъ большимъ удобствомъ въ противоположность прежнему полюсу съ отдѣляющеюся накладною тяжестью и большой иглой,— его не надо втыкать въ бумагу и продырявливать ее проколомъ иглы насквозь и, кромѣ того, при немъ возможно быстро и удобно устанавливать

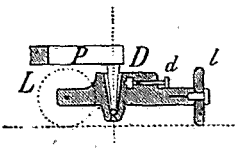


Черт. 226 bis.

счетное колесо на нуль, для чего достаточно только наклонить въ бокъ полюсный рычагъ такъ, чтобы находящаяся подъ тяжестью малая игла не касалась бумаги и затѣмъ двигать по плану полюсъ до тѣхъ поръ, пока не произойдетъ установка на нуль.

Главнѣйшею особенностію инструмента надо считать то, что онъ состоитъ изъ двухъ частей: обводнаго A и полюснаго P рычаговъ, *отдѣльно укладывающихся въ футляръ*. Соединеніе обоихъ рычаговъ изображено на черт. 227 и описано ниже на стр. 318.

Обводный рычагъ (черт. 226) ALD имѣетъ три точки опоры,—вращающееся мѣдное колесо валика (ободокъ счетнаго колеса) L, опорное колесо l и обводный штифтъ f. Обводный рычагъ настолько низокъ, что проходитъ подъ полюснымъ рычагомъ и свободно достигаетъ симметричнаго своего положенія. Ось опорнаго колеса l и ось ободка счетнаго колеса L взаимно перпендикулярны, и обѣ находятся въ плоскости, параллельной плану. Чтобы придавать обводному рычагу надлежащую длину, на немъ нанесены или полумиллиметровыя дѣленія съ присоединеніемъ къ нимъ нониуса (черт. 228а), или на боковой грани штрихи съ особыми надписями. На эти



Черт. 227.

штрихи устанавливается скошенный край муфты, въ которой двигается обводный рычагъ. При рычагѣ помѣщаются нажимательные винты *ddd'* муфты и микрометренный винтъ *m*, дѣйствующій по закрѣпленіи *d'*. Съ боку обводнаго шпиля *f* помѣщается удобный для концовъ пальцевъ руки *грифъ*, снабженный пружиной и подставкой *s*[1]) (черт. 228b). Нажимая на головку шпиля, возможно точно отмѣчать остріемъ обводнаго шпиля на бумагѣ начальную, а слѣдовательно, и конечную точку обвода.

Соединеніе обоихъ рычаговъ происходитъ не такъ, какъ у планиметра Амслера, вертикально, тонкою игольчатою осью, легко подвергающеюся ошибкамъ механическаго исполненія и поврежденіямъ, а прочной стальной цапфой полюснаго рычага съ отшлифованнымъ на ея концѣ *шаровымъ наконечникомъ*, погружающимся въ полушарообразное же углубленіе (гнѣздо), высверленное въ обводномъ рычагѣ. Это устройство легко усмотрѣть изъ прилагаемыхъ чертежей 226 и 227. Для обезпеченія устойчивости положенія шарообразной части и самаго игольчатаго рычага служитъ тяжесть *b* полюснаго рычага. *Ось скрѣпленія рычаговъ необходимо представлять себѣ чисто математическою, прямою линіею, проходящею черезъ цапфу и шарообразный наконечникъ перпендикулярно къ плоскости плана.*

Качанія конической части шарообразнаго наконечника внутри его гнѣзда въ обводномъ рычагѣ, а вмѣстѣ съ ней и всего полюснаго рычага не производитъ никакого вліянія на даваемые инструментомъ результаты, такъ какъ черезъ это не мѣняются размѣры какихъ-либо другихъ частей планиметра, обусловливающихъ (какъ это показываетъ теорія полярнаго планиметра) величину даваемаго инструментомъ результата и оно не вредитъ предназначенному этимъ частямъ взаимодѣйствію.

Какъ видно изъ чертежа 226, счетное колесо (валикъ) *L* находится сбоку, чрезъ что совершенно свободно читаются цифры и дѣленія какъ по нему, такъ и по верньеру, а также и по горизонтальному циферблатту.

Дѣленія рѣзко нанесены на целлюлоидѣ и позволяютъ при нѣкоторомъ навыкѣ различать четвертыя доли одного дѣленія ноніуса. Колесо валика (ободокъ счетнаго колеса) *L* не рѣдко бываетъ сдѣлано изъ стекла, чтобы предохранить его отъ свойственныхъ металлу ржавчины и стиранія.

Конпенсаціонный планиметръ болѣе удобенъ при употребленіи, чѣмъ полярный планиметръ прежней конструкціи, такъ какъ его обводный рычагъ можетъ уклоняться отъ полюснаго на уголъ, близкій къ 170° въ обѣ стороны безъ того, чтобы сообщить неустойчивое положеніе инструменту, слѣдовательно, этотъ планиметръ дозволяетъ обводить заразъ фигуры

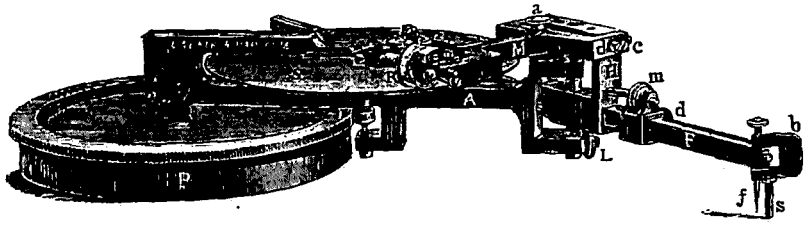
---

[1]) Подставка *s* предохраняетъ планъ отъ царапинъ, которыя получаются отъ обводнаго шпиля, такъ какъ она выше, чѣмъ *f*.

большихъ размѣровъ. Имъ можно также пользоваться для вычисленія фигуръ, находящихся на краяхъ карты, если только онъ хорошо вывѣренъ.

Употребленіемъ инструмента съ двойной постановкой его полюснаго рычага направо и налѣво достигается еще и то, что нѣжныя его части, особенно же ободокъ счетнаго колеса, не будутъ стираться односторонне, какъ при старой конструкціи, а слѣдовательно, гарантируетъ наиболѣе продолжительную пригодность инструмента.

Въ послѣднее время (около 15 лѣтъ тому назадъ) Coradi сдѣлалъ еще усовершенствованіе въ полярномъ планиметрѣ, помѣстивъ счетное колесо на особую шейбу S (черт. 227 bis), благодаря чему на отсчетахъ по колесу



Черт. 227 bis.

не сказываются неровности бумаги (складки плана). Болѣе подробное описаніе и теорію см., напр., у А. Бикъ „Курсъ Низшей Геодезіи“, ч. II, § 63.

§ 164. Преобразованіе формулъ $\Pi = RU + Q$ и $\Pi_1 = RU_1$ для употребленія планиметра Амслера. Выше мы замѣтили, что U или U_1, необходимо выражать въ тысячныхъ доляхъ длины L окружности колеса K, дѣлая отсчеты по циферблатту, колесу и верньеру до обвода фигуры плана, и послѣ него. Пусть по циферблатту замѣчено число цѣлыхъ оборотовъ колеса K, по нулю верньера десятыя и сотыя доли цѣлаго оборота, а по верньеру отсчитаны тысячныя доли, т. е. полный отсчетъ сдѣланъ въ четыре цифры. Обозначимъ его черезъ μ_1. Допустимъ, что послѣ обвода сдѣланъ подобный же отсчетъ μ_2, такъ что $(\mu_2 - \mu_1)$ есть число тысячныхъ долей полнаго оборота колеса K. Обозначимъ *длину одного дѣленія планиметра, т. е.* 0,001 L черезъ τ, тогда

$$U = (\mu_2 - \mu_1)\tau \text{ и } U_1 = (\mu_2 - \mu_1)_1 \tau,$$

Площади:

$$\Pi = R\tau\ (\mu_2 - \mu_1) + Q \text{ и } \Pi_1 = R\tau\ (\mu_2 - \mu_1)_1.$$

Входящее сюда произведеніе $R\tau = p$ есть площадь, соотвѣтствующая одному дѣленію планиметра или иначе *цѣна одного дѣленія планиметра.* Если площадь Q основного круга представимъ согласно § 162 въ видѣ $Q = R\ (U_1 - U)$, а разность $U_1 - U = q.\tau$, то $Q = R.\tau.q$ или $Q = p.q$, и формулы примутъ видъ:

$$\Pi = p\ (\mu_2 - \mu_1) + pq$$
$$\Pi_1 = p\ (\mu_2 - \mu_1)_1$$

или $$\underbrace{\Pi = \{ (\mu_2 + q) - \mu_1 \} p}$$

полюсъ внутри фигуры

и $$\underbrace{\Pi_1 = (\mu_2 - \mu_1)_1 p}$$

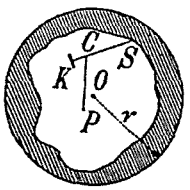
полюсъ внѣ фигуры.

Зная значеніе входящихъ сюда буквъ, яснымъ становится самое употребленіе планиметра въ томъ и другомъ случаѣ.

Если Π менѣе Q, то $\Pi - Q = RU$ должно быть отрицательно и болѣе общая первая формула будетъ:

$$\Pi = Q \pm RU.$$

Дѣйствительно, такъ какъ Q есть площадь основного круга, то RU есть кольцо между контуромъ фигуры и окружностію *основного* круга.



Черт. 228.

На черт. 228 оно заштриховано; (O—есть центръ и r—радіусъ основного круга). Такъ какъ R отрицательнымъ *быть не можетъ*, то, слѣдовательно, $U = \mu_2 - \mu_1$ должно быть отрицательно, т. е. $\mu_1 > \mu_2$; а это будетъ имѣть мѣсто только тогда, *когда колесо будетъ вращаться въ сторону, противоположную возрастающей подписи колеса.* Такимъ образомъ, въ случаѣ, когда данная площадь менѣе площади основного круга, и полюсъ находится внутри данной фигуры, колесо (при обводѣ фигуры слѣва направо) должно вращаться въ сторону, противоположную возрастающей подписи колеса.

§ 165. Геометрическое значеніе цѣны одного дѣленія планиметра. Абсолютная и относительная цѣна одного дѣленія планиметра и ихъ измѣненіе. Измѣненіе длины рычага R съ измѣненіемъ масштаба плана. Геометрическое значеніе произведенія $R\tau = p$, т. е. цѣны одного дѣленія планиметра, есть площадь прямоугольника, построеннаго на длинѣ R рычага съ высотою, равною длинѣ τ.

Площадь эта можетъ быть разсматриваема въ ея натуральную величину на планѣ и выражена въ квадратныхъ дюймахъ, футахъ, миллиметрахъ и т. п. единицахъ, смотря потому въ какихъ единицахъ выражены R и τ. Такое значеніе $R\tau = p$ будемъ называть *абсолютною цѣною* одного дѣленія планиметра. Но цѣнѣ одного дѣленія планиметра p можетъ быть придано и другое значеніе, если подъ p станемъ подразумѣвать ту поземельную мѣру, которой p можетъ соотвѣтствовать, *въ зависимости отъ масштаба плана*, если по плану хотятъ вычислять планиметромъ площади контуровъ въ поземельной мѣрѣ.

Такъ, если нанести на бумагу R и τ въ ихъ натуральную длину, а затѣмъ образованный ими прямоугольникъ на бумагѣ засчитать за поземельный участокъ, построенный, напримѣръ, въ масштабѣ $\frac{1}{m}$, то поземельная мѣра S, которой p станетъ соотвѣтствовать, выразится (если каждую сторону увеличимъ въ m разъ), чрезъ $S = R.\ m.\ \tau.\ m = R.\ \tau.\ m^2$ или

$$S = pm^2.$$

Такое значеніе цѣны одного дѣленія планиметра, выраженное въ поземельной мѣрѣ, станемъ называть *относительною цѣною одного дѣленія планиметра.*

Величины p и S могутъ измѣняться: p можетъ измѣняться только съ измѣненіемъ R, такъ какъ τ остается постояннымъ для одного и того же планиметра, при томъ p измѣняется прямо пропорціонально длинѣ R. Для различныхъ R будутъ получаться различныя числовыя значенія p. Очевидно, что если бы мы пожелали придать p заранѣе намѣченное нами числовое значеніе, то нашли бы для него и числовое значеніе для R, ибо

$$R = \frac{p}{\tau}.$$

Что же касается измѣненія S, то оно можетъ зависѣть и отъ R, и отъ m, такъ какъ

$$S = R.\ \tau.\ m^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Если измѣнить m въ m_1 и R замѣнить черезъ R_1 то вмѣсто S найдемъ

$$S_1 = R_1.\ \tau.\ m_1^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Отношеніе S къ S_1 даетъ:

$$\frac{S}{S_1} = \frac{R}{R_1} \cdot \left(\frac{m}{m_1}\right)^2.$$

Откуда находимъ *общую формулу* для измѣненія R въ R_1 въ зависимости отъ измѣненія масштаба плана и отъ измѣненія цѣны S одного дѣленія планиметра.

Общая формула .... $$R_1 = R \cdot \left(\frac{m}{m_1}\right)^2 \cdot \frac{S_1}{S} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

Пусть, напр., дано: для $\frac{1}{m} = \frac{1}{8400}$; $R = 216{,}4$; $S = 0{,}06$ десятинъ; надо найти R_1 для $\frac{1}{m_1} = \frac{1}{10000}$. По формулѣ находимъ

$$R_1 = 216{,}4 \times \left(\frac{8400}{10000}\right) \times \frac{S_1}{0.06};$$

или $R_1 = 152{,}4 \times \frac{S_1}{0{,}06}$. Если S_1 сдѣлаемъ равнымъ $S = 0{,}06$ дес., т. е. $\frac{S_1}{S} = 1$, то $R_1 = 152{,}4$.

Въ тѣхъ же случаяхъ, когда $\left(\frac{m}{m_1}\right)^2$ будетъ > 1 и R_1 получится *болѣе предѣльной* (возможной, приданной ему механикомъ) величины, измѣняютъ или одновременно и R и S въ R_1 и S_1, или же измѣняютъ только S въ S_1 оставляя R безъ перемѣны. Въ послѣднемъ случаѣ, взявъ

$$S_1 = R.\ \tau.\ m_1^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

изъ (1) и (4) получаютъ

$$\frac{S}{S_1} = \left(\frac{m}{m_1}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

или

$$S : S_1 = \left[\frac{1}{m_1} : \frac{1}{m}\right]^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

Такимъ образомъ получается, что при одномъ и томъ же R величина S измѣняется по (5) прямо пропорціонально *квадрату отношенія знаменателей* масштабовъ, а по (6) *обратно* пропорціонально квадрату отношенія масштабовъ: напр. масштабъ сталъ вдвое крупнѣе, фигура стала больше—цѣна S стала вчетверо мельче.

Примѣръ: $S = \frac{1}{20}$ десятины, $\frac{1}{m} = \frac{1}{8400}$, опредѣлимъ S_1 для $\frac{1}{m_1} = \frac{1}{2800}$ оставляя R безъ перемѣны.

Отношеніе $\frac{1}{m_1} : \frac{1}{m} = 3$, слѣдовательно $S : S_1 = 9$ или $S_1 = S : 9 = \frac{1}{20} : 9 = \frac{1}{180}$ десятины.

Измѣнивъ же m въ m_1 и оставивъ S безъ перемѣны, мы получимъ, какъ видѣли выше изъ (3)

$$R_1 = R\left(\frac{m}{m_1}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

или

$$R_1 : R = \left[\frac{1}{m_1} : \frac{1}{m}\right]^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

т. е. при одномъ и томъ же S величина R измѣняется обратно пропорціонально квадрату отношенія знаменателей масштабовъ и прямо пропорціонально *квадрату* отношенія масштабовъ. Такъ, если дано $\frac{1}{m} = \frac{1}{8400}$ и R; то, при $\frac{1}{m_1} = \frac{1}{4200}$, найдемъ $R_1 : R = 4$, т. е. когда масштабъ сталъ вдвое крупнѣе, то и длина рычага возрасла *вчетверо*.

Возможно, однако, какъ замѣчено выше, измѣнять одновременно и R въ R_1, и S въ S_1.

Примѣръ. Для 1 : 8400 дано $R = 216{,}4$ и $S = 0{,}06$ дес., найти R_1 и S_1, если извѣстно, что планъ построенъ въ масштабѣ: въ 1 вершкѣ 80 саженъ, т. е. $\frac{1}{m_1} = \frac{1}{80 \times 48} = \frac{1}{3840}$.

По формулѣ (3) имѣемъ

$$R_1 = 216{,}4 \times \left(\frac{8400}{3840}\right)^2 \cdot \frac{S_1}{0{,}06}.$$

Такъ какъ отношеніе $\left(\frac{840}{384}\right)^2 = \left(\frac{35}{16}\right)^2$ приблизительно равно около

$\left(\frac{32}{16}\right)^2 = 4$, то $216{,}4 \times 4$ даетъ 865,6, т. е. величину слишкомъ большую для R_1, поэтому воспользуемся отношеніемъ $\frac{S_1}{0{,}06}$. Приравнявъ его $\frac{1}{4}$, т. е. $\frac{S_1}{0{,}06} = \frac{1}{4}$ или, что тоже самое, принявъ $S_1 = \frac{0{,}06}{4} = 0{,}015$ дес.,

находимъ

1) $R_1 = 216{,}4 \times \left(\frac{35}{16}\right)^2 \times \frac{1}{4} = 216{,}4 \times \frac{1225}{256} \times \frac{1}{4} = 216{,}4 \times \frac{1225}{1025} = 258{,}8$

при 2) $S_1 = 0{,}015$ десятины.

Измѣнивъ R, мы измѣнили и S.

Съ измѣненіемъ R будетъ мѣняться и Q—постоянное число планиметра [1]), вслѣдствіе этого на планиметрахъ съ постояннымъ рычагомъ на самомъ рычагѣ вырѣзается какъ p, такъ и S съ Q—для наиболѣе употребительныхъ масштабовъ.

У планиметровъ съ перемѣннымъ рычагомъ величины p, R, S и Q даются двояко: или на самомъ рычагѣ наносятся штрихи для длины R и при этихъ штрихахъ пишутся или p, или S и Q, или же на передвижномъ рычагѣ наносится цѣлый рядъ дѣленій, напр. полумиллиметры, какъ это дѣлаетъ механикъ Коради, усовершенствовавшій планиметры Амслера вмѣстѣ съ Гоманомъ, и тогда въ футлярѣ планиметра прикладывается особая табличка, по которой легко для данной длины R найти S и Q, для наиболѣе употребительныхъ масштабовъ.

Если масштабъ плана отличается отъ данныхъ при планиметрѣ, то для экземпляровъ съ постояннымъ рычагомъ по необходимости приходится мѣнять относительную цѣну S одного дѣленія планиметра. При этомъ, однако, можетъ случиться, что вычисленныя значенія S_1 будутъ выражаться дробными числами, напр. $\frac{1}{180} = 0{,}00555\ldots$, неудобными для перевода числа $(\mu_2 - \mu_1)$ дѣленій планиметра въ поземельную мѣру. Въ планиметрахъ съ перемѣннымъ рычагомъ всегда можно избѣжать этого неудобства и назначить цѣну одного дѣленія планиметра, выражающуюся хотя и дробнымъ числомъ, но удобнымъ для умноженія и перевода найденнаго по планиметру числа $(\mu_2 - \mu_1)$ въ поземельную мѣру, какъ это мы видѣли изъ только что приведеннаго примѣра.

§ 166. Употребленіе полярнаго планиметра и уходъ за нимъ. Передъ употребленіемъ планиметра для вычисленія площадей необходимо убѣдиться въ надлежащемъ *общемъ состояніи* инструмента: счетное колесо должно легко вращаться и допускать лишь незначительныя, едва уловимыя колебанія

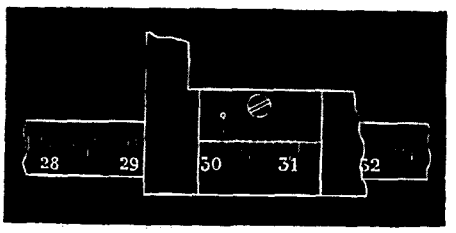
[1]) См. § 160 опредѣленіе величины Q по формулѣ (4).

вдоль оси, ноніусъ же хотя и не долженъ соприкасаться съ краемъ колеса, но промежутокъ между ними долженъ быть невеликъ, дабы отсчеты можно было точно производить. Полезно отъ времени до времени удалять попадающую въ этотъ промежутокъ пыль кусочкомъ тонкой почтовой бумаги. Обводный и полюсный рычаги, какъ равно и обводный шпиль, предохранять отъ гнутія.

Особое вниманіе должно обращать на предохраненіе счетнаго колеса, какъ важнѣйшей части инструмента, отъ толчковъ или паденія, могущихъ повредить тонкіе концы оси колеса. Эти острія отнюдь не надо вынимать изъ ихъ гнѣздъ. Замѣченное на нихъ сгустившееся масло лучше всего удалять смоченной керосиномъ ниткой, помѣщая ее около гнѣздъ оси въ натянутомъ положеніи и вращая, поддерживая снизу, колесо около его оси, послѣ чего на каждое остріе вновь впускаютъ чистое лучшее смазочное масло съ тонко очиненной деревянной спички.

Въ футлярѣ прилагается таблица, согласно которой можетъ быть взята та или другая *длина рычага, соотвѣтственно величинѣ площади одного дѣленія планиметра.* Напримѣръ, для 1:8400 длина $R=216{,}4$ и $S=0{,}06$ десятины.

Установка длины рычага производится сперва на глазъ рукою, а затѣмъ точно, по закрѣпленіи винта *d'*, по верньеру *n* (черт. 226 и 228 а), находящемуся на муфтѣ обводнаго рычага *R*, а именно вращеніемъ микрометреннаго винта *m*, пользуясь ручною лупою. Послѣ чего закрѣпляются винты *d*, *d*. Такъ для $R=216{,}_4$, послѣ того какъ индексъ верньера (длинный штрихъ съ точкою) станетъ на 0,4 между 6 и 7 штрихами промежутка, подписаннаго цифрами 21 и 22, т.-е. четвертый штрихъ верньера совпадаетъ съ соотвѣтствующимъ штрихомъ рычага и получится отсчетъ $216{,}_4$; тогда только закрѣпляются винты *d*, *d*. На черт. 228 а дана установка $301{,}_5$.



Черт. 228 а.

Планъ лучше всего прикалывать кнопками на гладко выструганную *горизонтальную* доску, дабы колесо свободно скользило и вращалось по бумагѣ плана, не задерживаясь на складкахъ и перегибахъ.

Выбравъ положеніе полюса, прикидываютъ (бѣгло обводя контуръ обводнымъ шпилемъ)—возможно ли безпрепятственно обвести фигуру такъ, чтобы при всѣхъ положеніяхъ обводнаго шпиля по контуру рычаги не образовали бы излишне остраго или излишне тупого угла и тѣмъ самымъ не нарушали устойчиваго положенія инструмента. Въ противномъ случаѣ, мѣняютъ мѣсто полюса.

За начальную точку при обводѣ слѣдуетъ принимать ту точку контура, при установкѣ на которую обводнаго шпиля оба рычага приблизительно

будутъ перпендикулярны другъ къ другу, такъ какъ при этомъ колесо больше скользитъ по бумагѣ, чѣмъ вращается (см. опредѣленіе постояннаго числа) и обычная неосторожность при началѣ и концѣ обвода контура менѣе будетъ сказываться на конечный результатъ величины площади.

При вычисленіи площади фигуры предпочтительнѣе полюсъ помѣщать внѣ фигуры.

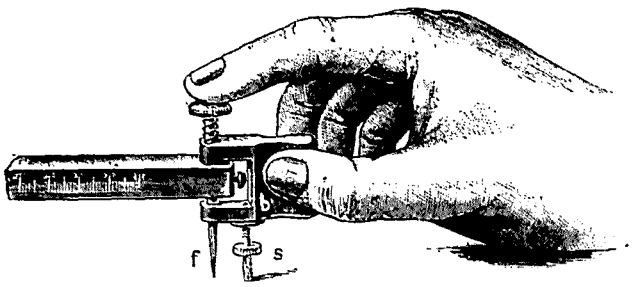
Выбравъ окончательно мѣсто полюса такъ, чтобы разстояніе между нимъ и обводнымъ шпилемъ, помѣщеннымъ въ середину фигуры, образовали такой растворъ обоихъ рычаговъ, при которомъ рычаги приблизительно перпендикулярны другъ другу и намѣтивъ на контурѣ начальную точку обвода, дѣлаютъ по счетному механизму отсчетъ (или устанавливаютъ штрихъ 0 ноніуса на штрихъ 0 счетнаго колеса), замѣчая также и мѣсто указателя на горизонтальномъ циферблаттѣ; указатель всегда будетъ при этомъ находиться на одномъ изъ штриховъ циферблатта. Отсчетъ по счетному механизму планиметра долженъ заключаться въ: a) цифрѣ, прочтенной на циферблаттѣ, b) цифрѣ, прочтенной по счетному колесу, c) цифрѣ, выражающей № штриха, близъ котораго остановился индексъ (ноль) ноніуса и d) отсчета по ноніусу. Пусть отсчетъ выражается числомъ 3046. Первая цифра его взята съ циферблатта, вторая съ колеса, и указываетъ, что 0 ноніуса стоитъ между 0 и 1 колеса, пройдя четвертый штрихъ этого промежутка, послѣдняя же цифра 6 означаетъ, что шестой штрихъ ноніуса совпадаетъ съ какимъ-либо штрихомъ колеса.

Такъ какъ циферблаттъ вращается помощью шестерни и даетъ плавное движеніе, благодаря нѣкоторому промежутку между шестерней и безконечнымъ винтомъ оси счетнаго колеса, то указатель циферблатта *не всегда точно* останавливается на нанесенныхъ на немъ штрихахъ въ то время, когда 0 ноніуса совпадаетъ или близокъ къ нулю колеса. Чтобы не ошибиться въ отсчетѣ 1-й цифры и не сдѣлать ошибки въ 1000 дѣленій, необходимо принять за правило, что при нахожденіи указателя циферблатта вблизи одного изъ его штриховъ, *нужно прочитывать* въ томъ случаѣ *меньшую цифру*, когда 0 ноніуса не прошелъ еще нуля колеса и указываетъ *старшую цифру* 7, 8, 9 и—большую, когда ноль ноніуса миновалъ уже 0 колеса и стоитъ близъ *меньшихъ цифръ* 1, 2, 3.... Положимъ указатель близокъ къ цифрѣ 3,—смотримъ, гдѣ находится 0 ноніуса. Пусть онъ прошелъ цифру 8 колеса, тогда записываютъ первою цифрою отсчета 2.

Послѣ отсчета начинается тщательная обводка шпилемъ вычисляемой площади по контуру фигуры по направленію хода часовой стрѣлки, т. е. слѣва направо, пока вернутся въ начальную точку обвода. Въ это время инструментъ будетъ вращаться около полюса, а колесо—то вращаться въ одну сторону, то въ противоположную ей, а то просто скользить по бумагѣ вдоль оси своего вращенія.

Болѣе точная обводка достигнется легко, если подъ кисть руки подложить кусочекъ бумаги, обернувъ ее гладкою поверхностью къ плану, а шероховатою къ рукѣ. Въ случаѣ прямолинейнаго контура прикладываютъ

вдоль окружной границы фигуры простую линеечку, и по ней двигаютъ обводный шпиль, хотя при этомъ всегда будетъ получаться неизбѣжная одностоорнняя погрѣшность. При обводѣ же фигуры *„отъ руки“* (черт. 228 b), безъ линейки, эта погрѣшность будетъ то положительна, то отрицательна, а потому она отчасти будетъ сама собой уничтожаться. Вернувшись въ начальную точку обвода, дѣлаютъ вторично отсчетъ по циферблатту, колесу и ноніусу. Если при этомъ окажется, что ни одинъ штрихъ ноніуса точно не совпадаетъ съ дѣленіями колеса, то выбираютъ два штриха ноніуса, ближе другихъ стоящіе къ штрихамъ колеса и записываютъ, напр., 7,5, если выбраны были 7-ой и 8-ой штрихи ноніуса.



Черт. 228 b.

Пусть полный второй отсчетъ выражается числомъ 5667,5 — тогда вычитаютъ изъ него первый — 3046 и полученную разность

$$\begin{array}{r} 5667{,}5 \\ -\ 3046 \\ \hline 2621{,}5 \end{array}$$

умножаютъ на цѣну одного дѣленія планиметра. Такъ, если тысячная доля полнаго оборота счетнаго колеса (или, все равно, одно дѣленіе) соотвѣтствуетъ $\frac{1}{20}$ десятины, то искомая площадь обведенной фигуры въ поземельной мѣрѣ будетъ

$$\frac{1}{20} \times 2621{,}5 = \frac{262{,}15}{2} = 131{,}075 \text{ дес.} =$$
$$= 131 \text{ десятина} + 0{,}075 \times 2400 \,\square \text{ саж.} =$$
$$= 131 \text{ десятина } 180 \,\square \text{ саж.},$$

если же 1 дѣленіе соотвѣтствуетъ 1 □″, то число 2621.5 выразитъ натуральную величину на планѣ площади фигуры въ квадратныхъ дюймахъ.

При обводѣ большихъ фигуръ полюсъ планиметра помѣщаютъ или внутри фигуры, примѣрно въ серединѣ ея, или внѣ, разбивъ ее на болѣе мелкія части и вычисляя каждую изъ нихъ въ отдѣльности.

При нахожденіи полюса внутри фигуры [1]), употребленіе планиметра будетъ отличаться отъ предыдущаго только лишь тѣмъ, что ко второму отсчету придаютъ постоянное число, вырѣзанное на обводномъ рычагѣ, при соотвѣтствующемъ штрихѣ сверху, напр.

$$\begin{array}{l} 15323 \\ 0{,}06D \quad (1:8400) \end{array}$$

[1]) большей постояннаго числа (напр., $15323 \times 0{,}06 = 919{,}38$ дес.).

или помѣщенное въ таблицѣ, прилагаемой въ футлярѣ инструмента. Изъ суммы 2-го отсчета съ постояннымъ числомъ вычитаютъ первый отсчетъ, и полученную разность множатъ, какъ и прежде, на цѣну одного дѣленія планиметра.

Постоянное число	15323
2-й отсчетъ	9897
Сумма	25220
1-й отсчетъ	3026
Разность	22194

Площадь $= 22194 \times 0{,}06$ дес. $= 1331{,}64$ дес. $= 1331$ дес. 1536 □ саженъ.

Если при обводѣ фигуры будетъ замѣчено, что циферблаттъ сдѣлаетъ 1, 2, 3.... полныхъ оборота (что при цѣнѣ одного дѣленія въ $\frac{1}{20}$ долю десятины соотвѣтствуетъ 500, 1000, 1500 дес.), то при прохожденіи черезъ указатель цифръ въ возрастающемъ порядкѣ слѣдуетъ къ послѣднему отсчету придавать соотвѣтственно 10000, 20000, 30000 дѣленій, или, что то же самое, слѣва приписывать цифру 1, 2, 3.... Когда же площадь обводимой фигуры менѣе площади, такъ называемаго, основного круга, т. е. когда наибольшее протяженіе фигуры окажется менѣе двойного раствора между обоими концами P и S рычаговъ въ то время, когда они почти перпендикулярны другъ къ другу (когда плоскость колеса проходитъ черезъ полюсъ планиметра), то въ этомъ случаѣ первый отсчетъ слѣдуетъ, по формулѣ $\Pi = -RU + Q = [-(\mu_2 - \mu_1) + q]p = [q + (\mu_1 - \mu_2)]p$, придавать къ постоянному числу и вычитать изъ суммы второй отсчетъ, такъ какъ колесо будетъ вращаться въ обратную сторону.

Обводъ контура шпилемъ должно совершать медленно настолько, чтобы всегда возможно было прочесть при движеніи колеса и циферблатта награвированныя на нихъ цифры и штрихи. При движеніи не должно допускать моментальныхъ остановокъ, а переходъ отъ движенія къ покою и обратно долженъ совершаться постепенно.

Полезно неоднократно обводить фигуру какъ слѣва направо, такъ и справа налѣво, мѣняя при этомъ для каждой соотвѣтственной пары обводовъ мѣсто полюса. Среднее ариѳметическое изъ результатовъ принимается за окончательный.

§ 167. Вычисленіе площадей внутреннихъ контуровъ. Когда внутри одного контура (какъ, напр., при вычисленіи внутренней ситуаціи дачи) помѣщаются нѣсколько другихъ, то въ этомъ случаѣ: а) *если величина площади общаго контура неизвѣстна, ее вычисляютъ планиметромъ* въ дѣленіяхъ планиметра, b) *если же площадь общаго контура дана* (вычислена по координатамъ), пусть она, напр., 431 дес. 192 кв. саж., *то ее можно выразить въ дѣленіяхъ планиметра*, обративъ предварительно 192 саж. въ десятины и раздѣливъ затѣмъ 431,08 дес. на цѣну одного дѣленія плани-

метра. Такъ, если эта послѣдняя = 0,06 десятины, то найдемъ площадь общаго контура въ дѣленіяхъ = 431,08 : 0,06 = 7185.

Послѣ этого вычисляютъ *въ дѣленіяхъ планиметра* площади малыхъ контуровъ, составляющихъ большой. Сумма ихъ должна *незначительно* разниться отъ 7185 [1]). Если она, положимъ, превысила это число на 6 дѣленій, то полученныя числа дѣленій для каждаго внутренняго контура уменьшаютъ пропорціонально числу полученныхъ дѣленій для его площади. Пусть по вычисленіи найдено I) 1438, II) 2159 и III) 3594, тогда

Контуръ.	Неисправленныя площади по планиметру.	Измѣненіе.	Исправленныя площади въ дѣленіяхъ.	Площади въ десятинахъ.
I	 1438	— 1	. . . 1437 . . .	86 дес. 518 кв. саж.
II	. . . . . + 2159	— 2	. . . 2157 . . .	129 „ 994 „ „
III	 3594	— 3	. . . 3591 . . .	215 „ 1080 „ „
	Сумма . . 7191		7185	431 дес. 192 кв. саж. = = 431,080 дес.
	Общ. площ. — 7185			
	Разность . + 6			

Принявъ, по исправленіи, за вѣрныя величины I) 1437, II) 2157 и III) 3591, множимъ ихъ на цѣну одного дѣленія планиметра или составляемъ отношенія:

$$\text{a)}\ \frac{1437}{7185},\quad \text{b)}\ \frac{2157}{7185}\ \text{и}\ \text{c)}\ \frac{3591}{7185}$$

и множимъ каждое изъ нихъ на 431,08 дес., черезъ что и получимъ площади малыхъ контуровъ, входящихъ въ составъ общаго, въ поземельной мѣрѣ. Другими словами, общую площадь дѣлимъ пропорціонально числамъ:

$$1437 : 2157 : 3591 = 479 : 719 : 1197.$$

Дѣленіе это приводитъ насъ къ слѣдующимъ числовымъ выкладкамъ:

$$\frac{1437}{7185} = \frac{479}{2395} = 0{,}2$$
$$\frac{2157}{7185} = \frac{719}{2395}$$
$$\frac{3591}{7185} = \frac{1197}{2395}$$

I. 431,08 × 0,2 = 86,216 = 86 дес. 518 саж.

---

[1]) Разность не должна превышать *въ среднемъ* $\frac{1}{200}$ отъ числа дѣленій, выражающихъ общую площадь.

$$\text{II. } 431{,}08 \times \frac{719}{2395} = 129{,}414 = 129 \text{ дес. } 994 \text{ саж.}$$

$$\text{III. } 431{,}08 \times \frac{1197}{2395} = 215{,}450 = 215 \text{ дес. } 1080 \text{ саж.}$$

$$431{,}080 = 431 \text{ дес. } 192 \text{ саж.}^{1})$$

Изъ только что изложеннаго слѣдуетъ, что если въ дѣленіяхъ планиметра опредѣлена заранѣе извѣстная намъ площадь P общаго контура и ищется площадь p контура, лежащаго внутри его, то достаточно обвести внутренній контуръ (держа полюсъ внѣ большого и малаго контуровъ P и p) *при той же длинѣ рычага,* при которой обведенъ (для повѣрки,— хватитъ ли длины рычага для обвода) большой контуръ P, и не зная даже цѣны s одного дѣленія планиметра, возможно найти p такъ: взявъ $\left\{\begin{matrix} P = s \cdot \mu \\ p = s \cdot \mu_1 \end{matrix}\right|$, гдѣ μ и μ' — число дѣленій планиметра $\mu = \mu'' - \mu'$ и $\mu_1 = \mu_1'' - \mu_1'$

составимъ ихъ соотношеніе:

$$P : p = \mu : \mu_1.$$

Откуда найдемъ искомую площадь

$$p = P \frac{\mu_1}{\mu}.$$

Этотъ пріемъ часто примѣняется при *опредѣленіи площади по картѣ,* напр., при отысканіи площади бассейна или площади даннаго раіона (уѣзда, губерніи и т. п.). Взявъ выраженіе [2]) для площади (поверхности) трапеціи, лежащей на сфероидѣ *Кларка* между двумя параллелями, широты которыхъ φ и φ_1 разнятся на 10′, и двумя меридіанами, отстоящими на 10′, т.-е. трапецію, обнимающую 10′ по широтѣ и 10′ по долготѣ, или изъ имѣющихся для сего таблицъ [3]) величину P площади въ квадратныхъ верстахъ, указаннымъ пріемомъ находятъ p. Для чего достаточно при любой длинѣ R обвести извѣстное P и искомое p, а затѣмъ, найдя для нихъ μ и μ_1, высчитать

$$p = P \frac{\mu_1}{\mu}\ ^{3}).$$

§ 168. Вычисленіе площадей очень малыхъ контуровъ. Для того, чтобы площади очень малыхъ контуровъ *могли выражаться въ дѣленіяхъ планиметра,* необходимо, чтобы цѣна одного дѣленія S достигала возможно меньшаго, а $\mu_2 - \mu_1$ *большаго значенія.* Площадь $S = pm^2$ уменьшается съ

---

[1]) Непосредственное умноженіе полученныхъ чиселъ на цѣну одного дѣленія даетъ нѣкоторую разность общей площади съ суммою составляющихъ ее.

[2]) Въ квадратныхъ верстахъ:

$P = [2.4792144133]\ \cos\varphi_n - [0.0127660]\ \cos 3\varphi_n + [7.42113]\ \cos 5\varphi_n - [4.7783]\ \cos 7\varphi_n + \ldots$

гдѣ широта средней параллели трапеціи $\varphi_n = \varphi + 5'$ или $\varphi_n = \frac{\varphi + \varphi_1}{2}$.

[3]) См., напр., Топографію Витковскаго, табл. V и VI.

уменьшеніемъ $p = R\tau$ или, что то же самое, съ уменьшеніемъ R, что легко достигается, когда вычисленія дѣлаются планиметромъ съ передвижнымъ рычагомъ. Такимъ образомъ *чѣмъ менѣе будутъ размѣры фигуры, тѣмъ короче должна быть длина обводнаго рычага.* Въ этомъ можно убѣдиться также изъ того, что при одномъ и томъ же $\Pi = RU$, дуга U будетъ увеличиваться, когда R будетъ уменьшаться.

Длина рычага вычисляется по формулѣ: $p = R\tau$. Для новаго значенія p будетъ иное R, т.-е. $p' = R'\tau$, откуда $\frac{p}{p'} = \frac{R}{R'}$ или $R' = R\frac{p'}{p}$, гдѣ R' и p'—искомая длина рычага и вновь избранная цѣна одного дѣленія планиметра, а R и p соотвѣтственно представляютъ прежнія величины длины рычага и цѣны одного дѣленія планиметра.

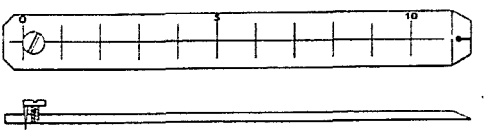
Изъ пропорціи $\frac{p}{p'} = \frac{R}{R'}$ слѣдуетъ, что $\frac{p-p'}{p} = \frac{R-R'}{R}$. Откуда $R - R' = \frac{R(p-p')}{p}$, а также $p - p' = (R - R')\frac{p}{R}$ т.-е. измѣненіе $(R - R')$ длины рычага R въ R' можно находить, если p измѣнимъ въ p' и обратно можно находить измѣненіе $p - p'$ если измѣнимъ R въ R'.[1])

Для удобства вычисляющаго въ футлярѣ обыкновенно и прикладывается таблица длинъ обводнаго рычага, въ которой онѣ даются соотвѣтственно опредѣленной величинѣ одного дѣленія планиметра и данному масштабу плана.

Примѣчаніе. Для контуровъ большого размѣра (независимо отъ масштаба) выгодно брать возможно большую длину обводнаго рычага.

§ 169. Повѣрка полярнаго планиметра Коради и Амслера. Прежде всего передъ производствомъ повѣрки инструмента всегда необходимо убѣдиться, что не что иное, какъ самъ инструментъ служитъ источникомъ ошибокъ въ результатахъ, даваемыхъ планиметромъ. При повѣркѣ употребляется: 1) гладко выструганная доска, на которую ровно натягивается планъ, и 2) особая контрольная линеечка (черт. 229), помѣщаемая въ футлярѣ планиметра.

Черт. 229.



1/2 нат. велич.

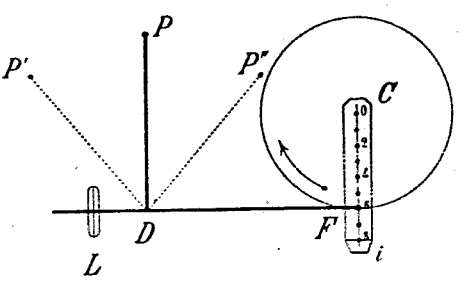
Толщина контрольной линеечки должна быть незначительна, дабы при подкладываніи ея подъ обводный шпиль она не могла наклонить ободокъ колеса и уменьшить длину окружности ободка. На линейкѣ награвирована прямая, проходящая чрезъ всю ея длину и на ней размѣщаются—въ начальной (лѣвой) точкѣ кнопка съ иглой, а далѣе вправо, вдоль ли-

[1]) Эти формулы будутъ имѣть силу и для $S = pm^2$ и $S' = p'm^2$, если масштабъ плана *не* мѣняется.

нейки, по направленію къ скошенному краю—штрихи въ равныхъ разстояніяхъ другъ отъ друга, напр., въ дюймъ; штрихи отмѣчены углубленіями конической формы. Конецъ прямой (черточка) на скошенномъ краѣ контрольной линеечки допускаетъ совмѣщать линію углубленій съ прямой линіей, прочерченной карандашемъ на бумагѣ, когда въ одну изъ точекъ ея воткнута кнопка контрольной линеечки.

Повѣрка полярнаго планиметра можетъ производиться и въ одинъ, и въ два пріема: сперва выполняется одинъ *общій* всему инструменту пріемъ повѣрки; послѣ чего, въ случаѣ надобности, примѣняютъ другой, которымъ изслѣдуютъ планиметръ *по частямъ*. Обыкновенно начинаютъ съ перваго, сразу убѣждающаго въ пригодности инструмента; когда же онъ даетъ отрицательный результатъ, переходятъ ко второму, указывающему, какъ именно отыскать причину, нарушающую пригодность къ употребленію инструмента.

Повѣрка инструмента. Помѣстивъ планиметръ въ положеніе *PDF*, при чемъ уголъ *D* близокъ къ 90° и контрольную линеечку, какъ указано на черт. 230, описываютъ линеечкой полные круги около кнопки *C*. На кнопку и на головку обводнаго шпиля помѣщаютъ небольшія тяжести, и самый обводъ лучше всего производить, держась за контрольную линеечку, а не за шпиль. Кругъ будетъ въ точности описанъ, если при началѣ и концѣ обвода черта скошеннаго края линейки будетъ совпадать съ прочерченной на бумагѣ линіей. Обводя неоднократно круги одного и того же радіуса *при различныхъ удаленіяхъ полюса планиметра отъ обводимаго контура*, сравниваютъ между собою получаемые при этомъ результаты; если окажется, что они разнятся между собою не болѣе чѣмъ на одно—два дѣленія, то считаютъ общее состояніе планиметра *удовлетворительнымъ;* въ противномъ случаѣ стремятся опредѣлить,—допустима ли разница болѣе чѣмъ на два дѣленія, т.-е. сличаютъ площадь круга, вычисленную геометрически, по формулѣ $k = \pi r^2$ (здѣсь $\pi = 3{,}14159$ и r — длина радіуса круга по контрольной линеечкѣ), съ полученной по планиметру черезъ умноженіе числа дѣленій на цѣну одного дѣленія. Если первая есть k, а вторая k', то $k - k'$ должно быть (при k близкомъ къ 100 десятинамъ) менѣе $\frac{k}{200}$, и тогда общее состояніе планиметра считаютъ удовлетворительнымъ.



Черт. 230.

При k большемъ 100 дес., разность $k - k'$ должна уменьшаться съ увеличеніемъ k. Если общее состояніе планиметра окажется неудовлетворительнымъ, то повѣряютъ въ отдѣльности три главнѣйшія условія планиметра.

1) *Перпендикулярна ли плоскость счетнаго колеса къ линіи, соединяющей остріе обводнаго шпиля съ проекціею математической оси скрѣпленія рычаговъ* (на плоскость плана).

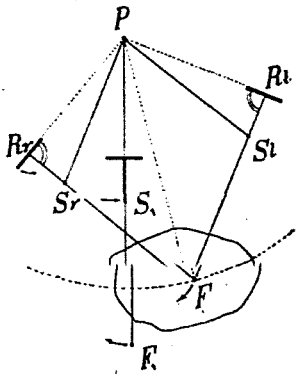
2) *Имѣетъ ли надлежащую длину* перемѣнный по длинѣ *обводный рычагъ или вѣрна ли* принимаемая *цѣна одного дѣленія планиметра* при данной длинѣ обводнаго рычага.

3) *Вѣрно ли постоянное число.*

Повѣрка 1-го условія — самая важная; при несоблюденіи его планиметръ не можетъ давать вѣрныхъ результатовъ. Она уже обнаруживается при повѣркѣ общаго состоянія планиметра, когда одну и ту же фигуру обведутъ два раза (одинъ разъ обводный рычагъ вправо отъ полюснаго, а другой разъ влѣво отъ него), какъ это объяснено выше, сравненіе обоихъ результатовъ и укажетъ, соблюдено ли это условіе: оба обвода должны давать одинъ и тотъ же результатъ въ дѣленіяхъ планиметра, или по крайней мѣрѣ могутъ разниться въ предѣлахъ допускаемой неизбѣжной ошибки отъ неточнаго обвода шпилемъ контура фигуры.

При производствѣ повѣрки этого условія необходимо не упускать изъ вида, что ни одна часть обводимой фигуры не должна лежать вблизи основного круга и при томъ параллельно его контуру, ибо колесо тогда не вращается, а лишь скользитъ по бумагѣ.

За выгоднѣйшее положеніе полюса при обводѣ всякой фигуры нужно считать то, при которомъ окружность основного круга примѣрно дѣлитъ контуръ данной фигуры пополамъ, какъ это указано на чертежѣ 231, такъ какъ при обводѣ каждая половина будетъ поставлена въ одинаковыя условія: точки контура будутъ *симметричны по парно* относительно того положенія, при которомъ колесо только скользитъ по бумагѣ, но не вращается.



Черт. 231.

При невыполненіи планиметромъ перваго условія, его неизбѣжно слѣдуетъ употреблять при двухъ положеніяхъ обводнаго рычага (вправо и влѣво отъ полюснаго). Среднее ариѳметическое двухъ этихъ результатовъ исключаетъ вліяніе несоблюденія этого условія на окончательный результатъ [1]).

Чтобы узнать, имѣетъ ли обводный рычагъ истинную длину, при данной цѣнѣ одного дѣленія, вычисляютъ *заранѣе извѣстную площадь* (напр., точно начерченнаго квадрата или составляющихъ его треугольниковъ, или площадь круга помощію контрольной линеечки) сперва геометрически, затѣмъ планиметромъ. Пусть, напр., взята длина r по контрольной линеечкѣ равной 6 полудюймамъ (черт. 230) или 3 дюймамъ, тогда площадь p обводимаго линеечкой круга будетъ $p = \pi r^2 = 3{,}14159 \times 9$ кв. дюймовъ $= 28{,}27431$ кв. дюйма. Для 1 : 8400 одинъ квадр. дюймъ на планѣ

[1]) Въ планиметрѣ Амслера, въ случаѣ невыполненія этого условія, обводный рычагъ или осторожно изгибаютъ отъ руки, или измѣняютъ направленіе оси колеса K относительно линіи CS, дѣйствуя ея винтами-подшипниками. Въ нѣкоторыхъ экземплярахъ это измѣненіе легко достигается исправительными винтами при обводномъ шпилѣ.

соотвѣтствуетъ $100 \times 100 = 10000$ кв. саж., на мѣстности, т.-е. $p = 282743{,}1$ кв. саж. $= 117{,}81$ десятинъ.

Если дано $s = 0{,}06$ десят., то p въ дѣленіяхъ планиметра будетъ $\mu = p : s$, т.-е. 1963 дѣленія. Пусть по отсчетамъ, сдѣланнымъ по планиметру, та же площадь оказалась $\mu' = 1983$. Сравнимъ теперь среднее ариѳметическое изъ двухъ обводовъ взятой фигуры планиметромъ (обводный рычагъ вправо и влѣво отъ полюснаго), выраженное въ дѣленіяхъ планиметра (1983) съ геометрически вычисленною площадью той же фигуры, но также выраженной въ дѣленіяхъ планиметра (1963). Разность между этими двумя результатами [1]) оказалась равной $\frac{1}{100}$ площади фигуры, вычисленной геометрически: $1983 - 1963 = 20 = \frac{1}{100} 1963$. Это указываетъ, что длина рычага R невѣрна и что, слѣдовательно, обводный рычагъ придется измѣнить, а именно почти на $\frac{1}{100}$ его длины.

Если площадь, вычисленная планиметромъ, оказывается менѣе геометрически вычисленной, то длину рычага уменьшаютъ, оставляя цѣну одного дѣленія безъ перемѣны, напротивъ, ее увеличиваютъ, когда площадь по планиметру болѣе найденной геометрически. Искомая длина R находится изъ пропорціи $\frac{R}{R_1} = \frac{\mu_1}{\mu}$ [2]), гдѣ μ — соотвѣтствуетъ геометрически найденной площади, а μ_1 — механически.

Точно также *истинная цѣна одного дѣленія планиметра найдется,* если площадь квадрата, или, какъ мы сейчасъ видѣли, площадь круга геометрически вычисленную въ поземельной мѣрѣ или натуральную ея величину (въ квадратныхъ дюймахъ) раздѣлимъ на число дѣленій, найденное въ площади квадрата послѣ обвода его планиметромъ. Такъ, если площадь квадрата (въ данномъ масштабѣ) $= 131$ д. 192 саж., а по обводѣ ея, помѣщая полюсъ внѣ фигуры, нашли площадь равной 5242 дѣленіямъ планиметра, то цѣна одного дѣленія планиметра будетъ:

$$S = \frac{131{,}08}{5242} = 0{,}025 \text{ дес.}$$

Точно также, если обведенная площадь круга $= 28{,}27431$ кв. дюйм. и содержитъ 1960 дѣленій, то $p = 0{,}0144$ кв. дюйма. Если при этомъ взято $R = 6{,}12$ дюйма, то $\tau = 0{,}0023$ дюйма.

Такая повѣрка нужна для планиметра съ постояннымъ рычагомъ.

Для планиметра съ перемѣннымъ рычагомъ удобнѣе наоборотъ взять R_1, задаться S и искать R. Такъ, если площадь круга $p = 117{,}81$ десятины, и мы приняли $s = 0{,}06$, то $\mu = 1963$. Если послѣ обвода $\mu_1 = 1983$, то, какъ вы видѣли, $R = R_1 . \frac{\mu_1}{\mu} = R_1 . \frac{1983}{1963} = 1{,}01\ R_1$.

---

[1]) Геометрическимъ μ и механическимъ μ' (полученнымъ планиметромъ).

[2]) Для начерченной площади можно написать $R . \tau . \mu . m^2 = R_1 . \tau . \mu_1 . m^2$, откуда $R\mu = R_1\mu_1$, а это и дастъ $R : R_1 = \mu_1 : \mu$, или $(R_1 - R) : R = (\mu - \mu_1) : \mu$. Откуда $R_1 - R = R(\mu - \mu_1) : \mu_1$ — см. § 168.

Постоянное число планиметра легко опредѣляется слѣдующимъ образомъ.

Вычисляютъ планиметромъ площадь большого начерченнаго квадрата, помѣщая полюсъ внутри фигуры и сравниваютъ ее съ площадью того же квадрата, найденной геометрически и выраженной въ дѣленіяхъ же планиметра (или вычисленной планиметромъ, помѣщая полюсъ внѣ фигуры). Разность между первымъ и вторымъ результатомъ даетъ постоянное число *для избранной цѣны одного дѣленія планиметра и данной длины рычага.*

Дѣйствительно, ранѣе мы нашли, что для площади P, когда полюсъ помѣщенъ внутри фигуры, существуетъ формула:

$$P = RU + Q = p\ (\mu_2 + q - \mu_1).$$

Откуда число дѣленій q, соотвѣтствующее постоянной площади Q, будетъ

$$q = \frac{P}{p} - (\mu_2 - \mu_1).$$

Пусть на бумагѣ взята площадь квадрата со стороною въ 10 дюймовъ, т. е. 100 кв. дюймовъ и допустимъ, что масштабъ чертежа принятъ равнымъ 1 : 8400, т. е. 100 саж. въ дюймѣ; когда площадь 1 кв. дюйма = $= 100 \times 100$ кв. саж., а площадь квадрата на бумагѣ въ 100 квадратныхъ дюймовъ изобразитъ площадь на земной поверхности въ $100 \times (100 \times 100)$ кв. саж. = 1000000 кв. саж. = 416,667.... десятинъ.

Если цѣна одного дѣленія планиметра $s = 0{,}05$ десятины, то площадь квадрата въ дѣленіяхъ планиметра будетъ:

$$416{,}667.... : 0{,}05 = 8333{,}4 \text{ дѣленій.}$$

Для повѣрки обводятъ площадь квадрата планиметромъ, держа полюсъ внѣ фигуры. Если послѣ обвода получится число, близкое къ 8333, то и считаютъ, что площадь квадрата въ дѣленіяхъ планиметра, дѣйствительно, = 8333.

Поставивъ затѣмъ полюсъ внутри квадрата, начинаютъ его обводить вправо по контуру (по ходу часовой стрѣлки). Если при обводѣ счетное колесо все время вращается такъ, что мимо нуля верньера проходятъ цифры колеса убывая (9, 8, 7, 6..... 2, 1), то это значитъ, что площадь P квадрата менѣе площади (постояннаго числа) основного круга, т. е.

$$P = -RU + Q.$$

На основаніи этого замѣчанія, можно отрицательную величину RU найти слѣдующимъ образомъ: поставивъ нуль верньера колеса и индексъ циферблатта на нули, обводятъ площадь квадрата *противъ* хода часовой стрѣлки (справа налѣво, тогда колесо будетъ катиться по возрастающей подписи) и замѣчаютъ, сколько разъ нуль циферблатта прошелъ мимо указателя при обводѣ контура квадрата. Допустимъ,—одинъ разъ, и отсчетъ по планиметру данъ 6453, слѣдовательно, *отрицательное* $RU = -16453$.

А такъ какъ $P = 8333$, то

$$Q = P + RU = 8333 + 16453 = 24786.$$

Если бы, держа полюсъ внутри квадрата, стали обводить его по контуру *вправо*, т. е. по ходу часовой стрѣлки, то колесо, какъ сказано выше, стало бы все время вращаться въ обратную сторону возрастающей на немъ подписи, при этомъ, если бы до обвода сдѣлали отсчетъ, напр., 9328, а послѣ обвода—2875, а во время обвода замѣтили бы, что индексъ циферблатта одинъ разъ прошелъ мимо нуля, то отрицательное RU [1]) составилось бы такъ:

1) Если бы колесо вращалось нормально, то положительная длина дуги, на которую оно обернулось, была бы:

$$\begin{cases} \text{II отсчетъ} \ldots\ldots\ldots & 2875 \\ \text{I отсчетъ} \ldots\ldots\ldots & -9328 \\ & \overline{3547} \end{cases}$$

но въ дѣйствительности дуга, на которую колесо обернулось, является дополненіемъ до — 10000, т.-е. $-10000 + 3547 = -6453$, да такъ какъ циферблаттъ во время обвода прошелъ черезъ нуль, то полный отсчетъ будетъ:

$$-10000 - 6453 = -16453.$$

Но легко замѣтить, что послѣднее число составляется такъ $-19328 + 2875 = -16453$, т.-е. при опредѣленіи постояннаго числа достаточно сдѣлать вычитаніе наоборотъ: изъ I-го отсчета 9328 вычесть второй — 2875, прибавляя къ разности 10000, 20000 и т. д., смотря потому, сколько разъ мимо индекса прошелъ ноль циферблатта. Да оно и понятно, если колесо вращается въ обратную сторону, то оно прежде всего даетъ отрицательную дугу, равную первому отсчету 9328, а именно въ тотъ моментъ когда ноль циферблатта пройдетъ мимо индекса, послѣ того, продолжая двигаться въ сторону убывающей подписи 9, 8, 7, 6..... 3, 2, 1 (какъ на колесѣ, такъ и на циферблаттѣ), колесо остановится и дастъ полный отсчетъ 2875, т.-е. развернется еще на дугу, равную $-10000 + 2875 = -7125$, и слѣдовательно, вся дуга сложится изъ: (—9328) и (—7125), т.-е. будетъ —16453.

Еще примѣры. 1) Обводя квадратъ со стороною въ 10 сотокъ, получили три раза

1-й разъ.	2-й разъ.	3-й разъ.
I отсчетъ . . 5125	9410	9525
II отсчетъ . . 5565	9845	9964
Разность . . . 9560	9565	9561

[1]) Конечно, отрицательнымъ будетъ только U.

И такъ какъ индексъ однажды проходилъ черезъ ноль циферблатта, то отрицательное $U = -19562$.

2) Планиметръ Coradi № 4634 $R = 308{,}8$, $s = 0{,}06$, $Q = 23397$.

Полюсъ внѣ квадрата.

	1-е положеніе		2-е положеніе (симметричное).		
Отсчеты. . .	9620	5682	7169	1058 . (1)	среднее 3934.
	5682	1747	3241	4991 . (2)	
Разность . .	3938	3935	3928	3933	

Полюсъ внутри.

Непосредственный обводъ влѣво 19445
3934
$Q_1 = 23379$

Обводъ вправо { 1-й отсчетъ . . 29445 ; 2-й отсчетъ . . 9995

19450
3934
$Q_2 = 23384$

Ошибка.

Среднее. . . . . $Q = 23382$
д. б. . . . . -97
-15

$-15 \ldots \left(\frac{1}{1560}\right)$.

§ 170. Точность вычисленія площадей компенсаціоннымъ планиметромъ можно, какъ показалъ опытъ, считать при двухъ взаимныхъ обводахъ контрольной линеечкой площадей круговъ въ

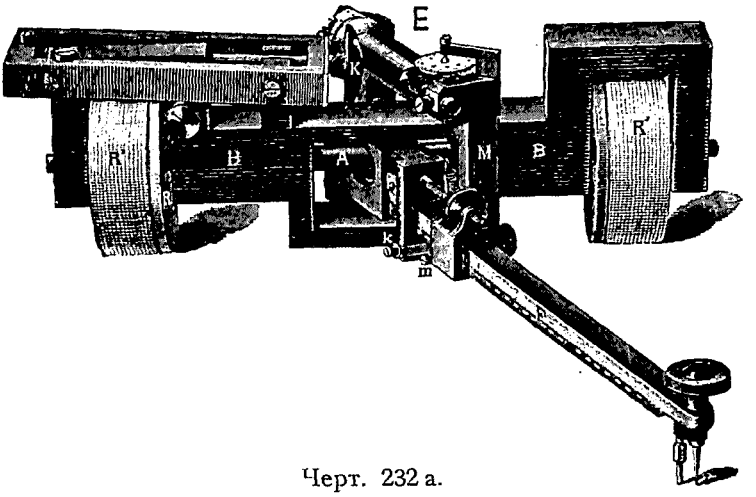
1250 *qmm* (около 2 кв. дюйм.) равной $= 1{,}67$ *qmm* $= \frac{1}{750} \cdot 1250$
5000 „ („ $7\frac{1}{2}$ „ „) „ $= 3.0$ „ $= \frac{1}{1700} \cdot 5000$ } 1 дюйм. $= 2{,}5$ сант.
20000 „ („ 35 „ „) „ $= 4{,}2$ „ $= \frac{1}{5000} \cdot 20000$ } $= 25$ мил.

Примѣчаніе. Одинъ *qmm* = квадрату, сторона котораго $= 0{,}0224976$ вершка $= 0{,}039$ дюйм.

Наибольшее *предѣльное* допускаемое уклоненіе полученнаго результата отъ вѣроятнѣйшаго его значенія оказывается при этомъ планиметрѣ равнымъ

для малыхъ фигуръ $\frac{1}{250}$ долѣ вычисляемой площади
„ среднихъ „ $\frac{1}{370}$ „ „ „
„ большихъ „ $\frac{1}{1670}$ „ „ „

§ 171. **Линейные планиметры.**. *А. Линейный планиметръ съ шаровымъ сегментомъ системы Гомана-Коради.* Общій видъ и устройство этого планиметра показаны на чертежѣ 232а. Онъ состоитъ изъ двухъ валиковъ R', сидящихъ на общей оси A, проходящей черезъ раму B. Черезъ нижнюю часть этой рамы, минуя ось A, проходитъ обводный рычагъ F съ муфтою

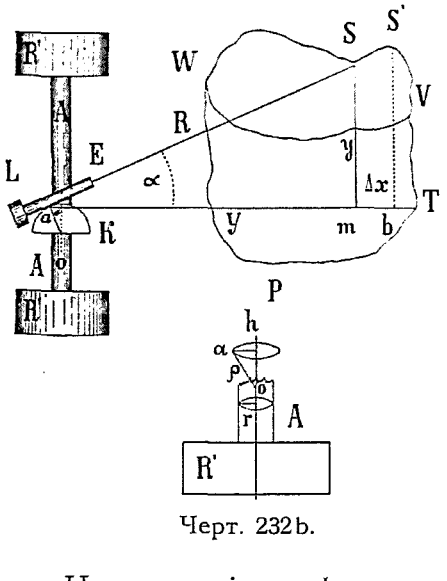


Черт. 232 а.

m, снабженной верньеромъ. Движеніе муфты по рычагу прекращается нажимательнымъ винтомъ и верньеръ точно можетъ быть установленъ на дѣленіяхъ рычага F помощію микрометреннаго винта, помѣщающагося надъ муфтою. Съ неподвижною рамою B перекрещивается подвижная рама M, ось которой перепендикулярна къ оси A и состоитъ изъ двухъ винтовъ, имѣющихъ гнѣзда въ рамѣ B (верхній винтъ легко замѣтить по серединѣ верха рамы B). Въ верхней части рамы M помѣщается гладко полированный цилиндръ E, оканчивающійся впереди безконечнымъ винтомъ, къ которому прилегаетъ шестерня, сидящая на оси шейбы циферблатта; на заднемъ концѣ цилиндра E помѣщается счетное колесо L съ верньеромъ. Цилиндръ E при помощи спиральной пружины, находящейся внизу справа рамы M, можетъ плотно прилегать къ гладко отшлифованному и тщательно выточенному шаровому сегменту K, ось котораго параллельна оси A и находится въ особой рамѣ сверху надъ роликомъ (валикомъ) R'. Ось цилиндра E и ось обводнаго рычага F также остаются всегда параллельными между собою. Рубчатая поверхность валика R' соприкасается съ зубчатымъ колесикомъ, насаженнымъ на ось сегмента K. Это соприкосновеніе по желанію можетъ быть нарушено поднятіемъ верхней горизонтальной рамы помощію эксцентрика-винтика, вращающагося въ рамѣ B (на чертежѣ см справа вверху отъ лѣваго ролика R'), имѣющаго на головкѣ стрѣлку-указатель для поднятія и опусканія рамы. Благодаря рубчатой поверхности роликовъ R', они могутъ только катиться по бумагѣ, но не скользить по ней. Вращеніе валиковъ R' передается оси шарового сегмента K, а слѣдовательно, и самому сегменту. Соприкасаясь съ поверхностью цилиндра E, шаровой сегментъ K вращаетъ цилиндръ E со счетнымъ колесомъ L. Полные обороты колеса L отмѣчаются на горизонтальномъ циферблаттѣ.

Въ тотъ моментъ, когда оси валиковъ R' и сегмента K перпендикулярны къ оси обводнаго рычага F, шаровой сегментъ касается цилиндра E своей вершиной, и цилиндръ E, оставаясь параллельнымъ оси рычага F, не вращается, хотя рычагъ F и двигается по направленію своей оси. Когда же рычагъ F отклоняется отъ перпендикулярнаго положенія къ оси шарового сегмента K, валикъ E соприкасается съ различными точками поверхности сегмента K: такъ, при уклоненіи рычага F вправо (какъ указано на чертежѣ), цилиндръ E касается въ точкѣ сегмента K, принадлежащей его части, обернутой въ сторону счетнаго колеса L, а при уклоненіи влѣво — въ точкѣ сегмента, находящейся на лицевой его сторонѣ, видимой на чертежѣ. При нахожденіи рычага F вправо, — колесо L вращается въ сторону возрастающей подписи; при нахожденіи рычага F влѣво—счетный механизмъ вращается въ сторону убывающей его подписи. Чѣмъ на большій уголъ α отклоняется рычагъ F отъ своего перпендикулярнаго къ оси A положенія, тѣмъ дальше отъ вершины сегмента K отстоитъ точка касанія его поверхности къ поверхности цилиндра E. Если зубцы валиковъ R' и зубчатаго колеса оси сегмента K одинаковы, то можно сказать, что *длина* дуги, на которую обернется валикъ R', равна длинѣ дуги оборотовъ оси сегмента K, т. е. линейное перемѣщеніе прибора по направленію, перпендикулярному оси A, равно линейному перемѣщенію какой-либо точки окружности оси сегмента K.

А потому, если обозначимъ *длину* обводнаго рычага F черезъ R (какъ это мы дѣлали для полярнаго планиметра) и допустимъ, что вычисленію планиметромъ подлежитъ площадь $WSVTPW$ (черт. 232b) и остріе обводнаго рычага изъ начальной точки S обводимаго контура перемѣщена въ безконечно близкую къ ней точку S', а VT есть направленіе обводнаго рычага R, перпендикулярное къ оси A, въ проекціи на плоскость чертежа касательное въ вершинѣ сегмента K, то, проектируя элементъ SS' на ось VT, можно допустить, что элементъ p площади $= SS'bm$, ограниченной двумя ординатами $Sm = y$ и $S'b$, элементомъ кривой SS' и отрѣзкомъ $mb = \Delta x$ на оси VT, равенъ площади прямоугольника, т.-е.



Черт. 232b.

$$p = y \,.\, \Delta x \ldots . \quad (1)$$

На основаніи ранѣе изложеннаго линейный путь Δx рычага R равенъ линейному перемѣщенію валиковъ R' и оси сегмента K. Пусть радіусъ окружности A есть r, 0 — центръ шарового сегмента K, a есть точка касанія цилиндра E на сегментѣ, $a0 = \rho$ — радіусъ шара, h — радіусъ окружности сѣченія сегмента аплоскостью, перпендикулярной къ его оси вращенія. Изъ чертежа ясно, что уголъ, образуемый $a0$ съ осью сегмента K есть

уголъ α, на который отклонился рычагъ R отъ положенія YT въ положеніе ES (по перпендикулярности сторонъ), а потому

$$h = \rho \,.\, Sin\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Обозначимъ длину дуги, на которую обернется точка a за время перемѣщеній какой-либо точки оси A на величину Δx черезъ $\Delta x'$, тогда дуга Δx, описанная радіусомъ r будетъ относиться къ дугѣ $\Delta x'$ радіуса h, какъ r къ h (см. низъ чертежа 232b), т. е.

$$\frac{\Delta x}{\Delta x'} = \frac{r}{h} \text{ или } \Delta x = \Delta x' \,.\, \frac{r}{h} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Согласно чертежа также можно написать, что

$$Sm = y = R \,.\, Sin\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Вставляя найденныя значенія изъ (2) въ (3),

найдемъ:
$$\Delta x = \Delta x' \,.\, \frac{r}{\rho \,.\, Sin\alpha} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

На основаніи (4) и (5) равенство (1) даетъ

$$p = R \,.\, Sin\alpha \,.\, \Delta x' \,.\, \frac{r}{\rho \,.\, Sin\alpha}, \text{ или}$$

$$p = R \,.\, \Delta x' \,.\, \frac{r}{\rho} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Но такъ какъ $\Delta x'$ есть дуга, на которую вслѣдствіе постояннаго соприкосновенія обертывается ось цилиндра E, соединеннаго со счетнымъ колесомъ L, а она можетъ быть выражена черезъ $(\mu'' - \mu')\ t$, гдѣ t длина окружности цилиндра E, а μ'' и μ' отсчеты, сдѣланные въ моменты нахожденія обводнаго шпиля рычага R въ точкахъ S и S',

т.-е.
$$\Delta x' = (\mu'' - \mu')\ t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

то на основаніи (7) равенство (6) обращается въ

$$p = R \cdot \frac{r}{\rho} \cdot t\ (\mu'' - \mu') \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

Такъ какъ величины R, r, ρ и t—величины постоянныя (во время обвода контура), то

$$p = C(\mu'' - \mu'), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

гдѣ
$$C = R \cdot \frac{r}{\rho} \cdot t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

До тѣхъ поръ, пока уклоненіе рычага R остается по одну сторону оси YT и рычагъ двигается поступательно въ одну и ту же сторону, вы-

раженіе для элемента p *по знаку* мѣняться не будетъ, ибо и α, и Δx *не* будутъ мѣнять знака, и колесо S будетъ вращаться въ ту же сторону.

Если же 1) рычагъ перемѣстится по другую сторону (ниже) оси YT, то при томъ же поступательномъ движеніи, напр., впередъ рычага R, колесо начнетъ вращаться въ противоположную сторону, такъ какъ цилиндръ E будетъ соприкасаться съ другой стороны сегмента K, (мѣняетъ знакъ α или что тоже самое y, а Δx сохраняетъ знакъ) или 2) если измѣнится направленіе поступательнаго движенія рычага R, а прикосновеніе цилиндра E останется къ сегменту K прежнее, то счетное колесо L начнетъ вращаться въ противоположную сторону, ибо Δx измѣнитъ свой знакъ, а ордината y сохранитъ свой знакъ. 3) Наконецъ, если направленіе поступательнаго движенія рычага R и прикосновеніе цилиндра E къ сегменту K одновременно измѣнятся, (т.-е. оба заразъ измѣнятся знаки у Δx и у α, или что то же самое у ординаты y), то колесо L будетъ продолжать вращаться *въ прежнюю сторону*, напр., въ сторону возрастающей его подписи.

На основаніи послѣдняго замѣчанія можемъ утверждать, что какъ при обводѣ верхней части кривой $YWSVT$, такъ и при обводѣ нижней части контура $TPY=$(если точка Y была начальная точка обвода) колесо не измѣнитъ направленія своего вращательнаго движенія въ сторону возрастающей подписи. А потому, расчленяя всю обводимую площадь P на элементы вида p, можно написать $P=p_1+p_2+\ldots+p_n$ или

$$P=C\,(\mu''_1-\mu'_1)+C\,(\mu''_2-\mu'_2)+\ldots+C\,(\mu_n''-\mu_n').$$

Но такъ какъ μ_1'' и μ_2' — суть отсчеты, сдѣланные въ одной и той же точкѣ кривой, напр., S', то $\mu_1''=\mu_2'$; точно также $\mu_2''=\mu_3'$,.....$\mu''_{n-1}=\mu'_n$. И такъ какъ знаки этихъ отсчетовъ различны, то

$$P=C\,(\mu''_n-\mu_1'),$$

т.-е. площадь обводимой фигуры равна разности отсчетовъ, сдѣланныхъ въ начальной точкѣ (напр. Y) до и послѣ обвода фигуры, умноженной на постоянное C планиметра. Если бы за единицу счета взяли не длину окружности валика L, а 0,001 этой длины, то постоянное C *значенія* своего не измѣнила бы, ибо тогда и μ соотвѣтствовали бы не цѣлымъ оборотамъ, а тысячной его доли.

Для фигуры $WSVW$, лежащей по одну сторону оси YT (вверхъ отъ нея) формула останется та же, ибо самъ планиметръ двигаясь по верхней вѣтви $WSS'V$ зарегистрируетъ площадь между этой вѣтвью и прямой YT со знакомъ $+$, а при движеніи острія обводнаго рычага по нижней вѣтви VyW, планиметръ вычтетъ площадь, лежащую ниже этой вѣтви до оси TY (Δx станетъ отрицательной). Къ тому же заключенію придемъ, если замѣтимъ, что площадь $WSS'VyW=WSS'VTPYW-WyVTPYW$, или

$$P'=P-P'', \text{ или}$$
$$P'=C\,(\mu n_1-\mu_1)-C\,(\mu n_2-\mu n_1),$$

т.-е.
$$P'=C\,(\mu n_2-\mu_1).$$

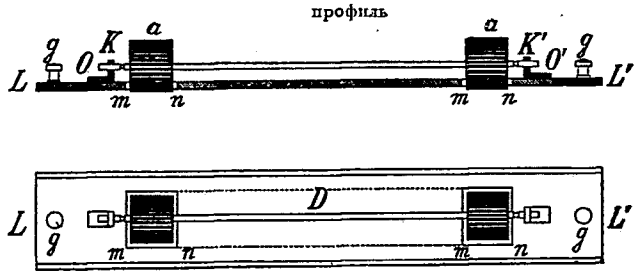
Постоянная C, соотвѣтствующая цѣнѣ одного дѣленія планиметра, найдется тѣмъ же путемъ опыта, что и для полярнаго планиметра, напр. помощію площади круга, описаннаго даннымъ радіусомъ, ибо

$$C = \frac{P}{\mu_n - \mu_1}.$$

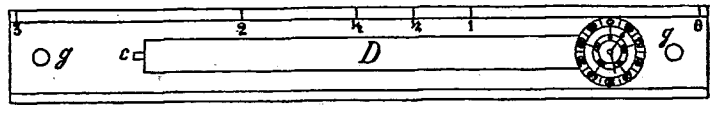
Измѣняя R можно сдѣлать C круглымъ числомъ. При употребленіи линейнаго планиметра выгоднѣе C поставить такъ, чтобы ось A была перпендикулярна къ продольной оси контура. Длинныя и узкія фигуры будутъ весьма удобно вычисляться такимъ планиметромъ. Точность вычисленія площадей этимъ планиметромъ считаютъ $= 0{,}1\%$.

B. Линейка-планиметръ Зарубина. Остановимъ теперь наше вниманіе на планиметрѣ русскаго изобрѣтателя Зарубина, названномъ имъ *линейкой-планиметромъ*. Онъ заслуживаетъ вниманіе еще и потому, что счетный его механизмъ похожъ на механизмъ полярнаго *кругового* планиметра того же изобрѣтателя, предложеннаго имъ одновременно съ планиметромъ Амслера [1]).

Устройство линейки-планиметра Зарубина слѣдующее: весь инструментъ состоитъ изъ *двухъ* частей: *параллельной линейки* и *счетнаго механизма*. Параллельная линейка представляетъ изъ себя простую мѣдную линейку LL' (черт. 232), имѣющую на обоихъ своихъ концахъ по прямоугольному вырѣзу mn, въ которыхъ вращаются на общей оси OO' два *одинаковаго діаметра* валика a съ рубчатой поверхностію. Концы оси помѣщаются въ стойкахъ K и K', привинченныхъ къ линейкѣ. Для уменьшенія тренія въ концы K и K' оси валиковъ, въ коническія ихъ углубленія, входятъ острія стержней O и O', составляющихъ одно цѣлое съ неподвижными привинченными къ линейкѣ стойками.



Черт. 232.



видъ сверху.
Черт. 233.

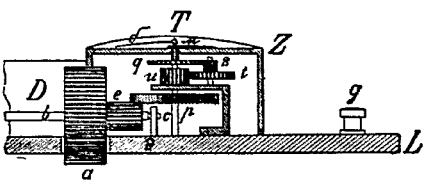
Для удобства передвиженія линейки (прокатыванія ея по бумагѣ) на ея концахъ сдѣланы два грифа-рукоятки g. Съ верхней стороны ось и валики прикрыты полымъ мѣднымъ полуцилиндромъ D (черт. 233).

---

[1]) Теорія и употребленіе кругового планиметра тѣ же, что и для планиметра Амслера. Малая распространенность этого планиметра обусловливается трудностію построенія и хрупкостію счетнаго его механизма.

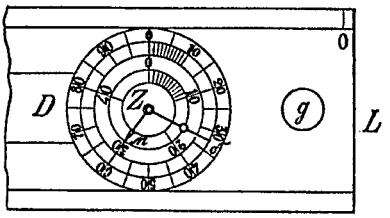
Для подсчета числа оборотовъ валика *a*, присоединяется къ линейкѣ счетный механизмъ, представляющій *систему зубчатыхъ колесъ*. На чертежѣ 234 изображенъ счетный механизмъ въ вертикальномъ его разрѣзѣ: конецъ *b* оси валиковъ *a* снабженъ шестернею *e*, передающей своими зубцами по зубцамъ *короннаго колеса p* движеніе этому послѣднему: колесо *p* наглухо соединено со своей осью, утвержденной нижнимъ концомъ въ линейкѣ *L*, а среднею своею частію въ скобѣ—стойкѣ, снизу привинченной къ линейкѣ. На верхнемъ концѣ оси короннаго колеса насажена большая стрѣлка *б*, вращающаяся по большому внѣшнему кругу циферблатта *Z* (черт. 234 и 235).

вертикальн. разр.



Черт. 234.

планъ.



Черт. 235.

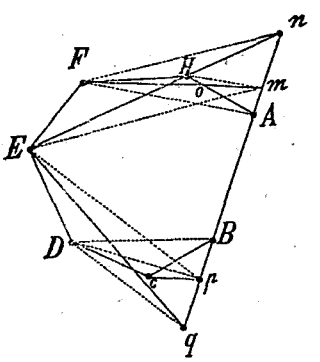
Для подсчета полныхъ оборотовъ большой стрѣлки *б* на циферблаттѣ находится вторая малая стрѣлка *м*, движущаяся по внутреннему кругу, *концентрическому съ первымъ*. Внѣшній кругъ раздѣленъ на 100 частей; подпись идетъ слѣва направо черезъ каждыя 10 дѣленій; внутренній кругъ имѣетъ 50 дѣленій. *Чтобы достичь движенія стрѣлокъ по концентрическимъ кругамъ* и сдѣлать вращеніе второй стрѣлки въ 50 разъ медленѣе первой, Зарубинъ и предложилъ систему зубчатыхъ колесъ, передающихъ движеніе большой стрѣлки малой [1]).

При равенствѣ діаметровъ валиковъ *a* скошенный край линейки *L* будетъ постоянно перемѣщаться параллельно самому себѣ. Вращеніе ва-

[1]) Для достиженія этого Зарубинъ на ось короннаго колеса *p* насадилъ шестерню *u* значительно меньшаго діаметра, зацѣпляющую за зубцы большого колеса *t* (черт. 234). На ось колеса *t* надѣта вторая шестерня *s* малаго діаметра, цѣпляющаяся за зубцы большого колеса *q*. *Ось колеса q имѣетъ видъ трубочки, охватывающей ось колеса p.* Выходя на поверхность циферблатта, трубочка служитъ мѣстомъ прикрѣпленія второй стрѣлки *м*, движущейся по внутреннему кругу циферблатта *Z*. Соотношеніе между зубцами колесъ и зубцами на шестерняхъ опредѣлится изъ слѣдующихъ соображеній. Будемъ подъ буквами *u*, *t*, *s* и *q* подразумѣвать числа зубцовъ на соотвѣтствующихъ частяхъ механизма, тогда вращеніе колеса *t* будетъ медленнѣе вращенія шестерни *u* въ $\frac{t}{u}$ разъ, вращеніе шестерни *s* будетъ то же самое, что и колеса *t*, ибо они сидятъ на общей оси вращенія. Колесо же *q* станетъ медленнѣе врашаться шестерни *s* въ $\frac{q}{s}$ разъ. Имѣя же въ виду, что шестерня *u* сидитъ на оси *p*, можно сказать, что колесо *p* будетъ вращаться такъ же, какъ шестерня *u*; а, слѣд., колесо *q* вращается медленнѣе колеса *p*, въ $\frac{q}{s} \cdot \frac{t}{u}$ разъ. По условію это соотношнніе должно быть равно 50. Изъ равенства $\frac{q}{s} \cdot \frac{t}{u} = 50$ получается размѣръ (число зубцовъ или діаметръ при равенствѣ зубцовъ) одной части по размѣрамъ трехъ остальныхъ.

ликовъ, а вмѣстѣ съ ними и ихъ оси, а также насаженной на нее шестерни e, передается колесу p, а слѣдовательно, и его вертикальной оси и скрѣпленной съ ней стрѣлкѣ $б$. Число полныхъ оборотовъ большой стрѣлки $б$ будетъ отмѣчать малая стрѣлка $м$.

§ 172. Теорія линейки-планиметра Зарубина. Изъ устройства планиметра видно, что скошенное ребро линейки можетъ перемѣщаться параллельно самому себѣ, благодаря присутствію валиковъ a, сидящихъ на общей оси, идущей вдоль линейки и что длина пути, на который продвинется линейка въ точности равна длинѣ пути, по которому прокатываются валики. А потому достаточно подсчитать—сколько разъ обернутся валики, чтобы путь, пройденный линейкою, выразить длиною окружности валиковъ, умноженной на число ихъ оборотовъ. О числѣ же оборотовъ валиковъ судятъ по показанію стрѣлокъ циферблатта. Такимъ образомъ, зная размѣры валиковъ a, можно по циферблатту Z *отмѣчать путь, пройденный линейкою.* Съ другой стороны, если начерченную на бумагѣ фигуру будемъ превращать *въ* простую геометрическую фигуру-*треугольникъ или трапецію съ заранѣе избраннымъ основаніемъ* и будемъ по ихъ высотѣ прокатывать линейку, то на циферблаттѣ можно прямо получить или высоту фигуры, или полупроизведеніе этого постояннаго, заранѣе избраннаго основанія, на высоту фигуры, по которой прокатится линейка, т.-е. площадь фигуры. Отсюда видно, что достаточно 1) выбрать это постоянное основаніе, а 2) съумѣть привести къ нему треугольникъ, въ который превращена фигура на планѣ, чтобы судить о площади данной фигуры. Пусть $ABcDEFHA$ (черт. 236) есть данный многоугольникъ на планѣ. Обратимъ его въ равновеликій треугольникъ nEq и допустимъ, что фигура начерчена въ масштабѣ $\frac{1}{8400}$, т.-е. въ 1 дюймѣ 100 саженъ. Для выбора же постояннаго основанія будемъ считать за *нормальный треугольникъ такой, у котораго* площадь равна 100 десятинамъ, при чемъ *основаніе B треугольника равно его высотѣ*, такъ что



Черт. 236.

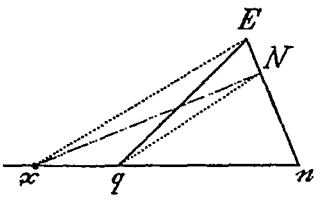
$$100 \text{ десятинъ} = \frac{B \cdot B}{2}$$

откуда

$$B = \sqrt{200 \times 2400 \square^{\text{саж.}}} = 100\sqrt{48}\,\square^{\text{саж.}} = 100 \cdot 6{,}9282\,{}^{\text{саж.}}$$

Условимся такое основаніе называть *„единичнымъ“*; видимъ, что оно будетъ равно 692,82 саж., т.-е. при избранномъ масштабѣ $\frac{1}{8400}$, — 6,9282 дюйма. *Преобразуемъ полученный нами треугольникъ nEq въ равновеликій ему треугольникъ съ единичнымъ основаніемъ его;* пусть этотъ треугольникъ на

чертежѣ 237 есть xnN. Прокативъ планиметръ отъ основанія xn до вершины N, *установивъ предварительно стрѣлки на нули циферблатта*, получимъ по отсчету на циферблаттѣ площадь начерченной на бумагѣ фигуры $ABcDEFHA$.



Черт. 237.

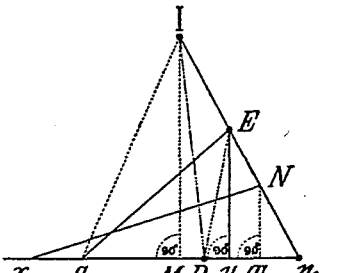
Изъ сказаннаго слѣдуетъ: 1) что на краѣ линейки для удобства употребленія планиметра должно быть нанесено единичное основаніе, 2) что повѣрка планиметра линейки Зарубина должна заключаться въ изслѣдованіи равенства діаметровъ-валиковъ a и въ изслѣдованіи вѣрности показаній стрѣлокъ циферблатта, т.-е. въ вѣрности устройства зубцовъ колесъ счетнаго механизма [1]).

§ 173. Употребленіе линейки-планиметра Зарубина. Ближайшее знакомство съ планиметромъ указываетъ, что *каждое дѣленіе внѣшняго круга циферблатта соотвѣтствуетъ одной десятинѣ при масштабѣ 100 саженъ въ дюймѣ*, и такъ какъ число дѣленій на маломъ кругѣ равна 50, а на большомъ 100, то планиметръ при томъ же масштабѣ $\frac{1}{8400}$ допускаетъ вычисленіе площадей фигуръ въ $50 \times 100 = 500$ десятинъ. На скошенномъ краѣ линейки, начиная со штриха съ подписью O, нанесено три раза единичное основаніе, а первое (правое) имѣетъ подраздѣленія, отмѣченныя штрихами съ подписями $^1/_2$ и $^1/_4$, т.-е. дающія, слѣдовательно, половину и четверть единичнаго основанія. При употребленіи планиметра первоначальное дѣйствіе заключается въ обращеніи многоугольника въ равновеликій ему треугольникъ, для чего проводятъ черезъ какую-либо вершину многоугольника, напр., A, (черт. 236) прямую; въ частномъ случаѣ этою прямою можетъ служить продолженная сторона многоугольника, напр., AB. Соединеніе вершинъ черезъ одну и проведеніе параллелей діагоналямъ черезъ пропущенныя вершины *дѣлается самою параллельною линейкою*, а для замѣтки вспомогательныхъ точекъ, чтобы не марать карандашемъ плана, можетъ служить игла *(наколка)*. Въ нашемъ примѣрѣ обращеніе можно начать съ того, что, проложивъ линію AB, приложить скошенное ребро линейки къ вершинамъ A и F и прокатить линейку до вершины H (черт. 236), и иглою отмѣтить точку m. Обернувъ линейку около точки m такъ, чтобы скошенный край прошелъ черезъ вершину E, прокатываютъ вновь линейку до вершины F и накалываютъ точку n. Прямая Fm замѣнитъ ломаную AHF и, отсѣкая отъ даннаго многоугольника треугольникъ FHo, прирѣзаютъ къ нему равновеликій отсѣченному треугольникъ omA. Поступая съ линіею mFE по описанному способу, мы замѣнимъ верхнюю часть $AHFE$ многоугольника прямою En, а идя отъ

[1]) Линейка—планиметръ *Зарубина* по идеѣ вполнѣ напоминаетъ линейный планиметръ Гомана-Коради, хотя и изобрѣтенъ на 50 лѣтъ ранѣе. Недостатокъ линейки планиметра служитъ, помимо хрупкаго счетнаго механизма, неприспособленность его къ обводу и вычисленію площадей криволинейныхъ фигуръ, т.-е. отсутствія обводнаго рычага.

точки B до точки E, найдемъ точку q, опредѣляющую конецъ прямой Eq, замѣняющей ломаную $BcDE$. Треугольникъ nEq будетъ равновеликъ многоугольнику $ABcDEFHA$. Вторымъ дѣйствіемъ является *приведеніе полученнаго треугольника Enq къ единичному основанію* для чего приложимъ скошенный край къ основанію nq (черт. 237) такъ, чтобы штрихъ ноль совпалъ съ точкою n и на продолженіи линіи nq отмѣтимъ точку x, лѣвый конецъ единичнаго основанія. Къ точкѣ x и вершинѣ E приложимъ скошенный край и прокатимъ линейку до вершины q, на сторонѣ nE найдемъ вершину N треугольника xNn равновеликаго треугольнику nEq.

Если бы единичное основаніе оказалось менѣе основанія nq, то получили бы треугольникъ RIn равновеликій nEq (черт. 238). Вершина I лежала бы на продолженіи стороны nE. Вмѣсто единичнаго основанія можно брать двойное или тройное, а также половинное или четвертное. Такъ, если бы оказалось, что nx есть двойное, а nR — единичное основаніе, то какъ видно изъ чертежа 238-го,



Черт. 238.

$$nq \,.\, Ey = nR \,.\, IM = xn \,.\, NT, \text{ а потому}$$

$$\frac{nx}{nR} = \frac{IM}{NT}$$

А такъ какъ $nx = 2nR$, то IM вдвое болѣе NT; слѣдовательно, при прокатываніи линейки по высотѣ NT она даетъ отсчетъ вдвое меньшій, чѣмъ по IM. Чтобы не умножать его на 2, можно еще разъ прокатить линейку по той же высотѣ NT. Подобное же разсужденіе привело бы насъ къ заключенію, что въ случаѣ половиннаго основанія полученный отсчетъ надо дѣлить пополамъ, а при четвертномъ—на 4. Если бы фигура плана была начерчена не въ масштабѣ 100 саж. въ дюймѣ, а въ масштабѣ $\frac{1}{m}$, то по извѣстному соотношенію искомая площадь p по найденной по планиметру P найдется такъ:

$$p = P\left(\frac{m}{8400}\right)^2.$$

Для частнаго случая, когда $P = 100$ десятинамъ и $\frac{1}{m} = \frac{1}{10000}$ (въ соткѣ 100 саженъ), $p = \left(\frac{10000}{8400}\right)^2 . 100$ или $p = \left(\frac{25}{21}\right)^2 . 100 = 141{,}72$ десятины.

§ 174. Повѣрка линейки планиметра Зарубина (см. конецъ § 172) распадается на 2 части: на изслѣдованіе параллельной линейки и на изслѣдованіе вѣрности показаній счетнаго механизма.

1) *Повѣрка параллельной линейки* заключается въ томъ, что узнаютъ—двигается ли скошенный край линейки параллельно самому себѣ, а это дѣлается такъ: положивъ на бумагу линейку, по скошенному краю

проводятъ прямую и, откативъ линейку на нѣкоторое разстояніе, вновь проводятъ по скошенному краю вторую прямую. Если валики имѣютъ равные діаметры, то обѣ линіи должны быть параллельны. Для повѣрки достаточно около второй линіи *переложить линейку такъ, чтобы лѣвый конецъ скошеннаго края занялъ мѣсто праваго* и наоборотъ, а затѣмъ прокатить линейку до первой линіи. Если же вновь проведенная третья линія пересѣчетъ первую, то параллельная линейка не годится для употребленія.

2) *Для повѣрки соотношенія между числами зубцовъ на колесахъ счетнаго механизма* должно убѣдиться a) въ томъ, что показанія большой стрѣлки правильны и что b) малая стрѣлка циферблатта двигается въ 50 разъ медленнѣе большой.

Для повѣрки условія a) чертятъ на бумагѣ *двѣ взаимно перпендикулярныя линіи* и на одной изъ нихъ отъ точки пересѣченія откладываютъ разстоянія, равныя $^1/_4$, $^1/_2$, $^3/_4$, 1, единичнаго основанія; установивъ стрѣлки вращеніемъ валиковъ *пальцемъ руки* на нули циферблатта, прикладываютъ осторожно скошенный край ко второй (свободной отъ дѣленій) начерченной линіи и даютъ линейкѣ движеніе вдоль первой линіи. При передвиженіи замѣчаютъ, дѣйствительно ли показаніе большой стрѣлки будетъ, при нахожденіи скошеннаго края линейки у отмѣченныхъ точекъ, соотвѣтственно 25, 50, 75, 100. Если этого не окажется, то слѣдуетъ измѣнить длину единичнаго основанія.

Пусть отсчетъ по планиметру при пути, пройденномъ валиками a и равномъ единичному основанію, оказался 101,3 десятины = 101 дес. 720 саж. Такъ какъ путь, пройденный валиками, есть высота B треугольника, то, остается найти соотвѣтствующее ей основаніе x; оно найдется изъ равенства:

$$101 \text{ д. } 720 \text{ д.} = {}^1/_2 \, B \, . \, x \text{ или } x = 701{,}83 \text{ саж.}^{1})$$

Найденное основаніе и части его наносятъ на скошенномъ краѣ линейки.

Если не желаютъ перенести штрихи на скошенномъ краѣ линейки на новыя мѣста, то можно составить таблицу поправокъ для показаній планиметра, опредѣливъ цѣну одного дѣленія планиметра [2]).

---

[1]) Что касается до числа зубцовъ колеса p и шестерни e, то оно должно быть таково, чтобы $\frac{p}{e}$ было кратнымъ числу оборотовъ валика a по высотѣ B, т. е.

$$\frac{p}{e} = \varkappa \cdot \frac{B}{2\pi r},$$

гдѣ r есть радіусъ окружности валиковъ a, а $\varkappa$—произвольное число. Зная B и r, можно найти $\frac{p}{e}$, принимая для упрощенія $\varkappa = 1$, и обратно по даннымъ p, e и r можмо находить величину B.

[2]) Для нашего примѣра; когда 100 десятинъ выражаются 101.3 дѣленіями, цѣна 1 дѣл. = (100 : 101,3) дес.

Повѣрка части b) совершается простымъ вращеніемъ валиковъ рукою,—перемѣщая большую стрѣлку по кругу, слѣдятъ, равно ли число полныхъ оборотовъ большой стрѣлки цѣлому числу дѣленій, пройденныхъ малой стрѣлкой. Невыполненіе части b второго условія, т.-е. несоотвѣтствіе показаній малой стрѣлки числу оборотовъ большой, можетъ быть устранено только механикомъ.

Повѣряя планиметръ, необходимо убѣдиться въ равенствѣ дѣленій окружностей циферблатта Z извѣстнымъ уже намъ способомъ равныхъ хордъ, съ помощію циркуля.

Замѣчаніе о планиметрахъ Притца и Вебера. 1) Кромѣ только что описанныхъ планиметровъ обращаютъ на себя вниманіе по простотѣ своего устройства и употребленія два *новѣйшихъ* планиметра: одинъ, предложенный датскимъ офицеромъ *Притцъ* и другой, выпущенный швейцарской фирмой Кернъ (*Kern & C⁰ in Aarau, Schweiz*) подъ именемъ планиметръ „Weber-Kern".

Описаніе устройства, теорію и употребленіе перваго можно найти на русскомъ языкѣ въ „Памятной книжкѣ Константиновскаго Межевого Института" за 1899—1900 годъ и въ „Топографіи" В. Витковскаго. Основная идея устройства планиметра Притца крайне проста: весь планиметръ состоитъ изъ одного стержня съ загнутыми концами, который напоминаетъ собою русскую букву П (на низкихъ ножкахъ). Одинъ конецъ—обводный шпиль, заостренъ, другой—счетный, расплющенъ и напоминаетъ лезвіе топора, отсюда и названіе инструмента: планиметръ-топорикъ [1]).

Не останавливаясь на сравнительно сложной теоріи этого планиметра, отмѣтимъ лишь его употребленіе.

При опредѣленіи площади даннаго контура, планиметръ устанавливаютъ такъ, чтобы обводное остріе пришлось вблизи центра тяжести измѣряемой площади и, нажавъ на счетный конецъ топорика, дѣлаютъ тамъ на бумагѣ слѣдъ, отмѣчая этимъ слѣдомъ начало такъ называемой *погонной линіи*; послѣ чего, удерживая весь инструментъ *въ вертикальной плоскости*, отодвигаютъ остріе по прямой линіи къ какой-либо точкѣ даннаго контура и обводятъ затѣмъ *весь контуръ*, и по той же прямой возвращаются въ середину контура, въ начальную точку обвода. Здѣсь во второй разъ дѣлаютъ нажимъ топорикомъ, дабы получить конецъ погонной линіи въ видѣ новаго слѣда. Взявъ въ растворъ циркуля длину прямой a между срединами слѣдовъ и измѣривъ ее въ тѣхъ же единицахъ, что и длину R наибольшей прямой части стержня (по бумагѣ R отмѣтится двумя точками отъ середины лезвія топорика до острія обводнаго конца), перемножаютъ ихъ, тогда *искомая площадь* P контура будетъ

$$P = a \cdot R,$$

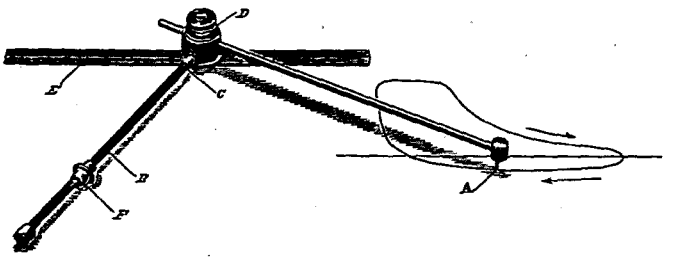
---

[1]) Въ усовершенствованномъ видѣ планиметръ стоитъ около 12—15 рублей. Экземпляръ такого планиметра имѣется въ геодезическомъ музеѣ Межевого Института.

т.-е. *выразится произведеніемъ длины стержня на промежутокъ между центрами зарубокъ, сдѣланныхъ топорикомъ на бумагѣ до и послѣ обвода фигуры.*

Начальная точка обвода должна быть центромъ тяжести площади фигуры и, чтобы исключить вліяніе несовпаденія начальной точки съ центромъ тяжести площади, *обводятъ контуръ вторично,* оставляя остріе обводнаго шпиля въ начальной точкѣ, но *повернувъ планиметръ на 180°* и *совершая* самый *обводъ въ противоположномъ направленіи;* за окончательную величину площади считаютъ среднее ариѳметическое изъ обоихъ результатовъ. Для облегченія перемноженія и перевода абсолютной площади въ относительную для даннаго масштаба, рекомендуется въ усовершенствованномъ планиметрѣ разстояніе между остріемъ и лезвіемъ (ободкомъ колеса) заранѣе высчитать такъ, чтобы длина погонной линіи давала число десятинъ площади. Пусть извѣстно, что 1 сант. = 0,3937079 дюйма и масштабъ плана, напр., 100 саж. въ дюймѣ, т.-е. 1 □ дюйм. на планѣ соотвѣтствуетъ 10000 кв. саж. на мѣстности; тогда 1 кв сант. = 0,1550059 кв. дюйм., и, слѣдовательно, соотвѣтствуетъ 1550,059 кв. саж. Пусть далѣе $R = 12{,}36$ сантим., $a = 5{,}24$ сантим. и $P = 64{,}77$ кв. сант. Высчитываемъ чему соотвѣтствуетъ 1 десятина мѣстности на планѣ, находимъ 1,548 кв. сантиметра. Сдѣлаемъ $R = 1{,}548$ сантим., тогда $a = 41{,}8$ сантим., ибо $P : R = a$, и $P = 64{,}77$ квадратн. сантиметра. Но такъ какъ съ другой стороны 1,548 кв. сантиметра соотвѣтствуетъ 1 десятинѣ, то $\frac{P}{1.548} = a$ соотвѣтствуетъ 41,89 десятины. Въ случаѣ, если ширина обводимаго контура болѣе $\frac{1}{2} R$, то площадь разбиваютъ на части, вычисляя каждую часть отдѣльно.

Чтобы узнать, лежатъ ли острie и лезвіе топорика въ одной плоскости[1]). достаточно, начертивъ прямую на бумагѣ, поставить на нее острie и лезвіе топорика и начать двигать по ней острie впередъ и назадъ; если лезвіе остается и не сходитъ съ прямой, по которой движется острie, то условіе выполнено.



Черт. 238 а.

Относительную ошибку результатовъ, даваемыхъ „топорикомъ", считаютъ = $= \pm 0{,}01$ вычисляемой площади.

2) *Планиметръ Вебера-Керна* состоитъ изъ двухъ рычаговъ (фиг. 238а): перемѣннаго по длинѣ *обводнаго* рычага съ остріемъ A и *счетнаго* рычага B, скрѣпленныхъ подъ прямымъ угломъ; въ вершинѣ угла помѣщена тяжесть D съ остріемъ (иглой), скользящимъ въ прямолинейномъ желобкѣ неподвижной линейки E. На счетномъ рычагѣ нанесены миллиметровыя дѣленія и находится колесико-

[1]) Условіе, положенное въ основаніе теоріи планиметра.

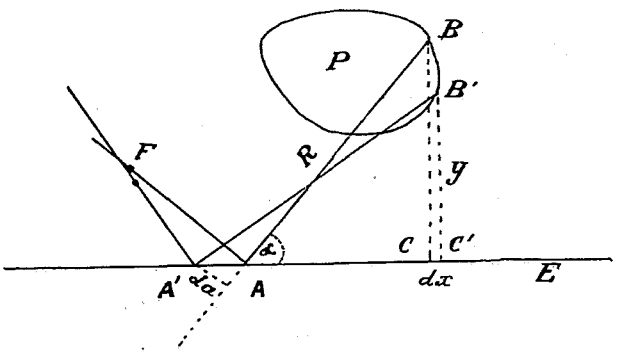
муфта F съ зубчатымъ лезвіемъ и небольшимъ ноніусомъ, скользящимъ вмѣстѣ съ колесомъ по счетному рычагу. Точность ноніуса $= 0{,}2$ ($^1/_5$) миллиметра. Неподвижная линейка снабжена двумя иглами, которыми она и прикалывается къ столу.

Употребленіе планиметра состоитъ въ томъ, что въ началѣ устанавливаютъ обводный рычагъ AD на какую-либо заранѣе избранную длину, напр., 20 сантим., которая отмѣчена на рычагѣ штрихомъ съ указателемъ (съ надписью), вставляютъ счетный рычагъ B расщепленнымъ концомъ C въ нижнее отверстіе тяжести D, имѣющее видъ зерна, дѣленіями вверхъ, укладываютъ линейку E такъ, чтобы контуръ вычисляемой площади можно было бы удобно обвести вокругъ, т.-е. безъ того, чтобы игла тяжести D могла выскакивать изъ паза (желобка) линейки E, и спокойно, обычнымъ порядкомъ обводятъ фигуру по контуру слѣва направо. Передъ обводомъ необходимо убѣдиться, что колесико F свободно скользитъ вдоль счетнаго рычага и, въ случаѣ надобности, рычагъ протереть сухой тряпкой. При обводѣ колесико съ ноніусомъ проскользитъ по рычагу B нѣкоторый путь a. Произведеніе a на длину R обводнаго рычага A и даетъ искомую площадь $P = a \cdot R$.

Теорію планиметра Вебера-Керна можемъ дать слѣдующую. Извѣстно, что площадь замкнутой фигуры можетъ быть выражена, какъ нѣкоторый опредѣленный интегралъ, вида $\int y dx$, гдѣ y и x прямоугольныя координаты граничной кривой.

Примемъ за ось x—въ прямую E (черт. 238a bis); начало будемъ считать отъ точки A (начальное положеніе рычага). Если перемѣнный уголъ между рычагомъ и линіей E будемъ называть α, то, такъ какъ длина рычага постоянна, будемъ вообще имѣть

$$y = R.\ Sin\ \alpha.$$



Черт. 238a bis.

Переведя рычагъ изъ B въ безконечно-близкую точку B', мы абсциссу измѣнимъ на безконечно-малую величину $CC' = dx$, а уголъ α на величину $d\alpha$. Изъ чертежа видно:

$$CC' = A'C' - AC - AA'.$$

Но $A'C' = R.\ Cos\ (\alpha - d\alpha)$, $AC = R\ Cos\ \alpha$ и $AA' = -\frac{da}{Sin\ \alpha}$

Здѣсь da представляетъ передвиженіе муфты F вдоль счетнаго рычага, что нетрудно усмотрѣть.

Вслѣдствіе сказаннаго, будемъ имѣтъ послѣ простыхъ преобразованій

$$P = \int_{\alpha_0}^{\alpha} R^2\ Sin^2\alpha\ d\alpha + \int_{a_0}^{a} R\ da = R\ (a - a_0)$$

при $a_0 = 0$ получимъ $P = R\,a$.

При длинѣ $R = 20$ сантим. достаточно дважды обвести контуръ, чтобы *число прочтенныхъ на рычагѣ B миллиметровъ, выразило площадь* въ

квадратныхъ сантиметрахъ. При $P = 300$ □ сантим. и $R = 20$ сантим., понятно, что $a = 15$ *сантим.*, а при двойномъ отводѣ $a = 30$ *сантим.*, или 300 миллиметрамъ. Если при обводѣ колесико F пройдетъ всю длину рычага B, то его вновь отодвигаютъ на нулевое дѣленіе рычага B и продолжаютъ обводку фигуры; длина a выразится суммою отсчетовъ, сдѣланныхъ по рычагу B отъ нуля дѣленій. Наибольшая площадь, которую можно обхватить (при неподвижномъ положеніи линейки E) этимъ планиметромъ равна 700 □ сантиметровъ. Площади, большія указаннаго размѣра, разбиваются на части. Цѣна инструмента 45 франковъ, а съ пошлиной и пересылкой около 18 рублей. Точность вычисленія площадей тоже около $\pm 0{,}01\ P$.

§ **175. Графическій способъ** вычисленія площадей состоитъ или въ вычисленіи площадей многоугольниковъ, или въ вычисленіи криволинейныхъ контуровъ на планѣ. Многоугольники стараются вычислить, обращая ихъ въ равновеликіе треугольники или трапеціи, или же разбивая ихъ діагоналями на треугольники и трапеціи. Основанія и высоты этихъ послѣднихъ берутся съ плана циркулемъ и измѣряются по масштабу. Иногда же, для облегченія работы, пользуются при этомъ механическими приспособленіями, каковы, напр., *агрометръ Бибикова* или параллельная линейка *Баслера* (работы Керна).

При разбивкѣ фигуры на треугольники слѣдуетъ стараться, чтобы 1) число фигуръ, составляющихъ данный многоугольникъ, было возможно меньше, 2) самыя фигуры были возможно больше и 3) чтобы основаніе фигуры приблизительно равнялось высотѣ, ибо чемъ меньше фигуръ, тѣмъ менѣе измѣреній будетъ сдѣлано по плану, а слѣдов. тѣмъ менѣе неизбѣжныхъ погрѣшностей, совпровождающихъ каждое измѣреніе (отъ несовершенства инструментовъ и несовершенства чувствъ измѣряющаго). При равенствѣ основанія a высотѣ h, неизбѣжныя ошибки ихъ da и dh будутъ менѣе вліять на ошибку $\frac{dp}{p}$ въ площади, т.-е. *при равенствѣ a и h ошибка, приходящаяся на единицу площади, будетъ наименьшая* [1]).

Агрометръ Бибикова (черт. 238b) состоитъ изъ линейки ADB, шириною въ 2 дюйма, съ параллельными длинными краями, изъ которыхъ

---

[1]) Это слѣдуетъ изъ того, что дробь $\frac{dp}{p}$ можетъ быть представлена въ видѣ

$$\frac{dp}{p} = \frac{1+k}{\sqrt{k}} \cdot \frac{da}{\sqrt{2p}} \ldots\ldots (1),$$

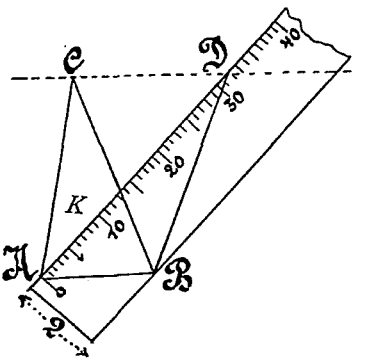
если обозначимъ $\frac{h}{a} = k$ и сперва найдемъ $2dp = a.\ dh + h\ .\ da$, а затѣмъ положимъ $da = dh$ и, принимая во вниманіе, что

$$2p = ah = ka^2 \text{ или } a = \sqrt{\frac{2p}{k}},$$

получимъ (1). При одной и той же площади p и ошибкѣ da, minimum второй части (1) зависитъ отъ $\frac{1+k}{\sqrt{k}}$. Для отысканія minimum беремъ первую производную и, приравнявъ ее нулю, найдемъ $k = 1$, т.-е. при $h = a$ выраженіе $\frac{dp}{p}$ обращается въ minimum.

одинъ подраздѣленъ, начиная отъ начальнаго нулевого штриха или на дюймы, или на промежутки = 0,24 дюйма (и его десятыя доли). Послѣдніе (промежутки) при масштабѣ 100 саж. въ дюймѣ будутъ давать длины, равныя 24 саженямъ.

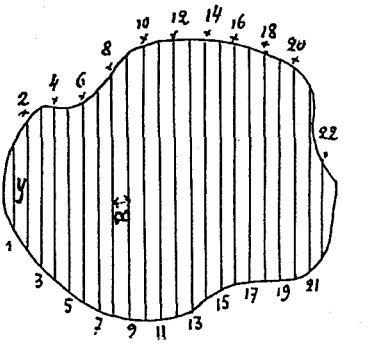
Употребленіе агрометра крайне просто и состоитъ въ томъ, что, проведя черезъ вершину даннаго треугольника ABC линію CD, параллельную основанію AB, прикладываютъ агрометръ къ основанію AB треугольника такъ, чтобы длинные края линейки совпали съ точками A и B, при чемъ точка A приходилась бы на нулевомъ штрихѣ (какъ указано на чертежѣ), тогда при точкѣ D параллели CD къ основанію AB прочитываютъ число напр., $AD = 32$. Если это число выражаетъ дюймы, то площадь треугольника ABC = площади тр. $ADB = {}^1/_2 (AD \times 2)\square'' = AD\square''$ даетъ число квадратныхъ дюймовъ въ площади треугольника ABC, ибо высота треугольника ADB равна 2 дюймамъ. Если же дѣленія обозначаютъ вышеуказанные промежутки въ 0,24 дюйма, то при масштабѣ ${}^1/_{8400}$ число $AD = 32$ будетъ соотвѣтствовать площади тр-ка ADB, выраженной въ десятинахъ, т.-е. будетъ ${}^1/_2 (32 \times 24 \times 200) = 32 \times \times 2400 \square$ саж. $= 32$ десятины. Если бы основаніе AB оказалось менѣе 2 дюймовъ, то его удваиваютъ, утраиваютъ,.... вообще дѣлаютъ n-кратнымъ и прочтенную при D площадь дѣлятъ на выбранное для основанія число n.



Черт. 238 b.

Въ томъ же случаѣ когда основаніе AB настолько велики, что длина агрометра окажется для него недостаточной (сравнительно малой), то основаніе AB или дѣлятъ на 2, на 3 и т. д. равныя части и полученное при D число удваиваютъ, утраиваютъ и т. д., или же просто, разбивъ основаніе на произвольныя (хотя бы и не равныя части) разбиваютъ тѣмъ самымъ данный ΔABC на нѣсколько другихъ треугольниковъ, которые и вычисляютъ по отдѣльности каждый.

Линейка Баслера есть не что иное, какъ наугольникъ (въ видѣ буквы T) основаніе котораго—голова состоитъ изъ двухъ линеекъ, связанныхъ двумя равными на 4 шарнирахъ пластинками; благодаря чему вторая линейка движется параллельно первой, перемѣщаясь по высотѣ наугольника. На высотѣ нанесены дѣленія, цѣна которыхъ подписана числами вдвое меньшими: у 4 стоитъ 2 и т. д. Головка наугольника кладется на основаніе вычисляемаго треугольника, параллельная линейка отодвигается до его вершины, у которой по высотѣ наугольника прочитывается площадь.


Черт. 238 c.

Для вычисленія криволинейныхъ контуровъ можно пользоваться или волосяной сѣткой или просто масляной прозрачной бумагой съ начерченными на ней равно отстоящими параллельными линіями (арфой) попе-

ремѣнно окрашенными въ красный и синій цвѣтъ. Обчертивъ по бумагѣ арфы криволинейный контуръ, вымѣряютъ по масштабу циркулемъ всѣ y (черт. 238c) и зная разстояніе x между ними, примѣняютъ формулу Симпсона для опредѣленія площади контура, т.-е.

$$P = \frac{2}{3}x\left[(y_2+y_4+y_6+\ldots\ldots+y_{n-2})+2\,(y_1+y_3+y_5+\ldots\ldots+y_{n-1})+\right.$$
$$\left.+\frac{y_0+y_n}{2}\right]^{1)}$$

Если y_0 и y_n (какъ на чертежѣ) окажутся равными нулю, то примѣненіе формулы упростится.

Если криволинейный контуръ великъ, то его или заключаютъ въ многоугольникъ, или вписываютъ въ него многоугольникъ и, вычисливъ по отдѣльности площадь многоугольника разбивкою его на треугольники, а отрѣзки между контуромъ многоугольника и даннаго криволинейнаго контура—по формулѣ Симпсона, искомую площадь, въ случаѣ описаннаго около нея многоугольника, получаютъ какъ разность, а въ случаѣ вписаннаго въ нея многоугольника, какъ сумму площадей многоугольника и прилегающихъ къ нему отрѣзковъ.

§ 175 bis. Точность опредѣленія площади. При разсмотрѣніи вопроса о точности опредѣленія площади, мы должны имѣть въ виду два случая: 1) площадь опредѣляется изъ мѣръ въ натурѣ и 2) площадь опредѣляется по плану однимъ изъ механическихъ способовъ, въ частности планиметромъ.

1. Выраженіе для площади какой-нибудь фигуры получается, какъ произведеніе двухъ величинъ перваго измѣренія (линейныхъ), сопровождаемое тѣмъ или инымъ коэффиціентомъ; поэтому, вообще говоря площадь можетъ быть представлена въ видѣ

$$F = a\,.\,x\,.\,y\,.\,.\,.\,.\,(f)$$

гдѣ a есть коэффиціентъ, x и y измѣрены въ натурѣ или взяты по плану.

Полагая, что въ x и y заключаются среднія ошибки $\pm\Delta x$ и $\pm\Delta y$, мы среднюю ошибку ΔF площади F найдемъ по формулѣ [2])

$$\Delta F = \pm\sqrt{\left(\frac{dF}{dx}\right)^2\Delta x^2+\left(\frac{dF}{dy}\right)^2\Delta y^2}$$

---

[1]) Выводъ формулы Симпсона основанъ на томъ, что взявъ двѣ трапеціи съ высотами x и параллельными основаніями, напр., y_1, y_2 и y_3, разбиваютъ эти двѣ трапеціи на три, съ высотами $=\frac{2}{3}x$. Вслѣдствіе чего взятыя двѣ трапеціи даютъ $p_2+p_3=\frac{2}{3}x.\,(\frac{1}{2}y_1+2y_2+\frac{1}{2}y_3)$, а сумму всѣхъ трацецій, взятыхъ попарно, приводятъ къ формулѣ Симпсона.

[2]) См. теорію ошибокъ.

Но такъ какъ согласно равенству (f)

$$\frac{dF}{dx} = ay = \frac{F}{x}$$
$$\frac{dF}{dy} = ax = \frac{F}{y}$$

то послѣ подстановки найдемъ для ΔF значеніе:

$$\Delta F = \pm F \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2}$$

Отсюда относительная ошибка въ площади найдется:

$$\frac{\Delta F}{F} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\Delta F)$$

Для того, чтобы дѣлать опредѣленные выводы изъ этой формулы, необходимо сдѣлать извѣстныя предположенія объ ошибкахъ Δx и Δy. Положимъ сначала, что x и y непосредственно измѣренныя величины (напр. стороны прямоугольника), тогда относительно ошибокъ этихъ величинъ можемъ написать:

$$\Delta x = \mu \sqrt{x} \qquad \Delta y = \mu \sqrt{y}$$

А поэтому величина абсолютной средней ошибки будетъ имѣть значеніе:

$$\Delta F = a\mu \sqrt{y^2 x + x^2 y} = a\mu \sqrt{xy(x+y)} = \mu \sqrt{aF} \sqrt{(x+y)}$$

Разсматривая въ предыдущей формулѣ F какъ постоянное, а x и y какъ перемѣнныя, мы видимъ, что ΔF достигнетъ *minimum'a* въ то время когда функція $u = x+y$ будетъ (при данномъ $a\,xy = F$) *minimum*, иначе, когда

$$u = x+y = x + \frac{F}{ax}$$

будетъ minimum'омъ. А это случится при $\frac{du}{dx} = o$, т.-е. при

$$x = y = \sqrt{\frac{F}{a}}$$

Такимъ образомъ, наименьшая ошибка въ площади будетъ тогда, когда оба сомножителя (основаніе и высота) равны между собою. Полагая $x = y$, мы выраженіе для ΔF можемъ привести къ такому виду:

$$\Delta F = \mu \,.\, a\,x \,.\, \sqrt{2x}$$

Отсюда относительная ошибка въ площади выразится такъ:

$$\frac{\Delta F}{F} = \frac{\mu \sqrt{x}}{x} \sqrt{2}$$

Но такъ какъ $\frac{\mu \sqrt{x}}{x}$ есть относительная ошибка въ измѣряемой

линій, то отсюда видно, что при наиболѣе выгодномъ случаѣ, опредѣленіе площади будетъ грубѣе опредѣленія линейныхъ величинъ. Если бы x и y были взяты съ плана, то въ этомъ случаѣ можно положить $\Delta x = \Delta y =$ точности измѣренія длины по данному масштабу, и поэтому

$$\Delta F = a\sqrt{x^2+y^2}.\ \Delta x$$

При $F = axy = Const.$ наименьшее значеніе въ ΔF будетъ соотвѣтствовать тому же условію $x = y$. Въ чемъ легко убѣдиться, составивъ функціи $u = x^2 + y^2$ и замѣнивъ въ ней y черезъ $\frac{F}{ax}$. Продифференцировавъ затѣмъ по x и приравнивая нулю первую производную найдемъ искомое соотношеніе.

И такъ, въ этомъ случаѣ будемъ имѣть ($x = y$)

$$\Delta F = ax\sqrt{2}\ .\ \Delta x = \sqrt{aF}\ \sqrt{2}\ .\ \Delta x$$

и

$$\frac{\Delta F}{F} = \sqrt{\frac{a}{F}}\ .\ \sqrt{2}\ .\ \Delta x$$

Изъ этого выраженія видно, что малыя площади опредѣлятся относительно хуже, чѣмъ большія (т. к. Δx одинаково для большихъ и малыхъ линій).

Сопоставляя оба случая, видимъ, что при измѣреніи линіи съ относительной ошибкой $^1/_{1000}$ площадь опредѣлится съ относительной ошибкой не точнѣе $^1/_{700}$; если же для вычисленія площади взяты линіи по плану, то такая же относительная ошибка будетъ при величинѣ площади квадрата со стороною около 5 кв. дм. (полагая точность измѣренія по плану $^1/_{200}$ дюйма). При этомъ нужно имѣть въ виду, что во второмъ случаѣ входитъ только ошибка измѣренія по плану, ошибки же измѣренія въ натурѣ для составленія плана не учтены.

Мы взяли самый простой случай, когда площадь опредѣляется формулой $F = axy$. Это будетъ относиться къ случаю простѣйшихъ геометрическихъ фигуръ.

Если мы имѣемъ произвольный многоугольникъ, координаты вершинъ котораго вычислены, то можно и для этого случая дать нѣкоторыя общія указанія для вычисленія точности опредѣленія площади. Очевидно, что этотъ случай относится тоже къ „опредѣленію площадей изъ мѣръ въ натурѣ“.

Какъ извѣстно, площадь многоугольника, вычисленная по координатамъ его вершинъ, слагается изъ такихъ произведеній

$$x_n\,(y_{n+1} - y_{n-1}) \text{ или } y_n\,(x_{n-1} - x_{n+1})$$

поэтому достаточно разсмотрѣть одно какое нибудь произведеніе въ общемъ видѣ, а затѣмъ сдѣлать соотвѣтствующія заключенія. Полагая, что каждая изъ входящихъ въ предыдущія произведенія величинъ сопровож-

дается нѣкоторой ошибкою, мы можемъ найти и ошибку произведенія, по формулѣ:

$$x_n\,(dy_{n+1} - dy_{n-1}) + dx_n\,(y_{n+1} - y_{n-1})$$

Здѣсь членами второго порядка относительно dy и dx пренебрежено. Ошибки произведенія возможно представить еще и въ такомъ видѣ:

$$dy_n\,(x_{n-1} - x_{n+1}) + dx_n\,(y_{n+1} - y_{n-1})$$

для чего слѣдуетъ написать ошибки двухъ слѣдующихъ подрядъ произведеній и соединить инымъ образомъ подобные члены [1]). Основываясь на сказанномъ, можемъ среднюю квадратическую ошибку въ площади выразить въ видѣ *ряда*

$$dF^2 = \frac{1}{4}\,\Sigma\left\{(y_{n+1} - y_{n-1})^2\,dx_n^2 + (x_{n-1} - x_{n+1})^2\,dy_n^2\right\}\text{ [2])}.$$

Разность $(y_{n+1} - y_{n-1})$ и $(x_{n-1} - x_{n+1})$ извѣстны, необходимо еще знать dx_n и dy_n.

Сумма приращеній координатъ по каждой оси должна равняться нулю, но вслѣдствіе ошибокъ измѣреній мы получимъ нѣкоторыя величины fx и fy. Если эти невязки будемъ раскладывать по какому либо правилу на приращенія координатъ, то за ошибки dx и dy послѣднихъ можемъ принять эти поправки. Такъ, если раскладка невязки производится пропорціонально длинѣ линіи, то для какой нибудь точки, отстоящей отъ начала на разстояніи l_n при периметрѣ l, мы будемъ имѣть:

$$dx_n = \frac{fx}{l}\,.\,l_n \quad\text{и}\quad dy_n = \frac{fy}{l}\,.\,l_n.$$

Поэтому ошибку въ площади можно выразить слѣдующей формулой:

$$\Delta F^2 = \frac{1}{4}\,\Sigma\left\{(y_{n+1} - y_{n-1})^2\left(\frac{f_x}{l}\,.\,l_n\right)^2 + (x_{n-1} - x_{n+1})^2\left(\frac{f_y}{l}\,.\,l_n\right)^2\right\}.$$

Вычисленіе ΔF по этой формулѣ затрудненій не представляетъ, такъ какъ почти всѣ величины въ нее входящія имѣются изъ предыдущаго вычисленія координатъ вершинъ и площади.—

Написанная формула даетъ преуменьшонное значеніе ошибки, такъ напр. для примѣра даннаго выше получится $\pm$ 40 кв. саж., т.-е. $^1/_{2400}\,F$. Это объясняется тѣмъ, что не приняты во вниманіе среднія ошибки угловъ и длинъ линій въ отдѣльности. Однако и нашей формулой можно пользоваться, увеличивъ окончательный результатъ раза въ два [3]).

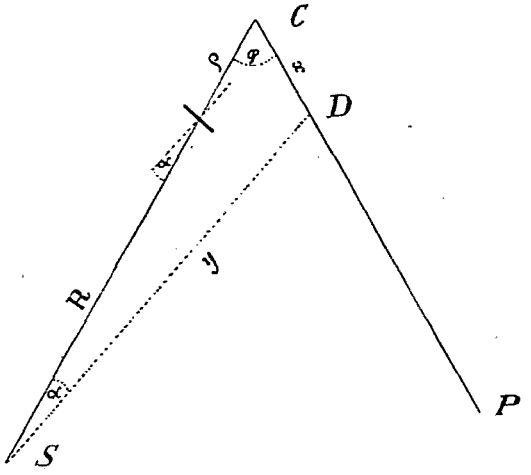
---

[1]) Достаточно, напр., для четыреугольника, написать выраженіе $2P = x_1(y_2 - y_4) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_4 - y_2) + x_4(y_1 - y_3)$ и, продифференцировавъ его, произвести указанную группировку членовъ.

[2]) Такъ какъ $F = \frac{1}{2}\,\Sigma x_n\,(y_{n+1} - y_{n-1})$.

[3]) Н. Н. Веселовскій даетъ для величинъ dx_i и dy_i такія среднія значенія: $E_{x.i} = E_{y.i} = \frac{h}{\sqrt{2}}$, гдѣ h есть среднее уклоненіе i-ой вершины полигона отъ ея истиннаго положенія. При этомъ h можно брать изъ изъ полигонометрическихъ таблицъ Гаусса по аргументу l_n, т.-е. разстоянію данной точки отъ начальной. Ошибка въ площади выразится формулой $\Delta F = \frac{1}{8}\sum_{i=2}^{i=n}\left\{(y_{i+1} - y_{i-1})^2 + (x_{i+1} - x_{i+1})^2\right\}h_i^2$ („Землемѣрное Дѣло“ № 3—4, 1911 г.).

2. При опредѣленіи площади помощью планиметра на результатъ будутъ имѣть вліяніе два рода погрѣшностей: систематическія и случайныя. Систематическія ошибки зависятъ отъ невыполненія условій, предъявляемыхъ къ инструменту, напр. въ полярномъ планиметрѣ неперпендикулярность плоскости колеса къ оси его вращенія (параллельной обводному рычагу); случайныя ошибки будутъ: неточность обвода шпилемъ по контуру вычисляемой площади, неточность съ которой усчитывается передвиженіе колеса планиметра, вслѣдствіе шероховатости бумаги, неточность отсчитыванія по верньерамъ и т. д. Хотя совершенное исключеніе вліянія систематическихъ ошибокъ не можетъ быть достигнуто, но въ дальнѣйшемъ мы будемъ имѣть въ виду только случайныя погрѣшности, такъ какъ только эти послѣднія характеризуютъ точность измѣренія. Однако прежде покажемъ, что невыполненіе главнаго условія въ планиметрѣ (неперпендикулярность плоскости колеса къ оси его вращенія) вызываетъ въ результатѣ ошибку систематическаго характера, зависящую отъ разстоянія полюса относительно обводимой фигуры, а отсюда выведется правило исправленія инструмента.



Положимъ, что ось колеса не совпадаетъ съ обводнымъ рычагомъ и составляетъ съ нимъ нѣкоторый уголъ α, иначе, плоскость колеса образуетъ съ осью рычага уголъ $90 \pm \alpha$.

Если мы представимъ себѣ, что черезъ обводный шпиль проведена линія SD параллельно оси колеса до пересѣченія съ постояннымъ рычагомъ CP, то дѣйствіе колеса не измѣнится, если вмѣсто дѣйствительнаго рычага SC мы будемъ принимать фиктивный SD. Очевидно, что положеніе точки D будетъ зависѣть отъ расположенія рычаговъ планиметра, т.-е. рычаги SD и PD будутъ величинами перемѣнными.

Введемъ обозначенія

$$\angle SCD = \varphi; SC = R + \rho; CD = x; SD = y; \angle CSD = \alpha.$$

Изъ треугольника SCD имѣемъ

$$x = (R+\rho)\frac{Sin\ \alpha}{Sin\ (\varphi+\alpha)}; y = (R+\rho)\frac{Sin\ \varphi}{Sin\ (\varphi+\alpha)}$$

Если полюсъ P помѣщается *внѣ* обводимой фигуры, то длина рычага PD на величину площади не имѣетъ вліянія, поэтому болѣе важнымъ для

насъ будетъ изслѣдованіе величины y въ зависимости отъ измѣненія угла φ. Дифференцируя выраженіе для y по φ находимъ:

$$\frac{dy}{d\varphi} = (R+\rho)\frac{Cos\ \varphi\ Sin\ (\varphi+\alpha) - Sin\ \varphi\ Cos\ (\varphi+\alpha)}{Sin^2\ (\varphi+\alpha)} = (R+\rho)\frac{Sin\ \alpha}{Sin^2\ (\varphi+\alpha)}$$

Итакъ, первая производная есть величина положительная *при всякомъ значеніи* φ для взятаго нами случая. Если бы мы предположили, что ось колеса наклонена въ другую сторону, то получили бы *обратный знакъ*, въ чемъ нетрудно убѣдиться. Полученная нами формула показываетъ, что при раздвиженіи рычаговъ, т.-е. при обводѣ фигуры, длина рычага y постоянно увеличивается (или уменьшается), а, слѣдовательно, если полюсъ *ближе* къ фигурѣ, то отсчеты планиметра [1]) будутъ *больше* (или меньше), при дальнемъ положеніи обратно. Это будетъ наблюдаться вслѣдствіе того, что уголъ φ, а стало быть, и рычагъ y *меньше* при полюсѣ близкомъ, чѣмъ далекомъ и въ обоихъ случаяхъ меньше дѣйствительнаго рычага. Поэтому, для выясненія того, что колесо планиметра имѣетъ правильное положеніе, нужно обводить одну и ту же фигуру при различныхъ положеніяхъ полюса. Если будутъ получаться сильныя разницы, то исправительными винтами колесо должно повернуть въ надлежащую сторону.

Полагая, что это условіе выполнено, мы при многократномъ обводѣ одной и той же площади должны получать результаты отличающіеся только вслѣдствіе неизбѣжныхъ погрѣшностей измѣреній, причины которыхъ выше указаны. Формула, по которой вычисляется площадь, обведенная планиметромъ, имѣетъ общій видъ

$$F = p \cdot \mu$$

гдѣ p — цѣна одного дѣленія, а μ число дѣленій колеса планиметра.

Точность опредѣленія F будетъ очевидно зависѣть отъ того, насколько точно извѣстно p и насколько точно усчитано число дѣленій μ. Полагая среднія квадратическія ошибки этихъ величинъ $\pm\Delta p$ и $\pm\Delta\mu$, мы ошибку площади можемъ написать въ видѣ:

$$\Delta F = \pm\sqrt{\left(\frac{dF}{dp}\right)^2 \Delta p^2 + \left(\frac{dF}{d\mu}\right)^2 \Delta\mu^2}.$$

Отыскивая производныя по p и по μ, имѣемъ:

$$\frac{dF}{dp} = \mu = \frac{F}{p}$$
$$\frac{dF}{d\mu} = p = \frac{F}{\mu}$$

Вслѣдствіе этого можемъ написать:

$$\Delta F = \pm\sqrt{(\mu\Delta p)^2 + (p\Delta\mu)^2} = \pm F\sqrt{\left(\frac{\Delta p}{p}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\mu}{\mu}\right)^2}.$$

[1]) Въ выраженіи $F = RU = p\ \mu$, величины U и μ возрастаютъ при уменьшеніи R, которое возможно, когда полюсъ стоитъ ближе къ обводимой фигурѣ.

Отсюда относительная ошибка будетъ:

$$\frac{\Delta F}{F} = \sqrt{\left(\frac{\Delta p}{p}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \mu}{\mu}\right)^2}.$$

Величины Δp и $\Delta \mu$ не независимы, такъ какъ p опредѣляется помощью самаго изслѣдуемаго инструмента, т.-е. Δp зависитъ отъ $\Delta \mu$.

Полагая, что $\Delta \mu$ вообще незначительно, можно приближенно положить $\Delta \mu = 0$, а поэтому

$$\frac{\Delta F}{F} = \frac{\Delta p}{p}$$

т.-е. относительная ошибка площади равна относительной ошибкѣ съ которой опредѣляется цѣна дѣленія.

Наиболѣе простымъ способомъ опредѣлить точность вычисленія какой-нибудь площади можно тогда, когда она обведена много разъ. Тогда достаточно взять среднее изъ всѣхъ опредѣленій, найти отклоненія отъ этого средняго и найти

$$\Delta F = \pm \sqrt{\frac{[\Delta F \cdot \Delta F]}{n-1}}.$$

Но можно воспользоваться и такой формулой, найденной *эмпирически* проф. *Lorber*'омъ:

$$\Delta F = c \cdot p + c_1 \sqrt{F \cdot p}.$$

здѣсь c и c_1 нѣкоторыя постоянныя, различныя для разныхъ планиметровъ, такъ для полярнаго планиметра, проф. Lorber изъ многочисленныхъ опытовъ нашелъ

$$c = 0.00126 \text{ и } c_1 = 0.00022.$$

Согласно этимъ даннымъ относительная ошибка площади въ 10 кв. см. при полярномъ планиметрѣ будетъ 1 : 75; для площади 200 кв. см. — 1 : 1274.

Отсюда видно, что относительная ошибка въ площади зависитъ отъ величины площади, а не является какою-либо опредѣленною ея частью. Это нѣсколько противорѣчитъ тому, что было сказано выше, но тамъ мы пренебрегли ошибкою въ μ, которой вообще нельзя пренебрегать.

ВТОРАЯ ВВОДНАЯ СТАТЬЯ.

Способъ наименьшихъ квадратовъ.

Выше была вкратцѣ изложена теорія ошибокъ наблюденій, тамъ же было указано, какъ опредѣлить среднюю квадратическую ошибку, характеризующую точность результата, какъ для непосредственно измѣренныхъ количествъ, такъ и ихъ функцій.

Обратимся теперь къ вопросу объ уравновѣшиваніи ошибокъ, и прежде всего опредѣлимъ случаи, когда уравновѣшиваніе можетъ имѣть мѣсто.

При геодезическихъ работахъ въ большинствѣ случаевъ имѣютъ мѣсто посредственныя измѣренія, т.-е. такія, при которыхъ непосредственно измѣряются не искомыя величины, а нѣкоторыя другія величины l_1, $l_2 \ldots l_n$ и по нимъ уже путемъ вычисленій опредѣляются неизвѣстныя величины x, y, $z \ldots u$. Связь между извѣстными l и неизвѣстными вообще можетъ быть выражена нѣкоторымъ математическимъ соотношеніемъ вида

$$l = f(x, y, z \ldots u).$$

Если набдюденныхъ величинъ l, положимъ, будетъ n, а неизвѣстныхъ, которыя нужно найти u, и если $n > u$, то мы будемъ имѣть данныхъ больше, чѣмъ то нужно для отысканія неизвѣстныхъ. А такъ какъ каждое изъ непосредственныхъ наблюденій сопровождается неизбѣжными ошибками, то, найдя изъ какихъ нибудь u уравненій неизвѣстныя и подставивъ эти значенія въ остальныя $n - u$ уравненія, мы не получимъ тождествъ. Для того же, чтобы не происходило такого явленія, необходимо къ измѣреннымъ величинамъ прибавить такія *поправки,* чтобы получилась совмѣстная система уравненій, иначе говоря, возникаетъ вопросъ объ *уравновѣшиваніи ошибокъ.*

Называя исправленныя значенія измѣренныхъ количествъ черезъ L_1 $L_2 \ldots L_n$, а поправки черезъ v_1, $v_2, \ldots v_n$, мы получимъ тогда такую совмѣстную систему для нахожденія неизвѣстныхъ x, $y \ldots u$

$$\begin{aligned} L_1 &= l_1 + v_1 = f_1(x, y, z \ldots u) \\ L_2 &= l_2 + v_2 = f_2(x, y, z \ldots u) \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ L_n &= l_n + v_n = f_n(x, y, z \ldots u) \end{aligned}$$

Эту систему можно переписать въ такомъ видѣ:

$$\begin{aligned} v_1 &= f_1(x, y, z \ldots u) - l_1 \\ v_2 &= f_2(x, y, z \ldots u) - l_2 \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ v_n &= f_n(x, y, z \ldots u) - l_n \end{aligned} \qquad (1)$$

Уравненія (1) носятъ названіе начальныхъ, или иначе *уравненій погрѣшностей.*

Въ этой системѣ уравненій мы имѣемъ n неизвѣстныхъ поправокъ и еще u неизвѣстныхъ величинъ $x, y \ldots$, а всего $n+u$ неизвѣстныхъ,—число же уравненій n. Вслѣдствіе этого возможно безчисленное множество рѣшеній, и для того, чтобы придать задачѣ *опредѣленность*, необходимо наложить какое-нибудь *дополнительное произвольное требованіе.* Поставимъ такое требованіе: *сумма квадратовъ поправокъ v должна быть минимумъ.* Если положить, что ошибки подчинены закону, изложенному нами въ главѣ объ ошибкахъ, то такая система поправокъ v будетъ *вѣроятнѣйшей.*

Будемъ теперь рѣшать нашу задачу, согласно поставленному условію, но предварительно преобразуемъ систему уравненій (1).

Допустимъ, что мы нашли какимъ-либо путемъ приближенныя значенія неизвѣстныхъ $x, y \ldots$ (напримѣръ, положили въ u ур—іяхъ $v=o$ и отсюда нашли всѣ неизвѣстныя). Назовемъ эти приближенныя значенія черезъ $x' y' \ldots u'$. Тогда для полученія окончательныхъ величинъ неизвѣстныхъ, къ каждой изъ нихъ придется прибавить нѣкоторую поправку $dx, dy \ldots du$, а поэтому ур—ія (1) можно будетъ представить въ такомъ видѣ:

$$\begin{aligned} v_1 &= f_1(x' + dx, y' + dy, \ldots u' + du) - l_1 \\ v_2 &= f_2(x' + dx, y' + dy, \ldots u' + du) - l_2 \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ v_n &= f_n(x' + dx, y' + dy, \ldots u' + du) - l_n \end{aligned}$$

Разложимъ наши функціи по строкѣ Тейлора, ограничиваясь по малости поправокъ $dx \ldots du$ только первыми членами разложенія.

Получимъ:

$$\begin{aligned} v_1 &= f_1(x', y', \ldots u') + dx\frac{dv_1}{dx} + dy\frac{dv_1}{dy} + \ldots + du\frac{dv_1}{du} - l_1 \\ v_2 &= f_2(x', y', \ldots u') + dx\frac{dv_2}{dx} + dy\frac{dv_2}{dy} + \ldots + du\frac{dv_2}{du} - l_2 \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ v_n &= f_n(x', y', \ldots u') + dx\frac{dv_n}{dx} + dy\frac{dv_n}{dy} + \ldots + du\frac{dv_n}{du} - l_n \end{aligned}$$

Обозначая частныя производныя

$$\frac{dv_1}{dx} = a_1, \frac{dv_1}{dy} = b_1, \ldots \frac{dv_1}{du} = r_1$$

$$\frac{dv_2}{dx}=a_2, \frac{dv_2}{dy}=b_2, \ldots \frac{dv_2}{du}=r_2$$

. . . . . .

И, полагая

$$f(x', y', \ldots u') - l = g,$$

получимъ преобразованную систему ур—ій погрѣшностей:

$$\begin{aligned} v_1 &= a_1\,dx + b_1\,dy + \ldots + r_1\,du + g_1 \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ v_n &= a_n\,dx + b_n\,dy + \ldots + r_n\,du + g_n \end{aligned} \qquad (2)$$

Ур—ія (2) имѣютъ то преимущество, что они линейны относительно неизвѣстныхъ.

На поправки v мы наложили условіе minimum'a, т.-е. требованіе:

$$v_1^2 + v_2^2 + \ldots = v_n^2 = [vv] = \text{minimum}.$$

Это условіе, какъ извѣстно изъ анализа, приводитъ къ ряду равенствъ

$$\frac{d[vv]}{dx}=o, \frac{d[vv]}{dy}=o, \ldots \frac{d[vv]}{du}=0. \qquad (3)$$

т. к. v — функціи независимыхъ перемѣнныхп $x, y \ldots u$.

Поэтому необходимо найти изъ ур—ій (2) величину $[vv]$ и дифференцировать по перемѣннымъ $dx, dy \ldots . du$.

Возводя въ квадратъ каждое изъ ур—ій (2) и складывая ихъ, получимъ:

$$\begin{aligned} [vv] = v_1 v_1 + v_2 v_2 + \ldots + v_n v_n = \\ [aa]\,dx^2 + 2[ab]\,dx\,dy + \ldots . + 2[ar]\,dx\,du + 2[ag]\,dx \\ + [bb]\,dy^2 \quad + \ldots . + 2[br]\,dy\,du + 2[bg]\,dy \\ + \ldots\ldots\ldots\ldots \\ + [rr]\,du^2 + 2[rg]\,du \end{aligned}$$

Производя дифференцированіе и приравнивая каждую частную производную нулю, согласно (3) получимъ:

$$\begin{aligned} &[aa]\,dx + [ab]\,dy + [ac]\,dz + \ldots + [ar]\,du + [ag] = 0. \\ &[ab]\,dx + [bb]\,dy + [bc]\,dz + \ldots + [br]\,du + [bg] = 0. \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &[ar]\,dx + [br]\,dy + [cr]\,dz + \ldots + [rr]\,du + [rg] = 0. \end{aligned} \qquad (4)$$

Ур—ія (4) носитъ названіе *нормальныхъ ур—ій*. Этихъ ур—ій всегда будетъ столько, сколько неизвѣстныхъ поправокъ $dx, dy \ldots du$, поэтому система является вполнѣ опредѣленной. Отсюда можемъ найти величины $dx, dy \ldots du$, а подставивъ ихъ въ ур—ія (2), найдемъ поправки v.

Нормальныя уравненія можно еще получить иначе изъ начальныхъ уравненій. Помножимъ первое изъ ур—ій (2) на a_1, второе на a_2 и т. д. и сложимъ ихъ, тогда получимъ очевидно первое нормальное ур—іе. Умножая ихъ затѣмъ послѣдовательно и соотвѣтственно сперва на b, потомъ на $c \ldots g$, будемъ послѣ сложенія имѣть:

$$\begin{aligned}
&[av] = \underline{[aa]}\,dx + [ab]\,dy + \ldots + [ar]\,du + [ag] = 0.\\
&[bv] = \underline{[ab]}\,dx + \underline{[bb]}\,dy + \ldots + [br]\,du + [bg] = 0\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&[rv] = [ar]\,dx + [br]\,dy + \ldots + \underline{[rr]}\,du + [rg] = 0\\
&[gv] = [ag]\,dx + [by]\,dy + \ldots + [rg]\,du + \underline{[gg]} = [vv]
\end{aligned} \qquad (5)$$

Справедливость послѣднаго равенства будетъ ниже доказана.

Изъ разсмотрѣнія системы ур—ій (5) видно, что коэффиціенты при неизвѣстныхъ симметричны относительно діагональныхъ (подчеркнутыхъ) членовъ, поэтому сокращенно обыкновенно нормальныя ур—ія (5) пишутъ въ такомъ видѣ:

$$\begin{aligned}
&\underline{[aa]}\,dx + [ab]\,dy + \ldots + [ar]\,du + [ag] = o\\
&\qquad\underline{[bb]}\,dy + \ldots + [br]\,du + [bg]\\
&\qquad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\qquad\qquad\underline{[rr]}\,du + [rg]\\
&\qquad\qquad\underline{[gg]}
\end{aligned} \qquad (5^1)$$

Пока мы предполагали, что всѣ наблюденія сдѣланы одинаково точно; но если бы они были разной точности, и вѣса ихъ были бы соотвѣтственно $p_1\ p_2 \ldots p_n$, то и поправки v имѣли бы различную точность. Переходя къ погрѣшностямъ одной и той же точности, путемъ умноженія ихъ на $\sqrt{p}$, пришлось бы условіе minimum'а наложить на функцію вида $[(v\sqrt{p})^2]$, т.-е.

$$p_1\ v_1\ v_1 + p_2\ v_2\ v_2 + \ldots + p_n\ v_n\ v_n = \text{minimum},$$

вслѣдствіе чего нормальныя ур—ія (5′) примутъ видъ:

$$\begin{aligned}
&\underline{[paa]}\,dx + [pab]\,dy + \ldots + [par]\,du + [pag] = 0\\
&\qquad\underline{[pbb]}\,dy + \ldots + [pbr]\,du + [pbg]\\
&\qquad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\qquad\qquad\underline{[prr]}\,du + [prg]\\
&\qquad\qquad\underline{[pgg]}
\end{aligned} \qquad (5'')$$

Въ справедливости ур—ій (5″) нетрудно убѣдиться. Однако можно ур—ія (5″) привести къ виду (5′), если дадимъ другое значеніе коэффиціентамъ, а именно, если положимъ

$$a_1\sqrt{p_1} = \text{А}_1, b_1\sqrt{p_1} = \text{Б}_1 \ldots . r_1\sqrt{p_1} = \Gamma_1$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Тогда вмѣсто [paa] и т. д. будутъ стоять снова [АА] и т. д. Такимъ образомъ въ дальнѣйшемъ можно разсматривать безразлично ур—ія (5′) или (5″).

Прежде, чѣмъ перейти къ рѣшенію нормальныхъ ур—ій, остановимся на одномъ частномъ случаѣ. Пусть мы опредѣляли одну неизвѣстную x и при этомъ сдѣлали n наблюденій. Начальныя уравненія (1) пусть будутъ имѣть видъ:

$$\begin{aligned} v_1 &= x - l_1 \ldots \text{ вѣсъ наблюденія } p_1 \\ v_2 &= x - l_2 \ldots \quad \text{„} \quad p_2 \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ v_n &= x - l_n \ldots \quad \text{„} \quad p_n \end{aligned} \qquad (1')$$

Такъ какъ коэффиціенты a при x согласно ур—ій (2) будутъ всѣ $= 1$, то ур—іе (5″) напишется такъ:

$$[p]x + [pl] = 0$$

или

$$x = \frac{[pl]}{[p]}$$

т.-е. мы пришли къ общей ариѳметической срединѣ.

Вставляя это значеніе x въ начальныя ур—ія (1′), умноженныя на соотвѣтствующій вѣсъ, получимъ повѣрочную сумму

$$p_1 v_1 + p_2 v_2 + \ldots + p_n v_n = [pv] = 0.$$

Если бы во взятомъ нами примѣрѣ всѣ вѣса были одинаковы и равны 1, то въ результатѣ мы получили бы простое среднее ариѳметическое.

Такимъ образомъ то, что было раньше сказано объ ариѳметической срединѣ, снова подтверждается.

Рѣшеніе нормальныхъ уравненій можно произвести какимъ угодно способомъ, однако по практическимъ и теоретическимъ соображеніямъ, примѣняется обычно методъ, предложенный Гауссомъ. Методъ этотъ состоитъ въ послѣдовательномъ исключеніи неизвѣстныхъ, но исключеніе производится по опредѣленному плану, а именно: изъ перваго уравненія опредѣляемъ первое неизвѣстное помощью остальныхъ, подставляемъ найденную величину въ оставшіяся ур—ія, дѣлаемъ приведеніе подобныхъ членовъ, но ни дѣлить, ни умножать уравненія на какое-либо число, отличное отъ единицы нельзя. Получимъ тогда (n—1) ур—іе, съ которыми поступаемъ такъ же, пока не придемъ къ уравненію съ однимъ неизвѣстнымъ. Обратной подстановкой найдутся всѣ неизвѣстныя. Преимущество этого способа заключается въ томъ, что при этомъ легко получаются вѣса неизвѣстныхъ.

Само исключеніе можетъ быть произведено такимъ путемъ. Пусть для простоты имѣется система 4-хъ ур—ій:

$$
\begin{array}{r}
\underline{[paa]}\,dx+[pab]\,dy+[pac]\,dz+[pad]\,du+[pag]=0\\
\underline{[pbb]}\,dy+[pbc]\,dz+[pbd]\,du+[pbg]\\
\underline{[pcc]}\,dz+[pcd]\,du+[pcg]\\
\underline{[pdd]}\,du+[pdg]\\
\underline{[pgg]}
\end{array}
\qquad (6)
$$

Умножимъ первое изъ ур—ій (6) на $\frac{[pab]}{[paa]}=(1)$ и вычтемъ его почленно изъ второго ур—ія, тогда изъ этихъ двухъ ур—ій получимъ одно новое ур—іе, въ которомъ уже не будетъ неизвѣстной dx. Умножая на $\frac{[pac]}{[paa]}=(2)$ первое ур—іе и вычитая его изъ третьяго ур—ія, получимъ второе новое ур—іе, въ которомъ тоже не будетъ dx.

Такимъ образомъ поступаемъ до тѣхъ поръ, пока dx не будетъ исключена изъ всѣхъ ур—ій. Въ результатѣ этого преобразованія получимъ систему $(u-1)$ ур—ій, въ которыхъ останутся неизвѣстныя $dy, dz \ldots du$. Съ этой системой поступаемъ такъ же, какъ и съ первоначальной, т.-е. послѣдовательно исключаемъ изъ всѣхъ ур—ій неизвѣстную dy.

Новая система $(u-2)$ ур—ій не будетъ уже содержать двухъ первыхъ неизвѣстныхъ. Поступая такимъ образомъ дальше придемъ къ одному ур—ію съ однимъ неизвѣстнымъ.

На стр: 365 дано схематически все преобразованіе въ видѣ таблицы. Въ этой таблицѣ введены для сокращенія такія обозначенія:

$$[pbb\,.\,1]=[pbb]-\frac{[pab]}{[paa]}[pab]=[pbb]-(1)\,[pab]$$

$$[pbc\,.\,1]=[pbc]-\frac{[pab]}{[paa]}[pac]=[pbc]-(1)\,[pac]=[pbc]-(2)\,[pab]$$

$$[pbg\,.\,1]=[pbg]-(1)\,[pag]=[pbg]-(3)\,[pab]$$

$$[pcc\,.\,2]=[pcc\,.\,1]-\frac{[pbc\,.\,1]}{[pbb\,.\,1]}[pbc\,.\,1]=[pcc\,.\,1]-(2')\,[pbc\,.\,1]$$

$$[pcg\,.\,2]=[pcg\,.\,1]-\frac{[pbc\,.\,1]}{[pbb\,.\,2]}[pbg\,.\,1]=[pcg\,.\,1]-(2')\,[pbg\,.\,1]$$

$$[pdd\,.\,3]=[pdd\,.\,2]-\frac{[pcd\,.\,2]}{[pdd\,.\,2]}[pcd\,.\,2]=[pdd\,.\,2]-(3'')\,[pcd\,.\,2]\text{ и т. д.}$$

Образованіе символическихъ выраженій $[pbb\,.\,1]$, $[pcc\,.\,2]$ и т. п. нетрудно усвоить изъ внимательнаго разсмотрѣнія таблички.

Когда мы нормальныя ур—ія преобразовываемъ по описанному плану, то ясно, что для нашего случая, послѣ третьяго преобразованія получимъ одно ур—іе съ однимъ неизвѣстнѣмъ, откуда его опредѣляемъ

$$du=-\frac{[pgg\,.\,3]}{[pdd\,.\,3]}$$

Вѣсъ у найденнаго неизвѣстнаго будетъ

$$p_u=[pdd\,.\,3],$$

что и будетъ доказано потомъ.

Схематическое исключеніе по методу Гаусса.

dx	dy	dz	du		
$[paa]$	$[pab]$	$[pac]$	$[pad]$	$[pag]$	$=0$
$[pab]$	$]pbb]$	$[pbc]$	$[pbd]$	$[pbg]$	$=0$
$-\left(\frac{[pab[}{[paa]}\right)[paa]$	$-(1)\,[pab]$	$-(1)\,[pac]$	$-(1)\,[pad]$	$-(1)\,[pag]$	$=0$
$[pac]$	$[pbc]$	$[pcc]$	$[pcd]$	$[pcg]$	$=0$
$-\frac{[pac]}{[paa]}[paa]$	$-(2)\,[pab]$	$-(2)\,[pac]$	$-(2)\,[pad]$	$-(2)\,[pag]$	$=0$
$[pad]$	$]pbd]$	$[pcd]$	$[pdd]$	$[pdg]$	$=0$
$-\frac{[pad]}{[paa]}[paa]$	$-(3)\,[pab]$	$-(3)\,[pac]$	$-(3)\,[pad]$	$-(3)\,[pag]$	-0
$[pag]$	$[pbg]$	$[pcg]$	$[pdg]$	$[pgg]$	$=[pvv]$
$-\frac{[pag]}{[paa]}[paa]$	$-(4)\,[pab]$	$-(4)\,[pac]$	$-(4)\,[pad]$	$-(4)\,[pag]$	$=0$
	$[pbb\,.\,1]$	$[pbc\,.\,1]$	$[pbd\,.\,1]$	$[pbg\,.\,1]$	$=0$
	$[pbc\,.\,1]$	$[pcc\,.\,1]$	$[pcd\,.\,1]$	$[pcg\,.\,1]$	$=0$
	$-\frac{[pbc\,.\,1]}{[pbb\,.\,1]}[pbb\,.\,1]$	$-(2')\,[pbc\,.\,1]$	$-(2')\,[pbd\,.\,1]$	$-(2')\,[pbg\,.\,1]$	$=0$
	$[pbd\,.\,1]$	$[pcd\,.\,1]$	$[pdd\,.\,1]$	$[pdg\,.\,1]$	$=0$
	$-\frac{[pbd\,.\,1]}{[pbb\,.\,1]}[pbb\,.\,1]$	$-(3')\,[pbc\,.\,1]$	$-(3')\,[pbd\,.\,1]$	$-(3')\,[pbg\,.\,1]$	$=0$
	$[pbg\,.\,1]$	$]pcg\,.\,1]$	$[pdg\,.\,1]$	$]pgg\,.\,1]$	$=[pvv]$
	$-\frac{[pbg\,.\,1]}{[pbb\,.\,1]}[pbb\,.\,1]$	$-(4')\,[pbc\,.\,1]$	$-(4')\,[pbd\,.\,1]$	$-(4')\,[pbg\,.\,1]$	$=0$
		$[pcc\,.\,2]$	$[pcd\,.\,2]$	$[pcg\,.\,2]$	$=0$
		$[pcd\,.\,2]$	$[pdd\,.\,2]$	$[pdg\,.\,2]$	$=0$
		$-\frac{[pcd\,.\,2]}{[pcc\,.\,2]}[pcc\,.\,2]$	$-(3'')\,[pcd\,.\,2]$	$-(3'')\,[pcg\,.\,2]$	$=0$
		$[pcg\,.\,2]$	$[pdg\,.\,2]$	$[pgg\,.\,2]$	$=[pvv]$
		$-\frac{[pcg\,.\,2]}{[pcc\,.\,2]}[pcc\,.\,2]$	$-(4'')\,[pcd\,.\,2]$	$-(4'')\,[pcg\,.\,2]$	$=0$
			$[pdd\,.\,3]$	$[pdg\,.\,3]$	$=0$
			$[pdg\,.\,3]$	$[pgg\,.\,3]$	$=[pvv]$
			$-\frac{[pdg\,.\,3]}{[pdd\,.\,3]}[pdd\,.\,3]$	$-(4''')\,[pdg\,.\,3]$	$=0$
				$[pgg\,.\,4]$	$=[pvv]$

Ур—іе преобразовано одинъ разъ.

Ур—іе преобразовано два раза.

Ур—іе преобразовано три раза.

Подставляя найденное значеніе du въ дважды приведенное ур—іе, найдемъ dz

$$dz = \frac{-[pcg.2]-[pcd.2]\,du}{[pcc.2]}$$

Такъ же найдется dy и dx

$$dy = \frac{-[pbg.1]-[pbd.1]\,du-[pbc.1]\,dz}{[pbb.1]}$$

$$dx = \frac{-[pag]-[pad]\,du-[pac]\,dz-[pab]\,dy}{[paa].}$$

Средняя ошибка, соотвѣтствующая вѣсу $p=1$, вычислится по формулѣ

$$m = \pm\sqrt{\frac{[pvv]}{n-u}}$$

такъ какъ всѣхъ наблюденій было n, а необходимо для нахожденія неизвѣстныхъ только u. Если вѣса неизвѣстныхъ обозначимъ p_x, p_y, p_z, ... p_u, то среднія ошибки уравновѣшенныхъ количествъ будутъ:

$$m_x = \frac{m}{\sqrt{p_x}},\quad m_y = \frac{m}{\sqrt{p_y}} \ldots\ldots m_u = \frac{m}{\sqrt{p_u}}.$$

Вѣса неизвѣстныхъ легко будетъ опредѣлить, если каждое неизвѣстное выразимъ черезъ измѣренныя величины въ видѣ линейной ихъ функціи. Дѣйствительно, если положимъ нашли:

$$\begin{aligned} x &= \alpha_1 l_1 + \alpha_2 l_2 + \alpha_3 l_3 + \ldots + \alpha_n l_n \\ y &= \beta_1 l_1 + \beta_2 l_2 + \beta_3 l_3 + \ldots + \beta_n l_n \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ u &= \rho_1 l_1 + \rho_2 l_2 + \rho_3 l_3 + \ldots + \rho_n l_n \end{aligned} \qquad (7)$$

то среднія ошибки неизвѣстныхъ будутъ имѣть значенія:

$$\begin{aligned} m_x &= m\sqrt{[\alpha\alpha]} \\ m_y &= m\sqrt{[\beta\beta]} \\ &\ldots\ldots\ldots \\ m_u &= m\sqrt{[\rho\rho]} \end{aligned} \qquad (8)$$

гдѣ m есть средняя ошибка наблюденія, вѣсъ котораго равенъ единицѣ; и при этомъ всѣ наблюденія одинаково точны.

Очевидно что $[\alpha\alpha]$, $[\beta\beta]$... суть величины, обратныя вѣсамъ. Будемъ находить коэффиціенты α, β... ρ, для чего возьмемъ систему ур—ій

$$\begin{aligned} [aa]A + [ab]B + \ldots + [ar]U &= P \\ [ab]A + [bb]B + \ldots + [br]U &= Q \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ [ra]A + [br]B + \ldots + [rr]U &= R \end{aligned} \qquad (9)$$

соотвѣтствующую нашимъ нормальнымъ ур—іямъ, написаннымъ въ видѣ

$$\begin{aligned}
&[aa]\,x+[ab]\,y+\ldots.+[ar]\,u=[al]\\
&[ab]\,x+[bb]\,y+\ldots.+[br]\,u=[bl]\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\qquad (9')\\
&[ar]\,x+[br]\,y+\ldots.+[rr]\,u=[rl]
\end{aligned}$$

Въ ур—іяхъ (9) P, $Q\ldots.R$ нѣкоторыя пока произвольныя величины, а A, B,.. U неизвѣстныя. Рѣшеніе системы (9) будемъ производить по способу неопредѣленныхъ коэффиціентовъ, для чего умножаемъ ур—ія (9) послѣдовательно на неопредѣленныхъ множителей $Q_{1\cdot 1}$, $Q_{1\cdot 2}\ldots Q_{1\cdot u}$ и складываемъ ихъ

Получимъ:

$$\begin{aligned}
&([aa]\,Q_{1\cdot 1}+[ab]\,Q_{1\cdot 2}+\ldots..+[ar]\,Q_{1\cdot u})\,A+\\
&+([ab]\,Q_{1\cdot 1}+[bb]\,Q_{1\cdot 2}+\ldots..+br]\,Q_{1\cdot u})\,B+\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&+([ar]\,Q_{1\cdot 1}+[br]\,Q_{1\cdot 2}+\ldots.+[rr]\,Q_{1\cdot u})\,U=\\
&=P\,Q_{1\cdot 1}+QQ_{1\cdot 2}+\ldots.+RQ_{1\cdot u}
\end{aligned}$$

Неопредѣленные коэффиціенты опредѣлимъ подъ условіемъ:

$$\begin{aligned}
&[aa]\,Q_{1\cdot 1}+[ab]\,Q_{1\cdot 2}+\ldots.+[ar]\,Q_{1\cdot u}=1\\
&[ab]\,Q_{1\cdot 1}+[br]\,Q_{1\cdot 2}+\ldots.+[br]\,Q_{1\cdot u}=0.\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\qquad (10)\\
&[ar]\,Q_{1\cdot 1}+[br]\,Q_{1\cdot 2}+\ldots.+[rr]\,Q_{1\cdot u}=0.
\end{aligned}$$

Тогда просто найдется

$$A=P\,Q_{1\cdot 1}+Q\,Q_{1\cdot 2}+\ldots+R\,Q_{1\cdot u}$$

Подобнымъ образомъ найдемъ

$$B=P\,Q_{2\cdot 1}+Q\,Q_{2\cdot 2}+\ldots+R\,Q_{2\cdot u}$$

При чемъ $Q_{2\cdot 1}.Q_{2\cdot u}$ опредѣлимъ изъ условій

$$\begin{aligned}
&[aa]\,Q_{2\cdot 1}+[ab]\,Q_{2\cdot 2}+\ldots.+[ar]\,Q_{2\cdot u}=0\\
&[ab]\,Q_{2\cdot 1}+[bb]\,Q_{2\cdot 2}+\ldots.+[br]\,Q_{2\cdot u}=1.\\
&[ac]\,Q_{2\cdot 1}+[bc]\,Q_{2\cdot 2}+\ldots.+[cr]\,Q_{2\cdot u}=0\qquad (11)\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&[ra]\,Q_{2\cdot 1}+[br]\,Q_{2\cdot 2}+\ldots\qquad\ldots+[rr]\,Q_{2\cdot u}=0.
\end{aligned}$$

Точно также найдутся и другіе коэффиціенты, приравнивая послѣдовательно единицѣ третье, четвертое.... ур—іе, а остальныя нулю. Для послѣдняго неизвѣстнаго будемъ поэтому имѣть

$$U=P.Q_{u\cdot 1}+Q.Q_{u\cdot 2}+\ldots+R\,Q_{u\cdot u}$$

Изъ сказаннаго слѣдуетъ, что неопредѣленныхъ коэффиціентовъ нужно было бы найти u^2. На самомъ же дѣлѣ ихъ нужно меньше, такъ какъ можно показать, что

$$Q_{i.\,h}=Q_{h.\,i}.$$

Покажемъ это свойство для $Q_{1\cdot 2}=Q_{2\cdot 1}$.

Умножимъ ур—ія (10) соотвѣтственно на $Q_{2\cdot 1}$, $Q_{2\cdot 2}\ldots Q_{2\cdot n}$ и сложимъ ихъ; получимъ:

$$\begin{gathered}([aa]\,Q_{2\cdot 1}+[ab]\,Q_{2\cdot 2}+\ldots+[ar]\,Q_{2\cdot n})\,Q_{1\cdot 1}+\\+([ab]\,Q_{2\cdot 1}+[bb]\,Q_{2\cdot 2}+\ldots+[br]\,Q_{2\cdot n})\,Q_{1\cdot 2}+\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\+([ar]\,Q_{2\cdot 1}+[br]\,Q_{2\cdot 2}+\ldots+[rr]\,Q_{2\cdot n})\,Q_{1\cdot n}=Q_{2\cdot 1}.\end{gathered}$$

Лѣвая часть согласно ур—іямъ (11) равна $Q_{1\cdot 2}$ и такимъ образомъ наше положеніе доказано.

Итакъ

$$\begin{gathered}A=Q_{1\cdot 1}P+Q_{1\cdot 2}Q+\ldots+Q_{1\cdot n}R\\B=Q_{2\cdot 1}P+Q_{2\cdot 2}Q+\ldots+Q_{2\cdot n}R\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\U=Q_{n\cdot 1}R+Q_{n\cdot 2}Q+\ldots.+Q_{n\cdot n}R.\end{gathered}\qquad(12)$$

Система (12) носитъ названіе *неопредѣленнаго рѣшенія нормальныхъ уравненій.*

Величины P, $Q\ldots R$ были пока произвольными. Очевидно, что для опредѣленія и коэффиціентовъ $Q_{i.h}$, а затѣмъ и величинъ A, B, $\ldots U$, нужно положить

$$P=[al],\ Q=[bl]\ldots R=[rl]$$

такъ какъ въ этомъ случаѣ вспомогательное ур—іе (9) обратится въ нормальное, а A въ x B въ $y\ldots U$ въ u.

Такимъ образомъ, можемъ написать:

$$\begin{gathered}x=+Q_{1\cdot 1}[al]+Q_{1\cdot 2}[bl]+\ldots+Q_{1\cdot n}[rl]\\y=Q_{2\cdot 1}[al]+Q_{2\cdot 2}[bl]+\ldots+Q_{2\cdot n}[rl]\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\u=Q_{n\cdot 1}[al]+Q_{n\cdot 2}[bl]+\ldots+Q_{n\cdot n}[rl]\end{gathered}\qquad(13)$$

Если теперь сравнить коэффиціенты ур—ій (7) и (13), то въ развернутомъ видѣ они напишутся такъ:

$$\begin{gathered}\alpha_1=a_1Q_{1\cdot 1}+b_1Q_{1\cdot 2}+\ldots.+r_1Q_{1\cdot n}\\\alpha_2=a_2Q_{1\cdot 1}+b_1Q_{1\cdot 2}+\ldots.+r_2Q_{1\cdot n}\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\\alpha_n=a_nQ_{1\cdot 1}+b_nQ_{1\cdot 2}+\ldots.+r_nQ_{1\cdot n}\end{gathered}$$

$$\begin{gathered}\beta_1=a_1Q_{2\cdot 1}+b_1Q_{2\cdot 2}+\ldots.+r_1Q_{2\cdot n}\\\beta_2=a_2Q_{2\cdot 1}+b_2Q_{2\cdot 2}+\ldots.+r_2Q_{2\cdot n}\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\\beta_n=a_nQ_{2\cdot 1}+b_1Q_{2\cdot 2}+\ldots.+r_nQ_{2\cdot n}\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\end{gathered}\qquad(14)$$

$$\rho_1 = a_1 Q_{u\cdot 1} + b_1 Q_{u\cdot 2} + \ldots + r_1 Q_{u\cdot u}$$
$$\rho_2 = a_2 Q_{u\cdot 1} + b_u Q_{u\cdot 2} + \ldots + r_n Q_{u\cdot u}$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\rho_u = a_n Q_{u\cdot 1} + b_n Q_{u\cdot 2} + \ldots + r_n Q_{u\cdot u}$$

Отсюда весьма просто находимъ:

$$[\alpha\alpha] = [a\alpha] Q_{1\cdot 1} + [b\alpha] Q_{1\cdot 2} + \ldots + [r\alpha] Q_{1\cdot u}$$
$$[\beta\beta] = [a\beta] Q_{2\cdot 1} + [b\beta] Q_{2\cdot 2} + \ldots + [r\beta] Q_{2\cdot u}$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$[\rho\rho] = [a\rho] Q_{u\cdot 1} + [b\rho] Q_{u\cdot 2} + \ldots + [r\rho] Q_{u\cdot u}.$$

Но первый рядъ ур—ій (14), умноженный соотвѣтственно на $a_1, a_2 \ldots a_n$ даетъ:

$$[a\alpha] = [aa] Q_{1\cdot 1} + [ab] Q_{1\cdot 2} + \ldots + [ar] Q_{1\cdot u}$$

Точно также получимъ

$$[b\alpha] = [ba] Q_{1\cdot 1} + [bb] Q_{1\cdot 2} + \ldots + [br] Q_{1\cdot u}$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$[r\alpha] = [ra] Q_{1\cdot 1} + [rb] Q_{1\cdot 2} + \ldots + [rr] Q_{1\cdot u}.$$

Сравнивая съ ур—іями (10), находимъ

$$[a\alpha] = 1, [b\alpha] = [c\alpha] = \ldots = [r\alpha] = 0.$$

Поступая такимъ же точно путемъ, найдемъ:

$$[b\rho] = 1, [a\beta] = [c\beta] = \ldots = [r\beta] = 0.$$
$$[c\gamma] = 1, [a\gamma] = [b\gamma] = \ldots = [r\gamma] = 0.$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$[r\rho] = 1, [a\rho] = [b\rho] = \ldots = 0.$$

Вслѣдствіе этого, будемъ имѣть:

$$[\alpha\alpha] = Q_{1\cdot 1}, [\beta\beta] = Q_{2\cdot 2}, \ldots [\rho\rho] = Q_{u\cdot u} \ldots \qquad (15)$$

Такимъ образомъ ур—ія (8) превратятся въ

$$m_x = m\sqrt{Q_{1\cdot 1}}, m_y = m\sqrt{Q_{2\cdot 2}} \ldots m_u = m\sqrt{Q_{u\cdot u}}. \qquad (16)$$

Слѣдовательно, *коэффиціенты Q съ квадратными указателями будутъ величины обратныя вѣсамъ неизвѣстныхъ.*

Обращаясь къ случаю 4-хъ неизвѣстныхъ, мы можемъ написать слѣдующія системы ур—ій для нахожденія величинъ Q:

$$\begin{aligned}
&[aa] Q_{1\cdot 1} + [ab] Q_{1\cdot 2} + [ac] Q_{1\cdot 3} + [ad] Q_{1\cdot 4} = 1.\\
&[ab] Q_{1\cdot 1} + [bb] Q_{1\cdot 2} + [bc] Q_{1\cdot 3} + [bd] Q_{1\cdot 4} = 0.\\
&[ac] Q_{1\cdot 1} + [bc] Q_{1\cdot 2} + [cc] Q_{1\cdot 3} + [cd] Q_{1\cdot 4} = 0.\\
&[ad] Q_{1\cdot 1} + [bd] Q_{1\cdot 2} + [cd] Q_{1\cdot 3} + [dd] Q_{1\cdot 4} = 0.
\end{aligned} \qquad (17)$$

$$\begin{aligned}
&[aa]\,Q_{1\cdot 2}+[ab]\,Q_{2\cdot 2}+[ac]\,Q_{2\cdot 3}+[ad]\,Q_{2\cdot 4}=0.\\
&[ab]\,Q_{1\cdot 2}+[bb]\,Q_{2\cdot 2}+[bc]\,Q_{2\cdot 3}+[bd]\,Q_{2\cdot 4}=1.\\
&[ac]\,Q_{1\cdot 2}+[bc]\,Q_{2\cdot 2}+[cc]\,Q_{3\cdot 3}+[cd]\,Q_{2\cdot 4}=0.\\
&[ad]\,Q_{1\cdot 2}+[bd]\,Q_{2\cdot 2}+[cd]\,Q_{2\cdot 2}+[dd]\,Q_{2\cdot 4}=0.
\end{aligned}\qquad (18)$$

$$\begin{aligned}
&[aa]\,Q_{1\cdot 3}+[ab]\,Q_{2\cdot 3}+[ac]\,Q_{3\cdot 3}+[ad]\,Q_{3\cdot 4}=0.\\
&[ab]\,Q_{1\cdot 3}+[bb]\,Q_{2\cdot 3}+[bc]\,Q_{3\cdot 3}+[bd]\,Q_{3\cdot 4}=0.\\
&[ac]\,Q_{1\cdot 3}+[bc]\,Q_{2\cdot 3}+[cc]\,Q_{3\cdot 3}+[cd]\,Q_{3\cdot 4}=1.\\
&[ad]\,Q_{1\cdot 3}+[bd]\,Q_{2\cdot 3}+[cd]\,Q_{3\cdot 3}+[dd]\,Q_{3\cdot 4}=0.
\end{aligned}\qquad (19)$$

$$\begin{aligned}
&[aa]\,Q_{1\cdot 4}+[ab]\,Q_{2\cdot 4}+[ac]\,Q_{3\cdot 4}+[ad]\,Q_{4\cdot 4}=0.\\
&[ab]\,Q_{1\cdot 4}+[bb]\,Q_{3\cdot 4}+[bc]\,Q_{3\cdot 4}+[bd]\,Q_{4\cdot 4}=0.\\
&[ac]\,Q_{1\cdot 4}+[bc]\,Q_{2\cdot 4}+[cc]\,Q_{3\cdot 4}+[cd]\,Q_{4\cdot 4}=0.\\
&[ad]\,Q_{1\cdot 4}+[bd]\,Q_{2\cdot 4}+[cd]\,Q_{3\cdot 4}+[dd]\,Q_{1\cdot 4}=1.
\end{aligned}\qquad (20)$$

Редуцируя ур—іе (20) согласно указанному правилу рѣшенія нормальныхъ ур—ій мы послѣдовательно получимъ:

$$\begin{aligned}
\underline{[aa]\,Q_{1\cdot 4}}+[ab]\,Q_{2\cdot 4}+[ac]\,Q_{3\cdot 4}+[ad]\,Q_{4\cdot 4}&=0.\\
\underline{[bb\,.\,1]\,Q_{2\cdot 4}}+[bc\,.\,1]\,Q_{3\cdot 4}+[bd\,.\,1]\,Q_{4\cdot 4}&=0.\\
\underline{[cc\,.\,2]\,Q_{3\cdot 4}}+[cd\,.\,2]\,Q_{4\cdot 4}&=0.\\
\underline{[dd\,.\,3]\,Q_{4\cdot 4}}&=1.
\end{aligned}$$

Откуда слѣдуетъ

$$Q_{4\cdot 4}=\frac{1}{[dd\,.\,3]}$$

т.-е. $[dd\,.\,3]$ есть вѣсъ послѣдняго неизвѣстнаго, что и было указано.

Подставляя $Q_{4\cdot 4}$ обратно, легко найти $Q_{1\cdot 4}$, $Q_{2\cdot 4}$ и $Q_{3\cdot 4}$. Ур—ія (19), безъ послѣдняго дадутъ:

$$\begin{aligned}
\underline{[aa]\,Q_{1\cdot 3}}+[ab]\,Q_{2\cdot 3}+[ac]\,Q_{3\cdot 3}+[ad]\,Q_{3\cdot 4}&=0.\\
\underline{[bb\,.\,1]\,Q_{2\cdot 3}}+[bc\,.\,1]\,Q_{3\cdot 3}+[bd\,.\,1]\,Q_{3\cdot 4}&=0.\\
\underline{[cc\,.\,2]\,Q_{3\cdot 3}}+[cd\,.\,2]\,Q_{3\cdot 4}&=1.
\end{aligned}$$

Оттуда

$$Q_{3\cdot 3}+\frac{[cd\,.\,2]}{[cc\,.\,2]}\,Q_{3\cdot 4}=\frac{1}{[cc\,.\,2]}$$

Также легко найдутся:

$$Q_{2\cdot 2}+\frac{[bc\,.\,1]}{[bb\,.\,1]}\,Q_{2\cdot 3}+\frac{[bd\,.\,1]}{[bb\,.\,1]}\,Q_{2\cdot 4}=1.$$

$$Q_{1\cdot 1}+\frac{[ab]}{[aa]}\,Q_{1\cdot 2}+\frac{[ac]}{[aa]}\,Q_{1\cdot 3}+\frac{[ad]}{[aa]}\,Q_{1\cdot 4}=1.$$

Средняя ошибка наблюденія съ вѣсомъ единица. При вычисленіи вѣсовъ и среднихъ ошибокъ уравновѣшенныхъ количествъ, мы предполагали, что средняя ошибка, соотвѣтствующая вѣсу = 1 извѣстна. Была указана и формула, по которой эта ошибка получается, именно

$$m = \pm\sqrt{\frac{[pvv]}{n-u}}.$$

Обратимся къ выводу этой формулы.

Допустимъ, что истинныя ошибки наблюденій будутъ Δ_1, $\Delta_2 \ldots \Delta_n$; вѣса наблюденій L_1, $L_2 \ldots L_n$ пусть будутъ p_1, $p_2 \ldots p_n$. Изъ опредѣленія средней квадратической ошибки мы имѣемъ

$$m = \pm\sqrt{\frac{[p\Delta\Delta]}{n}}.$$

При уравновѣшиваніи мы къ наблюденнымъ значеніямъ нашли поправки v, такъ что

$$[pvv] = \text{Minimum}$$

поэтому

$$[pvv] = [p\Delta\Delta] - k.$$

гдѣ k нѣкоторая пока неизвѣстная величина.

Если x' $y' \ldots$ u' представляютъ неизвѣстныя, которымъ соотвѣтствуютъ поправки $v_1 \ldots v_n$, а x, $y \ldots$ u значенія ихъ, соотвѣтствующія ошибкамъ $\Delta_1 \ldots \Delta_n$, то можемъ написать такія равенства

$$\begin{aligned} v_i &= a_i x' + b_i y' + \ldots + r_i u' + g_i \quad \ldots \text{ вѣсъ } p \\ \Delta_i &= a_i x + b_i y + \ldots + r_i u + g_i \quad \ldots \quad \text{„} \quad p. \end{aligned}$$

Откуда послѣ вычитанія получится

$$\begin{aligned} \Delta_i &= a_i (x - x') + b_i (y - v') + \ldots + r_i (u - u') + v_i \\ &= a_i \delta x + b_i \delta y + \ldots + r_i \delta u + v_i \qquad (21) \end{aligned}$$

при чемъ i принимаетъ значенія отъ 1 до n.

Умножая ур—іе (21) послѣдовательно на $p_1 \Delta_1$, $p_2 \Delta_2 \ldots p_n \Delta_n$ и складывая находимъ:

$$[p\Delta\Delta] = [pa\Delta]\ \delta x + [pb\Delta]\ \delta y + \ldots + [pr\Delta]\ \delta u + [pv\Delta] \qquad (22)$$

Умножая же то же ур—іе (21) на $p_1 v_1 \ldots p_n v_n$ и складывая, получимъ

$$[p\Delta v] = [pav]\ \delta x + [pbv]\ \delta y + \ldots + [prv]\ \delta u + [pvv] \qquad (23)$$

Но мы выше согласно (5) имѣли:

$$[pav] = [pbv] = \ldots = [prv] = 0 \ldots (a)$$

Поэтому отъ сложенія ур—ій (22) и (23) получимъ такое равенство:

$$[p\Delta\Delta] = [pvv] + [pa\Delta]\ \delta x + [pb\Delta]\ \delta y + \ldots + [pr\Delta]\ \delta u = [pvv] + k \ldots \qquad (24)$$

Для того, чтобы получить значенія коэффиціентовъ $[pa\Delta]\ldots$, мы ур—ія (21) будемъ помножать послѣдовательно сначала на pa, потомъ на $pb\ldots pr$ и складывать.

Тогда образуется, принимая во вниманіе (a) слѣдующая система равенствъ:

$$\begin{aligned}
[pa\Delta] &= [paa]\ \delta x + [pab]\ \delta y + \ldots + [par]\ \delta u \\
[pb\Delta] &= [pab]\ \delta x + [pbb]\ \delta y + \ldots + [pbr]\ \delta u \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
[pr\Delta] &= [pav[\ \delta x + [pbv]\ \delta y + \ldots + [prr]\ \delta u
\end{aligned} \qquad (25)$$

Рѣшеніе системы (25) по методу Гаусса приводитъ насъ къ такимъ значеніямъ $\delta x\ldots\delta u$:

$$\begin{aligned}
\delta u &= \frac{[pv\Delta\,.\,(u-1)]}{[pvv\,.\,(u-1)]} \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\delta y &= \frac{[pb\Delta\,.\,1]}{[pbb\,.\,1]} - \frac{[pbc\,.\,1]}{[pbb\,.\,1]}\delta z - \ldots - \frac{[pbr\,.\,1]}{[pbb\,.\,1]}\delta u \ldots \\
\delta x &= \frac{[pa\Delta]}{[paa]} - \frac{[pab]}{[paa]}\delta y - \ldots - \frac{[par]}{[paa]}\delta u.
\end{aligned} \qquad (26)$$

Подставляя эти значенія въ ур—іе (24), мы получимъ

$$k = \frac{[pa\Delta]^2}{[paa]} + \frac{[pb\Delta\,.\,1]^2}{[pbb\,.\,1]} + \ldots + \frac{[pr\Delta\,.\,(u-1)]^2}{[prr\,.\,(u-1)]}. \qquad (27)$$

Въ виду того, что истинныя ошибки неизвѣстны, мы можемъ найти суммы $[pa\Delta]^2$ только приближенно, напримѣръ:

$$\begin{aligned}
[pa\Delta]^2 = {} & p_1^2\ a_1^2\ \Delta_1^2 + p_2^2\ a_2^2\ \Delta_2^2 + \ldots + p_n^2\ a_n^2\ \Delta_n^2 + \\
& + 2p_1\ p_2\ a_1\ a_2\ \Delta_1\ \Delta_2 + \ldots + 2p_1\ p_n\ a_1\ a_n\ \Delta_1\ \Delta_n \\
& + 2p_2\ p_3\ a_2\ a_3\ \Delta_2\ \Delta_3 + \ldots + 2p_2\ p_n\ a_2\ a_n\ \Delta_2\ \Delta_n \\
& + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
& + 2p_{n-1}\ p_n\ a_{n-1}\ a_n\ \Delta_{n-1}\ \Delta_n .
\end{aligned}$$

Сумма удвоенныхъ произведеній при достаточно большомъ числѣ наблюденій весьма мало отличается отъ нуля; тогда, если среднее значеніе ошибки Δ возьмемъ согласно ур—ію $m = \pm\sqrt{\frac{[p\Delta\Delta]}{n}}$

то получимъ

$$[pa\Delta]^2 = [paa]\ m^2.$$

Числитель второго члена формулы (27) представится въ видѣ:

$$[pb\Delta\,.\,1]^2 = \left\{[pb\Delta] - \frac{[pab]\,[pa\Delta]}{[paa]}\right\}^2 = [pb\Delta]^2 - 2\frac{[pb\Delta]\,[pa\Delta]\,[pab]}{[paa]} + \frac{[pab]^2\,[pa\Delta]^2}{[paa]^2}$$

Такимъ же путемъ, какъ выше, найдется

$$[pb\Delta]^2 = [pbb]\ m^2$$

и $$[pa\Delta]\ [pb\Delta] = p_1\ a_1\ b_1\ \Delta_1^2 + p_2\ a_2\ b_2\ \Delta_2^2 + \ldots + \text{удв. произв.} = [pab]\ m^2$$

Такъ что

$$[pb\Delta\,.\,1]^2 = [pbb]\,m^2 - 2\frac{[pab]^2}{[paa}\,m^2 + \frac{[pab]^2}{[paa]}\ m^2 = [pbb\,.\,1]\ m^2.$$

Такимъ же путемъ придемъ къ равенствамъ

$$[pb\Delta\,.\,2]^2 = [pcc\,.\,2]\cdot m^2$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$[pr\Delta\,.\,(u-1)]^2 = [prr\,.\,(u-1)]\,.\,m^2$$

А поэтому, подставляя всѣ эти значенія въ ур—іе (27) можемъ написать

$$k = u\,.\,m^2$$

и слѣдовательно

$$[pvv] = [p\Delta\Delta] - k = n\,.\,m^2 - u\,.\,m^2$$

т.-е.

$$m = \pm\sqrt{\frac{[pvv]}{n-u}}$$

Это и есть формула, которую мы выше приводили апріорно.

Контрольныя вычисленія. Изъ предыдущаго изложенія видно, что уравновѣшиваніе наблюденій по методѣ наименьшихъ квадратовъ сопряжено съ большими довольно вычисленіями. Въ виду этого необходимо постоянно имѣть контроль правильности произведенныхъ дѣйствій. Очевидно, что прежде всего нужно провѣрить правильность составленія нормальныхъ уравненій.

Положимъ, имѣемъ начальныя ур—ія.

$$\begin{aligned} a_1\,x + b_1\,y + c_1\,z + \ldots + r_1\,u + g_1 &= v_1 \\ a_2\,x + b_2\,y + c_2\,z + \ldots\ldots\ r_2\,u + g_2 &= v_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \\ a_n\,x + b_n\,y + c_n\,z + \ldots + r_n\,u + g_n &= v_n \end{aligned} \qquad (28)$$

Составимъ суммы коэффиціентовъ для дкаждаго ур—ія:

$$\begin{aligned} a_1 + b_1 + c_1 + \ldots + g_1 &= s_1 \\ a_2 + b_2 + c_2 + \ldots + g_2 &= s_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & \\ a_n + b_n + c_n + \ldots + g_n &= s_n \end{aligned} \qquad (29)$$

Умножая равенства (29) послѣдовательно на a, $b\ldots$ и складывая ихъ, мы получимъ рядъ равенствъ:

$$\begin{array}{l}[aa]+[ab]+[ac]+\ldots+[ar]+[ag]=[as]\\ [ab]+[bb]+[bc]+\ldots+[br]+[bg]=[bs]\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ [ar]+[br]+[cr]+\ldots+[rr]+[rg]=[rs]\\ [ag]+[bg]+[cg]+\ldots+[rg]+[gg]=[gs]\end{array}\qquad (30)$$

Такимъ путемъ коэффиціенты нормальныхъ ур—ій будутъ проконтролированы.

Коэффиціенты преобразованныхъ ур—ій дадутъ такія повѣрки:

$$\begin{array}{r}[bb\,.\,1]+[bc\,.\,1]+\ldots+[bg\,.\,1]=[bs\,.\,1]\\ [cc\,.\,2]+\ldots+[cg\,.\,2]=[cs\,.\,2]\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\\ [gg\,.\,u]=[gs\,.\,u]\end{array}\qquad (31)$$

Правильность перваго изъ этихъ ур—ій доказывается очень просто. Мы знаемъ, что

$$\begin{array}{l}[bb\,.\,1]=[bb]-\dfrac{[ab]}{[aa]}[ab]\\ [bc\,,1]=[bc]-\dfrac{[ab]}{[aa]}[ac]\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\\ [bg\,.\,1]=[bg]-\dfrac{[ab]}{[aa]}[ag]\end{array}\qquad (31)$$

Складывая эти тождества имѣемъ:

$$[bb\,.\,1]+[bc\,.\,1]+\ldots+[bg\,.\,1]=[bs]-[ab]-\frac{[ab]}{[aa]}\{[as]-[aa]\}=$$
$$=[bs]-\frac{[ab]}{[aa]}[as]=[bs\,.\,1]$$

Такимъ же точно путемъ можно доказать справедливость остальныхъ равенствъ (31).

Нами выше было приведено бездоказательно послѣднее изъ равенствъ (5)

$$[gv]=[ag]\,dx+[bg]\,dy+\ldots+[rg]\,du+[gg]=[vv].$$

Для доказательства будемъ ур—ія (28), въ которыхъ x соотвѣтствуетъ dx и т. д., помножать соотвѣтственно на v_1, $v_2\ldots v_n$, а затѣмъ сложимъ ихъ; тогда получимъ

$$[av]\,x+[bv]\,y+\ldots+[gv]=[vv]$$

Но такъ какъ согласно (5)

$$[av]=bv]=\ldots=[rv]=0$$

то

$$[gv]=[vv]\ldots\ldots \qquad (32)$$

При этомъ вѣса предполагались одинаковыми, почему p не входитъ множителемъ.

Съ другой стороны, можно показать, что

$$[vv]=[gg\,.\,(u)]$$

Умножимъ для этого послѣдовательно ур—ія (28) на g_1 $g_2\ldots$ и сложимъ ихъ; получимъ равенство

$$[gv]=[gg]+[ag]\,x+[bg]\,y+\ldots$$

которое вслѣдствіе (32), можно переписать такъ:

$$[vv]=[gg]+[ag]\,x+[bg]\,y+\ldots. \qquad (33)$$

Но при рѣшеніи нормальныхъ ур—ій по схемѣ Гаусса, мы нашли

$$x=-\frac{[ag]}{[aa]}-\frac{[ab]}{[aa]}\,y-\frac{[ac]}{[aa]}\,z-\ldots.$$

поэтому послѣ подстановки этого значенія x въ (33) найдемъ

$$[vv]=[gg]-\frac{[ag]}{[aa]}[ag]+\left\{\,[bg]-\frac{[ab]}{[aa]}[ag]\,\right\}y+\left\{\,[cg]-\frac{[ac]}{[aa]}[ag]\,\right\}z+\ldots.$$
$$=[gg]-\frac{[ag]}{[aa]}[ag]+[bg\,.\,1]\,y+[cg\,.\,1]\,z+\ldots.$$

Подставляя вмѣсто y его значенія изъ преобразованнаго нормальнаго ур—ія

$$y=-\frac{[bg\,.\,1]}{[bb\,.\,1]}-\frac{[bc\,.\,1]}{[bb\,.\,1]}\,z-\ldots.$$

мы найдемъ дальше

$$[vv]=[gg]-\frac{[ag]}{[aa]}[ag]-\frac{[bg\,.\,1]}{[bb\,.\,1]}[bg\,.\,1]+\left\{\,[bg\,.\,1]-\frac{[bc\,.\,1]}{[bb\,.\,1]}[bg\,.\,1]\,\right\}z+\ldots.=$$
$$=[gg]-\frac{[ag]}{[aa]}[ag]-\frac{[bg\,.\,1]}{[bb\,.\,1]}[bg\,.\,1]+[cg\,.\,2]\,z-\ldots.$$

Продолжая такимъ же путемъ дальше, мы вообще получимъ:

$$[vv]=[gg]-\frac{[ag]}{[aa]}[ag]-\frac{[bg\,.\,1]}{[bb\,.\,1]}[bg\,.\,1]-\frac{[cg\,.\,2]}{[cc\,.\,2]}[cg\,.\,2]-\ldots.-\frac{[rg(u-1)]}{[rr(u-1)]}[rg\,(u-1)]$$

или согласно принятому нами обозначенію

$$[vv]=[gg\,.\,(u)].$$

Такимъ образомъ конечный контроль вычисленій выразится формулой

$$[gv] = [gg \,.\, (u)]. = [vv]$$

Всѣ выводы относятся къ случаю одинаковыхъ вѣсовъ. Если бы они были различны, то войдетъ вездѣ еще множитель p, т.-е. соотвѣтственный вѣсъ.—

Примѣръ [1]). Для иллюстраціи изложенной теоріи уравновѣшиванія возьмемъ примѣръ. Проф. Швердъ при составленіи тригонометрической сѣти около Шпейера на нѣкоторомъ пунктѣ D' измѣрялъ углы между предметами $ABWHN$ по способу повтореній. Въ нижеслѣдующей табличкѣ даны результаты измѣреній:

BA	90	повтореній:	19°	25′	59″.42	$+v_1$	
BW	80	„	34	18	43.61	$+v_2$	
AW	70	„	14	52	44.33	$+v_3$	
HW	20	„	15	34	58.80	$+v_4$	
BH	20	„	18	43	45.60	$+v_5$	(34)
NA	40	„	12	26	24.65	$+v_6$	
BN	60	„	6	59	34.51	$+v_7$	
NH	20	„	11	44	11.60	$+v_8$	

Приписанныя къ каждому наблюденному углу величины v суть вѣроятнѣйшія ихъ поправки. Обозначимъ вѣроятнѣйшія значенія угловъ:

BN	черезъ	x
BH	„	y
BA	„	z
BW	„	t

Всѣ остальные углы могутъ быть выражены черезъ эти четыре, составляя ихъ суммы и разности. Если теперь всѣ углы (34) выразимъ черезъ вѣроятнѣйшія значенія x y, z и t, то получимъ систему начальныхъ уравненій:

$$\begin{aligned}
v_1 &= -19°\,25'\,59''.42 \;.\;.\;.\;.\; + z \\
v_2 &= -34\;18\;43.61 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\; + t \\
v_3 &= -14\;52\;44.33 \;.\;.\;.\;.\; - z + t \\
v_4 &= -15\;34\;58.80 \;.\;. - y \;.\; + t \\
v_5 &= -18\;43\;45.60 \;.\;. + y \;.\;.\;. \\
v_6 &= -12\;26\;24.65 - x \;.\;. + z \\
v_7 &= -\;6\;59\;34.51 + x \\
v_8 &= -11\;44\;11.60 - x + y
\end{aligned} \qquad (35)$$

Для опредѣленія угловъ x, y, z и t достаточно было бы 4-хъ данныхъ, поэтому введеніе еще лишнихъ 4-хъ измѣреній даетъ намъ поводъ къ уравниванію.

---

[1]) Примѣръ заимствованъ у F. R. Helmert'a: Ausgleichnugsrechnung u. s. w. Весь примѣръ провѣренъ и видоизмѣненъ примѣнительно къ нашему изложенію.—

Вѣроятнѣйшія значенія угловъ мы можемъ представить въ видѣ:

$$\begin{aligned} x &= 6^\circ\,59'\,34''.51 + \delta x \\ y &= 18\;\;43\;\;45\;.\;60 + \delta y \\ z &= 19\;\;25\;\;59\;.\;42 + \delta z \\ t &= 34\;\;18\;\;43\;.\;61 + \delta t \end{aligned} \qquad (36)$$

Здѣсь символомъ δ обозначены поправки, которыя нужно придать къ непосредственнымъ измѣреніямъ.

Подставляя выраженія (36) въ (35), будемъ имѣть:

$$\begin{aligned} v_1 &= 0''.00\;.\;.\;.\;.\;.\;+\delta z \\ v_2 &= 0\;.\;00\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;+\delta t \\ v_3 &= -0\;.\;14\;.\;.\;.\;.\;.\;-\delta z + \delta t \\ v_4 &= -0\;.\;79\;.\;.\;-\delta y\;.\;.\;.\;+\delta t \\ v_5 &= 0\;.\;00\;.\;.\;+\delta y \\ v_6 &= +0\;.\;26 - \delta x\;.\;.\;+\delta z \\ v_7 &= 0\;.\;00 + \delta x \\ v_8 &= -0\;.\;51 - \delta x + \delta y. \end{aligned} \qquad (37)$$

Изъ этихъ 8 уравненій и нужно найти вѣроятнѣйшія значенія поправокъ. Для этого, согласно вышеизложенной теоріи, нужно перейти отъ начальныхъ ур--ій къ нормальнымъ, при чемъ будемъ сначала полагать наблюденія равноточными.

Умножимъ правыя части ур—ій (37) на коэффеціенты при δx, складываемъ произведенія и приравниваемъ сумму нулю; тогда получимъ первое нормальное ур—іе:

$$\begin{array}{r} -0\;.\;26 + \delta x\;.\;-\delta z\;. \\ 0\;.\;00 + \delta x\;.\;.\;. \\ +0\;.\;51 + \delta x - \delta y\;.\;. \\ \hline 0 = +0\;.\;25 + 3\,\delta x - \delta y - \delta z\;. \end{array}$$

Повторяя то же дѣйствіе относительно коэффиціентовъ при δy, δz и δt, получимъ еще три нормальныхъ ур—ія:

$$\begin{array}{r} +0\;.\;79\;.\;+\delta y\;.\;-\delta t \\ 0\;.\;00\;.\;+\delta y\;.\;. \\ -0\;.\;51 - \delta x + \delta y\;.\;. \\ \hline 0 = +0\;.\;28 - \delta x + 3\,\delta y\;.\;-\delta t \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0\;.\;00\;.\;.\;+\delta z\;. \\ +0\;.\;14\;.\;.\;+\delta z - \delta t \\ +0\;.\;25 - \delta x\;.\;+\delta z\;. \\ \hline 0 = +0\;.\;40 - \delta x\;.\;+3\,\delta z - \delta t \end{array}$$

$$
\begin{array}{rrrrr}
0.00 & . & . & + & \delta t \\
-0.14 & . & -\delta z & + & \delta t \\
-0.79 & . & -\delta y & + & \delta t \\
\hline
0 = -0.93 & . & -\delta y - \delta z & + & 3\,\delta t
\end{array}
$$

Такимъ образомъ нормальныя ур—ія будутъ:

$$
\begin{array}{rrrrr}
3\,\delta x - & \delta y - & \delta z & + 0.25 = 0 \\
-\delta x + 3\,\delta y & - & \delta t & + 0.28 = 0 \\
-\delta x & + 3\,\delta z - & \delta t & + 0.40 = 0 \\
- & \delta y - & \delta z + 3\,\delta t & - 0.93 = 0
\end{array}
\qquad (38)
$$

Мы полагали вѣса всѣхъ наблюденій одинаковыми, хотя таблица (34) указываетъ, что углы мѣрились различнымъ числомъ повтореній, т.-е. они не равноточные. Въ виду этого при строгомъ уравниваніи мы должны принимать во вниманіе и вѣса наблюденій, вслѣдствіе чего задача нѣсколько усложнится, и коэффиціенты нормальныхъ ур—ій будутъ имѣть другой видъ, чѣмъ въ (38).

За вѣса угловъ можемъ принять числа прямо пропорціональныя числу повтореній. Уравненія погрѣшностей (37) напишутся теперь въ такомъ видѣ:

$v_1 =$	$0.00 \ldots + \delta z \ldots$	вѣсъ 90	$s = 1$	
$v_2 =$	$0.00. \ldots + \delta t$	„ 80	1	
$v_3 =$	$-0.14. \ldots - \delta z + \delta t$	„ 70	0	
$v_4 =$	$-0.79 \ldots - \delta y \ldots + \delta t$	„ 20	0	
$v_5 =$	$0.00 \ldots + \delta y \ldots$	„ 20	1	(39)
$v_6 =$	$+0.26 - \delta x \ldots + \delta z \ldots$	„ 40	0	
$v_7 =$	$0.00 + \delta x. \ldots$	„ 60	1	
$v_8 =$	$-0.51 - \delta x + \delta y. \ldots$	„ 20	0	

Составляя коэффиціенты $[paa]$, $[pab]$ и т. д., мы будемъ имѣть, напр., для неизвѣстной δx такія величины:

$$
\begin{array}{rrrr}
-0.26 \times 40 + 40\,\delta x & . & -40\,\delta z & . \\
0.00 \times 60 + 60\,\delta x & . & . & . \\
-0.51 \times 20 + 20\,\delta x - 20\,\delta y & . & . & \\
\hline
0 = -0.20 + 120\,\delta x - 20\,\delta y - 40\,\delta z & . & &
\end{array}
$$

Такимъ же путемъ найдемъ и остальныя нормальныя ур-ія.

Они будутъ:

$$
\begin{array}{rrrrr}
120\,\delta x - 20\,\delta y - & 40\,\delta z & . & - 0.20 = 0 \\
-20\,\delta x + 60\,\delta y & . & - 20\,\delta t + & 5.60 = 0 \\
-40\,\delta x & . & + 200\,\delta z - 70\,\delta t + & 20.20 = 0 \\
+ 20\,\delta y - & 70\,\delta z + 170\,\delta t - & 25.60 = 0
\end{array}
\qquad \ldots (40).
$$

Теперь слѣдуетъ только разрѣшить эти нормальныя ур-ія, а затѣмъ найти вѣса неизвѣстныхъ.

Рѣшеніе можно было бы произвести различными путями, однако мы будемъ придерживаться той схемы, которая была указана въ общей теоріи.

Напишемъ ур-ія (40) въ видѣ таблицы:

δx	δy	δz	δt	Пост.
+120	−20	− 40	0	− 0.20
− 20	+60	0	− 20	+ 5.60
− 40	0	+200	− 70	+20.20
0	−20	− 70	+170	−25.60
+ 60	+ 20	+ 90	+ 80	0.00

... (41)

Суммы коэфиціентовъ, написанныя внизу могутъ быть получены вторично изъ ур-ій 39, если мы коэфиціенты при соотвѣтствующемъ неизвѣстномъ умножимъ на вѣсъ наблюденія и сумму s, а затѣмъ всѣ произведенія сложимъ. Этимъ будетъ провѣрена правильность составленія ур-ій (41) изъ начальныхъ ур-ій.

Само рѣшеніе представится въ видѣ таблицы: (стр. 380).

Сопоставляя эту таблицу съ приведенной нами выше аналогичной схемой въ общемъ видѣ, замѣчаемъ, что тутъ:

$$-\frac{[ab]}{aa} = -(1) = +0.1667; -\frac{[ac]}{[aa]} = -(2) = +0.3333$$

$$-(1)\times[ab] = -3.3333; -(1)[ac] = -6.6667$$

и т. д.

Эти числа подписаны въ соотвѣтствующихъ мѣстахъ схемы (сравнить съ общимъ видомъ). Столбецъ (S) представляетъ повѣрочныя вычисленія. Такъ напримѣръ

$$[aa]+[ab]+\ldots = [as] = +120-20-40\ .\ -0.20 = 59.80$$

Послѣ перваго исключенія имѣемъ:

$$[bb\,.\,1]+[bc\,.\,1]+\ldots = [bs\,.\,1] = +56.6667-6.6667-20.0000+5.6667 = 35.5667 \text{ и т. д.}$$

Послѣдняя строка каждой системы служитъ для вычисленія $[pvv]$, такъ что въ концѣ мы получимъ:

$$[pgg\,.\,4] = +17.0957 = [pvv]$$

Повѣрочное вычисленіе даетъ $[pgg\,.\,4] = +17.0952$, что довольно хорошо согласуется съ первой величиной. Разница обусловлена неточностью вычисленій.

δx	δy	δz	δt	Пост.		(S)	(δx)	(δy)	(δz)	(δt)
+ 120.0000	— 20.0000	— 40.0000	0	— 0.2000	= 0	+ 59.8000	— 1.	.	.	.
	+ 0.1667	+ 0.3333		+ 0.001667			+ 0.008333			
— 20.0000	+ 60.0000	0	— 20.0000	+ 5.6000	= 0	+ 25.6000	0	.	.	.
+ 20.0000	— 3.3333	— 6.6667	0	— 0.03333		+ 9.9667	— 0.1667			
— 40.0000	0	+ 200.0000	— 70.0000	+ 20.2000	= 0	+ 110.2000	0	.	.	.
+ 40.0000	— 6.6667	— 13.3333	0	— 0.0667		19.9334	— 0.3333			
0	— 20.0000	— 70.0000	+ 170.0000	— 25.6000	= 0	+ 54.4000	0	.	.	.
0	0	0	0	0		0	0			
— 0.2000	+ 5.6000	+ 20.2000	— 25.6000	+ 21.7600	$[pvv]$	21.7690	—	—	—	—
+ 0.20000	0.0333	— 0.0667	0	— 0.0003		+ 0.0997				
	+ 56.6667	— 6.6667	— 20.0000	+ 5.5667	= 0	+ 35.5667	— 0.1667	— 1.0000	.	.
		+ 0.11765	+ 0.35294	— 0.09823			+ 0.00294	+ 0.01765		
	— 6.6667	+ 186.6667	— 70.0000	+ 20.1333	= 0	+ 130.1334	— 0.3333	.	.	
	+ 6.6667	— 0.7843	— 2.3529	+ 0.6549		+ 4.1842	— 0.0197	— 0.1176		
	— 20.0000	— 70.0000	+ 170.0000	— 25.6000	= 0	+ 54 4000	0	.	.	.
	+ 20.0000	— 2.3569	— 7.0588	+ 1.9646		+ 12.5525	— 0.0588	— 0.3529		
	+ 5.5667	+ 20.1333	— 25.6000	+ 21.7597	$[pvv]$	+ 21.8597	—	—	—	—
	— 5.5667	+ 0.6549	+ 1.9646	— 0.5466		— 3.4937				
		+ 185.8824	— 72.3529	+ 20.7882	= 0	+ 134.3174	— 0.3530	— 0.1176	— 1.0000	.
			+ 0.38924	— 0.11184			+ 0.001899	+ 0.00063	+ 0.0054	
		— 72.3529	+ 162.9412	— 23.6354	= 0	+ 66.9525	— 0.0588	— 0.3529	.	.
		+ 72.3529	— 28.1627	+ 8.0917		+ 52.2815	— 0.1374	— 0.0458	— 0.3892	
		+ 20.7882	— 23.6354	+ 21.2131	$[pvv]$	+ 18.3660	—	—	—	—
		— 20.7882	+ 8.0917	— 2.3249		— 15.0219				
			+ 134.7785	— 15.5437	= 0	+ 119.2340	— 0.1962	— 0.3987	— 0.3892	— 1.0000
				+ 0.11533			+ 0.00146	+ 0.00296	+ 0.00289	+ 0.00742
			— 15.5437	+ 18.8882	$[pvv]$	+ 3.3441	—	—	—	—
			+ 15.5437	— 1.7925		+ 13.7511				
				+ 17.0957	$[pvv]$	+ 17.0952	—	—	—	—

Изъ предпослѣдняго равенства мы имѣемъ:

$$+134.7785\ \delta t = +15.5437$$

откуда

$$\delta t = +0.11533.$$

Далѣе будемъ имѣть:

$$\delta z = -0.11184 + 0.38924\ \delta t = -0.06965$$
$$\delta y = -0.09823 + 0.35294\ \delta t + 0.11765\ \delta z = -0.06541$$
$$\delta x = +0.00167 \quad . \quad +0.3333\ \delta z + 0.1667\ \delta y = -0.03155.$$

Подставляя эти значенія неизвѣстныхъ въ начальныя уравненія (37), находимъ

$v_1 = -0.06965$	вѣсъ	90	$v_5 = -0.06541$	вѣсъ	20
$v_2 = +0.11533$	„	80	$v_6 = +0.22460$	„	40
$v_3 = +0.04228$	„	70	$v_7 = -0.03155$	„	60
$v_4 = -0.60926$	„	20	$v_8 = -0.54386$	„	20

Слѣдовательно

$$[pvv] = 17.0953$$

И наконецъ, послѣдняя повѣрка

$$[pgg.4] = [pgv] = [pvv] = 17.0951$$

Средняя ошибка наблюденія, вѣсъ котораго равенъ единицѣ, т. е. однократно измѣреннаго угла, будетъ

$$m = +\sqrt{\frac{17.0953}{8-4}} = \pm 2''.067$$

т. к. неизвѣстныхъ нужно было найти 4, а уравненій у насъ было 8.

Дальнѣйшая наша работа будетъ состоять въ опредѣленіи вѣсовъ и среднихъ ошибокъ опредѣленныхъ нами неизвѣстныхъ.

Для этого нужно будетъ найти всѣ коэффиціенты $Q_{i.k}$ изъ такихъ системъ ур-ій

$$\begin{aligned}
\underline{[aa]\,Q_{1.1}} + [ab]\,Q_{1.2} + [ac]\,Q_{1.3} + [ad]\,Q_{1.4} &= 1\\
\underline{[bb]\,Q_{1.2}} + [bc]\,Q_{1.3} + [bd]\,Q_{1.4} &= 0\\
\underline{[cc]\,Q_{1.3}} + [cd]\,Q_{1.4} &= 0\\
\underline{[dd]\,Q_{1.4}} &= 0
\end{aligned}$$

Остальныя три системы ур-ій будутъ написаны подобнымъ же образомъ (формулы (17) — (20).

Числовыя значенія коэффиціентовъ намъ извѣстны изъ нормальныхъ ур-ій, поэтому уравненія для опредѣленія вѣсовъ можемъ написать такъ:

$$\begin{aligned}
\underline{+120._0\,Q_{1.1}} - 20._0\,Q_{1.2} - 40._0\,Q_{1.3} \quad . \quad - 1 &= 0\\
\underline{+60._0\,Q_{1.2}} \quad . \quad - 20._0\,Q_{1.4} \quad . &= 0\\
\underline{+200._0\,Q_{1.3}} - 70._0\,Q_{1.4} \quad . &= 0\\
\underline{+170._0\,Q_{1.4}} \quad . &= 0
\end{aligned} \qquad \text{(I)}$$

Вторая система будетъ:

$$
\left.\begin{array}{rrrrrl}
\underline{+120._0}\, Q_{1\cdot 2} & -20._0\, Q_{2\cdot 2} & -\ 40._0\, Q_{2\cdot 3} & & . & =0 \\
 & \underline{+60._0}\, Q_{2\cdot 2} & . & -\ 20._0\, Q_{2\cdot 4} & -1 & =0 \\
 & & \underline{+200._0}\, Q_{2\cdot 3} & -\ 70._0\, Q_{2\cdot 4} & . & =0 \\
 & & & \underline{+170._0}\, Q_{2\cdot 4} & . & =0
\end{array}\right\} \quad \text{(II)}
$$

Третья и четвертая системы напишутся такъ же:

$$
\left.\begin{array}{rrrrrl}
\underline{+120._0}\, Q_{1\cdot 3} & -20._0\, Q_{2\cdot 3} & -\ 40._0\, Q_{3\cdot 3} & . & . & =0 \\
 & \underline{+60._0}\, Q_{2\cdot 3} & . & -\ 20._0\, Q_{3\cdot 4} & . & =0 \\
 & & \underline{+200._0}\, Q_{3\cdot 3} & -\ 70._0\, Q_{3\cdot 4} & -1 & =0 \\
 & & & \underline{+170._0}\, Q_{3\cdot 4} & . & =0
\end{array}\right\} \quad \text{(III)}
$$

$$
\left.\begin{array}{rrrrrl}
\underline{+120._0}\, Q_{1\cdot 4} & -20._0\, Q_{2\cdot 4} & -\ 40._0\, Q_{3\cdot 4} & . & . & =0 \\
 & \underline{+60._0}\, Q_{2\cdot 4} & . & -\ 20._0\, Q_{4\cdot 4} & . & =0 \\
 & & \underline{+200._0}\, Q_{3\cdot 4} & -\ 70._0\, Q_{4\cdot 4} & . & =0 \\
 & & & +170._0\, Q_{4\cdot 4} & -1 & =0
\end{array}\right\} \quad \text{(IV)}
$$

Рѣшивъ каждую изъ этихъ системъ по схемѣ Гаусса, мы найдемъ всѣ коэффиціенты $Q_{i.k}$, изъ которыхъ $Q_{1\cdot 1}$, $Q_{2\cdot 2}$, $Q_{3\cdot 3}$, и $Q_{4\cdot 4}$ будутъ величины, обратныя вѣсамъ неизвѣстныхъ δx, δy, δz и δt.

Въ виду того, что коэффиціенты ур-ій (I)..(IV) тѣ же, что и въ нормальныхъ ур-іяхъ, то послѣ преобразованій мы будемъ имѣть такіе же коэффиціенты, какъ при рѣшеніи нормальныхъ ур-ій. А поэтому рѣшеніе системъ (I) ... (IV) сведется къ нахожденію извѣстнаго члена преобразованныхъ ур-ій. Дѣло значительно упрощается еще вслѣдствіи того, что извѣстные члены вѣсовыхъ ур-ій, за исключеніемъ одного, нули. Эти добавочныя рѣшенія помѣщены нами въ предыдущей таблицѣ въ графахъ (δx)....(δt). При этомъ графа (δx) служитъ для нахожденія коэфиціентовъ Q ур-ій (I); (δy) — II; (δz) — (III), и (δt) — (IV).

Такимъ образомъ найдемъ, пользуясь столбцомъ (δx)

$$134.7785\, Q_{1\cdot 4} - 0.1962 = 0$$

и

$$Q_{1\cdot 4} = +0.00146$$

Далѣе находимъ

$$
\begin{array}{rl}
Q_{1\cdot 3} = & +0.00190 + 0.38924 \times Q_{1\cdot 4} = +0.00247 \\
Q_{1\cdot 2} = & +0.00294 + 0.35294 \times Q_{1\cdot 4} + 0.11765\ Q_{1\cdot 3} = +0.00375 \\
Q_{1\cdot 1} = & +0.00833 \quad . \quad +0.3333\, Q_{1\cdot 3} + 0.1667\ Q_{1\cdot 2} = +0.00978
\end{array}
$$

Столбецъ (δy) даетъ:

$$
\begin{array}{rl}
Q_{2\cdot 4} = & +0.00296 \\
Q_{2\cdot 3} = & +0.00063 + 0.38924\ Q_{2\cdot 4} = +0.00178 \\
Q_{2\cdot 2} = & +0.01765 + 0.35294\ Q_{2\cdot 4} + 0.11765\ Q_{2\cdot 3} = +0.01890 \\
Q_{1\cdot 2} = Q_{2\cdot 1} = & \quad . \quad . \quad +0.3333\ Q_{2\cdot 3} + 0.1667\ Q_{2\cdot 2} = +0.00374
\end{array}
$$

Пользуясь столбцомъ (δz) имѣемъ:

$$Q_{3\cdot 4} = +0.00289$$
$$Q_{3\cdot 3} = +0.0054 + 0.38924 \quad Q_{3\cdot 4} = +0.00652$$

И наконецъ, столбецъ (δt) даетъ:

$$Q_{4\cdot 4} = +0.00742$$

Можно бы вторично вычислить $Q_{3\cdot 2} = Q_{2\cdot 3}$, $Q_{3\cdot 1} = Q_{1\cdot 3}$ и т. д., чего мы однако дѣлать не будемъ.

И такъ, мы нашли вѣса неизвѣстныхъ, опредѣляющіеся равенствами.

$$p_x = \frac{1}{Q_{1\cdot 1}}$$
$$p_y = \frac{1}{Q_{2\cdot 2}}$$
$$p_z = \frac{1}{Q_{3\cdot 3}}$$
$$p_t = \frac{1}{Q_{4\cdot 4}}$$

Поэтому среднія ошибки неизвѣстныхъ будутъ:

$$m_x = \pm m\sqrt{Q_{1\cdot 1}} = \pm 0''.204$$
$$m_y = \pm m\sqrt{Q_{2\cdot 2}} = \pm 0.284$$
$$m_z = \pm m\sqrt{Q_{3\cdot 3}} = \pm 0.167$$
$$m_t = \pm m\sqrt{Q_{4\cdot 4}} = \pm 0.178$$

Здѣсь m есть средняя ошибка наблюденія съ вѣсомъ единица, найденная нами выше:

$$m = \pm\sqrt{\frac{17.0953}{4}} = \pm 2''.067.$$

Вѣроятнѣйшія значенія угловъ (36) теперь будутъ:

$$BN = x = 6^\circ\ 59'\ 34''.478 \pm 0''.204$$
$$BH = y = 18\ \ 43\ \ 45.535 \pm 0.284$$
$$BA = z = 19\ \ 25\ \ 59.353 \pm 0.167$$
$$BW = t = 34\ \ 18\ \ 43.725 \pm 0.177.$$

Уравновѣшенныя величины наблюденныхъ угловъ (34) будутъ слѣдующія

$BA = 19^\circ\ 25'\ 59''.353$		$BH = 18^\circ\ 43'\ 45''.535$	
$BW = 34\ \ 18\ \ 43.725$		$NA = 12\ \ 26\ \ 24.875$	
$AW = 14\ \ 52\ \ 44.372$		$BN = 6\ \ 59\ \ 34.478$	
$HW = 15\ \ 34\ \ 58.191$		$NH = 11\ \ 44\ \ 11.057.$	

Эти значенія угловъ получимъ, если къ наблюденнымъ величинамъ (34) прибавимъ поправки v.

Наша задача уравновѣшиванія такимъ образомъ закончена.

Вѣсъ функцій уравновѣшенныхъ количествъ. Мы находили среднія ошибки и вѣса неизвѣстныхъ, опредѣленныхъ по способу наименьшихъ квадратовъ. Однако въ большинствѣ случаевъ по этимъ неизвѣстнымъ опредѣляются другія неизвѣстныя величины, связанныя съ первыми какими-нибудь математическими соотношеніями. Важно поэтому знать, какой средней ошибкой сопровождается такой результатъ, или иначе, каковъ вѣсъ данной функціи уравновѣшенныхъ количествъ.

Положимъ, что истинныя значенія неизвѣстныхъ будутъ $\overline{x}, \overline{y}, \overline{z}, \overline{t}$ и требуется найти нѣкоторую функцію этихъ величинъ:

$$\overline{U} = F(\overline{x}, \overline{y}, \overline{z}, \overline{t}) \qquad (42)$$

Возьмемъ вмѣсто истинныхъ значеній неизвѣстныхъ ихъ вѣроятнѣйшія величины, найденныя по способу наименьшихъ квадратовъ, тогда получимъ вѣроятнѣйшее значеніе функціи въ видѣ

$$U = F(x, y, z, t) \qquad (43)$$

Для сужденія о средней ошибкѣ функціи U необходимо ее представить въ зависимости отъ непосредственныхъ измѣреній l, т. к. только эти послѣдніе являются другъ отъ друга независимыми, неизвѣстныя же $x, y\ldots$ суть ихъ функціи. Когда функція U будетъ такимъ образомъ представлена, то средняя ошибка найдется, какъ

$$m_u^2 = \left(\frac{du}{dl_1}\right)^2 m l_1^2, + \left(\frac{du}{dl_2}\right)^2 m l_2^2 + \ldots \left(\frac{du}{dl_n}\right)^2 m l_n^2 \ldots \qquad (44)$$

Формула (44) была выведена въ статьѣ о теоріи ошибокъ. Она показываетъ, что достаточно будетъ найти производныя отъ U по l, не отыскивая самой функціи.

Неизвѣстныя $x\ldots t$ мы представили выше въ линейномъ видѣ

$$\begin{aligned} x &= \alpha_1 l_1 + \alpha_2 l_2 + \ldots + \alpha_n l_n \\ y &= \beta_1 l_1 + \beta_2 l_2 + \ldots + \beta_n l_n \\ z &= \gamma_1 l_1 + \gamma_2 l_2 + \ldots + \gamma_n l_n \\ t &= \delta_1 l_1 + \delta_2 l_2 + \ldots + \delta_n l_n \end{aligned} \qquad (45)$$

тутъ $l_1 = l'\sqrt{p_1}$, $l_2 = l''\sqrt{p_2}\ldots$ $l_n = l^{(n)}\sqrt{p_n}$, т.-е. l_1, $l_2\ldots l_n$ можно разсматривать, какъ равноточные результаты.

Для нахожденія производимъ $\frac{dU}{dl}$ дифференцируемъ равенство (43).

$$\frac{dU}{dl_i} = \frac{dU}{dx}\frac{dx}{dl_i} + \frac{dU}{dy}\frac{dy}{dl_i} + \frac{dU}{dz}\frac{dz}{dl_i} + \frac{dU}{dt}\frac{dt}{dl_i}\ldots \qquad (46)$$

Если положить теперь

$$\frac{dU}{dx} = u_1; \frac{dU}{dy} = u_2; \frac{dU}{dz} = u_3; \frac{dU}{dt} = u_4$$

и найти изъ равенствъ (45):

$$\frac{\partial x}{\partial l_i} = \alpha_i \sqrt{p_i} \text{ и т. д.}$$

то для производной (46) легко получимъ выраженіе:

$$\frac{\partial u}{\partial l_i} = (\alpha_i\ u_1 + \beta_i\ u_2 + \gamma_i\ u_3 + \delta_i\ u_4) \sqrt{p_i} \ldots \qquad (47)$$

Полагая теперь ошибку единичнаго вѣса равной m, мы будемъ имѣть

$$m_i^{\,2} = \frac{m^2}{p_i} \ldots \qquad (48)$$

поэтому формула (44), согласно (47) и 48), можетъ быть написана такъ

$$m_u^{\,2} = \left\{ \begin{array}{llllllll} [\alpha\alpha]\ u_1^{\,2} & + 2[\alpha\beta]\ u_1\ u_2 & + 2[\alpha\gamma]\ u_1\ u_3 & + 2[\alpha\delta]\ u_1\ u_4 \\ & + [\beta\beta]\ u_2^{\,2} & + 2[\beta\gamma]\ u_2\ u_3 & + 2[\beta\delta]\ u_2\ u_4 \\ & & + [\gamma\gamma]\ u_3^{\,2} & + 2[\gamma\delta]\ u_3\ u_4 \\ & & & + [\delta\delta]\ u_4^{\,2} \end{array} \right\} m^2 \ldots \qquad (49)$$

Выше нами было показано [равенства (15)], что

$$[\alpha\alpha] = Q_{1\cdot 1};\ [\alpha\beta] = Q_{1\cdot 2}$$

и т. д.

поэтому формулу (49) можно окончательно представить въ видѣ:

$$m_u^{\,2} = \left\{ \begin{array}{llllllll} u_1^{\,2}\ Q_{1\cdot 1} & + 2u_1\ u_2\ Q_{1\cdot 2} & + 2u_1\ u_3\ Q_{1\cdot 3} & + 2u_1\ u_1\ Q_{1\cdot 4} \\ & + u_2^{\,2}\ Q_{2\cdot 2} & + 2u_2\ u_3\ Q_{2\cdot 3} & + 2u_2\ u_4\ Q_{2\cdot 4} \\ & & + u_3^{\,2}\ Q_{3\cdot 3} & + 2u_3\ u_4\ Q_{3\cdot 4} \\ & & & + u_4^{\,2}\ Q_{4\cdot 4} \end{array} \right\} . m^2 \ldots \qquad (50)$$

Мы взяли случай 4-хъ неизвѣстныхъ, но разсужденіе справедливо для произвольнаго ихъ числа.—

Примѣнимъ формулу (50) къ нашему примѣру, напр. для угла NH:

$$U = NH = 11^\circ 44'\ 11''.057 = y - x$$

Согласно (50) пишемъ:

$$m_{NH}^{\,2} = m^2\ (Q_{1\cdot 1} - 2Q_{1\cdot 2} + Q_{2\cdot 2}) =$$

$$= (2.067)^2 \{ 0.00978 - 0..00750 + 0,011890 \} = 0.09052$$

и слѣдовательно

$$m_{NH} = \pm 0''.301$$

Вѣсъ этого угла очевидно будетъ:

$p_{NH} = \dfrac{1}{Q_{1\cdot 1} - 2Q_{1\cdot 2} + Q_{2\cdot 2}} = \dfrac{1}{0.0212}$ соотвѣтствующій 47 повт.; до уравновѣшиванія вѣсъ былъ 20 (см. 34).

Наблюденія, связанныя условіями. До сихъ поръ мы разсматривали вопросъ объ уравновѣшиваніи погрѣшностей наблюденій, при чемъ наблюденныя величины не были ограничены никакими условіями. Перейдемъ теперь къ тому случаю, когда значенія наблюдаемыхъ величинъ должны удовлетворять извѣстнымъ заранѣе условіямъ (напр. сумма угловъ плоскаго треугольника должна равняться 180° и т. п.). Если уравновѣшенныя значенія наблюдаемыхъ величинъ назовемъ черезъ $\underline{l_1}, \underline{l_2}..\underline{l_n}$, то названныя условія можемъ написать вообще такъ:

$$\begin{aligned} f_1\ (\underline{l_1},\ \underline{l_2}\dots \underline{l_n}) &= 0 \\ f_2\ (\underline{l_1},\ \underline{l_2}\dots \underline{l_n}) &= 0 \\ \dots & \dots \\ f_r\ (\underline{l_1},\ \underline{l_2}\dots \underline{l_n}) &= 0 \end{aligned} \qquad (51)$$

Вслѣдствіе ошибокъ наблюденій мы не получимъ значеній $\underline{l_1}\dots\underline{l_n}$, поэтому, если наблюденныя нами значенія были $l_1, l_2\dots l_n$, то для того чтобы удовлетворялось ур—іе (51) къ значеніямъ $l_1\dots l_n$ нужно будетъ прибавить поправки $v_1\dots v_2$ и *условныя уравненія* (51) можно представить такъ:

$$\begin{aligned} f_1\ (l_1+v_1,\ l_2+v_2,\ \dots\dots\ l_n+v_n) &= 0 \\ f_1\ (l_1+v_1,\ l_2+v_2,\ \dots\dots\ l_n+v_n) &= 0 \\ \dots & \dots \\ f_r\ (l_1+v_1,\ l_2+v_2\dots\dots l_n+v_n) &= 0. \end{aligned} \qquad (52)$$

Видъ функцій f, какъ было указано, извѣстенъ заранѣе, поэтому подставляя въ нихъ наблюденныя величины, мы получимъ:

$$\begin{aligned} f_1\ (l_1,\ l_2\dots l_n) &= w_1 \\ f_2\ (l_1,\ l_2\dots l_n) &= w_2 \\ \dots & \dots \\ f_r\ (l_1,\ l_2\dots l_n) &= w_r \end{aligned} \qquad (53)$$

Величины w очевидно будутъ извѣстны.—

Ур—ія (52) всегда можно привести къ линейному виду. Для этого функціи f разлагаемъ по строкѣ Тейлора, ограничиваясь первой степенью разложенія:

$$f_1\ (l_1+v_1,\ l_2+v_2,\dots l_n+v_n) = f_1\ (l_1, l_2,\dots l_n) + \frac{\partial f_1}{\partial l_1} v_1 + \frac{\partial f_1}{\partial l_2} v_2 + \dots + \frac{\partial f_1}{\partial l_n} v_n$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$f_r\ (l_1+v_1, l_2+v_2,\dots l_n+v_n) = f_r\ (l_1, l_2,\dots l_n) + \frac{\partial f_r}{\partial l_1} v_1 + \frac{\partial f_r}{\partial l_2} v_2 + \dots \frac{\partial f_r}{\partial l_n} v_n$$

Обозначая частныя производныя

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_1}{\partial l_1} = a_1, \frac{\partial f_1}{\partial l_2} = a_2 \dots \frac{\partial f_1}{\partial l_n} = a_n \\ \frac{\partial f_2}{\partial l_2} = b_1 \frac{\partial f_2}{\partial l_2} = b_2 \dots \frac{\partial f_2}{\partial l_n} = b_n \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ \frac{\partial f_r}{\partial l_1} = r_1 \frac{\partial f_r}{\partial l_2} = r_2 \dots \frac{\partial f_r}{\partial l_n} = r_n \end{aligned}$$

и принимая во вниманіе равенства (53), можемъ ур—ія (52) представить въ видѣ

$$\begin{aligned} &a_1\ v_1 + a_2\ v_2 + \ldots + a_n\ v_n + w_1 = 0 \\ &b_1\ v_1 + b_2\ v_2 + \ldots + b_n\ v_n + w_2 = 0 \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &r_1\ v_1 + r_2\ v_2 + \ldots + r_n\ v_n + w_r = 0. \end{aligned} \qquad (54)$$

Уравненія (54) показываютъ, что если $n = r$, то получимъ единственную систему поправокъ v, а слѣдовательно въ этомъ случаѣ объ уравновѣшиваніи не можетъ быть рѣчи. Вопросъ объ уравновѣшиваніи возникаетъ собственно только при $n > r$. Итакъ положимъ, что $n > r$ и будемъ искать теперь поправки v при условіи

$$[pvv] = \text{minimum}. \qquad (55)$$

Мы взяли случай неравноточныхъ измѣреній, какъ болѣе общій.

Такимъ образомъ, задача сводится къ нахожденію поправокъ, соотвѣтствующихъ условію (55) и удовлетворяющихъ одновременно уравненіямъ (54), т.-е. къ нахожденію такъ называемаго условнаго minimum'a.

Дифференціальное исчисленіе учитъ, что для рѣшенія этой задачи нужно составить функцію

$$2\varphi = [pvv] - 2k_1\ A - 2k_2\ B - 2k_3\ C - \ldots - 2k_r\ R \ldots \qquad (56)$$

и затѣмъ отыскивать абсолютный minimum функціи φ, полагая за независимыя перемѣнныя поправки v.—

A, $B \ldots R$ въ выраженіи (56) представляютъ сокращенныя обозначенія ур—ій (54), такъ

$$A = a_1\ v_1 + a_2\ v_2 + \ldots a_n\ v_n + w_1 = 0$$

Коэффиціенты k, пока неизвѣстные, носятъ названіе *корреллатъ*. Отыскивая minimum выраженія (56) мы должны его дифференцировать по всѣмъ перемѣннымъ и каждую производную приравнивать нулю; такимъ путемъ получимъ;

$$\frac{\partial\varphi}{\partial v_1} = 0, \frac{\partial\varphi}{\partial v_2} = 0, \ldots \frac{\partial\varphi}{\partial v_n} = 0$$

или въ развернутомъ видѣ:

$$2\frac{\partial\varphi}{\partial v_1} = \frac{\partial[pvv]}{\partial v_1} - 2k_1\frac{\partial A}{\partial v_1} - 2k_2\frac{\partial B}{\partial v_1} - \ldots 2k_r\frac{\partial R}{\partial v_1} = 0$$

или
$$\frac{\partial\varphi}{\partial v_1} = p_1\ v_1 - k_1\ a_1 - k_2\ b_1 - \ldots - k_r\ r_1 = 0$$

точно также найдемъ

$$\begin{aligned} &\frac{\partial\varphi}{\partial r_2} = p_2\ v_2 - k_1\ a_2 - k_2\ b_2 - \ldots - k_r\ r_2 = 0 \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &\frac{\partial\varphi}{\partial v_n} = p_n\ v_n - k_1\ a_n - k_2\ b_n - \ldots - k_r\ r_n = 0. \end{aligned} \qquad (57)$$

Равенствъ (57) будетъ очевидно столько, сколько перемѣнныхъ, т.-е. n; если къ нимъ прибавимъ еще r условныхъ ур—ій (54), то получимъ систему $(n+r)$ ур—ій, изъ которыхъ найдутся всѣ неизвѣстныя: n поправокъ v и r коррелатъ k.

Задача такимъ образомъ пріобрѣла полную опредѣленность.

Рѣшеніе этой системы $(n+r)$ ур-ій будемъ производить слѣдующимъ образомъ. Выразимъ, пользуясь равенствами (57), поправки черезъ коррелаты, а именно

$$\begin{aligned} p_1 v_1 &= k_1 a_1 + k_2 b_1 + k_3 c_1 + \ldots + k_r r_1 \\ p_1 v_2 &= k_1 a_2 + k_2 b_2 + k_3 c_2 + \ldots + k_r r_2 \qquad (58) \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ p_n v_n &= k_1 a_n + k_2 b_n + k_3 c_n + \ldots + k_r r_n \end{aligned}$$

Подставимъ теперь значенія поправокъ по ур-іямъ (58) въ условныя ур-ія (54), тогда получимъ:

$$\begin{aligned} &\left[\frac{aa}{p}\right] k_1 + \left[\frac{ab}{p}\right] k_2 + \left[\frac{ac}{p}\right] k_3 + \ldots + \left[\frac{ar}{p}\right] k_r + w_1 = 0 \\ &\left[\frac{ab}{p}\right] k_1 + \left[\frac{bb}{p}\right] k_2 + \left[\frac{bc}{p}\right] k_3 + \ldots + \left[\frac{br}{p}\right] k_r + w_2 = 0 \\ &\left[\frac{ac}{p}\right] k_1 + \left[\frac{bc}{p}\right] k_2 + \left[\frac{cc}{p}\right] k_3 + \ldots + \left[\frac{cr}{p}\right] k_r + w_3 = 0 \qquad (59) \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &\left[\frac{ar}{p}\right] k_1 + \left[\frac{br}{p}\right] k_2 + \left[\frac{cr}{p}\right] k_3 + \ldots + \left[\frac{rr}{p}\right] k_r + w_r = 0 \end{aligned}$$

Эти ур-ія носятъ названіе *нормальныхъ ур-ій коррелатъ*, ихъ будетъ r, и отсюда можно найти всѣ коррелаты; подставляя ихъ затѣмъ въ ур-ія (58), найдемъ и самыя поправки.

Коэффиціенты ур-ій (59) расположены симметрично относительно діагонали и составлены аналогично коэфиціентамъ нормальныхъ ур-ій, поэтому рѣшеніе системы (59) будетъ производиться въ точности по тому плану, какой былъ нами уже изложенъ. Контрольныя вычисленія будутъ и въ этомъ случаѣ такими же, какъ было указано. Конечной повѣркой вычисленій для этого случая служитъ равенство

$$[pvv] = -[kw] \qquad (60)$$

Это равенство получимъ, если ур-ія (58) помножимъ соотвѣтственно на $v_1, v_2 \ldots v_n$ и сложимъ ихъ:

$$[pvv] = k_1 (a_1 v_1 + a_2 v_2 + \ldots + a_n v_n) + k_2 (b_1 v_1 + b_2 v_2 + \ldots + b_n v_n) + \ldots \ldots + k_r (r_1 v_1 + r_2 v_2 + \ldots r_n v_n)$$

или, вслѣдствіе ур-ій (54):

$$[pvv] = -k_1 w_1 - k_2 w_2 - \ldots - k_r w_r = -[kw]$$

Средняя ошибка наблюденія съ вѣсомъ единица получится по формулѣ

$$m = \pm\sqrt{\frac{[pvv]}{r}} \qquad (61)$$

Выраженіе это получимъ, разсуждая такимъ образомъ: изъ r условныхъ ур-ій (54) можемъ опредѣлить r поправокъ v черезъ остальныя и извѣстные члены w, подставляя затѣмъ эти значенія поправокъ въ n ур-ій (57), мы должны отсюда найти $(n-r)$ неизвѣстныхъ поправокъ, поэтому согласно выведенной нами выше формулѣ

$$m = \pm\sqrt{\frac{[pvv]}{n-u}}$$

получимъ выраженіе (61), т. к. здѣсь $u=(n-r)$.

Нахожденіе средней ошибки уравновѣшенныхъ наблюденій и ихъ функцій для случая наблюденій условныхъ будетъ нѣсколько сложнѣе, чѣмъ для наблюденій посредственныхъ. Можно однако провести аналогію между этими двумя случаями.

Пусть нужно найти среднюю ошибку какой-нибудь функціи

$$F(l_1+v_1,\ l_2+v_2, \ldots l_n+v_n)$$

уравновѣшенныхъ количествъ. Если подставить въ эту функцію наблюденныя величины l_1, $l_2 \ldots l_n$ и найти,

$$\frac{\partial F}{\partial l_1}=f_1,\ \frac{\partial F}{\partial l_2}=f_2, \ldots \frac{\partial F}{\partial l_n}=f_n \qquad (f)$$

то средняя ошибка функціи въ этомъ случаѣ выразится равенствомъ

$$m_F{}^2 = m^2\left(\frac{f_1^2}{p_1}+\frac{f_2^2}{p_2}+\ldots+\frac{f_n{}^2}{p_n}\right) \qquad (62)$$

гдѣ m есть средняя ошибка наблюденія съ вѣсомъ единица, а p суть вѣса. (Формула (62) была дана въ теоріи ошибокъ).

Если же въ функцію F подставимъ уравновѣшенныя количества, то независимыми другъ отъ друга величинами будутъ наблюденныя величины l, а v будутъ ихъ функціи, поэтому

$$\frac{dF}{dl_i} = \frac{\partial F}{\partial l_i}+\frac{\partial F}{\partial v_i}\frac{dv_1}{dl_i}+\frac{\partial F}{\partial v_2}\frac{dv_2}{dl_i}+\ldots+\frac{\partial F}{\partial v_n}\frac{dv_n}{dl_i}$$

Но

$$\frac{\partial F}{\partial l_i}=\frac{\partial F}{\partial v_i}=f_i$$

поэтому

$$\frac{dF}{dl_i} = f_i+f_1\frac{dv_1}{dl_i}+f_2\frac{dv_2}{dl_i}+\ldots+f_n\frac{dv_n}{dl_i} \qquad (63)$$

и формула (62) представится теперь такъ:

$$m_F^2 = m^2\left[\frac{1}{p}\left(\frac{dF}{dl}\right)^2\right] \qquad (64)$$

Для нахожденія производныхъ $\frac{dv}{dl}$ воспользуемся ур-іями (58), откуда можемъ написать:

$$\begin{aligned}
\frac{dv_1}{dl_i} &= \frac{a_1}{p_1}\frac{\partial k_1}{\partial l_i} + \frac{b_1}{p_1}\frac{\partial k_2}{\partial l_i} + \ldots + \frac{r_1}{p_1}\frac{\partial k_r}{\partial l_i} \\
\frac{dv_2}{dl_i} &= \frac{a_2}{p_2}\frac{\partial k_1}{dl_i} + \frac{b_2}{p_2}\frac{\partial k_2}{\partial l_i} + \ldots + \frac{r_2}{p_2}\frac{\partial k_r}{\partial l_i} \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\frac{dv_n}{dl_i} &= \frac{a_n}{p_n}\frac{\partial k_1}{\partial l_i} + \frac{b_n}{p_n}\frac{\partial k_2}{\partial l_i} + \ldots + \frac{r_n}{p_n}\frac{\partial k_r}{\partial l_i}
\end{aligned}$$

Слѣдовательно, (63) превратится въ:

$$\frac{dF}{dl_i} = f_i + \left[\frac{af}{p}\right]\frac{\partial k_1}{\partial l_i} + \left[\frac{bf}{p}\right]\frac{\partial k_2}{\partial l_i} + \ldots + \left[\frac{rf}{p}\right]\frac{\partial k_r}{\partial l_i} \qquad (65)$$

Чтобы найти производныя $\frac{\partial k}{\partial l}$ необходимо коррелаты k выразить въ функціи измѣренныхъ величинъ l. Для этой цѣли находимъ всѣ вспомогательные коэффиціенты $Q_{h\,.\,i}$ по уравненіямъ

$$\begin{aligned}
\underline{\left[\frac{aa}{p}\right]Q_{1\,.\,1}} + \left[\frac{ab}{p}\right]Q_{1\,.\,2} + \ldots + \left[\frac{ar}{p}\right]Q_{1\,.\,r} &= 1 \\
+ \underline{\left[\frac{bb}{p}\right]Q_{1\,.\,2}} + \ldots + \left[\frac{br}{p}\right]Q_{1\,.\,r} &= 0 \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \\
+ \underline{\left[\frac{rr}{p}\right]Q_{1\,.\,r}} &= 0
\end{aligned} \qquad (66)$$

Такихъ системъ будетъ r, при чемъ единицѣ приравниваются послѣдовательно второе, третье и т. д. ур-іе, а остальныя нулю, мѣняя при этомъ указатели у Q.

Иначе говоря, находимъ всѣ вспомогательные коэффиціенты, необходимые для опредѣленія вѣсовъ коррелатъ k ур-ій (59).

Зная коэффиціенты $Q_{i\,.\,h}$, можно коррелаты представить въ зависимости отъ нихъ въ линейной формѣ (см. выше ур—ія 13)

$$\begin{aligned}
k_1 + w_1\,Q_{1\,.\,1} + w_2\,Q_{1\,.\,2} + \ldots + w_r\,Q_{1\,.\,r} &= 0 \\
k_2 + w_1\,Q_{1\,.\,2} + w_2\,Q_{2\,.\,2} + \ldots + w_r\,Q_{2\,.\,r} &= 0 \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \\
k_r + w_1\,Q_{1\,.\,r} + w_2\,Q_{2\,.\,r} + \ldots + w_r\,Q_{r\,.\,r} &= 0
\end{aligned} \qquad (67)$$

А поэтому

$$\begin{aligned}
\frac{\partial k_1}{\partial l_i} &= -\left(\frac{\partial w_1}{\partial l_i} Q_{1\cdot 1} + \frac{\partial w_2}{\partial l_i} Q_{1\cdot 2} + \ldots + \frac{\partial w_r}{\partial l_i} Q_{1\cdot r}\right) \\
\frac{\partial k_2}{\partial l_i} &= -\left(\frac{\partial w_1}{\partial l_i} Q_{1\cdot 2} + \frac{\partial w_2}{\partial l_i} Q_{2\cdot 2} + \ldots + \frac{\partial w_r}{\partial l_i} Q_{2\cdot r}\right) \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\frac{\partial k_r}{\partial l_i} &= -\left(\frac{\partial w_1}{\partial l_i} Q_{1\cdot r} + \frac{\partial w_2}{\partial l_i} Q_{2\cdot r} + \ldots + \frac{\partial w_r}{\partial l_i} Q_{r\cdot r}\right)
\end{aligned} \tag{68}$$

Изъ ур—ій (53), согласно принятому обозначенію имѣемъ:

$$\frac{\partial w_1}{\partial l_i} = +a_i, \frac{\partial w_2}{\partial l_i} = +b_i, \ldots \frac{\partial w_r}{\partial l_i} = +r_i$$

Вслѣдствіе чего можно написать (68) въ видѣ

$$\begin{aligned}
\frac{\partial k_1}{\partial l_i} &= -(a_i\, Q_{1\cdot 1} + b_i\, Q_{1\cdot 2} + \ldots r_i\, Q_{1\cdot r}) \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\frac{\partial k_r}{\partial l_i} &= -(a_i\, Q_{1\cdot r} + b_i\, Q_{2\cdot r} + \ldots + r_i\, Q_{r\cdot r})
\end{aligned} \tag{69}$$

А вставивъ эти выраженія въ (65) находимъ:

$$\frac{dF}{dl_i} = f_i - a_i\, L_1 - b_i\, L_2 - \ldots - r_i\, L_r \ldots . \quad (d)$$

Тутъ для сокращенія положено

$$\begin{aligned}
L_1 &= \left[\frac{af}{p}\right] Q_{1\cdot 1} + \left[\frac{bf}{p}\right] Q_{1\cdot 2} + \ldots + \left[\frac{rf}{p}\right] Q_{1\cdot r} \\
L_2 &= \left[\frac{af}{p}\right] Q_{1\cdot 2} + \left[\frac{bf}{p}\right] Q_{2\cdot 2} + \ldots + \left[\frac{rf}{p}\right] Q_{2\cdot r} \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
L_r &= \left[\frac{af}{p}\right] Q_{1\cdot r} + \left[\frac{bf}{p}\right] Q_{2\cdot r} + \ldots \left[\frac{rf}{p}\right] Q_{r\cdot r}
\end{aligned} \tag{70}$$

Дальнѣйшее преобразованіе будетъ заключаться въ томъ, что ур-ія (70), пользуясь системой ур—ій (66), преобразуемъ такъ, чтобы величины $Q_i \cdot h$ исключились. Умножимъ съ этой цѣлью ур-ія (70) послѣдовательно, первое на $\left[\frac{aa}{p}\right]$, второе $\left[\frac{ab}{p}\right]$ и т. д. и сложимъ ихъ затѣмъ. Получимъ

$$\begin{aligned}
&\left[\frac{af}{p}\right]\left\{\left[\frac{aa}{p}\right] Q_{1\cdot 1} + \left[\frac{ab}{p}\right] Q_{1\cdot 2} + \ldots + \left[\frac{ab}{p}\right] Q_{1\cdot r}\right\} + \left[\frac{bf}{p}\right]\left\{\left[\frac{aa}{p}\right] Q_{1\cdot 2} + \right. \\
&\left. + \left[\frac{ab}{p}\right] Q_{2\cdot 2} + \ldots\right\} + \ldots + \left[\frac{rf}{r}\right]\left\{\left[\frac{aa}{p}\right] Q_{1\cdot r} + \left[\frac{ab}{p}\right] Q_{2\cdot r} + \ldots + \right. \\
&\left. + \left[\frac{ab}{p}\right] Q_{r\cdot r}\right\} = \left[\frac{aa}{p}\right] L_1 + \left[\frac{ab}{p}\right] L_2 + \ldots + \left[\frac{ar}{p}\right] L_r \ldots
\end{aligned} \tag{71}$$

Но согласно первой системѣ ур-ій (66), имѣемъ

$$\left[\frac{aa}{p}\right] Q_{1\cdot 1} + \left[\frac{ab}{p}\right] Q_{1\cdot 2} + \ldots \left[\frac{ar}{p}\right] Q_{1\cdot r} = 1$$

остальные же выраженія въ скобкахъ равняются нулю, поэтому (71) будетъ имѣть видъ

$$\left[\frac{aa}{p}\right] L_1 + \left[\frac{ab}{p}\right] L_2 + \ldots + \left[\frac{ar}{p}\right] L_1 = \left[\frac{af}{p}\right]$$

Аналогичнымъ путемъ, пользуясь второй и т. д. системой ур-ій (66) найдемъ:

$$\begin{gathered}\left[\frac{ab}{p}\right] L_1 + \left[\frac{bb}{p}\right] L_2 + \ldots + \left[\frac{br}{p}\right] L_r = \left[\frac{bf}{p}\right] \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \left[\frac{ar}{p}\right] L_1 + \left[\frac{br}{p}\right] L_2 + \ldots + \left[\frac{rr}{p}\right] L_r = \left[\frac{rf}{p}\right]\end{gathered} \qquad (72)$$

Рѣшеніе системы ур-ій (72) даетъ намъ всѣ величины L:

Изъ равенства (d) слѣдуетъ:

$$\left[\frac{1}{p}\frac{dF}{dl}\cdot\frac{dF}{dl}\right] = \left[\frac{dF}{dl}\cdot\frac{f}{p}\right] - \left[\frac{dF}{dl}\cdot\frac{a}{p}\right] L_1 - \left[\frac{dF}{dl}\cdot\frac{b}{p}\right] L_2 \ldots \qquad (73)$$

Но согласно ур-ій (72) изъ того же равенства (d) слѣдуетъ:

$$\left[\frac{dF}{dl}\cdot\frac{a}{p}\right] = \left[\frac{dF}{dl}\cdot\frac{b}{p}\right] = \ldots = \left[\frac{dF}{dl}\cdot\frac{r}{p}\right] = 0.$$

Поэтому (73) можетъ быть написано такъ:

$$\left[\frac{1}{p}\left(\frac{dF}{dl}\right)^2\right] = \left[\frac{dF}{dl}\cdot\frac{f}{p}\right] = \left[\frac{ff}{p}\right] - \left[\frac{af}{p}\right] L_1 - \left[\frac{bf}{p}\right] L_2 - \ldots - \left[\frac{rf}{p}\right] L_r \qquad (74)$$

Слѣдовательно, выраженіе для средней ошибки по равенству (64) получится:

$$m_F{}^2 = m^2 \left\{ \left[\frac{ff}{p}\right] - \left(\left[\frac{af}{p}\right] L_1 + \left[\frac{bf}{p}\right] L_2 + \ldots + \left[\frac{rf}{p}\right] L_r \right) \right\} \ldots (75)$$

Равенство (75) въ окончательномъ видѣ получится, когда мы вмѣсто L подставимъ ихъ значенія изъ ур-ій (72). Производя рѣшеніе по методу Гаусса, и обозначая $\frac{[aa]}{p} = (aa)$ и т. д. мы будемъ имѣть:

$$\begin{gathered}(aa)\, L_1 + (ab)\, L_2 + \ldots + (ar)\ L_r = (af) \\ (bb\,.\,1)\, L_2 + \ldots + (br\,.\,1)\, L_r = (bf\,.\,1) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ (r\,r\,.\,r-1)\, L_r = (rf\,.\,r-1)\end{gathered} \qquad (76)$$

А поэтому (75) приметъ окончательно такой видъ:

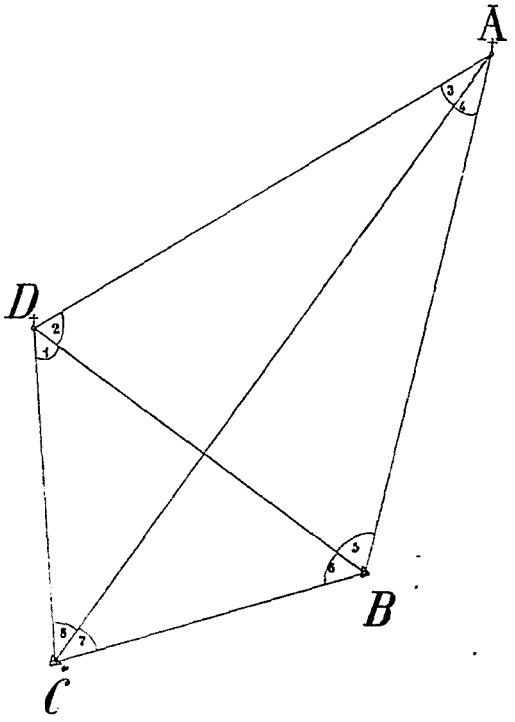
$$m_F^2 = m^2 \left\{ (ff) - \left(\frac{(af)^2}{(aa)} + \frac{(bf.1)^2}{(bb.1)} + \frac{(cf.2)^2}{(cc.2)} + \ldots + \frac{(rf.r-1)^2}{(rr.r-1)} \right) \right\} \quad \ldots \quad (77)$$

Формула (77) и служитъ для вычисленія средней ошибки функцій уравновѣшенныхъ измѣреній. Если желаемъ получить среднюю ошибку уравновѣшеннаго наблюденія, напр. $l_i + v_i$, то нужно положить

$$f_i = 1$$

а остальныя $f = 0$ и поступать по общему правилу.

Примѣръ. Возьмемъ слѣдующій примѣръ на уравновѣшиваніе ошибокъ наблюденій, связанныхъ условіями. Въ четыреугольникѣ $ABCD$ были измѣрены углы 1, 2, ... 8. (черт. I), а кромѣ того дана сторона AD и ея азимутъ.



Черт. I.

Требуется найти вѣроятнѣйшія значенія угловъ и сторонъ четыреугольника.

Уравновѣшенныя величины угловъ, измѣренныхъ нами, должны удовлетворять слѣдующимъ четыремъ условіямъ (объ этомъ см. ниже въ главѣ „тригоном. сѣть“)

$$\begin{gathered} 1+(1)+2+(2)+3+(3)+8+(8) = 180° \\ 2+(2)+3+(3)+4+(4)+5+(5) = 180 \\ 4+(4)+5+(5)+6+(6)+7+(7) = 180° \qquad (78) \\ \frac{Sin\,(7+(7)).\,Sin\,(1+(1))\;Sin\,(2+(2)).\,Sin\,(5+(5))}{Sin\,(5+(5))\;\;Sin\,(6+(6)).\,Sin\,(8+(8)).\,Sin\,(2+(2))} = 1. \end{gathered}$$

Въ этихъ ур—іяхъ (1), (2) ... (8) обозначаютъ вѣроятнѣйшія поправки угловъ 1, 2 ... 8, которыя въ общей теоріи мы обозначали черезъ v. Четвертое изъ ур—ій (78) не линейно, но оно можетъ быть приведено къ линейному виду путемъ логариѳмированія и разложенія въ рядъ. (подробнѣе см. „Тригон. сѣть“). Этимъ путемъ получится:

$$lg\ Sin\ 7 + \Delta_7\,(7) + lg\ Sin\ (1+2) + \Delta_{1+2}\,[(1)+(2)] + lg\ Sin\ 5 + \Delta_5\,(5) - lg\ Sin\,(5+6) - \Delta_{5+6}\,[(5)+(6)] - lg\ Sin\ 8 - \Delta_8\,(8) - lg\ Sin\ 2 - \Delta_2\,(2) = 0. \qquad (78')$$

Зѣсь Δ представляютъ измѣненіе логариѳма Sin даннаго угла на 1″.

Результаты измѣреній были слѣдующіе:

$$\begin{array}{rrrr} 1 = 13^\circ & 5' & 57''.7 \\ 2 \quad 65 & 6 & 12.7 \\ 3 \quad 66 & 45 & 16.6 \\ 4 \quad 15 & 40 & 38.3 \\ 5 \quad 32 & 27 & 54.8 \\ 6 \quad 51 & 31 & 37.1 \\ 7 \quad 80 & 19 & 46.6 \\ 8 \quad 35 & 2 & 38.7 \end{array} \qquad (79)$$

Условныя ур—ія поэтому будутъ:

$$\begin{array}{r} (1)+(2)+(3)\ldots\ldots\ldots\ldots+(8)+5''.7=0 \\ (2)+(3)+(4)+(5)\ldots\ldots\ldots+2.4=0 \\ (4)+(5)+(6)+(7)\ldots\ldots-3.2=0 \qquad (80) \\ 4._4(1)-5._4(2)\ldots\ldots+30._9(5)-2._2(6)+3._6(7)-30._0(8)-14._4=0 \end{array}$$

Послѣднее ур—іе (80) написано согласно (78′)

Значенія поправокъ будемъ находить подъ условіемъ $[vv] = \text{minimum}$, т.-е. всѣ наблюденія будемъ считать одинаково точными.

Задача сводится, какъ извѣстно, къ нахожденію абсолютнаго minimum'а функціи.

$$(1)^2+(2)^2+(3)^2+(4)^2+(5)^2+(6)^2+(7)^2+(8)^2-2k_1A-2k_2B-2k_3C-2k_4D\ldots \qquad (81)$$

A, B, C и D представляютъ лѣвыя части ур—ій (80)

Приравнивая частныя производныя отъ выраженія (81) нулю, имѣемъ:

$$\begin{array}{rl} (1)-k_1-4.4\,k_4 & =0 \\ (2)-k_1-k_3+5.4\,k_4 & =0 \\ (3)-k_1-k_2 & =0 \\ (4)-k_2-k_3 & =0 \\ (5)-k_2-k_3-30._9\,k_4 & =0 \qquad (82) \\ (6)-k_3+2.2\,k_4 & =0 \\ (7)-k_3-3.6\,k_4 & =0 \\ (8)-k_1+30._0\,k_4 & =0. \end{array}$$

Подставляя поправки (1)...(8), опредѣленныя изъ ур—ій (82), въ условныя ур—ія (80), находимъ нормальныя ур—ія кординатъ k:

$$\begin{array}{rrrrr} \underline{4.0\,k_1}+2.0\,k_2 & & -31.0\,k_4+ & 5.7=0 \\ \underline{+4.0\,k_2}+2.0\,k_3+25.5\,k_4+ & & & 2.4=0 \\ \underline{+4.0\,k_3}+32.3\,k_4- & & & 3.2=0 \qquad (83) \\ \underline{+1919.13\,k_4}-14.4=0 & & & \end{array}$$

Въ нижеприведенной таблицѣ дано рѣшеніе ур—ій (83) по схемѣ Гаусса.

k_1	k_2	k_3	k_4	w	(s)
+ 4.000	+ 2.000	.	— 31.000	+ 5.700	— 19.300
	— 0.500	.	+ 7.750	— 1.425	
+ 2.000	+ 4.000	+ 2.000	+ 25.500	+ 2.400	+ 35.900
— 2.000	— 1.000	.	+ 15.500	— 2.850	+ 9.650
.	+ 2.000	+ 4.000	+ 32.300	— 3.200	+ 35.100
.	.	.	.	.	.
— 31.000	+ 25.500	+ 32.300	+ 1919.130	— 14.400	+ 1931.530
+ 31.000	+ 15.500	.	— 240.250	+ 44.174	— 149.577
	+ 3.000	+ 2.000	+ 41.000	— 0.450	+ 45.550
		— 0.6667	— 13.6667	+ 0.1500	
	+ 2.000	+ 4.000	+ 32.300	— 3.200	+ 35.100
	— 2.000	— 1.333	— 27.333	+ 0.300	— 30.364
	+ 41.000	+ 32.300	+ 1678.380	+ 29.774	+ 1781.953
	— 41.000	— 27.333	— 560.335	+ 6.150	— 622.514
		+ 2.667	+ 4.967	— 2.900	+ 4.736
			— 1.8624	+ 1.0874	
		+ 4.967	+ 1118.545	+ 35.924	+ 1159.439
		— 4.967	— 9.249	+ 5.401	— 8.820
			+ 1109.296	+ 41.325	+ 1150.619
				— 0.03734	

Послѣднее преобразованное ур—іе даетъ

$$k_4 = -\frac{41.325}{1109.296} = -0.03734$$

А затѣмъ находимъ:

$$k_3 = +1.0874 - 1.8624 \times k_1 = +1.15691$$
$$k_2 = +0.1500 - 13.6667 \times k_1 - 0.6667 \times k_3 = -0.11099$$
$$k_1 = -1.425 + 7.750 \times k_1 \; . \; - 0.500 \times k_2 = -1.6590$$

Подставляя эти значенія коррелатъ въ ур—ія (82), находимъ поправки:

$$(1) = -1.659 - 4.4 \times 0.0373 \qquad = -1''.823$$
$$(2) = -1.659 - 0.111 + 5.4 \times 0.0373 \; = -1.569$$
$$(3) = -1.659 - 0.111 \qquad = -1.770$$
$$(4) = -0.111 + 1.157 \qquad = +1.048$$
$$(5) = -0.111 + 1.157 - 30.9 \times 0.0373 = -0.106$$
$$(6) = +1.157 + 2.2 \times 0.0373 \qquad = \; 1.239$$
$$(7) = +1.157 - 3.6 \times 0.0373 \qquad = +1.023$$
$$(8) = -1.659 + 30.0 \times 0\,0373 \qquad = -0.540$$

Конечная повѣрка вычисленій даетъ

$$-[k \, . \, w] = +12.886 \text{ и } [vv] = +12.888$$

Согласіе достаточно хорошее.

Средняя ошибка наблюденія съ вѣсомъ, равнымъ единицѣ будетъ:

$$m = \pm \sqrt{\frac{12.888}{4}} = \pm 1''.78$$

Уравновѣшенные углы будутъ имѣть такія значенія:

$$[1.] = 13^0 \; 5' \; 55''.9$$
$$[2.] = 65 \; 6 \; 11.1$$
$$[3.] = 66 \; 45 \; 14.8$$
$$[4.] = 15 \; 40 \; 39.4$$
$$[5.] = 32 \; 27 \; 54.7$$
$$[6.] = 51 \; 31 \; 38.3$$
$$[7.] = 80 \; 19 \; 47.6$$
$$[8.] = 35 \; 2 \; 38.2$$

Пользуясь этими углами и данной стороной AD, можно найти всѣ стороны и діагонали нашего четыреугольника. Напримѣръ:

$$BC = AD \; . \; \frac{Sin \; [2]}{Sin \; [5]} \; . \; \frac{Sin \; [4]}{Sin \; [7]} \ldots \qquad (84)$$

Числовыя величины будутъ:

$$lg \; AD \ldots . 3.4366361$$
$$lg \; Sin \; [2] \ldots . 9.9576392$$
$$lg \; Sin \; [4] \ldots . 9.4317243$$

$$\begin{aligned} &don\ lg\ Sin\ [5] \ldots . 0.2701978 \\ &don\ lg\ Sin\ [7] \ldots . 0.0062151 \\ &\qquad\qquad lg\ BC \ldots . 3.1024125 \end{aligned}$$

Другія стороны найдутся подобнымъ же путемъ.

Постараемся теперь найти среднюю ошибку, сопровождающую найденный результатъ для стороны BC (или ея логариѳма).

Функція F для даннаго случая будетъ:

$$F = lg\ AD + lg\ Sin\ [2] + lg\ Sin\ [4] - lg\ Sin\ [5] - lg\ Sin\ [7] \ldots . \qquad (85)$$

Подставляя въ равенство (85) вмѣсто уравновѣшенныхъ величинъ измѣренныя, находимъ затѣмъ производныя f отъ F по l, согласно равенствъ *(f)*. Полагая AD безошибочнымъ, получимъ:

$$\begin{aligned} f_2 &= \frac{\partial F}{\partial 2} = \quad Mod\ Ctg\ 2 . 10^7\ Sin\ 1'' = 9.77 \\ f_4 &= \frac{\partial F}{\partial 4} = \quad Mod\ Ctg\ 4 . 10^7\ Sin\ 1'' = 75.02 \\ f_5 &= \frac{\partial F}{\partial 5} = -Mod\ Ctg\ 5 . 10^7\ Sin\ 1'' = -33.09 \\ f_7 &= \frac{\partial F}{\partial 7} = -Mod\ Ctg\ 7 . 10^7\ Sin\ 1'' = -3.59\ ^1). \end{aligned}$$

Слѣдовательно,

$$[af] = +9.97, \quad [bf] = +51.70, \quad [cf] = +3834, \quad [df] = -1089.16$$
$$[ff] = 6837.31$$

здѣсь a—коэффиціенты перваго ур—ія (80), b—второго и т. д.

Далѣе, согласно формулѣ (77), нужно найти:

$$[ff] - \frac{[af]^2}{[aa]} - \frac{[bf . 1]^2}{[bb . 1]} - \ldots .$$

Вспоминая образованіе символическихъ выраженій въ скобкахъ, можемъ написать для нашего случая:

$$\begin{aligned} [ff . 4] &= [ff . 3] - \frac{[df . 3]^2}{[dd . 3]} \\ [ff . 3] &= [ff . 2] - \frac{[cf . 2]^2}{[cc . 2]} \end{aligned}$$

---

[1]) Такъ какъ логариѳмы *Sin* даны при основаніи 10, то при дифференцированіи нужно перейти къ натуральнымъ логариѳмамъ,—отсюда и входитъ модуль *Mod. A* чтобы f выражались въ 7-мъ десятичномъ знакѣ логариѳма, введенъ множитель 10^7.—Приближенно значенія f получатся, какъ измѣненія *lg Sin* угла на $1''$.

$$[ff.2]=[ff.1]-\frac{[bf.1]^2}{[bb.1]}$$

$$[ff.1]=[ff]-\frac{[af]^2}{[aa]}\ \text{т.-е.}$$

$$[ff.4]=[ff]-\frac{[af]^2}{[aa]}-\frac{[bf.1]^2}{[bb.1]}-\frac{[cf.2]^2}{[cc.2]}-\frac{[df.3]^2}{[dd.3]}\ldots \qquad (86)$$

Тождество (86) указываетъ, что если мы въ ур—іяхъ (83) извѣстные члены w замѣнимъ черезъ $[af]$, $[bf]$ и т. д. и припишемъ къ нимъ внизу коэффиціенты

$$[af]\quad [bf]\quad [cf]\quad [df]\quad [ff],$$

то въ результатѣ преобразованія по схемѣ Гауса получимъ $[ff.4]$.

Схематически система коэффиціентовъ, подлежащихъ преобразованію по способу Гаусса представится въ видѣ:

$[aa]$	$[ab]$	$[ac]$	$[ad]$	$[af]$
$[ab]$	$[bb]$	$[bc]$	$[bd]$	$[bf]$
$[ac]$	$[bc]$	$[cc]$	$[cd]$	$[cf]$
$[ad]$	$[bd]$	$[cd]$	$[dd]$	$[df]$
$[af]$	$[bf]$	$[cf]$	$[df]$	$[ff]$

Само преобразованіе значительно упрощается тѣмъ, что большую часть чиселъ можно взять изъ предыдущаго рѣшенія нормальныхъ ур—ій коррелатъ.

Все преобразованіе помѣщено въ слѣдующей таблицѣ стр. 399.

Такимъ образомъ

$$[ff.4]=[ff]-\left\{\frac{[af]^2}{[aa]}+\frac{[bf.1]^2}{[bb.1]}+\frac{[cf.2]^2}{[cc.2]}+\frac{[df.3]^2}{[dd.3]}\right\}=3570.3$$

А поэтому квадратъ средней ошибки нашей функціи будетъ:

$$m_f{}^2=m^2.[ff.4]=3.222\times 3570.3=11503.4$$

здѣсь m средняя ошибка единицы вѣса, найденная нами выше.

Итакъ,

$$m_f=\pm 107.2$$

Слѣдовательно, можно написать.

$$lg\ BC=3.1024125\pm 107.2$$

+ 4.000	+ 2.000 — 0.500	.	— 31.000 + 7.750	+ 9.970 — 2.492	— 15.030
+ 2.000 — 2.000	+ 4.000 — 1.000	+ 2.000 .	+ 25.500 + 15.500	+ 51.700 — 4.985	+ 85.200 + 7.515
. .	+ 2.000 .	+ 4.000 .	+ 32.300 .	+ 38.340 .	+ 76.640 .
— 31.000 + 31.000	+ 25.500 + 15.500	+ 32.300 .	+ 1919.130 — 240.250	— 1089.160 + 77.252	+ 856.770 — 116.481
+ 9.970 — 9.970	+ 51.700 — 4.985	+ 38.340 .	— 1089.160 + 77.252	+ 6837.310 — 24.845	+ 5848.160 + 37.455

+ 3.000	+ 2.000 — 0.6667	+ 41.000 — 13.667	+ 46.715 — 15.5717	+ 92.715
+ 2.000 — 2.000	+ 4.000 — 1.333	+ 32.300 — 27.333	+ 38.340 — 31.143	+ 76.640 — 61.810
+ 41.000 — 41.000	+ 32.300 — 27.333	+ 1678.880 — 560.335	— 1011.908 — 638.439	+ 740.289 — 1267.108
+ 46.715 — 46.715	+ 38.340 — 31.143	— 1011.908 — 688.439	+ 6812.465 — 727.431	+ 5885.615 — 1443.729

+ 2.667	+ 4.967 — 1.8624	+ 7.197 — 2.6985	+ 14.830
+ 4.967 — 4.967	+ 1118.545 — 9.249	— 1650.347 — 13.403	— 526.819 — 27.619
+ 7.197 — 7.197	— 1650.347 — 13.403	+ 6085.034 — 19.419	+ 4441.886 — 40.018

+ 1109.296	— 1663.750 + 1.49982	— 554.438
— 1663.750 — 1663.750	+ 6065.615 — 2495.324	+ 4401.868 — 831.586

+ 3570.291	+ 3570.282

Или, переходя отъ логарифмовъ къ числамъ:

$$BC = 1265.939 \pm 0.031$$

Если бы пожелать опредѣлить среднюю ошибку другой какой-нибудь стороны, или угла, то поступать нужно точно такимъ же путемъ; тутъ только величины f, а значитъ и $[af]$ и т. д. будутъ другія.

Обоснованіе способа наименьшихъ квадратовъ.

Мы указывали, что система поправокъ, полученная по способу наименьшихъ квадратовъ, будетъ вѣроятнѣйшей. Чтобы это показать, приведемъ сначала нѣкоторыя свѣдѣнія изъ теоріи вѣроятностей, въ дополненіе къ тому, что было уже сказано въ теоріи ошибокъ.

Вѣроятность сложнаго событія. *Сложнымъ событіемъ* будемъ называть такое событіе, которое представляетъ собою *совмѣстное появленіе* двухъ или нѣсколькихъ другихъ независимыхъ другъ отъ друга событій, называемыхъ по отношенію къ первому *простыми событіями*. Эти простыя событія, разумѣется, могутъ быть въ свою очередь сложными по отношенію къ какимъ-либо другимъ событіямъ. Допустимъ, что имѣемъ двѣ урны, содержащія первая m_1—красныхъ и m_2—бѣлыхъ, а вторая m_3—красныхъ и m_4—бѣлыхъ шаровъ; одновременно вынимается два шара, по одному изъ каждой урны. Опредѣлить вѣроятности того, что оба заразъ вынутые шара будутъ красными. Каждый красный шаръ первой урны можетъ быть сочетаемъ: 1) съ каждымъ краснымъ шаромъ второй урны, — это будетъ число $m_3 . 1$, а потому общее число всѣхъ благопріятныхъ статочностей выразится такъ: $m_3 + m_3 + m_3 \ldots$. всего въ суммѣ будетъ m_1 слагаемыхъ, и сумма будетъ равно $m_3 . m_1$; 2) каждый шаръ первой урны можетъ сочетаться съ каждымъ шаромъ второй урны, а потому, обозначая $m_1 + m_2 = \mu_1$ и $m_3 + m_4 = \mu_2$, найдемъ число всѣхъ возможныхъ статочностей въ видѣ $\mu_1 \mu_2$. Искомая вѣроятность p будетъ

$$p = \frac{m_1 . m_3}{\mu_1 . \mu_2} = \frac{m_1}{\mu_1} . \frac{m_3}{\mu_2}$$

Но такъ какъ $\frac{m_1}{\mu_1} = p_1$ есть вѣроятность появленія краснаго шара изъ первой, а $\frac{m_3}{\mu_2} = p$ вѣроятность появленія краснаго шара изъ второй урны, то

$$p = p_1 . p_2$$

т.-е. вѣроятность сложнаго событія, состоящаго изъ совмѣстнаго появленія двухъ простыхъ, независимыхъ событій, равна произведенію вѣроятностей простыхъ событій, взятыхъ каждое въ отдѣльности.

Очевидно, что эта теорема можетъ быть постепенно распространена и на совмѣстное появленіе трехъ или нѣсколькихъ событій, если только совмѣстное появленіе сперва первыхъ двухъ, затѣмъ первыхъ трехъ и т. д. будемъ считать за простое событіе.

Вѣроятность случайной погрѣшности. Вѣроятность того, что нѣкоторое наблюденіе содержитъ ошибку, равную нулю, т.-е. что оно совершенно безошибочно, равно нулю. Вѣроятность же того, что нѣкоторое наблюденіе содержитъ ошибку, не превосходящую величину Δ, — т.-е. заключающуюся по абсолютной величинѣ между 0 и Δ, на основаніи свойствъ случайныхъ ошибокъ, можно принять равной нѣкоторой функціи ошибки Δ, т. е. $f(\Delta)$. Тогда вѣроятность того, что наблюденіе содержитъ ошибку, заключающуюся между 0 и $\Delta + d\Delta$ будетъ $f(\Delta + d\Delta)$.

Имѣя въ виду, что Δ вообще малая величина, можно пользуясь стройкой Тейлора, написать, ограничиваясь членами перваго порядка, что

$$f(\Delta + d\Delta) = f(\Delta) + f'(\Delta) . d\Delta.$$

Но съ другой стороны, на основаніи теоремы о сложеніи вѣроятностей можно $f(\Delta + d\Delta)$ разсматривать какъ вѣроятность ошибки, заключающейся между 0 и Δ, сло-

женной съ вѣроятностью ошибки, заключающейся между Δ и $\Delta + d\Delta$, а такъ какъ вѣроятность ошибки между 0 и Δ есть $f(\Delta)$, то $f'(\Delta) . d\Delta$ есть вѣроятность того, что ошибка заключается между безконечно близкими предѣлами Δ и $\Delta + d\Delta$. Полагая теперь $f'(\Delta) = \varphi(\Delta)$ получимъ, что та же вѣроятность p ошибки между Δ и $(\Delta + d\Delta)$ будетъ

$$p = \varphi(\Delta) . d\Delta \quad . . . . . (87)$$

Далѣе вѣроятность, что ошибка заключается между какими либо предѣлами α и β равна, по теоремѣ о сложеніи вѣроятностей, суммѣ дифференціальныхъ элементовъ $\varphi(\Delta) . d\Delta$, взятой между этими предѣлами а потому разсматриваемая вѣроятность есть сумма вида

$$P_{\alpha,\beta} = \sum_{\Delta=\alpha}^{\Delta=\beta} \varphi(\Delta) . d\Delta,$$

гдѣ суммированіе распространяется на всѣ значенія Δ, заключающіяся между предѣлами α и β, находящимися въ видѣ значеній, свойственныхъ ошибкѣ Δ, т. е. въ рядѣ вида:

$$-\infty, ... -2\,d\Delta, -d\Delta, 0, d\Delta, 2\,d\Delta, ... +\infty.$$

Такая сумма равносильна интегралу, взятому между предѣлами α и β; а потому вѣроятность того, что ошибка Δ заключается между предѣлами α и β будетъ

$$P_{\alpha,\beta} = \int_{\alpha}^{\beta} \varphi(\Delta) . d\Delta \quad . . . . . (88)$$

Такъ какъ съ другой стороны достовѣрно, что произвольно взятая погрѣшность Δ будетъ заключаться между предѣлами $-\infty$ и $+\infty$, то, полагая нъ равенствѣ (88) $\alpha = -\infty$ и $\beta = +\infty$, найдемъ

$$1 = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\Delta) . d\Delta \quad . . . . . (89)$$

Вѣроятность ожидаемаго результата измѣренія. Вѣроятность того, что измѣряемая величина x получитъ значеніе, равное a, равносильна вѣроятности того, что наблюденіе a содержитъ ошибку $\Delta = x - a$, а потому *вѣроятность* ожидаемаго *результата* a будетъ

$$\varphi(x - a) . dx.$$

Опредѣленіе вида функціи $\varphi(\Delta)$. Такъ какъ вѣроятность данной (опредѣленной величины) ошибки Δ въ ряду безконечно большого числа всевозможныхъ ея значеній безконечно мала, то понятно, что если ошибка Δ безконечно мало измѣнится и приметъ значеніе $\Delta + d\Delta$, то и вѣроятность ошибки Δ также измѣнится безконечно мало, а потому относительно функціи $\varphi(\Delta)$ можно сказать, что она функція *непрерывная*. Далѣе, въ виду того, что съ увеличеніемъ абсолютной величины ошибки вѣроятность ея уменьшается и наоборотъ,—функція $\varphi(\Delta)$ есть *убывающая* функція. Наконецъ, такъ какъ ошибки $+\Delta$ и $-\Delta$ должны быть одинаково вѣроятны, другими словами $\varphi(\Delta)$ не должно измѣняться отъ замѣны въ ней $+\Delta$ на $-\Delta$, то $\varphi(\Delta)$ — функція *четная*. Итакъ, $\varphi(\Delta)$ должно быть функціею непрерывно убывающей и четной

Если надъ величиною x сдѣлано n наблюденій и полученъ рядъ числовыхъ значеній $a_1, a_2, a_3 . . . . . a_n$, то это равносильно тому, что существуетъ нѣкоторый рядъ ошибокъ вида:

$$\Delta_1 = x - a_1, \ \Delta_2 = x - a_2, \ \Delta_3 = x - a_3 . . . . . \Delta_n = x - a_n \quad . . . . . (\Delta)$$

Рядъ этотъ останется неизвѣстнымъ, пока не придано какого-либо опредѣленнаго значенія наблюдаемой величинѣ x. Всякому предположенію относительно неизвѣстной

величины x должна соотвѣтствовать опредѣленная система ошибокъ вида (Δ), т. е. иначе,—всякая гипотеза объ истинномъ значеніи x должна приводить къ сложному событію, состоящему въ совмѣстномъ появленіи n ошибокъ. Вѣроятность ошибки Δ выражается чрезъ $\varphi(\Delta) . d\Delta$, вѣроятность же совмѣстнаго существованія независимыхъ другъ отъ друга ошибокъ $\Delta_1, \Delta_2 \ldots\ldots \Delta_n$, выразится такъ:

$$P = \varphi(\Delta_1) . \varphi(\Delta_2) . \varphi(\Delta_3) \ldots\ldots \varphi(\Delta_n) . d\Delta_1 . d\Delta_2 . d\Delta_3 \ldots\ldots d\Delta_n \quad \ldots\ldots\ldots (89)\text{ bis.}$$

Изъ всѣхъ возможныхъ гипотезъ о вѣроятнѣйшемъ значеніи x та будетъ наиболѣе вѣроятною, для которой вѣроятность P существованія системы ошибокъ вида (Δ) окажется наибольшею.

Такимъ образомъ, вопросъ о вѣроятнѣйшемъ значеніи измѣряемой величины x сводится къ отысканію maximum'a вѣроятности P существованія ряда (Δ) ошибокъ Δ но для maximum'a P достаточно, чтобы соблюдалось условіе

$$\varphi(\Delta_1) . \varphi(\Delta_2) . \varphi(\Delta_3) \ldots\ldots \varphi(\Delta_n) = max.,$$

или все равно для натуральнаго логарнѳма этого произведенія, т. е.

$$l\varphi(\Delta_1) + l\varphi(\Delta_2) + l\varphi(\Delta_3) + \ldots\ldots + l\varphi(\Delta_n) = max.$$

Поэтому для нахожденія вѣроятнѣйшаго значенія x получится уравненіе

$$\frac{d}{d\Delta_1}\left\{ l\varphi(\Delta_1) \right\} + \frac{d}{d\Delta_2}\left\{ l\varphi(\Delta_2) \right\} + \frac{d}{d\Delta_3}\left\{ l\varphi(\Delta_3) \right\} + \ldots\ldots + \frac{d}{d\Delta_n}\left\{ l\varphi(\Delta_n) \right\} = 0. \quad \ldots (90)$$

Съ другой стороны, намъ извѣстно, что согласно второму свойству случайныхъ ошибокъ, истинное значеніе измѣряемой величины x также должно опредѣлиться по равенству $\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 + \ldots + \Delta_n = 0$. . . . . (91.

Одновременно удовлетворить этимъ равенствомъ (90) и (91) мы можемъ, принявъ между прочимъ

$$\frac{d}{d\Delta}\left\{ l\varphi(\Delta) \right\} = \alpha . \Delta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (92)$$

гдѣ α постоянный коэффиціентъ пропорціональности, зависящей отъ точности наблюденій.

Интегрируя равенство (92) и принимая во вниманіе равенство (89), найдемъ [1]).

$$\varphi(\Delta) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2\Delta^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (93)$$

гдѣ h — постоянное количество, вошедшее при интегрированіи.

Вѣроятность того, что погрѣшность отдѣльнаго наблюденія заключается въ предѣлахъ $\pm s$, выражается по равенству (88) чрезъ

$$P = \int_{-s}^{+s} \varphi(\Delta) . d\Delta,$$

а согласно равенству (93) она приметъ видъ

$$P = \frac{h}{\sqrt{\pi}} \int_{-s}^{+s} e^{-h^2\Delta^2} d\Delta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (94)$$

Замѣчая, что подъинтегральная функція четная, и полагая $h\Delta = t$, найдемъ $hd\Delta = dt$, при $\Delta = o$ и $t = o$, а при $\Delta = s$, $t = hs$, а потому

$$P = \frac{2h}{h\sqrt{\pi}} \int_{0}^{+hs} e^{-t^2} . dt \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (95)$$

---

[1]) См. курсы теоріи вѣроятностей, или *Ѳ. А. Слудскій*—Лекціи по высшей геодезіи.

и такъ какъ опредѣленный интегралъ зависитъ отъ предѣловъ, то можно написать, что

$$P = F(hs) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (96)$$

Такимъ образомъ, допущенное нами условіе, что величина погрѣшности наблюденія можетъ измѣняться въ предѣлахъ отъ $-\infty$ до $+\infty$ приводитъ насъ къ заключенію: 1) вѣроятность того, что ошибка наблюденія приметъ однако какое-либо опредѣленное (заранѣе данное) числовое значеніе, — *безконечно мала*, 2) вѣроятность P того, что ошибка наблюденія *не* выйдетъ за данные предѣлы $\pm s$, (а останется между ними) выражается вполнѣ опредѣленнымъ числомъ, зависящимъ отъ выбранныхъ предѣловъ, 3) вѣроятность Q того, что ошибка наблюденія выйдетъ за данные предѣлы $\pm s$, какъ вѣроятность противоположнаго событія равна $(1 - P)$. 4) Такъ какъ величина вѣроятности можетъ измѣняться между предѣлами o и 1, то и существованіе ошибки наблюденія въ намѣченныхъ предѣлахъ можетъ быть явленіемъ, измѣняющимся отъ *достовѣрно неосуществимаго* ($p = o$) до *достовѣрно осуществимаго* ($p = 1$); при этомъ оно можетъ быть и *маловѣроятнымъ* (неправдоподобнымъ), когда $p < 1/2$ и *достаточно вѣроятнымъ* (правдоподобнымъ), когда $p > 1/2$. На практикѣ достовѣрно осуществимые предѣлы $\pm\infty$ возможной величины погрѣшности суживаются до нѣкоторой конечной величины $\pm L$, зависящей отъ условій наблюденія; такъ, напримѣръ, при измѣреніи угла десятисекуннымъ теодолитомъ, не считаютъ возможной ошибку въ 1^0 и даже въ $1'$, а потому вѣроятность того, что ошибка наблюденія лежитъ между $-L$ и $+L$ считаютъ даже равной единицѣ, а вѣроятность того, что она лежитъ за предѣлами, т.-е. между $\pm L$ и $\pm\infty$, равной 0. Изъ всѣхъ возможныхъ величинъ для предѣловъ случайной ошибки (какъ теоретическихъ, такъ и практическихъ) заслуживаетъ вниманія та величина ихъ, относительно которой нельзя сказать ни того, что ошибка наблюденія лежитъ между ними, ни того, что она выходитъ за эти предѣлы. Величина такого предѣла ошибки характеризуется его вѣроятностію

$$P = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{+hr} e^{-t^2} . dt = 0{,}5$$

(равной половинѣ); эта величина стоитъ на границѣ между маловѣроятными и достаточно вѣроятными предѣлами ошибки наблюденія.

Эту величину $s = r$ принято называть *вѣроятной ошибкой*[1]), которую можно характеризовать такъ: *вѣроятная ошибка есть предѣлъ s, выбранный такъ, что съ одинаковой вѣроятностію можно утверждать, что погрѣшность отдѣльнаго наблюденія будетъ заключаться въ предѣлахъ $\pm s$, такъ и то что она выйдетъ изъ этихъ предѣловъ, т.-е. по абсолютной величинѣ превзойдетъ s.* Очевидно, что вѣроятная ошибка можетъ характеризовать данный рядъ наблюденій.

Если имѣемъ данный рядъ наблюденій и объ ошибкахъ наблюденій этого ряда можно сказать, съ вѣроятностію равной половинѣ, что среди нихъ встрѣтятся ошибки большія данной ошибки r, а также и ошибки меньшія r, т. е. одинаково вѣроятно, какъ то, что каждое отдѣльное наблюденіе (даннаго ряда наблюденій) содержитъ ошибку, не превышающую r, такъ и то, что оно содержитъ ошибку, превышающую ее, то такую ошибку r принято называть *вѣроятною* ошибкою даннаго ряда наблюденій.

Практически вѣроятную ошибку находятъ такъ: располагаютъ всѣ погрѣшности (уклоненія отъ ариѳметической средины x_0 каждаго изъ наблюденій $a_1, a_2 \ldots\ldots a_n$) въ рядъ по ихъ возрастающей абсолютной величинѣ; тогда вѣроятною ошибкою въ этомъ ряду будетъ та, которая стоитъ по серединѣ ряда (при четномъ числѣ ошибокъ берется полусумма ошибокъ, находящихся въ серединѣ ряда, равноудаленныхъ отъ начала и конца).

---

[1]) Французскіе геометры называютъ ее *l'erreur toyenne à crainder* (см. геодезію *А. Болотова*. Спб. 1849. Ч. II).

Мѣра точности наблюденія. Пусть имѣемъ два наблюденія. произведенныя при различныхъ условіяхъ, надъ величиною x и пусть оказалось, что вѣроятность P того, что ошибка перваго наблюденія не превышаетъ нѣкоторой величины α, равна вѣроятности P того, что ошибка второго наблюденія не превышаетъ величины 2α, 3α....., т. е. величины вдвое, втрое,..... большей α, тогда первое наблюденіе считаютъ вдвое, втрое,..... точнѣе, чѣмъ второе наблюденіе. Такое положеніе можно объяснить себѣ тѣмъ, что вѣроятность P есть дробь, числитель которой указываетъ число статочностей, благопріятствующихъ данному обстоятельству, а знаменатель — число всѣхъ равновозможныхъ статочностей, свойственныхъ данному событію; а потому если $P = P_1 = \frac{m}{n}$ то обѣ вѣроятности выражаются однимъ и тѣмъ же числомъ, которое для разсматриваемаго нами случая можно понимать еще и такъ: надъ величиною x сдѣлано два ряда наблюденій, по n наблюденій въ каждомъ, въ первомъ рядѣ наблюденій встрѣчается m ошибокъ равныхъ α, а во второмъ—m ошибокъ, равныхъ 2α (3α, 4α.....), т. е. при одинаковомъ общемъ числѣ n ошибокъ, первый рядъ содержитъ то же число m меньшихъ ошибокъ, равныхъ α, что и второй рядъ—большихъ ошибокъ $= 2\alpha$ (3α, 4α,....); но ошибки второго ряда, вдвое, втрое,.... грубѣе ошибокъ перваго ряда, а потому за *мѣру точности* даннаго наблюденія и принимаютъ число $h = \frac{1}{\alpha}$. Для двухъ вышеуказанныхъ наблюденій будемъ имѣть $h = \frac{1}{\alpha}$ и $h' = \frac{1}{2\alpha}$, а слѣдовательно $h : h' = \frac{1}{\alpha} : \frac{1}{2\alpha}$ или $h : h' = 2 : 1$, откуда $h = 2h'$, т. е. мѣра точности перваго наблюденія вдвое больше чѣмъ мѣра точности второго, или короче—первое наблюденіе вдвое точнѣе второго. Количество h, вошедшее въ равенство (93) при интегрированіи, осталось безъ поясненій покажемъ, что оно зависитъ отъ точности наблюденій; вѣроятность того, что ошибка Δ не превосходитъ α, будетъ

$$P = \frac{2h}{\sqrt{\pi}} \int_{\Delta=0}^{\Delta=\alpha} e^{-h^2\Delta^2} . d\Delta$$

Полагая $h\Delta = t$, имѣемъ $h\ d\Delta = dt$ или $d\Delta = \frac{dt}{h}$. При $\Delta = 0$ получаемъ $t = 0$, а при $\Delta = \alpha$ найдемъ $t = h\alpha$, вслѣдствіе чего

$$P = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\alpha h} e^{-t^2} . dt.$$

Для другого наблюденія пусть параметръ h имѣетъ значеніе h', тогда вѣроятность P того, что ошибка не превосходитъ α', будетъ

$$P' = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\alpha' h'} e^{-t^2} dt.$$

Наложимъ на ошибки α и α' условіе $P = P'$; изъ него вытекаетъ, что $\alpha h = \alpha' h'$ или

$$\frac{h}{h'} = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

т. е. *количества h и h' обратно пропорціональны абсолютнымъ величинамъ ошибокъ наблюденія и слѣдовательно прямо пропорціональны мѣрамъ точности.*

Кривая и таблица вѣроятностей ошибокъ. Приравниваемъ $\varphi(\Delta) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2\Delta^2}$ новой перемѣнной y, т. е. возьмемъ уравненіе вида

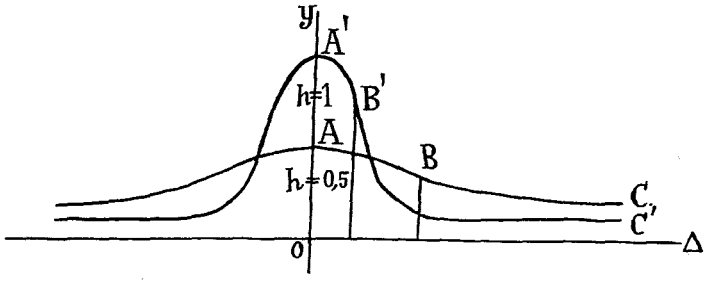
$$y = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2\Delta^2}$$

построимъ кривую, выражающуюся этимъ уравненіемъ, относя ее къ прямоугольнымъ осямъ координатъ y и Δ (черт. II). Для различныхъ значеній h получимъ различныя кривыя.

Такую кривую принято называть *кривою вѣроятностей ошибокъ*. Такъ какъ y, при положительномъ и отрицательномъ Δ, остается всегда положительнымъ, то кривая располагается всегда по одну сторону оси Δ. Кривая симметрично располагается относительно оси y, такъ какъ $y = \varphi(\Delta) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2\Delta^2}$ четная функція (см. второе свойство случайныхъ ошибокъ).

При $\Delta = 0$ ордината кривой $y = \frac{h}{\sqrt{\pi}}$; съ возрастаніемъ Δ отъ 0 до $\pm\infty$, ордината y бываетъ до 0, ибо y есть функція убывающая, а потому ось абсциссъ Δ должна служить ассимптотою для кривой.

На чертежѣ II изображены кривыя ABC и $A'B'C'$, соотвѣтствующія $h = 0{,}5$ и $h = 1$. Такъ какъ точки перегиба кривыхъ, въ которыхъ ихъ выпуклости смѣняются



Черт. II.

вогнутостью, получаются при тѣхъ значеніяхъ независимыхъ перемѣнныхъ, при которыхъ вторыя производныя y (въ уравненіи кривой) обращаются въ нуль, то находимъ

$$\frac{dy}{d\Delta} = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2\Delta^2}\left(-2h^2\Delta\right) = -\frac{2h^3}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2\Delta^2} \cdot \Delta$$

$$\frac{d^2y}{d\Delta^2} = -\frac{2h^3}{\sqrt{\pi}}\left[e^{-h^2\Delta^2} + \Delta . e^{-h^2\Delta^2}\left(-2h^2\Delta\right)\right] = \frac{2h^3}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2\Delta^2}(2h^2\Delta^2 - 1);$$

$\frac{d^2y}{d\Delta^2}$ обратится въ нуль при $2h^2\Delta^2 - 1 = 0$ или при $\Delta = \pm\frac{1}{h\sqrt{2}}$. Точки B и B', получающіяся на чертежѣ при этихъ значеніяхъ Δ, и служатъ точками перегиба.

На чертежѣ вѣроятность ошибки Δ или лучше сказать, вѣроятность того, что ошибка заключается въ предѣлахъ Δ и $\Delta + d\Delta$, равная по предыдущему

$$\frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2\Delta^2} d\Delta = \varphi(\Delta) . d\Delta$$

представится въ видѣ площади прямоугольника, котораго высота равна ординатѣ y кривой, а основаніе равно $d\Delta$. Нашъ чертежъ показываетъ, что эта вѣроятность быстро уменьшается съ увеличеніемъ числовой величины Δ и тѣмъ быстрѣе, чѣмъ h больше.

Вѣроятность же того, что абсолютная величина ошибки не превышаетъ α, т. е.

$$P = \frac{h}{\sqrt{\pi}} \int_{\Delta=-\alpha}^{\Delta=+\alpha} \varphi(\Delta) . d\Delta = \frac{2h}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\alpha} e^{-h^2\Delta^2} d\Delta$$

представится площадью, снизу ограниченною осью Δ сверху — кривою, а съ боковъ — двумя ординатами, соотвѣтствующими абсциссамъ $\Delta = +\alpha$ и $\Delta = -\alpha$. Чертежъ показы-

ваетъ, что эта вѣроятность измѣняется значительно только при маломъ α, а затѣмъ весьма медленно, и что меньшей по абсолютной величинѣ ошибкѣ Δ соотвѣтствуетъ большее значеніе y.

Одновременно съ кривою вѣроятностей ошибокъ разсматриваютъ обыкновенно еще таблицу вѣроятностей ошибокъ, заключающую въ себѣ рядъ числовыхъ значеній интеграла P при различныхъ значеніяхъ α. Вычисленіе числовыхъ значеній интеграла P производится при этомъ посредствомъ[1]) разложенія въ рядъ функціи e^{-t^2}

Если положить $h\Delta = t$, то интегралъ принимаетъ видъ

$$P = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\alpha h} e^{-t^2} \cdot dt.$$

Для этого вида P приводимъ таблицу его числовыхъ значеній, расположенныхъ по возрастающимъ значеніямъ аргумента $t = \alpha h$.

$t = \alpha h$	P	Разности.
0.0	0.000	
		. . . 0.223
0.2	0.223	
		. . . 0.205
0.4	0.428	
		. . . 0.176
0.6	0.604	
		. . . 0.138
0.8	0.742	
		. . . 0.101
1.0	0.843	
		. . . 0.067
1.2	0.910	
		. . . 0.042
1.4	0.952	
		. . . 0.024
1.6	0.976	
		. . . 0.013
1.8	0.989	
		. . . 0.006
2.0	0.995	

Изъ этой краткой таблицы видно, что P сначала быстро приближается къ своему предѣлу, равному единицѣ, и, при $t = 2$, отличается отъ него только на 0,005; затѣмъ, если эту таблицу продолжить для значенія t отъ $t = 2$ до $t = \infty$, то легко увидѣть, что величина P, при измѣненіи t отъ 2 до до 4, измѣняется весьма мало, а при измѣненіи аргумента t отъ 4 до ∞ измѣненіи P почти неуловимы.

Такъ какъ $P = m : n$, то по предыдущей таблицѣ можно также опредѣлить *число m ошибокъ*, не превосходящихъ данной величины α въ извѣстномъ числѣ n одинаково точныхъ наблюденій, для которыхъ мѣра точности h дана. Такъ, при $h = 1$ и числѣ n всѣхъ наблюденій $= 1000$, можно на основаніи этой таблицы утверждать, что въ 1000 ошибкахъ

428 ошибокъ будутъ меньше 0,4
843 „ „ „ 1,0
995 „ „ „ 2,0;
а также что 205 „ „ заключаться между 0,2 и 0,4
6 „ „ „ „ 1,8 и 2,0.

[1]) См. Курсъ Высшей Геодезіи Іордана, переводъ А. Бикъ, стр. 100.

По болѣе подробной таблицѣ, чѣмъ вышеприведенная, можно найти, что $P=\frac{1}{2}$ при аргументѣ $t=\alpha/h=0{,}4769$. Такъ какъ мы ранѣе ошибку α, для которой $P=0{,}5$, назвали вѣроятной ошибкой, и обозначили ее черезъ r, то этимъ постояннымъ числомъ 4,0769, обозначаемымъ обыкновенно черезъ ρ, опредѣляется *соотношеніе между вѣроятной ошибкой r наблюденія и его мѣрою точности h*, такъ какъ $rh=\rho$; откуда

$$h=\frac{\rho}{r} \text{ и } r=\frac{\rho}{h},$$

т. е. чѣмъ болѣе мѣра точности h наблюденія, тѣмъ менѣе вѣроятная ошибка его r.

Установимъ теперь *связь между вѣроятной r и средней ошибкой m* для даннаго ряда равноточныхъ наблюденій. Для чего допустимъ, что для ряда равноточныхъ наблюденій справедливость формулы $h=0{,}4769:r$ не нарушается.

Связь эта найдется, если найдемъ соотношеніе между мѣрою точности h и среднею ошибкою $m=\sqrt{\frac{[\Delta^2]}{n}}$ или суммою $[\Delta^2]$ квадратовъ истинныхъ ошибокъ наблюденій. Дѣйствительно, $h=\rho:r$ и $m^2=[\Delta^2]:n$, а потому, найдя соотношеніе между h и $[\Delta^2]$ и пользуясь только что приведенными двумя равенствами, можно установить связь между r и m. Соотношеніе между h и $[\Delta^2]$ находится изъ слѣдующихъ соображеній. Мѣра точности h — неизвѣстная величина; она подлежитъ нашему опредѣленію наравнѣ съ измѣряемой величиной x. Въ виду трудности нахожденія истинной величины h будемъ довольствоваться *наивѣроятнѣйшимъ ея значеніемъ*, подобно тому, какъ это уже имѣло мѣсто для самой измѣряемой величины x. На практикѣ обыкновенно и пользуются одними и тѣми же наблюденіями, какъ для нахожденія вѣроятнѣйшей величины h, такъ и вѣроятнѣйшаго значенія x.

Вѣроятность того, что при n равноточныхъ наблюденіяхъ произойдетъ система ошибокъ Δ_1, Δ_2, Δ_3.... Δ_n будетъ вѣроятностью сложнаго событія, состоящаго изъ *совмѣстнаго появленія* этихъ ошибокъ въ данномъ рядѣ, и вѣроятность эта p будетъ равна произведенію вѣроятностей каждой изъ этихъ ошибокъ, т. е. представится (при неизмѣняющемся параметрѣ h) въ видѣ

$$p=\left(\frac{h}{\sqrt{\pi}}\right)^n e^{-h^2(\Delta_1^2+\Delta_2^2+\ldots\ldots+\Delta_n^2)}\,.\,d\Delta_1.d\Delta_2\,.\,.\,.\,.\,.\,d\Delta_n\,.$$

Если величины h и x неизвѣстны, то всякому предположенію относительно величинъ h и x соотвѣтствуетъ особая система ошибокъ Δ. Очевидно, что изъ всѣхъ предположеній то будетъ наиболѣе вѣроятно, которое доставитъ p наибольшее значеніе (обратить его въ maximum). Но p зависитъ отъ h и отъ $[\Delta^2]$; а $[\Delta^2]$—отъ величины x.

А потому искомое значеніе h опредѣлится изъ уравненія $\frac{\partial p}{\partial h}=0$; дифференцируя, находимъ

$$e^{-h^2[\Delta^2]}nh^{n-1}-2e^{-h^2[\Delta^2]}h^{n+1}[\Delta^2]=0.$$

Откуда по сокращеніи получимъ

$$nh^{n-1}-2h^{n+1}[\Delta^2]=0$$

или

$$n-2h^2[\Delta^2]=0.$$

Отсюда

$$h^2=\frac{n}{2[\Delta^2]}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{m^2}$$

и

$$h=\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{m};$$

но ранѣе было найдено $h = \frac{\rho}{r} = \frac{0{,}4769}{r}$; слѣдовательно, можно написать новое равенство $\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{m} = \frac{\rho}{r}$, которое даетъ r въ видѣ $r = \sqrt{2} \cdot 0{,}4769 . m$, и окончательно для вычисленія r изъ наблюденій получимъ формулу $r = cm$ или

$$r = 0{,}6745\ m \equiv {}^2/_3\ m, \text{ гдѣ } c \equiv {}^2/_3.$$

Формула эта показываетъ, что *вѣроятная ошибка* приблизительно *равна двумъ третямъ средней квадратической ошибки даннаго ряда наблюденій.*

Подобнымъ же образомъ для отысканія *вѣроятнѣйшаго значенія* величины x беремъ частную производную по x отъ p, т. е. $\frac{\partial p}{\partial x}$ и приравнявъ ее нулю, найдемъ, согласно равенству (Δ), что $[\Delta^2] = (x - a_1)^2 + (x - a_2)^2 + \ldots . (x - a_n)^2$

$$\text{и } \frac{\partial p}{\partial x} = \left(\frac{h}{\sqrt{\pi}}\right)^n . e^{-h^2[\Delta^2]} . (-2h^2) \Big\{ (x - a_1) + (x - a_2) + (x - a_3) + \ldots\ldots\ldots + (x - a_n) \Big\} = 0$$

$$\text{или } \frac{\partial p}{\partial x} = -2 \frac{h^{n+2}}{(\sqrt{\pi})^n} e^{-h^2[\Delta^2]} . \Big\{ nx - [a] \Big\} = 0.$$

Откуда $nx - [a] = 0$ или $x = \frac{[a]}{n} = x_0$, т. е. вѣроятнѣйшее значеніе x есть ариѳметическая середина [1]). Если наблюденія разной точности съ вѣсами $g_1, g_2, \ldots\ldots$ то h имѣетъ различное значеніе для каждой величины Δ; тогда по предыдущему найдемъ $h_1 = h\sqrt{g_1}$, $h_2 = h\sqrt{g_2}$ . . . . . и сумма $[h^2\Delta^2] = h^2[g\Delta^2]$.

Основаніе способа наименьшихъ квадратовъ. Допустимъ, что мы имѣемъ одну или нѣсколько функцій, содержащихъ одни и тѣ же неизвѣстныя величины; послѣдними могутъ быть и независимыя перемѣнныя и параметры, причемъ *число неизвѣстныхъ всегда болѣе числа функцій*, выражающихъ связь между неизвѣстными. Пусть, напр., мы имѣемъ теоретически выведенную зависимость между отмѣткою h данной точки земной поверхности (относительно уровня океана) и показаніемъ барометра b въ ней, въ слѣдующемъ видѣ:

$$h = y \log \frac{x}{b}.$$

Здѣсь h одна функція одной перемѣнной b и двухъ неизвѣстныхъ постоянныхъ величинъ (параметровъ) y и x; пусть требуется найти неизвѣстныя y и x. Единственный пріемъ отысканія неизвѣстныхъ—это рядъ наблюденій надъ величинами h и b. Если бы такихъ наблюденій было сдѣлано *только* два: 1) h_1 и b_1 и 2) h_2 и b_2, то искомыя величины x и y нашлись бы изъ двухъ уравненій:

$$h_1 = y \log \frac{x}{b_1} \text{ и } h_2 = y \log \frac{x}{b_2}.$$

Но допустимъ, что для контроля *наблюденій ихъ сдѣлано значительно болѣе*, чѣмъ нужно съ теоретической точки зрѣнія для отысканія неизвѣстныхъ, и допустимъ, что мы разсматриваемъ болѣе общій случай.

Пусть имѣется функція $u = f(h, y, z, \ldots\ldots)$, заключающая въ себѣ i независимыхъ другъ отъ друга неизвѣстныхъ $x, y, z, \ldots\ldots$; положимъ, что наблюденія дали для этой функціи числовыя значенія $u_1, u_2, u_3, \ldots\ldots u_\mu$. Допустимъ, что наша функція линейная

---

[1]) Для maximum'а p необходимо, чтобы $e^{-h^2[\Delta^2]}$ было max., а для этого нужно, чтобы $h^2[\Delta^2]$ было minimum, т. е. $\frac{\partial[\Delta^2]}{\partial x} = 0$.

относительно неизвѣстныхъ x, y, z,.....т. е. пусть имѣемъ соотношенія между искомыми неизвѣстными и результатами наблюденій въ видѣ

$$\left.\begin{array}{l} a_1 x + b_1 y + c_1 z + \ldots\ldots\ldots - u_1 = 0 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z + \ldots\ldots\ldots - u_2 = 0 \\ a_3 x + b_3 y + c_3 z + \ldots\ldots\ldots - u_3 = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_\mu x + b_\mu y + c_\mu z + \ldots\ldots\ldots - u_\mu = 0 \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(I)}$$

Здѣсь коэффиціенты a_1, b_1,.....a_μ, b_μ, c_μ,..... частію извѣстны теоретически, а частію берутся изъ наблюденій.

Это будетъ *начальная система уравненій*. Если бы этихъ уравненій было числомъ такъ же i, какъ и неизвѣстныхъ, то стоило бы только рѣшить эти i уравненій, чтобы каждая изъ неизвѣстныхъ величинъ x, y, z,.....получила бы только одно значеніе. Обыкновенно же дѣлаютъ число наблюденій μ болѣе числа i неизвѣстныхъ; а потому если изъ μ полученныхъ уравненій взять *произвольныя* уравненія числомъ i, и рѣшить ихъ, то оказалось бы, что каждая новая система i отобранныхъ уравненій давала бы новыя значенія искомымъ величинамъ x, y, z,.....Эти разногласія объясняются тѣмъ, что наши наблюденія даютъ величины u_1, u_2, u_3...u_μ и коэффиціенты съ неизбѣжными случайными ошибками, не равными нулямъ, а потому правыя части равенствъ I должны быть не нули, а нѣкоторыя величины Δ_1, Δ_2,.....Δ_μ намъ неизвѣстныя.

Но вслѣдствіе ошибочности величинъ и наблюдаемыхъ коэффиціентовъ не существуетъ вообще никакой системы неизвѣстныхъ x, y, z,...., которая удовлетворяла бы равенствамъ (I) или, что то же самое, обращала бы всѣ Δ въ нули. А потому *по необходимости* мы должны отрѣшиться отъ того условія, что всѣ Δ были равны нулю, а должны *довольствоваться* такою системою неизвѣстныхъ x, y, z,....., при которой Δ вообще *не равны нулю*. Поставленный такимъ образомъ вопросъ для опредѣленія изъ наблюденія системы неизвѣстныхъ, безъ другихъ дополнительныхъ условій, есть вопросъ неопредѣленный: число неизвѣстныхъ x, y, z,...., Δ_1, Δ_2,.... Δ_μ будетъ $t = \mu + r$, причемъ t всегда болѣе числа уравненій μ. Если же наблюденныя величины весьма близки къ истиннымъ ихъ значеніямъ, то и ошибки Δ близки къ нулямъ, а если это достигнуто, то должно допустить, что и неизвѣстныя x, y, z, ... , также мало отличаются отъ истинныхъ своихъ значеній.

Итакъ, чтобы возможно ближе подойти къ истиннымъ значеніямъ неизвѣстныхъ, необходимо поставить условіе, чтобы каждая ошибка наблюденія въ отдѣльности по абсолютной величинѣ была возможно близка къ нулю. Но если каждая ошибка близка къ нулю, то и сумма первыхъ степеней ошибокъ $[\Delta]$ также будетъ близка къ нулю. Однако, если бы соблюдалось послѣднее условіе, $[\Delta] = 0$, то нельзя еще утверждать, что каждая ошибка Δ близка къ нулю, такъ какъ каждая ошибка можетъ быть достаточно велика, и въ суммѣ она *погашается лишь ошибками съ противоположными ей знаками*. Это замѣчаніе справедливо и по отношенію ко всѣмъ вообще *нечетнымъ степенямъ ошибокъ*. Поэтому, чтобы освободиться отъ вліянія на сумму противоположныхъ знаковъ, необходимо разсматривать суммы *четныхъ* степеней ошибокъ; при этомъ достаточно потребовать, чтобы *сумма квадратовъ ошибокъ результатовъ наблюденій была minimum*, такъ какъ тогда сумма всѣхъ высшихъ четныхъ степеней ошибокъ и подавно будетъ близка къ нулю.

Къ тому же заключенію можно придти и съ помощію теоріи вѣроятностей, а именно:

Для большей общности допустимъ, что произведенныя наблюденія *не* одинаково точны и мѣры точности ихъ—соотвѣтственно h_1, h_2, h_3,.....h_μ.

Относительно значеній неизвѣстныхъ x, y, z, ... можно дѣлать рядъ предположеній или гипотезъ и, очевидно, что для всякой гипотезы относительно неизвѣстныхъ

будетъ возможно получить изъ системы уравненій (I) соотвѣтствующую систему числовыхъ значеній ошибокъ Δ, стоило бы только въ эти уравненія подставить вмѣсто неизвѣстныхъ предполагаемыя величины, а въ правыхъ частяхъ нули замѣнить черезъ Δ. Такимъ образомъ каждая гипотеза относительно неизвѣстныхъ приводитъ насъ къ сложному событію, состоящему изъ совмѣстнаго существованія μ опредѣленныхъ ошибокъ $\Delta_1, \Delta_2, \ldots \Delta_\mu$ вида

$\Delta_k = a_k\, x + b_k\, y + c_k\, z + \ldots - u_k$, гдѣ k принимаетъ рядъ значеній отъ 1 до μ.

Наивѣроятнѣйшая гипотеза, очевидно, будетъ та, для которой вѣроятность существованія системы ошибокъ Δ имѣетъ наибольшее значеніе. Поэтому составимъ выраженіе вѣроятности P совмѣстнаго существованія системы μ ошибокъ Δ.

Какъ извѣстно, она будетъ $P = p_1 p_2 p_3 \ldots p_\mu$ или, такъ какъ

$$p = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2\Delta^2} d\Delta, \text{ то}$$

$$P = \frac{h_1 h_2 h_3 \ldots h_\mu}{(\sqrt{\pi})^\mu} e^{-(h_1^2\Delta_1^2 + h_2^2\Delta_2^2 + \ldots + h_\mu^2\Delta_\mu^2)} \cdot d\Delta_1 . d\Delta_2 \ldots d\Delta_\mu .$$

Для того, чтобы P, при постоянныхъ $h_1, h_2, \ldots h_\mu$ достигло *maximum*'а, достаточно, чтобы сумма

$$h_1^2\Delta_1^2 + h_2^2\Delta_2^2 + \ldots + h_\mu^2\Delta_\mu^2$$

достигла *minimum*'а.

Замѣняя $h_1^2, h_2^2, \ldots h_\mu^2$ черезъ $h^2 g_1, h^2 g_2, \ldots h^2 g_\mu$ [1]), гдѣ h есть мѣра точности наблюденія съ вѣсомъ g, равнымъ единицѣ, получимъ

$$h^2(g_1\Delta_1^2 + g_2\Delta_2^2 + \ldots + g_\mu\Delta_\mu^2) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Въ частномъ случаѣ при одной и той же точности наблюденій мы получили бы вмѣсто (1) выраженіе $\Delta_1^2 + \Delta_2^2 \ldots + \Delta_\mu^2$, представляющее *сумму квадратовъ ошибокъ*, которое должно было бы достигать *minimum*'а для того, чтобы искомыя неизвѣстныя получили бы наивѣроятнѣйшія значенія, почему и самый пріемъ отысканія вѣроятнѣйшихъ значеній неизвѣстныхъ носитъ названіе *способа наименьшихъ квадратовъ*.

Итакъ, отысканіе *maximum*'а P приводитъ къ отысканію *minimum*'а суммы (I) или, что то же самое, къ отысканію *minimum*'а функціи

$$2\theta = \Sigma g\Delta^2 = g_1\Delta_1^2 + g_2\Delta_2^2 + g_3\Delta_3^2 + \ldots + g_\mu\Delta_\mu^2,$$

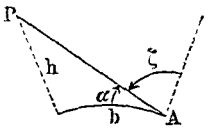
въ которой всѣ Δ выразятся по уравненіямъ системы (I), т. е. въ зависимости отъ искомыхъ неизвѣстныхъ $x, y, z, \ldots$

[1]) По формуламъ $M = \frac{m}{\sqrt{g}}$, $H = \frac{1}{M}$, $h = \frac{1}{m}$, $\frac{H}{h} = \frac{\sqrt{g}}{1}$ и $G = 1 : M^2$.

ГЛАВА IV.

Вертикальная съемка.

§ 176. Цѣль и виды вертикальной съемки. Вертикальная съемка имѣетъ цѣлью опредѣленіе *общаго характера (рельефа) поверхности снимаемой мѣстности помощію относительныхъ высотъ* точекъ земной поверхности, или *разности ихъ уровней. Превышеніе h одной точки земной поверхности надъ другой* (см. § 7), можетъ быть опредѣлено нѣсколькими пріемами. Въ геодезіи разсматриваются три вида вертикальной съемки: 1) съ помощію *горизонтальнаго луча зрѣнія,* называемый *топографическимъ*, а иногда *геометрическимъ нивеллированіемъ*; 2) при посредствѣ *наклоннаго луча зрѣнія* по быстро опредѣленнымъ *разстоянію b и углу α наклоненія* (черт. 239) между двумя точками,—это такъ называемая *тахеометрія*, или 2′) по тригонометрически вычисленному горизонтальному разстоянію *b* и *зенитному разстоянію* ζ, замѣняющему уголъ наклона; въ этомъ случаѣ вертикальную съемку называютъ *тригонометрическимъ*, а чаще *геодезическимъ нивеллированіемъ* [2]), и



Черт. 239.

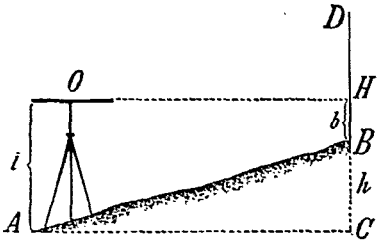
3) вертикальная съемка, основанная на опредѣленіи барометромъ *давленія воздуха* въ различныхъ слояхъ атмосферы, окружающей данныя точки земной поверхности, называемая *барометрическимъ* или *физическимъ нивеллированіемъ.*

Геометрическое нивеллированіе.

§ 177. Общее понятіе о геометрическомъ нивеллированіи и подраздѣленіе его на „нивеллированіе впередъ и нивеллированіе изъ средины“. Общая идея о возможности опредѣленія превышенія одной точки надъ другой помощію горизонтальнаго луча зрѣнія была уже указана нами въ главѣ объ

[2]) Очевидно, что тахеометрія является какъ бы частнымъ случаемъ геодезическаго нивеллированія.

угломѣрной съемкѣ, когда мы разсматривали уровень, параллельный визирной оси зрительной трубы; остановимся еще разъ на этомъ весьма важномъ для инженерной практики пріемѣ. Пусть требуется опредѣлить превышеніе $h = BC$ (черт. 240) точки B мѣстности надъ точкою A. Достичь этого можно двояко: 1) помѣстивъ инструментъ, спеціально приспособленный, чтобы давать горизонтальный лучъ зрѣнія, въ точкѣ A, а вертикальный брусъ съ дѣленіями—*рейку* въ точкѣ B или 2) помѣстивъ инструментъ въ серединѣ M (черт. 241) между точками A и B, а въ данныхъ точкахъ—двѣ *вертикально* установленныя *рейки* съ одинаково нанесенными на нихъ дѣленіями. Въ первомъ случаѣ, называемомъ „*нивеллированіемъ впередъ*", превышеніе $BC = h$ найдется какъ разность $i - b$ высоты инструмента $i = AO$, непосредственно измѣренной отъ земли до горизонтальнаго луча зрѣнія OH, собственно до центра окуляра зрительной трубы, и высоты $b = BH$, прочтенной или отмѣченной по рейкѣ въ точкѣ H[1]) помощію того же горизонтальнаго луча зрѣнія OH.

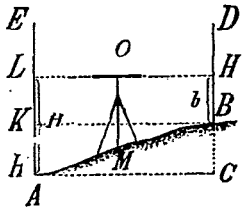


Черт. 240.

Отсчетъ $BH = b$ дѣлается *въ тѣхъ же доляхъ сажени*, въ какихъ выражено i. И такъ искомая разность уровней будетъ:

$$h = i - b.$$

Она будетъ со знакомъ + для мѣстности повышающейся и со знакомъ — для мѣстности понижающейся.



Черт. 241.

Во второмъ случаѣ, называемомъ „*нивеллированіемъ изъ средины*", та же разность уровней h можетъ быть найдена по разности отсчетовъ $н$ и b (черт. 241), сдѣланныхъ на обоихъ рейкахъ, установленныхъ на концахъ данной линіи AB, по одному и тому же горизонтальному лучу LOH зрѣнія, т.-е.

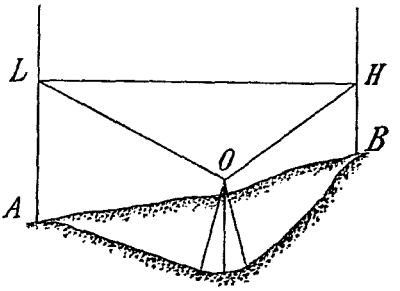
$$h = н - b:$$

Называя отсчетъ $н$ по задней рейкѣ *взглядомъ назадъ*, а отсчетъ b по передней рейкѣ *взглядомъ впередъ*, можно сказать, *что разность h уровней двухъ точекъ* (относительная ихъ высота или превышеніе одной надъ другой) *равняется, при нивеллированіи изъ средины линіи, взгляду назадъ минусъ взглядъ впередъ.*

---

[1]) Въ точку H проектируется горизонтальная нить креста нитей зрительной трубы, установленной въ точкѣ A для наблюденій.

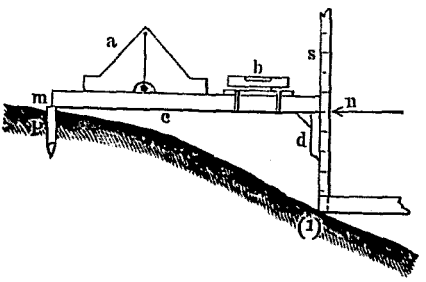
Изъ чертежа 242 видно, что при нивеллированіи изъ середины *нѣтъ надобности становиться съ инструментомъ точно на линію AB*, а возможно помѣщать инструментъ *въ сторонѣ* въ точку *O* отъ той линіи *AB*, которая нивеллируется, лишь бы отсчеты *L* и *H* по задней и передней рейкамъ были произведены *въ одной горизонтальной плоскости OLH*, проходящей черезъ точку *O* пересѣченія оптической оси съ вертикальною осью вращенія инструмента.



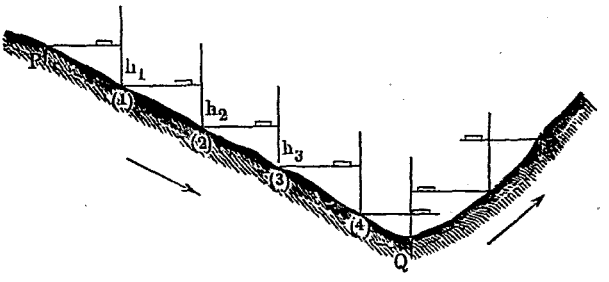
Черт. 242.

§ 172. Виды инструментовъ, употребляющихся при нивеллированіи. Въ предыдущемъ параграфѣ мы видѣли, что при геометрическомъ нивеллированіи необходимо имѣть: 1) инструментъ, дающій горизонтальный лучъ зрѣнія, и 2) вертикальный брусъ съ дѣленіями или рейку.

Инструменты, дающіе болѣе или менѣе точно горизонтальный лучъ зрѣнія, или просто горизонтальную прямую, бываютъ различны по устрой-



Черт. 243.

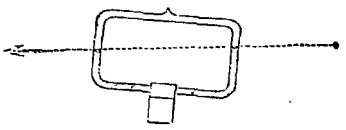


Черт. 244.

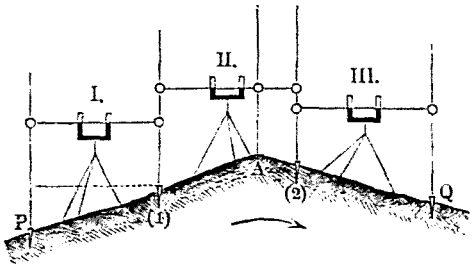
ству. Съ однимъ изъ такихъ инструментовъ плотничнымъ ватерпасомъ мы познакомились въ статьѣ объ уровняхъ. Если у ватерпаса *a* (черт. 243) горизонтальный брусъ *mn* достаточно длиненъ, то, какъ объ этомъ и раньше упоминалось, онъ можетъ съ удобствомъ служить для непосредственнаго опредѣленія превышенія одной точки надъ другой. Въ этомъ случаѣ къ нему присоединяютъ сажень *s* съ дѣленіями, замѣняющую рейку. Ватерпасъ *a* обыкновенно замѣняется цилиндрическимъ уровнемъ *b*.

Ватерпасовку производятъ съ помощію горизонтальнаго бруса, могущаго однимъ концомъ опираться на колъ *P*, вбитый въ землю, а другимъ на скобу *d* съ крючкомъ, удерживаемую винтомъ на вертикальной сажени. Конецъ сажени *s* даетъ на землѣ точку (1), превышеніе *h* которой надъ начальной точкой *P*, прочтется непосредственно по сажени въ точкѣ *n* (черт. 243 и 244). Послѣдовательная же постановка ватерпаса въ точкахъ (1), (2), (3), (4)..... *Q* (черт. 244) и т. д. даетъ превышеніе *H* точки *P* надъ точкою *Q* въ видѣ суммы $H = h_1 + h_2 + h_3 + \ldots\ldots h_q$.

Инструменты, дающіе горизонтальный лучъ зрѣнія, принято называть *нивеллирами*. Простѣйшій изъ нихъ есть *водяной нивеллиръ*. Устройство его основано на томъ свойствѣ жидкости, что ея поверхность будетъ лежать на одной и той же высотѣ (надъ горизонтомъ данной мѣстности) въ двухъ сообщающихся между собою сосудахъ (черт. 245). Сосудами могутъ служить стклянки узкой продолговатой формы, соединенныя общимъ каналомъ. Водяной нивеллиръ схематически изображенъ на черт. 246. Въ немъ лучъ зрѣнія опредѣлится линіею, проходящею черезъ горизонтальныя поверхности жидкости въ каждой изъ стклянокъ. Изъ этого же чертежа, соотвѣтствующаго чертежу 244, видно, что разность уровней двухъ данныхъ точекъ P и Q можетъ быть опредѣлена по частямъ, въ видѣ суммы, такъ же, какъ и при ватерпасовкѣ, послѣдовательной постановкой водяного нивеллира въ пунктахъ I, II и III.

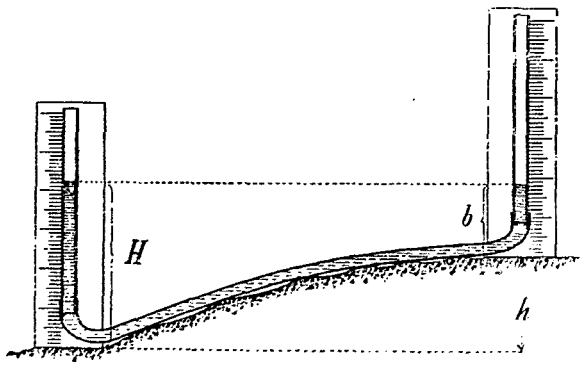


Черт. 245.



Черт. 246.

Если стклянки замѣнить доходящими до земли длинными стеклянными трубками, плотно прилегающими къ шкаламъ (рейками) такъ, чтобы по шкаламъ можно было читать высоту уровня воды въ стеклянныхъ трубкахъ, и нижніе концы этихъ стеклянныхъ трубокъ соединить между собою длинною въ нѣсколько, напр., 10 саженъ резиновою (гуттаперчевою) трубкою, то возможно будетъ устанавливать стеклянныя трубки съ ихъ шкалами (рейки Штрауса) въ двухъ точкахъ мѣстности, удаленныхъ между собою, на длину гуттаперчевой трубки, по шкаламъ дѣлать отсчеты H и b (черт. 247) и находить $h = H - b$ — разность уровней тѣхъ точекъ, гдѣ стоятъ шкалы [1]).



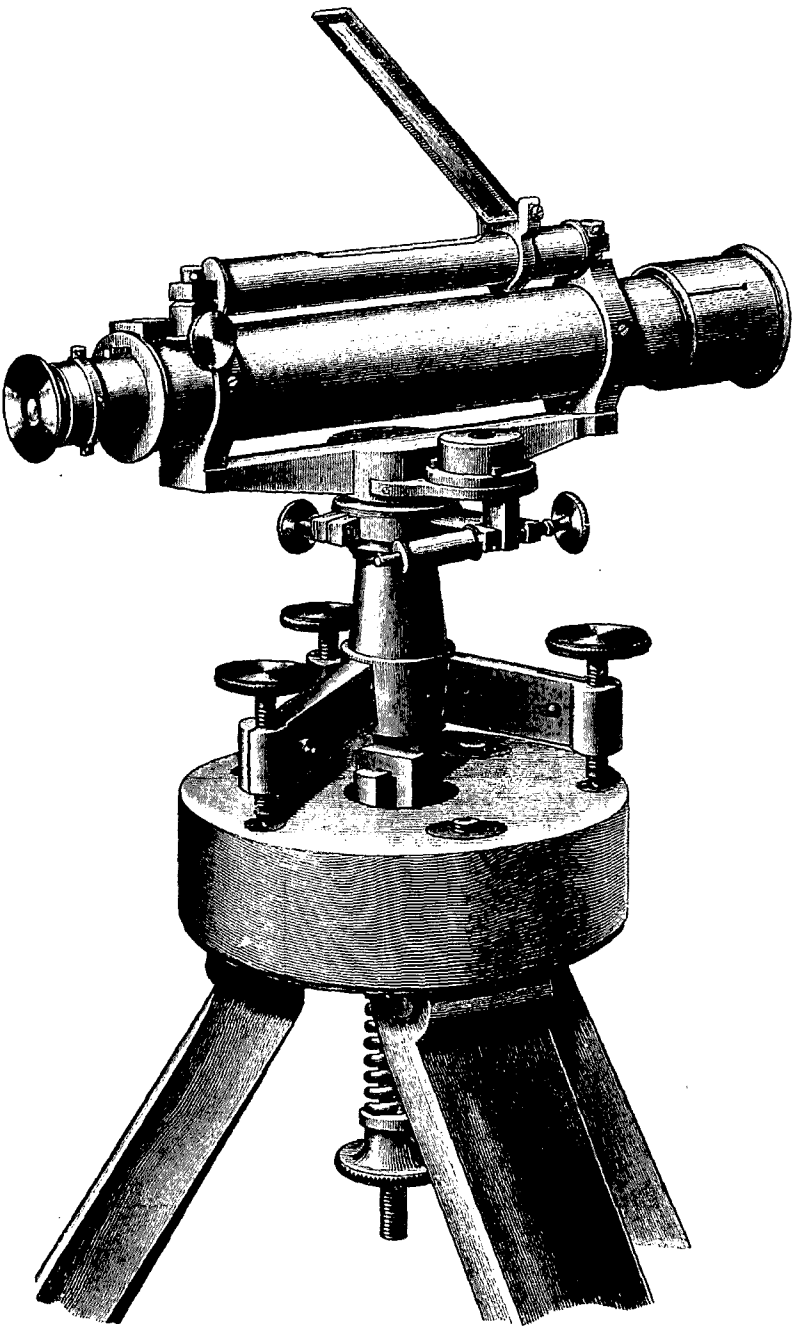
Черт. 247.

Самые распространенные и удобные при употребленіи нивеллиры, это—*нивеллиры съ зрительными трубами*, оптическая ось которыхъ параллельна оси цилиндрическаго уровня. Зрительная труба и цилиндрическій уровень—существенныя и необходимыя составныя ихъ части.

---

[1]) Быстрота нивеллированія такимъ приборомъ доходитъ до 1 версты въ часъ и даетъ ошибку въ $\pm$ 0,01 саж. на версту (см. В. Витковскій—„Топографія"). Тамъ же см. чертежъ и подробное описаніе реекъ Штрауса.

§ 179. Дѣленіе нивеллировъ на глухіе и съ перекладными трубами. Нивеллиры съ зрительными трубами дѣлятся на двѣ группы: 1) одни, у которыхъ *трубы не перекладываются въ подставкахъ,* а соединены съ ними наглухо,



Черт. 248.

такъ что труба, уровень и подставка составляютъ *одно нераздѣльное цѣлое;* такіе нивеллиры называются *глухими;* 2) другіе имѣютъ *трубы вынимающіяся изъ подставокъ,* эти нивеллиры допускаютъ возможность пере-

ложить трубу въ подставкахъ такимъ образомъ, чтобы объективъ занялъ мѣсто окуляра и наоборотъ, и поэтому называются *нивеллирами съ перекладными трубами*.

Трубы нивеллировъ, предназначенныя для чтенія дѣленій удаленной рейки, должны имѣть достаточно *большое увеличеніе*, а потому чаще *снабжаются окулярами Рамсдена*, хотя нивеллиры *Мейснера* всѣ съ окулярами Гюйгенса.

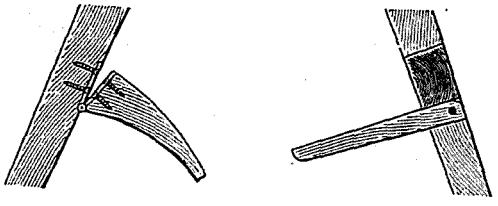
§ **180. Глухой нивеллиръ** (работы механиковъ Dennert и Pape въ Альтонѣ) изображенъ на черт. 248. Труба привинчена къ вертикальнымъ подставкамъ горизонтальной линейки, на которыя поверхъ трубы насаженъ цилиндрическій уровень. Линейка снизу имѣетъ конусъ, служащій вертикальною осью вращенія инструмента. Ось соединяется треножникомъ о трехъ *подъемныхъ* винтахъ, которыми нивеллиръ ставится на голову штатива: она проходитъ черезъ полую вертикальную цапфу треножника и закрѣпляется снизу гайкою. Для удобства употребленія инструмента, цапфа треножника снабжена хомутомъ съ нажимательнымъ и микрометреннымъ винтами; на горизонтальной линейкѣ посаженъ круглый уровень, подъ которымъ и помѣщается микрометренный винтъ. Штативъ съ нивеллиромъ связываются становымъ винтомъ со спиральною пружиною.

Ось уровня относительно вертикальной оси вращенія нивеллира можетъ мѣнять свое положеніе исправительнымъ винтомъ на лѣвомъ концѣ уровня.

Оптическая же ось трубы и ось цилиндрическаго уровня могутъ нѣсколько измѣнять свое взаимное положеніе въ вертикальной плоскости съ помощію двухъ вертикальныхъ винтовъ сѣтки трубы.

Кромѣ того иногда на трубѣ имѣется еще малый поперечный цилиндрическій уровень (напр. въ англійскомъ нивеллирѣ Граватта лондонскихъ фирмъ Stanley и Негретти и Цамбра), при горизонтальности оси котораго одна изъ нитей сѣтки должна быть горизонтальна. Онъ также имѣетъ исправительные винты.

Для того, чтобы можно было наблюдать положеніе пузырька уровня относительно середины его стеклянной трубки, не сходя съ мѣста и имѣя глазъ при окулярѣ трубы, надъ уровнемъ ставится наклонно зеркало.



Черт. 249.

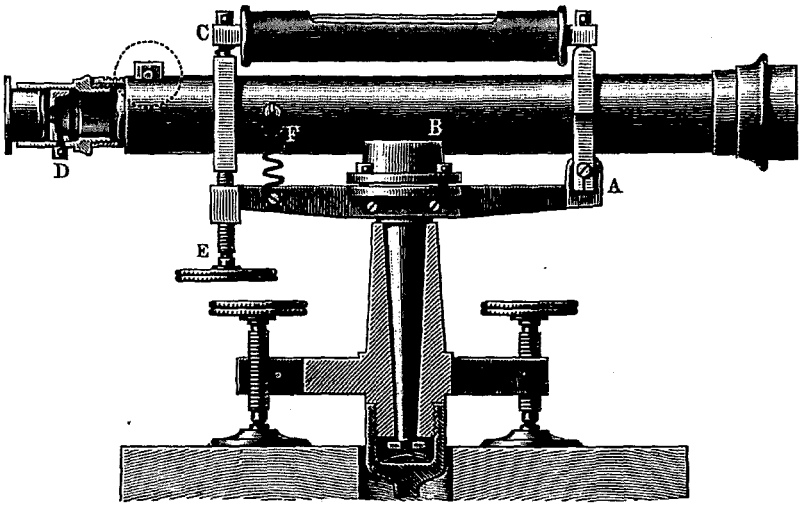
Зеркало, вращающееся на шарнирѣ, имѣетъ большое значеніе на зыбкомъ, болотистомъ грунтѣ и при вѣтренной погодѣ [1]).

Объективъ задвигается круглою, пластиною, составляющей дно крышки въ видѣ подвижного на объективѣ цилиндра — бленды; пластинка при употребленіи трубы опускается внизъ.

Къ ножкѣ штатива для болѣе осторожной и удобной переноски инструмента рекомендуется прикрѣплять *плечевой крючёкъ*. Видъ этого

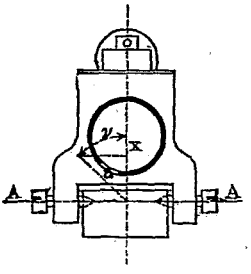
[1]) Лучше, какъ это дѣлается въ послѣднее время, помѣщать зеркало сбоку уровня, а не сверху его, потому что оно, представляя сопротивленіе вѣтру, вредно дѣйствуетъ на правильное положеніе линіи визированія.

крючка, недозволяющаго краямъ ножекъ штатива давить на плечо, изображенъ на чертежѣ 249, для сквозной ножки направо и для сплошной ножки штатива налѣво.



Черт. 250.

Глухой нивеллиръ (*механика Шеурера*) фирмы *Зиклера* въ Карлсруэ, изображенъ на черт. 250. Труба его скрѣплена съ двумя подставками, изъ нихъ передняя соединена съ горизонтальной линейкой посредствомъ винтовъ *A*, около концовъ которыхъ она можетъ быть вращаема, какъ около горизонтальной оси (см. черт. 251), рукава же другой подставки лишь обхватываютъ линейку и могутъ медленно скользить около краевъ ея при помощи мелкихъ нарѣзовъ *элеваціоннаго винта E*. Труба соединена съ линейкою пружиною *F*, регулирующей ходъ элеваціоннаго винта. На линейкѣ круглый уровень *B*. Круглый уровень присоединяется къ нивеллиру съ цѣлью не только установки одной изъ нитей горизонтально, но и для приданія вертикальной оси вращенія нивеллира отвѣснаго положенія. Наклонъ вертикальной оси на уголъ ν (черт. 251) влечетъ за собою пониженіе визирной линіи на величину x.



Черт. 251.

Элеваціонный винтъ предназначенъ для *минимальныхъ* наклоновъ оси цилиндрическаго уровня въ вертикальной плоскости.

§ 181. Повѣрка глухого нивеллира. Согласно идеѣ геометрическаго нивеллированія, *визирная ось нивеллира должна быть во время работы горизонтальна*. Приведеніе ея въ такое положеніе можетъ быть достигнуто помощью цилиндрическаго уровня, соединеннаго съ трубою или ея подставкой; *но это будетъ возможно только въ томъ случаѣ, когда ось уровня и визирная ось трубы параллельны другъ другу*. Поэтому, *во всякомъ нивеллирѣ нужно прежде всего убѣдиться, выполняется ли это главнѣйшее требованіе, т.-е. параллельна ли визирная ось трубы оси цилиндрическаго*

уровня. Затѣмъ къ нивеллиру можно предъявлять и другія условія, какъ ради удобства его употребленія, такъ и для того случая, когда съ одной точки стоянія съ нивеллиромъ (съ одной станціи) приходится визировать *вокругъ* на нѣсколько *пикетовъ* (мѣстъ постановки рейки).

При пріобрѣтеніи нивеллира требуется провѣрить одинъ разъ навсегда, чтобы *уровень, параллельный трубѣ, имѣлъ достаточную и не излишнюю чувствительность*; другими словами чувствительность уровня должна соотвѣтствовать силѣ зрѣнія трубы. Необходимость этого условія видна изъ того, что если уровень недостаточно чувствителенъ, то большая сила зрѣнія трубы не принесетъ пользы, потому что линія визированія приводится въ горизонтальное положеніе съ малою точностью; если же уровень имѣетъ излишнюю чувствительность, то будетъ непроизводительно тратиться время на точную установку его пузырька, потому что труба при малой своей силѣ не въ состояніи уловить незначительнаго измѣненія наклоненія линіи зрѣнія (отмѣтить разности въ отсчетахъ по рейкѣ).

Для повѣрки этого условія ставятъ рейку въ разстояніи 20—30 саженъ отъ инструмента, приводятъ пузырекъ уровня на середину трубки и дѣлаютъ по горизонтальной нити сѣтки отсчетъ на рейкѣ. Послѣ того нѣсколькими оборотами элеваціоннаго или подъемнаго винта сдвигаютъ немного горизонтальную нить съ первоначальнаго отсчета и смотрятъ, мѣняется ли положеніе пузырька уровня; если нѣтъ, то чувствительность недостаточна.

Чтобы обнаружить излишнюю чувствительность, устанавливаютъ горизонтальную нить сѣтки на какой-нибудь штрихъ рейки и замѣчаютъ положеніе пузырька уровня, затѣмъ элеваціоннымъ или подъемнымъ винтомъ сдвигаютъ нить со штриха и снова, наведя на тотъ же штрихъ, замѣчаютъ положеніе пузырька. Если онъ занимаетъ прежнее положеніе, то уровень не имѣетъ излишней чувствительности. Въ противномъ случаѣ уровень излишне чувствителенъ.

Уровень съ недостаточною или излишнею чувствительностію долженъ быть замѣненъ другимъ. По отношенію къ точности работы лучше имѣть уровень съ небольшою излишнею чувствительностію, чѣмъ недостаточною. (См. также § 103).

При круговомъ визированіи на различныя разстоянія необходимо, чтобы *ось уровня была перпендикулярна къ вертикальной оси вращенія инструмента*, такъ какъ въ противномъ случаѣ при каждомъ поворотѣ трубы пузырекъ уровня будетъ уклоняться отъ середины трубки; сверхъ того, если пузырекъ поставимъ вновь на середину трубки, дѣйствуя подъемными винтами, то тѣмъ самымъ измѣнимъ первоначальную высоту линіи визированія, и отсчетъ на рейкѣ будетъ ошибоченъ (см. черт. 242). Повѣрку дѣлаютъ такъ: поворачиваніемъ всей верхней части инструмента ставятъ уровень по направленію двухъ подъемныхъ винтовъ и, дѣйствуя ими въ противоположныя стороны, приводятъ пузырекъ уровня на середину трубки. Затѣмъ поворачиваютъ верхнюю часть *точно на 180°* (у Гравата отсчетомъ по буссоли, а у другихъ, какъ у Зиклера — постановкою инструмента на мѣстности на прямую, концы которой замѣчены вѣхами). Если пузырекъ

сойдетъ со средины трубки, то условіе не выполнено, и *половина* уклоненія уничтожается исправительнымъ винтомъ уровня, (см. § 103), а у нивеллира системы Зиклера—элевацiоннымъ винтомъ *E*. Послѣ неоднократнаго поворачиванія на 180° добиваются, чтобы уровень *не* сходилъ съ середины трубки отъ вращенія нивеллира около вертикальной оси точно на 180°; достигнувъ этого, у нивеллира Зиклера *на той подставкѣ трубы, что у окуляра на рукавахъ*, обхватывающихъ горизонтальную линейку (черт. 251), дѣлаютъ замѣтку, на которую и ставятъ элевацiоннымъ винтомъ линейку каждый разъ передъ привеценіемъ инструмента въ горизонтальное положеніе.

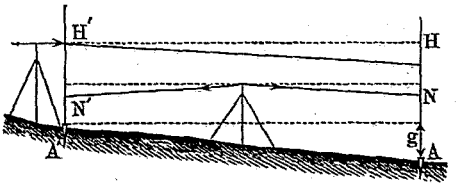
Одна изъ нитей сѣтки (для удобства отсчитыванія дѣленій вертикально стоящей рейки) *должна быть горизонтальна.* Приводятъ инструментъ въ горизонтальное положеніе, ставятъ трубу по направленію двухъ подъемныхъ винтовъ, и по направленію трубы замѣчаютъ неподвижную точку, покрываемую изслѣдуемою нитью сѣтки, послѣ чего двигаютъ трубу (микрометреннымъ винтомъ) немного вправо и влѣво (около ея вертикальной оси). Если замѣченная точка не будетъ сходить при этомъ съ изслѣдуемой нити, то нить горизонтальна. Оказавшуюся невѣрность уничтожаютъ вращеніемъ сѣтки около геометрической оси трубы. Въ моментъ когда нить станетъ горизонтально, исправительнымъ винтомъ устанавливаютъ пузырекъ *поперечнаго* уровня на середину трубки.

Выполненіе этого условія нужно для того, чтобы визировать на рейку не пересѣченіемъ нитей, а одною горизонтальною нитью, что ускоряетъ работу. Вмѣстѣ съ тѣмъ это даетъ возможность поправить наклонную постановку рейки.

Производство повѣрки главнаго условія *параллельности* оси *уровня визирной оси* въ глухомъ нивеллирѣ дѣлается точно такъ же, какъ и въ теодолитѣ (см. § 103), т.-е. *двойнымъ нивеллированіемъ одной и той же линіи мѣстности* (*сверху внизъ и снизу вверхъ*). Уничтоженіе погрѣшности достигается *вертикальными винтами сѣтки*. Несоблюденіе условія параллельности визирной оси къ оси уровня не имѣетъ вліянія въ тѣхъ случаяхъ, когда линія нивеллируется *изъ средины*, такъ какъ разстоянія отъ инструмента до реекъ одни и тѣ же, а потому ошибки y въ отсчетахъ отъ существованія ошибки x наклона осей будутъ равны и при вычисленіи разности уровней h ошибки взаимно уничтожатся: $h = (H \pm y) - (b \pm y) = H - b$.

Болѣе внимательнымъ къ выполненію главнаго условія приходится быть тогда, когда разстоянія отъ реекъ до инструмента различны.

Повѣрка условія параллельности осей (визирной трубы и уровня) можетъ быть произведена еще и слѣдующимъ образомъ: на линіи съ небольшимъ уклономъ вбиваютъ два колышка A и A' (черт. 252) на разстояніи наибольшаго, встрѣчающагося при нивеллированіи, удаленія рейки отъ инструмента т.-е. 50' или 100 саж,, сообразно съ силою зрѣнія трубы; на линіи AA' точно отмѣчаютъ средину и ставятъ въ нее нивеллиръ. При равенствѣ разстояній, на разность уровней g конечныхъ точекъ не-



Черт. 252.

параллельность осей вліянія не окажетъ, и g получится какъ разность отсчетовъ n и n', сдѣланныхъ въ точкахъ N и N' на рейкахъ, т.-е.

$$n - n' = g.$$

Перенося инструментъ за точку A' такъ, чтобы объективъ пришелся надъ точкою A', касаясь передней стороны рейки $A'N'H'$, приводятъ пузырекъ уровня на середину трубки и читаютъ отсчетъ $AH=h$ по рейкѣ A, на рейкѣ же A' замѣчаютъ отсчеты, соотвѣтствующіе верхней и нижней точкамъ оправы объектива нивеллира и изъ нихъ образуютъ ариѳметическую средину $A'H' = h'$. Точка H' опредѣлитъ положеніе оптической оси.

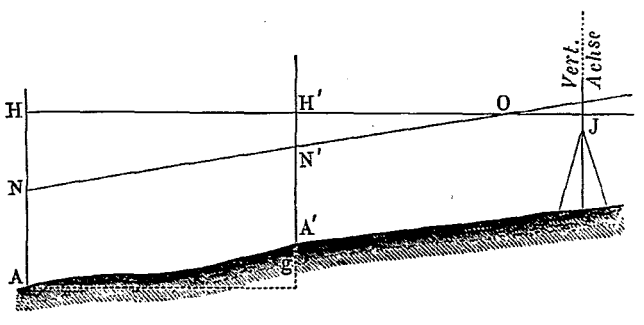
При соблюденіи условія параллельности между визирной осью трубы и осью уровня, необходимо должно получиться, что

$$h = h' + g.$$

Если же h не равно $(h' + g)$, то крестъ нитей трубы передвигаютъ вертикальными винтами сѣтки такъ, чтобы отсчетъ h точно равнялся $h' + g$.

Точно также надо требовать, чтобы *передвиженіе окулярнаго колѣна въ объективномъ совершалось по прямой, дабы отсчетъ по рейкѣ при этомъ не мѣнялся,* необходимость измѣненія положенія окулярнаго колѣна въ объективномъ обыкновенно вызывается измѣненіемъ разстоянія отъ инструмента до рейки, на что было уже разъ нами указано въ статьѣ объ испытаніи трубы (конецъ § 83).

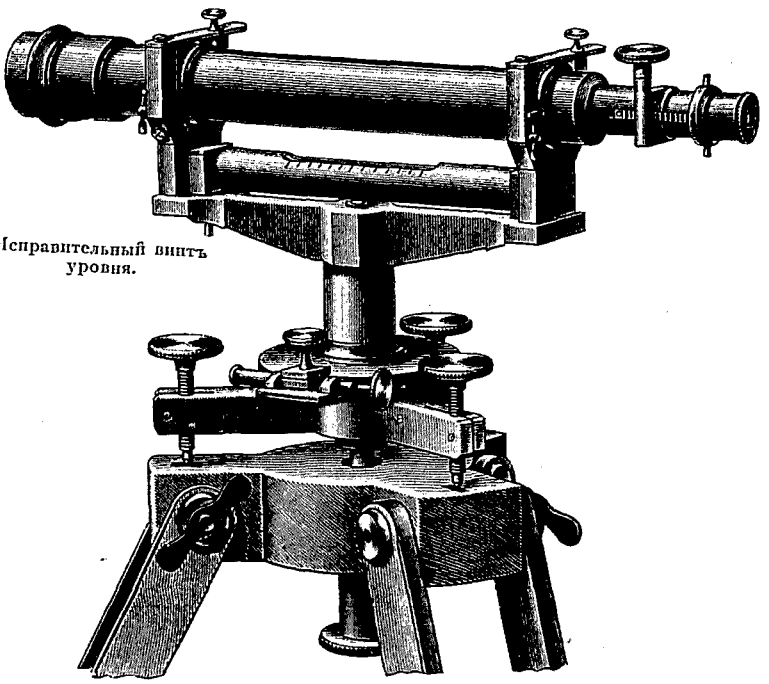
Условіе правильнаго передвиженія колѣнъ повѣряется еще и слѣдующимъ образомъ: взявъ прямую и намѣтивъ на ней рядъ точекъ, въ сторонѣ отъ нихъ устанавливаютъ для наблюденій нивеллиръ такъ, чтобы сдѣланные отсчеты на рейкахъ, поставленныхъ на точкахъ прямой, были прочитаны при неизмѣнномъ положеніи окуляра относительно объектива, — что возможно, если нивеллиръ отъ середины прямой длиною въ 50 саж. отстоитъ саженяхъ въ 30. Послѣ этого нивеллиръ переносятъ въ одну изъ конечныхъ точекъ и, приведя пузырекъ на средину (или не приводя, при наклонномъ положеніи оптической оси) вновь дѣлаютъ отсчеты по рейкамъ, поставленнымъ на прежнія точки, отсчетъ же въ точкѣ O (мѣсто объектива) (черт. 253) дѣлаютъ на рейкѣ чтеніемъ по концамъ оправы объектива. Составивъ разность отсчетовъ на каждой точкѣ изъ двойной постановки на ней рейки, наносятъ на бумагу разстоянія между рейками и въ точкахъ отложенія строятъ ординаты, равныя разности отсчетовъ на одной и той же рейкѣ. Если концы отложенныхъ ординатъ и точка O не будутъ лежать на одной прямой, то условіе не выполнено. Движеніе окулярной трубки можетъ регулировать только механикъ. Если отсчетъ по рейкѣ, при 50 саж. разстоянія отъ нивеллира до рейки, будетъ



Черт. 253.

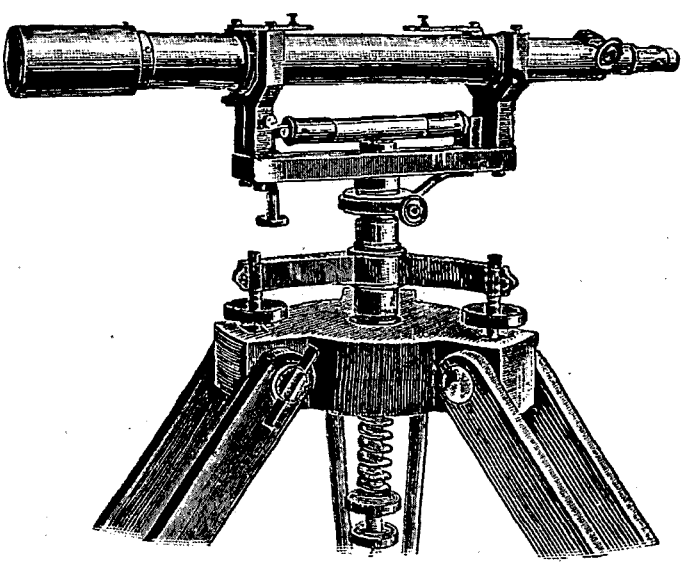
измѣняться болѣе чѣмъ на 0,002 сажени подъ дѣйствіемъ кремальерки, то нивеллиръ направляется къ механику для починки.

§ **182. Нивеллиры съ перекладными трубами.** Мы разсмотримъ изъ нихъ три системы: 1) нивеллиръ французской системы *съ уровнемъ при подставкѣ трубы*—напр. типа Эго; 2) нивеллиръ нѣмецкой системы *съ уровнемъ подъ трубою* и наглухо съ ней соединенный, напр. типа Рейхенбаха, работы механика Розенберга и 3) нивеллиръ системы *съ уровнемъ перекладывающимся на трубѣ* (будемъ ее называть въ отличіе отъ первыхъ двухъ—швейцарской системой) напр. типа, изготовляемаго Керномъ, а также разсмотримъ нивеллиры сходныхъ съ ней системъ Таверньe-Граве, Ленуара и Эртеля.



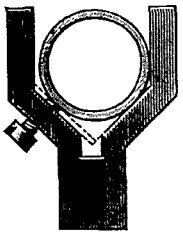
Черт. 254.

Нивеллиръ Эго въ работѣ французскихъ механиковъ показанъ на черт. 254, а въ работѣ Варшавскаго механика Герляха на чертежѣ 254 bis; онъ имѣетъ зрительную трубу помѣщающуюся на коромыслѣ въ двухъ вертикальныхъ подставкахъ, верхнимъ частямъ которыхъ придана вилкообразная форма (черт. 255). Эти мѣста подставокъ принято называть *обоймицами* или *лагерами*. *Кольца* же трубы, которыми она кладется въ лагеры, называются *цапфами* или *шейками* трубы. Обѣ подставки трубы помѣщаются на горизонтальной линейкѣ, образуя коромысло, причемъ одна изъ подставокъ



Черт. 254 bis.

нахлухо соединена съ линейкой, а другая можетъ быть немного поднимаема и опускаема посредствомъ *исправительнаго винта подставки*, помѣщающагося снизу линейки. Этотъ винтъ служитъ для приведенія визирной оси трубы въ положеніе, параллельное съ осью уровня; вмѣсто него въ нивеллирѣ *Эго* нерѣдко встрѣчается винтъ сбоку, въ лагерѣ (смотри черт. 255) подставки. Уровень также помѣщается на линейкѣ коромысла.



Черт. 255.

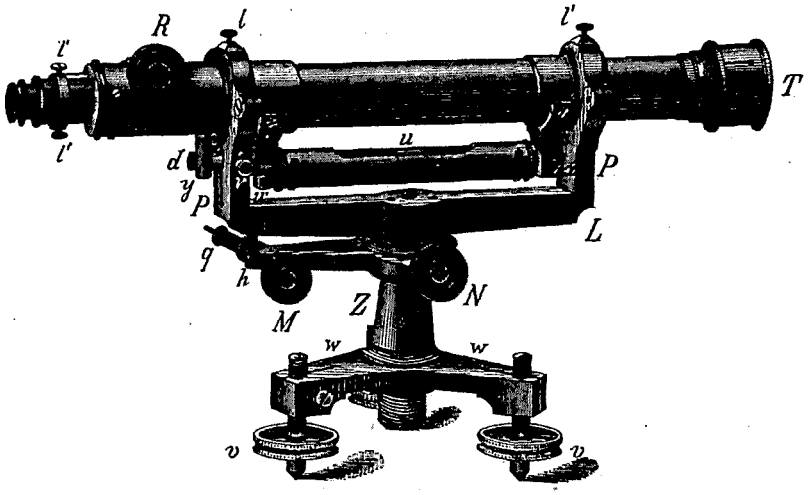
Одинъ конецъ его можетъ подниматься и опускаться посредствомъ *исправительнаго винта уровня*, проходящаго снизу чрезъ линейку коромысла. Онъ ясно обозначенъ на чертежѣ 254, механикъ Герляхъ придаетъ ему спеціальную форму (см. черт. 254 bis, слѣва подъ коромысломъ). Его назначеніе—установка оси уровня перпендикулярно къ вертикальной оси вращенія инструмента. Вертикальная ось всего инструмента имѣетъ у французскихъ механиковъ то же устройство, что въ пантометрѣ съ трубой (см. черт. 166). Втулка, съ которою соединена линейка коромысла, оканчивается кругомъ съ клещами, имѣющими нажимательный и микрометренный винты. Вертикальная ось помѣщается въ срединѣ треножника, въ рукава котораго входятъ три подъемные винта. Весь инструментъ устанавливается на головѣ французскаго штатива, къ которой онъ прикрѣпляется становымъ винтомъ, входящимъ снизу въ треножникъ.

Въ заключеніе надо сказать, что иногда подъ линейкою коромысла помѣщается кругъ съ алидадою и градусными дѣленіями; тогда нивеллиръ можетъ служить для приближеннаго измѣренія горизонтальныхъ угловъ, при условіи, что визируемые предметы находятся на мѣстности слабо наклоненной къ горизонту, такъ такъ *труба* по самому устройству *инструмента можетъ быть поворачиваема только въ горизонтальной плоскости*. Въ мѣстностяхъ же съ большимъ наклономъ къ горизонту нивеллиръ окажется не пригоднымъ и придется для той же цѣли или употреблять какой-нибудь угломѣрный инструментъ, или дѣлать въ нивеллирѣ спеціальное приспособленіе для измѣренія горизонтальныхъ угловъ.

Въ нивеллирѣ системы Эго, изготовляемомъ механикомъ Герляхомъ, а также и швейцарской фирмой Керна, въ устройствѣ подставки трубы встрѣчается нѣкоторое видоизмѣненіе: подставка, наклоняющая оптическую ось трубы къ оси уровня, имѣетъ у Керна снизу линейки коромысла не одинъ, а три исправительныхъ винта, подобно тому, какъ это указано на чертежѣ 118, а у Герляха одна изъ подставокъ имѣетъ продольный распилъ (на черт. 254 bis лѣвая) съ поперечнымъ винтомъ, какъ у теодолита.

Нивеллиръ нѣмецкой системы, работы механика *Розенберга* (черт. 256) въ нижней своей части представляетъ усѣченный конусъ Z съ тремя рукавами w, въ которые входятъ подъемные винты v. Въ конической колонкѣ Z помѣщается вертикальная ось вращенія инструмента, соединенная съ линейкою L коромысла. Нажимательный винтъ N прекращаетъ вращеніе всей верхней части инструмента вокругъ вертикальной оси. Медленное вращеніе сообщается нивеллиру микрометреннымъ винтомъ M со спиральною пружиною q, упирающимися съ двухъ противоположныхъ сто-

ронъ въ вертикальный стержень *h* линейки *L*. Одна изъ подставокъ *P* распилена вдоль (на чертежѣ лѣвая) и регулируется винтомъ *r*. (Сличи съ черт. 121). Труба *T* накладывается на подставки въ лагеры и застегивается крючками *l* и *l'*; къ трубѣ снизу привинченъ уровень *u*. Одинъ конецъ уровня (на чертежѣ лѣвый) можетъ быть приподнятъ или опущенъ исправительнымъ винтомъ *u'*, а другой вращается какъ на шарнирѣ между остріями винтовъ *x*, могущихъ сообщить оси уровня перемѣщеніе по горизонтальному направленію. Винтъ *R* служитъ для передвиженія окулярнаго колѣна въ объективномъ. Винтики *i* (два вертикальныхъ *i'* и два горизонтальныхъ *i*) удерживаютъ сѣтку въ трубѣ. Для того, чтобы одна изъ нитей была горизонтальна при отсчитываніи по рейкѣ, къ трубѣ привернутъ вертикальный стерженекъ *y*, упирающійся въ горизонтальный (невидимый на чертежѣ) винтикъ *a*, перпендикулярно входящій въ горизонтальную планку *d* подставки *P*. Точно такую же пластинку *d* съ винтомъ *a* имѣетъ и другая подставки *P*. Труба *T* можетъ быть вмѣстѣ съ уровнемъ *u* переложена въ лагерахъ подставокъ *P* и стержнемъ *y* плотно прижата къ винтику *a*, вращая который, возможно одну изъ нитей установить горизонтально.

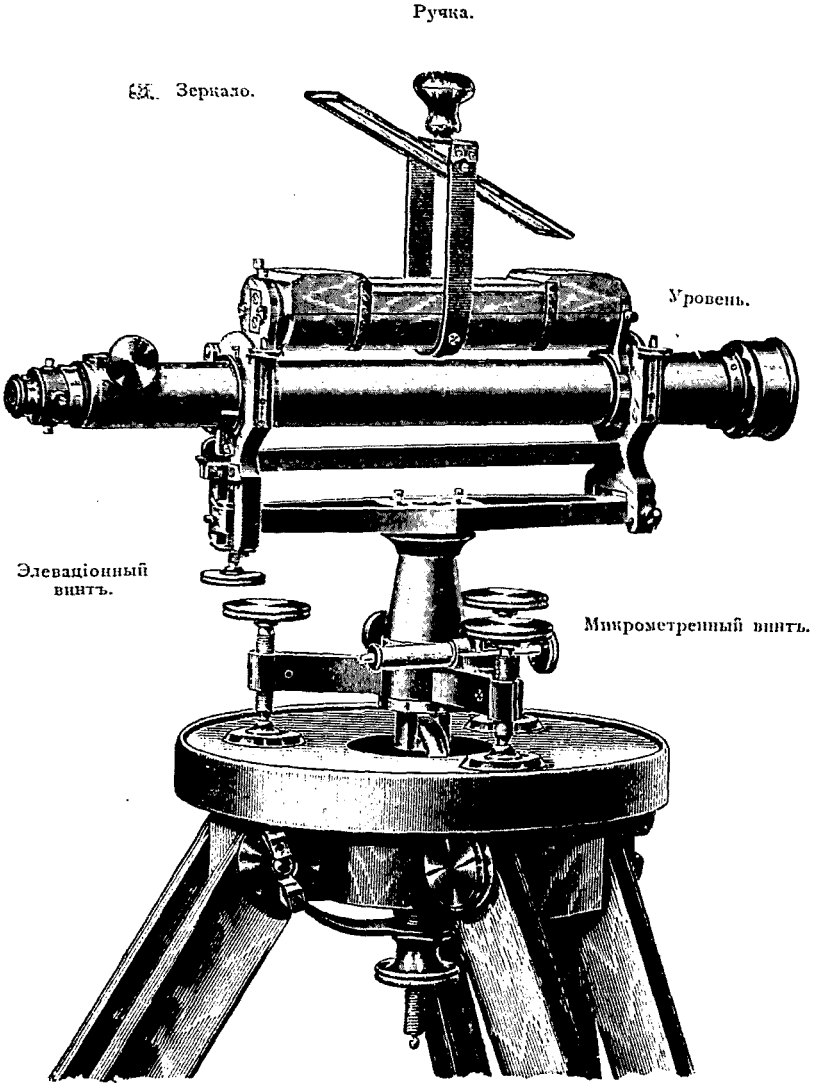


Черт. 256.

Нивеллиръ швейцарской системы *съ перекладнымъ на трубѣ уровнемъ* работы механика *Керна* (въ Аарау, въ Швейцаріи) изображенъ на чертежѣ 257, а нивеллиры той же системы: 1) работы *Таверньe-Граве* (или *Бертелеми*) въ Парижѣ на чертежѣ 258, 2) работы *Линуара*—на 259 и 3) работы *Эртеля* въ Мюнхенѣ—на 260.

Нивеллиръ Керна (черт. 257) имѣетъ легкую сквозную горизонтальную часть подставки съ элевацiоннымъ винтомъ, на подобіе такого же винта, описаннаго у нивеллира механика Шеурера (фирмы Зиклера) (см. черт. 251). Линейка подставки сидитъ на конической втулкѣ треножника о трехъ подъемныхъ винтахъ. На трубѣ находится *перекладной* (на цапфахъ трубы) *уровень* съ зеркаломъ на шарнирѣ; шарниръ, находясь по серединѣ зеркала, позволяетъ наклонять его въ сторону глаза наблюдателя. Уровень

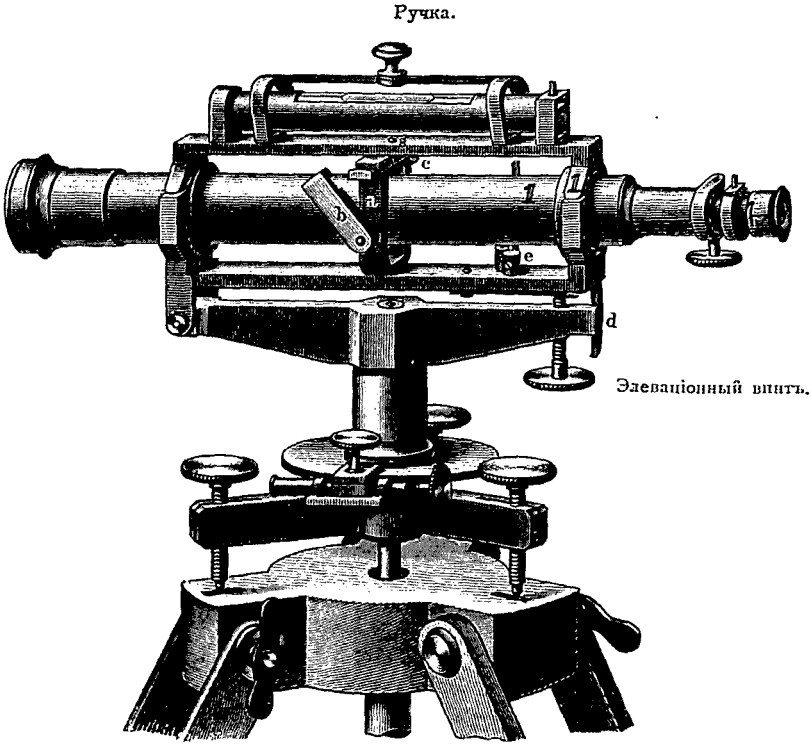
въ двойной оправѣ. Наружная оправа изъ дерева и толстаго зеркальнаго стекла, предохраняетъ уровень отъ нагрѣванія лучами солнца. Уровень удерживается на трубѣ застежками лагеръ трубы помощію 2-хъ штифтовъ. Близъ треножника (сверху его) находятся нажимательный и микрометренный винты вертикальной оси вращенія инструмента. Снизу на треножникъ навертывается гайка съ петлей, въ которую входитъ крючекъ станового винта съ плоской пружиной, поддерживаемой второй сквозной гайкой, перемѣщающейся вдоль нарѣзки станового винта. Штативъ сквозной французской системы съ круглой широкой головой (см. черт. 117 и 126).



Черт. 257.

Нивеллиръ системы Таверные—Граве (черт. 258). Нижняя его часть: штативъ, треножникъ и горизонтальная линейка коромысла вполнѣ напоминаетъ нивеллиръ системы Эго въ работѣ французскихъ механиковъ, верхняя же часть, изображенная на чертежѣ, состоитъ изъ двухъ открытыхъ обой-

миць, въ которыя вкладывается труба своими *шейками (кольцами, цапфами)*, на которыя наставляется ножками уровень; ножки уровня обхватываютъ верхнюю часть шеекъ трубы, служа какъ бы продолженіемъ обоймицъ и замѣняя собою обычныя при обоймицахъ застежки—крючки. Обѣ обоймицы соединяются горизонтальной планкой, на которую насажена вилка *a*, огибающая трубу по серединѣ, не прикасаясь къ ней; сверху вилка прикрывается вращающейся на шарнирѣ *c* пластинкой, запирающейся застежкой *b* съ клинообразнымъ нарѣзомъ [1]). Подставка уровня и верхняя пластинка



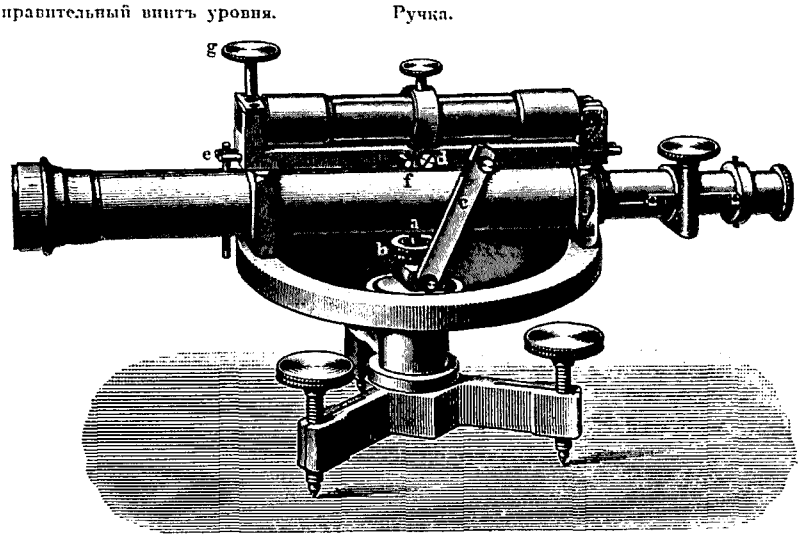
Черт. 258.

вилки соединены штифтомъ *s*, около котораго можетъ вращаться уровень, достигая *второго* своего положенія, простою перемѣною мѣстъ ножекъ уровня на шейкахъ трубы. Положеніе уровня на трубѣ отмѣчается цифрами 1 и 2, поставленными на его ножкахъ. Такія же цифры имѣются и на трубѣ. Передняя (на чертежѣ лѣвая) подставка имѣетъ внизу шарниръ, около котораго можетъ наклоняться вся верхняя часть при дѣйствіи элевацiоннаго винта. Элевацiонный винтъ оканчивается шарниромъ, входящимъ въ разрѣзъ пружины, привинченной снизу горизонтальной пластины коромысла; шарикъ давитъ на шину *e*, медленно приподнимая и опуская всю верхнюю часть инструмента. Правая на чертежѣ подставка оканчивается дугообразнымъ стержнемъ *d*, проходящимъ черезъ распилку той части горизонтальной линейки коромысла, гдѣ помѣщается элевацiонный винтъ. Для установки горизонтальной нити сѣтки перпендикулярно къ вертикальной

[1]) Въ видѣ хвоста ласточки.

оси вращенія служитъ припаянный къ трубѣ штифтъ, упирающійся въ горизонтальный винтъ близъ шины *e*.

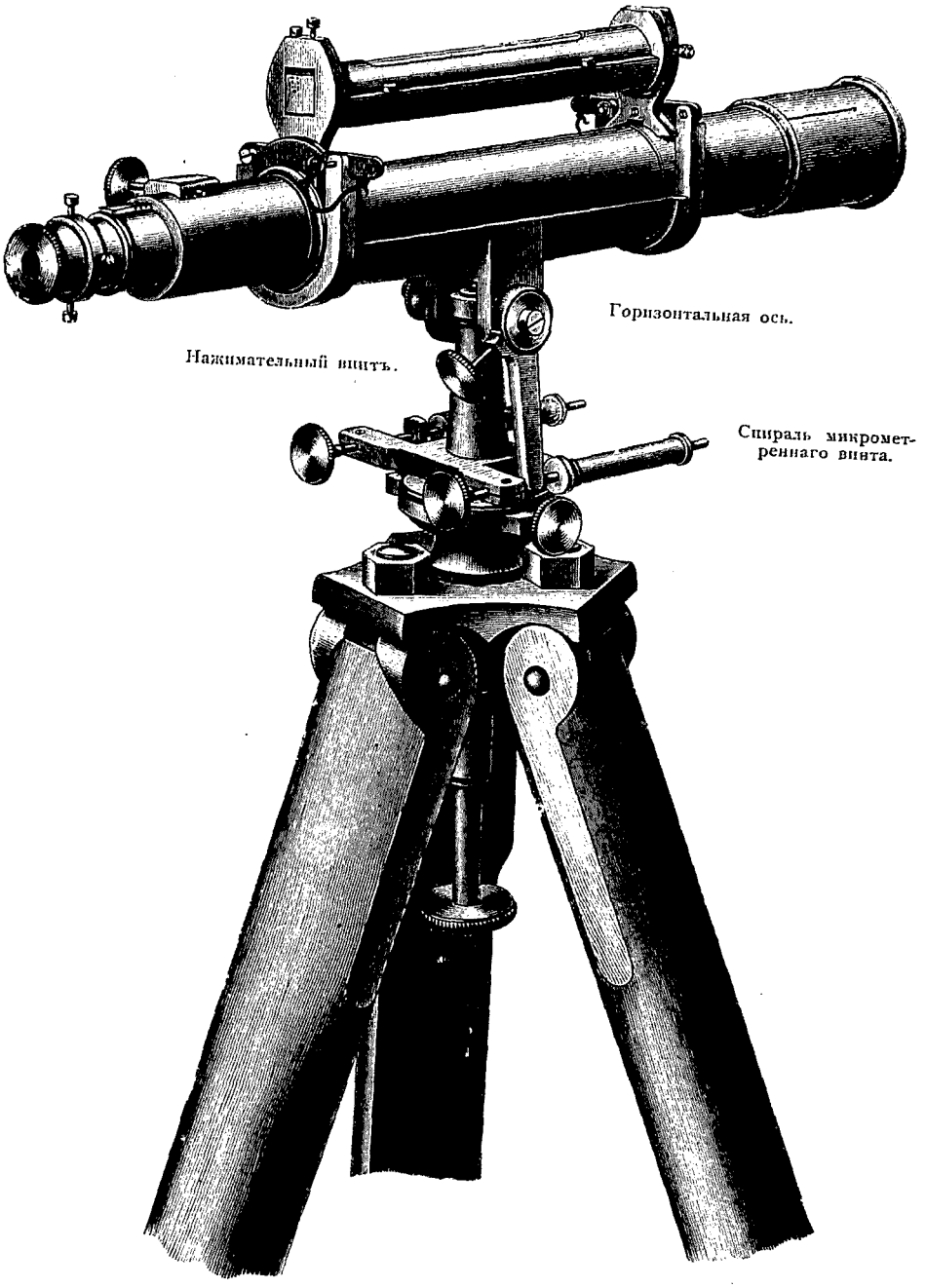
Нивеллиръ системы Ленуара (черт. 259) состоитъ изъ обычнаго треножника о трехъ подъемныхъ винтахъ съ полой втулкой, къ которой сверху наглухо припаяна *большая шейба въ видѣ тарелки* съ выступающими, хорошо шлифованными краями. На эти края кладется труба своими шейками, имѣющими видъ параллелепипедовъ съ хорошо шлифованными верхними и нижними гранями. Труба имѣетъ вращеніе около вертикальнаго короткаго шипа *a*, плотно входящаго въ круглое отверстіе *b* цапфы треножника. На шейки трубы кладется уровень, въ горизонтальной линейкѣ подставки котораго имѣется отверстіе для шипа, идущаго отъ середины трубы. Уровень, помѣщаясь на трубѣ, можетъ быть на ней *перекладываемъ* и на черт. 259 изображенъ во второмъ своемъ положеніи, что и обозначено цифрами 2 на ножкѣ уровня и цапфы трубы. При переноскѣ уровень притягивается къ трубѣ застежкой *c*, защелкивающейся около штифтика *d* уровня. Сверхъ сего уровень на трубѣ удерживается двумя горизонтальными штифтами, обхватывающими вертикальный штифтъ *e* трубы.



Черт. 259.

Нивеллиръ системы Эртеля изображенъ на чертежѣ 260. Отличительною чертою его подставки служитъ горизонтальная ось вращенія трубы, имѣющая нажимательный винтъ (вверху) и непосредственно подъ нимъ микрометренный винтъ (внизу справа длинный винтъ); вслѣдствіе чего труба и насаженный на нее перекладной уровень быстро даютъ горизонтальный лучъ зрѣнія. Лагерами трубы служатъ подковообразные концы желоба (полуцилиндра), представляющаго верхнюю часть подставки. На шейки трубы накладывается перекладной уровень. Ножки уровня имѣютъ параллельно оси уровня горизонтальные штифтики, захватываемые вырѣзами горизонтальныхъ дугообразныхъ застежекъ лагеръ. Застежки соединяются съ лагерами шпильками, привязанными къ застежкамъ шнурками. Вертикальная ось вращенія имѣетъ также нажимательный винтъ (на

чертежѣ нижній правый короткій винтъ; у него виденъ только грифъ) и микрометренный винтъ, стоящій параллельно съ микрометреннымъ вин-



Черт. 260.

томъ горизонтальной оси вращенія. Штативъ мюнхенскій съ металлической головой, черезъ которую проходитъ нижняя часть вертикальной оси вращенія всего нивеллира; ось эта имѣетъ видъ двойного конуса. На вершину малаго нижняго конуса навертывается подъ головой штатива гайка съ ручкой (становой винтъ).

§ 183. Условія, требуемыя отъ нивеллировъ съ перекладными трубами и ихъ повѣрка. Здѣсь еще разъ отмѣтимъ, что *главное условіе*, требуемое отъ *всякаго* нивеллира,—это, чтобы *визирная ось* зрительной трубы *нивеллира* была *параллельна оси цилиндрическаго уровня*. Схема устройства нивеллира съ уровнемъ при подставкѣ помѣщена на чертежѣ 261. Подобные же схематическіе чертежи мы будемъ дѣлать и для нивеллировъ съ уровнями при трубѣ (напр. сист. Розенберга) и для нивеллировъ съ уровнями, перекладывающимися на трубѣ (напр. сист. Керна). На нихъ условимся впредь обозначать черезъ LL' горизонтальную линейку подставки трубы [1]), черезъ p и p' размѣры подставокъ трубы отъ цапфъ (шеекъ) трубы до линейки, S и S'—размѣры подставокъ уровня, (разстоянія между концами оси uu' и линейкой LL') r и r'—діаметры шеекъ (цапфъ, колецъ) трубы, черезъ hh_1—направленіе визирной оси трубы, черезъ uu'—ось уровня, параллельнаго трубѣ, черезъ mm' образующую трубы (линію, соединяющую двѣ точки m и m' шеекъ трубы).

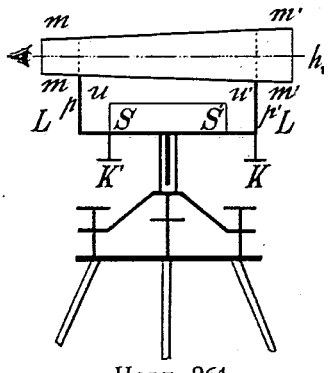
Условія, требуемыя отъ нивеллировъ съ перекладными трубами, въ сущности тѣ же, что и въ глухихъ нивеллирахъ, но повѣрки ихъ имѣютъ нѣкоторыя особенности, *вызываемыя различіемъ ихъ конструкцій*. Поэтому *необходимо твердо запомнить* эти чертежи—схемы устройствъ трехъ типовъ нивеллировъ съ перекладными трубами.

Сначала остановимся на повѣркахъ нивеллировъ съ уровнемъ, прикрѣпленнымъ къ линейкѣ подставки трубы, а затѣмъ укажемъ на соотвѣтственныя измѣненія ихъ въ другихъ нивеллирахъ.

Условія, требуемыя отъ нивеллировъ съ уровнемъ, прикрѣпленнымъ къ линейкѣ подставки трубы (наприм. нивеллиръ Эго), слѣдующія:

1) *Уровень долженъ имѣть чувствительность достаточную и не излишнюю.* Повѣрка производится совершенно такъ же, какъ и въ нивеллирахъ глухихъ.

2) *Ось уровня должна быть перпендикулярна къ вертикальной оси вращенія инструмента.* Ставятъ инструментъ на линію, на концахъ которой выставлены вѣхи, направляютъ пересѣченіе трубы на одну изъ этихъ вѣхъ, подъемными винтами приводятъ пузырекъ уровня на средину, поворачиваютъ верхнюю часть инструмента настолько, чтобы пересѣченіе нитей покрыло другую вѣху, т.-е. точно на 180° и смотрятъ, находится ли пузырекъ уровня на срединѣ трубки. Уклоненіе середины пузырька отъ середины трубки уровня уничтожается на половину дуги отклоненія исправительнымъ винтомъ K' уровня (черт. 261). Повѣрка повторяется снова до совершеннаго выполненія требуемаго отъ уровня условія.



Черт. 261.

Замѣчаніе. Повернуть точно на 180° нивеллиръ съ перекладной трубой около его вертикальной оси вращенія можно также и слѣдующимъ

Т. е. перпендикуляръ къ вертикальной оси вращенія.

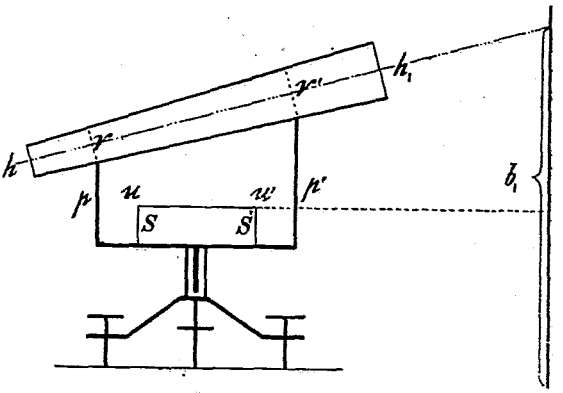
образомъ: навести крестъ нитей трубы на какую либо точку, переложить трубу въ лагерахъ и вновь навести крестъ нитей на ту же точку.

3) *Одна изъ нитей сѣтки трубы должна лежать въ плоскости, перпендикулярной къ вертикальной оси вращенія инструмента, т.-е. должна быть горизонтальна*, при отвѣсномъ положеніи этой оси. Повѣрка производится такъ же, какъ и въ глухихъ нивеллирахъ, т.-е. по приведеніи инструмента въ горизонтальное положеніе, направляютъ изслѣдуемую нить на точку предмета и двигаютъ трубу немного вправо и влѣво. Уклоненіе нити съ избранной точки уничтожается горизонтальнымъ винтомъ a пластинки a при подставкѣ трубы, конецъ котораго долженъ упираться въ вертикальный выступъ y (черт. 256) близъ шейки трубы. Ту же установку нужно сдѣлать и для второго подобнаго же винта, помѣщающагося на другой подставкѣ трубы. Это условіе лучше всего производить послѣ того, какъ повѣрено совпаденіе визирной оси зрительной трубы съ геометрической ея осью.

4) Главное условіе: *визирная ось трубы должна быть параллельна оси уровня*. Изъ схематическаго чертежа устройства нивеллира съ уровнемъ при подставкѣ видно, что это условіе распадается на двѣ части, а именно: оптическая ось hh' будетъ тогда параллельна оси уровня, когда I) *ось уровня*, II) *а также и визирная ось трубы будутъ* (*каждая въ отдѣльности*) *параллельны линейкѣ* LL', а для параллельности визирной оси трубы линейкѣ LL' нужно (въ свою очередь) выполнить слѣдующія три условія, а именно чтобы: III) *визирная ось совпадала съ геометрической осью зрительной трубы*, IV) *образующая* mm' *трубы была параллельна линейкѣ* LL', *чтобы* V) *зрительная труба представляла собою цилиндръ*, т.-е. чтобы діаметры шеекъ трубы были равны.

Ось уровня uu' будетъ тогда параллельна линейкѣ [1]), когда подставки S и S' уровня будутъ равны между собою и одинаково наклонены къ линейкѣ LL'. Равенство же подставокъ S и S' достигается (какъ уже это было указано) при повѣркѣ 2-го условія, дѣйствуя винтомъ K' уровня.

Совпаденіе осей трубы достигается способомъ, изложеннымъ въ § 83 (черт. 101). Допустимъ, что обѣ оси совпадаютъ, тогда легко повѣрить параллельность образующей трубы mm' линейкѣ LL', ибо выполненіе этого условія достигается *выравниваніемъ подставокъ* p и p' *трубы*. При этомъ мы предполагаемъ, что подставки p и p' такъ же, какъ и S и S', перпендикулярны къ линейкѣ LL'.



Черт. 262.

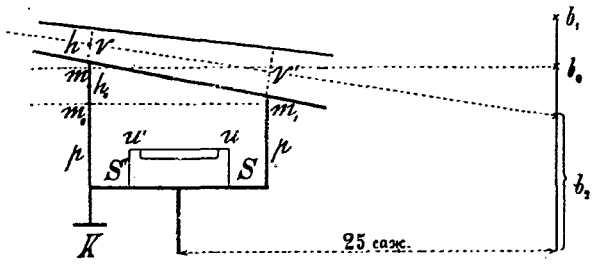
Пусть p и p' — подставки трубы (черт. 262), неравныя между собою, при чемъ передняя $p' > p$, кольца имѣютъ также неравные діаметры $r' > r$, т.-е.

[1]) Или, что тоже самое, перпендикулярна къ вертикальной оси вращенія инструмента.

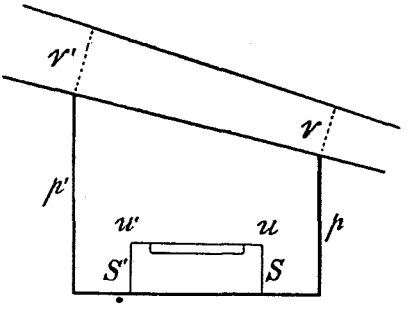
зрительная труба не представляетъ собою цилиндра. Подставки уровня выравнены, т.-е. $S = S'$. Приведемъ пузырекъ уровня на середину трубки и, чтобы замѣтить положеніе hh_1 визирной оси, выставимъ на 25 саж. передъ инструментомъ рейку (обычное разстояніе станціи отъ пикета), и сдѣлаемъ по рейкѣ отсчетъ b_1, онъ будетъ болѣе истиннаго [1]), ибо передній конецъ трубы (визирной оси hh_1) повышенъ; но если бы подставки у трубы были равны, то отъ перемѣны ихъ мѣстъ подъ трубою разъ сдѣланный отсчетъ b_1 на рейкѣ измѣниться не могъ бы. Испытаемъ это: повернемъ инструментъ около вертикальной оси на 180°, тогда объективъ станетъ на мѣсто окуляра. Подставка p' займетъ мѣсто подставки p. Для того же, чтобы можно было вновь визировать черезъ трубу на рейкѣ, дабы убѣдиться, что визирная ось неизмѣнила своего положенія, необходимо трубу переложить въ лагерахъ. *Послѣ перекладыванія трубы большая цапфа r' снова встанетъ на свое прежнее мѣсто, т.-е. впередъ.* Если теперь вновь поставимъ пузырекъ уровня точно на середину трубки и сдѣлаемъ второй отсчетъ b_2 по рейкѣ (черт. 263), то онъ можетъ быть и *не* равенъ первому отсчету b_1. Причиною несогласія между собою отсчетовъ будетъ только *неравенство подставокъ трубы*, ибо большое кольцо r' трубы осталось на прежнемъ мѣстѣ, у объектива, а потому пріемъ обнаруженія неравенства подставокъ трубы и основанъ на двойномъ отсчетѣ по рейкѣ. Для выравниванія подставокъ служитъ исправительный винтъ K, устраиваемый или снизу подставки, или сбоку ея у одной изъ лагеръ, какъ это показано на чертежѣ 255.

$$\text{Пусть } b_1 - b_2 = c, \text{ тогда } b_1 - \frac{c}{2} = b_2 + \frac{c}{2} = b_0 = \frac{b_1 + b_2}{2}.$$

На основаніи этого мы можемъ сказать, что, опуская повышенную подставку p' винтомъ K (черт. 261) до тѣхъ поръ, пока отсчетъ b_2 измѣнится въ b_0 (черт. 263), мы наконецъ повтореніемъ этого пріема повѣрки



Черт. 263.



Черт. 264.

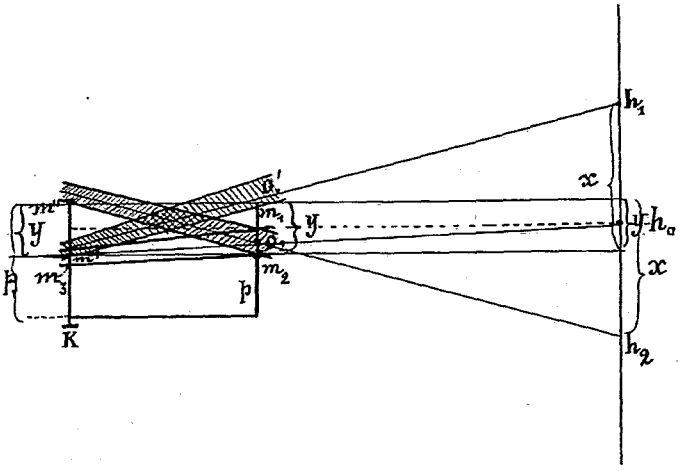
достигнемъ такой разности подставокъ p и p', которая не будетъ сказываться на отсчетахъ b_1 и b_2 по рейкѣ, при разстояніи 25 саж. отъ инструмента до рейки, т.-е. разность ихъ будетъ $b_2 - b_1, < 0{,}002$ саж. И такъ, чтобы обнаружить и достигнуть возможнаго равенства подставокъ трубы у нивеллира Эго, слѣдуетъ 1) избрать линію около 25 саж., въ одинъ конецъ поставить отвѣсно рейку, въ другой — инструментъ, 2) привести пузырекъ уровня на средину трубки, 3) сдѣлать по рейкѣ отсчетъ,

[1]) Т. е. того отсчета, который мы сдѣлали бы при равенствѣ подставокъ p и p'.

4) повернуть инструментъ на 180°, 5) поправить уровень, чтобы пузырекъ въ точности оставался на срединѣ трубки, 6) переложить трубу въ лагерахъ, 7) вновь сдѣлать второй отсчетъ, 8) изъ обоихъ отсчетовъ взять среднее ариѳметическое и 9) винтомъ при подставкѣ трубы установить крестъ нитей на отсчетъ, равный полученному среднему ариѳметическому изъ обоихъ отсчетовъ. При равенствѣ отсчетовъ b_1 и b_2 само собою разумѣется подставки не требуютъ исправленія. Опуская подставку p' (черт. 264), тѣмъ самымъ опустимъ h и m до положенія h_0 и m_0 и образующая m_0m' будетъ почти параллельна mn'.

Примѣчаніе. Если подставка p' болѣе подставки p на величину y (черт. 263 и 265), то происходящая отъ неравенства подставокъ ошибка x въ отсчетѣ по рейкѣ зависитъ отъ разстоянія отъ рейки до инструмента. Изъ чертежа легко видѣть, что отсчетъ, освобожденный отъ вліянія неравенства подставокъ будетъ $h_0 = h_2 - x + \frac{y}{2} = h_1 + x - \frac{y}{2} = \frac{1}{2}(h_1 + h_2)$.

Этотъ отсчетъ получился бы *съ помощью горизонтальнаго луча зрѣнія*, если бы одну подставку p увеличили, а другую p' уменьшили на величину $^1/_2\ y$; но исправлять заразъ обѣ подставки нельзя, такъ какъ исправительный винтъ K (черт. 263) имѣется только при одной подставкѣ (у насъ большой лѣвой p'). Можно бы опустить подставку p' на величину y, тогда обѣ подставки были бы равны p, причемъ отсчетъ по рейкѣ былъ бы $h_2 - x$, отличающійся отъ h_0 на величину $^1/_2\ y$; но неизвѣстность величины y лишаетъ насъ возможности получить отсчетъ $h_2 - x$ на рейкѣ, а, слѣдовательно, не позволяетъ сразу достигнуть полнаго (идеальнаго) равенства подставокъ p и p'. Намъ приходится, дѣйствуя винтомъ K, вращать трубу въ вертикальной плоскости около точки m_2 (черт. 265), какъ около центра, наклоняя визирную ось до тѣхъ поръ, пока отсчетъ изъ h_2, не превратится въ h_0, а это наступитъ тогда, когда (см. чертежъ) p' станетъ меньше p. Однако, повторяя повѣрку, возможно *постепенно* разницу въ подставкахъ свести къ столь незначительной величинѣ, что $h_2 - h_1$, не превыситъ 0,002 сажени. Но такъ какъ такая разность двухъ отсчетовъ будетъ лежать въ предѣлахъ точности отсчитыванія по рейкѣ, то, достигнувъ этой величины, можно утверждать, что оставшаяся разница въ подставкахъ p и p' не вліяетъ уже на отсчеты h_1 и h_2 по рейкѣ (при разстояніи въ 25 саж. до нея отъ инструмента), т.-е. допустить съ практической точки зрѣнія, что $p = p'$. Не смотря на это, все таки изъ предосторожности,



Черт. 265.

когда разстояніе не равно 25 саж. при употребленіи инструмента, труба перекладывается въ лагерахъ и дѣлается по два отсчета на каждой рейкѣ, изъ которыхъ берутся среднія ариѳмтическія.

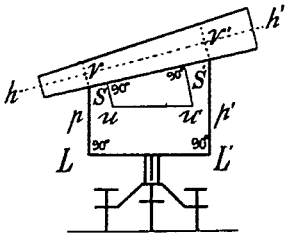
Остается провѣрить равенство діаметровъ колецъ r и r', такъ какъ даже при равенствѣ подставокъ p и p' трубы и совпаденіи геометрической оси съ визирной, при неравенствѣ діаметровъ r и r' цапфъ, визирная ось трубы *не* будетъ параллельна оси уровня.

Чтобы повѣрить это послѣднее условіе у нивеллира Эго, нужно, положивъ трубу въ лагеры послѣ всѣхъ приведенныхъ выше повѣрокъ, *идти на мѣстность и, взявши наклонную линію, дважды пронивеллировать ее—снизу вверхъ и сверху внизъ*, т.-е. продѣлать то же самое, что и въ глухомъ нивеллирѣ при производствѣ повѣрки параллельности оптической оси къ оси уровня. Пусть отсчетъ по рейкѣ при нахожденіи нивеллира внизу былъ b_1, а высота инструмента i_1, послѣ переноски нивеллира на мѣсто рейки высота его измѣнилась въ i_2, а отсчетъ по рейкѣ (при нахожденіи пузырька уровня на срединѣ трубки) сдѣлался равнымъ b_2. Если разность $i_1—b_1$ *не* равна $b_2—i_2$, (дающія при вывѣренномъ нивеллирѣ превышеніе одной точки надъ другой), то діаметры r и r' колецъ трубы *не* равны. Исправленіе ошибки поручается механику, который долженъ переточить шейки. Ошибка y въ отсчетѣ на рейкѣ будетъ (сличи съ § 103).

$$y = \frac{i_1 + i_2}{2} - \frac{b_1 + b_2}{2}.$$

Она возрастаетъ пропорціонально разстоянію. Если бы разстоянія отъ нивеллира до обѣихъ реекъ были равны, т.-е. нивеллированіе всегда производилось-бы изъ середины, то эта ошибка не сказывалась бы на разности высотъ подошвъ реекъ. При нивеллированіи впередъ она неминуемо цѣликомъ войдетъ въ отсчетъ по рейкѣ, а слѣдовательно и въ разность высотъ. Чтобы не считаться съ вліяніемъ этой ошибки (т.-е. не вводить поправки въ отсчеты) необходимо преобразовать нивеллиръ изъ нивеллира съ перекладною трубою въ глухой нивеллиръ, т.-е. употреблять его въ одномъ *разъ навсегда замѣченномъ* положеніи, напр. кладя трубу объективомъ на подставку, замѣченную какимъ-либо знакомъ, и достигая параллельности осей уровня и трубы винтами при сѣткѣ.

Повѣрки нивеллира съ уровнемъ подъ трубою. Условія, требуемыя отъ нивеллира съ уровнемъ подъ трубою (напр. системы Розенберга) тѣ же самыя, то и для нивеллира Эго: *главное условіе—параллельность визирной оси зрительной трубы оси цилиндрическаго уровня.* Однако производство повѣрокъ этихъ условій дѣлается здѣсь нѣсколько иначе. Такъ, чтобы повѣрить перпендикулярность оси на уровня къ вертикальной оси вращенія инструмента, примѣняясь къ началу § 183, достаточно, какъ видно изъ чертежа 266, потребовать, чтобы



Черт. 266.

I) $S = S'$, т.-е. *чтобы были равны подставки уровня* и

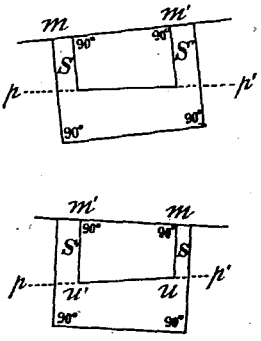
II) $p = p'$, т.-е. чтобы были *равны подставки у трубы.*

При соблюденіи условія $S = S'$, само собою разумѣется, выполнится параллельность образующей трубы къ оси *ии'* уровня и останется провѣрить

III) *совпаденіе геометрической и визирной осей у трубы*

и IV) *равенство діаметровъ ея цапфъ, которыми она кладется въ лагеры*, тогда выполнится и главное условіе: параллельность оси уровня къ визирной оси трубы.

Повѣрка равенства подставокъ S и S' *уровня* дѣлается такъ: ставятъ уровень по направленію двухъ подъемныхъ винтовъ, приводятъ пузырекъ уровня на средину, затѣмъ мѣняютъ мѣста подставокъ S и S' (черт. 267), *что достигается простымъ перекладываніемъ трубы въ лагерахъ*. Если пузырекъ отклонится отъ середины трубки, то S не равно S', пузырекъ уклонится къ повышенному концу, къ короткой подставкѣ, тогда исправительнымъ винтомъ *и'* при уровнѣ *ии'* выравниваются подставки уровня. Пузырекъ переводится винтомъ при *и'* на *половину дуги отклоненія* отъ середины трубки.



Черт. 267.

Самое производство повѣрки основано на томъ, что какъ при 1-омъ, такъ и при 2-мъ положеніи трубы, *образующая ея*, т.-е. линія *mm'* (черт. 267) *не измѣнитъ своего направленія относительно спокойно стоящей всей нижней части нивеллира*. Уголъ наклона линіи *mm'* къ горизонту отъ перекладыванія трубы не мѣняется, такъ какъ положеніе ея (направленіе) только зависитъ отъ положенія подставокъ p и p', а онѣ остаются на мѣстѣ.

Повѣрка равенства подставокъ p *и* p' *трубы*. Выравнивъ подставки уровня, *снова* ставятъ уровень по направленію двухъ подъемныхъ винтовъ и приводятъ пузырекъ его на середину трубки, послѣ чего мѣняютъ подъ зрительной трубою мѣста подставокъ трубы p и p', *вращая всю подставку нивеллира точно на* 180^0 *около вертикальной оси* [1]). Если пузырекъ уклонится отъ середины трубки, то это укажетъ, что подставки p и p' не равны. Выравниваніе подставокъ производится у нивеллира Розенберга исправительнымъ винтомъ r подставки p_1 (смотря перспективный чертежъ № 256), а у нивеллировъ той же системы, имѣющихъ элевацiонный винтъ при подставкѣ, напр., системы Бамберга, исправленіе дѣлается элевацiоннымъ винтомъ, причемъ по головкѣ элевацiоннаго винта, или замѣчается отсчетъ, или же на самой подставкѣ (системы Рейхенбаха) дѣлается зарубка (подобно тому, какъ это дѣлалось въ глухомъ нивеллирѣ Зиклера), на которую и устанавливается подставка передъ приведеніемъ инструмента въ горизонтальное положеніе. Самое выравниваніе состоитъ въ томъ, что пузырекъ уровня двигаютъ винтомъ r (или элевацiоннымъ) *на половину дуги отклоненія*. Передвинувъ пузырекъ, вновь повторяютъ пріемъ,

[1]) Такъ какъ равенство подставокъ S и S' уже провѣрено, то можно прямо, оставляя на мѣстѣ трубу въ лагерахъ, повернуть весь инструментъ на 180^0 около его вертикальной оси вращенія.

т.-е. ставятъ *подъемнымъ* винтомъ пузырекъ уровня на середину трубки и поворачиваютъ нивеллиръ около вертикальной оси на 180°. Въ случаѣ уклоненія пузырька отъ середины трубки опять дѣйствуютъ винтомъ при подставкѣ. Пріемъ повторяется до тѣхъ поръ, пока пузырекъ перестанетъ мѣнять свое положеніе въ трубкѣ вслѣдствіе поворота нивеллира на 180° около вертикальной оси.

Чтобы убѣдиться, *лежитъ ли ось ии′ уровня съ визирной осью въ одной плоскости*, поступаютъ такъ же, какъ это было указано на черт. 127—129, § 94.

Совпаденіе геометрической оси съ оптической и *равенство діаметровъ цапфъ* въ нивеллирѣ съ уровнемъ при трубѣ повѣряется точно такъ же, какъ и въ нивеллирѣ съ уровнемъ на подставкѣ трубы (сист. Эго).

Повѣрка чувствительности уровня не зависитъ отъ системы нивеллира.

Повѣрки нивеллира съ перекладнымъ на трубѣ уровнемъ. Въ нивеллирѣ съ уровнемъ, перекладывающимся на трубѣ (*сист. Керна*) требуется выполненіе прежде всего *главнаго условія,—параллельности визирной оси трубы съ осью цилиндрическаго уровня*, которое само собой выполнится, если сдѣлаемъ изъ тѣхъ же 5 условій

I) *равенство подставокъ уровня,*

II) *равенство діаметровъ цапфъ* (*шеекъ*) у трубы,

III) *равенство подставокъ трубы* [1]),

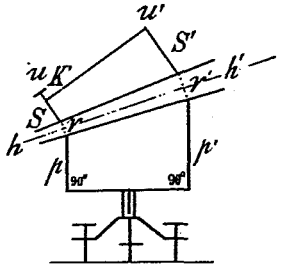
IV) *совпаденіе геометрической оси съ визирною у трубы,*

V) *нахожденіе оси уровня съ визирною осью въ одной плоскости,*

и VI) *нахожденіе одной изъ нитей въ горизонтальной плоскости (или правильнѣе въ плоскости, перпендикулярной къ вертикальной оси вращенія нивеллира)* [2])

повѣрку условій V-го, IV-го, I-го и II-го.

I. Равенство подставокъ S и S' уровня повѣряется *перекладываніемъ уровня на цапфахъ трубы.* При этомъ, замѣтивъ первоначальное положеніе подставокъ S и S' (черт. 268), ставятъ уровень по направленію двухъ подъемныхъ винтовъ и приводятъ пузырекъ его на середину трубки. *Затѣмъ мѣняютъ мѣста ножекъ S и S' простымъ перекладываніемъ уровня, не трогая трубы и нижней части нивеллира.* Отклоненіе середины пузырька отъ середины трубки укажетъ на неравенство подставокъ и ихъ выправляютъ исправительнымъ винтомъ K' уровня, передвигая пузырекъ на половину дуги отклоненія.



Черт. 268.

II. *Равенство діаметровъ цапфъ* можно обнаружить такъ: убѣдившись въ равенствѣ подставокъ уровня, т.-е. въ томъ, что $S = S'$, и приведя пузырекъ уровня на середину трубки, *приподнять* уровень (*не* мѣняя

[1]) Повѣрка III условія нужна для того, чтобы визирная ось трубы была перпендикулярна къ вертикальной оси вращенія инмтрумента, что важно при круговомъ визированіи на нѣсколько точекъ (вокругъ стоянія съ нивеллиромъ).

[2]) Условіе VI—повѣряется ради удобства отсчитыванія по рейкѣ.

мѣстъ S и S'), *и подъ уровнемъ переложить трубу въ лагерахъ*, т.-е. перемѣнить мѣста цапфъ; если цапфы не равны, то пузырекъ уклонится отъ середины трубки, и шейки слѣдуетъ переточить.

III) *Равенство подставокъ p и p'* провѣряется, послѣ приведенія пузырька на середину трубки уровня, поворачиваніемъ всего инструмента на 180° такъ же, какъ въ нивеллирѣ системы Розенберга.

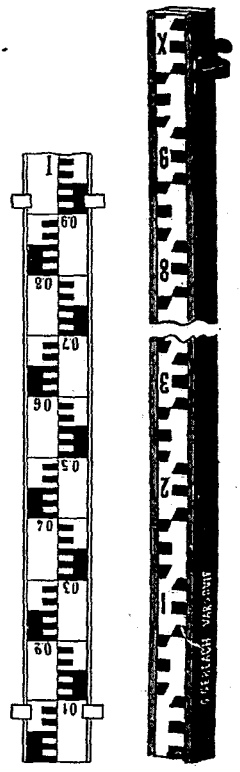
Исправленіе неравенства подставокъ трубы достигается элевацiоннымъ винтомъ. Правильное положеніе подставокъ замѣчается отсчетомъ по элевацiонному винту или мѣткою на подставкѣ, на которую устанавливается край линейки подставки.

Выполненіе условій IV, V и VI достигается тѣми же пріемами, что и въ ранѣе описанныхъ нивеллирахъ.

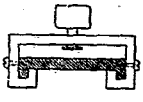
§ 184. Нивеллирныя рейки. Для отсчитыванія вертикальныхъ разстояній отъ земли до горизонтальнаго луча зрѣнія, при геометрическомъ (или иначе топографическомъ) нивеллированіи служатъ *нивеллирныя рейки*, т.-е. деревянные бруски, длиною отъ 1 до 2 саженъ, толщиною около полдюйма и шириною отъ 2 до 3 дюймовъ. Самая распространенная рейка, извѣстная подъ именемъ *мюнхенской рейки* (системы механика Рейхенбаха), состоитъ изъ двухъ *равныхъ по длинѣ* брусковъ, соединенныхъ снизу и сверху скобами. Въ этихъ скобахъ одинъ брусъ можетъ двигаться вдоль другого. Длина каждаго бруса немного болѣе одной сажени. Въ случаѣ надобности задній брусъ выдвигается изъ-за передняго, и подпись его дѣленій должна служить продолженіемъ подписи передняго бруса (черт. 269а). Лицевая сторона передняго бруса выкрашена бѣлой масляной краской и по бѣлому полю (черт. 269) нанесены поперемѣнно бѣлыя и черныя (или красныя) шашки двухъ родовъ: каждая малая шашка = 0,01 саж., а каждая большая шашка = 0,05 сажени (полудесятыя). Черезъ каждыя 10 малыхъ шашекъ, т.-е. черезъ каждую десятую долю сажени сдѣлана подпись. На переднемъ брусѣ подпись дѣлается такъ:

0,0; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,9; 1,
или 0, 1, 2, 3, 4, 5, ... 9, X,
а на заднемъ брусѣ: I, 1; I, 2; I, 3; ..... I, 9; II
или 11, 12, 13, ... 19, 20.
. . . . . .

Встрѣчается также подпись: 0,1,2, ... 9,X,1,2, 3, ... 9,X.



Черт. 269. 269а. Черт. 270.


Черт. 271.

На чертежѣ 270 представлена раздвинутая рейка, если смотрѣть на нее въ профиль (сбоку). На немъ AA' передній брусъ, а BB' — задній брусъ, къ переднему брусу привернута верхняя скобка съ винтомъ K, могущимъ

плотно прижать задній брусъ къ переднему; нижняя скоба привернута къ низу бруса BB', т.-е. къ заднему брусу, скользящему вдоль передняго. При раздвиганіи рейки нижняя скоба поднимается къ верхней скобѣ. *Подпись цифръ на рейкѣ должна идти въ обратномъ видѣ*, какъ показано на предшествующемъ чертежѣ, такъ какъ зрительныя трубы нивеллировъ — астрономическія, т.-е. дающія изображенія въ обратномъ видѣ. Въ планѣ раздвижная мюнхенская рейка имѣетъ видъ, указанный на чертежѣ 271.



Черт. 271а.

Для того, чтобы дерево не размочаливалось и рейка не оббивалась, сверху и снизу она обита желѣзными скобочками, имѣющими видъ поперечнаго сѣченія рейки. Нижній конецъ рейки, которымъ она ставится на землю, или на деревянный колышекъ, обозначающій точку мѣстности, принято называть *пяткою рейки*.

Установка рейки вертикально дѣлается помощью круглаго уровня, привертываемаго къ рейкѣ (черт. 271а и 272), или помощію обыкновеннаго отвѣса; а иногда на задней сторонѣ рейки сдѣланъ для этого вырѣзъ, въ которомъ на проволокѣ помѣщенъ грузъ, остріе груза при вертикальности рейки должно быть надъ остріемъ неподвижнаго стержня k, перпендикулярнаго къ горизонтальной линіи (см. черт. 272).

Кромѣ реекъ описаннаго устройства встрѣчаются *узкія рейки съ цѣлями (или мирами)*. Простѣйшая рейка съ цѣлью, есть четыреграннный брусъ, длиною отъ 1,5 до 2 саж., шириною и толщиною около 1 дюйма, раздѣленный на десятыя и сотыя доли сажени, или на футы и дюймы. Вдоль рейки можетъ быть передвигаема помощью скобы дощечка, называемая цѣлью; она горизонтальною чертою раздѣлена на двѣ части, окрашенныя одна—бѣлою, а другая черною или красною красками. Въ серединѣ цѣли сдѣлано четыреугольное отверстіе, верхній край котораго совпадаетъ съ горизонтальной линіей. Для закрѣпленія цѣли на произвольномъ мѣстѣ рейки служитъ нажимательный винтъ при скобѣ цѣли.

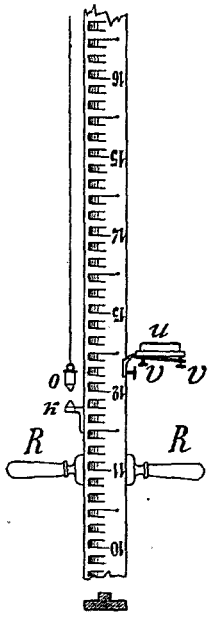
При употребленіи рейки цѣль ея передвигаютъ вверхъ или внизъ по указанію съемщика до тѣхъ поръ, пока горизонтальная черта вырѣза не будетъ находиться на горизонтальной линіи визированія.

Для удобства перевозки рейки ее дѣлаютъ составною изъ двухъ или трехъ брусьевъ, передвигающихся въ пазахъ.

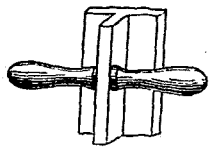
Рейки подобнаго устройства имѣютъ большой недостатокъ, состоящій въ томъ, что при употребленіи ихъ тратится много времени на установку цѣли на надлежащей высотѣ по указанію съемщика. Кромѣ того реечникъ, перенося рейку къ съемщику для сдѣланія на ней отсчета, можетъ нарушить даже и незамѣтно для себя правильное положеніе цѣли, слѣдствіемъ чего будетъ невѣрный отсчетъ. Поэтому рейки съ цѣлями употребляютъ только тогда, когда дѣленія рейки при нѣкоторомъ ея удаленіи отъ инструмента не могутъ быть различаемы простымъ глазомъ: при нивеллирахъ съ трубами хорошаго достоинства употребляются рейки безъ цѣлей. Дѣленія на рейкѣ величиною въ 0,01 долю сажени можно не только свободно ви-

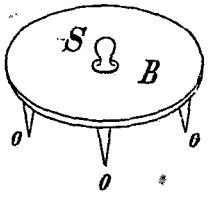
дѣть въ хорошую зрительную трубу на разстояніи 40—50 саж. отъ нивеллира, но даже и оцѣнивать на глазъ десятыя ихъ доли, т.-е. 0,001 саж.

При точномъ нивеллированіи (*перваго разряда*) рейка дѣлается длиною въ три метра, раздѣленные на дециметры и сантиметры, миллиметры же отсчитываются въ трубу на глазъ. Рейка при этомъ имѣетъ ручки *RR* (черт. 272 и 273), за которыя ее держатъ при употребленіи, уровень *u* съ исправительными винтами *v*, *v*, служащій для приведенія рейки въ вертикальное положеніе, и отвѣсъ *o* для повѣрки уровня. При этой повѣркѣ пузырекъ уровня долженъ быть на срединѣ въ то время, когда остріе отвѣса *o* стоитъ надъ остріемъ *k*. Чтобы рейка не коробилась и не прогибалась, она дѣлается *тавроваго сѣченія*, какъ показано внизу чертежа 272 и на черт. 273. Рейка при употребленіи ставится на *башмакъ B* (черт. 274), имѣющій вверху шипъ *S* для рейки, а внизу три зубца *o*, которыми башмакъ вдавливается въ землю. При перворазрядныхъ нивеллировкахъ нашего Главнаго Штаба употребляется такъ называемая *оборотная* рейка, на которой дѣленія назначаются на обѣихъ широкихъ сторонахъ рейки. Это служитъ средствомъ для избѣжанія просчетовъ. На одной сторонѣ помѣченной буквой *M*, наносятъ 300 сантиметровъ и подписываютъ отдѣльные дециметры, а на другой противоположной сторонѣ съ буквою *R* нанесены дѣленія въ $^1/_{200}$ долю сажени и подписаны двадцатыя доли сажени. Метрическая шкала окрашена бѣлою и черною, а русская—бѣлою и красною красками.



Черт. 272.


Черт. 273.



Черт. 274.

Сравненіе реекъ, съ нормальною мѣрою помощію штангенъ-циркуля [1]) слѣдуетъ дѣлать отъ времени до времени, въ особенности при продолжительной работѣ: съ этою цѣлью въ рейку чрезъ каждый метръ врѣзываются металлическіе кружки съ горизонтальными штрихами.

Въ заключеніе надо сказать, что съемщикъ долженъ по возможности избѣгать визировать на верхъ рейки, такъ какъ онъ нѣсколько дрожитъ и неправильно колеблется отъ вѣтра.

Производство топографическаго нивеллированія.

§ 185. Виды геометрической нивеллировки. Пріемъ нивеллировки вполнѣ зависитъ отъ той цѣли, съ которой предпринимается нивеллированіе. I) Если опредѣляется разность уровней двухъ *незначительно удаленныхъ*

[1]) Для сравненія реекъ въ Инженерномъ Училищѣ имѣется компараторъ съ штангенъ-циркулемъ Лебедева, въ Межевомъ Институтѣ—метровая дѣленная линейка Керна, въ видѣ штангенъ-циркуля.

другъ отъ друга точекъ и при этомъ оказывается вполнѣ достаточнымъ *одной постановки* инструмента или, какъ говорятъ, одной станціи *съ нивеллиромъ*, то такое нивеллированіе называется *простымъ*. Пріемъ простого нивеллированія можетъ быть двоякій,—„*впередъ*“ и „*изъ средины*“. II) Если же для опредѣленія разности уровней двухъ точекъ приходится брать нѣсколько станцій, то нивеллированіе называется *сложнымъ*. При сложномъ нивеллированіи опредѣляется разность уровней не только двухъ крайнихъ точекъ, а цѣлаго ряда точекъ на данномъ направленіи. Если сложное нивеллированіе ведется *вдоль* заранѣе намѣченной линіи заданнаго направленія (по прямой, ломаной, или кривой, или по извилинѣ, состоящей изъ ряда прямыхъ и кривыхъ), то такое нивеллированіе принято называть *продольнымъ*. Продольное (техническое) сложное нивеллированіе въ большинствѣ случаевъ ведется по оси будущей дороги или проектируемой канавы. Нивеллированіе идущее (въ горизонтальной плоскости) подъ угломъ къ главному продольному, принято называть *поперечнымъ*. Поперечною нивеллировкою опредѣляется характеръ всей поверхности узкой полосы земли, предназначенной для дороги или канала: На основаніи продольной нивеллировки въ связи съ поперечной дѣлается расчетъ земляныхъ работъ для насыпей и выемокъ дороги. Если ширина поперечныхъ профилей (вертикальныхъ сѣченій) незначительна, какъ это имѣетъ мѣсто при нивеллировкѣ узкой полосы земли, то поперечная нивеллировка ведется совмѣстно съ продольной. Если же ось поперечной нивеллировки достаточно длинна и число поперечныхъ профилей значительно, то поперечная нивеллировка поручается особому лицу. Для поперечныхъ нивеллировокъ нерѣдко пользуются даже простымъ ватерпасомъ. III) Нивеллированіе можетъ имѣть цѣлію опредѣленіе *общаго характера поверхности цѣлаго участка мѣстности*;—такое нивеллированіе, дающее рядъ профилей: 1) непосредственно изъ полевыхъ дѣйствій, по заранѣе намѣченнымъ въ полѣ направленіямъ, а во 2) по плану въ любомъ направленіи, называется *нивеллированіемъ поверхности*.

Если продольное нивеллированіе ведется по оси будущей дороги или канала по несомкнутой линіи, состоящей изъ ряда прямыхъ, соединенныхъ кривыми, то въ такомъ случаѣ прямыя между двумя сосѣдними кривыми называютъ „*прямыми вставками*“, а кривыя—„*закругленіями*“. Кривыя эти по преимуществу дѣлаются дугами круговъ опредѣленныхъ (заранѣе данныхъ) радіусовъ.

§ 186. **Нивеллированіе узкой полосы земли** (будущей дороги или канала) слагается изъ а) *заготовленія оси нивеллированія* или *разбивки пикетажа* и б) *собственно* сложнаго продольнаго *нивеллированія* вдоль заготовленной оси, иногда въ связи съ поперечнымъ нивеллированіемъ.

а) *Заготовленіе оси продольнаго нивеллированія* слагается изъ *разбивки прямыхъ линій* и изъ *разбивки закругленій* и заключается, помимо вѣшенія линій, I) въ промѣрахъ разстояній стальной лентой (или цѣпью), II) въ забиваніи деревянныхъ кольевъ а) въ мѣстахъ постановокъ реекъ (для *обозначенія пикетовъ*), б) въ мѣстахъ, означающихъ начало, средину и

конецъ кривой, в) въ точкахъ *перегиба* земной поверхности, г) въ мѣстахъ точекъ поперечныхъ профилей и т. п., III) въ правильной нумераціи забитыхъ кольевъ, IV) въ измѣреніи теодолитомъ (или пантометромъ) угловъ между прямыми вставками, (а также и при детальной разбивкѣ кривыхъ), V) въ нанесеніи пикетовъ на кривыя и VI) въ правильномъ веденіи пикетажной книжки.

б) *Собственно сложное продольное нивеллированіе* заключается 1) въ удачномъ выборѣ наименьшаго числа станцій по оси, 2) въ надлежащей установкѣ инструмента на станціяхъ, 3) въ правильномъ чтеніи на рейкахъ отрѣзковъ, даваемыхъ горизонтальною нитью зрительной трубы (считая ихъ отъ пятки рейки), 4) въ надлежащей записи отсчетовъ въ графы журнала нивеллированія и 5) въ принятіи ряда предосторожностей, исключающихъ возможность какъ грубыхъ ошибокъ, такъ и неизбѣжныхъ погрѣшностей (отъ несовершенства инструментовъ, несовершенства пріема нивеллировки и отъ не совершенства зрѣнія наблюдателя) въ окончательныхъ результатахъ сдѣланныхъ наблюденій.

§ 187. Разбивка оси на ровной мѣстности и на косогорѣ. До нивеллированія, при разбивкѣ еще пикетажа, слѣдуетъ различать *мѣстность ровную*, т. е. съ слабымъ наклономъ къ горизонту и *мѣстность на косогорѣ*. На мѣстности ровной мы не будемъ разбивать кривыхъ закругленій, а лишь ограничимся въ полѣ прямыми и *поправками* въ промѣрахъ по прямымъ при забиваніи кольевъ пикетажа (см. § 191), *дабы сохранить общую длину намѣченной оси на планѣ*. На косогорѣ же обязательно станемъ разбивать кривыя, намѣчая на нихъ пикеты. На кривой также будемъ отмѣчать кольями *главныя ея точки*. Такое различіе на мѣстности станемъ дѣлать затѣмъ, чтобы получать болѣе близкіе результаты для, такъ называемыхъ, *отмѣтокъ* (высотъ) точекъ кривыхъ.

§ 188. Отмѣтка. Реперъ. Связующія и промежуточныя точки нивеллировки. *Отмѣткою* точки земной поверхности или иначе ея *альтитудою* условимся называть высоту ея надъ заранѣе нами выбраннымъ уровнемъ. За этотъ уровень обыкновенно считаютъ средній горизонтъ водъ извѣстнаго моря (напримѣръ Балтійскаго или Чернаго) въ заранѣе намѣченномъ пунктѣ.

Если же высоты точекъ нивеллируемой мѣстности будемъ относить къ произвольному фиктивному уровню, то такія отмѣтки станемъ называть *условными*.

Высоту линіи визированія на каждой станціи надъ условнымъ уровнемъ будемъ называть *горизонтомъ инструмента* или *горизонтомъ станціи*.

Постоянныя точки (чѣмъ-либо хорошо замѣченныя относительно окружающихъ ихъ точекъ, напр. верхнія линіи цоколей церквей и каменныхъ зданій, спеціально вбитые горизонтально желѣзные болты въ стѣны, верхній край сруба колодца, а также прочно врытые по пути нивеллированія въ землю, спеціальной формы, столбики и т. п.), отъ которыхъ ведется нивеллировка или при которыхъ заканчивается нивеллирный ходъ будемъ называть *реперами* или *нивеллирными марками* (замѣтками).

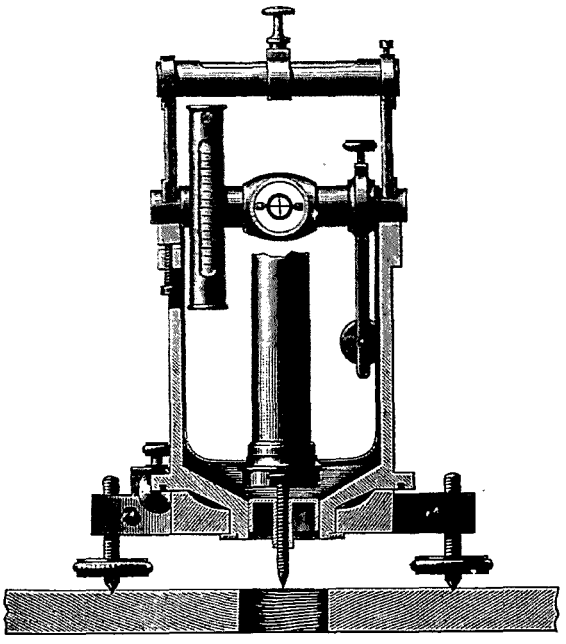
Точки, на которыя будемъ дѣлать взгляды (т. е. брать отсчеты) по одной и той же рейкѣ *съ двухъ сосѣднихъ станцій* сложнаго продольнаго нивеллированія, будемъ называть *связующими* точками нивеллировки, точки же, встрѣчающіяся между связующими—*промежуточными*. Въ зависимости отъ наклона мѣстности и отъ силы зрѣнія трубы и чувствительности уровня разстояніе между связующими точками мѣняется, а потому мѣняется и разстояніе между станціями.

Обыкновенно связующими точками дѣлаютъ пикеты, и общепринятое разстояніе между двумя сосѣдними пикетами 50 саженъ.

На мѣстности ровной связующія точки берутся на разстояніи отъ 50 до 100 саженъ, если труба имѣетъ увеличеніе въ 30 разъ и цѣна одного дѣленія уровня не превышаетъ 10″.

На мѣстности крутой разстояніе отъ рейки до инструмента доходитъ до 5 саженъ, при нивеллированіи впередъ, и до 10 саженъ при нивеллированіи изъ средины.

§ **189. Разбивка прямыхъ линій,** длиною отъ 50 до 350 саж., дѣлается по трубѣ теодолита; вѣшеніе линіи начинается съ дальней вѣхи, постепенно приближаясь къ теодолиту, при этомъ *предварительно* всегда слѣдуетъ *хорошо выверить* перпендикулярность коллимаціонной плоскости трубы къ плоскости лимба. Провѣшиваніе же болѣе длинныхъ прямыхъ [1]), которыя тянутся на одну или нѣсколько верстъ, требуетъ приборовъ съ *сильными зрительными трубами*, (увеличеніе въ 30—40 разъ), переводящимися черезъ зенитъ или перекладывающимися въ лагерахъ, имѣющихъ обязательно уровень на горизонтальной оси вращенія зрительной трубы, и такъ какъ такіе приборы приспособлены спеціально для разбивки угла въ 180°, или 200 *gr*., то у нихъ совсѣмъ не имѣется лимба съ дѣленіями. Эти приборы называются *алиніометрами*.

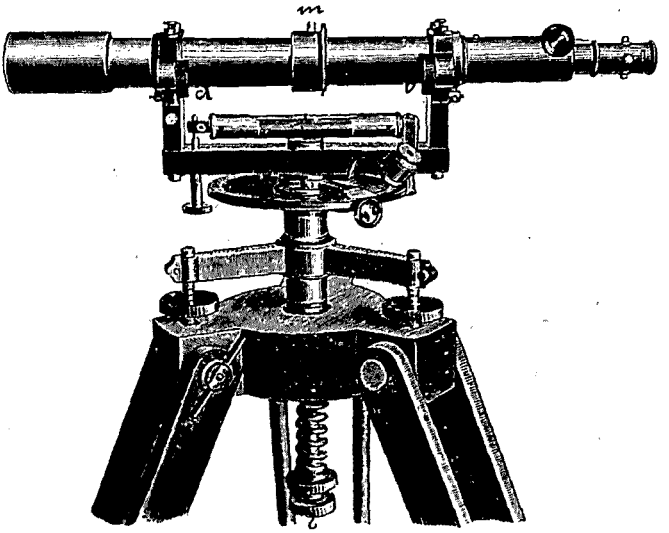


Черт. 275.

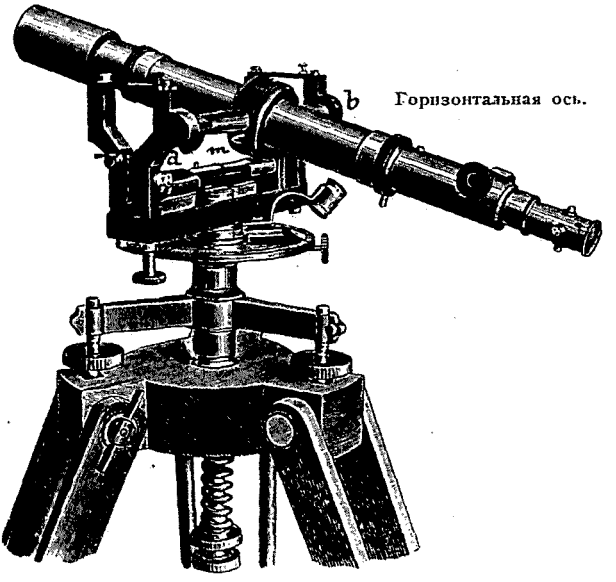
Алиніометры. Простѣйшій алиніометръ *Нагеля* изображенъ на чертежѣ 275. Онъ состоитъ изъ зрительной трубы, переводящейся черезъ зенитъ, съ горизонтальной осью, перекладывающеюся въ лагерахъ подставки; на концы этой оси ставится параллельно ей самой цилиндрическій уровень. Сверхъ того поперекъ горизонтальной оси прикрѣпленъ второй уровень, ось котораго перпендикулярна къ оптической оси. При движеніи трубы

[1]) Направленіе такихъ линій задается азимутомъ.

перемѣщается и послѣдній уровень вмѣстѣ съ горизонтальной осью. Подставка трубы вкладывается въ треножникъ о трехъ подъемныхъ винтахъ, въ которомъ весь инструментъ можетъ вращаться около вертикальной оси. Второй уровень дозволяетъ оптическую ось трубы устанавливать вертикально, направляя ее объективомъ къ поверхности земли, въ тотъ моментъ, когда пузырекъ второго уровня находится на серединѣ трубки [1]). При сѣтки трубы имѣются исправительные винты для уничтоженія коллимаціонной ошибки. По серединѣ треножника помѣщается цилиндръ съ подвижнымъ штифтомъ для центрировки инструмента. При употребленіи инструмента, горизонтальная ось обязательно перекладывается въ лагерахъ, причемъ за истинное положеніе коллимаціонной плоскости принимается среднее изъ двухъ визированій. Принадлежностію инструмента служитъ визирка (мира), приспособленная къ перемѣщенію по двумъ взаимно перпендикулярнымъ направленіямъ, по двумъ подраздѣленнымъ шкаламъ.



Черт. 276.

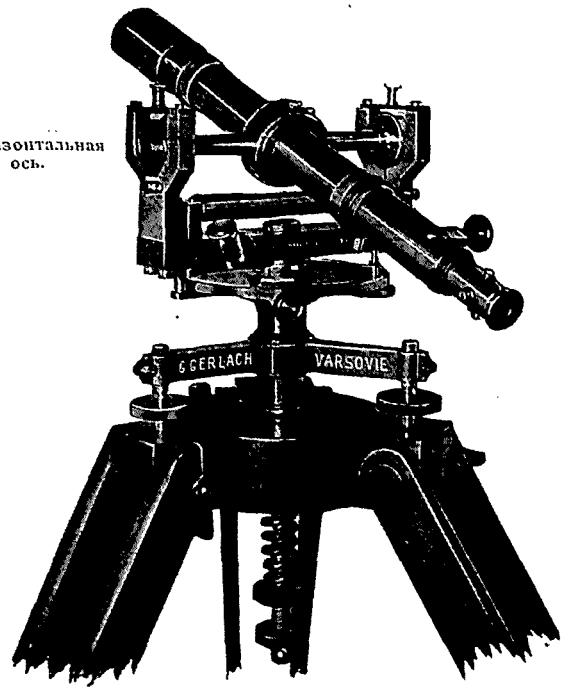


Черт. 277.

Въ виду того, что трубы нивеллировъ обладаютъ большимъ увеличеніемъ, а слѣдовательно могутъ замѣнить собою алиніометры, а также въ виду того, что проще имѣть при себѣ одинъ, чѣмъ два инструмента, механикъ Герляхъ въ Варшавѣ сдѣлалъ попытку

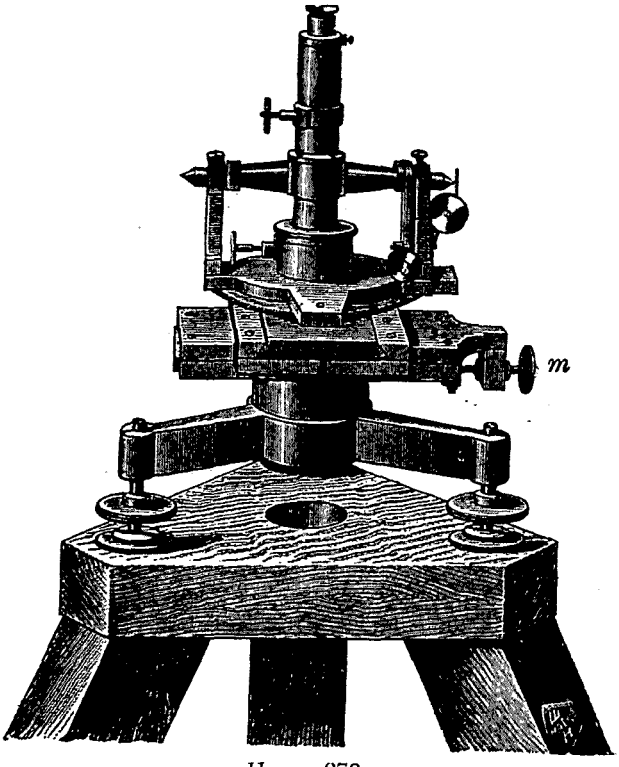
[1]) Это дѣлается при прорытіи туннелей, когда роются шахты (колодцы) по оси туннеля. За послѣднее время подобнаго рода приборы стали примѣняться для центрировки угломѣрныхъ инструментовъ.

приспособить нивеллиръ системы Эго такъ, чтобы онъ былъ пригоденъ и для измѣренія угловъ и для вѣшенія длинныхъ прямыхъ.



Черт. 277 bis.

Герляхъ называетъ свой приборъ нивеллиромъ—теодолитомъ. Онъ изображенъ на чертежахъ 276 и 277. Сбоку лагеръ трубы нивеллира сдѣланы два гнѣзда *a* и *b* для горизонтальной оси вращенія трубы, имѣющей видъ, указанный въ верхней части *FEF* чертежа 81, т. е. видъ кольца на горизонтальномъ стержнѣ, въ которое вдвигается средняя шейка трубы нивеллира съ небольшимъ шипомъ *m*; шипъ *m* входитъ сперва въ продольный, а затѣмъ—въ поперечный вырѣзъ (кольца черт. 277) и препятствуетъ выпаденію трубы изъ кольца горизонтальной оси вращенія трубы. Эта дополнительная ось, помѣщающаяся въ случаѣ надобности въ гнѣздахъ *a* и *b*, имѣющихъ форму клапановъ на шарнирахъ; при перевозкѣ инструмента она укладывается въ особомъ мѣстечкѣ ящика для прибора. Чтобы не дѣлать особыхъ гнѣздъ *a* и *b*, концамъ дополнительной (горизонтальной) оси вращенія трубы стали придавать форму двухъ цилиндровъ, непосредственно вкладывающихся въ лагеры подставокъ нивеллира. Совершенно подобнаго же рода приспособленія дѣлались механикомъ Гофманомъ въ Петербургѣ по чертежамъ инженера Савельева, съ тою лишь



Черт. 278.

разницею, что при горизонтальной оси вращенія имѣются нажимательный и

микрометренный винты, а при подставкѣ трубы сдѣланъ исправительный винтъ, спеціально предназначенный для уничтоженія коллимаціонной ошибки, благодаря которому исправленіе дѣлается, не касаясь сѣтки трубы нивеллира.

Помимо этого нѣмецкими геодезистами рекомендуется для разбивки прямыхъ линій *малый пассажный* инструментъ (см. черт. 278), существеннымъ отличіемъ котораго отъ алиніометра Нагеля служитъ средняя часть инструмента, соединяющая подставку трубы съ треножникомъ.

Эта средняя часть состоитъ изъ двухъ досокъ, приспособленныхъ къ тому, чтобы инструментъ могъ съ помощію микрометреннаго винта *m* двигаться вдоль горизонтальной оси вращенія трубы, и въ то же время перемѣщался бы по шлицу или пазу *S* (посрединѣ чертежа), имѣющему въ поперечномъ сѣченіи видъ трапеціи (ласточкинъ хвостъ), въ направленіи перпендикулярномъ, и тѣмъ самымъ инструментъ легко могъ бы быть центрированъ и установленъ на данной линіи.

При разбивкѣ туннелей, при алиніометрѣ или теодолитѣ (простомъ) рекомендуется имѣть двѣ миры (визирки), помѣщающіяся на треножникахъ о трехъ подъемныхъ винтахъ *съ полыми втулками*, одинаковыми какъ у теодолита, такъ и у визирокъ. Вслѣдствіе такого устройства, установленные треножники теодолита и передней визирки могутъ оставаться на мѣстѣ, задній треножникъ заносится впередъ, и въ ихъ втулки поперемѣнно вкладываются оси теодолита и визирокъ. (См. дальше статью „о стереофотограмметріи", фототеодолиты Цейсса).

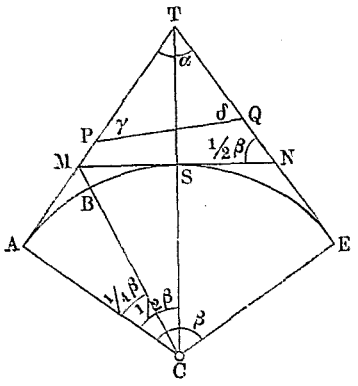
Сущность провѣшиванія длинныхъ прямыхъ заключается въ томъ, что выставивъ вѣху или миру по трубѣ теодолита (алиніометра), установленнаго въ начальной точкѣ данной прямой, переносятъ теодолитъ (алиніометръ) на мѣсто вѣхи или миры и, убѣдившись, что перенесенный теодолитъ (алиніометръ) точно всталъ на данной линіи, на томъ мѣстѣ, гдѣ была выставлена первая мира (или вѣха) [1]), продолжаютъ вѣшить по теодолиту линію впередъ, выставляя вновь вторую, а затѣмъ третью (миру или) вѣху и т. д.

§ 190. Разбивка закругленій въ главныхъ ихъ точкахъ. Надобность въ разбивкѣ закругленій встрѣчается вслѣдствіе того, что движущійся экипажъ (или судно) не можетъ *сразу* подъ любымъ угломъ *свернуть* съ одного прямолинейнаго направленія на другое. Въ подобныхъ случаяхъ переходъ совершается *постепенно по кривой, касающейся къ двумъ даннымъ прямымъ*. Кривая, сопрягающая двѣ прямыя, большею частію бываетъ *дугою окружности заданнаго радіуса*. Величина радіуса мѣняется въ зависимости отъ назначенія (отъ техническихъ условій) сооружаемаго пути сообщенія. На желѣзныхъ дорогахъ онъ достигаетъ своего наибольшаго значенія, въ водяныхъ и шоссейныхъ путяхъ можно встрѣтить его минимумъ.

---

[1]) При переводящейся черезъ зенитъ трубѣ (или перекладывающейся въ лагерахъ) визируютъ на заднюю точку и, переведя трубу черезъ зенитъ (на теодолитѣ алидаду можно повернуть точно на 180°), смотрятъ, — покрываетъ ли крестъ нитей выставляемый передній сигналъ. Прямая задается иногда двумя сигналами на концахъ ея. За отсутствіемъ сигналовъ пользуются серединою зарева разведеннаго костра или ракетой, пущенной въ дальнемъ концѣ линіи. Приближенное провѣшиваніе длинныхъ линій можно дѣлать съ помощію бинокля.

Точки прикосновенія кривой къ даннымъ прямымъ, т. е. *начало* A (черт. 279) и *конецъ* E кривой, а также ея *середину* S принято называть *главными* точками.



Черт. 279.

Радіусомъ, началомъ и концомъ—кривая вполнѣ задана и ими же опредѣляется ея положеніе. Здѣсь разъ навсегда замѣтимъ себѣ, *что центра кривой не дается и онъ не отыскивается.*

Обыкновенно на мѣстности измѣряется уголъ α между начальнымъ направленіемъ AT и конечнымъ — TE и тотчасъ высчитывается центральный уголъ $\beta = 180^0 - \alpha$, по которому вычисляется длина b дуги AE при данномъ радіусѣ r по формулѣ

(1) . . . . $b = \frac{\beta}{180} . r\pi$ или $b = \frac{\beta}{\rho} \times r$, гдѣ $\rho = \frac{180}{\pi}$, а также вычисляются длины касательныхъ

(2) . . . . $TA = TE = r . tg \frac{1}{2}\beta$ и биссектрисы

(3) . . . . $TS = r\ Sec \frac{1}{2}\beta - r.$

Если въ серединѣ S провести касательную MN, то положеніе ея будетъ опредѣляться отрѣзками

(4) . . . . $AM = NE = MS = NS = r . tg \frac{1}{4}\beta$

для $ST = MS . tg \frac{1}{2}\beta$ получится контрольная формула

(5) . . . . $TS = r . tg \frac{1}{2}\beta . tg \frac{1}{4}\beta.$

Длина части касательной MT опредѣляется такъ:

(6) . . . . $MT = MS . Sec \frac{1}{2}\beta = r . Sec \frac{1}{2}\beta . tg \frac{1}{4}\beta$

и наконецъ

(7) . . . . $MB = r tg \frac{1}{4}\beta\ tg \frac{1}{8}\beta$ или

(8) . . . . $MB = r\ Sec \frac{1}{4}\beta - r.$

Если точка T недоступна, то въ произвольныхъ точкахъ P и Q, лежащихъ на данныхъ направленіяхъ, измѣряютъ углы γ и δ, и по нимъ находятъ $\alpha = 180 - (\delta + \gamma)$.

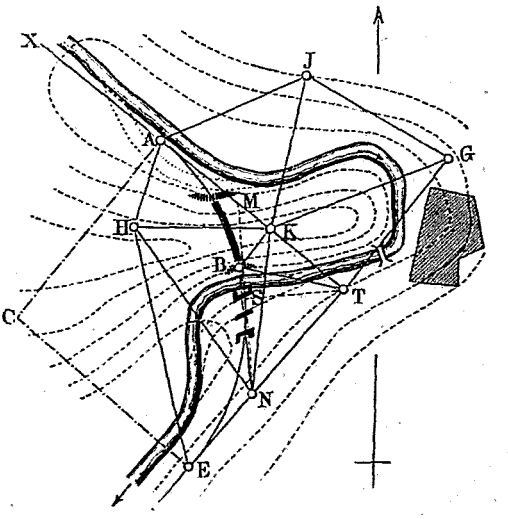
Въ полѣ при разбивкѣ кривой отмѣряютъ длины TA и TE цѣпью (или лентой), въ точкѣ T отмѣряютъ отъ направленія AT половину угла α и откладываютъ длину TS. Иногда по мѣстнымъ условіямъ приходится за исходныя точки брать P и Q (M и N). Во избѣжаніе вычисленій можно

пользоваться спеціально для этого составленными таблицами Кнолля, Винклера, Кренке, Іордана, Стримбана, Моржова, Яцыны и т. п.

Иллюстраціею проведенія кривой отъ вспомогательной касательной можетъ служить чертежъ 280. Здѣсь за исходную точку кривой *ABSE* дана точка *B* ея координатами относительно вспомогательной касательной *MS*.

Разбивка кривой *ABSE* здѣсь произведена при трудныхъ мѣстныхъ условіяхъ въ излучинѣ рѣчки съ крутыми скалистыми берегами; кривая пересѣкаетъ рѣчку и проходитъ по полуразрушенной перекладной доскѣ старой мельницы. Для опредѣленія положенія точекъ *A* и *B* здѣсь пришлось даже прибѣгнуть къ цѣлой сѣти треугольниковъ съ *базисомъ*, т. е. съ основною (исходною) стороною *NT*.

§ 191. Нумерація кольевъ пикетажа. Въ начальной точкѣ оси нивеллировки забивается колъ вровень съ землею, а рядомъ съ нимъ другой, верхушка котораго выше и на которомъ пишется цифра нуль. Вдоль по оси отъ нулевого пикета отмѣриваются 50, 100, 150 и т. д. саженъ съ постановкою на концахъ этихъ разстояній по два кола, одного вровень съ землею, представляющаго собственно пикетъ, а другого (сторожокъ) съ номеромъ 1, или 2, или 3 и т. д. Этотъ способъ нумераціи пикетовъ удобенъ въ томъ отношеніи, что число десятковъ номера есть вмѣстѣ съ тѣмъ и число верстъ отъ нулевого пикета. Дѣйствительно, 10-й пикетъ отстоитъ отъ начальнаго на разстояніе одной версты, ибо 10×50 саж. $= 500$ саж., 20-й—на разстояніе двухъ верстъ, ибо $20 \times 50 = 1000$ саж., и вообще пикетъ съ номеромъ 723 отстоитъ отъ начальнаго на разстояніи 72,3 версты $= 72$ вер. 150 саж.



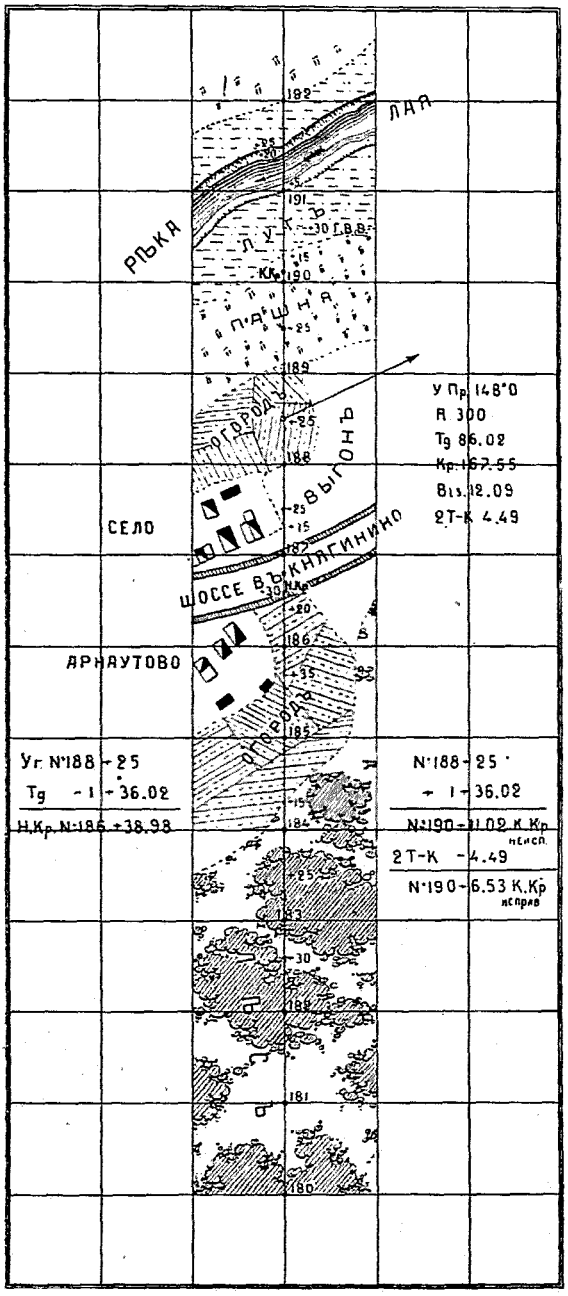
Черт. 280.

Употребляется иногда также и другой способъ обозначенія пикетовъ. А именно, они переномеровываются такъ: $^0/_0$, $^0/_1$, $^0/_2$ ..... $^0/_9$, $^1/_0$, $^1/_1$ ..... $^1/_9$, $^2/_0$, $^2/_1$ ..... Здѣсь верхнія цифры означаютъ число верстъ отъ нулевого пикета, а нижнія—номеръ пикета.

Въ виду того, что разность уровней отдѣльныхъ пикетовъ при сложномъ нивеллированіи будетъ опредѣляться почти всегда по способу нивеллированія изъ середины, рекомендуется при промѣриваніи оси забивать колъ между пикетами на разстояніи 25 саж. отъ предыдущаго пикета. На этомъ колѣ номеръ ставится римской цифрой. Онъ можетъ служить мѣстомъ постановки инструмента при нивеллированіи. Если этотъ колъ придется на такомъ мѣстѣ, на которомъ нельзя поставить инструментъ, напр., вслѣдствіе зыбкости почвы или другихъ причинъ, то инструментъ ставятъ или *въ сторонѣ отъ оси, на равныхъ разстояніяхъ отъ пикетовъ* или нѣсколько ближе къ одному изъ пикетовъ.

Если, идя по оси, дойдутъ до поворота ея, то измѣряютъ уголъ и, промѣривъ разстояніе отъ предыдущаго пикета до вершины угла, откладываютъ отъ нея далѣе по оси дополненіе сдѣланнаго промѣра до 50 саж.

Пикетажная книжка.



Черт. 280 bis.

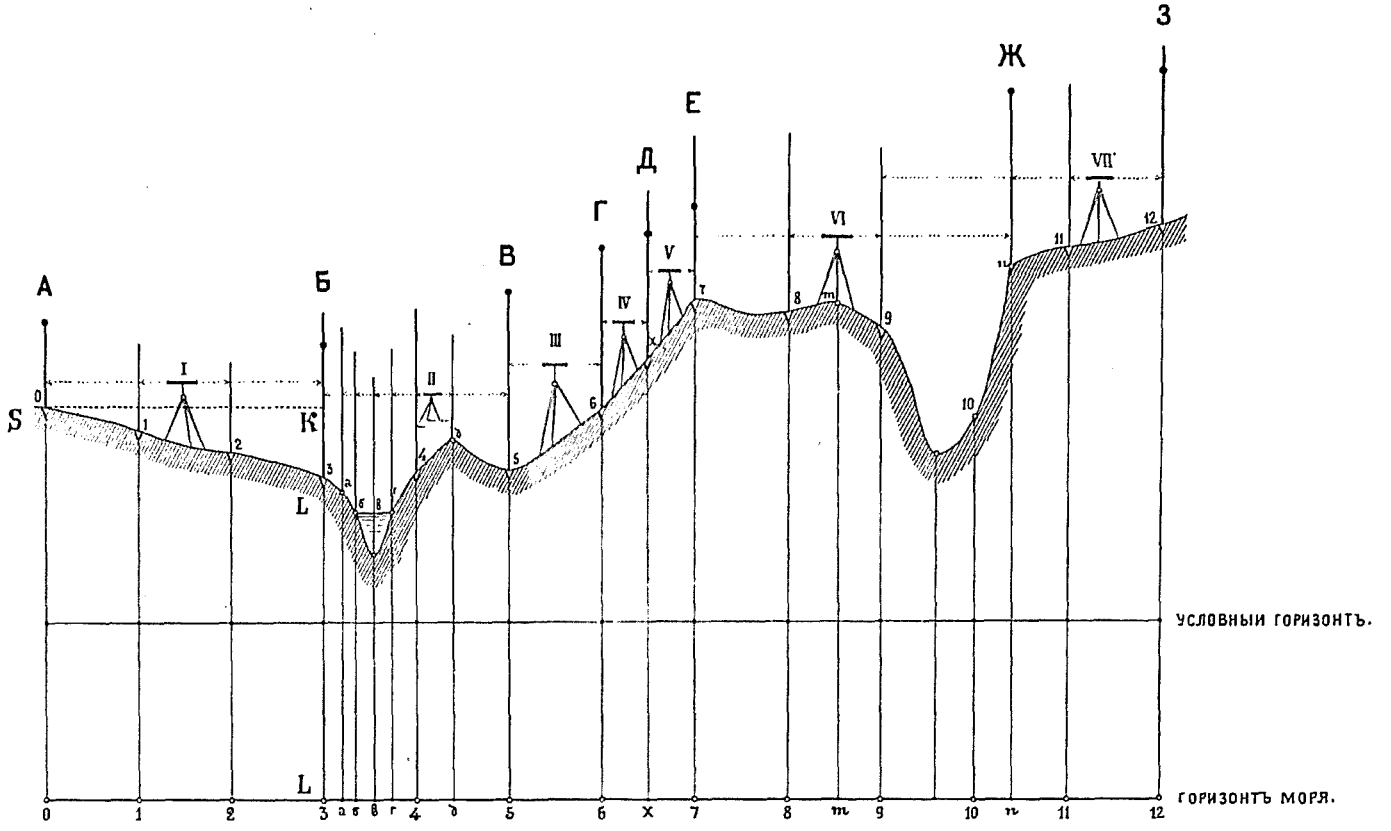
Такъ можно поступить, однако, только на ровной мѣстности (см. § 187) и въ томъ только случаѣ, когда уголъ поворота близокъ къ 180°, потому что тогда длины обѣихъ касательныхъ почти не отличаются отъ длины кривой; въ противномъ случаѣ дѣлается поправка, заключающаяся въ томъ, что пикетъ, непосредственно слѣдующій за угломъ поворота, ставится не въ 50 саж. отъ предыдущаго пикета, а въ $[50+(2T-K)]$ саж.; здѣсь T есть длина касательной, а K — длина кривой, причемъ обѣ эти величины берутся изъ таблицъ для разбивки кривыхъ, напр., Кренке. Когда между пикетами встрѣтятся замѣтные для глаза перегибы мѣстности, то на нихъ забиваются колья и замѣчаются разстоянія ихъ отъ предыдущаго пикета. При переномерованіи пикетовъ дробями промежуточная точка обозначается, напр., черезъ $^2/_8+45$, это значитъ, что перегибъ мѣстности находится въ 45 саженяхъ отъ 8-го пикета послѣ второй, т.-е. третьей, версты.

Относительно закругленій нужно сказать, что, при предварительныхъ изысканіяхъ направленій линій дорогъ, они для быстроты дѣйствій не разбиваются. А такъ какъ, съ другой стороны, нивеллировка по касательнымъ можетъ ввести иногда значительныя ошибки при разсчетѣ въ земляныхъ работахъ, то вмѣсто кривой назначаются только тѣ точки ея, въ которыхъ придутся пикеты и въ которыхъ она имѣетъ перегибы мѣстности.

§ 192. Веденіе пикетажной книжки. Все сдѣланное при разбивкѣ оси нивеллированія на мѣстности изображается на абрисѣ, который отъ времени до времени пересылается другому съемщику, идущему съ нивеллиромъ позади.

На немъ помѣчаются всѣ пикеты, промежуточныя точки, начало и конецъ закругленій, контуры, пересѣкаемые осью, углы ея поворота, разстоянія отъ пикета до вершины и мѣста постановки реперовъ. Для веденія такого абриса очень удобны особыя пикетажныя *книжки* съ разграфленными на квадратики листочками, при чемъ продольная средняя линія на нихъ принимается за ось линіи дороги, пикеты подписываются ихъ номерами и назначаются черезъ одно и тоже число дѣленій (клѣтокъ) листочка, а разстояніе промежуточной точки отъ предыдущаго пикета подписывается сбоку. Черт. 280 bis представляетъ часть пикетажной книжки; на ней показанъ ходъ отъ 180 до 192 пикета по пронивеллированной оси узкой полосы земли, предназначаемой для желѣзной дороги (черт. 330). Въ началѣ линія идетъ по лѣсу, затѣмъ по огородамъ села Арнаутова. Село остается влѣво отъ оси. По серединѣ села проходитъ шоссе, пересѣкаемое осью. Ось поворачиваетъ вправо въ точкѣ, отстоящей отъ 188-го пикета на 25 саж. впередъ по ходу (№ 188+25) подъ угломъ въ 148°0′. Сопрягающая кривая разбивается радіусомъ въ 300 саж. Длины тангенсовъ и кривой высчитаны по таблицамъ кривыхъ. Здѣсь же на поляхъ показано какъ находятся начало и конецъ кривой. (№ 186+38,98) и (№ 190+6,53), величина продвига пикета № 191 за концомъ кривой ($2Tg—K$). По оси дороги замѣченъ переходъ рѣчки *Лаи* съ указаніемъ горизонта ея высокихъ водъ (*Г. В. В.*).

§ 193. Порядокъ работы при сложномъ продольномъ нивеллированіи. При описаніи порядка работъ мы сдѣлаемъ предположеніе, что въ началѣ работа идетъ на мѣстности ровной, затѣмъ мѣстность становится болѣе крутой, но еще доступной для топографическаго нивеллированія и, наконецъ, допустимъ, что на пути встрѣтился глубокій оврагъ, шириною болѣе 50 саженъ, т. е. пусть профиль нивеллируемой мѣстности имѣетъ видъ, указанный на чертежѣ 281. Работа начинается съ того, что одного рабочаго ставятъ съ рейкой на колъ A нулевого пикета, а другого рабочаго посылаютъ на пикетъ, напр., № 3, съ инструментомъ же становятся на серединѣ линіи $АБ$. Мѣсто для I станціи выбирается на глазъ такъ, чтобы оба разстоянія IA и $IБ$ оказались одинаковыми. Избравъ мѣсто для станціи, приводятъ вертикальную ось вращенія нивеллира въ отвѣсное положеніе, для чего сперва ставятъ ось уровня по направленію двухъ подъемныхъ винтовъ и приводятъ пузырекъ уровня на средину трубки, а затѣмъ—по направленію третьяго винта, и, дѣйствуя имъ, приводятъ пузырекъ уровня на середину трубки. Приведя инструментъ въ горизонтальное положеніе, дѣлаютъ бѣглые взгляды—*„прикидываются“* на *заднюю* рейку пикета № 0, и на *переднюю*—№ 3-го, чтобы убѣдиться, что станція выбрана удачно, т. е. что *взглядъ назадъ* не бьетъ въ землю, а *взглядъ впередъ* не проходитъ *надъ рейкою*. При неудачномъ выборѣ мѣста, стремятся встать *въ сторонѣ отъ линіи* (въ ложбинкѣ, или на пригоркѣ), предъявляя къ новой стоянкѣ прежнія требованія, т. е. чтобы $AI=IБ$ и чтобы взгляды *назадъ* и *впередъ* легко можно было сдѣлать на выставленныхъ рейкахъ. Иногда бываетъ достаточнымъ, не мѣняя мѣста инструмента, только приподнять или опустить (раздвинуть) ножки штатива. Если новая попытка


А
Б
В
Г
Д
Е
Ж
З
I
II
III
IV
V
VI
VII
S
K
L
L
0
1
2
3
а
б
в
г
4
д
5
6
х
7
8
т
9
10
н
11
12
УСЛОВНЫЙ ГОРИЗОНТЪ.
ГОРИЗОНТЪ МОРЯ.

Черт. 281.

окажется неудачной, то уменьшаютъ разстояніе *АБ*. Пусть труба нивеллира имѣетъ достаточную силу зрѣнія, напр. увеличиваетъ въ 30 разъ и между точками *А* и *Б* — наклонъ мѣстности (къ горизонту) слабый, станція I удачно пришлась на самой линіи, инструментъ приведенъ въ горизонтальное положеніе, тогда нивеллировщикъ, *слѣдя за уровнемъ, чтобы его пузырекъ, во время отсчета по рейкѣ, строго оставался на серединѣ трубки*, прочитываетъ показаніе горизонтальнаго волоска сѣтки на задней рейкѣ, оцѣнивая тысячныя доли сажени на глазъ, и заноситъ отсчетъ въ журналъ нивеллированія, въ графу (на лѣвой сторонѣ книжки), озаглавленную „*читанные взгляды назадъ*“. Послѣ этого вращаетъ нивеллиръ около вертикальной оси на 180° и читаетъ по передней рейкѣ *Б*, слѣдя за уровнемъ. Прочитанный отсчетъ заноситъ въ графу—„*читанные взгляды впередъ*“.

Затѣмъ измѣняется высота инструмента (простымъ надавливаніемъ на концы ножекъ штатива—подошвою сапога), труба перекладывается въ лагерахъ и у нивеллировъ Эго и Керна поворачивается около геометрической оси на 180°, инструментъ вновь приводится въ горизонтальное положеніе и отсчеты повторяются, т. е. дѣлаются вторые (*контрольные*) отсчеты по задней и передней рейкамъ; контрольные отсчеты записываются въ тѣхъ же двухъ графахъ, подъ первыми отсчетами. Теперь сличаютъ записи и убѣждаются, что разность заднихъ отсчетовъ равняется разности переднихъ, т. е. эти разности отличаются между собою не болѣе какъ на 2 или на 3 тысячныхъ доли сажени. Иначе контрольные отсчеты повторяются. Заднему рабочему командуется — „*Задняя рейка впередъ!*“ Рабочій, дойдя до пикета № 1, останавливается, прочитываетъ вслухъ надпись на колѣ, ставитъ пятку рейки на колъ, вбитый вровень съ землею у кола съ номеромъ, и нивеллировщикъ читаетъ показаніе рейки на пикетѣ № 1. Отсчетъ заносится въ графу „*читанные промежуточные взгляды*“. Нивеллиръ повертывается на 180°, задній рабочій переходитъ на пикетъ № 2, обертывается лицомъ къ нивеллировщику, наблюдатель прочитываетъ показаніе на рейкѣ пикета № 2 и заноситъ отсчетъ въ графу читанныхъ промежуточныхъ взглядовъ. Задній рабочій идетъ впередъ и *проходитъ мимо передняго рабочаго*. Нивеллировщикъ же съ инструментомъ слѣдуетъ за нимъ и приказываетъ ему встать, напр., на пикетъ № 5. Передній рабочій, стоявшій на пикетѣ № 3, *остается на мѣстѣ* и вращаетъ свою рейку на пяткѣ около вертикальной линіи на 180°. Такъ какъ теперь рейка *Б* на пикетѣ № 3 будетъ задней рейкою для слѣдующей *II* станціи и взглядъ на нее свяжетъ точку *Б* съ слѣдующею точкою *В* мѣстности, т. е. точка *Б* будетъ связывать показанія нивеллира на *I* станціи съ показаніями его на второй станціи, то точка *Б* именуется *связующею* точкою. *Въ журналѣ всѣ записи, сдѣланныя на I станціи подчеркиваются* (отдѣляются отъ слѣдующихъ горизонтальной чертой) и *запись начинается вновь* со связующей точки пикета № 3. Такимъ образомъ въ журналѣ противъ пикета №.3 со второй станціи записи уже должны придтись въ графѣ „*взгляды назадъ*“,

поэтому и точка № 3 записывается два раза въ журналѣ: одинъ разъ съ первой станціи, а во второй разъ, подъ чертою, со второй станціи [1]).

Установивъ рейки въ точкахъ *Б* (пик. № 3) и *В* (пик. № 5), нивеллировщикъ, перейдя рѣчку, останавливается на пригоркѣ, пройдя 4-й пикетъ, въ сторонѣ отъ нивеллируемой линіи *БВ* и, убѣдившись, что разстоянія *IIБ* и *IIВ* на глазъ равны, повторяетъ тѣ же дѣйствія, что и на *I* станціи, т.-е., приведя инструментъ въ горизонтальное положеніе, дѣлаетъ взгляды сперва на связующія точки, а именно: на *Б* — взглядъ назадъ и на *В* — взглядъ впередъ. Убѣдившись котрольными отсчетами, что грубыхъ просчетовъ не сдѣлано, подвигаетъ задняго рабочаго послѣдовательно въ точки *а, б, в, г,* № 4 и *д*, занося каждый разъ послѣдовательно прочтенные по задней рейкѣ взгляды въ графу „читанныхъ промежуточныхъ взглядовъ".

Между 5 и 6 пикетами—мѣстность становится круче, станція III взята на разстояніи 25 саж. отъ этихъ пикетовъ, промежуточныхъ точекъ также нѣтъ.

Между 6 и 7 пикетами скатъ на столько крутъ, что промежутокъ между этими пикетами приходится разбить вспомогательной, такъ называемой *Х*—точкой на двѣ станціи IV и V, сдѣлавъ *Х* — точку связующей между ними, а потому забить въ ней колъ съ надписью $\frac{X}{№\ 6+30}$. [2])

Между 7, 8 и 9 пикетами мѣстность въ общемъ образуетъ почти горизонтальную площадку и, не доходя 9 пикета начинается широкій оврагъ; причемъ пикетъ № 10 приходится на глубокомъ днѣ оврага, а пикетъ № 11 по другую сторону оврага на ровной небольшой покатости, гдѣ находится и пикетъ № 12. Вслѣдствіе этого станція VI взята въ точкѣ *т* между 8 и 9 пикетами, связующими точками избраны *Е* (№ 7) и *Ж* (*п*), пикетъ № 8 вошелъ, какъ промежуточный, для VI станціи. Точка *п* взята по другую сторону оврага, такъ что „*взглядомъ впередъ*" на рейку *Ж*, стоящую въ точкѣ *п*—„*перекидываются*" черезъ оврагъ.

Седьмая станція взята между 11 и 12 пикетами, ближе къ 11; причемъ связующими точками здѣсь служатъ *Ж* (*п*) и *З* (№ 12), а промежуточными—пикеты № 9 и № 11; здѣсь также взглядомъ на 9 пикетъ „перекидываются" на начало оврага.

Если бы на промежуточную точку 9 пикета были сдѣланы самостоятельные взгляды съ VI и IVI станціи, то для ея отмѣтки получилось бы два результата: одинъ изъ наблюденій съ VI, а другой изъ наблюденій съ VII станціи.

Наконецъ если бы, стоя въ точкѣ *т*, измѣрили высоту инструмента отъ земли до центра объектива и сдѣлали бы запись въ журналѣ на станціи VI, то точка *т* получилась бы какъ промежуточная, ибо высота инструмента замѣнила бы взглядъ на рейку, которая могла стоять въ *т*, если бы станція VI была взята въ сторонѣ линіи *ЕЖ*.

---

[1]) Запись съ одной станціи всегда размѣщается на одной и той же страницѣ. Не допускается запись, напр., взгляда „назадъ" на 1-й страницѣ, а взгляда „впередъ" на 2-й страницѣ.

[2]) Для *Х* — точекъ, если онѣ являются связующими, употребляется, вмѣсто деревяннаго колышка, переносный двойной желѣзный уголъ, въ видѣ ступеньки ⌙, на площадку которой и ставится пятка рейки.

Когда за первымъ нивеллиромъ слѣдомъ идетъ контролемъ второй нивеллиръ, то контролирующій ставитъ рейки только на связующія точки, а потому первый нивеллировщикъ, дѣлая контрольные отсчеты, не мѣняетъ высоту своего нивеллира и не теряетъ времени на вторичное приведеніе нивеллира въ горизонтальное положеніе.

Успѣхъ работы зависитъ отъ навыка нивеллировщика и реечниковъ: въ среднемъ, если день прохладный, *при небольшихъ уклонахъ*, въ открытой мѣстности, за день, въ 10 рабочихъ часовъ, успѣваютъ опытные работники проходить до 15 верстъ. Въ лѣсу, гористой или болотистой мѣстности успѣхъ значительно понижается и доходитъ до $1^1/_2 - 2$ верстъ въ день, особенно въ жаркіе дни, когда въ трубѣ воздухъ кажется отъ нагрѣванія дрожащимъ и изображенія реекъ неспокойными, отчего разстояніе между связующими точками приходится сокращать почти вдвое.

§ 194. Превышеніе конечной точки надъ начальной при сложномъ нивеллированіи. Превышеніе одной точки надъ другою, при простомъ нивеллированіи изъ средины, какъ мы видѣли въ началѣ статьи о нивеллированіи, равняется разности между взглядомъ назадъ и взглядомъ впередъ (см. § 177).

Разность эта считается положительной для повышающейся мѣстности и отрицательной для понижающейся мѣстности, — такъ KL (черт. 281) считается отрицательнымъ. Изъ чертежа 281 легко видѣть, что KL есть проекція на вертикальную линію LK прямой SL, соединяющей точки S и L (въ вертикальной плоскости).

На основаніи этого замѣчанія можно сказать, что если бы мы соединили послѣдовательно всѣ связующія точки прямыми линіями, то *превышеніе послѣдующей точки надъ предшествующей всегда представитъ проекцію на вертикальную ось прямолинейнаго между ними разстоянія.* А потому, если бы мы мысленно соединили прямою конечную точку нивеллирнаго хода съ начальною точкою, то тѣмъ самымъ замкнули бы многоугольникъ, лежащій въ вертикальной плоскости, вершинами котораго служатъ связующія точки.

Проекціею этой замыкающей стороны служило бы превышеніе конечной точки надъ начальной. Но такъ какъ съ другой стороны извѣстно, что проекція замыкающей стороны многоугольника равна суммѣ проекцій остальныхъ сторонъ, то можно сказать, что *превышеніе H конечной точки надъ начальною въ нивеллирномъ ходѣ равно алгебраической суммѣ отдѣльныхъ превышеній h между сосѣдними, взятыми попарно, связующими точками полигона,* т.-е.

$$H = \Sigma h.$$

Но такъ какъ каждое отдѣльное превышеніе h равняется разности взглядовъ назадъ и впередъ, т. е.

$$h = н - в,$$

то можно написать, что

$$H = \Sigma\ (н - в) = \Sigma н - \Sigma в,$$

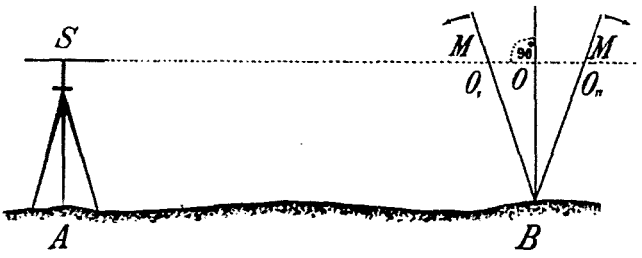
т.-е. *превышеніе (или разность уровней) въ несомкнутомъ полигонѣ конечной точки надъ начальной равно суммѣ взглядовъ назадъ безъ суммы взглядовъ*

впередъ. Положеніе это будетъ справедливо для любого числа точекъ несомкнутаго полигона.

Если бы пронивеллировали сомкнутый полигонъ, т. е. конечная точка совпала съ начальной, то $H=0$, и слѣдов. *сумма взглядовъ назадъ безъ суммы взглядовъ впередъ въ сомкнутомъ полигонѣ равна нулю.*

На основаніи этого, если условимся на каждой страницѣ [1]) журнала подсчитывать сумму взглядовъ впередъ и сумму взглядовъ назадъ, то разность этихъ суммъ въ то же время будетъ равняться 1) алгебраической суммѣ превышеній и 2) разности отмѣтокъ (альтитудъ) точекъ, отъ которой начали и при которой закончили суммированіе. Въ этомъ мы еще разъ убѣдимся (на числахъ) въ статьѣ о *вычисленіи отмѣтокъ* нивеллирнаго хода.

§ 195. Уклоненіе рейки отъ отвѣснаго направленія и оси уровня отъ горизонтальнаго положенія. Геометрическое нивеллированіе или *гипсометрія*, какъ мы видѣли въ вступленіи, основано на полученіи на каждой станціи *точно горизонтальнаго луча зрѣнія* и на умѣньи правильно читать по рейкѣ. Обыкновенно въ трубу прочитываютъ на рейкѣ цѣлыя сажени, десятыя ихъ доли и сотыя, а тысячныя доли сажени цѣнятъ на глазъ. Встрѣчаются рейки, подраздѣленныя на двухтысячныя доли сажени, т. е. каждая сотка подраздѣлена еще на пять частей, но онѣ рябятъ въ глазахъ и мало употребительны. Точно держать рейку *по отвѣсу* болѣе, чѣмъ одну, двѣ минуты, бываетъ затруднительно, — неопытный рабочій(реечникъ)будетъ ее качать. Во избѣжаніе ошибки въ отсчетѣ по рейкѣ отъ ея дрожанія или колебанія слѣдуетъ себѣ замѣтить, что истинный отсчетъ BO по рейкѣ (черт. 282) горизонтальнымъ лучемъ SO всегда будетъ *наименьшій* изъ всѣхъ возможныхъ въ трубу отсчетовъ при нахожденіи пузырька уровня на серединѣ трубки; такъ какъ BO *при качаніи рейки* опишетъ окружность $O_,OO_,,$ касательную въ точкѣ O къ горизонтальному лучу зрѣнія SO и будетъ къ нему перпендикулярно, а $BO_,M$ и $BO_,,M$—наклонны къ SO, какъ въ плоскости чертежа, такъ и въ плоскости поперечныхъ колебаній рейки [2]). Для удобства рекомендуется не допускать поперечныхъ колебаній и поправлять рейку, уклонившуюся въ бокъ отъ вертикальнаго волоска, допуская лишь продольное колебаніе.



Черт. 282.

Несмотря на эти замѣчанія, отсчитыванія по рейкѣ будутъ всегда болѣе или менѣе отличаться отъ истинныхъ отсчетовъ и не только отъ наклона реекъ, но и отъ *неточнаго нахожденія пузырька уровня на середи-*

[1]) (дѣлая запись указаннымъ въ предыдущемъ § порядкомъ, т. е. размѣщая ее, съ одной и той же станціи, на одной страницѣ и слѣдовательно заключая страницу всегда взглядомъ впередъ).

[2]) См. также замѣчаніе на стр. 41 о непосредственномъ измѣреніи горизонтальныхъ проложеній (§ 34). *Бухгольцъ*, въ своей замѣткѣ о качаніи реекъ во время нивеллировки, отмѣчаетъ, что при извѣствой толщинѣ рейки *не* всегда можно рекомендовать качанія.

нь трубки. Если на уровнѣ нанесены дѣленія, то мы легко можемъ *на глазъ* цѣнить десятыя ихъ доли; посмотримъ, какъ ошибка въ установкѣ уровня будетъ вліять на отсчеты по рейкѣ.

Вліяніе неточной установки уровня на отсчетъ по рейкѣ. Для опредѣленія этого вліянія возьмемъ на ровной мѣстности произвольную длину, $AB=d$ (черт. 283), поставимъ въ одинъ конецъ линіи B рейку, а въ другой A нивеллиръ и опредѣлимъ *по рейкѣ*—чему соотвѣтствуетъ въ доляхъ рейки перемѣщеніе конца пузырька на одну десятую долю дѣленія трубки уровня. Для этого сначала приведемъ пузырекъ уровня въ точности на середину и сдѣлаемъ отсчетъ h_1 на рейкѣ, затѣмъ передвинемъ элеваціоннымъ или подъемнымъ винтомъ уровень на нѣсколько дѣленій, напр., на 2 дѣленія, и сдѣлаемъ по рейкѣ второй отсчетъ h_2. Очевидно, что перемѣщеніе пузырька уровня на 0,1 дѣленія повлечетъ за собою измѣненіе отсчета на рейкѣ на $\frac{h_2-h_1}{20}=k$ саж. при извѣстной величинѣ d, напр. $d=25$ саж. Зная k, возможно, отсчитывая дуги по уровню, при $d=25$ саж., вводить поправки въ отсчеты по рейкѣ, составивъ предварительно для сего табличку.

Изъ чертежа 283 видно, что *вообще* при произвольномъ разстояніи d отъ нивеллира до рейки вліяніе $y=h_2-h_1$ на отсчетъ h_2 по рейкѣ отъ неточности установки средины пузырька на середину трубки уровня выражается формулой:

$$y=h_2-h_1=d.\ tg\ bOa\ .\ .\ .\ .\ .\ (I)$$

или, полагая, по малости угла bOa, что $tg\ bOa=Sin\ bOa=bOa.\ Sin\ 1''$, найдемъ

$$y=d.\ bOa.\ Sin\ 1''.$$

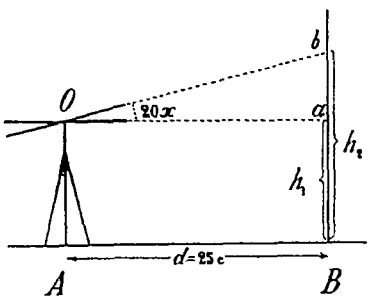
Если одной десятой дѣленія трубки соотвѣтствуетъ уголъ наклона (визирной оси и оси уровня) въ x'', то 2 дѣленіямъ трубки будетъ соотвѣтствовать уголъ $20x''$, а вообще n дѣленіямъ—$n.10x''=nz$, а потому поправки въ отчетахъ по рейкѣ за невѣрность (негоризонтальность) визирной оси могутъ вычисляться по формулѣ:

$$y=d.10.n.x''.Sin\ 1''=\frac{d.nz''}{206265}\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (II)$$

Остается показать какъ находится *цѣна одного дѣленія уровня нивеллира, т. е.* $10x''=z''$ (безъ экзаменатора уровней).

Опредѣленіе цѣны одного дѣленія уровня нивеллира. Положимъ, что цѣна 0,1 одного дѣленія дуги уровня есть x, и пузырекъ уровня въ началѣ установленъ на середину трубки, по рейкѣ сдѣланъ отсчетъ h_1, затѣмъ пузырекъ отодвинуть на два дѣленія, на рейкѣ сдѣланъ отсчетъ h_2, тогда уголъ наклона оптической оси трубы, параллельной оси уровня, будетъ $20x$, и ему соотвѣтствуетъ на рейкѣ длина (h_2-h_1), при горизонтальномъ разстояніи d между рейкою и нивеллиромъ, напр., въ 25 саж.

Изъ чертежа 283 имѣемъ, $tg\ bOa = \frac{ab}{aO}$ или $tg\ (20\,x) = \frac{h_2 - h_1}{25}$. Если уровень достаточно чувствителенъ, то



Черт. 283.

$$tg\ 20\,x = 20x''.\ Sin\ 1'' = 20x \cdot \frac{1}{206265} = \frac{h_2 - h_1}{25},$$

откуда $x = \frac{h_2 - h_1}{25 \times 20} \times 206265$ въ сек. или вообще, если уровень передвинуть на n дѣленій и разстояніе взято не 25, а d саженъ, $z'' = 10x''$ будетъ (въ се кундахъ)

$$z'' = 10\,x'' = \frac{h_2 - h_1}{d \cdot n} \times 206265 \ldots\ldots\ldots (z)$$

Это и будетъ выраженіе цѣны одного дѣленія уровня.

Теперь, если цѣна одного дѣленія уровня z'' дана, то возможно высчитать по (II) вліяніе неточноі установки уровня на средину трубки на отсчетъ по рейкѣ, напр. если $z'' = 10\,x'' = 20''$, то при $d = 25$ саж. и $n = 2$, находимъ измѣненіе отсчета на рейкѣ $h_2 - h_1 = \frac{2 \cdot 25 \cdot 20}{206265} = \frac{1000}{206265} = 0{,}005$ с., т. е. каждое цѣлое дѣленіе уровня при $d = 25$ саж. даетъ измѣненіе отсчета въ 0,0025 сажени.

Здѣсь же мы можемъ рѣшить также вопросъ о томъ, какова должна быть цѣна одного дѣленія уровня, если дано d и точность отсчитыванія по рейкѣ.

Пусть $d = 25$ саж. и точность отсчитыванія по рейкѣ принимается равноі 0,001 сажени. Само собоі понятно, что если по рейкѣ слѣдуетъ сдѣлать отсчетъ h_1 при нахожденіи середины пузырька уровня на серединѣ трубки, то ошибка въ отсчетѣ $h_2 - h_1 = y$ должна не превышать 0,001 саж., т. е. $y = h_2 - h_1 \leqslant 0{,}001$, при $d = 25$ саж., если пузырекъ уклонится на 0,1 z, т. е. на величину x''. Изъ равенства (z) слѣдуетъ при $n = 1$, что

$$z \leqslant \frac{0{,}001}{25 \cdot 1} \times 206265'' \leqslant$$

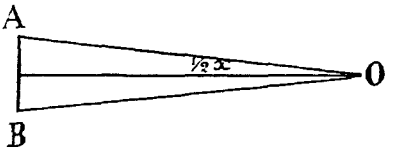
$$\leqslant \frac{206{,}265''}{25} \leqslant \frac{206{,}265 \times 4}{100} \leqslant 2{,}06265 \times 4 \leqslant 8{,}_{25}''.$$

Но такъ какъ точность отсчитыванія по рейкѣ зависитъ отъ увеличенія v трубы и отъ разстоянія d отъ нивеллира до рейки, то укажемъ вліяніе v на точность отсчета при заданномъ d, или, если точность задана, то на величину d.

Нормальное разстояніе отъ нивеллира до рейки. Невооруженный глазъ человѣка свободно различаетъ 0,1 миллиметра на разстояніи 25 сантиметровъ или $^1/_{250}$ дюйма на разстояніи 10 дюймовъ, т. е. угловая величина для точности визированія простымъ глазомъ (уголъ зрѣнія) будетъ около *одной минуты*. Дѣйствительно, изъ чертежа 283а слѣдуетъ, что если

AB=0,1 m/m.=$^1/_{250}$ дюйма и BO=AO=25 сантиметровъ=10 дюймовъ, то

$$\frac{AB}{2} = BO \,.\, Sin\, \frac{x}{2} \;.\;.\;.\;.\;.\;(1)$$



Черт. 283а.

Откуда найдемъ

$$Sin\, \frac{x}{2} = \frac{AB}{2BO} = \frac{1}{2 \times 2500} = \frac{1}{5000} = 0{,}0002$$

Вслѣдствіе малости этой числовой величины можно допустить, что $Sin\, \frac{x}{2} = \frac{x}{2} Sin\; 1' = \frac{x}{2} \cdot \frac{1}{3438}$, тогда изъ равенства (1) получится

$$x = \frac{1}{2500} \times 3438 = 1',4.$$

Числовая величина угла зрѣнія зрительной трубы съ увеличеніемъ v будетъ меньше въ v разъ. Увеличеніе трубъ нивеллировъ колеблется отъ 15 до 35, слѣдов., точность визированія зрительной трубой будетъ $\frac{1,4'}{v} = 0,1' - 0,04'$, т. е. $6'' - 2'',5$.

Рейка обыкновенно дѣлится на сотыя доли сажени и на глазъ оцѣниваются десятыя доли отъ 0,01 саж., т. е. точность отсчитыванія по рейкѣ въ трубу принимается равной 0,001 саж. Если считать, что точность отсчитыванія по рейкѣ есть средняя ошибка $\pm\mu$, приходящаяся на данное разстояніе d отъ нивеллира до рейки, и что она пропорціональна d, т. е. $+\mu = k \,.\, d$, то за k можно принять tg или Sin угла зрѣнія на рейку, зависящаго отъ увеличенія v. Если знать v, то легко найти и k, а потому можно сказать, что зная k и задаваясь d, возможно установить $\pm\mu$.

Понятно, что принявъ увеличеніе трубы $v = 15$, т. е. $x = 6''$ изъ того же равенства (1) найдемъ, что разстояніе $BO = \frac{AB}{2} : Sin\, \frac{x}{2} = \frac{0,001}{2} : Sin\; 3''$,

или $$BO = \frac{0,001}{2} : 3'' \;.\; Sin\; 1'' = \frac{0,001}{6} : \frac{1}{206265} = \frac{206}{6} = 35 \text{ саж.}$$

При $v = 10$, уголъ $x = 8'',5$. и $BO = 25$ саж.

Для того, чтобы визирная ось зрительной трубы нивеллира давала, дѣйствительно, горизонтальный лучъ зрѣнія, необходимо, чтобы уголъ наклоненія визирной оси не превышалъ угла зрѣнія трубы, т. е. былъ бы менѣе x. Наклонъ визирной оси опредѣляется 0,1 цѣны одного дѣленія уровня, т. е: $0,1z$. (Средина пузырька уровня отклоняется не болѣе какъ на $\frac{1}{10}$ одного дѣленія). Такимъ образомъ имѣемъ, что $0,1z < x$ или $z < 10x$.

И такъ, 1) при $v = 10$, уголъ $x = 8''5$, слѣд. $z < 85''$, т. е. около $1'$, а нормальное разстояніе BO отъ нивеллира до рейки = 25 саж.

2) При $v = 30$, уголъ $x = \frac{1,4'}{30} = \frac{85''}{30} = 3''$, цѣна $z = 30''$ и $BO = 75$ саж. при $AB = 0,001$ саж.

Такимъ образомъ можно сказать разстояніе между пикетами (двойное разстояніе отъ нивеллира до рейки) зависитъ отъ точности, съ которой мы желаемъ читать по рейкѣ, что въ свою очередь зависитъ отъ увеличенія трубы, которому должна соотвѣтствовать опредѣленная цѣна одного дѣленія уровня.

3) Если отсчитываніе по рейкѣ ведется по тремъ (горизонтальнымъ) нитямъ и изъ трехъ отсчетовъ берется ариѳметическая середина, то точность отсчитыванія увеличивается въ $\sqrt{3}$ разъ, т. е. равняется

$$\frac{0{,}001}{\sqrt{3}}\ \text{саж.} = \frac{0{,}001}{1{,}73}\ \text{саж.} = 0{,}0006\ \text{саж.}$$

и для $v = 30$ и $z = 25'' - 35''$, т. е. $x = 3''$, и разстояніе отъ нивеллира до рейки $BO = \frac{0{,}0003}{1{,}5} \times 206265 = 0{,}0002 \times 206265 = 40$ саж.

На основаніи только что изложеннаго можно сказать, что точность опредѣленія разности уровней двухъ точекъ зависитъ отъ точности установки уровня, отъ его чувствительности, отъ наклона рейки, отъ силы зрѣнія трубы (т. е. отъ ея увеличенія и яркости), отъ точности чтенія по нити и разстоянія между станціею и пикетомъ. При очень большихъ разстояніяхъ, какъ увидимъ ниже сего, на отсчеты оказываетъ вліяніе кривизна земли и рефракція.

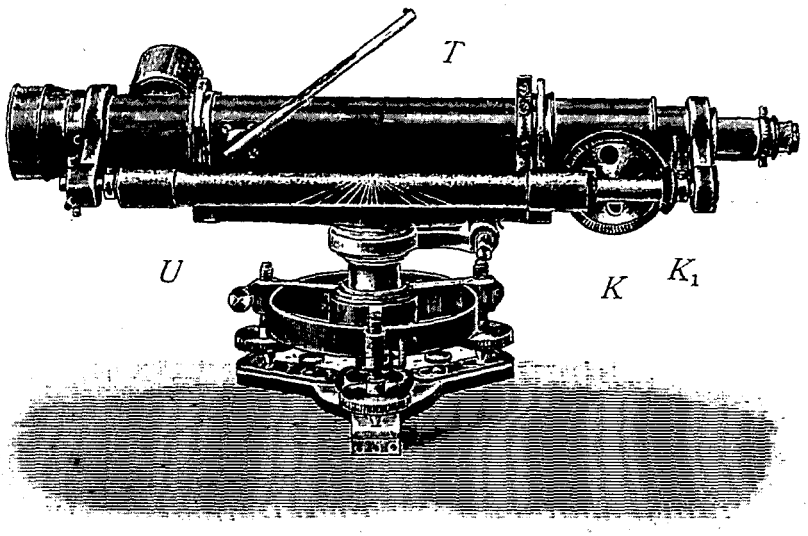
Вслѣдствіе этого при нивеллированіи рѣдко берутся разстоянія болѣе 50 саж. отъ инструмента до рейки. Обыкновенно разстояніе это берется въ 25 саженъ (при $v = 20 - 25$ и $z'' = 20'' - 30''$).

§ 195 bis. Нивеллиръ инженера Ленци. (См. Zeitschrift für Instrumentenkunde. 1913. Heft 8, стр. 223). Въ предыдущемъ § было указано, что если разстояніе отъ нивеллира до рейки будетъ d, а уголъ, на который отклоняется ось уровня отъ горизонтальнаго положенія, α, то поправка отсчета по рейкѣ выразится равенствомъ (см. I, стр. 454)

$$y = d \cdot tg\, \alpha.$$

Изъ этого равенства слѣдуетъ, что для введенія поправки за негоризонтальность оси нужно каждый разъ знать разстояніе d и уголъ α, и для каждаго случая произвести нѣкоторыя вычисленія. Чтобы избѣжать этихъ вычисленій поправокъ, инженеръ *Ленци* предложилъ нивеллиръ съ особымъ уровнемъ. Устройство инструмента слѣдующее. Съ трубою T нивеллира, перекладывающейся въ лагерахъ, соединенъ уровень U, трубка котораго заключена въ стеклянный цилиндрикъ (черт. 283 b). На верхней сторонѣ трубки уровня нанесена по образующей прямая, а на поверхности цилиндрика проведены расходящіяся линіи L (черт. 283 b). Въ точкахъ пересѣченія этихъ линій съ прямой, проведенной на трубкѣ уровня, получается шкала уровня. При вращеніи цилиндрика, съ прямой будутъ пересѣкаться различныя части линій L, а такъ какъ онѣ расходящіяся, то и шкала уровня будетъ получаться различная; такимъ образомъ, *шкала уровня здѣсь перемѣнна*. Теперь нужно только достигнуть того, чтобы пе-

редвиженіе цилиндрика, т. е. измѣненіе шкалы уровня, соотвѣтствовало въ точности измѣненію разстоянію до рейки. Это достигнуто такимъ образомъ: на винтъ кремальерки насажено коническое колесо K, а къ этому колесу плотно прилегаетъ другое коническое колесо K_1, скрѣпленное съ цилин-



Черт. 283b.

дрикомъ, въ которомъ заключенъ уровень. Когда мы устанавливаемъ помощью кремальерки трубу такъ, чтобы рейка была ясно и безъ парралакса видна, то въ то же время поворачиваются соотвѣтственно коническія колеса K и K_1, а значитъ и цилиндрикъ уровня. А такъ какъ установка трубы (фокусированіе) является функціей разстоянія до рейки, то и передвиженіе (измѣненіе) шкалы будетъ функціей разстоянія. При производствѣ работы, нивеллиръ устанавливается приблизительно горизонтально, но такъ чтобы по концамъ пузырька можно было отсчитывать. Затѣмъ наводятъ трубу на рейку и дѣлаютъ по ней отсчетъ, а также отсчитываютъ оба конца пузырька уровня. Шкала на уровнѣ нанесена такъ, что полусумма сдѣланныхъ по концамъ пузырька отсчетовъ выражаетъ искомую поправку y въ тысячныхъ доляхъ сажени. Знакъ, съ которымъ нужно ввести поправку, надписанъ на зеркалѣ (+у окуляра, —у объектива), которое устроено у уровня для того, чтобы можно было дѣлать отсчеты уровня со стороны окуляра, не мѣняя своего положенія относительно инструмента въ продолженіе наблюденія. Въ журналъ записываютъ отсчетъ по рейкѣ, исправленный за негоризонтальность оси уровня,—т. е. полусуммой отсчетовъ по концамъ пузырька. Чтобы опредѣлить, какія линіи должны быть нанесены на цилиндрикѣ уровня, можно поступить слѣдующимъ образомъ. Если одно дѣленіе шкалы должно соотвѣтствовать опредѣленной единицѣ поправки (напр. одной тысячной) независимо отъ разстоянія, то, очевидно, величина дѣленія шкалы будетъ больше для короткихъ и меньше для длинныхъ разстояній, иначе, *крупность шкалы обратно пропорціональна разстоянію*:

$$x = \frac{k}{D}.$$

Съ другой стороны, имѣемъ основное уравненіе изъ оптики:

$$\frac{1}{D} + \frac{1}{F} = \frac{1}{Z}.$$

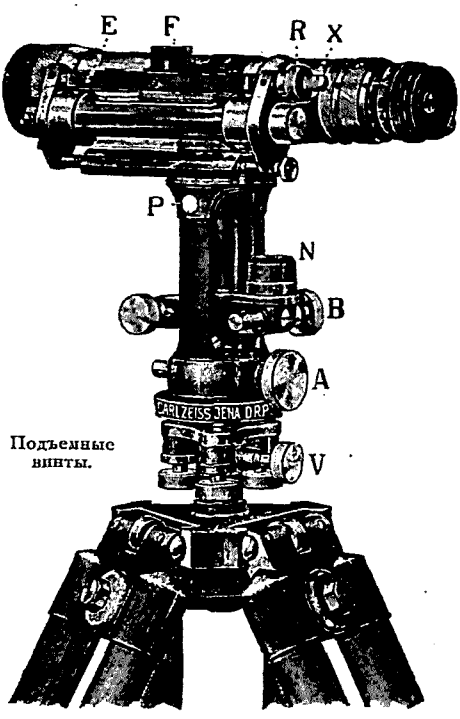
Такъ какъ намъ важно найти зависимость между перемѣнной шкалой (x) и измѣненіемъ положенія изображенія (z) (т. е. сѣтки нитей), то изъ этихъ двухъ равенствъ нужно исключить D. Тогда, найдемъ

$$F\,x\,z + k\,z + k\,F = 0\ ^{1}).$$

Эта кривая есть гипербола, мало отличающаяся отъ прямой. На основаніи этихъ соображеній, нетрудно построить перемѣнную шкалу.

Нивеллиры Вильда-Цейсса. Недавно фирма Carl Zeiss, въ Іенѣ, выпустила изъ своей мастерской нивеллиръ, сконструированный инженеромъ *Вильдомъ*. Устройство этого нивеллира слѣдующее.

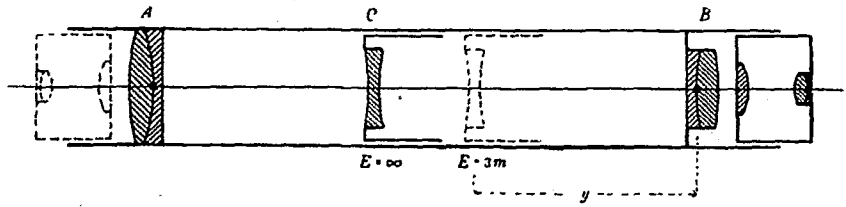
Скрѣпленіе верхней части инструмента со штативомъ происходитъ при посредствѣ втулки, надѣвающейся на цилиндрическій выступъ штатива и прикрѣпляемой къ нему помощью винта V (черт. 238d). Когда закрѣпительный винтъ отпущенъ, инструментъ можетъ свободно вращаться около цилиндрической вертикальной оси; микрометрическое передвиженіе трубы въ горизонтальной плоскости достигается винтомъ B. Тремя подъемными винтами, проходящими черезъ соотвѣтствующія имъ гайки, инструментъ устанавливается въ горизонтальное положеніе по круглому уровню N. Труба не перекладывается, но ее можно поворачивать около геометрической оси между двумя упорами на 180°. *Окулярное колѣно не выдвигается*; фокусированіе (установка трубы для наблюденій) достигается передвиженіемъ особой линзы, помѣщающейся между окуляромъ и объективомъ. Установка сѣтки нитей, состоящей изъ вертикальной и трехъ горизонтальныхъ нитей, достигается винтообразнымъ передвиженіемъ окулярной линзы, на окружности оправы которой нанесены ѣленія въ діоптріяхъ. Особенность устройства трубы заключается еще въ томъ, что окуляръ можно переставлять на мѣсто объектива, и *труба та-*



Черт. 283d.

[1]) Это ур-іе представляетъ развертку на плоскость нѣкоторой кривой L.

кимъ образомъ двухосная. На черт. 238e дано схематическое изображеніе трубы. Тутъ *A* (или *B*) служитъ объективомъ, крестъ нитей помѣщается въ обѣихъ объективныхъ системахъ, между ними, вслѣдствіе чего защи-



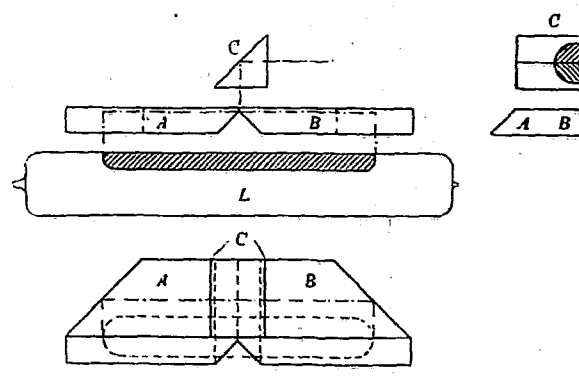
Черт. 283e.

щается отъ внѣшнихъ вліяній; пунктиромъ съ лѣвой стороны чертежа показано возможное второе положеніе окуляра. Линза *C*—та самая, помощью которой происходитъ фокусированіе.

Второй оригинальной особенностью нивеллира Вильда-Цейсса является устройство двусторонняго, находящагося сбоку трубы, цилиндрическаго уровня. Уровень защищенъ отъ температурныхъ вліяній посредствомъ стеклянной цилиндрической трубки, въ которую онъ заключенъ.

Шкалы на трубкѣ уровня нѣтъ. Вмѣсто шкалы, съ оправой уровня соединена особая система двухъ призмъ, помѣщающаяся въ оправѣ *E* надъ трубкой уровня. Отпустивъ гайку *R* (черт. 283 d) и вращая головку винта *X*, можно систему призмъ *E* передвигать для цѣлей установки. Концы пузырька отражаются отъ грани призмы, а для того, чтобы можно было наблюдать уровень со стороны окуляра (или объектива) служитъ вращающаяся призма *F*. Труба (а слѣдовательно и ось уровня) могутъ наклоняться относительно горизонтальной оси *P* микрометреннымъ винтомъ *A*.

Какъ было указано, шкала уровня замѣнена двумя призмами. На верхнемъ черт. 283f дано сѣченіе вдоль уровня и призмъ; на нижнемъ изображены призмы въ планѣ; а боковой чертежъ представляетъ поперечное сѣченіе. Каждая изъ призмъ *A* и *B* имѣетъ по двѣ скошенныя грани и одну вертикальную, (грани сдѣланы зеркальными). На передней скошенной грани призмъ *A* и *B* получаются изображенія обоихъ концовъ пузырька уровня; отсюда они



Черт. 283f.

отражаются на вертикальную плоскость, а затѣмъ отразившись попадаютъ на среднюю скошенную грань. Здѣсь оба конца еще разъ отражаются и попадаютъ въ призму *C* (на черт. 283d и f), которая позволяетъ наблюдать пузырекъ отъ состороны окуляра. Если оба конца пузырька, располагающіеся въ призмѣ *C* одинъ надъ другимъ, составятъ полуокружность,

то это положеніе уровня и будетъ нормальное (горизонтальное), и въ этотъ моментъ слѣдуетъ дѣлать наблюденіе рейки.

Такъ какъ оптическую ось въ трубѣ мѣнять нельзя (крестъ нитей не передвигается) то установка оси трубы и оси уровня во взаимно параллельное положеніе достигается передвиженіемъ системы призмъ.

Производится установка такимъ образомъ. Ставится нивеллиръ и на нѣкоторомъ отъ него разстояніи рейка; приведя въ надлежащее положеніе ось уровня (т. е. изображенія концовъ пузырька должны дополнять другъ друга до полуокружности), дѣлаютъ отсчетъ по рейкѣ, труба поворачивается на 180°, и опять дѣлаютъ отсчетъ при нормальномъ положеніи уровня; затѣмъ окуляръ вывинчивается и вставляется на противоположномъ концѣ трубы, а наблюденіе повторяется. Взявъ среднее изъ четырехъ отсчетовъ, устанавливаютъ на него (винтомъ A) крестъ нитей, а систему призмъ винтомъ X передвигаютъ до тѣхъ поръ, пока уровень не будетъ казаться въ нормальномъ положеніи.

Если при нивеллированіи всегда дѣлать четыре отсчета по указанному плану, то среднее будетъ свободно отъ вліянія непараллельности осей.

Инструменты выпускаются изъ мастерской въ такомъ состояніи, что развинчивать ихъ не рекомендуется [1]).

§ 196. Поправка отъ кривизны земли и рефракціи. *Поправка отъ кривизны земли.* Въ § 177 изъ чертежа 240 мы видѣли, что разность уровней $BC = h$ двухъ близкихъ точекъ A и B земной поверхности опредѣляется при помощи *горизонтальнаго луча зрѣнія* (прямой) OH, формулой $h = i - b$, гдѣ i—высота инструмента и b — отсчетъ по рейкѣ, въ точкѣ пересѣченія прямой OH съ вертикально стоящей рейкою BD, въ точкѣ B.

При значительномъ разстояніи AB вмѣсто прямой OH надо брать дугу большого круга, (концетрическую съ *горизонтальной* дугой сѣченія уровня моря вертикальной плоскостію). Эта дуга, касательная въ точкѣ O къ лучу OH, дастъ на рейкѣ отсчетъ, меньшій b.

Если пренебречь высотою инструмента (0,6 — 0,7 сажени) въ сравненіи съ радіусомъ земли (около 6000 верстъ), то можно считать, что горизонтальный лучъ зрѣнія AB (черт. 284) касается въ точкѣ A земной сферы радіуса $r = AC$. Пусть горизонтальная поверхность моря въ точкѣ A въ сѣченіи ея вертикальною плоскостію даетъ дугу круга AD.

Считая по отвѣсно стоящей рейкѣ показанія b отъ земли до горизонтальнаго луча зрѣнія, мы тѣмъ самымъ дѣлаемъ постоянно неизбѣжную ошибку въ отсчетѣ: для разстоянія AD она будетъ $BD = y$ (самый отсчетъ по рейкѣ, какъ и высоту инструмента не принимаемъ во вниманіе). Примемъ (согласно § 5) $AD = AB = x$, тогда изъ пропорціи

$$BE : AB = AB : BD$$

или

$$(2r + y) : x = x : y$$

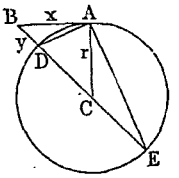
---

[1]) Болѣе подробно см. Zeitschrift für Vermessungswesen. 1912. Heft 13.

находимъ

$$y = x^2 : (2r + y) = \frac{x^2}{2r\left(1 + \frac{y}{2r}\right)} =$$

$$= \frac{x^2}{2r}\left(1 + \frac{y}{2r}\right)^{-1} \cdot = \frac{x^2}{2r}\left(1 - \frac{y}{2r} + \ldots\right)$$



Черт. 284.

Въ разложеніи по биному Ньютона ограничимся членомъ $\frac{y}{2r}$ по малости y сравнительно съ $2r$ (діаметромъ земли).

И такъ $$y = \frac{x^2}{2r}\left(1 - \frac{y}{2r}\right)$$

Для перваго приближенія отбросимъ въ скобкахъ членъ $\frac{y}{2r}$, тогда получимъ для y выраженіе:

$$y = \frac{x^2}{2r} \ldots\ldots\ldots (1)$$

Изъ чертежа 284 видно, что поправку за кривизну земли слѣдуетъ *вычитать* изъ сдѣланнаго отсчета по рейкѣ, вычисляя ее по данному разстоянію x отъ инструмента до рейки, при чемъ поправка дѣйствуетъ *прямо пропорціонально квадрату разстоянія*, — такъ что, увеличивая разстояніе до рейки вдвое, тѣмъ самымъ увеличиваемъ вліяніе ошибки *вчетверо* и т. д. При $x = 50$ саж. и $r = 6000$ в. найдемъ:

$$y = \frac{50 \times 50}{2 \times 6000 \times 500} = \frac{1}{2400} = 0{,}0004,$$

для $x = 100$ саж. поправка $y = 0{,}0016$,

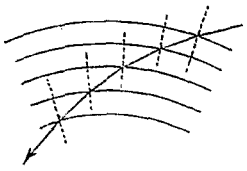
а для $x = 500$ саж. $= 1$ верстѣ . . . . . $y = 0{,}04$ саж.

Обратно, при $y = 0{,}001$ саж., разстояніе $x = 77$ саж.

Такимъ образомъ, при оцѣнкѣ на глазъ тысячныхъ долей сажени величина y сказывается, начиная съ 80 саж. разстоянія отъ инструмента до рейки.

Поправка отъ рефракціи. Покажемъ, что при отсчитываніи по рейкѣ мы получаемъ не ошибку DB, а величину DD' (черт. 286) равную $DB — BD'$. Уменьшеніе на величину BD' разстоянія DB (горизонтальнаго луча зрѣнія AB до горизонтальной уровенной поверхности AD (черт. 286) зависитъ отъ вліянія *рефракціи*, т. е. отъ того явленія, что свѣтовой лучъ не распространяется въ воздухѣ прямолинейно, а направляется по слабо изогнутой кривой (черт. 285). Эта кривая повернута своей вогнутостью къ поверхности земли. Явленіе рефракціи объясняется неравномѣрной плотностью слоевъ отмосферы, окружающей землю. Слои, концентрически

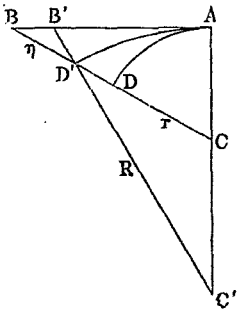
располагаясь вокругъ земной поверхности, имѣютъ наименьшую плотность вверху и наибольшую внизу, въ слоѣ, непосредственно прилегающемъ къ землѣ (черт. 285). Лучъ свѣта, направляясь сверху внизъ, изъ среды менѣе плотной въ среду болѣе плотную, будетъ преломляться; при переходѣ изъ слоя въ слой, онъ станетъ приближаться къ отвѣсной линіи и дастъ ломанную линію. Но такъ какъ толщину каждаго слоя можно считать безконечно малой, то ломанный путь свѣтоваго луча и будетъ—вышеупомянутая кривая чертежа 285. Если лучъ падаетъ отвѣсно, то въ этомъ случаѣ путь его принимаетъ направленіе прямой линіи, напротивъ кривая будетъ обладать наибольшей кривизной, когда горизонтальный лучъ пройдетъ только черезъ слои, непосредственно прилегающіе къ землѣ, что какъ разъ имѣетъ мѣсто при нивеллированіи. О равновѣсіи нижнихъ слоевъ атмосферы въ нѣкоторыя части дня совсѣмъ не можетъ быть рѣчи, а въ иныя оно наступаетъ лишь приблизительно, поэтому о видѣ рефракціонной кривой можно говорить только лишь какъ о теоретически воображаемой кривой, т. е. о той средней кривой, отъ которой дѣйствительныя кривыя уклоняются въ ту, или другую сторону.



Черт. 285.

Пусть $D'A$ (черт. 286) изображаетъ ту среднюю рефракціонную кривую луча свѣта, которая, идя отъ точки D' рейки, послѣднимъ своимъ элементомъ сливается съ касательной AB въ точкѣ A этой кривой, тогда глазъ черезъ трубу по направленію луча AB увидитъ отсчетъ, соотвѣтствующій въ дѣйствительности точкѣ D' рейки. Вслѣдствіе чего поправка BD, выведенная въ предположеніи, что отсчетъ по рейкѣ соотвѣтствуетъ ея дѣленію въ точкѣ B, подлежитъ исправленію на BD' за уклоненіе луча изъ точки B въ точку D'.

По изслѣдованію Деламбра, для короткихъ разстояній, какъ разстоянія отъ рейки до инструмента, вполнѣ возможно считать среднюю рефракціонную кривую AD' (черт. 286) за дугу окружности круга радіуса R, величина котораго въ *шесть—семь* разъ превышаетъ среднюю величину r земного радіуса. Согласно чертежа 286, по формулѣ (1) этого §, можно написать



Черт. 286.

$$D'B' = \frac{\xi^2}{2R} \quad \ldots\ldots (2),$$

гдѣ $\xi = AB'$ весьма мало отличается отъ $x = AB$, точно такъ же, какъ $D'B'$—отъ отрѣзка $D'B = \eta$ отвѣсной линіи BC, а потому съ достаточнымъ приближеніемъ можно принять взамѣнъ (2), послѣ подстановки x вмѣсто ξ, η вмѣсто $D'B'$ и $7r$ или $6r$ вмѣсто R, слѣдующее выраженіе:

$$\eta = \frac{x^2}{2R} = \frac{1}{7} \cdot \frac{x^2}{2r} = \frac{1}{7} y \text{ или } \eta = \frac{1}{6} y \quad \ldots\ldots (3).$$

Величина DD' дастъ совмѣстную *поправку отъ кривизны* (сферичности) *земли* и *отъ рефракціи*; она (см. черт. 286) будетъ $DD'=BD-D'B=y-\eta$ или по формуламъ (1) и (3)

$$y-\eta=\frac{6}{7}y\left(\text{или }\frac{5}{6}y\right)=0{,}84\,y.$$

$$f=y-\eta=0{,}84\frac{x^2}{2r}\ldots\ldots\ldots\ldots(4).$$

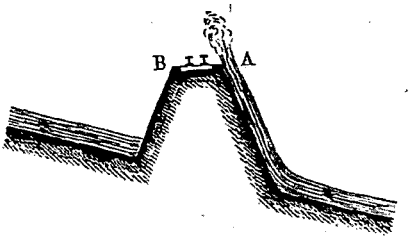
При $x=1$ верстѣ и $\frac{x^2}{2r}=y=0{,}04$ саж. будемъ имѣть:

$$f=y-\eta=0{,}0336 \text{ саж.},$$

а при $x=100$ саж., $f=y-\eta=0{,}0014$.

Вотъ почему, желая достигнуть въ отсчетахъ по рейкѣ точности до тысячныхъ долей сажени, не рекомендуется увеличивать это разстояніе свыше 75 саженей, особенно въ тѣ часы дня, когда спокойствіе атмосферы нарушается отъ сильнаго нагрѣванія слоевъ воздуха солнцемъ, сопровождающагося сильными испареніями. Явленіе измѣненія состоянія атмосферы легко наблюдать въ солнечный жаркій день, если смотрѣть вдаль по верху колосьевъ пшеницы или ржи: слои воздуха какъ бы поднимаются вверхъ въ видѣ дымообразныхъ волнъ, причемъ въ трубѣ тотчасъ замѣчается дрожаніе и перемѣщеніе изображеній.

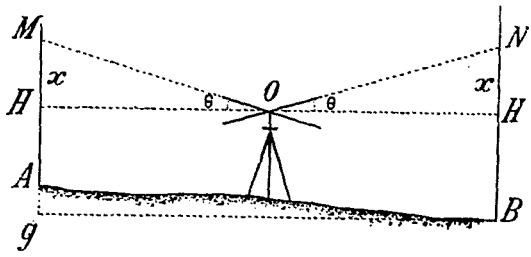
Берлинскому профессору Dr. Ch. August Vogler, нѣкоторыми политипажами изъ сочиненій котораго мы воспользовались при изложеніи нашего курса, между прочимъ пришлось наблюдать слѣдующее явленіе: работая на высокой желѣзнодорожной насыпи (черт. 287), построенной на большой слабо наклоненной равнинѣ, въ осеннее утро, когда обѣ стороны насыпи были покрыты утреннимъ туманомъ, онъ простымъ глазомъ могъ замѣтить, какъ при нагрѣваніи солнцемъ двигались слои воздуха, которыя въ видѣ дыма достигали вершины насыпи у A и на высотѣ 0,1 mtr. исчезали. Это движеніе сопровождалось дрожаніемъ изображеній въ трубѣ, при визированіи вдоль стороны A, между тѣмъ на другой сторонѣ B насыпи въ то же самое время была абсолютная ясность и спокойствіе изображеній въ трубѣ.



Черт. 287.

§ 197. Сравненіе нивеллированія „впередъ“ съ нивеллированіемъ „изъ средины“. Если сличать оба пріема геометрической нивеллировки, — „впередъ“ и „изъ средины“, то сравненіе приводитъ къ заключенію, что *при равенствѣ разстояній отъ станціи до пикетовъ, нивеллированіе изъ средины слѣдуетъ предпочитать нивеллированію впередъ*. Это заключеніе основано, *во-первыхъ*, на томъ, что при нивеллированіи изъ средины уничтожается вліяніе не-

точнаго выполненія въ инструментѣ главнаго условія—параллельности оптической оси трубы съ осью уровня; однако совершенное уничтоженіе вліянія этой погрѣшности достигнется только при помѣщеніи инструмента *точно въ равныхъ разстояніяхъ* между нивеллируемыми пунктами. Дѣйствительно, если оптическая ось не параллельна оси уровня, а составляетъ съ нею нѣкоторый уголъ (черт. 288), вслѣдствіе неравенства подставокъ у трубы, то при визированіи на заднюю рейку отсчетъ на ней будетъ не $AH=a$, а $AM=a'=a+x$, гдѣ $x=HM$ — ошибка въ отсчетѣ по задней рейкѣ; точно такъ же отсчетъ на переднюю рейку будетъ $BN=b'=b+x'$. Но для полученія разности уровней $Ag=u$ точекъ A и B слѣдуетъ образовать разность отсчетовъ a и b, поэтому



Черт. 288.

$$a-b=(a'-x)-(b'-x'),$$

откуда

$$a'-b'=(a-b)+(x-x').$$

Такъ какъ при равенствѣ разстояній реекъ отъ инструмента прямоугольные треугольники MOH и HON равны между собою, то $x=x'$, а потому и

$$a'-b'=a-b,$$

т. е., несмотря на непараллельность осей уровня и трубы, разность отсчетовъ на рейкахъ даетъ вѣрную разность уровней, если только разстоянія отъ инструмента до реекъ одинаковы.

Если же разстоянія неравны между собою, то, обозначивъ разстоянія до A чрезъ d, а до B чрезъ d', получимъ:

$$AH=a=a'-d\ tg\ \Theta$$
$$BH=b=b'-d'\ tg\ \Theta$$

А потому:

$$u=a-b=(a'-b')+(d'-d)\ tg\ \Theta \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

Членъ $(d'-d)\ tg\ \Theta$, выражающій поправку, которую нужно ввести въ разность отсчетовъ a' и b' для полученія вѣрной разности уровней обусловливается какъ угломъ Θ (который при вывѣркѣ инструмента будетъ тѣмъ менѣе, чѣмъ чувствительнѣе уровень), такъ и разностію разстояній d' и d—чѣмъ она менѣе, тѣмъ менѣе ошибка. Обыкновенно для хорошихъ нивеллировъ берутъ уровень съ цѣною одного дѣленія отъ 5 до 10 секундъ, а разность разстояній не достигаетъ двухъ саженъ.

Если членъ $(d'-d)\ tg\ \Theta$ обозначимъ чрезъ y и, переложивъ трубу въ лагерахъ, сдѣлаемъ опять взгляды на тѣ же рейки, то для нивеллировъ Эго и Керна, при неравенствѣ подставокъ у трубы, будемъ имѣть:

$$u=(a''-b'')-y, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

такъ какъ Θ будетъ имѣть противоположный знакъ.

Сопоставляя равенство (2) съ предыдущею формулою (1), получимъ

$$u = \frac{a' - b'}{2} + \frac{a'' - b''}{2},$$

т. е. ошибка отъ непараллельности осей трубы и уровня иногда уничтожается даже и при разныхъ разстояніяхъ реекъ отъ инструмента, если только сдѣлать переложеніе трубы въ лагерахъ и по два отсчета на рейкахъ [1]).

Во-вторыхъ, если разстоянія до передней и задней рейки одинаковы, то при нивеллированіи изъ средины уничтожается вліяніе неравенства цапфъ, влекущее за собою непараллельность осей трубы и уровня.

Если подъ Θ подразумѣвали совокупность всѣхъ погрѣшностей, приводящихъ къ нѣкоторой *неизбѣжной*, остающейся послѣ повѣрки инструмента непараллельности визирной оси съ осью уровня, то $tg\ \Theta$ слѣдуетъ опредѣлить и вводить поправку $(d' - d)\ tg\ \Theta$ въ разность $a' - b'$. Для опредѣленія $tg\ \Theta$, обозначимъ $d' - d$ черезъ Δ и станемъ два раза съ инструментомъ: одинъ разъ ближе къ задней рейкѣ, другой разъ—ближе къ передней рейкѣ, тогда u найдется дважды:

$$u = a_1 - b_1 + \Delta_1\ tg\Theta \text{ и } u = a_2 - b_2 + \Delta_2\ tg\ \Theta.$$

Откуда

$$tg\Theta = \frac{(a_1 - b_1) - (a_2 - b_2)}{\Delta_2 - \Delta_1} \ldots\ldots (tg\Theta).$$

Въ-третьихъ, при нивеллированіи изъ средины, въ результатахъ не входитъ поправка $f = y - \eta$ отъ кривизны земли и рефракціи. Это важно въ особенности потому, что свойство и степень кривизны луча свѣта различны въ разное время года и въ разные часы дня: поэтому предположеніе, что радіусъ рефракціонной кривой равенъ усемеренному радіусу земли, на которомъ основанъ выводъ величины поправки, не всегда имѣетъ мѣсто и введеніе этой поправки въ отсчетъ можетъ иногда не улучшить, а ухудшить результатъ.

Впрочемъ и при нивеллированіи впередъ можно избѣгнуть введенія въ отсчеты этой поправки f. Въ самомъ дѣлѣ, если поставимъ инструментъ сначала въ A, сдѣлаемъ отсчетъ на рейкѣ въ B и измѣримъ высоту $AM = i$ инструмента, то разность уровней $Ag = u$ будетъ

$$u = +(i - b + f), \text{ гдѣ } f = y - \eta.$$

Затѣмъ, если перенесемъ инструментъ въ B, а рейку въ A, то подобнымъ же образомъ будемъ имѣть:

$$u = -(i' - a + f),$$

слѣдовательно

$$2\ u = (a - b) + (i - i') \text{ или:}$$
$$u = {}^1/_2\ [(a - b) + (i - i')].$$

Итакъ для избѣжанія введенія поправки f при нивеллированіи впередъ нужно становиться съ инструментомъ поочередно въ обѣ нивеллируемыя точки, сдѣлать отсчеты на рейкахъ и измѣрить высоты инструмента, но это невозможно иногда сдѣлать на мѣстности крутой, а потому пріемъ нивеллированія впередъ и не имѣетъ тѣхъ преимуществъ, какія

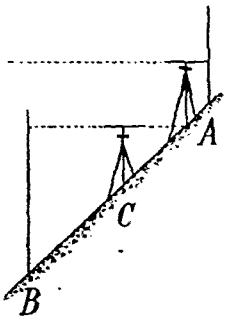
[1]) Въ нивеллирѣ Эго, какъ было замѣчено ранѣе, подставки у трубки выравниваются лишь до тѣхъ поръ, пока ихъ неравенство перестаетъ *при данномъ разстояніи* вліять на отсчетъ по рейкѣ при двухъ положеніяхъ трубы.

имѣетъ нивеллированіе изъ средины; онъ при ординарной постановкѣ инструмента не устраняетъ вліянія неизбѣжныхъ погрѣшностей инструмента.

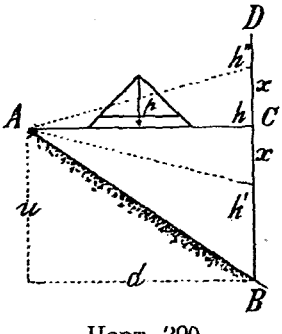
Въ-четвертыхъ, нивеллированіе изъ средины выгоднѣе тѣмъ, что разстояніе между нивеллируемыми точками можетъ быть вдвое болѣе, чѣмъ при нивеллированіи впередъ, а потому и работа должна идти вдвое быстрѣе. Если, наконецъ, замѣтимъ, что разстояніе отъ инструмента до рейки не мѣняется, то установивъ одинъ разъ трубу для наблюденій, не требуется кремальеркой мѣнять разстоянія отъ сѣтки до объектива, т. е. сомнѣваться въ неизмѣнности положенія визирной оси.

Эти причины, показывающія, что нивеллированіе изъ средины точнѣе и быстрѣе нивеллированія впередъ, совсѣмъ вытѣснили изъ употребленія способъ нивеллированія впередъ, который примѣняется только въ исключительныхъ случаяхъ, напр., при нивеллированіи чрезъ рѣчку, болото, оврагъ и т. п. мѣстныя препятствія.

§ 198. Нивеллированіе крутыхъ скатовъ. Крутые скаты не могутъ быть пронивеллированы ни изъ средины, ни впередъ, потому что даже при тѣхъ наименьшихъ разстояніяхъ, при которыхъ ясно можно видѣть въ трубу дѣленія рейки, горизонтальный лучъ зрѣнія съ одной стороны упирается въ землю, ниже основанія рейки, какъ, напр., на черт. 289 при постановкѣ инструмента въ C, а съ другой, если даже нивеллиръ поставитъ въ A (съ цѣлью произвести нивеллированіе хотя бы по способу впередъ), то горизонтальный лучъ проходитъ выше рейки, находящейся на слѣдующей связующей точкѣ B, а потому въ этихъ случаяхъ употребляются другіе пріемы, а именно: *посредствомъ ватерпаса, посредствомъ вертикальнаго круга угломѣрнаго инструмента и посредствомъ обыкновеннаго нивеллира, примѣняя его нѣсколько иначе.*



Черт. 289.



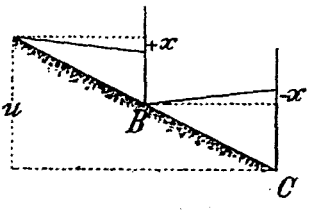
Черт. 290.

1-й способъ опредѣленія разности уровней посредствомъ ватерпаса былъ уже нами разсмотрѣнъ на чертежахъ 243 и 244. Но указанный тамъ пріемъ справедливъ однако въ томъ лишь случаѣ, когда ватерпасъ вѣренъ, т. е. когда выполняется условіе, что при совпаденіи нити отвѣса со штрихомъ распорки нижній край бруса горизонталенъ. При неточномъ его выполненіи нижній край бруса приметъ положеніе Ah' (черт. 290), отсчетъ на рейкѣ будетъ ошибоченъ на $hh' = x$, такъ что вѣрный отсчетъ $h = h' + x$. Если послѣ этого переложить брусъ обратными концами, то въ отсчетѣ h'' по краю бруса войдетъ та же ошибка x, но съ обратнымъ знакомъ; причемъ $h = h'' - x$. Слѣдовательно

$$h = \frac{h' + h''}{2},$$

т. е. *вѣрный отсчетъ на рейкѣ равенъ полусуммѣ отсчетовъ, сдѣланныхъ при двухъ положеніяхъ ватерпаса.*

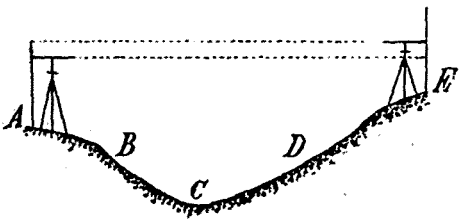
Ошибка не окажетъ также *вліянія на разность уровней конечныхъ точекъ при наложеніи ватерпаса на покатость два, четыре и вообще четное число разъ*, если только перекладывать его при этомъ послѣдовательно, разъ за разомъ, противоположными концами. Такъ, если для опредѣленія разности уровней точекъ A и C (черт. 291) ватерпасъ укладывался ровно два раза, то при первомъ положеніи его войдетъ въ отсчетъ ошибка $+x$, а при второмъ, послѣ переложенія, ошибка $-x$; такъ что разность уровней u, равная суммѣ отдѣльныхъ разностей уровней точекъ A и B, B и C, будетъ свободна отъ ошибки.



Черт. 291.

Вслѣдствіе этого, если для опредѣленія разности уровней u пекетовъ P и Q (чертежъ 244) надо положить ватерпасъ нечетное число разъ, то, помимо послѣдовательнаго перекладыванія, надо при послѣднемъ пятомъ брусѣ переложить ватерпасъ дважды между тѣми же точками, какъ это показано на чертежѣ 290.

При нивиллированіи оврага $AB.....DE$ (черт. 292) разность уровней конечныхъ точекъ A и E опредѣляютъ по способу нивеллированія впередъ, ставя инструментъ какъ въ A, такъ и въ E, а скаты и дно оврага невиллируютъ ватерпасомъ.

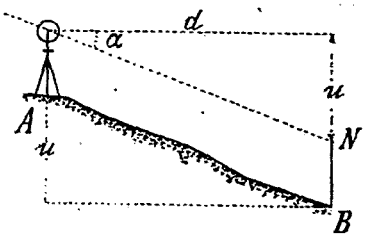


Черт. 292.



Черт. 244.

2-й способъ состоитъ въ опредѣленіи разности уровней двухъ точекъ посредствомъ угла наклоненія, измѣряемаго по вертикальному кругу угломѣрнаго инструмента, и горизонтальнаго между ними разстоянія. Если A и B (черт. 293) суть конечныя точки покатости, то, поставя угломѣрный инструментъ въ A, а въ B вѣху съ мѣткою N, высота которой равна высотѣ инструмента и измѣривъ α и d, разность уровней u опредѣляютъ по формулѣ



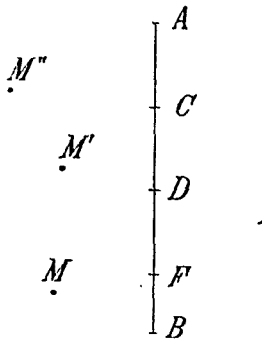
Черт. 293.

$$u = d \cdot tg\alpha.$$

3-й способъ. Оба предыдущіе способа, требуя употребленія инструмента, отличнаго отъ того, которымъ производится большая часть нивеллировки, уступаютъ въ точности третьему способу посредствомъ обыкновеннаго нивеллира съ трубою.

Пусть AB (черт. 294) представляетъ въ планѣ ось нивеллированія крутой покатости. *Въ сторонѣ отъ нея* выбираютъ такія точки M'', M',

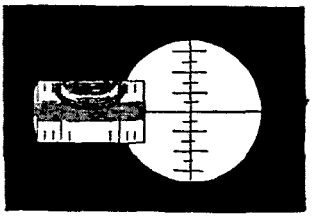
M''', M, располагая линію $M'M'''M$.... *зигзагой* относительно AB, чтобы части MM''', $M'''M'$,.... были приблизительно горизонтальны и чтобы изъ нихъ дѣленія реекъ, ставимыхъ послѣдовательно въ A и C, C и D, D и F, и наконецъ F и B, были видны съ отчетливостью и рейки находились бы приблизительно на равныхъ разстояніяхъ отъ избранныхъ станцій. Понятно, что такимъ образомъ опредѣлятся разности уровней точекъ A и C, C и D, D и F, F и B; сумма же ихъ дастъ разность уровней точекъ A и B. Если мѣсто постановки инструмента придется также на покатости то для него или употребляютъ штативъ съ произвольно укорачивающимися ножками, или вырубаютъ на косогорѣ площадки такой величины, чтобы на нихъ могъ помѣститься инструментъ и самъ съемщикъ.

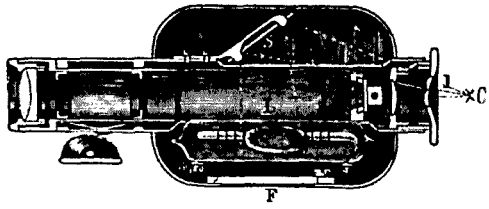


Черт. 294.

§ 199. **Поперечное невиллированіе.** При нивеллированіи мѣстности подъ дорогу или каналъ помимо продольной нивеллировки дѣлается также и нивеллировка *поперечная*, которою охватывается болѣе или менѣе широкая полоса земли; она производится *по линіямъ перпендикулярнымъ* къ продольной оси. Разстояніе между поперечными нивеллировками зависитъ отъ характера мѣстности и отъ степени точности, съ которою долженъ быть составленъ проектъ сооруженія: чѣмъ мѣстность пересѣченнѣе, и

Черт. 294 bis.





Черт. 294 a.

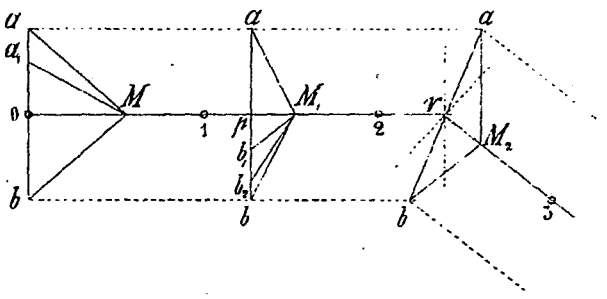
чѣмъ большая нужна точность, тѣмъ чаще берутся поперечныя нивеллировки. Вообще же поперечныя сѣченія дѣлаются въ начальной и конечной точкахъ продольной оси, въ перегибахъ мѣстности и на всѣхъ поворотахъ оси, см. черт. 295. Длины поперечныхъ нивеллировокъ зависятъ отъ ширины предполагаемаго сооруженія. Поперечная нивеллировка дѣлается иногда менѣе точнымъ инструментомъ, чѣмъ продольная, и при томъ отдѣльнымъ съемщикомъ.

Къ числу такихъ инструментовъ можно отнести приборъ *Вагнера Тесдорпфа*, (черт. 294 bis.)—это такъ называемый „ручной" нивеллиръ. Его труба, помимо объектива и окуляра, имѣетъ, для возможности чтенія *показаній рейки при горизонтальномъ положеніи визирной оси*, еще съ одного боку (см. черт. 294 a) уровень L съ иллюминаторомъ F изъ бѣлаго матоваго стекла, а съ другой зеркало [1]), отражающее пузырекъ уровня. Уровень и зеркало помѣщены въ четыреугольной коробкѣ, черезъ которую проходитъ труба. Въ полѣ зрѣнія трубы глазъ наблюдателя, находящійся при окулярѣ, въ

[1]) Сличи этотъ приборъ съ эклиметромъ Фюса. Также см. Z. f. Verm. 1887.

C, увидитъ направо крестъ нитей и дѣленія рейки, а слѣва двигающійся пузырекъ уровня, и въ то время какъ онъ станетъ въ положеніе указанное на чертежѣ 294 bis, дѣлаютъ отсчетъ по рейкѣ.

Въ случаѣ неширокой полосы поперечное нивеллированіе можетъ производиться и въ связи съ продольнымъ, однимъ и тѣмъ же нивеллировщикомъ. Разсмотримъ этотъ случай. Пусть линіи ab (черт. 295), суть оси поперечныхъ нивеллировокъ; изъ нихъ первая, перпендикулярная къ продольной оси, проходитъ черезъ нулевой пикетъ, вторая, также перпендикулярная къ оси, проходитъ чрезъ перегибъ p и третья проведена чрезъ вершину r, приблизительно по направленію равнодѣлящей уголъ поворота. Поставивъ инструментъ на первой станціи M, дѣлаютъ взгляды 1) на пикеты 0 и 1 продольной оси, 2) влѣво (по ходу продольной нивеллировки) по поперечной оси на перегибъ a_1, 3) точку a, и 4) вправо на точку b. Затѣмъ переносятъ инструментъ на вторую станцію M_1 и дѣлаютъ взгляды: I) на пикеты 1 и 2, II) влѣво на a, III) на перегибъ p и вправо, V) на b_1, VI) b_2, VII) на b. Далѣе, при стояніи инструмента въ M_2, послѣ взглядовъ на пикеты 2 и 3, дѣлаютъ взгляды на a, r и b. И такимъ же образомъ продолжаютъ далѣе.



Черт. 295.

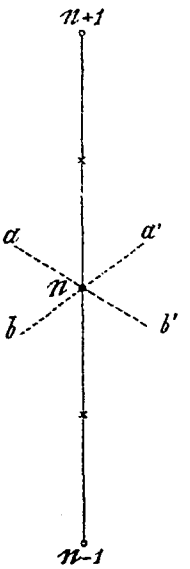
Разность уровней между точками поперечнаго и тѣми точками продольнаго нивеллированія, при которыхъ оно взято, можетъ быть вычислена по формулѣ, выведенной для вычисленія разности уровней между связующими точками, т.-е. $h = n - b$, ибо *взглядъ на поперечную точку можно разсматривать какъ взглядъ впередъ* по отношенію къ точкѣ продольнаго нивеллированія, на которую сдѣланъ взглядъ при одной и той же высотѣ инструмента и съ той же станціи. Такъ, напримѣръ, разности уровней точекъ связующей № 2 и точекъ третьяго сѣченія a, r, b найдутся, если взглядъ на № 2 обозначимъ черезъ H_2, а взгляды впередъ на a, r и b — чрезъ b_a, b_r, b_b, въ видѣ $h' = H_2 - b_a$; $h'' = H_2 - b_r$, $h''' = H_2 - b_b$.

§ 200. Контроль отсчетовъ по рейкамъ. Чтобы удостовѣриться въ безошибочности сдѣланныхъ отсчетовъ на рейкахъ при сложномъ нивеллированіи, дѣлаютъ ихъ повѣрку для тѣхъ реекъ, которыя ставились на связующихъ точкахъ. Это необходимо потому, *что ошибка въ отсчетѣ на рейкѣ какой-либо связующей точки передается цѣликомъ на слѣдующія.* Повѣрка отсчетовъ можетъ быть достигнута различными путями.

Одинъ изъ нихъ состоитъ въ томъ, что *на каждой станціи*, сдѣлавъ взгляды назадъ и впередъ, *измѣняютъ высоту инструмента* и вновь дѣлаютъ отсчеты на рейкахъ тѣхъ же пикетовъ. При вѣрности отсчетовъ разность послѣднихъ взглядовъ должна быть равна разности первыхъ, потому что онѣ выражаютъ разность уровней однѣхъ и тѣхъ же точекъ земной поверхности. Полагая, что отсчеты дѣлаются съ точностью до

0,001 саж., вторая разность взглядовъ не должна отличаться отъ первой болѣе чѣмъ на 0,002 саж. За окончательный результатъ принимаютъ среднее ариѳметическое изъ обѣихъ разностей.

При другомъ пріемѣ повѣрки не мѣняютъ высоты инструмента, но *пользуются обоими колышками каждой связующей точки* и поступаютъ такъ: при нахожденіи инструмента между пикетами $n-1$ и n (черт. 296) ставятъ рейку въ точкѣ n сначала на колъ вбитый вровень съ землею, затѣмъ на колъ съ номеромъ n и дѣлаютъ отсчеты, которые обозначимъ соотвѣтственно черезъ b и b'. Послѣ этого инструментъ переносятъ на средину между пикетами n и $n+1$, поворачиваютъ рейку на колѣ пикета (забитомъ вровень съ землею) лицомъ къ инструменту, дѣлаютъ на ней отсчетъ, переставляютъ ее на колъ съ номеромъ n и опять дѣлаютъ отсчетъ. Если эти послѣдніе отсчеты обозначимъ соотвѣтственно черезъ a и a', то $b-b'$ должно быть равно $a-a'$, т.-е.



Черт. 296.

$$b-b'=a-a'\ ^{1})$$

или

$$b+a'=a+b',$$

т.-е. *суммы на крестъ лежащихъ взглядовъ на каждой связующей точкѣ должны быть одинаковы.* Разница не должна превышать 0,002 саж.

Если при работѣ употребляется нивеллиръ или съ перекладною трубою и уровнемъ, прикрѣпленнымъ къ ея подставкамъ (напр. нивеллиръ Эго), или съ перекладнымъ на трубѣ уровнемъ (напр. нивеллиры Эртеля и Керна), то особенно выгоденъ пріемъ повѣрки посредствомъ переложенія этихъ частей, потому что при этомъ уничтожается вмѣстѣ съ тѣмъ вліяніе неравенства подставокъ трубы у невиллира Эго и неравенство подставокъ уровня у нивеллира Керна. Порядокъ дѣйствій при этой повѣркѣ таковъ: дѣлаютъ взгляды назадъ и впередъ, перекладываютъ осторожно или трубу въ лагерахъ, или уровень на трубѣ и вновь дѣлаютъ отсчеты на тѣхъ же рейкахъ. Если инструментъ вѣренъ, то разность обѣихъ паръ этихъ отсчетовъ должна быть совершенно одинакова. Въ случаѣ же небольшой между ними разницы среднее ариѳметическое изъ нихъ дастъ вѣрный результатъ даже и тогда, когда инструментъ соитъ не точно посрединѣ между пикетами; см. § 197.

Съ цѣлію контроля отсчетовъ по рейкамъ выгодно употреблять *двусторонніе* рейки т.-е. такія, у которыхъ дѣленія нанесены съ обѣихъ сторонъ; съ одной стороны нанесены дѣленія, напр., въ двухтысячныхъ доляхъ сажени, а съ другой — въ сантиметрахъ. Дѣлая отсчеты по обѣимъ сторонамъ рейки, достаточно отсчеты въ доляхъ сажени переводить въ отсчеты въ метровой мѣрѣ. Такъ какъ 1 саж. = 2,13358... метр., то $^1/_{20}$ саж. =

[1]) Эти разности даютъ высоту надъ землею кола съ номеромъ.

$= 0{,}106679...$ метр. $= 1 + \frac{1}{15}$ дециметра; вслѣдствіе этого можно сказать, что, такъ какъ двадцатыя доли сажени крупнѣе дециметровъ, то число ихъ, отсчитанное по рейкѣ, будетъ всегда меньше, чѣмъ число прочтенныхъ дециметровъ (въ томъ же отрѣзкѣ прямой), а увеличивая отсчеты въ двадцатыхъ доляхъ сажени на $^1/_{15}$ ихъ величины, можно получать тѣ же отсчеты въ дециметрахъ. Пусть, напр., отсчетъ въ доляхъ $^1/_{20}$ саж. оказался 12,277, а въ дециметрахъ онъ $=13{,}090$. Находимъ $^1/_{15}$ отъ $12{,}277 = 0{,}818$. Сумма $12{,}277 + 0{,}818 = 13{,}095$ согласуется съ 13,090 до полумиллиметра.

Отмѣтимъ здѣсь предложеніе, сдѣланное г. *Б. Мантьевымъ*[1]). Г. Мантьевъ рекомендуетъ наносить дѣленія на двустороннія рейки такъ, чтобы на одной сторонѣ каждое дѣленіе равнялось $^1/_{950}$ саж., а на другой—$^1/_{1050}$ саж. Пусть по первой сторонѣ отсчетъ $= A_1$, а по второй A_2, тогда $950\,x = 1000\,t$ и $1050\,y = 1000\,t$, гдѣ $t = 0{,}001$ саж. $= {}^{950}/_{1000}\,x - \frac{1050}{1000}y$, и слѣд. $(A_1 + A_2) = ({}^{950}/_{1000} + {}^{1050}/_{1000})\,A = 2A$, гдѣ A — отсчетъ въ тысячныхъ доляхъ сажени и $A_2 - A_1 = 0{,}1\ A = 0{,}1\,\frac{A_1 + A_2}{2}$. Пусть $A_1 = 559$ и $A_2 = 618$, тогда $S = A_1 + A_2 = 1177$ и $^1/_2\ S = 588$, а $R = A_2 - A_1 = 59 = 0{,}1 \times 588 = 58{,}8$, т. е. $R = {}^1/_{20}\ S$. Просчетъ въ 0,1 саж. или въ 0,01 саж. въ одномъ изъ отсчетовъ немедленно обнаруживается: такъ, напр., если вмѣсто указанныхъ отсчетовъ сдѣланы: 1) 459 и 518, то $R = 59$ и $^1/_{20}\ S = 48{,}8$. 2) 559 и 608, то $R = 49$ и $^1/_{20}\ S = 58{,}3$.

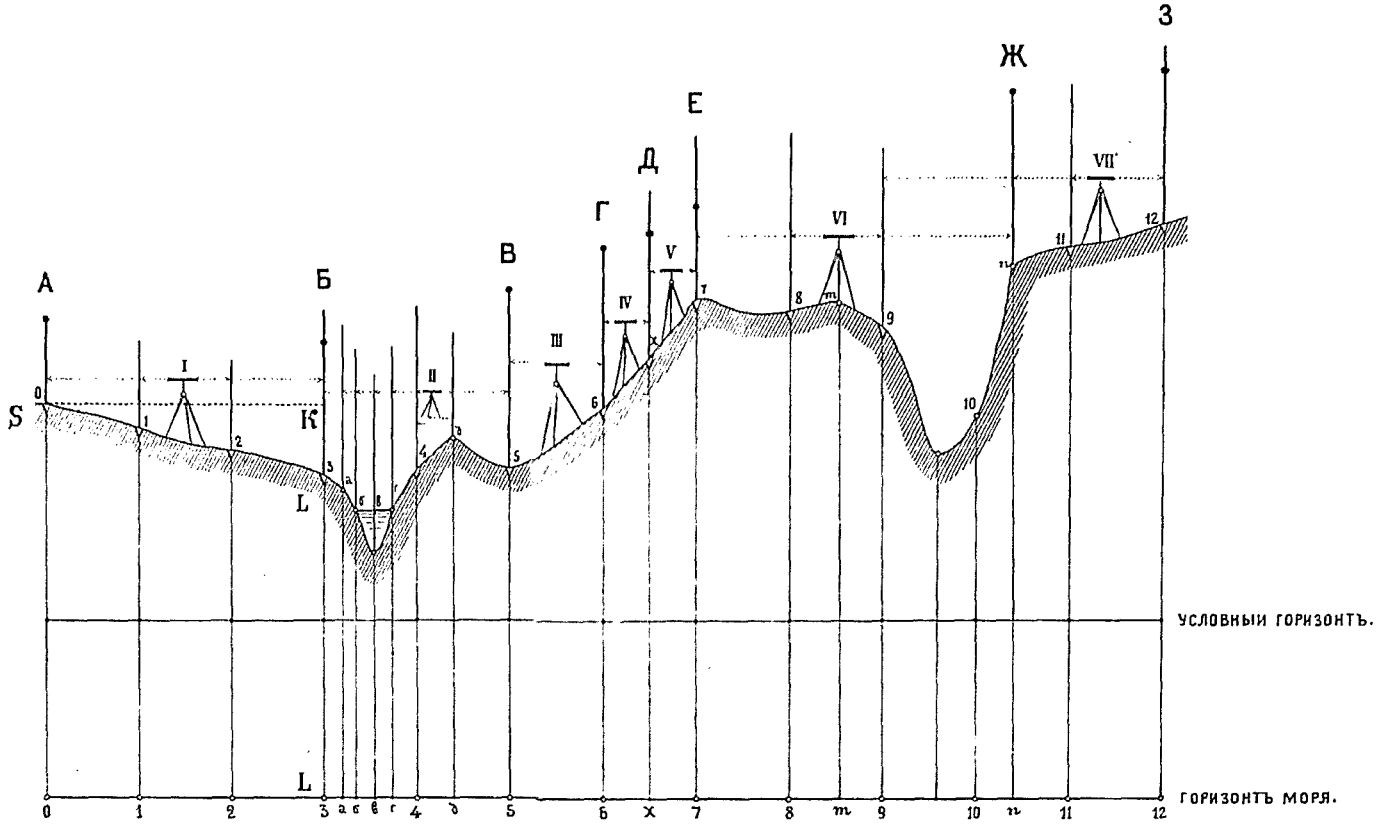
Способъ этотъ, какъ утверждаетъ самъ г. Мантьевъ, допускаетъ однако возможность не замѣтить *двойного* просчета въ сотку: такъ, если вмѣсто 569 и 628 прочтено 559 и 618, то $628 - 569 = 59 = 618 - 559$ и $0{,}1 \times {}^1/_2\ (569 + 628) = 59{,}8$, а $0{,}1 \times {}^1/_2\ (618 + 559) = 58{,}8$.

Если сѣтка трубы состоитъ изъ трехъ равно удаленныхъ горизонтальныхъ нитей, то повѣркою отсчетовъ по рейкѣ можетъ служить то, что полусумма отсчетовъ по крайнимъ нитямъ должна быть равна отсчету по средней нити. При неравноудаленности крайнихъ нитей, полусумма отсчетовъ по нимъ должна отличаться отъ отсчета по средней нити всегда на одну и ту же величину.

Если повѣрка дѣлается измѣненіемъ высоты инструмента или переложеніемъ трубы въ лагерахъ, то взгляды на промежуточныя и поперечныя точки дѣлаются *при второмъ положеніи*, такъ какъ въ случаѣ неудовлетворительности работы взгляды, которые сдѣлали бы при первомъ положеніи на поперечныя и промежуточныя точки, пришлось бы отбросить и сдѣлать ихъ вновь.

§ 201. Журналъ нивеллированія. Всѣ отсчеты, сдѣланные при сложномъ нивеллированіи, записываются въ особый журналъ. Въ этомъ же журналѣ производится обработка добытаго нивеллировкой матеріала. Наиболѣе удобную форму такого журнала для нивеллированія продольнаго и произведеннаго въ связи съ нимъ поперечнаго нивеллированія приводимъ на

[1]) См. XVI выпускъ Труд. Топ. Геодезич. Ком.


А
Б
В
Г
Д
Е
Ж
З
I
II
III
IV
V
VI
VII
S
K
L
L
0
1
2
3
a
б
в
г
4
д
5
6
x
7
8
m
9
10
n
11
12
УСЛОВНЫЙ ГОРИЗОНТЪ.
ГОРИЗОНТЪ МОРЯ.

Черт. 281.

1 іюня 1900 г.
Число, мѣсяцъ и годъ.

Журналъ нивеллированія.

Студентъ I курса N. N.
Страница 1-я.

Станціи.	Номера кольевъ.	Отсчеты на рейкѣ. Читанные. задній.	передній	промеж.	Средніе. задній.	передній.	Превышенія. +	—	Горизонтъ инструмента.	Условныя отмѣтки.	Отмѣтка относит. горизонта моря.	Примѣчаніе.
												Методъ превышеній 20,000 — 0,887 = 19,113
	(0)А	324[1] 312[3]	—	—	318[7]	—			20.312[11]	20.00 [9]		20.000 + 0.312
I	(0)+50=(1)	—	—	637[5]	—	—			—	19.675[12]		— 20.312 — 20.312
	(2)	—	—	909[6]	—	—			—	19.403[13]		— 637 — 909
	(3)Б	—	1.210[2] 1.200[4]	—	—	1.205[8]		887	—	19.113[10]		19.675 19.403
												Методъ горизонта
	(3)Б	1.130[1] 1.108[3]	—	—	1.119[11]	—			20.221[14]	—		Методъ превышеній 19,113 + 173$_5$ = 19,286$_5$
	(3)+10(*а*)	—	—	1.273[5]	—	—			—	18.948[15]		
	(3)+17(*б*)	—	—	1.511[6]	—	—			—	18.710[16]	—	У воды.
	(3)+26(*в*)	—	—	2.036[7]	—	—			—	18.185[17]	—	Ручей (дно).
II	(3)+35(*г*)	—	—	1.508[8]	—	—			—	18.713[18]	—	У воды.
	(4)	—	—	957[9]	—	—			—	19.264[19]		Методъ горизонта
	(4)+21(*д*)	—	—	569[10]	—	—			—	19.652[20]		19,113 + 1,108 = 20,221 20,221 — 1,273 = 18,948
	(5)В	—	957[2] 934[4]	—	—	945$_5$[12]	173$_5$		—	19.286$_5$[13]		Повѣрка
												— 20.088$_5$ / 20.000 — 2.767 / 2.678$_5$
	(5)В	1.349[1] 1.311[3]	—	—	1.330[7]	—			20.597$_5$[10]	—		+ 0.088$_5$[15] 0.088$_5$[16]
III	(6)Г	—	546[2] 510[4]	—	—	528[8]	802		—	20.088$_5$[9]		— 0.975$_5$ / 0.887
	л — (5)+10	—	—	1.518[5]	—	—	—	—	—	19.079[11]		+ 0.885$_5$[17]
	п — (5)+12	—	—	1.106[6]	—	—	—	—	—	19.491[12]		
№№ граф.	(I)	(II)	(III)	(IV)	2.767[13] (V)	2.678$_5$[14] (VI)	975$_5$ (VII)	887 (VIII)	(IX)		(X)	(XI)

Станціи.	Номера кольевъ.	Отсчеты на рейкѣ. Читанные. задній.	передній	промеж.	Средніе. задній.	передній.	Превышенія. +	—	Горизонтъ инструмента.	Условныя отмѣтки.	Отмѣтка относит. горизонта моря.	Примѣчаніе.
IV	(6) *I*	1.025[1] 1.005[3]	—	—	1.015[5]	—			21.093_5[9]	20.088_5[7]		
	(6)+*X* (24,6) *I*	—	0.454[2] 0.432[4]	—	—	0.443[6]	572		—	20.660_5[8]		
V	(6) + *X*...*Д*.	1.110 1.090	—	—	1.100	—			21.750_5	—		
	(7) *E*	—	0.300 0.282	—	—	0.291	809		—	21.469_5		
VI	(7) *E*	0.812 0.802	—	—	0.807	—			22.271_5	—		
	(8)	—	—	925	—	—			—	21.346_5		Высота инструмента $i = 0{,}814$
	(9)	—	—	1.125	—	—			—	21.146_5		
	(10)+21,6(*n*) *Ж*	—	0.350 0.341	—	—	0.3455	461_5		—	21.931		
	VI...(*m*)	—	—	814	—	—			—	21.457_5		
VII	(*n*) *Ж*	1.100 1.094	—	—	1.097				23.025	—		
	(9)	—	—	1.882	—	—			—	21.143		Повѣрка — 4.019 22.4561 2.367_5 / 1.651_5 20.0885 0.000 / 2.367_5 2.367_5 2.367_5
	(11)	—	—	875	—	—			—	22.150		
	(12) *З*	—	575 569	—	—	572	525		—	22.456		
					4.019	1.651_5	2.367_5	0.000				

слѣдующихъ страницахъ (см. образецъ журнала). Въ первую лѣвую графу вписываются номера нивеллируемыхъ пикетовъ (заключены въ скобки) и промежуточныя точки, обозначенныя номеромъ предыдущаго пикета + разстояніе точки отъ этого пикета, такъ напр. (0) + 50 показываетъ, что промежуточная точка лежитъ отъ нулевого пикета впередъ по оси въ разстояніи 50 саж., т. е. это первый пикетъ.

Во вторую графу противъ связующихъ точекъ заносятся отсчеты, сдѣланные на заднія рейки, а въ третью—на переднія [1]). Тутъ же вписываются повѣрочные взгляды, дѣлаемые, какъ сказано, только на связующія точки. Допустимъ сначала, что повѣрка дѣлалась измѣненіемъ высоты инструмента или переложеніемъ трубы. Такъ какъ по записямъ журнала контрольный взглядъ на нулевой пикетъ менѣе прежняго взгляда на 0,012, а вторичный взглядъ на третій пикетъ менѣе прежняго на 0,010, то разность уровней между (0) и (3) пикетами, вычисленная по первымъ взглядамъ 0.886, выйдетъ менѣе той же разности уровней по вторичнымъ взглядамъ 0.888 на 0.002. Такая разница допустима, такъ какъ не выходитъ за предѣлы точности отсчитыванія по рейкамъ, а потому нивеллированіе между пикетами (0) и (3) считается вѣрно произведеннымъ.

Въ четвертой графѣ записываются взгляды, взятые на промежуточныя точки, каковыми для I станціи (см. запись въ журналѣ) являются (1) и (2) пикеты. Эти взгляды берутся при второй высотѣ инструмента. Взгляды на точки поперечнаго нивеллированія также заносятся въ четвертую графу—промежуточныхъ точекъ. Такъ для станціи III въ первой графѣ послѣ записи связующей точки *Г* [пикетъ (6)] занесено: *л* — (5) + 10 и *п* — (5) + 12. Это слѣдуетъ понимать такъ: на пятомъ пикетѣ, влѣво отъ него въ 10 саж и вправо—въ 12 саж., взяты были точки въ поперечномъ профилѣ, при чемъ взгляды эти сдѣланы при второмъ горизонтѣ инструмента и внесены въ графу читанныхъ промежуточныхъ точекъ: 1.518 и 1.106.

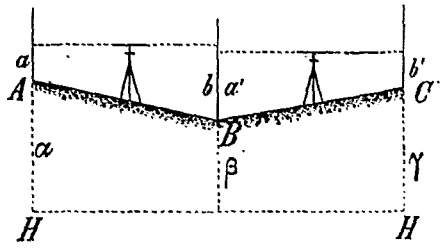
На этомъ заканчивается собственно полевая запись. Въ дальнѣйшихъ графахъ журнала идетъ обработка нивеллировочнаго матеріала.

§ 202. Вычисленіе отмѣтокъ технической нивеллировки. По окончаніи нивеллированія, по журнальной записи (§ 201) сдѣланныхъ взглядовъ, получаются данныя для составленія на бумагѣ вертикальнаго разрѣза, иначе профиля земной поверхности. Для этого связующія точки, пикеты и другія пронивеллированныя точки должны быть отнесены къ одной горизонтальной плоскости, представляющей или продолженный уровень какого-нибудь водохранилища, или *произвольно выбранную горизонтальную плоскость, лежащую ниже всѣхъ пронивеллированныхъ точекъ. Высоты точекъ земной поверхности надъ этою плоскостью называются ихъ отмѣтками.* Для опредѣленія положенія точекъ оси нивеллированія относительно принятой плоскости достаточно знать взаимныя горизонтальныя между ними разстоянія и ихъ отмѣтки. Первыя изъ этихъ величинъ, т. е. горизонтальныя разстоянія опредѣлены промѣрами лентой на мѣстности [2]), а вторыя—

[1]) Записи сдѣланы примѣнительно къ чертежу 281.

[2]) Если промѣры велись по наклонной линіи, то можно ввести въ промѣры поправки за наклонъ.

отмѣтки точекъ — могутъ быть вычислены по имѣющимся въ журналѣ взглядамъ и по данной высотѣ или отмѣткѣ начальной точки. Дѣйствительно, если a и b (черт. 297) суть взгляды на заднюю и переднюю рейку (или взгляды на точку продольнаго и поперечнаго нивеллированій), и если α есть извѣстная высота (отмѣтка) начальной точки A надъ принятою плоскостью HH', то *горизонтъ инструмента* будетъ $= \alpha + a = b + \beta$, откуда находимъ отмѣтку $\beta = \alpha + a - b$.



Черт. 297

Подобнымъ же образомъ, если a' и b' суть взгляды назадъ и впередъ при стояніи инструмента между какими-либо двумя точками B и C, а γ — отмѣтка точки C, то: $\beta + a'$ будетъ опять горизонтъ инструмента, и отмѣтка $\gamma = \beta + a' - b'$.

Вообще можно сказать:

Отмѣтка послѣдующей точки нивеллированія равна отмѣткѣ предыдущей точки, плюсъ взглядъ назадъ (горизонту инструмента) и минусъ взглядъ впередъ.

А такъ какъ взглядъ назадъ безъ взгляда впередъ есть превышеніе или разность уровней, то предыдущая формула можетъ быть выговорена и слѣдующимъ образомъ:

Отмѣтка послѣдующей точки равна отмѣткѣ точки предыдущей + + превышеніе, или + разность ихъ уровней.

Это послѣднее правило, выведенное для нивеллированія изъ середины, справедливо и для нивеллированія впередъ, но только здѣсь взглядъ назадъ замѣняется высотою i инструмента. Такой методъ вычисленія отмѣтокъ называется *методомъ превышеній.*

Формула для вычисленія отмѣтокъ точекъ продольнаго нивеллированія вполнѣ примѣнима и для вычисленія отмѣтокъ точекъ поперечнаго нивеллированія, нужно только за отмѣтку точки предыдущей брать въ этомъ случаѣ отмѣтку той точки продольнаго хода, на которую взятъ взглядъ одновременно (съ той же самой станціи) съ взглядомъ на поперечную точку, *а точку поперечной нивеллировки слѣдуетъ считать за послѣдующую точку.*

Вслѣдствіе этого *отмѣтка точки поперечнаго хода равна отмѣткѣ точки продольнаго нивеллированія плюсъ взглядъ на точку продольнаго нивеллированія (второму горизонту инструмента) и минусъ взглядъ на точку поперечной нивеллировки или + разность уровней точекъ продольнаго и поперечнаго нивеллированій.* Это, такъ называемый,—*методъ горизонта-инструмента.*

Основываясь на этихъ правилахъ, произведемъ вычисленіе отмѣтокъ точекъ на числовомъ примѣрѣ, пользуясь взглядами, которые мы имѣли записанными въ приведенномъ выше нивеллировочномъ журналѣ § 201.

Обработка журнала методомъ превышеній. Для связующихъ точекъ выписываемъ среднее изъ двухъ сдѣланныхъ взглядовъ и заносимъ ихъ въ пятую

(для заднихъ) и шестую (для переднихъ) : станція I... $^1/_2$ (324 + 312) = 318 и $^1/_2$ (1.210 + 1.200) = 1.205. Вычитая изъ задняго передній взглядъ, получимъ превышеніе пикета (3) надъ (0) : 318—1.205 = — 0.887, и записываемъ его въ седьмую графу журнала, соблюдая знакъ превышенія.

Зная условную отмѣтку начальной точки [пикетъ (0)], напр., 20.000, можемъ получить отмѣтку (3) пикета, пользуясь найденнымъ превышеніемъ : 20.000 — 0.887 = 19.113; это число занесено въ графу IX противъ пикета (3).

Такимъ образомъ, можно получить отмѣтки всѣхъ связующихъ точекъ.

Повѣркой вычисленій для *каждой страницы* журнала служитъ слѣдующее: подсчитывается сумма всѣхъ среднихъ взглядовъ назадъ и всѣхъ среднихъ взглядовъ впередъ, а также суммы всѣхъ превышеній положительныхъ и отрицательныхъ; очевидно, что разность первыхъ двухъ суммъ и алгебраическая сумма вторыхъ должны быть одинаковы. Такъ напр. у насъ на первой страницѣ имѣется: $2.767—2.678_5 = +0.088_5$ и $+975_5—887 = +0.088_5$. Это же число должно получиться, если первую отмѣтку страницы [(0) пикетъ] вычесть изъ отмѣтки послѣдней связующей точки [(6) *Г*]: $20.088_5 — 20.000 = +0.088_5$ [1]).

Методъ горизонта инструмента. Вычисленіе отмѣтокъ связующихъ точекъ можно произвести и другимъ способомъ, а именно: если къ условной начальной отмѣткѣ прибавимъ *средній* взглядъ назадъ, то получимъ *средній* горизонтъ инструмента, вычитая изъ него *средній* взглядъ впередъ, найдемъ отмѣтку слѣдующей точки. Напримѣръ для станціи I средній горизонтъ инструмента будетъ 20.000 + 0.318 = 20.318. Отмѣтка пикета (3): 20.318 — — 1.205 = 19.113.

Вычисленіе отмѣтокъ промежуточныхъ точекъ можно было бы вести такимъ же точно образомъ, т. е. вычислять методомъ превышенія: *задній минусъ промежуточный* (при чемъ взглядъ задній брать при второй высотѣ инструмента) и записывать въ графу превышеній, а затѣмъ находить отмѣтки по указанному плану.

Однако, при значительномъ числѣ промежуточныхъ точекъ (напр. для станціи II) вычисленіе отмѣтокъ такимъ методомъ представляетъ нѣкоторый лишній трудъ. Поэтому въ такихъ случаяхъ лучше примѣнять *другой методъ,—горизонта инструмента.* Прибавляя къ отмѣткѣ 20.000 начальной точки взглядъ назадъ 0.312, получаемъ горизонтъ инструмента 20.312, который записанъ въ VIII графу. Вычитая изъ горизонта инструмента 20.312 взглядъ на промежуточную точку (1)—637, находимъ отмѣтку (1) пикета 19.675. Точно также получена отмѣтка пикета (2) : 20.312 — — 0.909 = 19.403. Горизонтъ инструмента для II станціи будетъ равняться отмѣткѣ связующей точки (3) 19.113 плюсъ взглядъ назадъ 1.108, т. е. 20.221. Вычитаніе изъ этого числа послѣдовательно всѣхъ взглядовъ на промежуточныя точки дастъ ихъ отмѣтки.

Такимъ образомъ поступаютъ и дальше.

---

[1]) Этотъ подсчетъ дѣлается *каждый день вечеромъ* по возвращеніи съ поля обоими нивеллировщиками, идущими по оси нивеллированія одинъ за другимъ.

Нужно замѣтить, что вычисленіе отмѣтокъ промежуточныхъ точекъ должно слѣдовать послѣ того, какъ увязаны отмѣтки точекъ связующихъ; такъ что для нашего примѣра нужно предполагать, что отмѣтки 20.000, 19.113 и т. д. уже исправлены. Всѣ повѣрочныя и вспомогательныя вычисленія ведутся въ графѣ примѣчаній (XI).

Порядокъ работы отмѣченъ въ журналѣ цыфрами въ скобкахъ [.].

§ 203. Невязка двухъ нивеллирныхъ ходовъ, пройденныхъ по одной и той же оси. Если нивеллированіе произведено по одной и той же оси, по несомкнутому ходу въ два нивеллира, шедшихъ одинъ за другимъ, и отмѣтки начальной и конечной точекъ *не* даны, то, обыкновенно, принявъ за отмѣтку начальной точки какое-либо произвольное число, напр. 20,000, вычисляютъ отмѣтки всѣхъ остальныхъ точекъ по каждому изъ пройденныхъ съ нивеллиромъ ходовъ въ отдѣльности [1]). Вслѣдствіе неизбѣжныхъ погрѣшностей, которыми сопровождаются отсчеты по рейкамъ (отъ несовершенной вывѣрки инструмента, отъ недостаточной силы зрѣнія наблюдателя и трубы, слабаго освѣщенія рейки и т. п. причинъ, происходящихъ отъ несовершенства инструментовъ, пріемовъ самого наблюденія и наблюдателя) при окончаніи нивеллированія окажется, что разности уровней связующихъ точекъ, а слѣдовательно и ихъ отмѣтки, вычисленныя по первому—основному ходу, будутъ отличаться отъ соотвѣтствующихъ величинъ, полученныхъ по второму—контрольному ходу. Разницы въ отмѣткахъ въ началѣ незначительныя, возрастаютъ вмѣстѣ съ числомъ пройденныхъ сь нивеллиромъ станцій. Если допустимъ, что отсчитываемъ по каждой рейкѣ съ точностію до 0,001 сажени, то разность уровней двухъ точекъ будетъ опредѣляться съ точностію до $0{,}001 . \sqrt{2}$. Разность же уровней начальной и конечной точекъ сложной продольной нивеллировки, какъ сумма n разностей уровней всѣхъ промежуточныхъ точекъ, *взятыхъ попарно*, при числѣ всѣхъ станцій, равномъ n, опредѣлится съ точностью до $m = 0{,}001 \sqrt{2} . \sqrt{n} = 0{,}001 \sqrt{2n}$ саж. При неблагопріятныхъ обстоятельствахъ: (зыбкой почвѣ, слабомъ освѣщеніи реекъ и т. п.) разность эта опредѣляется съ меньшею точностью, которая не должна превосходить утроенной величины m, т. е. $3 \times 0{,}001 \sqrt{2n}$. На основаніи этого, если разность двухъ отмѣтокъ, вычисленныхъ для конечной точки по основному и по контрольному ходу, не выйдетъ изъ предѣловъ $0{,}001 \sqrt{2n}$ и $0{,}003 \sqrt{2n}$, то нивеллировку считаютъ произведенной правильно [2]). Такъ какъ погрѣшности накопляются въ обоихъ ходахъ, то на каждый ходъ въ отдѣльности считаютъ половину оказавшейся разнийы. Пусть пройдено 25 станцій и разность между двумя нивеллировками оказалась въ—0,015 сажени, т. е. отмѣтка конечной точки по первому ходу оказалась менѣе, чѣмъ по второму. Тогда на одинъ ходъ будетъ причитаться — 0,008 сажени. Полученную разницу уничтожаютъ слѣдующимъ образомъ: отмѣтку конечной точки, вычисленную по основному ходу (такъ какъ она оказалась менѣе средней величины на 0,008 саж.) увели-

[1]) Послѣ того, какъ разности уровней для каждой пары связующихъ точекъ свѣрены по обоимъ ходамъ, и когда онѣ пройдены нивеллировкою въ третій разъ, если расходятся болѣе чѣмъ на 0,002 саж.

[2]) Въ противномъ случаѣ проходятъ въ 3-й разъ съ нивеллиромъ.

чиваютъ на это число, т. е. поправку 0,008 саж. вводятъ съ знакомъ +, обратнымъ знаку — полученной разницы. Отмѣтки остальныхъ связующихъ точекъ измѣняютъ пропорціонально пройденному числу станцій а именно отмѣтки:

(A)
1, 2 и 3	точекъ	увеличиваютъ	на	0,001 саж.
4, 5 и 6	„	„	„	0,002 „
7, 8 и 9	„	„	„	0,003 „
10, 11 и 12			и т д. до	0,004
13, 14 и 15				0,005
16, 17 и 18	„	„	„	0,006 „
19, 20 и 21	„	„	„	0,007 „
22, 23 и 24	„	„	„	0,008 „

Но такъ какъ съ другой стороны извѣстно, что отмѣтка послѣдующей точки равна отмѣткѣ начальной точки, сложенной съ суммой разностей уровней связующихъ ихъ точекъ, то измѣненіе отмѣтокъ равносильно послѣдовательному измѣненію разности уровней каждой пары связующихъ точекъ не болѣе какъ на 0,001 сажени [1]). Такъ, если измѣнимъ разности уровней

2 и 3	точекъ	на	+0,001 саж.
5 „ 6	„	„	+0,001 „
8 „ 9	„	„	+0,001 „
11 „ 12	„	„	+0,001 „
14 „ 15	„	„	+0,001 „
17 „ 18	„	„	+0,001 „
20 „ 21	„	„	+0,001 „
23 „ 24	„	„	+0,001 „
то сумма поправокъ		будетъ	+0,008 „

Если теперь по измѣненнымъ разностямъ уровней вычислимъ отмѣтки связующихъ точекъ, то онѣ и измѣнятся такъ, какъ это сейчасъ было указано подъ знакомъ *(A)* этого §-а.

§ 204. Увязка замкнутаго нивеллирнаго хода и хода, пройденнаго два раза (впередъ и назадъ) съ нивеллиромъ. Если нивеллировка кончается у той же точки, у которой она началась, и невиллирный ходъ представляется замкнутымъ полигономъ, то отмѣтка исходной точки не получится такой же, какою она была до вычисленія хода. Если разность этихъ отмѣтокъ не превыситъ $0{,}003\sqrt{2n}$, то ее уничтожаютъ такъ же, какъ и найденную въ предшествующемъ §-ѣ разницу 0,008, пришедшуюся на ординарный ходъ.

Ходъ, дважды пройденный, впередъ и назадъ, можно трактовать какъ два отдѣльныхъ хода (основной и контрольный). Проходя вторично по ходу — назадъ, слѣдуетъ разности уровней связующихъ точекъ, полученныя вторично нивеллировкою, *сличать* съ тѣми же разностями, полу-

[1]) Что остается въ предѣлахъ точности отсчитыванія по рейкамъ.

ченными по первому ходу. Въ случаѣ расхожденія разностей болѣе чѣмъ на 0,003 саж. слѣдуетъ повторить такую станцію нивеллировкою въ третій разъ.

Потому, если отмѣтки вычислены, начиная съ начальной точки до конечной и съ конечной (по обратному ходу) до начальной точки, то полученную разность дѣлятъ пополамъ и ею исправляютъ отмѣтку конечной точки, вычисленную по прямому ходу, всѣ же остальныя отмѣтки исправляютъ такъ же, какъ это мы дѣлали въ предшествующемъ §-ѣ.

Примѣчаніе. Обратный ходъ отличается отъ прямого только тѣмъ, что въ немъ на каждой станціи „взглядъ впередъ" сдѣланъ на точку съ младшимъ номеромъ, а при прямомъ ходѣ на ту же точку дѣлался „взглядъ назадъ". Само собою разумѣется, что разность уровней двухъ связующихъ точекъ отъ порядка взглядовъ не измѣнится по абсолютной величинѣ, а потому вычисленіе обратнаго хода отъ конечной точки къ начальной можно было бы замѣнить вычисленіемъ хода съ отмѣтки начальной точки, и для того, чтобы вычислять, начиная съ послѣдней страницы *журнальной записи* и вернуться къ отмѣткѣ конечной точки, пришлось бы отмѣтки вычислять во второй записи по формулѣ: отмѣтка послѣдующей точки равна отмѣткѣ предыдущей + взглядъ впередъ и минусъ взглядъ назадъ.

Вычисленіе отмѣтокъ промежуточныхъ точекъ производится послѣ увязки отмѣтокъ связующихъ точекъ. Пусть, напр., хотимъ вычислить отмѣтки точекъ (*л*) и (*п*) на III станціи. Не будемъ забывать, что промежуточныя (между связующими лежащія) точки нивеллируются при второй постановкѣ (горизонтѣ) инструмента, т. е., когда на точкѣ *B* сдѣланъ взглядъ 1,311, а на (*л*) — 1,518 и на (*п*) = 1,106. Поэтому сперва находимъ 2-й горизонтъ; онъ будетъ $19{,}286_5$ (отмѣтка точки *B*) + 1,311 = $20{,}597_5$; изъ него вычитаемъ 1,518, т. е. $20{,}597_5 - 1{,}518 = 19{,}079_5$ (получаемъ отмѣтку точки *л*); точно также 20,597 — 1,106 = 19,491 (отмѣтка точки *п*).

§ 205. Вычерчиваніе профиля. Послѣ увязки нивеллирнаго хода, когда окончательно установлены отмѣтки всѣхъ точекъ, приступаютъ къ *вычерчиванію* профиля пронивеллированной линіи. Съ этой цѣлью проводятъ внизу листа, отступя отъ края листа сотки 4—5, прямую и на ней въ избранномъ масштабѣ откладываютъ сперва горизонтальныя разстоянія (*абциссы*) между пикетами, и затѣмъ между связующими точками, а также и между промежуточными точками, взятыми для рельефа и для закругленій (начало, средина, конецъ кривой). Эта линія соотвѣтствуетъ прямой чертежа 281, подписанной „горизонтъ моря". Затѣмъ изъ всѣхъ точекъ отложенія возставляютъ къ прочерченной горизонтальной прямой перпендикуляры (*ординаты*) и на нихъ въ болѣе крупномъ масштабѣ, напр. въ десять разъ большемъ противъ масштаба, принятаго для горизонтальныхъ разстояній, откладываютъ вычисленныя отмѣтки. Соединяя послѣ того концы этихъ перпендикуляровъ (представляющіе точки мѣстности) прямыми линіями въ той же послѣдовательности, какъ они расположены въ натурѣ, получаютъ на бумагѣ изображеніе профиля. Увеличеніемъ масштаба для отмѣтокъ достигается большая наглядность рельефа мѣст-

ности вдоль этого разрѣза. Въ точкахъ отложенія въ горизонтальной прямой подписываются №№ пикетовъ.

Внизу профиля въ одной изъ оставленныхъ сотокъ чертится планъ развернутаго въ прямую линію нивеллирнаго хода въ видѣ прямыхъ, связанныхъ кривыми закругленій, разбитыхъ въ углахъ поворота хода (черт. 298), причемъ уголъ вправо по ходу обозначается дугою кверху, внизу которой подписываются: градусная величина угла, радіусъ закругленія, длина касательныхъ и длина дуги кривой; лѣвый уголъ по ходу обозначается дугою книзу съ подписями наверху ея.

Для быстроты работы разрѣзъ земной поверхности чертится иногда на такъ называемой профильной бумагѣ. Это есть свертокъ, длиною въ 9 метровъ, а шириною 0,50 метр. По всему протяженію онъ разбитъ на квадраты со сторонами въ 0,01 долю сажени, вытянутыми или желтою, или синею краскою. Каждая сторона раздѣлена еще на 20 частей, такъ что получаются квадратики со сторонами въ 0,0005 долей сажени. Черченіе профиля на этой бумагѣ не требуетъ проведенія перпендикуляровъ и производится очень быстро при помощи одной только наколки, безъ посредства циркуля и масштаба. Эта бумага удобна вмѣстѣ съ тѣмъ и для надписыванія на профилѣ цыфръ.

На чертежѣ 298 показано расположеніе надписей, дѣлаемыхъ на продольномъ профилѣ.

Внизу профиля оставляется мѣсто, шириною въ 1 сотку, для плана мѣстности узкой полосы земли, по которой идетъ пронивеллированная ось будущей дороги. Планъ наносится согласно записи, сдѣланной въ пикетажной книжкѣ (см. чертежъ пикетажной книжки), въ масштабѣ 100 саж. въ соткѣ; тотъ же масштабъ удерживается и для горизонтальныхъ разстояній профиля (абсциссъ), планъ иллюминуется красками, согласно условныхъ знаковъ. Выше, надъ планомъ мѣстности, вычерчивается планъ кривыхъ и прямыхъ. Разстояніе начала и конца *кривой* до тѣхъ пикетовъ, между которыми они находятся, записываются сверху надъ ними. Такъ, если первый уголъ 148^0 пришелся на пикетъ № 188+25 и при радіусѣ $R = 300$ саж. $tg = 86{,}20$, то начало кривой придется въ точку

	№ 188+25
	— *tg*... —86.02
пикетъ	№ 186+38.98

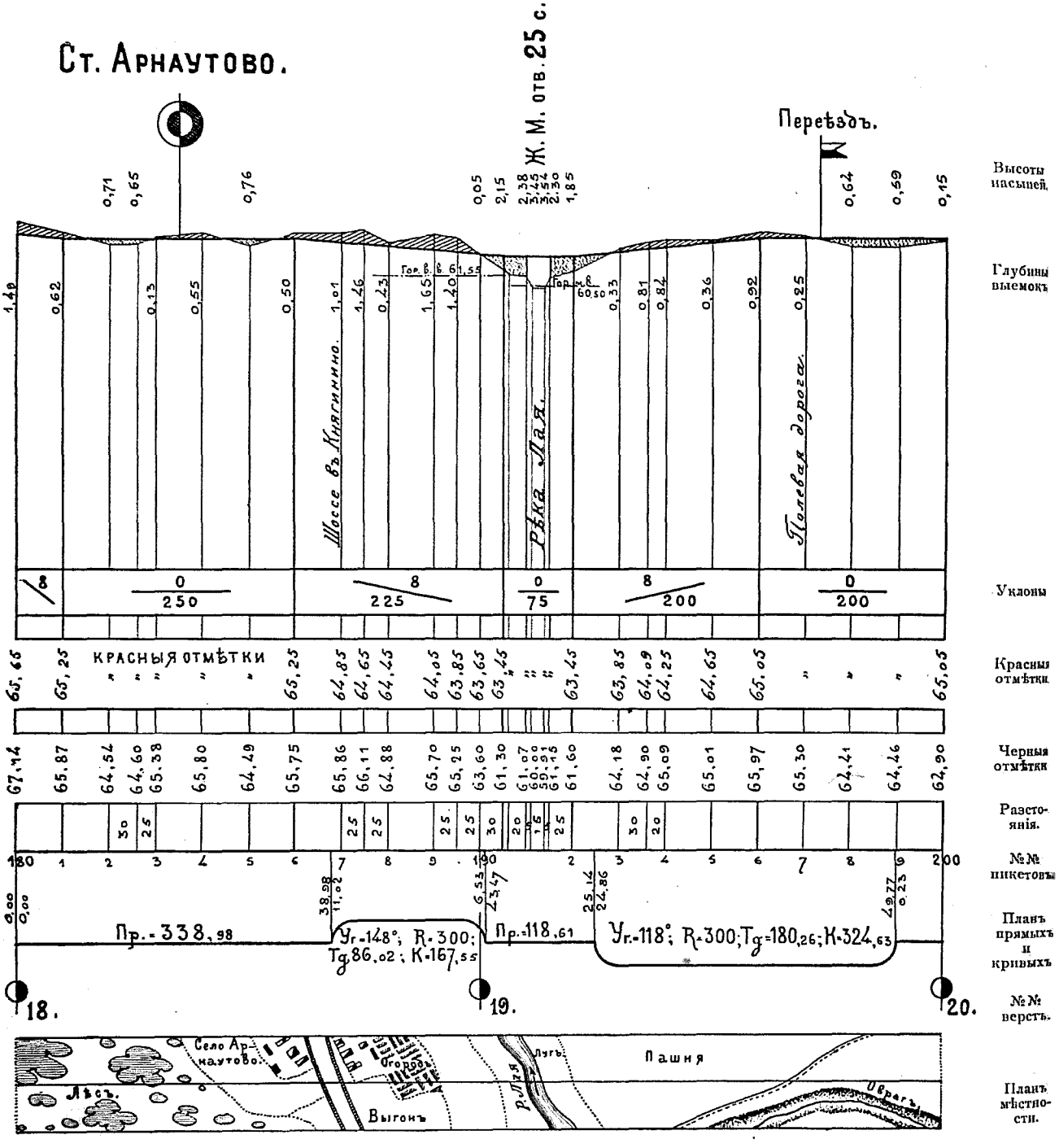
а такъ какъ длина кривой = 167,55, то конецъ кривой опредѣлится такъ:

	№ 186+38.98
	+ 2+67.55 (=167.55),
т. е. попадетъ въ точку: пикетъ	№ 190+ 6,53

Само собой понятно, что если кривая началась послѣ 186-го пикета, на 38.98 саженяхъ, то до 187-го пикета остается 50—38.98=11.02 саж.

Профиль

мѣстности, пронивеллированной между 180 и 200 пикетами, по продольной оси, близъ села Арнаутова.



Масштабъ для горизонт. разст. 1:10т
" " вертикал. " 1:т.

Черт. 298.

Числа 38.98 | 11.02 и стоятъ на чертежѣ профиля по обѣ стороны вертикали, проведенной въ начало кривой.

Конецъ 1-ой кривой приходится между 190 и 191 пикетами, на 6.53 саж. послѣ 190 пикета, слѣдовательно до пикета № 191 остается 43.47. Числа 6.53 | 43.47 и стоятъ соотвѣтственно по обѣ стороны вертикали проведенной въ конецъ кривой.

Если у начала 2-ой кривой, слѣва у вертикали стоитъ 25,14, а вертикаль проходитъ между 192 и 193 пикетами, то прямая между концемъ первой и началомъ второй кривой будетъ: 43,47+50[1])+25,14=118.61 саж.

т. е.

№ 192 + 25,14
— № 190 + 6,53
пик. 2 + 18,61

118,61 саж.

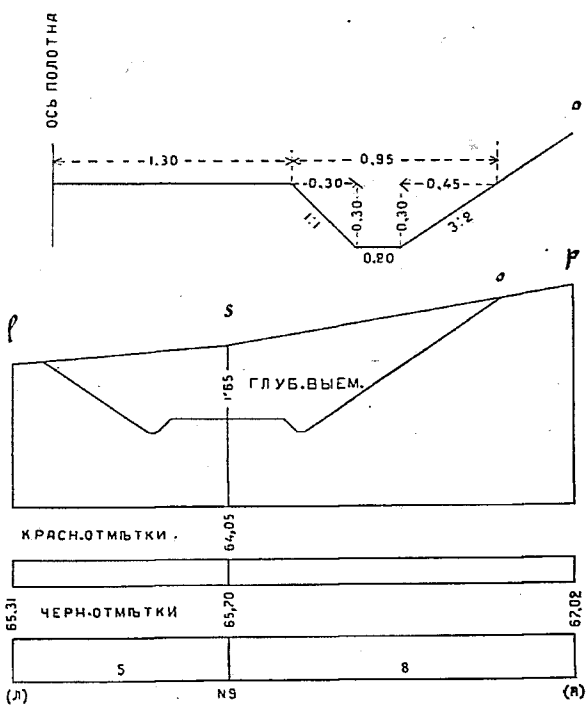
Въ графѣ разстоянія (надъ линіей съ №№ пикетовъ) записываются тѣ промежутки, на которые распадаются 50 саж. между пикетами, если между пикетами взяты промежуточныя точки. Напр., между 193 и 194 пикетами имѣется точка съ отмѣткой 64.90, разстоянія ея до 193 пикета равно 30, а до 192-го пикета = 20. Точно также между 191 и 192 пикетами отмѣчена ширина дна рѣчки *Лаи* = 15 саж. и скатовъ ея обоихъ береговъ по 5 саж.:

5 + 15 + 5 + 25 = 50 саж.
до №191. до №192.

Масштабъ для вертикальныхъ разстояній принятъ въ 10 разъ больше, чѣмъ для горизонтальныхъ, т. е. 10 саж. въ соткѣ.

Отмѣтки черныя и красныя (проектной линіи), а также высоты насыпей и глубины выемокъ подписываются до *сотыхъ* долей сажени.

Для построенія поперечныхъ профилей на той же профильной бумагѣ, на которой нанесенъ разрѣзъ земной поверхности по продольной оси, берутъ масштабъ 2 саж. въ соткѣ какъ для горизонтальныхъ, такъ и для вертикальныхъ разстояній (черт. 298 bis).



Черт. 298 bis.

На горизонтальной прямой намѣчаютъ точку № 9, *л* и *п* (лѣвую и правую)

[1]) Разстояніе между 191 и 192 пикетами.

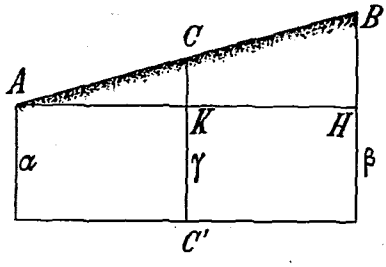
по разстояніямъ № 9 — $л = 5$ саж.; № 9 — $п = 8$ саж. Въ этихъ точкахъ строятъ кверху перпендикуляры, на которыхъ откладываютъ: на среднемъ — отмѣтку точки № 9 продольнаго нивеллированія = 65.70 *(s)* на лѣвомъ — 65.31 *(l)* на правомъ — 67.02 (*p*) отмѣтки точекъ поперечнаго нивеллированія, укороченныя на одно и тоже число саженъ. Точки *l*, *s* и *p* соединяются прямыми. Если какой-либо поперечный профиль по близости со смежнымъ долженъ покрывать часть его, то такой профиль выносятъ или кверху или книзу.

На поперечномъ профилѣ проектируется полотно дороги; напр., въ № 9 точки продольнаго профиля показана выемка, поэтому на поперечномъ профилѣ отъ точки *s* внизъ нанесена глубина выемки = 1.65 и на той же вертикали, изображающей ось полотна дороги подписана ниже красная отмѣтка = 64.05.

Выше надъ поперечнымъ профилемъ показаны размѣры полотна = = 2,6 саж. (на чертежѣ показана правая половина выемки съ шириной полуполотна = 1,3 саж.) и водоотводной канавы (кювета): глубина = 0,3 саж., ширина дна = 0,2 саж., внутренній ординарный (1 : 1) откосъ и наружный полуторный (3 : 2).

§ 206. Паденіе и уклонъ линіи. Иногда требуется знать отмѣтки тѣхъ точекъ земной поверхности, на которыя рейка не ставилась. При этомъ данная точка можетъ лежать или на одной изъ осей нивеллировки, или между ними, но внутри полосы, заключающейся между осями. Разсмотримъ оба случая.

1 случай. Точка *C* (черт. 299) лежитъ на оси *AB* въ извѣстномъ разстояніи отъ конца *A*, для нея надо вычислить отмѣтку $\gamma = \alpha + CK$. Пусть *AH* есть горизонтальная линія, тогда, обозначая разстояніе *AH* между *A* и *B* чрезъ *D* и полагая, что данное разстояніе *AK* между *A* и *C* равно *d*, составимъ пропорцію,— $BH : CK = AH : AK$. Здѣсь *BH* разность отмѣтокъ точекъ *A* и *B*. Обозначая ихъ соотвѣтственно чрезъ α и β, будемъ называть $(\beta - \alpha)$ *разность отмѣтокъ конечныхъ точекъ A и B прямой AB паденіемъ линіи AB*, а дробь $p = \frac{\beta - \alpha}{D}$, представляющую *измѣненіе паденія на единицу разстоянія—уклономъ линіи AB*. Тогда превышеніе



Черт. 299.

$$CK = \frac{\beta - \alpha}{D} d,$$

а искомая отмѣтка

$$\gamma = \alpha + p \,.\, d.$$

Формула эта, выведенная для мѣстности повышающейся, обращается при мѣстности понижающейся, при тѣхъ же обозначеніяхъ, въ слѣдующую:

$$\gamma = \alpha - pd,$$

такъ какъ паденіе и уклонъ линіи будутъ противоположны предыдущимъ. За общую изъ двухъ послѣднихъ формулъ принимаютъ первую

$$\gamma = \alpha + pd,$$

при чемъ въ ней уклонъ принимается съ соотвѣтствующимъ знакомъ, т.-е. положительнымъ для линіи повышающейся и отрицательнымъ для линіи понижающейся. Эта формула выговаривается такъ: *отмѣтка точки, лежащей на оси нивеллированія, равна отмѣткѣ данной точки, сложенной съ произведеніемъ уклона линіи на горизонтальное разстояніе между обѣими точками.*

Если, напр., $p = -0{,}008$ и $d = 225$, (см. черт. 298), то $pd = -1{,}80$ саж. и если $\alpha - 65{,}25$ (красн. отм. пик. № 186), то $\gamma = 65{,}25 - 1{,}8 = 63{,}45$ (красн. отм. точки № 190 + 25).

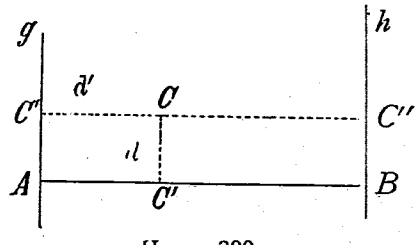
Уклонъ линіи имѣетъ и *геометрическое значеніе*, ибо представляетъ собою тангенсъ угла наклоненія линіи. Въ самомъ дѣлѣ, если уголъ наклоненія BAH (черт. 299) обозначимъ чрезъ x, то

$$BH = AH \cdot tgx;$$

отсюда

$$tgx = \frac{\beta - \alpha}{D} = p.$$

Во *2-мъ случаѣ*, когда точка C (черт. 300) лежитъ между продольною осью AB и поперечными осями Ag и Bh, должны быть даны ея разстоянія отъ осей продольнаго и поперечнаго нивеллированія; пусть эти разстоянія будутъ соотвѣтственно d и d'. Вычисленіе отмѣтки точки C производится въ такомъ порядкѣ: сначала, имѣя отмѣтки точекъ A, B, g и h, вычисляютъ уклонъ p линіи AB, затѣмъ уклонъ p' линіи Ag и уклонъ p'' линіи Bh; далѣе вычисляютъ отмѣтки точекъ C' линіи Ag C'' линіи Bh по формуламъ:



Черт. 300.

$$c' = a + p'\ d$$
$$c'' = b + p''\ d,$$

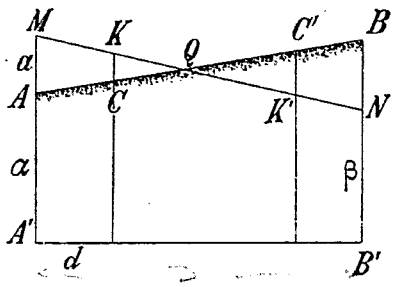
гдѣ c', a, c'', b суть отмѣтки точекъ, обозначенныхъ соотвѣтственными большими буквами. Наконецъ искомая отмѣтка c точки C будетъ:

$$c = c' + p'''\ d'$$

гдѣ p''' есть уклонъ линіи $C'C''$.

§ 207. Проведеніе проектной линіи. При осуществленіи на земной поверхности искусственныхъ сооруженій, какъ, напр., при проведеніи дороги, прорытіи канавы, разбивкѣ площадки для желѣзнодорожной станціи требуется предварительно выровнить или, какъ говорятъ, *спланировать мѣстность*, т. е. представить ее въ такомъ видѣ, чтобы вся она или отдѣльныя ея

части были или горизонтальными плоскостями, или плоскостями съ нѣкоторымъ уклономъ. Такое превращеніе поверхности сопровождается назначеніемъ на мѣстности и на профилѣ такъ называемой *проектной линіи*. Пусть AB (черт. 301) есть линія земной поверхности съ извѣстною длиною ея горизонтальнаго проложенія $A'B'$ и съ данными отмѣтками α и β конечныхъ ея точекъ A и B, требуется выровнять мѣстность такъ, чтобы при сѣченіи ея вертикальною плоскостью вмѣсто прямой AB получилась бы прямая линія MN, называемая *проектною*. Чтобы назначить ее на мѣстности, необходимо вычислить,— насколько въ нѣкоторыхъ точкахъ линіи AB надо или насыпать, или снять землю, т. е. другими словами, опредѣлить для точекъ земной поверхности *высоты насыпей* и *глубины выемокъ*; обозначивъ отмѣтку точки A земной поверхности чрезъ α, уклонъ линіи AB чрезъ p, высоту точки M проектной линіи MN надъ A чрезъ a, заданный уклонъ проектной линіи MN чрезъ p' и горизонтальное разстояніе произвольной точки C отъ A чрезъ d, будемъ имѣть по § 206.



Черт. 301.

$$\text{отмѣтка точки } C \ldots\ldots c = \alpha + pd$$
$$\text{„ „ } K \ldots\ldots k = \alpha + a + p'd.$$

Слѣдовательно, *высота насыпи* $CK = y$ *представляетъ разность отмѣтокъ точекъ* K *и* C. Она получится непосредственно вычитаніемъ, если отмѣтка точки C дана на профилѣ, а отмѣтка точки K высчитана. Если же отмѣтка точки C не дана, то y найдется, если вычтемъ изъ 2-го равенства 1-е:

$$y = a + (p' - p)\,d \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (I)$$

Точно также

$$\text{отмѣтка точки } C' \ldots\ldots c' = \alpha + pd'$$
$$\text{„ „ } K' \ldots\ldots k' = \alpha + a + p'd';$$

а потому глубина выемки $C'K'$, которую обозначимъ чрезъ y', и которая есть разность отмѣтокъ точекъ C' и K', равна

$$y' = -a - (p' - p)\,d. \ldots\ldots\ldots\ldots (II)$$

Формулы (I) и (II) отличаются между собою только знакомъ второй части, поэтому, если введемъ условіе высоту насыпи считать со знакомъ $+$, а глубину выемки со знакомъ $-$, то для вычисленія на протяженіи всей линіи AB будемъ имѣть одну общую формулу:

$$y = a + (p, - p)\,d \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (III)$$

Отмѣтка точки проектной линіи называется красною отмѣткою, потому что она подписывается на профилѣ всегда карминомъ. Отмѣтка точки профиля линіи, пронивеллированной на земной поверхности, называется черною отмѣткою. Вслѣдствіе этого можно сказать, что *высота насыпи или глубина выемки равна разности красной и черной отмѣтокъ*

точекъ, имѣющихъ общую проекцію и на практикѣ всегда поступаютъ такъ, что высчитываютъ всѣ красныя отмѣтки, а затѣмъ простымъ вычитаніемъ находятъ высоты насыпей и глубины выемокъ.

По предыдущей формулѣ (III) можно также опредѣлить разстояніе точки Q — пересѣченія проектной линіи съ земною поверхностью отъ начальной точки A. Въ самомъ дѣлѣ, такъ какъ насыпь въ точкѣ Q равна нулю, то

$$o = a + (p' - p)\, d,$$

отсюда:

$$d = \frac{a}{p - p'}$$

Возможность этого пересѣченія между точками A и B опредѣляется такъ: если при вычисленіи вторая часть получится съ $+$, то числовая величина ея выражаетъ искомое разстояніе отъ A до Q; если же вторая часть будетъ имѣть знакъ $-$, то пересѣченіе между A и B невозможно, и оно произойдетъ передъ точкою A. *Точка Q, въ которой количество земляныхъ работъ равно нулю, называется нулевою или переходною точкою.* То же разстояніе нѣсколько проще высчитано въ § 213 (задача 3-я).

При выборѣ уклона проектной линіи стараются, для уменьшенія стоимости земляныхъ работъ, *количество земли въ выемкѣ и насыпи сдѣлать возможно меньшимъ*[1]); при этомъ *величина уклона не должна превышать извѣстныхъ предѣловъ* для даннаго рода сооруженій. Такъ, для желѣзныхъ дорогъ избѣгаются уклоны болѣе 0,008[2]), для шоссе — 0,06, для большихъ канавъ берутъ уклоны отъ 0,0002 до 0,0006 (отъ 2 до 5 дюймовъ на 100 саж.), для узкихъ и короткихъ канавъ берется уклонъ 0,0007 и болѣе (6 и болѣе дюймовъ на 100 саж.).

Для проведенія на профилѣ проектной линіи достаточно имѣть красную отмѣтку начальной и высчитать красную отмѣтку (§ 206) конечной точки или для начальной точки и точки перегиба проектной линіи. Въ точкѣ перегиба проектной линіи ордината вытягивается красными чернилами. Промежутокъ между проектною линіею и линіею земной поверхности покрывается *въ насыпи красною*, а въ выемкѣ *желтою* краскою (карминъ и гуммигутъ). Высота насыпи (надъ проектной линіей) и глубина выемки (подъ проектной линіей) *подписываются до сотыхъ долей* сажени карминомъ на профилѣ. Разстояніе точки перехода отъ предыдущаго пикета подписывается синею краскою (лазурь). Впрочемъ, краски на профилѣ, кромѣ красной для чиселъ проекта и черной для чиселъ земли, произвольны.

На чертежѣ 298 данъ образецъ части вычерченнаго продольнаго профиля съ проведенною на немъ проектною линіею подъ условіемъ,

---

[1]) Проведеніе проектной линіи дѣлается согласно такъ называемыхъ „техническихъ условій", гдѣ такого условія можетъ и *не быть*.

[2]) На вѣнскомъ желѣзнодорожномъ съѣздѣ (въ 1850) постановлены слѣдующіе желательные уклоны для желѣзныхъ дорогъ: въ мѣстностяхъ ровныхъ не болѣе 1/200, въ холмистыхъ 1/100 и въ гористыхъ 1/40.

чтобы предѣльный (наибольшій) ея уклонъ не превышалъ 0,008. Внизу листа показанъ планъ той мѣстности, по которой прошла ось продольнаго нивеллированія; на немъ обозначены угодья, пересѣченныя осью и лежащія вблизи оси, по обѣ ея стороны: слѣва (селеніе) и справа (оврагъ). Непосредственно надъ планомъ стоятъ цифры 18, 19 и 20, обозначающія число верстъ, пройденное нивеллировкою по оси. Выше условнаго знака верстъ изображена горизонтальная проекція самой оси, развернутая въ одну линію съ обозначеніемъ длины прямыхъ вставокъ ($Пр.=348{,}98$ и $Пр.=118{,}61$), угловъ поворотовъ ($Уг.=148^0$), длинъ закругленій ($Кр.=165{,}55$), ихъ радіусовъ ($R=300$) и касательныхъ ($Tg=86{,}02$). Надъ осью идетъ линія горизонта съ нумераціей пикетовъ (180, 1, 2.... 9, 190). Линія горизонта и ось соединены въ началѣ и концѣ кривыхъ закругленій вертикалями, при которыхъ показаны разстоянія этихъ точекъ кривой до ближайшихъ пикетовъ, напр., 38,98 разстояніе начала кривой отъ предыдущаго (6-го) и 11,02—отъ послѣдующаго (7-го) пикетовъ. Надъ нумераціею пикетовъ идетъ надпись горизонтальныхъ разстояній промежуточныхъ точекъ между пикетами, причемъ разстоянія даются и отъ предшествующаго, и отъ послѣдующаго пикета, напр., между вторымъ и третьимъ пикетами имѣется промежуточная точка перегиба мѣстности въ 30 саженяхъ отъ 2-го и 20 саж. отъ 3-го пикета. Надъ горизонтальными разстояніями идутъ числа „*черныхъ отмѣтокъ*“, а надъ ними числа „*красныхъ отмѣтокъ*“ точекъ проектной линіи надъ принятымъ горизонтомъ.

Дроби $\diagdown\!\!\!\diagdown^{8}$, $\frac{0}{250}$, $\frac{\diagdown\!\!\!\diagdown^{8}}{225}$, $\frac{8}{200}\diagup\!\!\!\diagup$

показываютъ уклоны проектной линіи, причемъ цифра числителя показываетъ *въ тысячныхъ доляхъ сажени* принятый уклонъ, а знаменатель отмѣчаетъ разстояніе въ цѣлыхъ саженяхъ, на которое взятъ этотъ уклонъ. У первой дроби нѣтъ знаменателя, такъ какъ онъ легко усматривается по профилю и равенъ 50 с. Подъемы обозначены чертою /, идущей кверху, спуски— \ чертою, идущею книзу и горизонтальныя площадки —, горизонтальными прямыми, соотвѣтственно повышеніямъ и пониженіямъ конца проектной линіи относительно ея начала. Глубины выемокъ подписаны подъ проектною линіею, а высоты насыпей — сверху надъ проектной линіей. На профилѣ указанъ переходъ рѣчки Лаи, горизонты ея высокихъ и меженныхъ водъ, съ обозначеніемъ предполагаемаго желѣзнодорожнаго моста (Ж.М.) отверстіемъ въ 25 саженъ. Начиная съ горизонта высокихъ водъ (61,55), при высотѣ надъ нимъ въ 1,9 (а иногда въ 2,35 саж.) проведена горизонтальная для моста площадка, всего длиною въ 75 саж., отъ которой въ обѣ стороны (влѣво на 225 и вправо на 200 саженъ) линія спроектирована 0,008-мъ уклономъ въ разныя стороны.

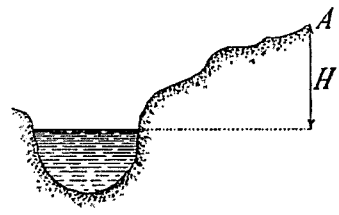
Тутъ же сверху указаны условные знаки станцій и переѣздовъ дорогъ [1]).

Профиль вычерченъ по кривымъ, а не по тангенсамъ.

---

[1]) Переѣзды обыкновенно дѣлаютъ въ низкихъ точкахъ проектной линіи, напр.. въ точкахъ переходныхъ (или нулевыхъ).

§ 208. Нивеллирный планъ. *Конечною цѣлію* вертикальной съемки должно быть полученіе *альтитудъ* (отмѣтокъ) всѣхъ точекъ даннаго участка мѣстности, т. е. нахожденіе *въ числахъ* высоты H любой точки A (черт. 302) мѣстности надъ уровнемъ моря или какого-либо водохранилища, находящагося вблизи даннаго участка, гдѣ производилась вертикальная съемка, или даже надъ условнымъ горизонтомъ. Если на данномъ участкѣ сдѣлана одновременно съ вертикальной съемкой (или ранѣе) горизонтальная съемка, то на планѣ можно подписать отмѣтки тѣхъ точекъ, гдѣ стояла рейка или инструментъ. Однако однѣ отмѣтки не даютъ *вполнѣ яснаго понятія объ общемъ характерѣ поверхности* снимаемаго участка, т. е. о всѣхъ его *неровностяхъ*, а потому *для большей наглядности на планѣ рельефа мѣстности*, помимо числовыхъ отмѣтокъ, обозначаютъ условнымъзнакомъ — *горизонталями* — всѣ точки, имѣющія однѣ и тѣ же отмѣтки. Кривыя линіи, обозначающія на планѣ точки земной поверхности съ равными альтитудами или высотами и принято называть горизонталями, а планъ съ отмѣтками и горизонталями именовать *нивеллирнымъ*.



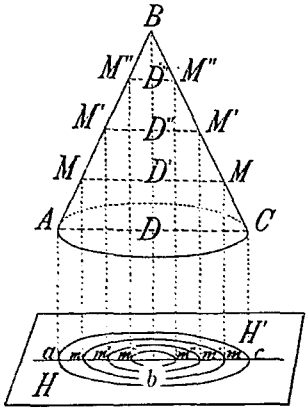
Черт. 302.

Такимъ образомъ нивеллирный планъ является результатомъ обоихъ родовъ съемки, горизонтальной и вертикальной, произведенныхъ или одна вслѣдъ за другою (угломѣрная съемка и нивеллированіе) или совмѣстно (тахеометрія).

Вслѣдствіе этого, мы остановимъ наше вниманіе на ученіи о горизонталяхъ и ознакомимся съ ихъ свойствами.

§ 209. О горизонталяхъ. Горизонтали, являясь однимъ изъ вспомогательныхъ средствъ для изображенія на планѣ неровностей мѣстности, даютъ возможность показать на немъ: 1) относительныя высоты однѣхъ точекъ надъ другими, 2) крутизны покатостей, 3) направленіе скатовъ и 4) выразить общій характеръ рельефа мѣстности. Собственно изображеніе неровностей мѣстности на планѣ производится (посредствомъ условныхъ знаковъ) двумя способами: *способомъ горизонталей* и *способомъ штриховъ* (къ послѣднему способу относятъ и *отмывку*). Разсмотримъ сперва первый способъ. Пусть имѣемъ на мѣстности какую-нибудь возвышенность; мысленно *разсѣчемъ эту возвышенность равноотстоящими другъ отъ друга горизонтальными плоскостями*, параллельными уровню воды водохранилища. Кривыя линіи, полученныя при пересѣченіи поверхности возвышенности съ горизонтальными плоскостями, спроектируемъ на горизонтальную поверхность водохранилища (плана) и будемъ называть эти проекціи полученныхъ кривыхъ *горизонталями* или *изогипсами*. Для того, чтобы показать, какъ при помощи горизонталей изображаются на планѣ неровности любой части даннаго участка мѣстности, разсмотримъ сперва изображеніе на планѣ посредствомъ горизонталей правильныхъ геометрическихъ тѣлъ, напр., прямого конуса съ круговымъ основаніемъ, наклоннаго конуса съ круговымъ основаніемъ, полушарія, наклонной плоскости, цилиндрической поверхности и т. п.

1. Если *прямой конусъ ABC съ круговымъ основаніемъ* (черт. 303) разсѣчь горизонтальными равноотстоящими плоскостями MM, $M'M'$, $M''M''$, то

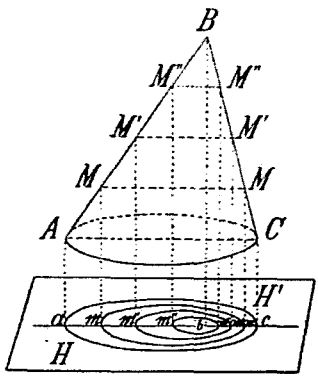


Черт. 303.

сѣченія этихъ плоскостей съ поверхностью конуса будутъ *окружности*. Если изобразимъ эти окружности въ проекціи на плоскости HH', параллельной основанію, то получимъ окружности ac, mm, $m'm'$, $m''m''$. Такъ какъ центры всѣхъ окружностей MM, $M'M'$, $M''M''$ и AC лежатъ на оси DB конуса, то на планѣ центры проекцій этихъ окружностей должны лежать въ одной точкѣ b; (проекціи точекъ B и D) при этомъ, такъ какъ $DD' = D'D'' = D''D''' = D'''B$ и углы при точкахъ A, M, M', M'' и C также равны между собою, то и $AM = MM' = M'M'' = M''B$, а слѣдовательно $M''D''' = bm'' = m''m' = m'm = mc$.

Отсюда мы видимъ, что прямой конусъ съ круговымъ основаніемъ долженъ изобразиться на планѣ посредствомъ горизонталей въ видѣ концентрическихъ равноотстоящихъ окружностей.

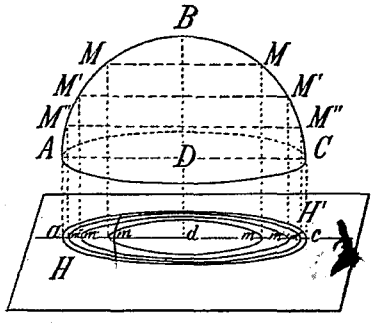
2. Если *наклонный конусъ съ круговымъ основаніемъ* (черт. 304) разсѣчь горизонтальными равноотстоящими плоскостями MM, $M'M'$, $M''M''$, то въ сѣченіи этихъ плоскостей съ поверхностью конуса получатся окружности, изображенія которыхъ на плоскости, параллельной основанію конуса, также будутъ окружности; но такъ какъ центры окружностей AC, MM, $M'M'$, $M''M''$ *не* лежатъ на оси конуса, то на планѣ окружности будутъ эксцентрическія, и разстоянія между ними будутъ различныя въ различныхъ мѣстахъ, при этомъ наименьшее разстояніе будетъ по направленію линіи bc, такъ какъ BC составляетъ съ горизонтомъ



Черт. 304.

большій уголъ наклоненія, чѣмъ AB, и слѣдовательно, если уголъ $C >$ угла A, то и $AB > BC$, а $\cos C < \cos A$, вслѣдствіе чего $AB \cdot \cos A > BC \cdot \cos C$, но проекція $bc = BC \cdot \cos C$, а проекція $ab = AB \cdot \cos A$, слѣдовательно $ab > bc$.

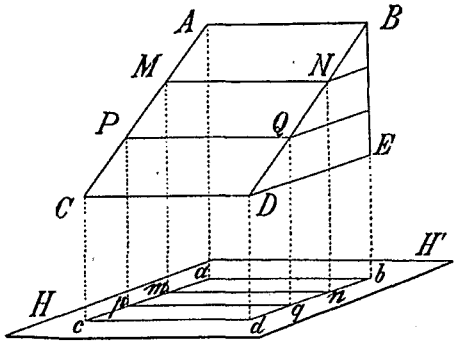
3. Если *полушаріе ABC* (черт. 305) разсѣчь горизонтальными равноотстоящими плоскостями MM, $M'M'$, $M''M''$, то въ сѣченіи съ поверхностію шара получатся окружности, и, такъ какъ центры всѣхъ окружностей лежатъ на радіусѣ BD, то *полушаріе изобразится на планѣ* также *въ видѣ окружностей концентрическихъ*, *но* только *неравноотстоящихъ*, а сходящихся къ краямъ плана, такъ какъ углы, образуемые равными элементами BM, MM', $M'M''$ и $M''C$ кривой въ точкахъ M, M', M'' и C съ горизонтомъ, постепенно возрастаютъ до 90^0, а слѣдова-



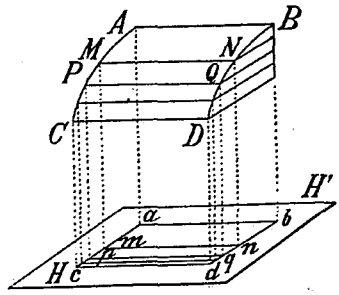
Черт. 305.

тельно *cos*-ы ихъ постепенно убываютъ, а потому $m_i\ m_{i+1} = M_i\ M_{i+1} \times cos\ i$ M также постепенно убываютъ.

4. *Наклонная плоскость* и *цилиндрическая поверхность* изобразятся *первая—равноотстоящими параллельными прямыми*, а *вторая—постепенно*



Черт. 306.

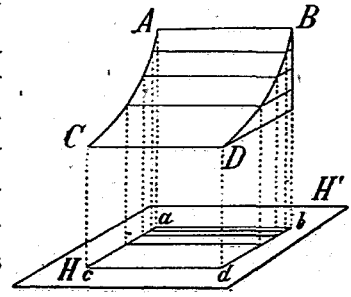


Черт. 307.

сходящимися параллельными прямыми, что ясно видно изъ разсмотрѣнія чертежей 306, 307, 308 [1]).

Неровности мѣстности не имѣютъ правильной формы, но объ отдѣльныхъ частяхъ возвышенностей и углубленій можно судить, сравнивая горизонтали ихъ съ горизонталями правильныхъ геометрическихъ тѣлъ.

§ 210. Свойство горизонталей. Изъ чертежей 303—308 видно, что съ измѣненіемъ угла наклона α линій мѣстности мѣняется и разстояніе d между горизонталями. Это же заключеніе нетрудно подтвердить и формулою, если разстояніе между сѣкущими горизонтальными плоскостями обозначимъ на одномъ изъ предыдущихъ чертежей черезъ h, разстояніе между горизонталями на планѣ черезъ d и, наконецъ, уголъ наклоненія черезъ α, то (см. черт. 303, а также 308 и 309 на стр. 492).



Черт. 308.

$$d = h\ .\ Cotg\ \alpha \text{ или } d = \frac{h}{tg\alpha} \ldots\ldots\ldots (d)$$

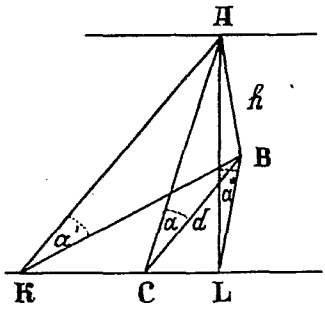
отсюда видимъ: 1) если h и α постоянны, то и d постоянно, или другими словами, если уголъ наклоненія покатости одинъ и тотъ же, то и разстоянія между горизонталями равны между собою (см. черт. 303 и 306), во 2) чѣмъ больше α, тѣмъ меньше d и наоборотъ (черт. 304 и 305) или иначе, съ *увеличеніемъ угла наклоненія покатости разстоянія между горизонталями* (или такъ называемыя *заложенія*) *уменьшаются* (сличи § 7, черт. 9, стр 15). Но такъ какъ величиною α опредѣляется степень крутизны покатости, то о *крутизнѣ покатости судятъ по разстояніямъ между горизонталями* (*или по заложеніямъ*).

Нетрудно видѣть, что *по числу горизонталей между двумя точками на планѣ можно судить объ относительной высотѣ этихъ* двухъ *точекъ*.

[1]) Не лишено интереса изображеніе горизонталями лица человѣка, лежащаго навзничь, а также двухъ составленныхъ вмѣстѣ ногъ стоящаго человѣка.

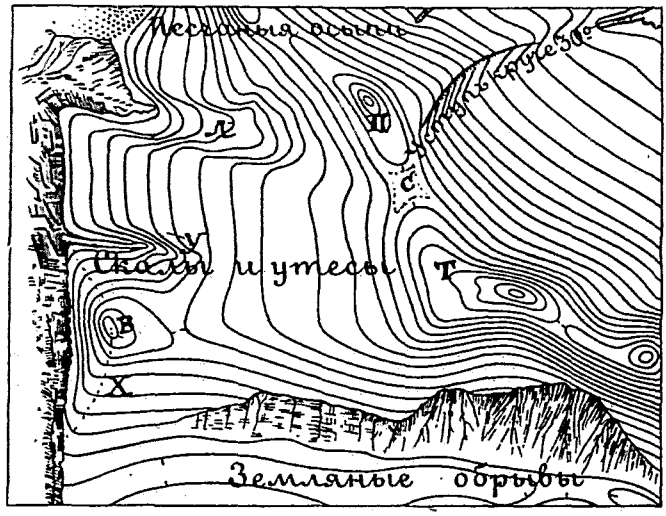
Такъ если на предыдущемъ 303 чертежѣ разстоянія h между горизонтальными плоскостями равно $^1/_2$ саж., то точка m' лежитъ выше a на 1 саж. а точка m'' выше a на $1^1/_2$ саж. и т. д.

Горизонтали даютъ также *понятіе о направленіи скатовъ.* Направленіе ската есть линія наибольшаго уклона, по которой стекаетъ вода; но такъ какъ линія наибольшаго уклона есть кратчайшее разстояніе между горизонталями [см. формулу (*d*) и чертежъ 309] [1]), то направленіе ската есть линія, перпендикулярная къ горизонталямъ. Линія ската можетъ быть и прямою, и кривою, что зависитъ отъ формы горизонталей. Изъ всего сказаннаго видно, что *горизонтали* или иначе *изогипсы* даютъ понятіе о формѣ неровностей земной поверхности (по общему виду горизонталей), о крутизнѣ скатовъ [2]), объ ихъ направленіи [3]) и о превышеніи одной точки земной поверхности надъ другой [4]).



Черт. 309.

§ 211. Виды и названіе отдѣльныхъ частей неровностей мѣстности. Изученіе рельефа мѣстности состоитъ въ ближайшемъ ознакомленіи съ ея орографическими [5]) видами. Главнѣйшіе изъ этихъ видовъ изображены горизон-



В... вершина, Х.... хребетъ, Л.... лощина
П... пикъ, С.... сѣдловина, У... ущелье,
Т... терасса.

Черт. 310.

---

[1]) $BC = d = \frac{h}{tg\alpha}$; $BK = \frac{h}{tg\alpha'}$ и $BL = \frac{h}{tg\alpha''}$; но $BK > BC$ и $BL > BC$, а потому $BC \perp KCL$, а слѣдовательно и $AC \perp KCL$.

[2]) По разстояніямъ между горизонталями.

[3]) По направленію кривой или прямой, пересѣкающей горизонтали подъ прямыми углами.

[4]) По числу промежутковъ между горизонталями.

[5]) „Орографія“ въ переводѣ съ греческаго значитъ „гороописаніе“, т. е. изображеніе возвышенностей или общнѣе—неровностей.

талями на черт. 310. Возвышенность, близко подходящая къ конической формѣ, представляющаяся на планѣ горизонталями, частью сомкнутыми на подобіе эллипсисовъ, называется *горою*. Гора небольшихъ размѣровъ называется *холмомъ*. Въ горѣ различаютъ ея части: *вершину*, *скаты* и *подошву*.

Вершина (В)—есть высшее мѣсто горы причемъ, если она имѣетъ видъ почти горизонтальной плоскости, то называется горной *площадкой* или *плато*; если же она остроконечна *(П)*, то — *пикомъ*, *сопкою* или *пикомъ*.

Боковая поверхность горы образуетъ ея *скаты*. Скатомъ называется покатость, имѣющая одинъ и тотъ же уголъ наклона. Мѣсто пересѣченія скатовъ съ окружающею гору земною поверхностью называется *подошвою* горы или ея *подножіемъ*. Если на скатахъ встрѣчаются линіи, представляющія рѣзкій переходъ поверхности отъ одной крутизны къ другой, то онѣ называются *перегибомъ ската* или *уступомъ*. *Обрывъ* или *круча* образуются при переходѣ мѣстности изъ отлогой въ крутой скатъ; при этомъ, если обрывъ имѣетъ значительную высоту, то онъ называется *утесомъ* или *стѣною*; наоборотъ, если крутой скатъ въ какомъ-либо мѣстѣ прерывается площадкой, даже можетъ быть незначительно наклоненною къ горизонту, то имѣемъ *террасу (Т)* или *уступъ*.

Хребетъ (*Х*) есть выпуклая поверхность, образуемая двумя противоположными скатами. Линія встрѣчи этихъ скатовъ наз. *осью хребта* или *водораздѣломъ*, такъ какъ текущая отъ нея вода направляется въ разныя стороны. Хребетъ представляется на планѣ всегда выпуклыми кривыми линіями, вогнутость которыхъ обращена къ вершинѣ горы. Эти кривыя расходятся сильнѣе по мѣрѣ своего приближенія къ водораздѣльной линіи, потому что она имѣетъ наименьшій изъ всѣхъ угловъ наклоненія скатовъ. Хребетъ, отдѣляющійся отъ общей массы, называется *отрогомъ* горы. Хребты, которыхъ скаты пересѣкаются подъ острыми углами, называются *гребнями* горъ.

Лощина (Л) также образуется двумя противоположными скатами, но она есть поверхность вогнутая, являясь углубленіемъ въ скатѣ горы. Линія встрѣчи скатовъ или *щекъ лощины* называется *осью лощины*, а также *тальвегомъ* [1]) или *водосливною линіею*, потому что по ней направляется вода, стекающая со скатовъ. Лощина представляется вогнутыми кривыми линіями. Въ лощинѣ надо различать вообще слѣдующія части: *дно*, правый и лѣвый бокъ (*щеки*), *начало* и *устье*. Если лощина довольно широка и съ отлогимъ дномъ, то она называется *долиною*. Узкая и длинная лощина съ крутыми боками въ плоской мѣстности называется *оврагомъ* или *балкою*, а въ горныхъ странахъ *тѣсниной* или *ущельемъ* (*У*). Къ лощинамъ должно отнести также неправильныя продолговатыя углубленія, въ видѣ широкихъ трещинъ, происходящія отъ размыва грунта водою, называемыя *промоинами* и *проточинами*.

Окраиною наз. граница углубленія или иначе та кривая линія, по которой углубленіе граничитъ съ окружающею поверхностью.

---

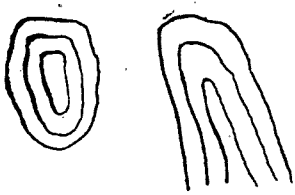
[1]) Отъ двухъ нѣмецкихъ словъ: Thal—долина и Weg—путь.

Съдломъ или *съдловиною* (*C*) называется мѣсто одновременной встрѣчи двухъ (или нѣсколькихъ) противоположныхъ скатовъ возвышенностей, служащее въ то же время вершиною (началомъ) двухъ или нѣсколькихъ противоположныхъ лощинъ. Такъ какъ *съдловина* лежитъ ниже непосредственно надъ ней помѣщающейся сѣкущей плоскости и выше такой же плоскости, непосредственно подъ нею лежащей, то на планѣ она *изображается пунктирной сомкнутой горизонталью, параллельной горизонталямъ выше и ниже ея лежащимъ*.

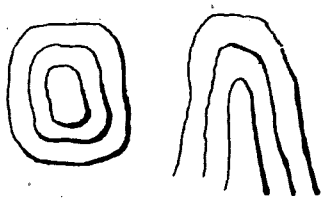
Котловина есть углубленіе значительныхъ размѣровъ, замкнутое со всѣхъ сторонъ и напоминающее собою опрокинутую внизъ вершиною подъ поверхность земли гору. Небольшая впадина съ крутыми берегами есть яма, а углубленіе, представляющее опрокинутый пикъ,—*воронка*. Котловина, яма и воронка изображаются на планѣ горизонталями въ видѣ сомкнутыхъ кривыхъ линій.

§ 212. Недостатки горизонталей. Изъ предыдущаго видно, что нѣкоторыя углубленія и возвышенія, а также выпуклыя и вогнутыя поверхности представляются горизонталями одинаковой формы, вслѣдствіе чего является возможность смѣшивать на планѣ оба эти орографическіе вида. Такъ котловину, съ осью впадающей въ нее лощины, можно принять за вершину горы съ идущимъ отъ нея хребтомъ. Для устраненія этого неудобства или слабо отмываютъ дно углубленій жидкою тушью, или предполагаютъ, что мѣстность подвергается боковому освѣщенію, направленному съ сѣверо-запада [1]) и въ зависимости отъ этого горизонтали, соотвѣтствующія скатамъ, утолщаются справа и снизу, а горизонтали, соотвѣтствующія углубленіямъ (котловинѣ и лощинѣ), утолщаются слѣва и сверху (черт. 311). Еще лучше для устраненія недоразумѣній относительно возвышеній и углубленій подписывать на планѣ при горизонталяхъ ихъ отмѣтки или высоты (черт. 312 и 314, образцы изображенія горизонталями плоской и гористой мѣстностей). *Когда же на планѣ нѣтъ высотъ, то пониманію рельефа содѣйствуетъ расположеніе и указаніе направленія текучихъ водъ. Воды преимущественно указываютъ низшія точки мѣстности.* Надо имѣть въ виду, что горизонтали всего плана находятся между собою въ такой неразрывной связи, что, если мы въ одномъ мѣстѣ опредѣлимъ направленіе покатости (т. е. какія горизонтали выше и какія ниже), то, *прослѣдивъ горизонтали*, мы можемъ то же самое опредѣленіе сдѣлать и въ произвольномъ мѣстѣ плана (или карты).

Оттѣнка углубленій.



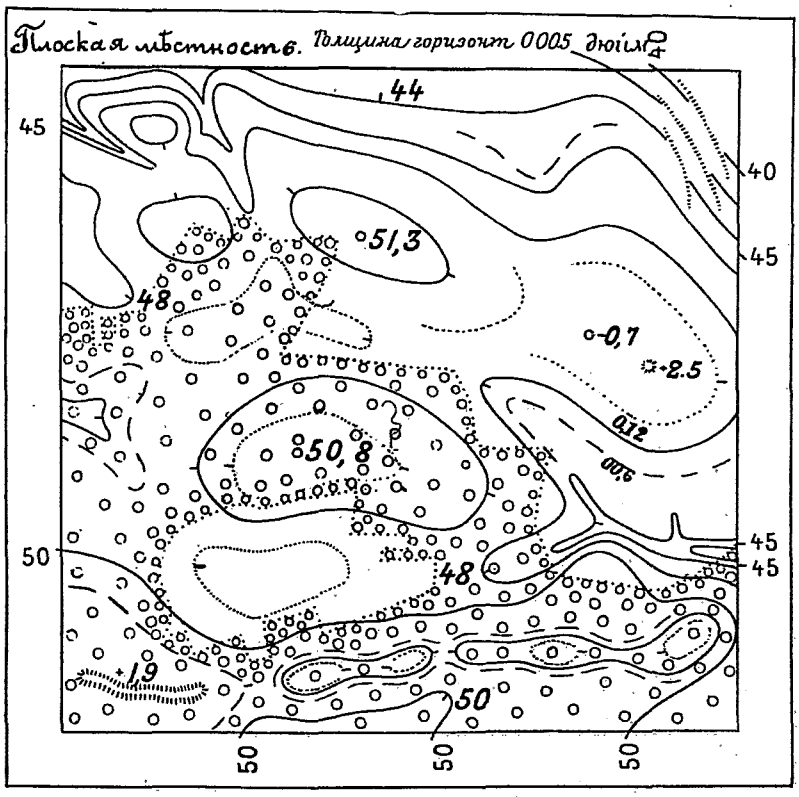
Оттѣнка возвышеній.



Черт. 311.

[1]) Такое освѣщеніе было въ первый разъ примѣнено при изданіи карты Швейцаріи генерала Дюфура, вычерченной штрихами.

Изображеніе неровностей мѣстности горизонталями составляетъ безспорно самый точный изъ всѣхъ подобнаго рода способовъ и позволяетъ опредѣлять размѣръ всякой отдѣльной неровности по тремъ ея измѣреніямъ, однако онъ недоставляетъ необходимой наглядности плану или, какъ иногда выражаются, не сообщаетъ рисунку пластичности (рельефности), а *заставляетъ вдумываться* для представленія себѣ въ умѣ какихъ-нибудь орографическихъ особенностей мѣстности (см. черт. 312 и 314).

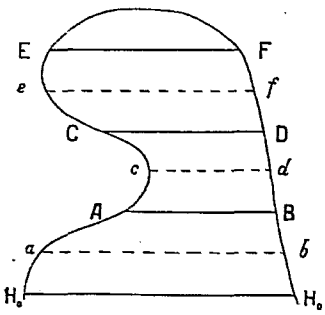


Черт. 312.

Недостатокъ этотъ устраняется отчасти тѣмъ, что горизонтали на отлогихъ покатостяхъ дѣлаются тонкими чертами, а на крутыхъ—толстыми, и при томъ чѣмъ круче покатость, тѣмъ горизонтали толще.

Другой недостатокъ горизонталей состоитъ въ томъ, что этотъ способъ не даетъ возможности выразить на планѣ, какъ значительныя крутизны, такъ и мелкія неровности, которыя *при данномъ отвѣсномъ разстояніи горизонтальныхъ плоскостей* не пересѣкаются ими и остаются пропущенными, такъ какъ разстоянія между горизонталями зависятъ отъ масштаба плана, а потому *заложеніе не можетъ быть менѣе точности масштаба,* т. е. 0,01 доли дюйма. Наглядным примѣромъ можетъ служить

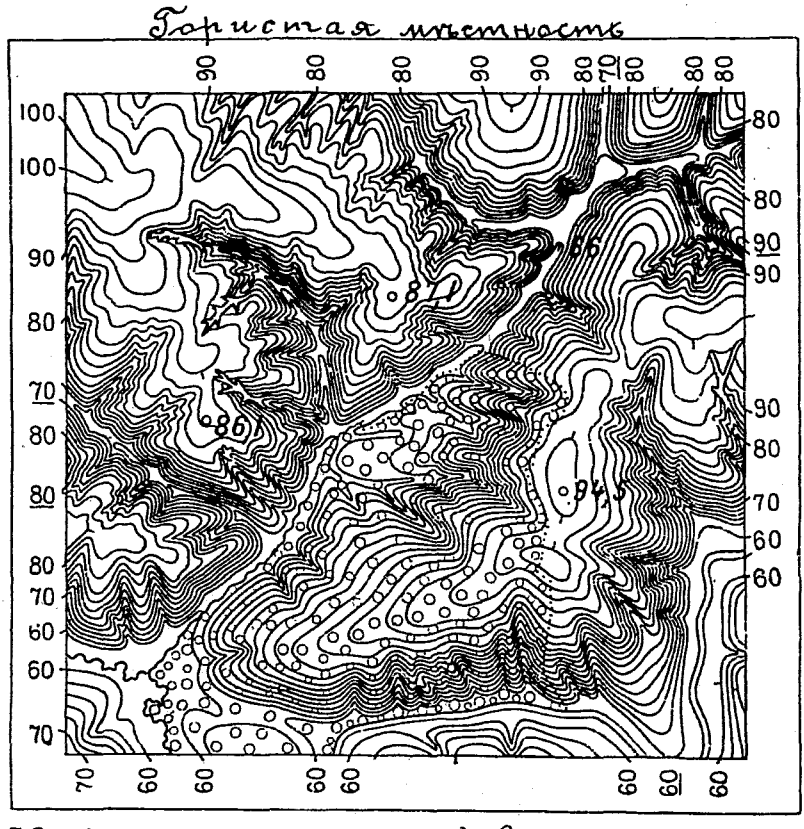
мѣстность, представленная чертежомъ 313. Разсѣкая ее плоскостями H_0H_0; AB; CD; EF, мы рискуемъ пропустить характерные изгибы мѣстности, для изображенія которыхъ потребовалось бы сѣченія сдѣлать чаще, и разстоянія между сѣкущими плоскостями уменьшить вдвое. Дополнительныя плоскости ab; cd; ef показаны на чертежѣ пунктиромъ. Чтобы достигнуть надлежащей наглядности плана, необходимо гарантировать, что проекція изгибовъ Ac или Ce будутъ не менѣе точности масштаба плана.



Черт. 313.

Въ томъ случаѣ, когда главнѣйшее условіе, требуемое отъ плана, есть его наглядность, какъ напр., для плановъ военныхъ, употребляютъ другой условный знакъ — *штриховку*, который позволяетъ лучше видѣть или, какъ говорятъ, *читать по плану рельефъ мѣстности*.

О штриховкѣ мы будемъ говорить впослѣдствіи.



Подчеркнутыя высоты относятся къ двумъ горизонталямъ

Черт. 314.

§ 213. Назначеніе горизонталей на планѣ по даннымъ альтитудамъ точекъ земной поверхности производится слѣдующимъ образомъ. Положимъ, что имѣемъ

альтитуду станціи *m* и альтитуды пикетовъ, полученныхъ круговымъ визированіемъ (вокругъ станціи).

m	75,3	саж.
a	72,7	„
b	68,4	„
c	72,3	„
d	67,2	„

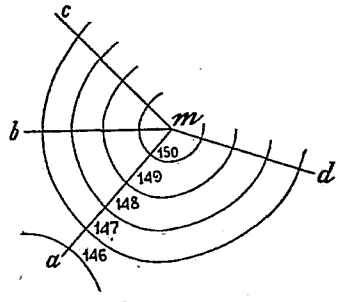
и положимъ, что горизонтали получаются сѣченіемъ земной поверхности плоскостями, отстоящими на вертикальномъ разстояніи $^1/_2$ саж. другъ отъ друга, тогда тѣ же альтитуды, но выраженныя въ горизонталяхъ будутъ:

m	150,6	горизонтал.
a	145,4	„
b	136,8	„
c	144,6	„
d	134,4	„

Эти числа нужно понимать такъ: точка *m* лежитъ выше 150-й горизонтали на 0,6 отвѣснаго разстоянія между горизонталями, точка *a* лежитъ выше 145-й горизонтали на 0,4 того же отвѣснаго разстоянія между горизонталями и т. д.

Предлагаемый чертежъ 315 представляетъ собою относительное расположеніе точекъ *на планѣ*, которыхъ альтитуды въ горизонталяхъ были даны выше. Для того, чтобы на планѣ назначить точки пересѣченій горизонталями направленій *ma*, *mb*, *mc* и *md*, разсмотримъ одно изъ этихъ направленій, напр. *ma*, и построимъ по отмѣткамъ его концовъ *m* и *a* профиль по линіи *ma*. На профилѣ (черт. 316) пусть *mK* выражаетъ разность уровней между точками *m* и *a*, т. е. разность отмѣтокъ точекъ *a* и *m*; а *aK* — горизонтальное проложеніе линіи *ma* мѣстности [1]). Профиль построенъ на разлинѣванной бумагѣ, на которой горизонтальныя линіи, обозначенныя чрезъ 150, 149,... 145, выражаютъ слѣды (въ вертикальной плоскости) горизонтальныхъ плоскостей сѣченій земной поверхности параллельно уровню воды (или условному горизонту); причемъ *mx* есть высота точки *m* надъ 150-ю горизонталью, т. е. 0,6; а *ay* высота точки *a* надъ 145-ю горизонталью, т. е. 0,4. Масштабъ для вертикальныхъ разстояній — произвольный, а для горизонтальныхъ — одинаковый съ масштабомъ плана. Опредѣлимъ теперь разстояніе 150-й горизонтали *на планѣ* отъ точки *m*, т. е. опредѣлимъ длину линіи *sx*, а также разстояніе *aq* или мѣсто 146-й горизонтали отъ точки *a*.

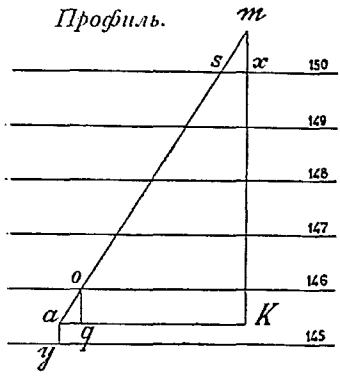
Планъ.



Черт. 315.

[1]) Очевидно, что *aK* на чертежѣ 316 равна длинѣ *ma* на чертежѣ 315.

Нахожденіе разстоянііі sx и aq чертежа 316-го дѣлается, во избѣжаніе вычисленіій, обыкновенно *графически*. Для этого употребляется графленая бумага (съ ранѣе начерченными *равноотстоящими другъ отъ друга* параллельными линіями, напр., профильная) и на ней по даннымъ aK и mK строится чертежъ 316-й, съ котораго *механически* и переносятся (пректируются) затѣмъ на планъ мѣста горизонталей. Для чего достаточно къ линіи ma плана приложить линію Ka профиля (совмѣщая точку K профиля съ точкою m плана и точку a профиля съ точкою a плана) и провести параллели черезъ точки o и s къ линіи mK, до встрѣчи съ линіею ma плана. [1]) Нахожденіе длины sx и aq можно сдѣлать и путемъ вычисленіій, въ числахъ; изъ подобія треугольниковъ smx и amK имѣемъ:



Черт. 316.

$$\frac{mx}{mK} = \frac{sx}{aK} \text{ откуда } sx = \frac{aK \,.\, mx}{mK},$$

здѣсь mx есть высота точки m надъ 150-ю горизонталью и равна 0,6; aK — горизонтальное проложеніе разстоянія между точками m и a, которое *берется съ плана*, пусть оно = 50 саж., mK — разность уровней между тѣми же точками и равно 150,6 — 145,4 = 5,2. Подставляя эти числа въ послѣднее равенство, получимъ:

$$sx = 5{,}8 \text{ саж.}$$

Откладываемъ *на планъ* (черт. 315) отъ точки m по линіи ma величину 5,8 получимъ мѣсто 150-й горизонтали; назначимъ теперь мѣсто 146 горизонтали, а для этого снова обращаемся къ предыдущему 316 чертежу и изъ подобныхъ треугольниковъ acq и amK пишемъ:

$$aq : aK = oq : mK, \text{ откуда } aq = \frac{aK \,.\, oq}{mK}.$$

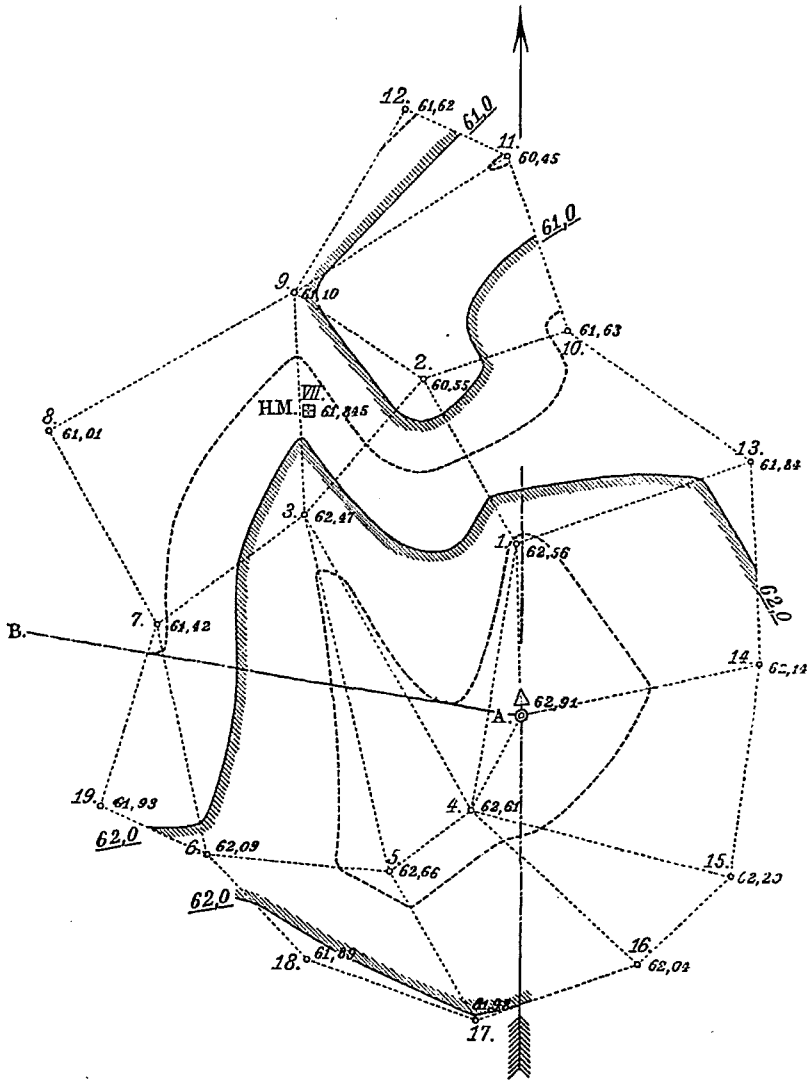
Здѣсь $aK = 50$ с., $mK = 5{,}2$, а oq — есть дополненіе высоты пикета a до 146-й горизонтали и равно 0,6. Подставляя эти величины въ послѣднее равенство, получаемъ $aq = 5{,}8$ с. и откладываемъ эту длину *на планъ* отъ точки a по am (черт. 315), получаемъ мѣсто 146 горизонтали.

Принимая во вниманіе, что уголъ наклоненія линіи ma постояненъ, для полученія на планѣ по линіи ma промежуточныхъ горизонталей 149, 148, 147 нужно разстояніе между 150 и 146 горизонталями раздѣлить на 4 равныя части. Точно также назначимъ мѣста горизонталей по направленію линій mb, mc, md (черт. 315). Соединивъ послѣдовательно на планѣ

---

[1]) Вообще, чтобы *на планъ*, на линіи ma найти слѣдъ (мѣсто), напр., 149-й горизонтали достаточно черезъ концы m и a этой линіи на планѣ провести двѣ параллели,— одну *вверхъ* отъ m и другую — *внизъ* отъ a, на первой отложить (150,6 — 149) = 1,6, а на второй—(149 — 145,4) = 3,6 и концы перпендикуляровъ (параллелей) соединить, тамъ гдѣ эта линія соединенія пересѣчетъ линію ma плана, тамъ и будетъ мѣсто 149-й горизонтали.

прямыми линіями мѣста, означенныя одинаковыми нумерами горизонталей на линіяхъ *ma*, *mb*, *mc* и *md*, получимъ на планѣ изображеніе горизонталями возвышенности около точки *m*. Разумѣется горизонтали въ тѣхъ мѣстахъ, гдѣ они пересѣкаютъ данное на планѣ направленіе, немного округляются отъ руки [1]).



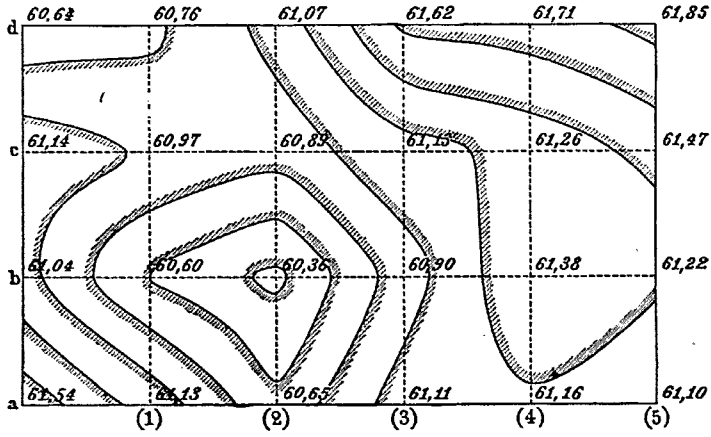
Черт. 317.

Изъ тѣхъ пропорцій, которыя были составлены для опредѣленія разстояній горизонталей 150-й отъ станціи *m* и 146-й отъ пикета *a*, выводимъ слѣдующее *правило*. Разстояніе горизонтали отъ высшей точки равно горизонтальному разстоянію между данными точками, умноженному на отношеніе высоты этой точки надъ горизонталью, къ разности уровней, а разстояніе горизонтали отъ низшей точки равно тому же горизонтальному

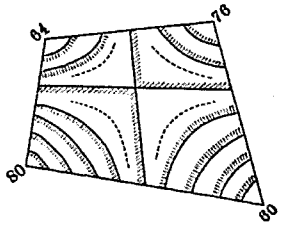
[1]) За послѣднее время выпущена цѣлая серія чертежныхъ инструментовъ для механическаго проведенія горизонталей на планѣ.

разстоянію, умноженному на отношеніе дополненія высоты этой точки до нумера лежащей надъ ней горизонтали къ разности уровней.

На чертежахъ 317, 318 и 319 даны образцы проведенія горизонталей на планахъ. Чертежъ 317 даетъ видъ мѣстности, заснятой при помощи *отдѣльно расположенныхъ точекъ*, высота которыхъ получена по реперу *Н. М.* 61,845, находящемуся въ сѣверо-западномъ углу участка. Нумера точекъ обозначены болѣе крупными цифрами, а отмѣтки—болѣе мелкими. Самыя горизонтали проведены и оттѣнены штрихами, кромѣ того, онѣ выпущены на краяхъ чертежа и подписаны по границѣ участка подчеркнутыми цифрами: *61,0* и *62,0*. Горизонтали, соотвѣтствующія высотамъ *61,5* и *62,5* обозначены пунктиромъ.



Черт. 318.



Черт. 319.

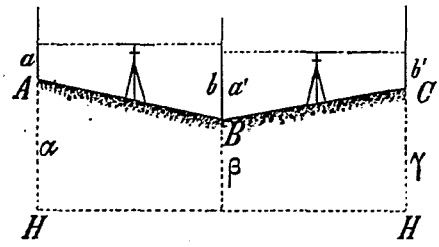
На чертежѣ 318 — горизонтали получились послѣ нивеллировки плоской мѣстности по квадратамъ (см. также ниже данный чертежъ въ статьѣ о нивеллированіи § 215); онѣ проведены черезъ каждыя 0,20 саж. Мѣстность представляетъ котловину и обозначается горизонталями съ высотами 60,4; 60,6; 60,8; 61,0; 61,2; 61,4; 61,6 и 61,8. Причемъ горизонталь съ высотою 61,0 выразилась тремя отдѣльными вѣтвями; горизонтали 61,2 и 61,4 — двумя вѣтвями: одной — въ юго-западномъ углѣ и другой — сѣверо-восточномъ.

Чертежъ 319 даетъ видъ сѣдловины, получившейся при проведеніи горизонталей черезъ двѣ сажени, по отмѣткамъ вершинъ четыреугольника; промежуточныя горизонтали 69 и 71 обозначены пунктиромъ.

Примѣчаніе. При проведеніи горизонталей по квадратамъ нужно быть весьма осторожнымъ, чтобы не впасть въ ошибку, для чего *на мѣстности* по чертежу отмѣчаютъ общее направленіе скатовъ между вершинами. Такъ, если бы получились въ сѣверо-западномъ и юго-восточномъ углу квадрата (т. е. по діагонали) одинокія отмѣтки, напр., 84,5 и 84,8, а также оказалось бы, что по другой діагонали отмѣтки соотвѣтственно равны 82,7 и 82,4; то, безъ указанія направленія ската, горизонтали можно провести двояко: 1) параллельно первой и 2) параллельно второй діагонали.

§ 214. Разбивка на мѣстности точекъ, прямыхъ и плоскостей проекта. При планировкѣ мѣстности приходится рѣшать одну изъ слѣдующихъ задачъ:

1. *Въ данномъ пунктѣ B земной поверхности забить колъ, верхушка котораго имѣла бы требуемую отмѣтку* γ. На находящійся вблизи данной точки B реперъ A (черт. 320), т.-е. колъ, отмѣтка α верхушки котораго извѣстна, ставятъ рейку, и на нее, по нивеллиру, поставленному между репером A и заданнымъ пунктомъ B, дѣлаютъ „взглядъ a назадъ". Послѣ этого въ B забиваютъ колъ и на него переносятъ рейку, и въ то же время высчитываютъ для рейки, стоящей на колѣ B, по отмѣткѣ репера α и взгляду назадъ a — „взглядъ b впередъ" изъ равенства



черт. 320.

$$\alpha + a = \beta + b,$$

онъ будетъ

$$b = \alpha + a - \beta.$$

По рейкѣ въ точкѣ B читаютъ взглядъ b'; если b' будетъ отличаться отъ b, то высоту забитаго въ B кола измѣняютъ: пусть, напримѣръ, отсчетъ b' нужно увеличить, т.-е. нуль рейки опустить, тогда снявъ рейку, по головѣ кола B дѣлается нѣсколько осторожныхъ ударовъ обухомъ топора (молотка). Установивъ вновь на верхушку кола B рейку, повторяютъ взглядъ впередъ. Если теперь онъ b'' и болѣе требуемаго b, то легкими ударами по землѣ вокругъ кола стремятся приподнять колъ. Если этого окажется недостаточно, то колъ выдергиваютъ изъ земли, дыру засыпаютъ и вновь гонятъ колъ въ землю, пока наконецъ получится отсчетъ, отличающійся отъ b не болѣе какъ на 0,001—0,003 саж.

При твердомъ грунтѣ и значительной толщинѣ кола можетъ оказаться, что колъ дастъ *отказъ*, т.-е. перестанетъ опускаться въ землю, тогда верхушка кола срѣзается. Мѣсто зарубки на колѣ, куда должна придтись пила, опредѣляется по ножу, клинокъ котораго предварительно держится горизонтально съ установленной на него рейкой.

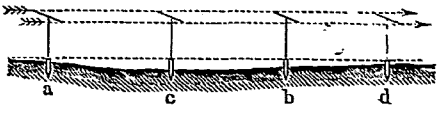
2. *По данному направленію на земной поверхности разбить рядомъ кольевъ проектную линію заданнаго уклона* $p = 1 : m$, *причемъ для одной изъ точекъ O проектной линіи задается отмѣтка* q.

Очевидно, что для забивки кола O придется повторить предыдущую задачу. Остальные же колья, хотя и забиваются по той же задачѣ, но лишь послѣ того, какъ для верхушки каждаго изъ нихъ высчитана отмѣтка y по формулѣ (§ 206).

$$y = q + px \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (y),$$

гдѣ x есть разстояніе забиваемаго кола отъ первоначальнаго O. При вычисленіи не слѣдуетъ забывать знака уклона $\frac{1}{m} = p$.

Когда между двумя забитыми по нивеллиру кольями a и b нужно вставить еще нѣсколько промежуточныхъ точекъ, или по нимъ продолжить линію, то для *быстроты* рѣшенія задачи съ успѣхомъ могутъ служить такъ называемыя *визирки*. Онѣ состоятъ изъ деревянныхъ реекъ одной и той же высоты 0,6 — 07 саж. (до середины груди человѣка) съ прибитыми къ нимъ поперечными дощечками и имѣютъ видъ буквы T (черт. 321). Если на верхушки кольевъ a и b помѣстить двѣ разныхъ визирки и, визируя черезъ верхнія ребра ихъ поперечинъ, забивать колъ въ c (или d) такъ, чтобы верхнее ребро поставленной на него визирки пришлось въ плоскости визированія, то верхушки всѣхъ трехъ кольевъ будутъ на линіи, параллельной линіи визированія, имѣющей требуемый уклонъ $p = 1 : m$.



Черт. 321.

3. *Опредѣлить точку пересѣченія земной поверхности съ проектной линіей.* Пользуясь рѣшеніями двухъ предыдущихъ задачъ, забиваютъ въ двухъ точкахъ M и N проектной линіи по колу, отмѣтки которыхъ близки къ отмѣткѣ точки пересѣченія, взятой съ профиля, устанавливаютъ на нихъ визирки и при помощи ихъ продолжаютъ проектную линію до встрѣчи съ земной поверхностію. Найдя точку встрѣчи, отмѣтку ея можно повѣрить по нивеллиру.

Точка встрѣчи также можетъ быть найдена и безъ визирокъ, по горизонтальному разстоянію x отъ одного изъ забитыхъ кольевъ N, находящихся вблизи точки Q (черт. 301) встрѣчи линіи AB съ проектною линіею MN. Дѣйствительно, пусть α и β черныя отмѣтки точекъ A и B, удаленныхъ на разстояніе D другъ отъ друга, а m и n ихъ красныя отмѣтки (т.-е отмѣтки соотвѣтственныхъ точекъ M и N проектной линіи). Искомое разстояніе x точки Q отъ B найдется изъ подобія треугольниковъ AMQ и QBN, въ которыхъ x и $(D - x)$ будутъ высотами, а именно:

$$\frac{D-x}{x} = \frac{m-\alpha}{\beta-n},$$

откуда искомое разстояніе по производной пропорціи

$$\frac{D-x+x}{x} = \frac{m-\alpha+\beta-n}{\beta-n}$$

будетъ

$$x = D\,\frac{\beta-n}{m-\alpha+\beta-n}$$

Знакъ у x берется $+$, если разстояніе взято по ходу впередъ, отъ точки B и $-$, если оно взято назадъ по ходу отъ B.

Примѣръ:

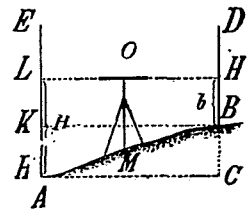
$$D = 35,\ \alpha = 60{,}011,\ \beta = 60{,}567,\ m = 59{,}853,\ n = 60{,}648.$$

Находимъ

$$m-\alpha=-0{,}158$$
$$\beta-n=-0{,}081$$
$$m-\alpha+\beta-n=-0{,}239$$
$$-x=-35\frac{-0{,}081}{-0{,}239}=-11{,}9$$

(Сличи формулу § 207, $d=\frac{a}{p-p'}$).

4) *Изъ данной точки A* (черт. 322) *на мѣстности провести по земной поверхности линію даннаго уклона p.* Взявъ взглядъ $AL=н$ назадъ на данный пунктъ A и вычисливъ по данному уклону p (принимая во вниманіе его знакъ) превышеніе $BC=p\times d$ на длину d ленты (или цѣпи), закрѣпляютъ ленту однимъ концомъ въ A и вытягиваютъ ее, идя по склону. Послѣ того перемѣщаются по мѣстности съ рейкой, находящейся на свободномъ концѣ цѣпи (ленты) до тѣхъ поръ, пока получатъ по нивеллиру въ точкѣ B взглядъ b впередъ, равный BH разности $(н-pd)$ между взглядомъ назадъ и вычисленнымъ превышеніемъ. Получивъ первую точку B, ленту вытягиваютъ далѣе въ гору и повторяютъ пріемъ, чрезъ что получится вторая точка; всякая послѣдующая точка линіи даннаго уклона назначается такимъ же способомъ отъ предшествующей.



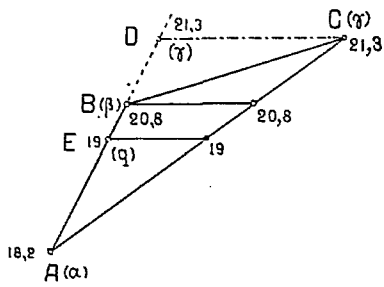
Черт. 322.

5) *Разбить проектную наклонную плоскость*, когда на ней даны двѣ прямыя (лучше всего взаимно перпендикулярныя) своими направленіями (напр. азимутами) и уклонами, а также дана точка O на одной изъ нихъ по высотѣ (дана ея отмѣтка).

По задачѣ второй разбиваютъ первую данную наклонную линію, начиная забивать колья отъ точки O черезъ равныя разстоянія, и отъ одного изъ забитыхъ кольевъ первой линіи разбиваютъ вторую прямую по ея направленію и уклону. Черезъ выставленные колья одной прямой прокладываютъ (по азимуту и уклону) параллели къ другой, черезъ что получится рядъ параллелограммовъ, вершины которыхъ опредѣлятся какъ по высотѣ, такъ и по азимуту. При помощи визирокъ между забитыми кольями можно забить любое число промежуточныхъ точекъ.

6) *Наклонная плоскость задана верхушками трехъ забитыхъ въ землю кольевъ, найти въ данной плоскости горизонтальную линію и линію наибольшаго уклона.* Нивеллировкою опредѣляютъ отмѣтки α, β и γ трехъ данныхъ точекъ A,B и C (черт. 323), послѣ чего измѣряютъ горизонтальное проложеніе d линіи AB и вычисляютъ ея уклонъ $\frac{\beta-\alpha}{d}$. На прямой AB или ея продолженіи ищутъ точку D, отмѣтка которой y равнялась бы отмѣткѣ γ точки C. Пусть $\alpha=18{,}2$; $\beta=20{,}8$ и $\gamma=21{,}3$; $d=325$ саж. Тогда $\frac{\beta-\alpha}{d}=$ $=\frac{2{,}6}{325}=0{,}008$. Вычисляемъ $y=\gamma=\beta+px$; $21{,}3=20{,}8+0{,}008.x$; $x=62{,}5$.

По направленію AB, отъ B откладываемъ $x=62{,}5$, получаемъ точку D. Прямая CD будетъ горизонтальною, а перпендикуляръ къ ней — линіею наибольшаго уклона. Разумѣется, что когда направленіе горизонтальной линіи CD въ данной плоскости ABC найдено, то легко разбить въ той же плоскости любую горизонтальную прямую, отмѣтка q которой дана: для этого достаточно на прямой AB найти точку E съ отмѣткой q и черезъ нее проложить параллель къ CD. Точка E (съ отмѣткою q) получится по разстоянію z, отъ точки D (съ отмѣткой y), опредѣляемому изъ равенства $y=q+pz$, гдѣ p — уклонъ линіи AB. Пусть, напр., ищемъ горизонталь съ отмѣткою $q=19{,}0$. Такъ какъ $y=21{,}3$, а $p=0{,}008$; то $z=\frac{21{,}3-19}{0{,}008}=$



Черт. 323.

$=\frac{2{,}3}{0{,}008}=287{,}5$. Точка E будетъ въ 287,5 саж. отъ D, или такъ какъ $AD=AB+BD=325+62{,}5=387{,}5$, то E отъ A, т. е. $EA=387{,}5-287{,}5=100$. Повѣркою служитъ

$$18{,}2+100\,.\,0{,}008=18{,}2+0{,}8=19,\ \text{т. е. } \alpha+AE\,.\,p=q.$$

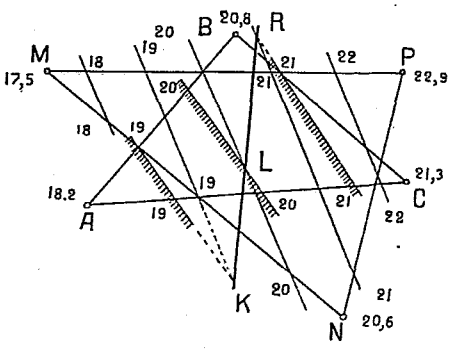
7. *Опредѣлить направленіе линіи пересѣченія двухъ наклонныхъ плоскостей, изъ которыхъ каждая задана тремя точками.* Въ каждой изъ плоскостей разбиваютъ по двѣ горизонтальныхъ прямыхъ съ одинаковыми отмѣтками q_1 и q_2, по возможности съ наибольшею разностію q_1-q_2. Найдя затѣмъ точки пересѣченія прямыхъ съ одинаковыми отмѣтками, соединяютъ ихъ, черезъ что и получаютъ линію пересѣченія. Задача упрощается, когда дана общая точка обѣихъ плоскостей, такъ какъ тогда остается найти лишь другую точку, разбивъ для этого по одной горизонтальной прямой въ каждой изъ плоскостей.

Пусть дана первая плоскость ABC (черт. 324) отмѣтками

$$\alpha=18{,}2;\ \beta=20{,}8 \text{ и } \gamma=21{,}3.$$

а вторая MNP съ отмѣтками

$$a=17{,}5;\ b=20{,}6 \text{ и } c=22{,}9.$$



Черт. 324.

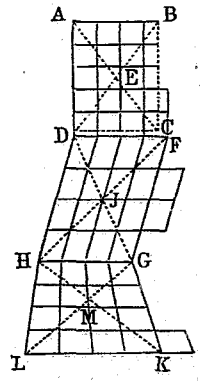
Согласно чертежа 324, находимъ 19-ю, 20-ю и 21-ю горизонтали и точки пересѣченія ихъ K, L и R; линія KLR будетъ искомой.

8. *Найти линію пересѣченія данной плоскости съ земной поверхностію.* Разбиваютъ двѣ линіи данной плоскости (лучше всего горизонтальную прямую и линію наибольшаго уклона), продолжаютъ ихъ до пересѣченія съ земной поверхностію. Соединяя точки пересѣченія, получаютъ требуемую линію пересѣченія плоскости съ земной

поверхностію. Если двухъ точекъ окажется не достаточно для даннаго участка, то разбиваютъ вмѣсто одной наклонной линіи рядъ прямыхъ, перпендикулярныхъ къ горизонтальной линіи и параллельныхъ линіи наибольшаго уклона.

Замѣчаніе. Если данный (своими границами) участокъ на планѣ изображенъ въ горизонталяхъ и на тотъ же участокъ, сохраняя его границы, составленъ проектъ планировки мѣстности также въ горизонталяхъ, то, накладывая границами одинъ чертежъ на другой, можно найти точки пересѣченія одноименныхъ горизонталей, соединяя которыя, можно намѣтить—линію раздѣла между насыпью и выемкой.

§ 215. Нивеллированіе поверхности. Чтобы получить возможно правильное понятіе о видѣ поверхности даннаго участка на мѣстности, слѣдуетъ заснять его рельефъ, оставаясь по возможности болѣе близкимъ къ натурѣ. Съ этою цѣлію поступаютъ двояко, смотря потому, каковъ общій склонъ поверхности участка. Если *наклонъ незначителенъ* и болѣе или менѣе равномѣрный, какъ это бываетъ въ лугахъ и болотахъ, то всю данную поверхность заключаютъ въ многогранникъ, стороны котораго прилегали бы возможно ближе къ частямъ поверхности даннаго участка. Сторонами многогранника могутъ быть, сообразно съ мѣстными условіями, и треугольники, и четыреугольники. Опредѣливъ за симъ отмѣтки или превышенія вершинъ многогранника и заснявъ горизонтальныя ихъ проекціи, получаютъ достаточныя данныя, чтобы судить о рельефѣ пронивеллированнаго участка.



черт. 325.

На чертежѣ 325 показано, что для верхней части *ABCD* участка былъ построенъ прямоугольникъ изъ ряда квадратовъ; для чего изъ точки *E* проведены были діагонали *BED* и *AEC*, и отъ точки *E* отложены равныя части $EA=EB=EC=ED$, а затѣмъ по сторонамъ *AB*, *AD* и *DC* отложены болѣе мелкія равныя части, образовавшія черезъ соединеніе точекъ отложенія квадратики. Внизу линіи *BC* два квадратика выступаютъ за край прямоугольника. Средняя часть *DFGH* участка заполнена параллелограммами, построенными подобнымъ же способомъ, какъ и верхніе квадратики. Въ нижней части *HGKL* сперва были проведены прямыя *HL* и *GK*, на нихъ были отложены по 4 равныхъ между собою части, а сторона *LK* раздѣлена послѣ измѣренія на то же число частей, которое заключается въ *HG*.

Если поверхность даннаго участка настолько волнообразна, что представляетъ рѣзкія измѣненія въ общемъ характерѣ рельефа, образуя поперемѣнно горные хребты, лощины, отдѣльно лежащія вершины, котловины (углубленія) и т. п., то предпочитаютъ нивеллированіе участка произвести по направленію осей этихъ хребтовъ и лощинъ, пролагая по нимъ и связывая между собою нивеллирные хода. Если участокъ незначителенъ, то довольствуются иногда вмѣсто полигоновъ отдѣльно лежащими пунктами, заснятыми полярнымъ способомъ. Разсмотримъ каждый случай въ отдѣльности.

Абрисъ—журналъ нивеллированія поверхности луга.

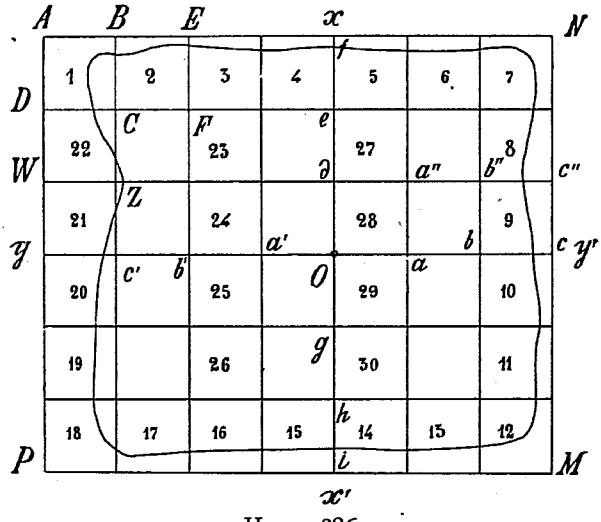
Задача: По данному журналу выразить рельефъ поверхности горизонталями, проводя сѣченіе черезъ $^1/_{10}$ сажени.

	(1)		(2)		(3)		(4)		(5)		(6)		(7)		
A. (h_A = ...)	0.538	0.576	0.622	0.644	0.607	0.545	0.544	0.586	0.631	0.758	0.627	0.675	0.589	0.736	0.615	0.676	*B.*
			1.		2.		3.		4.		5.		6.		7.		8.
	0.740	0.678	0.729	0.833	0.792	0.772	0.772	0.666	0.715	0.853	0.720	0.807	0.722	0.817	*F* 0.694	0.730	
(20)																	(8)
	0.646	0.582	*E*	*I*	0.622	0.603	*L*	*N*	0.507	0.643	*Q*	*S*	0.576	0.673	0.612	0.651	
			20.		21.				23.				25.		9.		
	0.743	0.645	*V*	*W*	0.782	0.789	*X*	*Y*	0.746	0.800	*Z*	*U*	0.692	0.792	*O* 0.734	0.735	
(19)																	(9)
	0.675	0.588			0.680	0.691			0.607	0.662			0.560	0.660	0.675	0.673	
			19.		22.				24.				26.		10.		
	0.688	0.908	*H*	*K*	0.685	0.666	*M*	*P*	0.668	0.770	*R*	*T*	0.702	0.746	*G* 0.760	0.762	
(18)																	(10)
	0.640	0.856	0.688	0.569	0.698	0.682	0.625	0.654	0.598	0.701	0.523	0.604	0.660	0.703	0.641	0.639	
			18.		17.		16.		15.		14.		13.		12.		11.
	0.680	0.828	0.659	0.696	0.820	0.778	0.720	0.776	0.717	0.796	0.620	0.724	0.782	0.731	0.672	0.685	
D			(17)		(16)		(15)		(14)		(13)		(12)		(11)		*C*

По данной начальной отмѣткѣ точки *A.* высчитать отмѣтки: 1) *всѣхъ точекъ* внѣшняго кольца *A.B.C.D.A.* (23-хъ точекъ) и этотъ замкнутый ходъ увязать; 2) высчитать по отмѣткѣ точки *A.* отмѣтку точки *E*; 3) по отмѣткѣ точки *E* высчитать отмѣтки внутренняго кольца *E. I. L. N. Q. S. F. O. G. T. R. P. M. K. H. V. E.* и увязать этотъ ходъ; 4) высчитать и увязать ходы: *I. W. K.; L. X. M.; N. Y. P.; Q. Z. R.; S. U. T.*

1-й случай. Возьмемъ ту часть участка фигуры 325, которую мы желаемъ пронивеллировать *по квадратамъ* [1]).

Пусть всю эту часть мы желаемъ заключить въ прямоугольникъ *ANMP* (черт. 326). Для этого черезъ точку *O*, лежащую приблизительно по серединѣ участка, провѣшиваемъ двѣ взаимно перпендикулярныя линіи, xx' и yy'; по линіи yy', отъ точки *O*, въ противоположныя стороны, отложимъ равныя между собою части, длиною отъ 10 до 20 саженъ. Въ точкахъ отложенія a, b, c, a', b', c', y возставимъ перпендикуляры, и на нихъ отложимъ $aa'' = bb'' = ... = FE = CB = WD .... = gh = hi = = DA = Oa$. Во всѣхъ точкахъ отложенія, т. е. въ вершинахъ квадратовъ забьемъ колышки и составимъ на бумагѣ чертежъ сѣтки квадратовъ. На чертежѣ квадратики перенумеруемъ, начиная съ лѣваго верхняго квадрата, причемъ сперва пронумеруемъ квадраты, лежащіе по границѣ участка. Пусть въ кольцѣ, ограничивающемъ участокъ, оказалось 22 квадрата, тогда приступаютъ къ нумераціи квадратовъ колоннъ или рядовъ. На чертежѣ 326 перенумерованы колонны *черезъ одну*, чрезъ что получается 30 всѣхъ нумерованныхъ квадратиковъ. Придя на мѣстность съ такимъ чертежемъ, становятся съ нивеллиромъ въ серединѣ перваго квадрата и дѣлаютъ взгляды на рейки, установленныя въ вершинахъ *A*, *D*, *B* и *C*. Запись сдѣланныхъ взглядовъ заносятъ на составленный чертежъ въ соотвѣтствующихъ углахъ квадрата; послѣ чего идутъ во 2-й квадратъ съ нивеллиромъ, а рейки изъ *A* и *D* переносятъ въ *E* и *F*. Пронивеллировавъ 2-й квадратъ, переходятъ въ 3-й и т. д. Кончивъ нивеллировкою 22-й квадратъ, переходятъ въ 23-й, нивеллировку начинаютъ отъ точки *F* и такъ идутъ до 26-го квадрата. Окончивъ 26-й переходятъ въ 27-й квадратъ, и здѣсь нивеллировку начинаютъ съ точки *e*, потомъ идутъ въ 28-й квадратъ и т. д., включительно до послѣдняго 30-го квадрата.



Черт. 326.

Во время нивеллировки квадратовъ сдѣланные отсчеты по рейкамъ контролируются слѣдующимъ пріемомъ: пусть взгляды на точки *B* и *C* изъ перваго квадрата были B_1 и C_1, а изъ второго — соотвѣтственно B_2 и C_2, тогда превышеніе точки *C* надъ *B* будетъ

$$B_1 - C_1 = B_2 - C_2,$$

откуда найдемъ

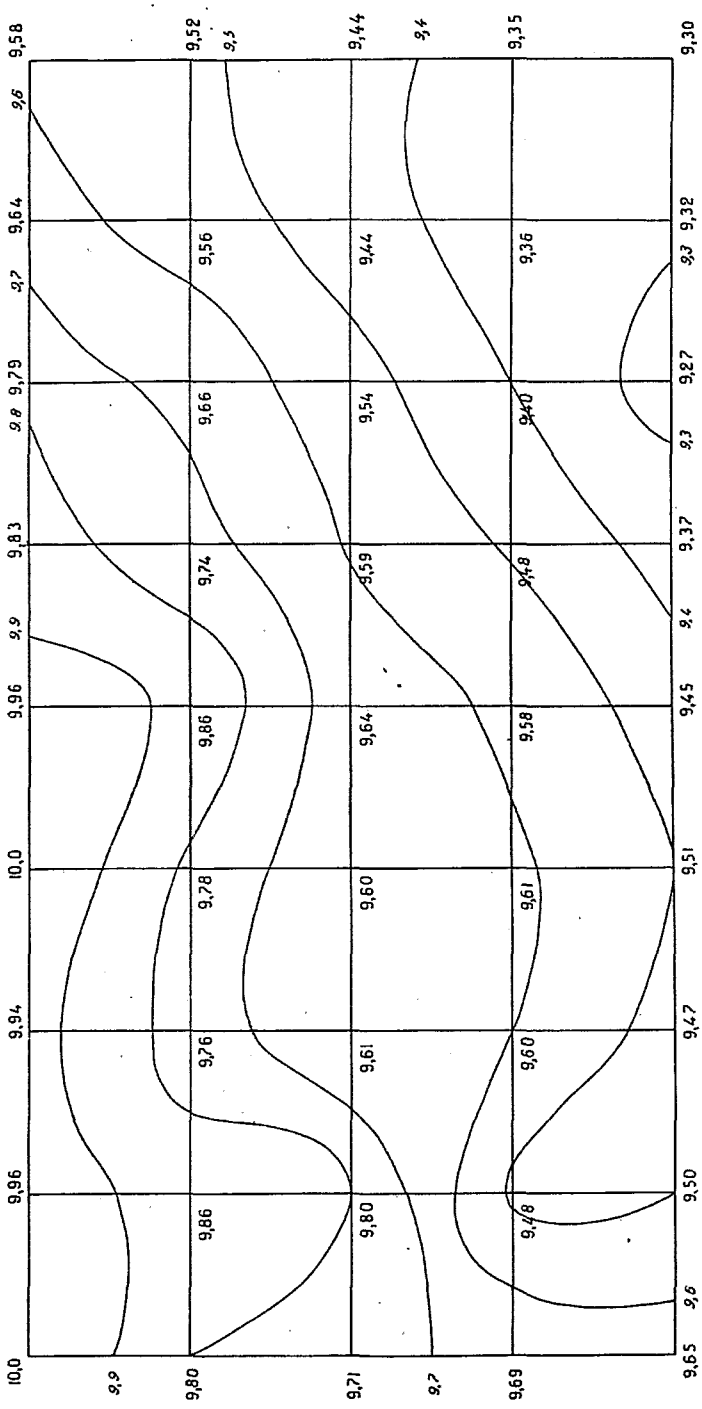
$$B_1 + C_2 = B_2 + C_1$$

---

[1]) Для зыбкихъ мѣстностей способъ квадратовъ практикуется въ холодное время года, когда болото замерзнетъ.

т.-е. *на сторонѣ каждаго квадрата суммы накрестъ лежащихъ взглядовъ должны быть равны между собою.*

По окончаніи полевой работы, дома заготовляютъ въ крупномъ масштабѣ копію съ сѣтки квадратовъ, даютъ точкѣ A отмѣтку (произвольную), напр. 20,000 или связываютъ ее съ репером, и по отмѣткѣ токи A вычисляютъ отмѣтки точекъ $A,B,E,\ldots x,\ldots N,\ldots c'',$ $c,\ldots M\ldots x'\ldots P\ldots$ $W,D,B.$ Увязавъ внѣшнее кольцо, находятъ отмѣтку точки C. Отъ точки C идутъ вычисленіемъ по внутреннему сомкнутому ходу $CF\ldots$ $e\ldots b''b\ldots h\ldots c'ZC$ и его увязываютъ.[1]) Послѣ увязки внутренняго кольца, когда высчитаны отмѣтки его точекъ, начинаютъ вычислять отмѣтки точекъ вдоль вертикальныхъ прямыхъ, проходящихъ черезъ вершины 1) F и b', 2) черезъ a', 3) черезъ e, d, O, g, h, 4) черезъ a'' и a и наконецъ послѣд-ній 5) черезъ b'' и b. Очевидно, что всѣ хода по вертикальнымъ прямымъ должны быть увязаны *между двумя реперами*, от-



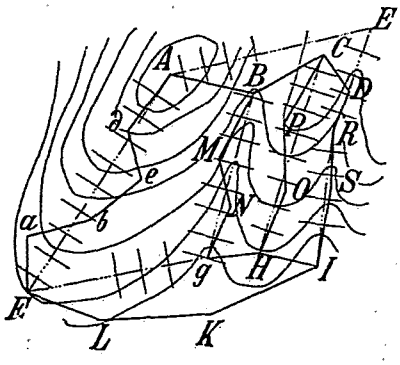
Черт. 327.

[1]) Можно вести вычисленіе отмѣтокъ обоихъ колецъ (внѣшняго и внутренняго) *заразъ*: 1) по данной отмѣткѣ точки A (черт. 326) вычислить отмѣтки точекъ B и C, 2) зная отмѣтки этихъ точекъ, изъ 2-го квадрата вычислить горизонтъ инструмента во второмъ квадратѣ и по отмѣткѣ точки B и по отмѣткѣ точки C, 3) взять средній горизонтъ и 4) по нему вычислить отмѣтки точекъ E и F и т. д.

мѣтки которыхъ получились вычисленіемъ по внутреннему кольцу, такъ, напримѣръ, ходъ *edOgh* начинается съ отмѣтки точки *e* и вычисленіемъ заканчивается отмѣткою точки *h*. Оказавшуюся разницу для отмѣтки точки *h* разлагаютъ на отмѣтки точекъ *d*, *O* и *g*. Какъ примѣръ предлагаемъ слѣдующій *абрисъ-журналъ* нивеллированія поверхностей луга (см. стр. 506).

Надписавъ отмѣтки при вершинахъ квадратовъ на копіи сѣтки, построенной въ крупномъ масштабѣ, приступаютъ къ отысканію и проведенію кривыхъ линій, имѣющихъ во всѣхъ своихъ точкахъ одинаковыя отмѣтки (такъ называемыхъ горизонталей), такъ, напр., сперва ищутъ кривую, отмѣтки точекъ которой были бы 10.000, затѣмъ проводятъ кривую отмѣтокъ 9,9 саж., послѣ того 9,8 саж. и т. д. (черт. 327).

Во второмъ случаѣ, когда на данномъ участкѣ приходится встрѣчать *крутые склоны*, работа располагается слѣдующимъ образомъ: 1) По наиболѣе высокой части участка *ABCDE* (черт. 328) пролагаютъ сомкнутый нивеллирный ходъ, измѣряя длины *AB*, *BC*, *CD*, *DE* и *EA* и углы поворотовъ *A*, *B*, *C*, *D* и *E*, притомъ ходъ прокладывается такъ, чтобы онъ связалъ нивеллировкою вершины *A* и *C* хребтовъ *AF* и *CH* и высшія точки *B* и *E* ущелій *BK* и *EI*. 2) Внизу, подъ горою, у ея подножія связываютъ наиболѣе низкія точки участка, а именно *L*, *g*, *H*, *I*,—также сомкнутымъ полигономъ. Послѣ этого стремятся связать по *наиболѣе отлогому ущелью gNMB* точки *g* и *B* съ помощію разомкнутаго полигона, пройденнаго нивеллировкой впередъ и назадъ. Такіе же разомкнутые полигоны прокладываютъ и по склонамъ *AF* и *CH*, а также по лощинѣ *EI*. Одновременно съ продольною нивеллировкою ведутъ и поперечную.



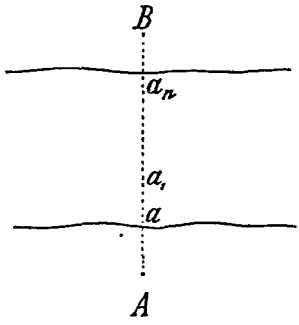
черт. 328.

Вычисленіе отмѣтокъ начинаютъ съ наиболѣе низкой точки, напр., съ точки *K*. Пусть ея отмѣтка *K* дана, тогда по ней вычисляютъ отмѣтки точекъ *L*, *F*, *g*, *H*, *I* по второму сомкнутому ходу. Послѣ этого, имѣя отмѣтку точки *g*, находятъ отмѣтки точекъ *N*, *M* и *B*. По отмѣткѣ точки *B* вычисляютъ отмѣтки вершинъ верхняго полигона. Несомкнутые хода *AB*, *CH* и *DI* увязываютъ по реперамъ *A* и *F*, *C* и *H*, *D* и *I*. Если бы мѣстность не имѣла рѣзкихъ (крутыхъ) склоновъ, то можно было бы ограничиться проложеніемъ сомкнутаго хода *FABgHCDIKLF* въ связи съ поперечными къ нему ходами.

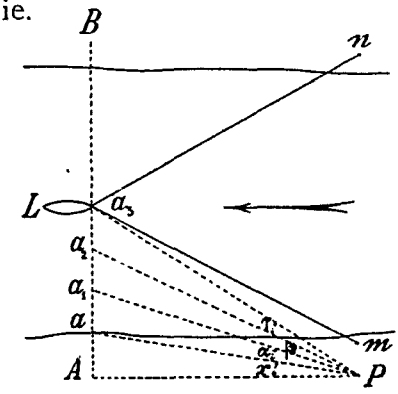
§ 216. Нивеллированіе рѣки. Нивеллированіе рѣки бываетъ двухъ родовъ: 1) съ цѣлью полученія *живого сѣченія* въ данномъ мѣстѣ, т. е. поперечнаго профиля ея дна и береговъ (для опредѣленія формы русла) и 2) для нахожденія уклона уровня ея воды.

Пріемъ опредѣленія формы русла рѣки зависитъ отъ ея ширины. Если рѣчка не широка и по глубинѣ не значительна, то съ одного ея берега на другой перебрасываютъ канатъ (или доску). Притомъ, такъ какъ уровень воды въ рѣкѣ горизонталенъ только по направленію перпендикуляр-

ному къ ея теченію, то направленіе каната должно быть перпендикулярно къ берегамъ. На канатъ черезъ равные промежутки 2—3 сажени привязываются кожаные ярлыки съ номерами. Направляясь на лодкѣ вдоль каната, у каждаго ярлыка опускаютъ рейку, устроенную изъ газовой трубы съ тяжестью на концѣ (наметка), и по намѣткѣ читаютъ глубину рѣки до горизонта ея водъ. Записавъ глубину при соотвѣтствующихъ номерахъ въ журналѣ, дома вычерчиваютъ форму живого сѣченія. Для этого берутъ прямую и на ней откладываютъ горизонтальныя разстоянія между кожаными ярлыками въ какомъ-либо масштабѣ. Изъ точекъ отложенія, внизъ отъ прочерченной линіи возставляютъ перпендикуляры. На перпендикулярахъ откладываютъ соотвѣтствующія глубины и соединяютъ концы этихъ перпендикуляровъ непрерывною чертою, чрезъ что и получаютъ желаемый профиль—живое сѣченіе.



Черт. 329.



Черт. 330.

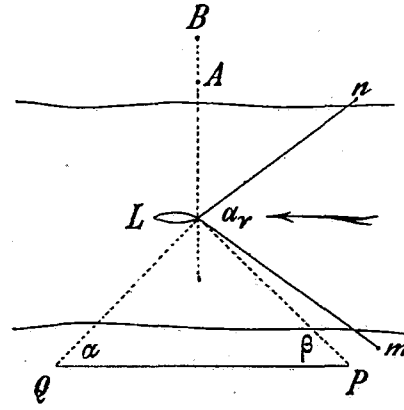
Для широкихъ рѣкъ наиболѣе удобнымъ временемъ года для опредѣленія формы русла считается зима, чрезъ рѣку по льду провѣшиваютъ линію $Aaa_1 \ldots a_n B$ (черт. 329), перпендикулярную къ берегамъ; по направленію этой линіи просверливаютъ ледъ на равныхъ разстояніяхъ и измѣряютъ глубину рѣки [1]). Послѣ чего оба берега нивеллируются до того мѣста, куда доходитъ вода въ большіе разливы; составленный по полученнымъ даннымъ профиль представитъ живое сѣченіе

Лѣтомъ для достиженія той же цѣли поступаютъ иначе; а именно, рѣки меньше 300 саж., при быстромъ теченіи, при ширинѣ натягиваютъ воротомъ черезъ поверхность воды по направленію линіи $Aaa_1 \ldots a_n B$ (черт. 329) канатъ съ узлами на опредѣленныхъ разстояніяхъ и, подъѣзжая на лодкѣ къ каждому узлу, измѣряютъ глубину рѣки. Чтобы канатъ по тяжести своей не тонулъ, его поддерживаютъ лодками по крайней мѣрѣ чрезъ каждыя 50 саж. Лодки держатся неподвижно на якоряхъ по срединѣ ея барку, а между нею и берегами—лодки на взаим-

[1]) Это дѣлается или намѣткою, или лотомъ, который представляетъ собою гирю, привязанную къ концу веревки. Вслѣдствіе теченія рѣки и присутствія въ ней мелкаго зернистаго льда, подъ сплошною его массою, лотъ можетъ быть отнесенъ по теченію или задержанъ, а потому вѣсъ гири долженъ быть значительный (напр., два пуда, при глубинѣ 5 саж.). Если надо опредѣлить также и качество грунта, то въ основаніи гири дѣлается углубленіе, заливаемое саломъ.

ныхъ разстояніяхъ около 10 саж.; протягиваютъ по данному направленію канатъ и поступаютъ по предыдущему.

Другой пріемъ состоитъ въ томъ, что на одномъ изъ береговъ рѣки измѣряютъ базисъ AP (черт. 330), приблизительно перпендикулярный къ AB и — равный ширинѣ рѣки, а также измѣряютъ при точкѣ A уголъ BAP. Послѣ этого одинъ изъ съемщиковъ съ зрительною трубою становится въ A, а другой съ угломѣрнымъ инструментомъ въ P и, направивъ трубу инструмента на A, дѣлаетъ отсчетъ на лимбѣ. Затѣмъ съемщикъ въ B даетъ знакъ установить лодку въ створѣ AB, напр., въ точкѣ a. Когда съемщикъ въ A даетъ знакъ, что лодка находится въ створѣ AB, рабочій опускаетъ наметку, а съемщикъ въ P, направляя трубу инструмента на намѣтку, отсчитываетъ уголъ x. Въ a измѣряется глубина. Послѣдующія глубины въ a_1, a_2, a_3... измѣряются съ лодки L, которая удерживается на линіи AB съемщикомъ A. При измѣреніи глубинъ съемщикъ P поворачиваетъ алидаду инструмента и послѣдовательно опредѣляетъ углы α, β, γ,.... Чтобы устанавливать лодку въ надлежащихъ точкахъ, необходимы или два якоря, или два столба m и n, къ которымъ привязаны канаты; ослабляя одинъ изъ нихъ и натягивая другой, можно передвинуть лодку по указанію съемщиковъ. Длина каждаго изъ канатовъ должна быть, разумѣется, болѣе ширины рѣки, а потому для перетягиванія ихъ иногда нужны на носу лодки два ворота.



черт. 331.

Если въ распоряженіи съемщиковъ имѣются два угломѣрные инструмента, то, установивъ ихъ на концахъ измѣреннаго базиса QP (черт. 331), положеніе опускаемой въ воду съ лодки намѣтки опредѣляется *засѣчкою впередъ*, съемщики одновременно по данному знаку мѣряютъ углы α и β въ тотъ моментъ, когда рабочій находится въ точкѣ a, на лодкѣ L, удерживаемой на якоряхъ m и n. При этомъ рабочій передвигаетъ лодку по створу вѣхъ A и B, выставленныхъ на одномъ изъ береговъ, и останавливаетъ ее чрезъ опредѣленное число гребковъ.

Опредѣленіе уклона рѣки. [1]). Начальную и конечную точку при нивеллировкѣ урѣза воды стремятся отнести *къ одному и тому же уровню воды*. Зная отмѣтки этихъ двухъ точекъ, достаточно разность отмѣтокъ начальной и конечной точки продольной вдоль берега рѣки нивеллировки раздѣлить на горизонтальное разстояніе между ними, чтобы получить уклонъ рѣки. Поэтому если допустить, что уровень воды въ рѣкѣ остается все время безъ измѣненія, то опредѣленія уклона рѣки лучше всего можно было бы достигнуть нивеллировкою поверхности ея воды, *располагая ни-*

[1]) Лучше всего производить при помощи *точной* нивеллировки, напр. по способу *Зейбта* (см. „Извѣстія собранія инженеровъ путей сообщенія", 1901 годъ, №№ 9 и 10).

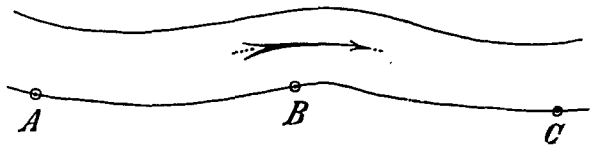
веллирный ходъ по берегу, по возможности параллельно линіи теченія рѣки. При этомъ можно было бы забивать пикетажные колья, начиная отъ того мѣста, съ котораго желаютъ опредѣлить уклонъ, черезъ каждые 25—50 саженъ или же на иныхъ разстояніяхъ, болѣе подходящихъ къ строенію откосовъ берега; на колья урѣза воды можно было бы ставить рейки, наблюдая, чтобы вода касалась пятокъ рейки.

Сдѣланныхъ по рейкамъ взглядовъ и измѣренныхъ между ними разстояній вполнѣ было бы достаточно для опредѣленія паденія и уклона рѣки. Въ небольшихъ рѣчкахъ, ручьяхъ и каналахъ (водотокахъ) можно было бы рейки ставить прямо на дно по серединѣ ложа водотока, и въ зрительную трубу, по рейкамъ читать высоту горизонтальнаго луча зрѣнія, а непосредственно (по рейкамъ) еще и высоту горизонта воды. Чрезъ это одновременно опредѣлились бы уклоны дна и поверхности воды.

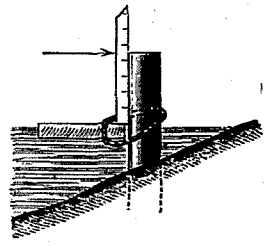
Допустивъ постоянство уровня воды въ рѣкѣ, для насъ становится совершенно безразличнымъ, какъ направлена нивеллировка, вверхъ или внизъ по теченію рѣки, а также—идетъ ли работа быстро или медленно: отъ этого величина уклона не пострадаетъ. При этомъ нивеллированіе рѣки отличалось бы отъ нивеллировки узкой полосы земли, напр., шоссе, только тѣмъ, что выборъ мѣста для постановки рейки при водѣ болѣе затруднителенъ, чѣмъ на дорогѣ, да еще тѣмъ, что на дорогѣ стороны нивеллирнаго хода можно направить вдоль ея оси, а на рѣкѣ ихъ приходится пролагать параллельно урѣзу воды по берегу. Препятствія же къ правильной постановкѣ рейки встрѣтились бы и здѣсь, и тамъ: на дорогѣ неизбѣжныя выбоины, на рѣкѣ пониженіе и повышеніе уровня воды вслѣдствіе вѣтра и присутствія волнъ, особенно если рѣка судоходна. Устраненіе вліянія волнъ и вѣтра можетъ быть достигнуто на пологихъ берегахъ прорытіемъ небольшихъ канавокъ, перпендикулярныхъ къ берегу и постановкою рейки у конца канавки, а отчасти тѣмъ, что на пути волнъ можно поставить волноломъ (въ видѣ жердей, фашинника, бездонной корзины и т. п.).

Представимъ теперь себѣ, что *уровень воды въ рѣкѣ не остается постояннымъ, а постепенно повышается* (*или понижается*), такъ какъ прибыль воды въ рѣкѣ не соотвѣтствуетъ ея расходу. Такого рода неравномѣрный расходъ въ количествѣ воды можетъ породить явленіе, сходное или съ подпоромъ воды запрудою, или пониженіе горизонта воды отъ открытія шлюза, а нивеллированіе измѣняющагося уровня воды въ рѣкѣ, въ эти моменты, могло бы привести къ ложному заключенію, а именно, что уклонъ рѣки противоположенъ дѣйствительному ея уклону. Такое заключеніе можетъ произойти при нивеллированіи рѣки внизъ по теченію при повышающемся горизонтѣ (подпоръ воды), а также при нивеллированіи вверхъ по рѣкѣ во время пониженія уровня воды (спадъ воды въ открытый шлюзъ). Подпоръ и спадъ воды равносильны подъему и опусканію пятки рейки во время нивеллировки, такъ какъ пятка рейки должна касаться воды. Вслѣдствіе этого нивеллированіе воды въ рѣкѣ должно быть отнесено на всемъ нивеллируемомъ участкѣ *къ одному и тому же ея уровню въ одинъ и тотъ же заранѣе опредѣленный моментъ*, а въ случаѣ, если одновременныхъ на-

блюденій уровней воды въ рѣкѣ *въ различныхъ ея пунктахъ* невозможно произвести, то послѣдовательно произведенныя наблюденія слѣдуетъ путемъ вычисленія привести къ одному и тому же моменту времени. Для одновременныхъ наблюденій уровня воды въ рѣкѣ на нивеллируемомъ участкѣ забиваютъ рядъ кольевъ A, B, C (черт. 332) на разстояніи отъ 1 до 2 верстъ другъ отъ друга; каждый изъ наблюдателей забиваетъ свой колъ такъ, чтобы въ условленный моментъ (по часамъ, свѣреннымъ съ часами другихъ наблюдателей или по сигналу, напр. по выстрѣлу), верхушка кола была или въ уровень съ водою (тогда рядомъ съ нимъ для видимости наблюдатель загоняетъ другой, болѣе высокій колъ), или же верхушка кола оставляется на значительной высотѣ надъ водою и на ней дѣлается замѣтка (напр. зарубка ножемъ) въ условленный моментъ, показывающая высоту горизонта воды. Вмѣсто зарубокъ можно сдѣлать одновременно измѣреніе высотъ верхушекъ кольевъ надъ водою. Лучше всего дѣлать такое измѣреніе помощію поплавка (черт. 333), состоящаго изъ дощечки съ дѣленіями, съ веревочною петлею, надѣваемой на колъ.



Черт. 332.


Черт. 333.

Наблюденіе высоты воды на забитыхъ кольяхъ дѣлается или до нивеллировки ихъ верхушекъ, или послѣ нея, *но всегда въ одинъ и тотъ же моментъ времени:* тогда по отмѣткамъ верхушекъ кольевъ A, B, C, полученнымъ изъ нивеллировки, и измѣреннымъ высотамъ кольевъ надъ водою, опредѣлятся отмѣтки уровня воды у кольевъ A, B, и C, а по нимъ и превышенія h_1 и h_2 уровня воды у кола A надъ B и у кола B надъ—C. По построенному на бумагѣ нивеллирному ходу можно *измѣрить разстоянія* AB и BC, а слѣдовательно найти уклоны рѣки

$$p_1 = \frac{h_1}{AB},\quad p_2 = \frac{h_2}{BC} \text{ и } p = \frac{1}{2}(p_1 + p_2).$$

Самое нивеллированіе между реперами A и B, а также B и C дѣлается два раза: впередъ и назадъ обычнымъ пріемомъ продольной нивеллировки, безъ разбивки закругленій по ея оси.

Въ случаѣ недостатка въ числѣ наблюдателей, однако, когда ихъ не менѣе двухъ, возможно наблюдать высоту воды сперва, напр., на кольяхъ A и B, а затѣмъ на B и C, и при посредствѣ двойного наблюденія высоты воды на колѣ B можно опредѣлить одновременную высоту воды на колѣ C и на колѣ A: для этого, разумѣется, достаточно въ наблюденную высоту воды кола C ввести съ соотвѣтствующимъ знакомъ *разность двухъ наблюденныхъ высотъ воды на колѣ B.*

При наличности только одного наблюдателя необходимо: 1) допустить гипотезу, что измѣненіе высоты уровня воды въ рѣкѣ совершается пропорціонально времени и для удобства вычисленія, а также для допущенія существованія гипотезы на возможно меньшій промежутокъ времени 2) требовать, чтобы на наблюденія высоты воды на всѣхъ забитыхъ кольяхъ и на проходъ отъ кола до кола тратилось столько же времени при обратномъ ходѣ [1]), сколько и при прямомъ ходѣ; тогда среднее изъ двухъ наблюденій для каждаго кола можно считать отнесеннымъ къ одному и тому же моменту времени, а именно считать его отнесеннымъ къ уровню воды, въ средній моментъ промежутка времени, потраченнаго на наблюденія и прохожденіе прямого и обратнаго хода.

Пусть, напримѣръ, на колѣ i первое наблюденіе было сдѣлано въ моментъ t_i, а второе въ t'_i, измѣненіе высоты уровня воды за единицу времени $= \pm q$, начальная высота уровня воды въ моментъ t_i пусть была s, тогда

$$s + q\frac{t'_i - t_i}{2}$$

даетъ высоту уровня воды на колѣ i въ моментъ времени $= \frac{1}{2}(t_i + t'_i)$.

Къ этому же моменту времени будутъ отнесены и наблюденія на прочихъ кольяхъ.

Самыя наблюденія, какъ уже сказано, нужно дѣлать однимъ и тѣмъ же переноснымъ поплавкомъ во избѣжаніе ошибокъ отъ (смачиванія) прилипанія воды къ шкалѣ, непосредственно погруженной въ воду.

Примѣръ 2-й. Пусть въ точкѣ A (черт. 332) забитъ колъ въ уровень съ водою въ 8 часовъ утра, идя нивеллировкою по берегу, пришли въ B въ 12 часовъ дня и сдѣлали на колѣ B замѣтку уровня воды, въ C были въ 2 часа дня и также вбили здѣсь колъ въ уровень съ горизонтомъ воды. Въ A вернулись въ 8 часовъ вечера и на колѣ сдѣлали вторую замѣтку, стоящую выше первой на величину h. Слѣдовательно, за единицу времени вода прибывала на величину $h : 12 = q$. Въ точкѣ B въ 12 часовъ *горизонтъ былъ выше*, чѣмъ онъ былъ бы въ 8 часовъ утра, на величину $q \times 4$, а въ C—на величину $q \times 6$. Поэтому, ставя рейку на колъ B въ 12 часовъ мы дѣлали отсчетъ по рейкѣ меньшій, чѣмъ слѣдовало, на величину $4q$, ибо вода, а слѣдовательно и подошва рейки стояли выше. Вводя величину $4q$ съ знакомъ $+$ въ отсчетъ по рейкѣ и вычисляя по журналу отмѣтку точки B, мы получимъ вѣрный уклонъ p_1 промежутка AB. Отсчетъ по рейкѣ въ точкѣ C придется исправлять на $6q$.

Когда окажется, что рѣка имѣетъ разные уклоны на обоихъ берегахъ, то среднее изъ опредѣленныхъ уклоновъ можно считать за уклонъ средины рѣки. Примѣромъ малаго уклона рѣки можетъ служить уклонъ Москвы-рѣки между городами Москвою и Коломною, гдѣ онъ равенъ почти 0,0001 [2]). (далѣе см. стр. 518).

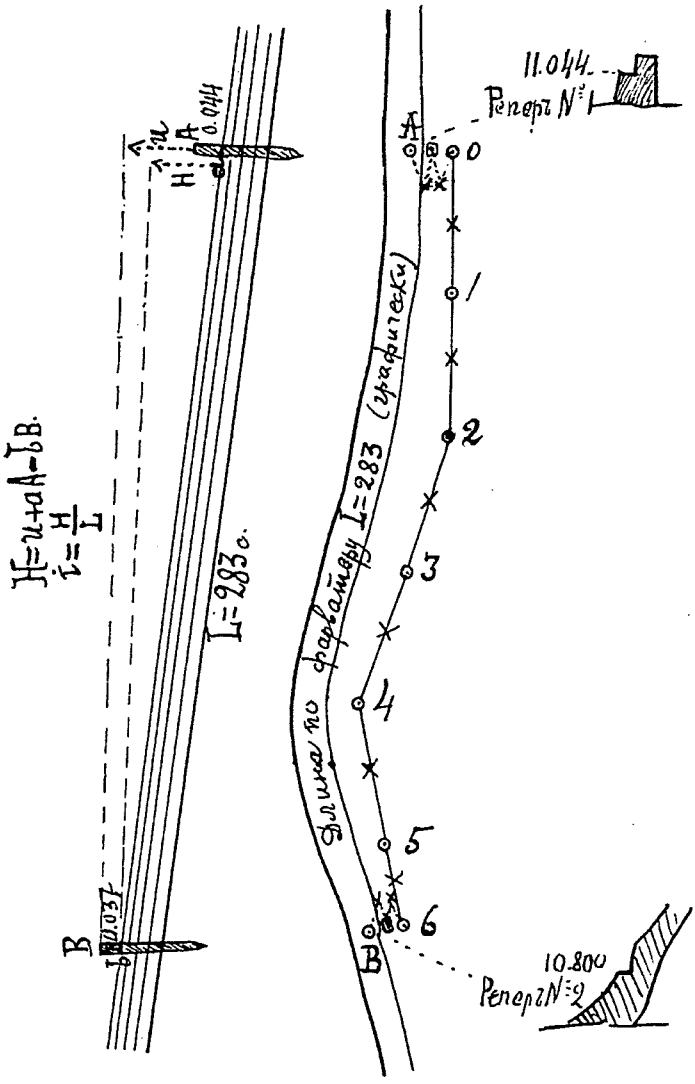
---

[1]) Сдѣланномъ *немедленно* послѣ прямого.

[2]) Если бы поднимался вопросъ о томъ, — *какой высоты плотину* въ точкѣ B (черт. 332) можно поставить, при условіи, что подпруженая вода, принимающая гори-

Эскизъ къ примѣру опредѣленія уклона рѣки

по двумъ одновременно забитымъ кольямъ.



Черт. 334.

Примѣчаніе. Колья *A* и *B* одновременно забиты на разстояніи 0.2 с. отъ берега. Репера взяты на случай опредѣленія уклона при другихъ горизонтахъ воды въ рѣкѣ (чтобы не дѣлать вторично нивеллировку по берегу. Крестиками обозначены мѣста постановки нивеллира).

зонтальное направленіе, *не* затопитъ точку *A;* то, *приближенно* рѣшая вопросъ, можно было бы сказать,—не выше разности отмѣтокъ точекъ *A* и *B*. Болѣе точно задача эта рѣшается въ гидравликѣ.

Числовой примѣръ сложнаго нивеллированія прямымъ и обратнымъ ходами глухимъ нивеллиромъ съ [1]) обработкой журнала методомъ „повышеній и пониженій“.

Точки.	Разстоянія.	Взглядъ (въ тысячн. доляхъ саж.). Задн.	Взглядъ (въ тысячн. доляхъ саж.). Перед.	Разности уровней. Повыш. +	Разности уровней. Пониж. —	Средняя разности уров. изъ прям. и обрат. ход.	Условія отмѣтки.	Примѣчанія.
A		1339					10.000	Примѣръ взятъ изъ работы по опредѣленію уклона рѣки во время половодья.
Репер. № 1.	3		295	+ 1044		+ 1044	11.044	
Репер. № 1.		1107						*A* и *B* — колья, забитые около берега, съ затесанными гранями, на которыхъ, въ одно и то же время, сдѣланы, на уровнѣ воды, карандашемъ мѣтки *a* и *b*.
Пикет. № 0.	7		411	+ 696		+ 695,5	11.739,5	
0		817						Разстоянія этихъ мѣтокъ отъ верхушекъ кольевъ оказались:
1	50		170	+ 647		+ 647	12.386,5	
1		423						$aA = 0.044;$
2	50		451		— 028	— 028	12.358,5	
2		113						$bB = 0.037.$
3	50		681		— 568	— 568	11.790,5	
3		794						Реперами служатъ площадки ступенекъ, выпиленныхъ на пняхъ противъ кольевъ (см. схематическій чертежъ).
4	50		270	+ 524		+ 524	12.314,5	
4		813						
5	50		1641		— 828	— 827	11.487,5	
5		1383						
6	30		541	+ 842		+ 842	12.329,5	
6		214						Разность уровней точекъ *B* и *A*
Репер. № 2.	7		1744		— 1530	— 1529,5	10.800	$u = 0.143.$
Репер. № 2.		678						
B	2		1335		— 657	— 657	10.143	
Контроль		7681	7539	+ 3753	— 3611	+ 143	10.143	
		7539		— 3611			10.000	
		+ 142		+ 142			+ 143	

Обратный ходъ.

B		1335					
Репер. № 2.			678	+ 657			
Репер. № 2.		1744					
6			215	+ 1529			
6		205					
5			1047		— 842		
5		1034					
4			208	+ 826			
4		320					
3			844		— 524		
3		700					
2			132	+ 568			
2		401					
1			373	+ 028			
1		180					
0			827		— 647		
0		433					
Репер. № 1.			1128		— 695		
Репер. № 1.		396					
A			1440		— 1044		
Контроль		6748	—6892	+ 3608	— 3752		
		—6892		— 3752			
		— 144		— 144			
При прямомъ ходѣ.				+ 142			
Невязка.				002			

Паденіе рѣки между точками *B* и *A*

$$H = u + aA - bB = 0.143 + 0.044 - \\ - 0.037 = 0.150.$$

Соотвѣтствующая этому паденію длина по фарватеру

$$L = 283 \text{ (по плану).}$$

Уклонъ

$$i = \frac{H}{L} = \frac{0.150}{283} = 0.00053.$$

[1]) Примѣръ заимствованъ изъ работъ *А. Н. Ширяева* по гидро-техническимъ изысканіямъ.

Уклоны *Волги* различны: отъ 0,00008 до 0,00032.
„ *Нѣмана* отъ Гродно до Ковно, почти 0,0003.
„ *Невы* въ Петербургѣ — 0,000014.
„ *Сены*—0,00004 (между Руаномъ и Гавромъ).
„ *Бѣлой*—отъ 0,00007 до 0,00060.

§ 216. Нивеллированіе дна стоячихъ водъ пруда, озера и части моря удобнѣе всего дѣлать зимою по льду; оно состоитъ въ томъ, что по плану, составленному для береговъ и урѣза воды, намѣчаютъ направленія, по которымъ производятъ промѣры глубинъ дна водохранилища на подобіе того, какъ это дѣлалось для опредѣленія живого сѣченія рѣки. Для пруда и небольшого озера лѣтомъ разбиваютъ на берегу два пересѣкающихся, лучше взаимно перпендикулярныхъ направленія, на которыхъ отмѣряютъ равныя между собою разстоянія. Черезъ точки отложенія одной прямой на планѣ проводятъ линіи, параллельныя другой. На мѣстности дѣлаютъ промѣры съ лодки, устанавливаемой послѣдовательно въ точкахъ пересѣченія параллелей, а на планѣ записываются результаты при соотвѣтствующихъ точкахъ. Для большихъ озеръ и моря по плану намѣчаютъ рядъ магистралей, по которымъ впослѣдствіи будутъ дѣлаться промѣры глубинъ. На мѣстности, на берегу, направленіе каждой магистрали обозначается парою вѣхъ, по створу которыхъ направляется лодка. Конечныя точки магистралей, а также и нѣкоторыя промежуточныя точки опредѣляются засѣчками при помощи угломѣрныхъ инструментовъ (см. черт. 330 и 331). По направленію каждой магистрали съ лодки черезъ каждые 20—30 гребковъ (ударовъ веслами) производится промѣръ глубины дна; причемъ не всѣ точки стоянія лодки замѣчаются инструментомъ, а лишь тѣ, которыя соотвѣтствуютъ 5, 10, 15, 20-му промѣру; онѣ замѣчаются тѣмъ, что въ нихъ съ лодки выкидываютъ флагъ, и положеніе его опредѣляется съ берега засѣчкою. Нанеся на планъ точки засѣчекъ по магистрали, дѣлятъ промежутки между засѣченными точками на равныя части по числу произведенныхъ между ними промѣровъ.

Объемъ стоячей жидкости (воды, нефти) *въ пронивеллированномъ по квадратамъ пруду* опредѣляется какъ сумма объемовъ[1]) многогранниковъ, ограниченныхъ съ боковъ вертикальными плоскостями, сверху—уровнемъ воды, а снизу—соотвѣтствующей частью дна. Если въ 4 вершинахъ квадрата со стороною a глубины дна равны соотвѣтственно m, n, p, q, то объемъ v многогранника, сходнаго съ параллелепипедомъ, будетъ

$$v = \frac{m+n+p+q}{4} \cdot a^2 \text{ [2])}.$$

§ 217. Точныя или основныя нивеллировки [3]). Въ предыдущихъ §§-ахъ нами

---

[1]) Вычисленіе объемовъ земли и будетъ изложено ниже—въ дополнительныхъ статьяхъ.

[2]) Формула эта выводится, допуская, что поверхность дна пруда есть косая плоскость.

[3]) Статья переработана вновь при содѣйствіи и участіи Э. В. Вархаловскаго.

былъ изложенъ вопросъ о производствѣ нивеллированія съ цѣлью опредѣленія вертикальнаго сѣченія мѣстности по направленію данной линіи или же съ цѣлью опредѣленія рельефа цѣлой полосы или поверхности земли. Такое нивеллированіе производится при всѣхъ техническихъ работахъ (проведеніе дорогъ, осушка болотъ, орошеніе и т. д.). Но кромѣ такого *техническаго* нивеллированія, которое можно назвать нивеллированіемъ *второго разряда*, производится еще и нивеллированіе *перваго разряда*, называемое *точнымъ* или *прецизіоннымъ*. *Цѣль* этого нивеллированія нерѣдко *научная*, но вмѣстѣ съ тѣмъ и *практическая*,—дать возможно точное опредѣленіе относительныхъ высотъ *нѣкоторыхъ основныхъ пунктовъ*, которые могли бы служить исходными данными при всякаго рода техническихъ нивеллировкахъ (подобно тому, какъ тригонометрическая сѣть служитъ основою для горизонтальной съемки).[1]) Изъ сказаннаго слѣдуетъ, что при точномъ нивеллированіи имѣютъ значеніе только *основныя* точки, *промежуточныя* же представляютъ только *связующее звено*, а поэтому онѣ ничѣмъ на мѣстности *не закрѣпляются* (пикетажа не разбиваютъ). *Основныя* же точки, въ виду особой ихъ важности, слѣдуетъ укрѣпить со всей тщательностью, при чемъ нужно помнить, что онѣ должны сохраняться на долгое время. Этимъ условіямъ будутъ отвѣчать: центры тригонометрическихъ знаковъ[1]), надлежащимъ образомъ обозначенная точка на стѣнѣ каменнаго сооруженія (дома, церкви, вокзала, моста и т. п.) и проч. *Знаки*, которыми отмѣчаются точки прецизіоннаго нивеллированія, носятъ названіе *закладныхъ марокъ* или *реперовъ*[2]). Марки имѣютъ весьма разнообразную форму. Приведемъ нѣкоторыя изъ нихъ.

Закладная марка нашего *Главнаго Штаба*, изображенная на черт. 335 вылита изъ чугуна; на лицевой сторонѣ круглой ея доски (діаметромъ около 13.5 сант.) выпуклыми буквами сокращенно написано кругомъ „*Нивеллировка Главнаго Штаба*“; наверху помѣщенъ годъ постановки, а внизу номеръ марки; въ серединѣ доски имѣется точка, изображающая *центръ марки*, высота котораго опредѣлена нивеллированіемъ надъ принятымъ уровнемъ воды (у насъ надъ среднимъ уровнемъ Балтійскаго моря)[3]). На обратной сторонѣ марки имѣется стержень съ зазубринами или уступами, постепенно расширяющимися къ концу (длина стержня = приблизительно 8.5 сант. = 3.5 дм., а вѣсъ всей марки около 2 фунт.). Для укрѣпленія такой марки на данномъ сооруженіи пробивается въ каменной кладкѣ глубокое квадратное углубленіе, въ которое дня за два до производства нивеллированія вставляется стержень марки и заливается жидкимъ цементомъ, дабы цементъ могъ затвердѣть и дать маркѣ неизмѣнное положеніе. Нивеллировки Гл. Шт. располагаются преимущественно по *линіямъ же-*



Черт. 335.

[1]) См. ниже стр. о тригонометрической сѣти.

[2]) У насъ реперами обычно называютъ знаки, устанавливаемые при техническихъ нивеллировкахъ особаго рода: городскихъ, канализаціонныхъ и др.

[3]) На Югѣ надъ уровнемъ Чернаго моря.

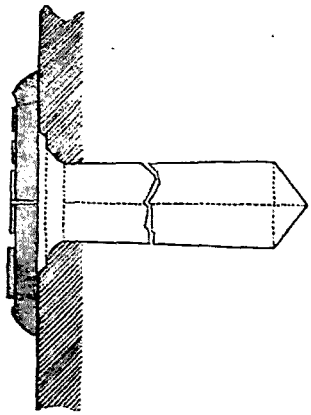
льзныхъ дорогъ, и марки закладываются на разстояніи 20—30 верстъ (въ большинствѣ на стѣнахъ паровозныхъ зданій).

При устройствѣ канализаціи въ гор. *Москвѣ* производилась также точная нивеллировка (основная нивеллировка), *марки* которой изображены на чертежахъ 335a и 335b. Особенность этихъ марокъ представляетъ то, что въ центрѣ ихъ выступаетъ небольшой горизонтальный штифтъ, обыкновенно задвинутый внутрь марки.

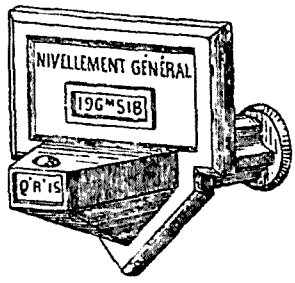


Черт. 335a.

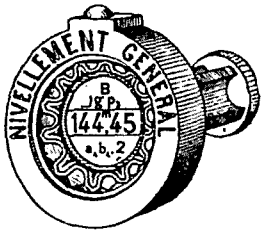
При генеральномъ нивеллированіи *Франціи*, произведенномъ подъ руководствомъ Lallemand'a, были установлены марки, общій видъ которыхъ данъ на чертежахъ 335c и 335d. Числа 196.^{m}518, 144.^{m}45 представляютъ альтитуды верхней точки сфериче скаго выступа марки; а значки $Q'\,R'\,15$ и $Bgp_3 \cdot a_4\,b_4 \cdot 2$—номеръ марки.



Черт. 335b.

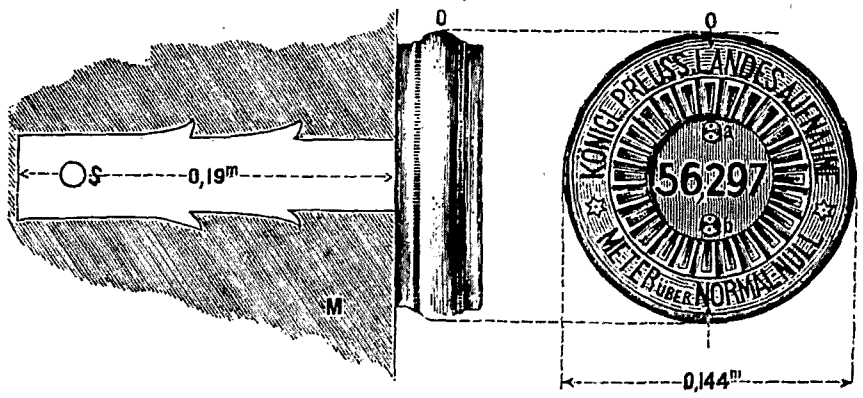


Черт. 335c.



Черт. 335d.

Марка *Прусской* нивеллировки имѣетъ видъ, представленный на черт. 335e; въ центрѣ диска написана высота наивысшей точки 0 надъ уровнемъ *NN* (нормальный нуль).

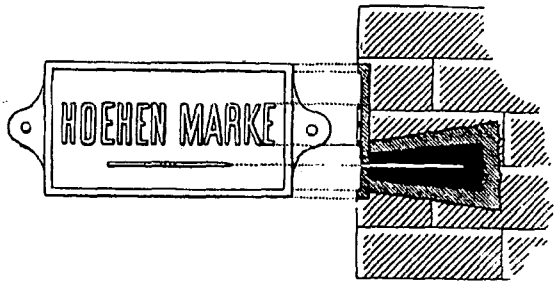


Черт. 335e.

Австрійская марка изображена на черт. 335f.

Приведенные выше знаки устанавливаются въ главныхъ точкахъ; точки второго класса отмѣчаются болѣе простыми *реперами*, которые тоже имѣютъ

разнообразную форму. Такъ напр. репера старой *Московской* нивеллировки имѣютъ форму равнобедреннаго треугольника съ основаніемъ 24.5 и высотою около 12.7 сантиметровъ. На лицевой сторонѣ репера (черт. 336a) сдѣланы слѣдующія выпуклыя надписи: 1877 (годъ постановки репера), 500 (номеръ по порядку) и 14.33; это послѣднее число есть отмѣтка въ



Черт. 335f.

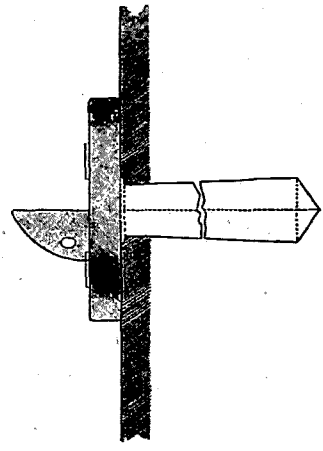


Черт. 336a.

саженяхъ сквозной горизонтальной черты, сдѣланной надъ нимъ. (Высоты взяты относительно уровня Москвы-рѣки подъ Даниловымъ монастыремъ; чтобы получить высоты относительно уровня Балтійскаго моря нужно еще прибавить 54.20 саж., что представляетъ высоту средняго уровня Москвы-рѣки у Даниловскаго монастыря надъ уровнемъ Балтійскаго моря). Прикрѣпленіе репера къ стѣнѣ производилось ершовыми гвоздями, которые, проходя черезъ круглыя отверстія вблизи вершинъ треугольника репера, вбивались въ деревянныя пробки, загнанныя предварительно въ глубокія отверстія въ каменной кладкѣ. За послѣднее время при канализаціи Москвы употреблялись реперы, представленные на чертежахъ 336b и 336c. Они забивались въ стѣны черезъ каждыя 50 саж.; точкою нивеллировки у нихъ служитъ ребро двугранаго угла въ 120° въ центрѣ репера. Число 2374 есть номеръ репера.



Черт. 336b.



Черт. 336c.

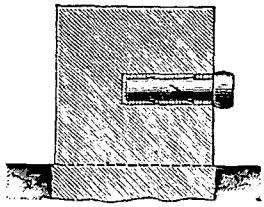
Берлинскій реперъ представленъ на черт. 336d и 336e; нивеллирный пунктъ его есть верхняя точка выступающей изъ стѣны части репера; число 523 на лицевой сторонѣ есть номеръ репера.

Саксонскій реперъ *Вейсбаха* (черт. 337), состоитъ изъ бронзоваго болта съ горизонтальнымъ штифтомъ, прикрытымъ пластинкой (на подобіе московской марки).

Инструменты, употребляемые при точныхъ нивеллировкахъ,—нивеллиры и рейки,—нѣсколько отличаются отъ тѣхъ, какими производятся техническія нивеллировки.

Нивеллиры для производства прецизіоннаго нивеллированія нужно примѣнять тѣ, въ которыхъ достаточно сильна труба, чувствителенъ

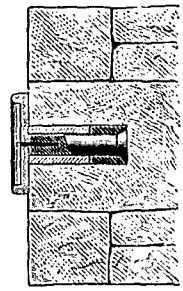
уровень, и конструкція которыхъ позволяетъ удобнѣе и тщательнѣе производить наблюденія. Къ такимъ относятся: описанный выше нивеллиръ *Кёрна* съ перекладывающимися трубою и уровнемъ; увеличеніе трубы въ



Черт. 336d.

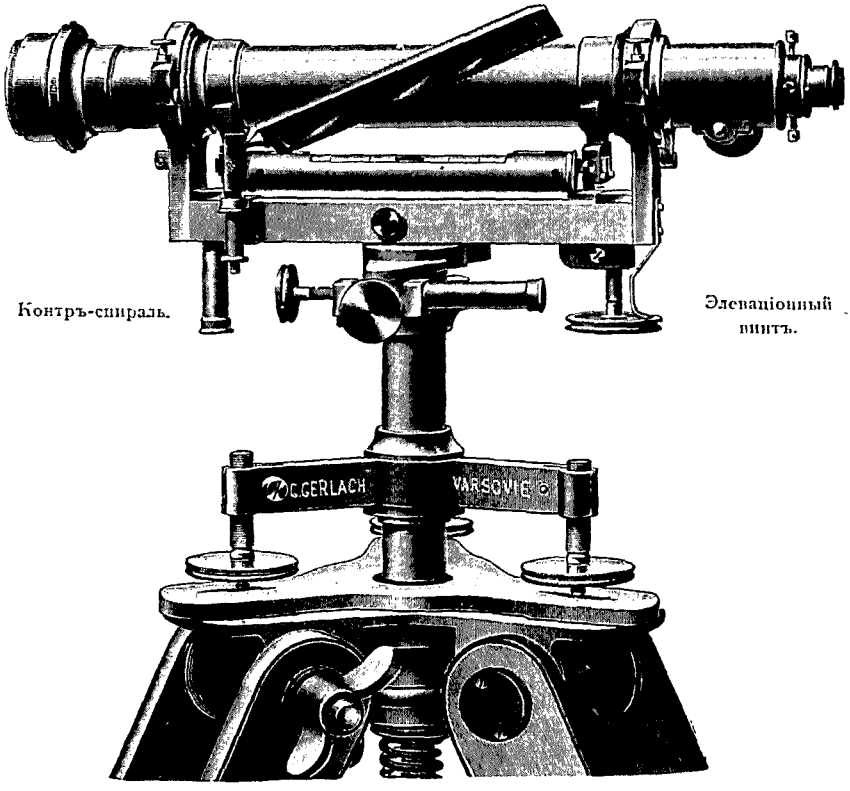


Черт. 336c.



Черт. 337.

немъ около 50, а цѣна одного дѣленія уровня около 3″.5; нивеллиръ *Таверньс и Граве,* о которомъ было уже сказано; нивеллиръ *Бамберга* (черт. 338), труба котораго даетъ увеличеніе въ 35 разъ, а одно дѣленіе уров-



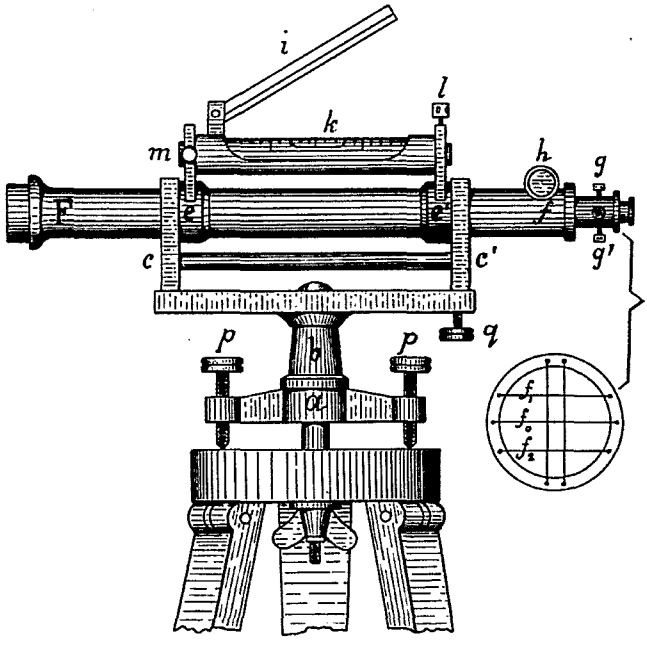
Черт. 338.

ня = 5″[1]) и другіе. Всѣ названные инструменты снабжены *элевационными* винтами, при чемъ въ нѣкоторыхъ изъ нихъ на шляпкѣ винта нанесены дѣленія и имѣется указатель (Бамбергъ), въ другихъ шляпка элевационнаго

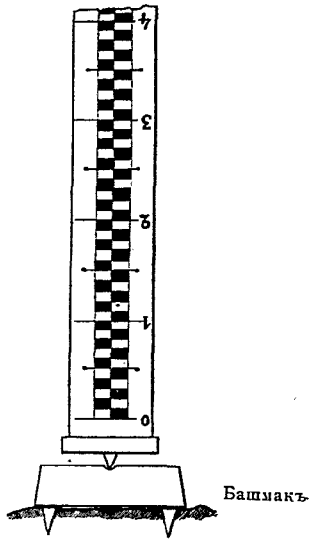
[1]) Одинъ экземпляръ его (новѣйшей работы) имѣется въ музеѣ Межевого Института.

винта безъ дѣленій (Кернъ) (черт. 338a). Элевацiонный винтъ и контръ-спираль (у Бамберга) устроены такимъ образомъ, что при дѣйствiи винта вращеніе верхней части происходитъ около горизонтальной оси, находящейся посерединѣ подставки. Такъ, напр., подставка нивеллира Бамберга имѣетъ П-образное поперечное сѣченіе, въ одномъ концѣ ея помѣщается винтъ, въ другомъ цилиндрическая капсюля съ пружиной. Благодаря такому устройству элевацiоннаго винта, мы, дѣйствуя имъ, не мѣняемъ высоты инструмднта, вслѣдствіе чего при наведеніяхъ на заднюю и переднюю рейки мы можемъ дѣйствіемъ элевацiоннаго винта приводить уровень въ положеніе однообразное и близкое къ горизонтальному.

Сѣтка нитей состоитъ изъ *трехъ горизонтальныхъ* и одной вертикальной нити (черт. 338a). Такимъ образомъ имѣется три визирныя оси: главная-средняя и двѣ боковыя. Верхняя и нижняя нити представляютъ дальномѣръ, при помощи котораго можно устанавливать рейки на одинаковомъ разстояніи отъ нивеллира, а кромѣ того дѣлая отсчеты на рейкѣ по тремъ нитямъ и беря отсюда среднее, мы уменьшаемъ *ошибку*, происходящую *отъ отсчитыванія по рейкѣ*.



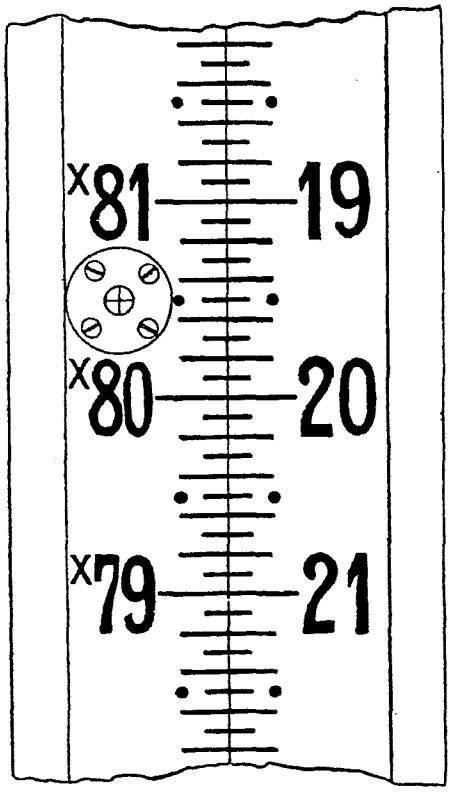
Черт. 338a.



Черт. 338b.

Рейки имѣютъ различное устройство. Въ нашемъ *Главномъ Штабѣ* употребляютъ *двустороннія* рейки, т. е. такія, на которыхъ дѣленія нанесены на обѣихъ сторонахъ бруска длиною въ 3 метра; на одной сторонѣ нанесены сантиметры, на другой—двухсотыя доли сажени. Сбоку къ рейкамъ прикрѣпляются круглые уровни. Ставится рейка на особую металлическую подставку,—*башмакъ* (черт. 338b). Въ послѣднее время получили распространеніе (особенно въ Пруссiи) односторонніе *штриховыя* рейки (черт. 338c). Въ средней части этихъ реекъ вдѣланы двѣ металлическія круглыя пластинки, съ крестообразно нанесенными на нихъ двумя штри-

хами. Разстояніе между крестиками + равняется одному метру. Дѣленія—полудециметры и полусантиметры. Надпись двойная: съ одной стороны обычнымъ порядкомъ, съ другой дополненіе до 100 (обозначены ×). Отсчеты дѣлаются всегда по обѣимъ надписямъ и въ суммѣ должны давать 100.



Черт. 338c.

Не останавливаясь на перечисленіи и описаніи другихъ системъ реекъ, укажемъ только, что всѣ онѣ приготовляются изъ прекраснаго, выдержаннаго дерева, снабжены уровнями, тщательно раздѣлены, нѣкоторыя изъ нихъ (напр. французскія) имѣютъ компенсаціонныя приспособленія и т. п. Хранятся и перевозятся рейки въ ящикахъ спеціально устроенныхъ для этой цѣли [1]).

Повѣрки нивеллира, конечно, тѣ же, какія были нами указаны выше; здѣсь только не слѣдуетъ забывать, что должно быть отмѣчено *нормальное положеніе элеваціоннаго винта*, т. е. то положеніе, при которомъ ось уровня перпендикулярна къ вертикальной оси вращенія инструмента. На каждой станціи передъ установкой инструмента элеваціонный винтъ ставится въ это нормальное положеніе.

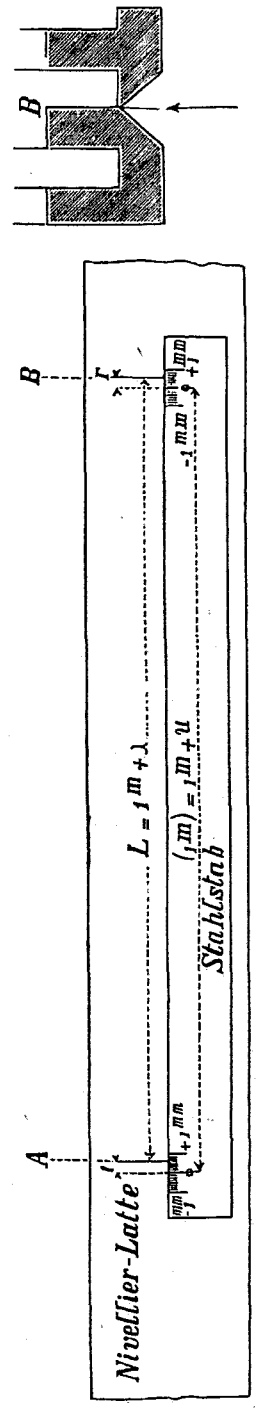
До начала нивеллированія и въ продолженіи его производства, а также по окончаніи работы слѣдуетъ *изслѣдовать рейки*. Изслѣдованіе это касается: *a*) вѣрности дѣленій и длины рейки и *b*) постоянства длины рейки. Для этой цѣли необходимо *сравнивать рейки съ нормальной мѣрой*. Сравненіе реекъ можетъ быть осуществлено при помощи особаго прибора, называемаго *компараторомъ*, или проще при помощи спеціально приготовленной для этого *метровой линейки* [2]). Каждая пара штриховыхъ реекъ [3]), описанныхъ нами, снабжается стальнымъ брускомъ метровой длины, на одной грани котораго нанесены сантиметровыя дѣленія; въ началѣ (по обѣ стороны нуля) и концѣ бруска (100) нанесены мелкія дѣленія (0.1 *m.m.*) на протяженіи $2^{m m.}$ каждое. Длина бруска извѣстна строго для опредѣленной температуры, извѣстенъ также коэффиціентъ расширенія. Сравненіе рейки (Nivellier-Latte) съ этимъ метромъ (Stahlstab) производится слѣдующимъ образомъ: совмѣщается нуль метра съ нулемъ рейки, а на дру-

[1]) Пара такихъ реекъ швейцарскаго механика Керна имѣется въ музеѣ Межевого Института.

[2]) Напр. линейки Керна, имѣющейся въ музеѣ Межевого Института при двухъ вышеупомянутыхъ рейкахъ Керна.

[3]) Работы Бамберга.

гомъ концѣ метра, пользуясь лупой, дѣлается отсчетъ по шкалѣ его, въ мѣстѣ, соотвѣтствующемъ метровому штриху рейки. Если пользованіе одной шкалой недостаточно, то нужно использовать и вторую шкалу, при чемъ съ нулемъ рейки будетъ совмѣщенъ не нуль метра, а какое-нибудь дѣленіе шкалы (черт. 338d). Такимъ точно способомъ вымѣряется второй и третій метры рейки. При наблюденіи берется также показаніе термометра, находящагося вблизи рейки и метра. Для полученія окончательныхъ длинъ реекъ, нужно ввести поправку за разность температуръ: той, при которой дѣлали сравненіе, и той, при которой дана длина метра. Имѣя цѣлый рядъ такихъ данныхъ для каждой рейки, выводимъ вѣроятнѣйшія ихъ длины. Если длина рейки будетъ отличаться отъ 3 метровъ, то поправка за невѣрность рейки вводится въ результаты нивеллировки для каждой рейки отдѣльно.



Черт. 338d.

Для сужденія о постоянствѣ рейки достаточно ежедневно вымѣрять средній метръ между крестиками упомянутыхъ выше пластинокъ; при этомъ до начала работы эта вымѣрка производится много разъ, а среднее принимается за дѣйствительную длину означеннаго промежутка. Разность между этой величиной и *каждодневнымъ* измѣреніемъ даетъ возможность судить о постоянствѣ или измѣненіи реекъ.

Въ нижеслѣдующей таблицѣ данъ журналъ *ежедневнаго* сравненія средняго промежутка съ метромъ.

Правильность дѣленій рейки провѣряется или помощью того же метрового бруска или какой-нибудь другой шкалой.—

Точное нивеллированіе производится всегда по методу „*изъ середины*“, исключая тѣхъ особенныхъ случаевъ, когда этотъ методъ примѣненъ быть не можетъ. *Способы наблюденій* по существу раздѣляются на два вида: 1) устанавливается уровень и дѣлается отсчетъ по рейкѣ и 2) устанавливается труба на опредѣленное дѣленіе рейки и отсчитывается уровень. При первомъ способѣ собственно дѣлаются и отсчеты по пузырьку уровня, если онъ не точно приведенъ на середину трубки, чтобы потомъ можно было привести отсчетъ по рейкѣ къ горизонтальному лучу; во второмъ способѣ, предложенномъ проф. Зейбтомъ, дѣлаютъ также и отсчетъ рейки, но того ея дѣленія, на которое дѣлалось наведеніе. Въ виду того, что въ обоихъ случаяхъ приходится при вычисленіи разности уровней приводить сдѣланные

Рейки № 1 и 2.

Журналъ сравненія реекъ.

Метръ № 1100

1913 годъ.	1.	2.	1.	2.	1.	2.	Примѣчанія.
Число.	1 іюня.		2 іюня.		3 іюня.		
Термом.	18°.0	18°.0	16°.4	16°.4	18°.0	18°.0	
Лѣвый : l	+ 0.40p	+ 0.30p	+ 0.38p	+ 0.42p	+ 0.38p	+ 0.42p	p = отсчетъ по шкалѣ метра противъ крестика мѣдныхъ пластинокъ рейки.
Правый : r	+ 0.39	+ 0.33	+ 0.36	+ 0.42	+ 0.36	+ 0.41	
$l-r$	+ 0.01	— 0.03	+ 0.02	— 0.00	+ 0.02	— 0.01	k = поправка за невѣрность метроваго бруска и температуру его въ m.m.
l	— 0.20	— 0.18	— 0.16p	— 0.15	— 0.10	— 0.15	b = постоянная величина, представляющая разность длинъ: метроваго бруска и разстоянія между мѣтками на рейкѣ.
r	— 0.21	— 0.16	— 0.17	— 0.14	— 0.12	— 0.13	
$l-r$	+ 0.01	— 0.02	+ 0.01	— 0.01	+ 0.01	— 0.02	$n = (l-r) + k + b.$
Термом.	18°.0	18°.0	16°.0	16°.0	18°.0	18°.0	
	mm	*mm*	*mm*	*mm*	*mm*	*mm*	
$l-r$	+ 0.02	— 0.05	+ 0.03	— 0.01	+ 0.03	— 0.03	
Попр. k	— 0.02	— 0.02	— 0.05	— 0.05	— 0.02	— 0.02	
Пост. b	+ 0.04	+ 0.15	+ 0.04	+ 0.15	+ 0.04	+ 0.15	
n	+ 0.04	+ 0.08	+ 0.02	+ 0.09	+ 0.05	+ 0.10	
Среднее n.	*mm* + 0.06		*mm* + 0.06		*mm* + 0.07		

на рейкѣ отсчеты къ горизонтальному лучу, мы прежде всего дадимъ понятіе о томъ, какъ такія приведенія дѣлаются.

Поправка выражается, какъ было указано, по формулѣ

$$\delta l = d\ tg\ x$$

гдѣ d — разстояніе отъ нивеллира до рейки, а x — уголъ, на который уклоняется пузырекъ уровня. Зная цѣну одного дѣленія уровня, мы уголъ x можемъ опредѣлить, какъ

$$x = \frac{1}{2}(л + п).\ \mu$$

Здѣсь $л$ и $п$ отсчеты по лѣвому и правому концамъ пузырька, а μ — цѣна одного дѣленія.

Такъ какъ разстоянія здѣсь опредѣляются по дальномѣру, то, называя коэфиціентъ дальномѣра черезъ k, а разность отсчетовъ по рейкѣ l, мы будемъ имѣть

$$d = k.\ l$$

Принимая же во вниманіе, что x — малая величина, пишемъ окончательно

$$\delta l = k.\ l.\ \frac{1}{2}(л + п).\ \mu.\ Sin\ 1''.$$

Вычислять каждую поправку по этой формулѣ въ полѣ — неудобно, поэтому до начала работъ обыкновенно составляютъ табличку поправокъ, составленную по аргументамъ $^1/_2\ (л + п)$ и l.

Чтобы получить данныя *для составленія такой таблички*, поступаютъ такимъ образомъ: на небольшомъ разстояніи отъ нивеллира (саженъ 10) ставится рейка; приведя вертикальную ось инструмента въ надлежащее положеніе, ставятъ элевацiоннымъ винтомъ пузырекъ уровня на одинъ изъ концовъ трубки, а затѣмъ дѣлаютъ отсчеты по уровню и по рейкѣ (отсчитывая всѣ три нити); элевацiоннымъ винтомъ переводятъ пузырекъ на другой конецъ трубки и опять дѣлаютъ отсчеты уровня и рейки. Далѣе, дѣйствуя подъемнымъ винтомъ, уровень передвигается въ первый конецъ трубки, а элевацiоннымъ—въ противоположный, при этомъ и по уровню и по рейкѣ дѣлаютъ каждый разъ отсчеты. Такимъ образомъ дѣйствуютъ до тѣхъ поръ, пока элевацiонный винтъ не повернется на цѣлый примѣрно оборотъ. Если возьмемъ разность отсчетовъ рейки, то получимъ разстояніе, на которое передвинулась по высотѣ ось трубы; въ то же время отсчеты двухъ положеній уровня дадутъ возможность опредѣлить число дѣленій, на которое передвинулся пузырекъ уровня. Если разстояніе *въ единицахъ дальномѣра* было l, разность отсчетовъ по рейкѣ p ея дѣленій, а пузырекъ передвинулся при этомъ на n дѣленій, то поправка отсчета для каждой *единицы дальномѣрнаго* разстоянія будетъ (на одно дѣленіе уровня).

$$y = \frac{p}{n\ .\ l}\ \text{дѣленіе рейки.}$$

На основаніи такого изслѣдованія и составляется затѣмъ таблица поправокъ. Пусть напр. нашли для даннаго уровня, что $y = 0.003$ дѣленій рейки (*тысячныхъ долей сажени* или *миллиметра*); тогда *табличка поправокъ* представится въ видѣ:

Разстояніе по дальномѣру. / $\frac{1}{2}$ (л+п) (уровень).	200	220	240	260	280	300	320	340
1.	0.60	0.66	0.72	0.78	0.84	0.90	0.96	1.02
2.	1.20	1.32	1.44	1.56	1.68	1.80	1.92	2.04
3.	1.80	1.98	2.16	2.34	2.52	2.70	2.88	3.06
4.	2.40	2.64	2.88	3.12	3.36	3.60	3.84	4.08
5.	3.00	3.30	3.60	3.90	4.20	4.50	4.80	5.10
6.	3.60	3.96	4.32	4.68	5.04	5.40	5.76	6.12
7.	4.20	4.62	5.04	5.46	5.88	6.30	6.72	7.14
8.	4.80	5.28	5.76	6.24	6.72	7.20	7.68	8.16
9.	5.40	5.94	6.48	7.02	7.56	8.10	8.64	9.18

Промежуточныя величины находятся простой интерполяціей.

Переходимъ къ изложенію методовъ наблюденій.

1-ый методъ. Установивъ на башмакѣ одну изъ реекъ (причемъ башмакъ хорошенько вдавливается въ землю) вблизи (рядомъ) начальной точки нивеллированія, т.-е. марки [1]), отмѣряютъ шагами по направленію хода разстояніе, при которомъ предположено, сообразно съ силою трубы, производить нивеллировку, и въ этой точкѣ устанавливается нивеллиръ. Разстоянія нивеллира до рейки берутся 25 саж. и болѣе (въ Австріи и Германіи 50 метровъ). Вторая (передняя) рейка ставится на такомъ же разстояніи отъ нивеллира, какъ и задняя; при установкѣ ея пользуются дальномѣрными нитями трубы, а именно: когда инструментъ поставленъ наводятъ трубу на заднюю рейку, отсчитываютъ грубо (до сотокъ) верхнюю и нижнюю нити и составляютъ ихъ разность; наведя затѣмъ на переднюю приблизительно поставленную рейку, дѣлаютъ два такихъ же отсчета и находятъ ихъ разность. Если обѣ разности одинаковы, то обѣ рейки находятся на одинаковомъ разстояніи отъ нивеллира; если нѣтъ, то *переднюю* рейку передвигаютъ впередъ или назадъ на такое число шаговъ, чтобы разстоянія сдѣлались равными. Послѣ этого уже окончательно устанавливается и передняя рейка.

---

[1]) Какъ связать эту точку съ маркою, будетъ указано далѣе.

Хотя стараются дѣлать разстоянія отъ нивеллира до реекъ одинаковыми, но рѣдко достигается совершенное ихъ равенство.

Съ другой стороны, какъ бы хорошо ни былъ построенъ и вывѣренъ нивеллиръ, нельзя достигнуть точной параллельности осей уровня и трубы, а вслѣдствіе этихъ причинъ разность уровней, полученную какъ разность взглядовъ задняго и передняго будетъ заключать въ себѣ систематическую погрѣшность, зависящую отъ названной непараллельности. Чтобы исключить эту погрѣшность, нужно знать уголъ, который составляютъ обѣ оси между собою. Оптическая ось трубы будетъ величиной постоянной только для опредѣленнаго положенія окулярнаго колѣна (сѣтки), *поэтому при началѣ работы трубу нужно установить для наблюденій на то разстояніе, при которомъ ведется нивеллировка, послѣ чего окулярное колѣно должно оставаться неизмѣннымъ, т.-е. кремальеру не передвигать.* Конечно, если по мѣстнымъ причинамъ (крутизна) приходится укорачивать визирный лучъ, то и трубу придется установить вновь, *но тогда для каждаго случая нужно опредѣлять взаимное расположеніе осей трубы и уровня.*

Когда нивеллиръ и рейки надлежащимъ образомъ установлены, приступаютъ къ наблюденію. Положимъ, что рейки у насъ двустороннія, а нивеллиръ съ уровнемъ подъ трубою. Наблюденіе начинаемъ съ черной (метровой) стороны реекъ. Наводимъ на заднюю рейку, элеваціоннымъ винтомъ пузырекъ уровня ставимъ такъ, чтобы онъ мало уклонялся отъ середины, а когда онъ успокоится, дѣлаемъ быстро отсчеты по концамъ пузырька, затѣмъ въ трубу по рейкѣ отсчитываемъ всѣ три нити и опять уровень; трубу наводимъ на переднюю рейку и въ томъ же порядкѣ производимъ наблюденіе. Затѣмъ труба перекладывается въ лагерахъ, реечники поворачиваютъ рейки красной стороной и наблюденіе полностью повторяется, начиная теперь съ передней рейки.

Если рейки односторонніе, а на башмакахъ имѣются два шипа, то первое наблюденіе дѣлается при рейкахъ на низкихъ, второе при рейкахъ на высокихъ шипахъ.

Если же на башмакѣ второго шипа нѣтъ, то мѣняютъ высоту инструмента.

Въ томъ случаѣ, когда нивеллиръ имѣетъ уровень, накладывающійся на трубу, повторное наблюденіе можно дѣлать *не* перекладывая трубы въ лагерахъ, а переставляя лишь уровень, но въ этомъ случаѣ оба наблюденія будутъ представлять одно цѣлое, причемъ вліяніе непараллельности осей въ среднемъ исключится.

Схематически порядокъ наблюденій по рейкамъ въ связи съ отсчетами по уровню можно представить въ такомъ видѣ:

I положеніе:

Рейка задняя
1) уровень: ок. (+) об. (—)[1])
2) рейка: нижняя, средняя, верхняя нити.
3) уровень.

[1]) Минусъ по концу, ближайшему къ объективу.
Плюсъ „ „ „ „ окуляру.

Передняя { 4) уровень. 5) рейка. 6) уровень.

II положеніе (труба переложена или уровень переложенъ; рейки другое положеніе):

Передняя { 1) уровень. 2) рейка. 3) уровень.
Задняя { 4) уровень. 5) рейка. 6) уровень.

Слѣдовательно, уровень отсчитывается на каждой станціи, или, какъ говорятъ, — *штативъ* 8 разъ, а по рейкамъ дѣлается всего 12 отсчетовъ (см. дальше).

Результаты наблюденій записываются въ особый журналъ, въ которомъ ведется затѣмъ и обработка нивеллированія.

Записи въ приводимомъ нами образцѣ журнала взяты изъ лѣтнихъ практическихъ работъ студентовъ Межевого Института. При работѣ были двустороннія рейки Главнаго Штаба. Порядокъ полевой записи указанъ для штатива 10 цыфрами въ скобкахъ. Такимъ образомъ имѣемъ: наведеніе на заднюю рейку (3.2.) — (1) = отсчетъ уровня (окуляръ + 9.3, объективъ — 8.8); рейка [(2) — нижняя нить 12.35 [1]), (3) — средняя 14.16 и (4) — верхняя 16.01]; вторично уровень (5): + 9.3 — 8.8). Въ такомъ же точно порядкѣ сдѣланы записи (6) — (10) для передней рейки (П. 1).

Прежде чѣмъ перейти къ повторному наблюденію при второмъ положеніи инструмента и реекъ, необходимо убѣдиться, что наблюденіе сдѣлано правильно, для чего нужно произвести рядъ подсчетовъ. Прежде всего вычисляютъ дальномѣрныя разстоянія до задней [(11) — 366] и передней [(12) — 365] реекъ, беря разность верхней и нижней нитей [1601 — — 1235 = 366; 1365 — 1000 = 365].

Если разстоянія окажутся одинаковыми (въ предѣлахъ 1—саж.) приступаютъ къ слѣдующимъ контролямъ и подсчетамъ. Такъ какъ нижняя и верхняя нити обыкновенно наклеиваются на одинаковыхъ разстояніяхъ отъ средней, то среднее изъ отсчетовъ по нижней и верхней нитямъ должно давать отсчетъ средней нити; несогласіе допускается въ предѣлахъ точности наблюденій (1—2 m/m.). Далѣе подсчитывается разность одноименныхъ нитей задней и передней рейки, записывая ее въ среднюю графу съ соотвѣтствующимъ знакомъ [(15) — (17)].

Очевидно, что, если бы рейки въ точности одинаково отстояли отъ нивеллира, то разность, — назадъ минусъ впередъ, — по любой парѣ нитей

---

[1]) За единицу принятъ дециметръ, такъ что послѣдняя цифра представляетъ миллиметры.

Шт. 10.

З. 2.			П. 1.	
	(11) 366	(13) + 1	(12) 365	
		(14) + 7		
+ 0.5	(1) + 9.3 — 8.8		(6) + 9.3 — 8.8	+ 0.5
+ 0.1	(2) 12.35	(15) + 235	(7) 10.00	+ 0.1
1417.3	(3) 14.16	(16) + 236	(8) 11.80	11.817
	(4) 16.01	(17) + 236	(9) 13.65	
+ 0.5	(5) + 9.3 — 8.8	0.0	(10) + 9.3 — 8.8	+ 0.5
		(18) + 235.7		
	1417.4	+ 235.7	1181.8	
	13062.4	+ 1861.9	11200.5	
	(29) 344	(31) + 1	(30) 343	
— 1.2	(24) + 8.5 — 9.7		(19) + 8.8 — 9.3	— 0.5
— 0.4	(25) 11.50	(32) + 221	(20) 9.29	+ 0.1
1322.7	(26) 13.24	(33) + 222	(21) 11.02	1101.0
	(27) 14.94	(84) + 222	(22) 12.72	
— 1.3	(28) + 8.5 — 9.8	— 0.5	(23) + 8.9 — 9.3	— 0.4
		(35) + 221.7		
	1322.3	+ 221.2	1101.1	
	12249.7	+ 1748.8	10500.9	

(36) $221.7 : 15 = 14.8$

$221.7 + 14.8 = 236.5$

Шт. 11.

З. 1.			П. 2.	
	365	— 1	366	
		+ 6		
+ 0.7	+ 9.7 — 9.0		+ 8.9 — 10.0	— 1.1
+ 0.2	8.45	— 725	15.70	— 0.3
1028.3	10.30	726	17.56	1754.0
	12.10	726	19.36	
+ 0.7	+ 9.7 — 9.0	+ 0.5	+ 8.5 — 10.3	— 1.8
		— 725.7		
	1028.5	— 725.2	1753.7	
	14090.9	1136.7	12954.2	
	341	— 2	343	
+ 0.8	+ 9.9 — 9.1		+ 10.0 — 9.0	+ 1.0
+ 0.3	8.01	— 680	14.81	+ 0.3
970.7	9.69	681	16.50	1651.7
	11.42	682	18.24	
+ 0.8	+ 9.9 — 9.1	0	+ 10.0 — 9.0	+ 1.0
		— 681.0		
	971.0	— 681.0	1652.0	
	13220.7	+ 1067.8	12152.9	

$681 : 15 = 45.4$

$\underline{681}$

726.4

Шт. 12.

	З. 2.		П. 1.	
	364	— 2	366	
		+ 4		
— 1.0	+ 9.0 — 10.0		+ 9.2 — 9.8	— 0.6
— 0.3	2.65	— 960	12.25	— 0.2
446.3	4.45	960	14.05	1407.0
	6.29	962	15.91	
— 1.0	+ 9.0 — 10.0	— 0.1	+ 9.3 — 9.7	— 0.4
		— 960.7		
	446.0	— 960.8	1406.8	
	14536.9	+ 175.9	14361.0	
	340	— 6	346	
— 1.0	+ 9.1 — 10.1		+ 9.1 — 10.0	— 0.9
— 0.3	2.45	— 902	11.47	— 0.3
416.0	4.18	902	13.20	1318.0
	5.85	902	14.87	
— 1.0	+ 9.1 — 10.1	0	+ 9.1 — 10.0	— 0.9
		— 902.0		
	415.7	— 902.0	1317.7	
	13636.4	+ 165.8	13470.6	

902 : 15 = 60.1
902
962.1

Шт. 13.

	З. 1.		П.	Марка № 25.
	30	— 1	31	
		+ 3		
0	+ 9.0 — 9.0		+ 9.1 — 8.9	+ 0.2
0	9.36	+ 980	0.44	
951.0	9.51	+ 980	0.29	28.7
	9.66	+ 979	0.13	
0	+ 9.0 — 9.0	0.0	+ 9.1 — 8.9	+ 0.2
		+ 979.7		
	951.0	+ 979.7	28.7	
	15487.9	+ 1155.6	14332.3	
	29	0	29	
0	+ 9.0 — 9.0		+ 9.0 — 9.0	0
0	8.77	+ 918	0.41	0
891.3	8.91	+ 918	0.27	26.7
	9.06	+ 918	0.12	
0	+ 9.0 — 9.0	0.0	+ 9.0 — 9.0	0
		+ 918		
	891.3	+ 918.0	26.7	
	14527.7	+ 1083.8	13443.9	

918 : 15 = 61
918
979

давала бы разность уровней, которую нужно было бы только исправить за негоризонтальность уровня. Но такъ рейки отстоятъ вообще неодинаково, то названныя разности должны представлять *равномѣрный ходъ*, т.-е. или постепенно увеличиваться или наоборотъ уменьшаться, при этомъ среднее изъ крайнихъ должно давать среднюю. Несогласія допускаются въ предѣлахъ точности наблюденій. Наконецъ высчитывается средняя разность изъ всѣхъ трехъ нитей, которая записывается съ своимъ знакомъ въ томъ же среднемъ столбцѣ [(18+235.7]. Это будетъ неисправленная разность уровней для даннаго штатива.

Для того, чтобы компенсировать неравенства разстояній реекъ отъ нивеллира, высчитывается также разность дальномѣрныхъ разстояній [(13):366—365=+1], и разности эти суммируются послѣдовательно [(14)—+7 есть сумма по 10 штативамъ]. Сообразуясь съ этой суммой стараются затѣмъ устанавливать переднюю рейку такъ, чтобы сумма неравенствъ приближалась къ нулю (см. шт. 11—13).

Само собою понятно, что уровень во время наблюденій какой-нибудь рейки долженъ оставаться неподвижнымъ; поэтому если отсчеты (1) и (5) или (6) и (10) будутъ другъ отъ друга сильно розниться (напр. на дѣленіе и больше), то такое наблюденіе сейчасъ же нужно передѣлать, не производя никакихъ подсчетовъ.

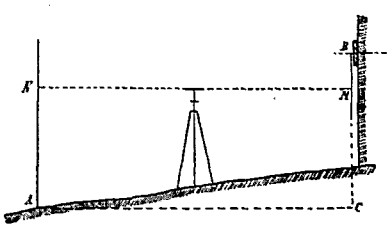
Послѣ того, какъ всѣ контрольныя вычисленія продѣланы, мѣняютъ положеніе инструмента (переложеніе трубы или уровня) и поворачиваютъ рейки красной стороной, а затѣмъ производятъ наблюденіе вторично, начиная съ передней рейки. Порядокъ записи и контрольныхъ вычисленій тотъ же, какъ было указано.

Такъ какъ дѣленія на черной сторонѣ рейки сантиметры, а на красной — полусотки, то для сличенія результатовъ нивеллированія по обѣимъ сторонамъ реекъ (т.-е. разности уровней) нужно еще сдѣлать переводъ саженной мѣры въ метрическую. Приближенно это можно сдѣлать такимъ образомъ. Если разность уровней выражена въ полутысячныхъ доляхъ сажени, то прибавивъ къ этому числу $^1/_{15}$ его часть, мы получимъ эту же разность уровней въ миллиметрахъ. Этотъ подсчетъ сдѣланъ внизу страницы, подъ цыфрой (36). Когда разность уровней по обоимъ наблюденіямъ, въ предѣлахъ ихъ точности, окажется одинаковой, то штативъ считается законченнымъ, задняя рейка снимается и переходятъ дальше впередъ.

Связь перваго и послѣдняго башмаковъ съ маркой производится при помощи небольшой запасной реечки длиною около метра съ двойнымъ дѣленіемъ (сантиметры и полусотки) слѣдующимъ образомъ. Въ реечкѣ противъ нулевого ея дѣленія продѣлано круглое отверстіе, черезъ которое можно продѣть цилиндрическій штифтъ; вставивъ штифтъ въ отверстіе центра марки, можно реечку повѣсить такимъ образомъ на маркѣ, причемъ нулевое дѣленіе рейки будетъ совпадать съ центромъ марки (черт. 338е) [1]. Первый (послѣдній) башмакъ ставится, какъ уже говори-

[1]) На марки французскія и прусскія рейку можно непосредственно ставить, поэтому вопросъ о связи башмака съ маркой отпадаетъ.

лось, вблизи марки. Инструментъ устанавливается въ нѣсколькихъ саженяхъ, а наблюденіе производится полностью по указанному нами плану съ той разницей, что роль задней (передней) рейки играетъ запасная реечка. Штативъ 13-ый приведеннаго нами образца журнала представляетъ какъ разъ записи по связи послѣдняго башмака съ маркою № 25. Въ виду того, что нуль дѣленій запасной реечки совпадаетъ съ центромъ марки, а сама реечка расположена внизъ, т.-е. въ обратную сторону, чѣмъ обычно, то при подсчетѣ превышеній нужно брать не *разность* отсчетовъ по рейкамъ, а ихъ *сумму* (см. шт. 13 средній столбецъ).



Черт. 338е.

Перерывъ дневной работы можетъ быть по разнымъ причинамъ (обѣденное время и т. п.) — часа на 2—3. Для такого короткаго перерыва нивеллиръ, если только возможно, оставляется на штативѣ, рейки же снимаются осторожно съ башмаковъ, а сами башмаки оставляются неподвижными. По возобновленіи работы на томъ же штативѣ полностью повторяется наблюденіе, и если оба наблюденія разнятся въ предѣлахъ точности, то берется среднее ариѳметическое изъ нихъ.

При болѣе продолжительныхъ перерывахъ, напр. на ночь или на нѣсколько дней, нужно пользоваться *запасной реечкой*, которую вѣшаютъ на гвоздь, забитый въ стѣну зданія, телеграфный столбъ или другой постоянный предметъ. Такой гвоздь можетъ служить какъ-бы временной маркой, отъ которой затѣмъ и продолжаютъ нивеллировку. Можно также послѣднюю до перерыва переднюю рейку ставить на точно отмѣченное (очерченное) мѣсто неизмѣняющагося предмета (каменной ступени крыльца, моста и т. п.).

Такія промежуточныя постоянныя точки полезно брать не только при перерывахъ работы, но и чаще.

Окончательное вычисленіе нивеллировки начинается съ введенія поправокъ въ отсчеты по рейкѣ за негоризонтальность уровня. Прежде всего поэтому находятъ величину (л + п) для обоихъ отсчетовъ уровня отдѣльно при взглядѣ назадъ и впередъ, напр. для шт. 10 имѣемъ: взг. наз. + 9.3 — 8.8 = + 0.5 и + 9.3 — 8.8 = + 0.5; взг. вп.: + 9.3 — 8.8 = + 0.5 и + 9.3 — 8.8 = + 0.5. Такимъ образомъ среднее для задней рейки будетъ + 0.5 дѣленій уровня, для передней тоже + 0.5 дѣл. ур. Зная дальномѣрное разстояніе до задней (366) и передней (365) рейки, находимъ соотвѣтственныя поправки по таблицѣ поправокъ + 0.1 m/m. и + 0.1 m/m., которыя записываются подъ предыдущими цыфрами (+ 0.5 и + 0.5). Поправки эти вводятся не въ каждый отсчетъ, а въ среднее изъ трехъ нитей, записываемое въ крайнихъ графахъ противъ отсчета средней нити 12.35 + 14.16 + 16.01) : 3 = 14.173; (10.00 + 11.80 + 13.65) : 3 = 11.817]. Исправленное средоее записывается въ столбцѣ отсчетовъ по рейкамъ въ средней строчкѣ: [14 = 17.3 + 0.1 = 1417.4 и 1181.7 + 0.1 = 1181.8]. Поправка *въ разности уровней* будетъ очевидно равняться *алгебраической разности* поправокъ для задней и передней рейки [+ 0.1 — (+ 0.1) = 0.0]; она запи-

сывается въ графѣ превышеній (средней) въ строкѣ, въ которой записаны показанія уровня. Исправленное среднее по тремъ нитямъ превышеніе записывается въ столбцѣ превышеній въ средней нижней строкѣ [+235.7 + +0.0 = +235.7]. Конечно разность исправленныхъ среднихъ для задней и передней рейки должны давать то же число [1417.4 — 1181.8 = +235.6] въ предѣлахъ точности вычисленій.

Числа 13062.4, +1861.9, 11200.5, помѣщенныя подъ соотвѣтствующими исправленными числами для шт. 10 представляютъ *сумму* исправленныхъ отсчетовъ первыхъ десяти штативовъ.

Такой же подсчетъ ведется и для второй стороны реекъ.

Сумма исправленныхъ превышеній дастъ, очевидно, превышеніе конечной точки надъ начальной. Однако, полученное такимъ образомъ число заключаетъ въ себѣ погрѣшности систематическаго характера, зависящія отъ 1) невѣрности реекъ и 2) непараллельности оси уровня и оси трубы.

Если рейки одинаковы, (что покажетъ ихъ сравненіе съ нормальной мѣрой), то введеніе первой поправки весьма просто: ее вводятъ съ соотвѣтствующимъ знакомъ прямо въ разность уровней.

Если же рейки сильно другъ отъ друга разнятся, тогда поправку нужно вводить отдѣльно для каждой рейки. А именно: беремъ сумму всѣхъ взглядовъ по рейкѣ № 1, когда она была задней, и когда она была передней; составляемъ разность этихъ чиселъ и на нее вводимъ поправку; точно также поступаемъ и для рейки № 2; сумма исправленныхъ величинъ даетъ исправленное за невѣрность реекъ превышеніе.

Чтобы ввести вторую поправку, необходимо опредѣлить, какой уголъ составляетъ ось уровня съ осью трубы. Назовемъ этотъ уголъ черезъ i; тогда, полагая, что ось уровня горизонтальна, будемъ имѣть: отсчетъ на заднюю рейку, приведенный къ горизонтальной оптической оси выразится черезъ

$$r + d_r \, tgi$$

Здѣсь r — сдѣланный по рейкѣ отсчетъ (среднее изъ 3 нитей), а d_r — разстояніе до задней рейки; мы беремъ у поправочнаго члена знакъ плюсъ, предполагая, что уголъ i тоже берется со своимъ знакомъ (+, когда разстояніе между осями у окуляра больше, чѣмъ у объектива, — при обратномъ расположеніи).

Исправленный отсчетъ по передней рейкѣ выразится очевидно такъ же:

$$v + d_v \, tgi$$

Поэтому разность уровней, исправленная за уголъ i, будетъ

$$u = (r - v) + (d_r - d_v) \, tgi$$

Такъ какъ разстоянія опредѣляются по дальномѣру, то, называя коэфиціентъ дальномѣра черезъ k, а разность отсчетовъ по крайнимъ

нитямъ соотвѣтственно черезъ δ_r и δ_v, предыдущую формулу можемъ написать такъ

$$u = (r - v) + (\delta_r - \delta_v)\ k\,.\,tgi$$

Суммируя эти частныя превышенія по всему ходу между сосѣдними марками, получимъ

$$u = \Sigma\,(r - v) + \Sigma\,(\delta_r - \delta_v)\ k\,.\,tgi\ .\ .\ .\ (u)$$

Если бы оптическая ось трубы и ось уровня не измѣнялись въ продолженіи всей работы, то поправочный членъ можно было бы вычислить для всего хода сразу. Но такъ какъ послѣ каждаго перерыва или при измѣненіи длины луча зрѣнія приходится устанавливать инструментъ (трубу) для наблюденій, то очевидно i будетъ имѣть различныя значенія, и поправку нужно вводить для каждой части хода отдѣльно.

Формула (u) показываетъ, что чѣмъ меньше сумма неравенства разстояній $\Sigma\,(\delta_r - \delta_v)$, тѣмъ меньше будетъ поправка.

Опредѣленіе величины $ktgi$ формулы (u) производится слѣдующимъ образомъ: два какихъ-нибудь башмака нивеллируются *два раза*—одинъ разъ нивеллиръ ставится ближе къ задней, другой разъ ближе къ передней рейкѣ, съ такимъ расчетомъ, чтобы обѣ постановки инструмента уклонялись отъ середины на 1 — 1.5 саж. (т.-е. разстояніе между обѣими станціями 2 — 3 саж.)[1]).

Тогда, согласно формулѣ (u), будемъ имѣть:

$$u = (r_1 - v_1) + (\delta'_r - \delta'_v)\ ktgi.$$
$$u = (r_2 - v_2) + (\delta''_r - \delta''_v)\ ktgi.$$

Отсюда, полагая для краткости $\delta_r - \delta_v = \triangle$, а $r - v = u$, получимъ:

$$u_1 + \triangle_1\ ktgi = u_2 + \triangle_2\ ktgi$$

и слѣдовательно:

$$ktgi = \frac{u_2 - u_1}{\triangle_1 - \triangle_2}\ .\ .\ .\ .\ .\ (i)$$

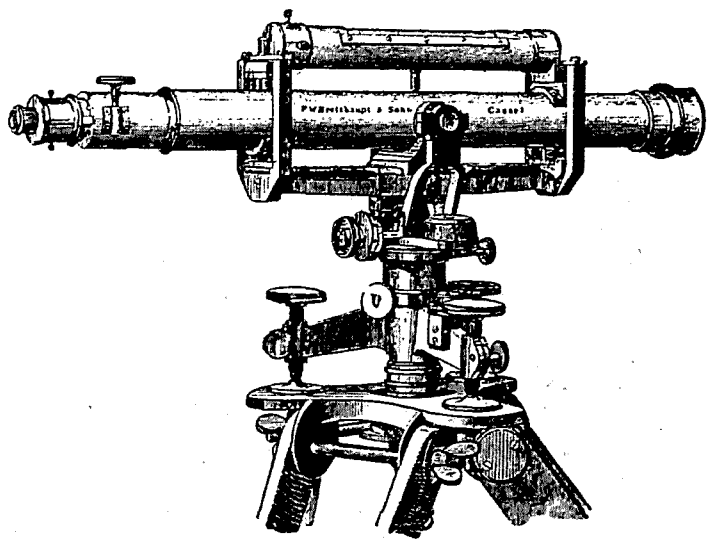
Опредѣленіе величины $ktgi$ производится обыкновенно утромъ, въ серединѣ работы и вечеромъ; и, конечно, во всѣхъ тѣхъ случаяхъ, когда мѣняется оптическая ось или ось уровня.

Когда поправки за невѣрность реекъ и уголъ i будутъ введены какъ для черной, такъ и для красной сторонъ реекъ, остается только оба результата соединить въ одно, для чего или метрическое дѣленіе переводится въ саженное, или обратно саженное дѣленіе — въ метрическое. [Логариѳмъ переводнаго множителя изъ метровъ въ сажени равняется 9.670,891]. Не нужно при этомъ забывать, что результатъ по краснымъ

[1]) Независимо отъ этого производится нивеллированіе на этомъ штативѣ, когда инструментъ стоитъ въ серединѣ.

сторонамъ реекъ предварительно дѣлится на 20, чтобы получить превышеніе въ саженяхъ.

2-ой методъ—Зейбта. Методъ проф. Зейбта состоитъ въ томъ, что крестъ нитей наводится помощью особаго микрометреннаго винта точно на середину того дѣленія рейки, на которое проектируется средняя нить при горизонтальномъ положеніи уровня. Нивеллированіи по этому методу производилось въ Германіи при водныхъ изысканіяхъ, а также прусскимъ геодезическимъ институтомъ. По этому методу произведена голландская нивеллировка. Въ Россіи этотъ методъ примѣнялъ инженеръ Максимовъ въ Казанскомъ округѣ путей сообщенія при изысканіи рѣкъ [1]). Инструментъ для этого метода нивеллировки предложенъ Зейбтомъ и построенъ Брейтгауптомъ. Нивеллиръ *Зейбта-Брейтгаупта*, изображенный на чертежѣ 338*f*, имѣетъ видъ, сходный съ теодолитомъ. Труба перекладывается въ лагерахъ, увеличеніе ея 30—40; дальномѣръ Рейхенбаха; уровень накладной; окулярная трубка выдвигается. Роль элеваціоннаго винта выполняетъ винтъ *S* съ барабаномъ, на которомъ нанесены дѣленія. Отъ этого нивеллира требуется выполненіе всѣхъ тѣхъ требованій, которыя предъявляются къ нивеллирамъ съ перекладными трубами и элеваціоннымъ винтомъ; повѣрки производятся такъ же, какъ то было выше указано.



Черт. 338f.

Рейки, употребляемыя при этомъ способѣ нивеллированія и предложенныя Зейбтомъ,—двустороннія, съ уровнями при нихъ.

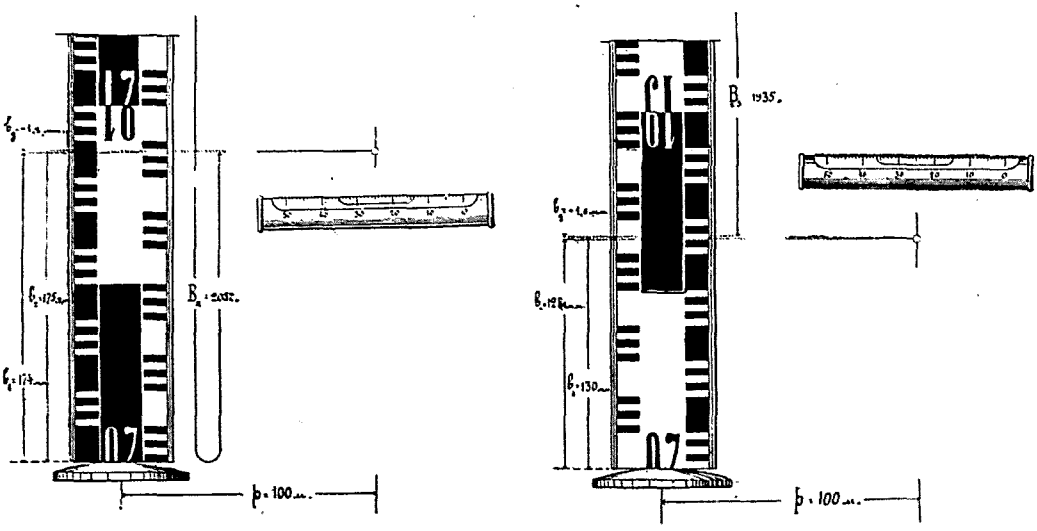
Длина рейки 3 метра; дѣленія на обѣихъ сторонахъ,—бѣлыя и черныя поля,—4-хъ миллиметровыя, (т.-е. наименьшее дѣленіе — поле = 2 mm.) [2]) при этомъ нанесены онѣ такъ, что черныя поля передней стороны соотвѣтствуютъ бѣлымъ полямъ задней, бѣлыя же поля передней стороны—чернымъ задней (черт. 338g). Кромѣ этого, на обѣихъ сторонахъ реекъ нанесены еще двухъ-дециметровыя дѣленія (тоже черное и бѣлое поле). Надписи на передней сторонѣ сдѣланы черезъ каждые два дециметра, при этомъ нижній конецъ начинается цыфрой 20, а затѣмъ подписи возрастаютъ до 35. Задняя сторона подписана также черезъ каждые два дециметра, но подпись начинается съ 20 и убываетъ до 5. Слѣдовательно каждыхъ два

[1]) Извѣстія собранія инж. пут. сообщ. 1901 г. № 9 и 10 см. ст. Максимова.

[2]) Одно дѣленіе составляетъ бѣлая и черная полоса вмѣстѣ.

соотвѣтствующихъ другъ другу штриха должны дополняться до 4000, такъ какъ подписи соотвѣтствуютъ 2000, 2100 и т. д. 1900, 1800 и т. д. двумиллиметрамъ (наименьшимъ дѣленіямъ рейки).

Разность отсчетовъ по передней и задней сторонамъ рейки даетъ разстояніе отъ основанія рейки до луча зрѣнія въ миллиметрахъ [1]), *сумма ихъ*



Черт. 338g.

служитъ повѣркой правильности отсчетовъ. Сравненіе реекъ нужно дѣлать и въ этомъ случаѣ по указанному нами выше плану.

Нивеллиръ для наблюденій устанавливается на станціи такимъ образомъ, чтобы двѣ ноги штатива были установлены въ линіи реекъ, а третья нога ставится поперемѣнно вправо и влѣво отъ линіи хода (т.-е. первый разъ вправо, второй—влѣво, затѣмъ опять вправо и т. д.). Приводится инструментъ въ горизонтальное положеніе помощью круглаго уровня. Затѣмъ приступаютъ къ наблюденію. Во первыхъ, измѣряются по дальномѣру разстоянія до реекъ, для того, чтобы можно было эти разстоянія сдѣлать одинаковыми; подробно объ этомъ мы уже выше говорили.

Когда передняя рейка окончательно установлена, приступаютъ собственно къ нивеллированію. Съ этой цѣлью элеваціоннымъ винтомъ S наводимъ среднюю нить на середину, допустимъ, бѣлаго поля (дѣленія) рейки, на которое при горизонтальномъ визирномъ лучѣ проектируется крестъ нитей; пусть это дѣленіе будетъ 2805 [2]); въ то же время по концамъ пузырька отсчитали: 15.3 и 36.1. Сумма отсчетовъ пузырька уровня, когда онъ горизонталенъ, должна быть 50; для нашего случая имѣемъ 51.4. Такъ какъ дѣленія на уровнѣ идутъ отъ окуляра къ объективу, то отсчетъ 2805 лежитъ *выше* горизонта. Когда рейку обернутъ другой стороной, то нужно крестъ нитей поставить на середину дѣленія такъ, чтобы лучъ шелъ *ниже* горизонта. Пусть для нашего случая имѣемъ: рейка—1197, уровень 13.4 и 34.2. Сумма отсчетовъ пузырька 47.6. Поэтому, если возь-

[1]) т.-е. то что называли „взглядъ".

[2]) Очевидно, что осчеты всегда будутъ оканчиваться *нечетной* цыфрой.

мемъ среднее изъ отсчетовъ по обѣимъ сторонамъ реекъ, то оно будетъ соотвѣтствовать положенію уровня

$$\frac{51.4+47.6}{2}=49.5.$$

Наведенія на обѣ стороны передней рейки даютъ намъ: передняя сторона 2861, уровень 14.8 и 35.6, задняя сторона 1141 уровень 12.9 и 33.8. Среднее по уровню 48.6. Слѣдовательно, разность негоризонтальностей на заднюю и переднюю рейки будетъ $49.5-48.6=+0.9$ дѣленій уровня.

Измѣнивъ положеніе инструмента, производимъ второе наблюденіе, начиная съ передней рейки.

Запись ведется въ журналѣ слѣдующаго вида (см. правую половину страницы).

Каждое наблюденіе должно быть проконтролировано прежде, чѣмъ перейти на слѣдующую станцію. Для производства контрольныхъ подсчетовъ необходимо знать зависимость между измѣненіемъ отсчета по рейкѣ съ уменьшеніемъ показанія уровня. Пусть для нашего случая измѣненіе въ суммѣ отсчетовъ по концамъ пузырька на 1 дѣленіе соотвѣтствуетъ измѣненію отсчета рейки на 1 m/m. для разстоянія 80 метровъ. Если поэтому отсчетъ по рейкѣ измѣнился на n дѣленій при разстояніи d, то соотвѣтственное измѣненіе уровня будетъ $\frac{n\cdot 80}{d}$ его дѣленій. Нужно замѣтить, что при измѣненіи отсчета *по передней сторонѣ* рейки въ сторону + или —, вызываетъ измѣненія уровня въ *ту же* сторону, для *обратной стороны* рейки *плюсу* рейки отвѣчаетъ *минусъ* уровня и обратно [1]).

Разстоянія.	Назадъ. Рейка L	Назадъ. Уров. N	Впередъ. Рейка L'	Впередъ. Уров. N'	$N-N'$ +	$N-N'$ —	Попр. въ m/m. +	Попр. въ m/m. —	Назадъ. L	Назадъ. N	Впередъ. L'	Впередъ. N'	$N-N'$ +	$N-N'$ —	Попр. въ m/m. +	Попр. въ m/m. —	Примѣч.
a 87 b	2805	153	2861	148					2801	115	2857	111					
	1197	134	1141	129					1193	171	1137	169					
	1.608	49.5	1720	48.6	0.9			1.0	1.608	49.5	1720	48.9	0.6			0.7	
	1.720								1.720								
	—0.1120								—0.1120								
	— 1.0								— 0.7								
	—0.1130								—0.1127								

[1]) Это объясняется тѣмъ, что подпись дѣленій рейки на передней сторонѣ возрастаетъ снизу вверхъ, на задней сторонѣ убываетъ.

Обращаемся теперь къ производству контрольныхъ подсчетовъ. При этомъ будемъ полагать, что за время перваго (второго) наблюденія, т. е. задней и передней реекъ съ уровнемъ не произошло сколь-нибудь замѣтныхъ измѣненій.

1) 4 косвенныхъ повѣрки, напр.

Задняя рейка, передняя сторона: 2805 — 2801 . = 4
Поэтому $4 \times 0{,}92$ [1]) . . . . . = — 3.7
Разность отсчетовъ уровня 15.3 — 11.5 [2]). = — 3.8
Ошибка отсчета уровня = + 0.1 =
$= (0.1 \times \frac{87}{80} = 0.11 = 0.22$ m/m.).

Задняя рейка, обратная сторона: 1197 — 1193 . = 4
4×0.92 . . . . = — 3.7
13.4 — 17.1 . . . = — 3.7
0.0

Такія же двѣ повѣрки для передней рейки.

2) 4 повѣрки по взглядамъ, напр.

Первое наблюденіе, взгляды назадъ
2805 + 1197 . . . . = 4002
Поправка за уровень должна быть 2×0.92 . = — 1.8
По уровню имѣемъ: 15.3 — 13.4 . . . . . = — 1.9
Разность = + 0.1

Первое наблюденіе, взглядъ впередъ
2861 + 1141 . . . . . = 4002
По уровню должно быть: 2×0.92 . . . . . = — 1.8
имѣемъ 14.8 — 12.9 . . . . . = — 1.9
Разность = + 0.1

Такихъ же двѣ повѣрки для второго наблюденія.

и 3) 8 повѣрокъ длины пузырька уровня:

36.1 — 15.3 = 20.8
34.2 — 13.4 = 20.8
35.6 — 14.8 = 20.8
33.8 — 12.9 = 20.8
и т. д.

Окончательное вычисленіе нивеллировки, исполняемое дома, начинается съ вычисленія поправокъ за уровень, выражаемыхъ въ миллиметрахъ. Если сумма отсчетовъ по концамъ пузырька равна 50, то лучъ горизон-

---

[1]) $0.92 = \frac{80}{d} = \frac{80}{87}$; измѣненіе же отсчета по рейкѣ = 4.

[2]) Взяты отсчеты только одного конца пузырька для простоты, строго же говоря нужно бы брать среднее изъ разностей по обоимъ концамъ, т.-е. [(15.3 — 11.5) + (36.1 — 32.4)] : 2 = 3.7.

таленъ; если же она имѣетъ значеніе S, то отсчетъ рейки нужно исправить на величину $(S-50)\times\frac{d}{80}$[1]). Эти поправки выписаны нами въ соотвѣтствующей графѣ поправокъ съ тѣмъ знакомъ, съ которымъ поправку нужно вводить.

Опредѣленіе окончательной разности уровней двухъ смежныхъ точекъ A и B производимъ слѣдующимъ образомъ: пусть h высота по рейкѣ до визирнаго луча, a—отсчетъ по рейкѣ, c—поправка за негоризонтальность, и s — сумма отсчетовъ по уровню, тогда, обозначая черезъ v — переднюю и черезъ r — обратную сторону рейки, будемъ имѣть.

$$\frac{h_A^v+h_A^r}{2}=\frac{(a_A^v-a_A^r)+(a_A^{v'}-a_A^{r'})}{2}=L$$

$$\frac{h_B^v+h_B^r}{2}=\frac{(a_B^v-a_B^r)+(a_B^{v'}-a_B^{r'})}{2}=L'$$

$$\frac{c_A^v+c_A^r}{2}=\left(\frac{s_A^v+s_A^r}{2}-50\right)\frac{d}{80}=N\frac{d}{80}$$

$$\frac{c_B^v+c_B^r}{2}=\left(\frac{s_B^v+s_B^r}{2}-50\right)\frac{d}{80}=N'\frac{d}{80}$$

И слѣдовательно:

$$H=\left(\frac{h_A^v+h_A^r}{2}-\frac{h_B^v+h_B^r}{2}\right)-\left(\frac{c_A^v+c_A^r}{2}-\frac{c_B^v+c_B^r}{2}\right)=$$

$$=0.001\,(L-L')\,\text{m.}-(N-N')\frac{d}{80}\,\text{m/m.}$$

Въ приведенномъ нами журналѣ $L=1.608$ и $L'=1.720$, $-(N-N')\times\frac{d}{80}\text{m/m.}=\frac{-1.0-0.7}{2}=-0.85$ m/m., а поэтому $H=-0.1120-0.85=-0.1128_5$.

Обычно первое наблюденіе вычисляется тутъ же въ полѣ, второе дома, а затѣмъ берутъ среднее.

Очевидно, что разность уровней двухъ марокъ будетъ равняться суммѣ всѣхъ отдѣльныхъ превышеній[2]).

При прусской королевской съемкѣ примѣняется въ послѣднее время способъ, сходный съ Зейбтовскимъ, а именно дѣлаютъ наведеніе на штрихъ рейки (описаніе такой рейки дано выше). Вмѣсто одной средней горизонтальной нити употребляются двѣ близкія другъ къ другу нити, а штрихъ рейки устанавливается на биссекторъ нитей.

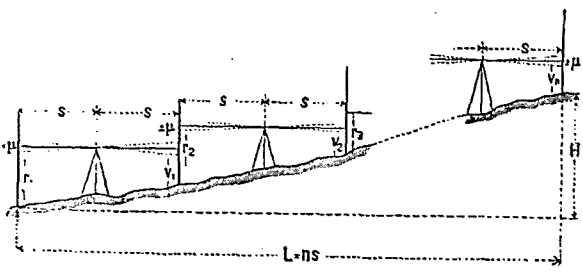
§ 218. Ошибки нивеллирныхъ ходовъ и ихъ уравновѣшиваніе. Въ предыдущихъ параграфахъ нами были уже вкратцѣ указаны простѣйшіе способы

---

[1]) Здѣсь 80 въ знаменателѣ взято примѣрно.

[2]) Болѣе подробно о методѣ Зейбта можно найти въ указанной статьѣ Максимова, Извѣстія Собранія Инженеровъ Путей Сообщенія — 1901 г. № 9—10.

увязки несомкнутаго и сомкнутаго нивеллирныхъ ходовъ. Въ настоящемъ §-ѣ мы болѣе подробно остановимся на этомъ вопросѣ. Пусть между двумя точками, разстояніе между которыми L, произведена была нивеллировка такимъ образомъ, что разстояніе отъ нивеллира до реекъ вездѣ было одинаково и равно s. Если число взглядовъ было при этомъ n, то очевидно $L = ns$, а число постановокъ инструмента — $\frac{n}{2}$ (черт. 338h). Пусть совокупность ошибокъ, происходящихъ отъ неточности отсчитыванія рейки (неточности наведенія на штрихъ) и неточности учета негоризонтальности оси уровня для каждаго взгляда будетъ $\pm \mu$. Если назовемъ соотвѣтственно взгляды назадъ и впередъ черезъ r и v, а искомую разность уровней двухъ нашихъ точекъ черезъ H, то, какъ извѣстно



Черт. 338h.

$$H = \Sigma (r - v) = (r_1 - v_1) + (r_2 - v_2) + \ldots (r_n - v_n).$$

Но такъ какъ каждое r и v сопровождается ошибкою $\pm \mu$, то и величина H будетъ заключать ошибку, которая выразится такъ

$$\Delta H = \pm \mu \pm \mu \pm \mu \pm \mu \pm \ldots \pm \mu.$$

Средняя квадратическая ошибка въ H будетъ, согласно теоріи ошибокъ, равняться

$$M_H = \pm \sqrt{\mu^2 + \mu^2 + \ldots + \mu^2} = \pm \mu \sqrt{n}$$

Но такъ какъ

$$L = ns \quad \text{и} \quad n = \frac{L}{S},$$

то

$$M_n = \pm \mu \sqrt{\frac{L}{S}} \quad \ldots\ldots \quad (M)$$

т. е. *для одного и того же инструмента, при прочихъ одинаковыхъ условіяхъ и постоянномъ разстояніи отъ нивеллира до рейки, ошибка нивеллирнаго хода возрастаетъ пропорціонально корню квадратному изъ длины хода*, а поэтому *вѣса разныхъ нивеллирныхъ ходовъ*, пройденныхъ при постоянномъ S и прочихъ равныхъ условіяхъ, будутъ *обратно пропорціональны длинамъ ходовъ*, именно

$$p : p_1 = \frac{1}{L} : \frac{1}{L_1}.$$

Относительно величины μ формулы (M) можно дѣлать тѣ или иныя предположенія, и формула (M) будетъ имѣть различные виды. Положимъ

напримѣръ, что μ прямо пропорціонально длинѣ визирнаго луча S, т. е.

$$\mu = k \cdot s$$

Тогда формула (M) приметъ видъ

$$M_n = \pm K \sqrt{L \cdot S}$$

т. е. *ошибка невиллирнаго хода возрастаетъ пропорціонально корню квадратному изъ длины визирнаго луча*, если, конечно положить всѣ остальныя условія одинаковыми.

Отсюда слѣдуетъ, что, полагая ошибки нивеллировки, зависящими только отъ указанныхъ причинъ, лучше работать при короткихъ разстояніяхъ, но тогда развиваются ошибки отъ вліянія другихъ причинъ, и поэтому въ настоящее время наиболѣе употребительно разстояніе отъ нивеллира до реекъ въ 50 метровъ. Мы предположили, что $\mu = k \cdot s$, но *правильнье будетъ положить, что* μ *прямо пропорціонально корню квадратному изъ длины визирнаго луча*, т. е. [1])

$$\mu = k_1 \sqrt{s}\ .$$

Тогда найдемъ изъ (M)

$$M_n = k_1 \sqrt{L}.$$

Это равенство показываетъ, что, при одинаковыхъ условіяхъ, результаты нивеллированія отъ длины визирнаго луча не зависятъ.

Если весь нивеллирный ходъ былъ разбитъ на части и каждая изъ нихъ нивеллировалась два раза,—прямымъ и обратнымъ ходомъ, тогда среднюю квадратическую ошибку на единицу разстоянія, напр. 1 версту или километръ, можно найти такимъ образомъ. Пусть длины участковъ были l_1, l_2 ... l_n; разности высотъ по прямому ходу h_1, h_2, ... h_n, а по обратному h_1', h_2', ... h_n'. Можемъ написать:

$$\begin{aligned} h_1 - h_1' &= d_1 \ldots . \text{ ходъ } l_1 \\ h_2 - h_2' &= d_2 \ldots . \quad \text{„} \quad l_2 \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ h_n - h_n' &= d_n \ldots . \text{ ходъ } l_n. \end{aligned}$$

Средняя разность двухъ опредѣленій h на еденицу разстоянія выразится такъ

$$D = \sqrt{\frac{1}{n}\left[\frac{d^2}{l}\right]}$$

а средняя ошибка *одного* нивеллированія будетъ

$$m = \frac{D}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{1}{2n}\left[\frac{d^2}{l}\right]}$$

---

[1]) *D-r Jordan.* Handbuch d. Vermess. Bd. II. S. 535.

Средняя же ошибка двойной нивеллировки представится въ видѣ

$$M = \frac{m}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{n}\left[\frac{d^2}{l}\right]}$$

Изъ причинъ, вліяющихъ на нивеллированіе въ одну сторону, т. е. систематическихъ, укажемъ на осѣданіе реекъ и инструмента [1]), вліяніе земной рефракціи [2]).

Въ заключеніе приведемъ еще табличку, дающую связь между увеличеніемъ трубы, цѣною дѣленія уровня и наиболѣе соотвѣтствующими имъ наименьшими дѣленіями реекъ. Табличка эта получена на основаніи изслѣдованія вліянія совокупности случайныхъ ошибокъ наблюденій.

	Увелич. трубы.	Цѣна дѣл. ур.	Дѣленіе рейки.	
1. Инструменты наименьшихъ размѣровъ [1])	10	40—50″	1/1	см. (даже 1/1 dcm.)
2. Малые инструменты	15—20	30″	1/1	„
3. Инструменты обычныхъ размѣровъ. . . .	25	20″	1/1	„
4. Лучшіе инструменты.	30	10—15″	1/1	или 1/2
5. Инструменты для точнаго нивеллированія.	40	5″	1/2	или { Штриховая рейка и биссекторъ нитей.

Средняя квадратическая ошибка нивеллированія на 1 километръ, выведенная теоретически для нормальнаго луча зрѣнія $S = 50$ метровъ, будетъ имѣть для приведенныхъ пяти инструментовъ слѣдующія значенія [3]):

	(5)	(4)	(3)	(2)	(1)
Наведеніе на штрихъ	±0.7 mm.				
Отсчитываніе по 1/2 см.—рейкѣ.	±1.9 mm.	±2.2 mm.			
Отсчитываніе по 1/1 см.—рейкѣ.	±2.6 mm.	±3.0 mm.	±3.4 mm.	±4.0 mm.	±5.0 mm. (1/1 скм. рейка ±16 mm.).

Переходя къ способамъ уравновѣшиванія ошибокъ нивеллированія, разсмотримъ нѣсколько случаевъ.

1) Линія между точками A и B, на которой брались промежуточныя точки (пикеты), пронивеллирована два раза,—въ прямомъ и обратномъ направленіяхъ при одинаковыхъ условіяхъ. Такъ какъ въ такомъ случаѣ оба результата нужно считать равноточными, то вѣроятнѣйшія значенія превышеній будутъ среднія ариѳметическія изъ обоихъ результатовъ, при

---

[1]) *Jordan.* Op. cit. S. 532.

[2]) *Рыльке.* Земная рефракція и ея вліяніе на геометр. нивелл. (Записки военно-топограф. отд. Гл. Шт. томъ LV).

[3]) *Jordan.* Op. cit. S. 539.

этомъ разность между двумя нивеллировками не должна превышать точности измѣреній, т. е. $-\pm\mu\sqrt{2n}$, гдѣ n—число взглядовъ одного хода на данномъ промежуткѣ. Въ частности, если линія разбита на пикеты черезъ 50 саж., то разность превышеній *по прямому и обратному* ходамъ *на каждой парѣ пикетовъ* не должна быть больше $\pm 2\mu$.

2) Если имѣемъ замкнутый полигонъ и вычислили отмѣтки всѣхъ промежуточныхъ точекъ, исходя изъ заданной начальной, то придя опять къ начальной точкѣ, очевидно, получимъ нѣкоторую невязку, разложить которую нужно на промежуточныя высоты пропорціонально ихъ удаленію отъ начальной.

3) Нивеллированіе производится между двумя точками, высоты которыхъ извѣстны заранѣе. Полученная въ этомъ случаѣ невязка должна быть разложена на промежуточныя точки такъ же, какъ и во 2) случаѣ, т. е. пропорціонально удаленіямъ этихъ точекъ отъ начальной, т. е. одной изъ постоянныхъ нашихъ точекъ.

Вычисленіе средней ошибки во 2) и 3) случаѣ, приходящейся на 1 разстоянія (километръ или версту), производится слѣдующимъ образомъ. Пусть общее протяженіе нивеллирнаго хода было L, а невязка при этомъ получилась W, тогда средняя квадратическая ошибка для единицы разстоянія выразится формулой

$$m=\frac{W}{\sqrt{L}}$$

Средняя ошибка высоты какой-нибудь точки послѣ уравновѣшиванія для этихъ случаевъ, полагая, что разстояніе этой точки отъ начальной l_1, а отъ конечной l_2, можетъ быть представлена такъ

$$M=\frac{m}{\sqrt{p_1+p_2}}=\frac{W}{L}\sqrt{l_1\,l_2}$$

такъ какъ

$$\frac{1}{p_1}=\frac{1}{l_1}\quad\text{и}\quad\frac{1}{p_2}=\frac{1}{l_2}$$

а

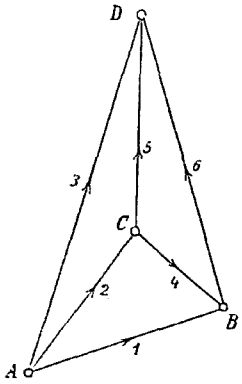
$$l_1+l_2=L.$$

Наибольшей величины M достигнетъ, когда $l_1=l_2=\frac{L}{2}$, и будетъ имѣть значеніе $\frac{W}{2}$.

4) *Уравновѣшиваніе нивеллирной сѣти.* Когда имѣется цѣлая сѣть нивеллирныхъ ходовъ высокой точности, то въ такихъ случаяхъ уравновѣшиваніе ошибокъ производится по способу наименьшихъ квадратовъ. Уравновѣшиваніе по этому способу можно произвести двояко: 1) по способу наблюденій посредственныхъ и 2) по способу наблюденій условныхъ.

Разсмотримъ сначала второй способъ. Положимъ, что у насъ имѣется сѣть нивеллирныхъ ходовъ, изображенная на черт. 338i (стрѣлки показы-

ваютъ направленіе хода). Очевидно, что для полученія высотъ всѣхъ точекъ относительно какой-нибудь изъ нихъ, принятой за начальную, можно получить, если намъ будетъ извѣстно три превышенія напр. h_2, h_4, и h_5 [вообще, при n точкахъ—$(n-1)$ превышеній]. Слѣдовательно, остальныя три превышенія будутъ излишними [вообще же, если имѣемъ p превышеній, то излишнихъ будетъ $p-(n-1)$]. Эти *излишнія данныя даютъ поводъ къ уравновышиванію.* Для взятаго нами случая (черт. 338i) каждыхъ три хода представляютъ замкнутый полигонъ (треугольникъ), поэтому сумма превышеній полигона, взятыхъ въ одномъ какомъ-нибудь направленіи должна равняться нулю, и мы будемъ имѣть



Черт. 338i.

$$\begin{aligned} -h_1+h_2+h_4&=0\\ h_2+h_5-h_3&=0\\ h_4+h_6-h_5&=0 \end{aligned}$$

Если эти три уравненія будутъ удовлетворяться, то сумма превышеній по треугольнику ABC также будетъ нуль.

Поэтому написанныя три условія являются исчерпывающими.

Вслѣдствіе ошибокъ наблюденій, полученныя изъ наблюденій (измѣреніемъ) превышенія не будутъ удовлетворять написаннымъ условіямъ, и послѣ подстановки полученныхъ значеній въ предыдущія равенства, они обратятся въ слѣдующія

$$\begin{aligned} -h_1+h_2+h_4&=w_1\\ h_2+h_5-h_3&=w_2\\ h_4+h_6-h_5&=w_3 \end{aligned}$$

Называя поправки къ измѣреннымъ величинамъ черезъ λ, мы послѣ уравновѣшиванія должны имѣть

$$\begin{aligned} -(h_1+\lambda_1)+(h_2+\lambda_2)+(h_4+\lambda_4)&=0\\ (h_2+\lambda_2)+(h_5+\lambda_5)-(h_3+\lambda_3)&=0\\ (h_4+\lambda_4)+(h_6+\lambda_6)-(h_5+h_5)&=0 \end{aligned}$$

И слѣдовательно, *условныя уравненія будутъ*:

$$\begin{aligned} -\lambda_1+\lambda_2 \quad . \quad +\lambda_4 \quad . \quad . \quad +w_1&=0\\ .\ +\lambda_2-\lambda_3 \quad . \quad +\lambda_5 \quad . \quad +w_2&=0\\ . \quad . \quad . \quad +\lambda_4-\lambda_5 \quad +\lambda_6 \quad +w_3&=0 \end{aligned} \qquad \ldots\ldots\ldots (1)$$

Полагая, что протяженія ходовъ были l, и принимая вѣса превышеній равными $\frac{1}{l}$, мы должны наложить условіе minimum'а на функцію

$$\frac{1}{l_1}(\lambda_1)^2+\frac{1}{l_2}(\lambda_2)^2+\ldots\ldots+\frac{1}{l_6}(\lambda_6)^2$$

при чемъ условія (1) должны удовлетворяться.

Поступая по правиламъ, указаннымъ въ статьѣ „Способъ наименьшихъ квадратовъ", найдемъ нормальныя уравненія коррелатъ, рѣшивъ которыя, найдемъ коррелаты, а затѣмъ отыщемъ поправки λ.

Уравненія коррелатъ будутъ имѣть видъ:

$$\left(\frac{1}{\frac{1}{l_1}+\frac{1}{l_2}+\frac{1}{l_4}}\right)k_1+\frac{1}{\frac{1}{l_2}}k_2+\frac{1}{\frac{1}{l_4}}k_3+w_1=0$$

$$\frac{1}{\frac{1}{l_2}}k_1+\left(\frac{1}{\frac{1}{l_2}+\frac{1}{l_3}+\frac{1}{l_5}}\right)k_2-\frac{1}{\frac{1}{l_5}}k_3+w_2=0$$

$$\frac{1}{\frac{1}{l_4}}k_1-\frac{1}{\frac{1}{l_5}}k_2+\left(\frac{1}{\frac{1}{l_4}+\frac{1}{l_5}+\frac{1}{l_6}}\right)k_3+w_3=0$$

Уравненія же поправокъ будутъ:

$$\lambda_1=-\frac{1}{\frac{1}{l_1}}k_1 \qquad \lambda_4=+\frac{1}{\frac{1}{l_4}}(k_1+k_3)$$

$$\lambda_2=+\frac{1}{\frac{1}{l_2}}(k_1+k_2) \qquad \lambda_5=+\frac{1}{\frac{1}{l_5}}(k_2-k_3)$$

$$\lambda_3=-\frac{1}{\frac{1}{l_3}}k_2 \qquad \lambda_6=+\frac{1}{\frac{1}{l_6}}k_3$$

Уравненія поправокъ очень просто получаются, когда напишемъ условія minimum'а для нашего случая; уравненія же коррелатъ найдутся, когда поправки, выраженныя черезъ коррелаты подставимъ въ условныя уравненія (1).

Пусть, напримѣръ для нашего случая (черт. 338i) имѣемъ:

AB . . .	$h_1=+10.8838$ m.	длина хода	$l_1=11.67$ килом.	вѣсъ	$p_1=85$
AC . . .	$h_2=+4.6783$ „		$l_2=9.24$ „		$p_2=108$
AD . . .	$h_3=+18.5595$ „		$l_3=20.42$ „		$p_3=49$
CB . . .	$h_4=+6.1963$ „		$l_4=6.05$ „		$p_4=165$
CD . . .	$h_5=+13.8677$ „		$l_5=12.86$ „		$p_5=78$
BD . . .	$h_6=+7.6657$ „		$l_6=16.58$ „		$p_6=60$

За единицу вѣса мы приняли ходъ въ 1000 километровъ, поэтому наши

$$p=\frac{1000}{l}.$$

Наши условныя уравненія (1) будутъ такими:

$$\begin{array}{cccc} -\lambda_1+\lambda_2 & . & +\lambda_4 \quad . \quad . & -9.2=0 \\ .+\lambda_2-\lambda_3 & & .+\lambda_5 \quad . & -13.5=0 \\ . \quad . \quad . & & +\lambda_4-\lambda_5+\lambda_6 & -5.7=0 \end{array}$$

Извѣстные члены выражены здѣсь въ миллиметрахъ.

Уравненія коррелатъ, согласно предыдущему, будутъ

$$\begin{array}{l} +0.027\,k_1+0.009\,k_2+0.006\,k_3-9.2=0 \\ +0.009\,k_1+0.042\,k_2-0.013\,k_3-13.5=0 \\ +0.006\,k_1-0.013\,k_2+0.036\,k_3-5.7=0 \end{array}$$

Рѣшая ихъ по схемѣ Гаусса, находимъ:

$$\begin{array}{l} k_1=+158.94 \\ k_2=+369.51 \\ k_3=+264.65 \end{array}$$

А слѣдовательно поправки будутъ:

$$\begin{array}{ll} \lambda_1=-1.9\ {}^{m.}|_{m.} & \lambda_4=+2.5\ {}^{m.}|_{m.} \\ \lambda_2=+4.8\ \ \text{„} & \lambda_5=+1.3\ \ \text{„} \\ \lambda_3=-7.4\ \ \text{„} & \lambda_6=+4.5\ \ \text{„} \end{array}$$

Уравновѣшанныя разности h получатся, когда поправки прибавимъ къ измѣреннымъ величинамъ.

Окончательная повѣрка вычисленій даетъ:

$$\begin{array}{l} -[kw]=+7868.35 \\ \ [p\lambda\lambda]=+7868.28 \end{array}$$

Средняя ошибка наблюденія съ вѣсомъ единица, т.-е. хода въ 1000 кил., будутъ поэтому равняться

$$m'=\pm\sqrt{\frac{[p\lambda\lambda]}{r}}=+\sqrt{\frac{7868.28}{3}}=\pm 51.2\ {}^{m.}|_{m.}$$

а средняя ошибка на 1 километръ окажется

$$m=\pm\frac{51.2}{\sqrt{1000}}=\pm 1.6\ {}^{m.}|_{m.}$$

Можно было бы опредѣлить еще и среднія ошибки уравновѣшанныхъ разностей высотъ, для чего необходимо отыскать изъ вѣса по изложенному нами въ „Способѣ наименьшихъ квадратовъ“ плану. Мы этого не будемъ дѣлать, предоставляя читателю произвести это дополнительное вычисленіе.

Ту же задачу уравновѣшиванія можно произвести по способу *посредственныхъ наблюденій*. Принимая точку A за исходную, мы вполнѣ опредѣлимъ положеніе остальныхъ точекъ B, C и D, имѣя *три* превышенія. Эти три величины примемъ за независимыя между собою неизвѣстныя, которыя назовемъ x, y и z. Пусть вѣроятнѣйшія поправки шести нашихъ превышеній будутъ δ_1, $\delta_2 \ldots \delta_6$. За приближенныя значенія неизвѣстныхъ примемъ превышенія h_1, h_2 и h_3 (черт. 338 i), а поправки къ нимъ пусть будутъ dx, dy, dz. Вслѣдствіе сказаннаго *начальныя уравненія* представятся въ видѣ.

$$\delta_1 = dx$$
$$\delta_2 = dy$$
$$\delta_3 = dz$$

$$h_1 + dx = h_2 + dy + h_4 + \delta_4$$
$$h_3 + dz = h_2 + dy + h_5 + \delta_5$$
$$h_3 + dz = h_1 + dx + h_6 + \delta_6$$

Или, въ обычной формѣ:

$$\delta_1 = dx$$
$$\delta_2 = dy$$
$$\delta_3 = dz$$

$$\delta_4 = ax - dy + (h_1 - h_2 - h_4)$$
$$\delta_5 = dz - dy + (h_3 - h_2 - h_5)$$
$$\delta_6 = dz - dx + (h_3 - h_1 - h_6)$$

Изъ этихъ ур—ій находимъ поправки dx, dy и dz подъ условіемъ $[p\,\delta\delta] = \text{minimum}$'у. Съ этой цѣлью нужно составить по извѣстному плану нормальныя уравненія, а изъ нихъ найти неизвѣстныя.

Обращаясь къ числовымъ величинамъ, даннымъ нами выше, будемъ имѣть:

Начальныя уравненія:

$$\delta_1 = dx$$
$$\delta_2 = dy$$
$$\delta_3 = dz$$

$$\delta_4 = dx - dy + 0.92$$
$$\delta_5 = -dy + dz + 1.35$$
$$\delta_6 = -dx + dz + 1.00.$$

Извѣстные члены выражены въ сантиметрахъ.

Нормальныя уравненія:

$$\begin{aligned} 310.0\,dx - 165.0\,dy - 60.0\,dz + 91.8 &= 0 \\ -165.0\,dx + 351.0\,dy - 78.0\,dz - 257.1 &= 0 \\ -60.0\,dx - 78.0\,dy + 187.0\,dz + 341.9 &= 0 \end{aligned}$$

Рѣшеніе этихъ уравненій даетъ:

$$dx = -0.18 \text{ с/т.}$$
$$dy = +0.49 \quad »$$
$$dz = -0.74 \quad »$$

Подставляя эти значенія въ начальныя уравненія, находимъ значенія вѣроятнѣйшихъ поправокъ:

$\delta_1 = -1.8$ т/т. $\qquad \delta_4 = +2.5$ т/т.
$\delta_2 = +4.9$ » $\qquad \delta_5 = +1.2$ »
$\delta_3 = -7.4$ » $\qquad \delta_6 = +4.4$ »

Эти величины должны въ точности согласоваться съ найденными нами уже другимъ путемъ величинами λ; разницы въ 0.1 объясняются ошибками округленій при вычисленіяхъ.

Нахожденіе средней ошибки для второго случая производится по формулѣ

$$m_1 = \pm \sqrt{\frac{[p\,\delta\delta]}{n-u}}$$

Имѣемъ $[p\,\delta\delta] = 79.0$ $n = 6$ и $u = 3$, поэтому

$$m_1 = \pm \sqrt{\frac{79.0}{3}} = \pm 5.1 \text{ сантим. на 1000 килом.}$$

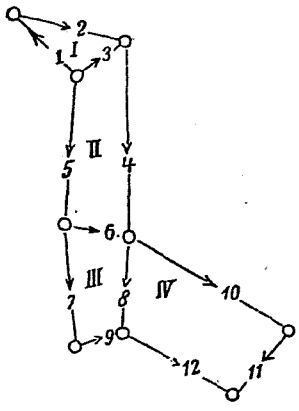
Для хода въ 1 километръ

$$m = \pm \frac{5.1}{\sqrt{1000}} = \pm 0.16 \text{ с/т.} = \pm 1.6 \text{ т/т.}$$

Укажемъ теперь, когда удобнѣе производить уравниваніе первымъ и когда вторымъ способомъ.

Пусть нужно опредѣлить высоты n точекъ и при этомъ сдѣлано p ходовъ, связывающихъ эти точки. (Черт. 338k). Такъ какъ, принимая одну изъ точекъ за исходную, достаточно имѣть $(n-1)$, превышеній для опредѣленія всѣхъ точекъ, подъ условіемъ, что всѣ превышенія другъ отъ друга независимы. Поэтому число *условій*, которымъ должны удовлетворять наши превышенія, будетъ:

$$r = p - n + 1$$



Черт. 338k.

А такъ какъ число нормальныхъ уравненій коррелатъ будетъ равняться числу условій, то ихъ будетъ r.

Съ другой стороны, при уравновѣшиваніи по способу посредственныхъ наблюденій, нужно будетъ отыскать $(n-1)$ независимыхъ неизвѣстныхъ, т.-е. рѣшить $(n-1)$ нормальное ур—іе. Отсюда слѣдуетъ, что, если $r > (n-1)$, выгоднѣе уравненіе вести по методу посредственныхъ наблюденій и обратно.

Математически условіе можно выразить такъ:

$$p > 2(n-1) \text{ — поср. набл.} \quad p < 2(n-1) \text{ — условн. набл.}$$

Когда нивеллирная сѣть составлена изъ второклассныхъ ходовъ, то уравниваніе ведется упрощенно, именно всевозможными путями вычисляются высоты точекъ, въ которыхъ пересѣкается возможно больше ходовъ, а среднее отсюда принимаютъ за окончательный результатъ. Установивъ рядъ такихъ точекъ, остальныя уравниваютъ простѣйшими способами.

Тахеометрія.

§ 219. Общее понятіе. *Тахеометрія* [3]) (или тахиметрія) есть одинъ изъ видовъ вертикальной съемки, состоящій въ опредѣленіи разности высотъ двухъ точекъ съ помощію *наклоннаго луча зрѣнія*, по *быстро* опредѣленному разстоянію между ними и углу наклоненія луча къ горизонту. Особенность тахеометріи состоитъ въ томъ, что *однимъ* и тѣмъ же инструментомъ, при томъ *однимъ* визированіемъ на пикетъ со станціи опредѣляется положеніе пикета по высотѣ, азимуту и разстоянію.

Приборы, служащіе для опредѣленія высоты предмета называются *высотомѣрами*; приборы, предназначенные для опредѣленія азимутовъ — *буссолями* и наконецъ приборы, служащіе для быстраго опредѣленія разстоянія, носятъ названія *дальномѣровъ*.

Такимъ образомъ заранѣе можно сказать, что приборъ, предназначенный для тахеометріи, долженъ быть снабженъ дальномѣромъ, высотомѣромъ и буссолью. Мы прежде всего остановимъ наше вниманіе на ознакомленіи съ *дальномѣрами*, — безъ знанія дальномѣровъ изученіе тахеометріи было бы немыслимо.

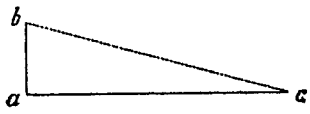
Тахеометрію, въ которой разстоянія помимо дальномѣра получаются *графически* съ плана съемки, называютъ иногда *тахеографометріею*.

§ 220. Дальномѣры, общее понятіе. Приборы, дающіе прямолинейныя разстоянія между данными точками мѣстности *безъ непосредственнаго наложенія* на нихъ какого-либо *мѣрительнаго снаряда* (мѣрной цѣпи, ленты и т. п.), принято называть *дальномѣрами*. Дальномѣры рѣдко представляютъ собою самостоятельный снарядъ, въ большинствѣ же случаевъ, — они являются принадлежностью какого-либо другого геодезическаго инструмента, — обыкновенно зрительной трубы. Въ основаніе устройства всѣхъ дальномѣровъ кладется одна мысль, — *по небольшому*, заранѣе извѣстному или прочитываемому во время наблюденій, *базису ab* (черт. 339) опредѣлить разстояніе *ac* между базисомъ и удаленной отъ него точкой *c*. Искомое разстояніе и базисъ (или его часть) обыкновенно стремятся сдѣлать частями прямоугольнаго треугольника. Въ такомъ прямоугольномъ треугольникѣ во время употребленія дальномѣра измѣряютъ инструментомъ еще

---

[3]) Скороизмѣреніе.

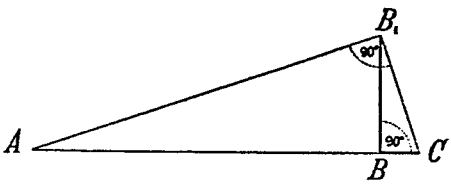
одинъ элементъ, а именно: или острый уголъ, или отрѣзокъ гипотенузы, или катетъ, связывающій искомое разстояніе съ другимъ *извѣстнымъ* уже элементомъ. Если базисъ находится при самомъ дальномѣрѣ, то отъ удаленной отъ него точки требуется только ея видимость изъ точки стоянія дальномѣра; если же при дальномѣрѣ нѣтъ базиса, то въ удаленной точкѣ долженъ или находиться такой заранѣе извѣстный базисъ, или онъ долженъ прочитываться во время наблюденія. Въ этомъ послѣднемъ случаѣ къ дальномѣру присоединяется рейка съ дѣленіями, которую и устанавливаютъ для прочтенія базиса въ удаленную отъ дальномѣра точку.



Черт. 339.

§ 220bis. **Виды дальномѣровъ.** Дальномѣры дѣлятся на двѣ категоріи: дальномѣры *безъ рейкъ* (преимущественно военные дальномѣры, дающіе разстояніе крайне приближенно) и дальномѣры *съ рейками.* Послѣдніе въ свою очередь подраздѣляются на два вида: а) съ перемѣннымъ угломъ и постоянною рейкою и б) съ постояннымъ угломъ, но перемѣнною по длинѣ рейкою.

Дальномѣры съ постоянною по длинѣ рейкою (съ двумя цѣлями) требуютъ для нахожденія искомаго разстоянія, опредѣленія перемѣннаго остраго угла, или его тригонометрической линіи, а дальномѣры съ постояннымъ угломъ требуютъ, чтобы длина рейки мѣнялась съ измѣненіемъ разстоянія, причемъ перемѣнная длина рейки и служитъ предметомъ наблюденія во время употребленія дальномѣра.



Черт. 340.

Пусть AB (черт. 340) искомое разстояніе, сдѣлаемъ его отрѣзкомъ гипотенузы AC треугольника AB_1C, въ которомъ извѣстенъ базисъ BB_1, равный разстоянію между вершиною прямого угла и гипотенузою AC. Очевидно, что AB опредѣлится, если построимъ углы B и B_1 и измѣримъ отрѣзокъ BC; дѣйствительно, такъ какъ:

$AB \cdot BC = BB_1^2$, то $AB = \frac{BB_1^2}{BC}$. При $BB_1 = 10$ саж. и искомомъ разстояніи AB въ 2 версты, т. е. 1000 саженъ, получимъ

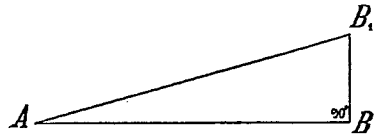
$$BC = \frac{BB_1^2}{AB} = \frac{100}{1000} = \frac{1}{10} \text{ сажени.}$$

Съ увеличеніемъ разстоянія AB, отрѣзокъ BC долженъ уменьшаться, а слѣдовательно долженъ быть возможно тщательнѣе (точнѣе) опредѣленъ.[1])

[1]) Это, какъ легко усмотрѣть, и является однимъ изъ главныхъ недостатковъ дальномѣра: если допустить, что вмѣсто $BC = 0{,}1$ саж., мы нашли, путемъ измѣренія $(BC \pm d)$, то $AB = BB_1^2 : (BC \pm d)$, для $d = 0{,}001$ саж. въ предыдущемъ примѣрѣ, гдѣ $BB = 10$ с., будетъ $AB = \frac{100}{0{,}101} = 990{,}0099$ саж., т.-е. ошибка въ опредѣляемомъ разстояніи AB достигнетъ почти 10 саженей.

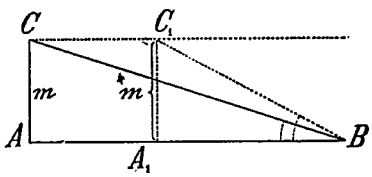
То же разстояніе AB (черт. 341) опредѣлится, если при извѣстномъ базисѣ BB_1 измѣримъ острый уголъ B_1.

Если въ удаленную точку $A(A_1)$ (черт. 342) поставимъ брусъ AC опредѣленной длины m, то для опредѣленія $AB(A_1B)$ потребуется измѣрить перемѣнный острый уголъ B (или его тригонометрическую линію, напр., тангенсъ).

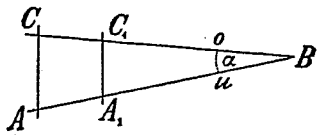


Черт. 341.

Если же въ удаленной точкѣ A или A_1 (черт. 343) будетъ стоять рейка съ дѣленіями (напр., каждое въ 0,01 саж.), а въ точкѣ B—*постоянный* уголъ α, то визированіемъ вдоль его сторонъ Bo и Bu можно на рейкѣ замѣтить двѣ точки $\begin{matrix}A\\A_1\end{matrix}$ и $\begin{matrix}C\\C_1\end{matrix}$, а слѣдоват. прочесть въ сотыхъ доляхъ сажени базисъ AC (A_1C_1), а по углу α и отрѣзку $\begin{matrix}A\ C\\A_1\ C_1\end{matrix}$ вычислить AB (A_1B).



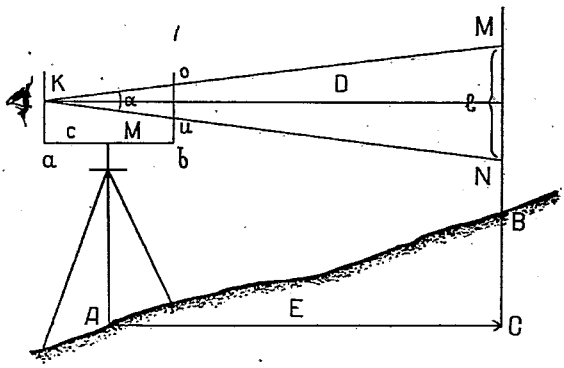
Черт. 342.



Черт. 343.

§ 221. Общая идея дальномѣра съ постояннымъ угломъ. Устройство дальномѣра съ постояннымъ угломъ. Дальномѣръ Эртеля [1]).

Общая идея дальномѣра съ постояннымъ угломъ заключается въ томъ, что у визирнаго снаряда, будетъ ли то алидада съ діоптрами или зрительная труба, устраиваютъ двѣ *постоянныя точки* o и u (черт. 344), благодаря присутствію которыхъ получаются два постоянные луча зрѣнія Ko и Ku, идущіе отъ глаза K наблюдателя къ этимъ двумъ постояннымъ точкамъ o и u визирнаго снаряда, образуя постоянный уголъ $oKu = \alpha$, измѣряющій разстояніе D отъ глаза K до рейки MN.



Черт. 344.

Устроимъ постоянныя точки o и u такъ на визирномъ снарядѣ,

---

[1]) Первоначально дальномѣръ появился въ Англіи. Въ семидесятыхъ годахъ XVIII столѣтія онъ былъ устроенъ лондонскимъ механикомъ Греномъ (Green) и оттуда перешелъ въ Германію, а около 1810 года онъ былъ введенъ въ употребленіе въ Баваріи, будучи предложенъ и построенъ механикомъ Рейхенбахомъ. Дальномѣръ Рейхенбаха напоминаетъ видъ простой трубы Кеплера; его окуляръ устроенъ въ видѣ двухъ плосковыпуклыхъ линзъ съ двумя діафрагмами, почему въ послѣднее время

чтобы треугольникъ oKu былъ равнобедреннымъ, тогда, проектируя o и u на рейку, въ точки M и N, и дѣлая отсчеты отъ нуля рейки, увидимъ, что разность l сдѣланныхъ отсчетовъ по рейкѣ съ дѣленіями будетъ основаніемъ равнобедреннаго треугольника MKN, въ которомъ разстояніе D будетъ высотою. Пусть длина линейки алидады $ab = 9 — 10$ дюймамъ и M—середина линейки ab, такъ что $aM = Mb = c$, гдѣ c величина постоянная, равная $4^1/_2 — 5$ дюймамъ.

Изъ чертежа ясно, что

$$l : D = ou : ab = 2\,tg\frac{\alpha}{2}$$

Откуда $$D = l \times \frac{ab}{ou} = \frac{1}{2\,tg\frac{\alpha}{2}} \cdot l = kl \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (D)$$

гдѣ $$k = \frac{1}{2} \cdot ctg\frac{\alpha}{2}.$$

Искомое же разстояніе $E = MB'$ отъ середины M инструмента до подошвы рейки B' будетъ

$$E = D — c$$

или

$$E = kl — c.$$

Относя знакъ минусъ (—) къ самой постоянной c, откладываемой влѣво (назадъ), отъ середины инструмента — точки M, можно написать *общую формулу* дальномѣра съ постояннымъ угломъ

$$E = kl + c \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (E)$$

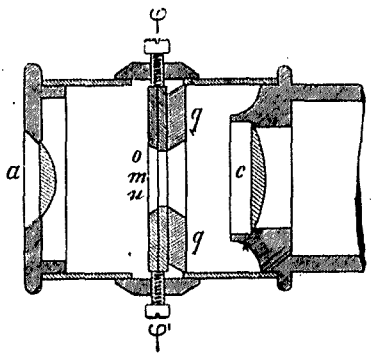
гдѣ k и c — постоянныя величины, изъ которыхъ первая $\varkappa$ зависитъ отъ ctg малаго постояннаго угла α, а вторая c отъ размѣровъ инструмента.

Разсмотримъ дальномѣръ съ зрительною трубою, съ постояннымъ угломъ и перемѣнною рейкою (съ дѣленіями) и остановимся при этомъ на дальномѣрахъ Эртеля и Порро. Устройство дальномѣра, усовершенствованнаго Эртелемъ (первоначально предложеннаго Рейхенбахомъ), заключается въ присоединеніи къ кресту нитей зрительной трубы Гюйгенса (черт. 345) еще двухъ нитей, параллельныхъ горизонтальной нити [1]). Такимъ образомъ сѣтка трубы съ дальномѣромъ Эртеля должна имѣть видъ, показанный на чертежѣ 346. Эти двѣ добавочныя нити oo и uu и называются *дальномѣрными*. Онѣ или неподвижны и натянуты на общую съ крестомъ нитей

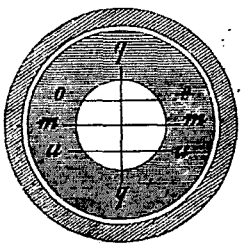
съ успѣхомъ замѣняется окулярами Рамсдена и ортоскопическимъ. Но болѣе усовершенствованнымъ по отношенію къ постоянному множителю, по которому получается разстояніе дальномѣромъ, является устройство Эртеля, почему мы и останавливаемся на немъ.

[1]) Дальномѣрныя нити могутъ быть параллельны и вертикальной нити, но тогда рейка должна быть горизонтальна.

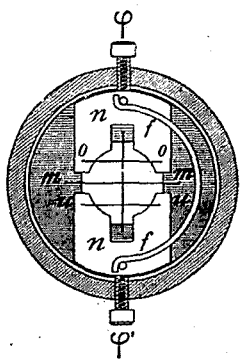
діафрагму трубы (черт. 346), или же могутъ подвигаться съ помощію особаго приспособленія въ трубѣ (черт. 347); вертикальная и средняя горизонтальная нить *mm* прикрѣплены къ діафрагмѣ *q* (черт. 345), а дальномѣрныя *подвижныя* нити *oo* и *uu* прикрѣплены къ пластинкамъ *n* и *n′* (черт. 347). Эти пластинки — „салазки" могутъ быть передвигаемы въ па-



Черт. 345.



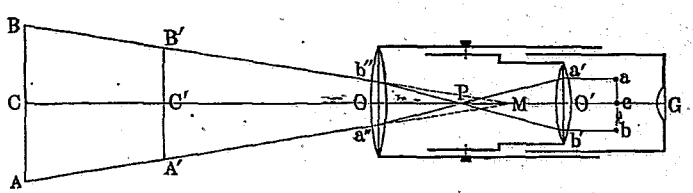
Черт. 346.



Черт. 347.

захъ діафрагмы посредствомъ винтовъ φ и φ′, причемъ при вывертываніи ихъ, подковообразная пружина *ff* раздвигаетъ пластинки *n* и *n′*, а съ ними и дальномѣрныя нити, а при ввертываніи винтовъ пластинки и нити сближаются. Вращеніемъ винтовъ φ и φ′ можно регулировать какъ разстояніе между дальномѣрными нитями, такъ и сдѣлать одинаковыми разстоянія каждой изъ дальномѣрныхъ нитей отъ средней нити *mm*.

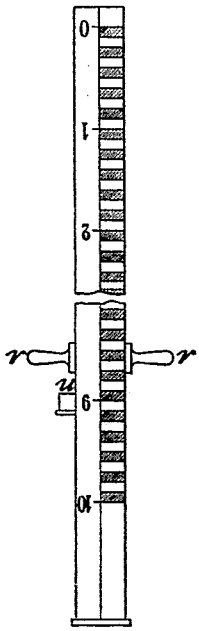
Устройство дальномѣра Порро. Профессоръ *Порро* въ Миланѣ предложилъ дальномѣръ, устройство котораго схематически представлено на черт. 348. Особенность этого дальномѣра заключается въ томъ, что въ объективномъ колѣнѣ помѣщаются не только ахроматическій объективъ *O*, но и собирательное стекло *O′*; послѣднее, находясь въ особомъ отъ объектива цилиндрѣ, можетъ быть самостоятельно передвигаемо вдоль оси трубы. Для этого передвиженія нужно предварительно отвернуть окулярное колѣно отъ объективнаго колѣна. Въ окулярномъ колѣнѣ помѣщаются: окуляръ *G*, состоящій изъ двухъ ахроматическихъ стеколъ, и діафрагма съ сѣткой *a c b*, въ видѣ трехъ горизонтальныхъ и одной вертикальной нити. Дальномѣрныя нити неподвижны и потому сѣтка имѣетъ видъ, изображенный на черт. 346.



Черт. 348.

§ 222. Рейка, употребляющаяся при дальномѣрахъ съ постояннымъ угломъ, должна быть съ дѣленіями, она представляетъ собою узкій деревянный брусъ, длиною въ 1,5 сажени и шириною въ 2—3 вершка (черт. 349). Не рѣдко онъ дѣлается складнымъ по серединѣ, имѣя на обратной сторонѣ шарниръ и крючокъ съ гайкою. Сзади рейки на высотѣ груди человѣка, т. е. на высотѣ двухъ аршинъ отъ земли прикрѣпляется одна, а иногда

съ боковъ двѣ ручки rr, за которыя рабочій держитъ рейку. Чтобы рейку легче было держать вертикально, къ ней подъ одною изъ ручекъ можетъ быть прикрѣпленъ круглый уровень u. На лицевой сторонѣ рейки наносятся равныя между собою дѣленія, подпись которыхъ идетъ сверху внизъ отъ нуля. Нуль на дальномѣрной рейкѣ ставится всегда наверху, а не внизу, для удобства отсчитыванія по ней разстояній, такъ какъ нижняя дальномѣрная нить обыкновенно направляется на нуль вертикально стоящей рейки. Если нуль помѣщать внизу рейки, то онъ могъ бы быть иногда не видимъ за мѣстными препятствіями, напр., высокой травой, кустарникомъ и т. п. Ниже мы увидимъ, что особенной надобности (кромѣ удобства) въ пользованіи нулемъ не представляется.

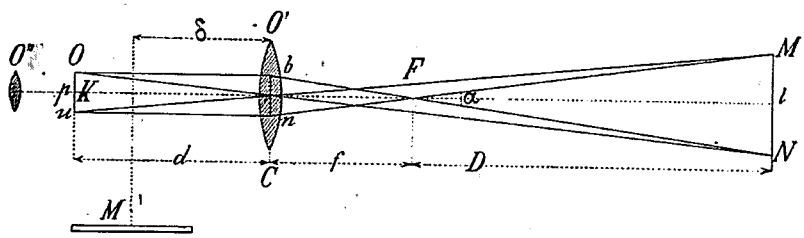


Черт. 349.

§ 223. Теорія дальномѣра Рейхенбаха. Пусть $O'C$ (черт. 350)— объективътрубы, F — передній изъ главныхъ фокусовъ, O — верхняя, u — нижняя дальномѣрныя нити сѣтки K, перпендикулярныя къ плоскости чертежа, MN — *перпендикулярно* стоящая къ оптической оси FK трубы рейка.

Въ окуляръ O'', (играющій роль микроскопа), мы увидимъ между нитями O и u часть l рейки MN, на которую спроектируются дальномѣрныя нити. Допустимъ, что рейка удалена на разстояніе $(D+f)$ отъ оптическаго центра объектива O', причемъ f есть главное его фокусное разстояніе.

Обозначимъ разстояніе сѣтки нитей K отъ центра объектива O' при направленіи трубы на рейку черезъ d,[1]) а разстояніе между нитями O



Черт. 350.

и u—черезъ p. Перенесемъ разстояніе $Ou=p$ въ центръ объектива, получимъ $bn=p$, тогда изъ подобныхъ равнобедренныхъ треугольниковъ bnF и FMN, съ параллельными основаніями MN и bn, перпендикулярными къ оптической оси KF, напишемъ пропорцію $\frac{D}{l}=\frac{f}{p}$.

Откуда

$$D=\frac{f}{p}.l. \quad \ldots \quad (1)$$

или

$$D=kl. \quad \ldots \quad (2)$$

---

[1]) Разстояніе d есть также разстояніе изображенія рейки въ трубѣ отъ центра объектива.

Здѣсь $k=\frac{f}{p}$ *величина постоянная* для одного и того же объектива и для одной и той же сѣтки. Изъ этой формулы видно:

1) что, зная *длину* части рейки l и постоянную величину k (или p и f) можно опредѣлить D, т. е. разстояніе рейки отъ передняго фокуса F объектива и

2) что часть l рейки, видимая въ трубу дальномѣра между двумя крайними нитями, *прямо пропорціональна разстоянію отъ рейки до передняго фокуса F объектива.*

Уголъ $MFN=bFn=\alpha$, съ вершиною въ главномъ фокусѣ F, образованный лучами, идущими отъ нитей O и n параллельно оптической оси объектива и, по преломленіи, пересѣкающимися въ главномъ фокусѣ F объектива, есть *постоянный уголъ дальномѣра*; его иногда называютъ *діастимометрическимъ*, т. е. измѣряющимъ разстоянія, потому что между его сторонами заключается часть рейки, пропорціональная измѣряемому разстоянію.

По формулѣ (2) можно опредѣлять разстояніе D отъ рейки до передняго фокуса F объектива, на практикѣ же надо знать разстояніе отъ средины инструмента, въ которомъ устроенъ дальномѣръ, до рейки. Если это разстояніе обозначимъ чрезъ E, а разстояніе объектива отъ средины M' инструмента черезъ δ, то

$$E=D+f+\delta=kl+f+\delta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

или, если обозначимъ чрезъ c — величину $(f+\delta)$, постоянную для одного и того же объектива и одного и того же инструмента, получимъ окончательную формулу

$$E=kl+c \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (I),$$

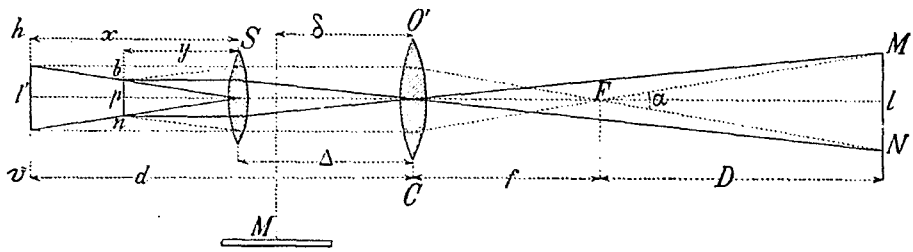
гдѣ $k=\frac{f}{p}$ и $c=f+\delta$.

§ 224. Теорія дальномѣра Эртеля. Формула (I), выведенная для трубы Кеплера, примѣнима и къ трубамъ съ окулярами Рамсдена и Кельнера (ортоскопическимъ) [1]). Если же дальномѣрная сѣтка нитей будетъ помѣщена въ трубѣ съ окуляромъ Гюйгенса, какъ это сдѣлалъ въ своемъ дальномѣрѣ Эртель, то между сѣткою и объективомъ расположится еще собирательное стекло S (черт. 351). Вслѣдствіе этого формула (I), хотя по внѣшнему виду останется безъ измѣненія и для окуляра Гюйгенса, но тѣмъ не менѣе выводъ ея будетъ отличаться отъ предшествующаго, при чемъ постоянное k будетъ имѣть другое значеніе.

Дѣйствительно, пусть $O'C$ (черт. 351) объективъ трубы, тогда лучи, идущіе отъ точекъ M и N рейки, отстоящихъ на разстояніи l другъ отъ друга, могли бы дать изображеніе l' въ трубѣ, если бы на своемъ пути

[1]) Такъ какъ теорія дальномѣра трубы Кеплера выводится въ зависимости отъ фокуснаго разстоянія f только объектива, окуляръ же при этомъ не играетъ никакой роли; окуляры Рамсдена и Кельнера также передвигаются въ трубѣ, подобно окуляру Кеплера, *независимо отъ сѣтки* и играютъ роль лупы.

не встрѣчали собирательнаго стекла S, но встрѣтивъ на своемъ пути собирательное стекло S, они не дадутъ въ трубѣ изображенія l', такъ какъ преломятся. Отклонившись отъ своего первоначальнаго направленія, они дадутъ изображенія b и n тѣхъ же точекъ M и N рейки ближе къ объ-



Черт. 351.

ективу, а именно путемъ установки окулярнаго колѣна изображенія получатся въ томъ мѣстѣ трубы, гдѣ натянута сѣтка съ дальномѣрными нитями O и n, находящимся на разстояніи p другъ отъ друга [1]). *Будемъ l' разсматривать какъ мнимое изображеніе предмета p*, тогда, обозначивъ разстояніе CN отъ рейки MN до центра объектива O' чрезъ $(D+f)$, разстояніе Cv изображенія l' отъ центра объектива — чрезъ d, разстояніе bS предмета p отъ центра собирательнаго стекла S—чрезъ y и, наконецъ, разстояніе hS изображенія l' отъ центра собирательнаго стекла S—чрезъ x, можемъ написать 4 уравненія: первыя два для объектива, а послѣднія два—для стекла S окуляра:

$$\frac{1}{D+f}+\frac{1}{d}=\frac{1}{f} \quad \ldots\ldots (1) \qquad -\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{f'} \quad \ldots\ldots (3)$$

$$\frac{l}{D}=\frac{l'}{f} \quad \ldots\ldots (2) \qquad \frac{l'}{x}=\frac{p}{y} \quad \ldots\ldots (4)$$

Здѣсь уравненія (1) и (3) написаны примѣнительно къ формулѣ $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$ [2]), f есть главное фокусное разстояніе объектива O', а f'—главное фокусное разстояніе собирательнаго стекла S. Изъ предыдущихъ четырехъ уравненій найдемъ разстояніе D; для чего исключимъ величины d, x и l'. Уравненіе (2) даетъ

$$D=l.f.\frac{1}{l'}.$$

Изъ уравненія (4) находимъ:

$$\frac{1}{l'}=\frac{1}{p}.\frac{y}{x}$$

Вставляя это значеніе $\frac{1}{l'}$ въ предыдущее равенство, получимъ

$$D=l.\frac{f}{p}.\frac{y}{x}=kl.\frac{y}{x} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

---

[1]) При построеніи изображенія части $MN=l$ рейки будемъ также проводить лучи свѣта, идущіе отъ M и N, преломляющіеся въ первомъ стеклѣ $O'C$, но по преломленіи *проходящіе черезъ центръ второго стекла S*, на чертежѣ показана часть ихъ, расположенная влѣво отъ центра стекла S.

[2]) См. статью о зрительныхъ трубахъ.

Отношеніе $\frac{y}{x}$ найдемъ изъ равенства (3), умножая его на y имѣемъ

$$\frac{y}{x} = 1 - \frac{y}{f'}.$$

А потому уравненіе (5) преобразуется въ

$$D = k\left(1 - \frac{y}{f'}\right) l = k'l, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6),$$

гдѣ

$$k' = k\left(1 - \frac{y}{f'}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

Обозначая, какъ и прежде, разстояніе отъ средины M инструмента до центра объектива, измѣряемое по оси объектива, черезъ δ, а разстояніе отъ средины инструмента до рейки черезъ E, имѣемъ:

$$E = D + f + \delta = k'l + f + \delta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

или

$$E = k'l + c, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (II),$$

гдѣ

$$k' = \left(1 - \frac{y}{f'}\right)\frac{f}{p}, \text{ а } c = f + \delta.$$

При употребленіи формулы (II) необходимо, чтобы k' и c были постоянны. Такъ какъ c зависитъ отъ f и δ, то оно постоянно для одного и того же объектива и одного и того же инструмента; что же касается k', зависящаго отъ f, f', p и y, то оно будетъ постояннымъ для одной и той же трубы только тогда, когда будетъ *постоянно y, т. е. разстояніе отъ сѣтки до собирательнаго стекла.* На этомъ основаніи, *сѣтка нитей въ дальномѣрѣ Эртеля не должна измѣнять своего разстоянія отъ собирательнаго стекла.*

§ 225. Теорія дальномѣра Порро. Оставимъ для вывода теоріи дальномѣра Порро тотъ же чертежъ 351-й, однако примемъ во вниманіе, что у Порро разстояніе Δ собирательнаго стекла S отъ объектива O' *постоянно*, а y можетъ мѣняться и разстояніе $x = d - \Delta$. Вставляя это значеніе x въ уравненія (3) и (4), получимъ прежнія 4 уравненія въ видѣ:

$$\frac{1}{D+f} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f} \quad \ldots\ldots (1)$$

$$\frac{D}{l} = \frac{f}{l'} \quad \ldots\ldots (2)$$

$$\frac{1}{y} - \frac{1}{d-\Delta} = \frac{1}{f'} \quad \ldots\ldots (3)$$

$$\frac{p}{l'} = \frac{y}{d-\Delta} \quad \ldots\ldots (4)$$

Найдемъ разстояніе D изъ этихъ уравненій, исключая вспомогательныя величины l', y и d. Изъ равенства (2) слѣдуетъ, что

$$D = f \cdot l \cdot \frac{1}{l'}$$

Изъ равенства (4) находимъ

$$l' = \frac{(d-\Delta)\,p}{y}$$

Подставляя это значеніе въ выраженіе D, получимъ

$$D = f \,.\, l \,.\, \frac{y}{p\,(d-\Delta)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

Уравненіе (3) даетъ

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{d-\Delta} + \frac{1}{f'}$$

или

$$y = \frac{1}{\frac{1}{f'} + \frac{1}{d-\Delta}} = \frac{f'\,(d-\Delta)}{d-\Delta+f'} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

Замѣняя y въ равенствѣ (5) его значеніемъ изъ (6), получимъ

$$D = \frac{f \,.\, l \,.\, f'}{p\,(d-\Delta+f')} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

Для исключенія d изъ (7) обратимся къ уравненію (1); оно даетъ

$$\frac{1}{d} = \frac{1}{f} - \frac{1}{D+f} = \frac{D}{f\,(D+f)}$$

или

$$d = \frac{f\,(D+f)}{D}$$

Уравненіе (7), по исключеніи изъ него d, приметъ видъ:

$$D = \frac{ff'l}{\left\{\frac{f\,(D+f)}{D} - \Delta + f'\right\} p}$$

или

$$D = \frac{ff'\,l \,.\, D}{[f\,(D+f) + (f'-\Delta)\,D]\,p} \,.$$

Откуда:

$$1 = \frac{ff'l}{[f^2 + D\,(f+f'-\Delta)]\,p} \text{ или } D = \frac{ff'l - p\,f^2}{p(f-\Delta+f')} \,.$$

Прибавивъ по f, получимъ разстояніе до центра объектива, оно будетъ:

$$D+f = \frac{ff'l}{p(f-\Delta+f')} - \frac{f^2}{f+f'-\Delta} + f = \frac{ff'}{p(f-\Delta+f')}\,l - \frac{f\,(\Delta-f')}{f+f'-\Delta} \,.$$

Эта формула опредѣляетъ разстояніе рейки отъ центра объектива, а по-

тому разстояніе E отъ рейки до средины инструмента при прежнихъ же обозначеніяхъ будетъ:

$$E = \frac{ff'}{(f-\Delta+f')p}\, l - \frac{f(\Delta-f')}{f-\Delta+f'} + \delta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

Порро предложилъ брать δ, f, f' и Δ такой длины, чтобы онѣ удовлетворяли равенству:

$$c = o \text{ или } -\frac{f(\Delta-f')}{f-\Delta+f'} + \delta = o,$$

т. е. чтобы

$$\delta = \frac{f(\Delta-f')}{f-\Delta+f'}.$$

Тогда, при $c = o$,

$$E = \frac{ff'}{(f-\Delta+f')\,p}\, l \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

Обозначивъ выраженіе $\frac{ff'}{(f-\Delta+f')p}$, постоянное для одной и той же трубы, чрезъ k'', получимъ формулу дальномѣра Порро:

$$E = k''l \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (III)$$

Такъ какъ изъ оптики извѣстно, что эквивалентное фокусное разстояніе f'' системы двухъ собирательныхъ стеколъ (объектива и собирательнаго стекла) есть:

$$f'' = \frac{ff'}{f-\Delta+f'},$$

то

$$k'' = \frac{f''}{p}.$$

Разстояніе Δ собирательнаго стекла S отъ объектива O', будучи однажды выбрано для дальномѣра Порро, *не должно измѣняться съ измѣненіемъ разстоянія рейки отъ инструмента*, между тѣмъ, какъ въ дальномѣрѣ Эртеля эта длина измѣняется. Въ этомъ и состоитъ существенное различіе дальномѣровъ Порро и Эртеля.

Такъ какъ *въ дальномѣрѣ Порро часть l рейки, видимая въ трубу между дальномѣрными нитями, пропорціональна разстоянію ея отъ средины инструмента*, то уголъ зрѣнія при точкѣ M на оси трубы (черт. 348) постояненъ [1]), а потому Порро назвалъ эту точку *аналлатическою* [2]), а самый дальномѣръ *аналлатическимъ*. Въ этомъ смыслѣ передній фокусъ F объектива дальномѣровъ Эртеля и Рейхенбаха есть также точка аналлатическая.

---

[1]) Лучи, идущіе отъ a и b, параллельно оси трубы, преломясь въ стеклѣ O' (черт. 348), сойдутся въ фокусѣ P этого стекла, и, пройдя черезъ объективъ, дадутъ лучи $a''A$ и $b''B$. Продолженіе этихъ лучей, очевидно, дастъ постоянную точку M.

[2]) Неизмѣнною.

И такъ, формулы для дальномѣровъ Рейхенбаха, Эртеля и Порро слѣдующія:

1) для дальномѣра Рейхенбаха $E = kl + c$, гдѣ $k = \frac{f}{p}$ и $c = f + \delta$,

2) для дальномѣра Эртеля:

$$E = k'l + c, \text{ гдѣ } k' = \frac{f}{p} \cdot \left(1 - \frac{y}{f'}\right) \text{ и } c = f + \delta.$$

и 3) для дальномѣра Порро:

$$E = k''l, \text{ гдѣ } k'' = \frac{f''}{p} = \frac{ff'}{(f - \Delta + f')p} \text{ и } c = o.$$

Вообще же

$$E = kl + c,$$

гдѣ E есть разстояніе отъ средины инструмента до рейки, l—часть рейки, видимая въ трубу между дальномѣрными нитями сѣтки, k и c постоянныя величины для одной и той же трубы и одного и того же инструмента, причемъ для дальномѣра Порро $c = o$.

§ 226. Опредѣленіе постоянныхъ величинъ k и c дальномѣра съ постояннымъ угломъ. Въ формулу $E = kl + c$, по которой опредѣляется разстояніе дальномѣрами съ постояннымъ угломъ, входятъ двѣ постоянныя величины k и c. Величины эти находятся *опытнымъ путемъ* передъ употребленіемъ даннаго дальномѣра. Покажемъ пріемъ практическаго опредѣленія величинъ c и k.

Опредѣленіе c. Проще всего опредѣлить c непосредственнымъ его измѣреніемъ, для чего трубу съ окуляромъ Рамсдена слѣдуетъ направить на возможно отдаленный предметъ. Сѣтка нитей расположится въ моментъ наблюденія въ главномъ фокусѣ объектива, а потому разстояніе, измѣренное по верху трубы, отъ объектива до сѣтки, дастъ f, а разстояніе отъ объектива до горизонтальной оси вращенія трубы (или вообще до точки трубы, лежащей отвѣсно надъ срединою инструмента) дастъ δ, сумма этихъ разстояній даетъ c, ибо $c = f + \delta$. При $f = 10 - 20$ дюйм. и $\delta = 8$ дюйм., $c = 28$ дюйм., т. е. $c < 0{,}5$ саж.

Для трубы съ окуляромъ Гюйгенса, фокусное разстояніе f объектива опредѣляется достаточно точно, если вывернемъ сѣтчатое колѣно изъ трубы и получимъ позади объектива на экранѣ яркое изображеніе солнца, такъ какъ разстояніе этого изображенія отъ объектива выразитъ f.

Опредѣленіе k. Найдя величину c, опредѣляютъ величину k слѣдующимъ образомъ: на мѣстности возможно горизонтальной и ровной, напр. по шоссе или бровкѣ полотна желѣзной дороги, отмѣряютъ по направленію прямой сперва длину c, а потомъ отъ конца длины c, длины въ 25, 50, 75 и 100 саженъ; и на одномъ концѣ прямой въ $100 + c$ саженъ ставятъ дальномѣръ [1]), а на другомъ — рейку, раздѣленную на сотыя доли сажени. Затѣмъ наводятъ трубу на рейку и направляютъ нижнюю дальномѣрную нить сѣтки на верхъ рейки, гдѣ, какъ уже сказано, стоитъ ноль, по дру-

[1]) Такъ, чтобы середина трубы была надъ концомъ прямой.

гой же дальномѣрной нити дѣлаютъ на рейкѣ отсчетъ. Этотъ отсчетъ дастъ въ сотыхъ доляхъ сажени величину l. Искомое k опредѣлится изъ равенства $E = kl + c$, а именно $k = \frac{E-c}{l}$.

Вслѣдствіе вліянія неизбѣжныхъ погрѣшностей, сопровождающихъ произведенное измѣреніе прямой и сдѣланный отсчетъ числа сотокъ въ длинѣ l по рейкѣ, k будетъ также сопровождаться ошибкой.

Для устраненія вліянія погрѣшностей измѣреній на величину k дѣлаютъ нѣсколько опредѣленій k; при чемъ на мѣстности послѣдовательно берутъ разстоянія въ $c+$(100, 75, 50 и 25) саж.

Пусть, напр. c найдено и оказалось $= 0{,}4$ саж., на мѣстности отмѣрены разстоянія въ 100,4 саж., 75,4 саж., 50,4 саж. и, наконецъ, 25,4 саж. При послѣдовательной постановкѣ рейки въ дальній конецъ этихъ прямыхъ на рейкѣ соотвѣтственно прочтено: 99,3 дѣленій рейки, 74,6 дѣленій, 49,5 и, наконецъ, 24,7 дѣленій. Вслѣдствіе чего найдено:

$$k_1 = \frac{100{,}4 - 0{,}4}{0{,}993} = \frac{100}{0{,}993} = 100{,}7;\ k_2 = 100{,}5;\ k_3 = 101{,}0 \text{ и } k_4 = 101{,}2;$$

окончательно

$$k = 100 + \frac{0{,}7 + 0{,}5 + 1{,}0 + 1{,}2}{4} = 100{,}85.$$

§ 227. Заготовка рейки къ дальномѣру съ постоянными нитями. Опредѣляя постоянное k, мы видѣли, что оно можетъ выражаться числомъ, состоящимъ изъ трехъ—четырехъ и болѣе цифръ, точно также и отсчетъ *числа сотокъ* (шашекъ) въ длинѣ l, при прочтеніи его по рейкѣ, выражается числомъ въ двѣ или три цифры, поэтому при примѣненіи формулы $E = kl + c$ приходится производить умноженіе многозначнаго числа на многозначное, что утомительно и потребуетъ непроизводительной затраты времени. Во избѣжаніе умноженія k на отсчеты l можно было бы заранѣе составить таблицу по аргументу l, но составленію таблицы предпочитаютъ заготовленіе рейки къ данному экземпляру дальномѣра. Желаніе заготовить рейку вызывается тѣмъ соображеніемъ, что искомое разстояніе $D = E - c$ до передняго фокуса объектива—выгодно выразить простымъ отсчетомъ по рейкѣ числа шашекъ между нитями дальномѣра. Дѣйствительно, если $D = E - c = 100$ саженямъ, то $100 = kl$; если k не $= 100$, то и l не равно 1 саж.; поэтому преобразуемъ формулу $D = kl$ такъ, чтобы *число единицъ* мѣры (напр. саженей) *въ разстояніи* D *равнялось числу* (нѣкоторыхъ) *дѣленій на рейкѣ*, видимыхъ въ трубу между дальномѣрными нитями. Пусть $D = ms$, гдѣ s—длина, принятая за единицу мѣры, m—число единицъ заключающихся въ D, допустимъ, что и въ длинѣ l рейки, видимой въ трубу между крайними нитями сѣтки, содержится также m равныхъ между собой частей, длиною каждая $= t$; тогда, вмѣсто $D = kl$, получимъ

$$ms = kmt$$

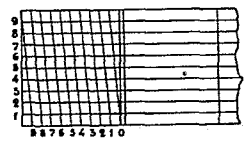
или $t = s : k$, т. е. для возможности чтенія по рейкѣ *числа* m единицъ s, заключающихся въ разстояніи D, необходимо чтобы длина t каждаго дѣ-

ленія на рейкѣ равнялась единицѣ мѣры s, раздѣленной на постоянное k дальномѣра. На рейкѣ отъ нуля можно *отложить* сколько угодно такихъ дѣленій, равныхъ $(s:k)$; но отложеніе не удобно, такъ какъ $t=s:k$ опредѣляется на практикѣ не достаточно точно по k. Вслѣдствіе этого процессъ заготовленія рейки состоитъ въ томъ, чтобы 100 саженямъ мѣстности соотвѣтствовало 100 шашекъ на рейкѣ, т. е. заключается въ слѣдующемъ: на возможно ровной и горизонтальной мѣстности (напр. по бровкѣ полотна дороги) отмѣряютъ прямую, длиною въ $100+c$ саженъ, на одномъ ея концѣ устанавливаютъ дальномѣръ, а въ другомъ отвѣсно загрунтованную бѣлой масляной краской *рейку безъ какихъ-либо на ней дѣленій*. Произведя установку и поручивъ рейку помощнику, наводятъ одну дальномѣрную нить (въ трубѣ — нижнюю) на верхъ рейки и замѣчаютъ — куда проектируется другая (верхняя) нить на рейку. По подаваемымъ знакамъ помощникъ находитъ и отмѣчаетъ на рейкѣ мѣсто, покрываемое второй дальномѣрной нитью сѣтки. Замѣченный между дальномѣрными нитями промежутокъ на рейкѣ дѣлятъ на 100 частей. Нечетныя (или четныя) дѣленія покрываютъ красною (или синею) краскою, каждый десятокъ дѣленій, начиная сверху отъ нуля, подписываютъ цифрами 1, 2, 3, ... 9, X, стрѣлками отмѣчаютъ пятки и покрываютъ дѣленія рейки маслянымъ лакомъ; послѣ чего и считаютъ рейку готовою къ употребленію. Очевидно, что *число дѣленій рейки будетъ всегда соотвѣтствовать числу саженей* отъ передняго фокуса объектива до рейки, если рейка стоитъ *перпендикулярно къ оптической оси трубы* дальномѣра, такъ какъ 100 дѣленій рейки соотвѣтствуютъ 100 единицамъ (саженямъ) мѣстности. Очевидно, что заготовленная рейка *не* будетъ пригодна для дальномѣра съ иною постоянною k, чѣмъ та, которую имѣлъ экземпляръ, для котораго заготовлена рейка.

§ 228. **Построеніе поперечнаго масштаба къ дальномѣрной рейкѣ и дальномѣру съ постоянными нитями.** Когда извѣстно, что планъ будетъ составляться въ масштабѣ $\frac{1}{m}$, и постоянное k дальномѣра не равно 100, то вмѣсто заготовленія рейки возможно построить поперечный *масштабъ, соотвѣтствующій* имѣющейся подъ руками *готовой рейкѣ со 100 дѣленіями* (напр. обыкновенно приготовляемой механиками рейкѣ, длиною въ 1 сажень, подраздѣленной на сотки); однако при этомъ разстоянія можно будетъ изображать только длинами, т. е. геометрически, *но не въ числахъ*. Для построенія масштаба достаточно замѣтить себѣ, что, при отсчетѣ по рейкѣ $l=1$саж., мы получаемъ изъ формулы $D=kl$, что $D=k$ саж., т. е., что *при покрытіи дальномѣрными нитями полностію всѣхъ ста дѣленій рейки*, т. е. части рейки, равной 1 цѣлой единицѣ, *разстояніе отъ передняго фокуса объектива до рейки равно k такимъ единицамъ*; а потому, отложивъ на бумагѣ *длину* соотвѣтствующую k единицамъ въ масштабѣ $\frac{1}{m}$ плана, мы *графически* изобразимъ *длину, соотвѣтствующую — 100 дѣленіямъ рейки*. Само собою разумѣется, что если мы длину k положимъ въ основаніе поперечнаго масштаба и построимъ на немъ *сотенный масштабъ*, то наименьшее его дѣленіе будетъ соотвѣт-

ствовать одному дѣленію рейки и графически изобразитъ ($k:100$) саж. или вообще единицъ мѣры. Читая по рейкѣ число дѣленій, заключающееся между дальномѣрными нитями, и откладывая по построенному масштабу длину, соотвѣтствующую прочтенному числу, мы будемъ *графически* по раствору ножекъ циркуля получать разстоянія отъ инструмента до рейки.

Примѣчаніе. Постоянная дальномѣра c обыкновенно не достигаетъ полусажени, а потому не вводится въ разстояніе $D=kl$ въ тѣхъ случаяхъ, когда величина эта (c) не вырисовывается въ масштабѣ плана. Если же масштабъ плана достаточно крупенъ, (напр., 50 или 25 саж. въ дюймѣ), то величину c механически прикладываютъ къ разстояніямъ $D=kl$, откладываемымъ по масштабу: для этого величину c помѣщаютъ справа отъ основанія поперечнаго масштаба, какъ показано на чертежѣ 352, т. е. между первымъ (лѣвымъ) и вторымъ отрѣзкомъ, принятымъ за основаніе масштаба.



Черт. 352.

§ 229. **Установка подвижныхъ дальномѣрныхъ нитей по рейкѣ.** Если дальномѣрная труба имѣетъ сѣтку, изображенную на чертежѣ 347, то установку дальномѣрныхъ нитей дѣлаютъ такъ, чтобы k обратилось въ 100. Для этого, какъ и прежде, опредѣливъ c, отмѣриваютъ на мѣстности прямую въ $100+c$ саж. На одномъ концѣ этой линіи ставится дальномѣръ, а на другомъ рейка, на которой произвольная длина (примѣрно 1 сажень) раздѣлена на 100 равныхъ частей. Наклоняютъ трубу дальномѣра настолько, чтобы средняя нить сѣтки покрывала среднюю черту рейки [иначе 0,5 того ея промежутка, на которомъ нанесены дѣленія]; послѣ чего, не измѣняя положенія трубы, дѣйствуютъ винтами φ и φ' и наводятъ нижнюю нить сѣтки на нуль рейки, а верхнюю нить на нижнюю черту рейки, въ этомъ и заключается установка нитей.

Здѣсь опять 100 дѣленіямъ рейки соотвѣтствуютъ 100 саженъ разстоянія на мѣстности. Подвижныя нити сѣтки дальномѣра Эртеля имѣютъ то преимущество передъ неподвижными нитями, что даютъ возможность употреблять при данномъ дальномѣрѣ всякую произвольную рейку съ равными между собою дѣленіями, чѣмъ и избѣгается изготовленіе особой рейки для каждаго дальномѣра. Это преимущество имѣетъ и свой недостатокъ, состоящій въ томъ, что отъ случайнаго прикосновенія съемщика къ винтамъ φ и φ' во время употребленія инструмента, они могутъ немного повернуться, чѣмъ и нарушится предварительная ихъ установка, а потому ежедневно, передъ началомъ работы, нужно повѣрять установку подвижныхъ нитей сѣтки. За послѣднее время у дальномѣрныхъ трубъ стремятся винты φ и φ' прикрыть особымъ цилиндрикомъ — кольцомъ, вращающимся около геометрической оси трубы и снабженнымъ 2 отверстіями для достиженія въ случаѣ надобности прикрытыхъ винтовъ.

§ 230. **Установка дальномѣра Порро.** Дальномѣру Порро соотвѣтствуетъ формула

$$E=kl, \text{ гдѣ } k=\frac{ff'}{(f+f'-\Delta)p}.$$

Различные механики даютъ постоянному k различныя значенія; нѣкоторые изъ нихъ дѣлаютъ $k=100$, а другіе — равнымъ 50 или 200; чаще встрѣчаются инструменты, въ которыхъ $k=100$. Покажемъ установку дальномѣровъ Порро при $k=100$. Если разстояніе $E=100$ саж. и $k=100$, то l должно быть равно 1 саж., поэтому на возможно горизонтальной и ровной мѣстности отмѣриваютъ линію въ 100 саженъ; на одномъ концѣ ея ставятъ дальномѣръ Порро, а на другомъ — рейку, на которой длина въ одну сажень раздѣлена на десятыя и сотыя доли. Вращеніемъ трубы въ вертикальной плоскости направляютъ нижнюю дальномѣрную нить сѣтки на нуль рейки и смотрятъ — покрываетъ ли верхняя дальномѣрная нить сотый штрихъ рейки; пусть она не покрываетъ требуемаго штриха, притомъ разстояніе между нитями по рейкѣ оказывается болѣе 100, т. е. отсчетъ l по рейкѣ болѣе 1 саж. Если же въ произведеніи $kl=100$, оказывается $l>1$, то $k<100$. Отсюда понятно, что k нужно увеличить. А такъ какъ оно зависитъ отъ $\triangle$, представляющаго разстояніе отъ объектива до стекла S (черт. 351), то для увеличенія k нужно уменьшить знаменатель $(f+f-\triangle)\,p$; что достигнется увеличеніемъ $\triangle$, или все равно отдаленіемъ стекла S отъ объектива $O'C$, ослабивъ предварительно винты, входящіе во внутреннее колѣно, въ которомъ помѣщается собирательное стекло (черт. 348). Для уменьшенія k нужно наоборотъ, приблизить объективъ къ стеклу S.

§ 231. **Употребленіе дальномѣра.** Пользованіе установленнымъ дальномѣромъ для опредѣленія разстоянія отъ рейки до средины инструмента крайне просто. На дальнемъ концѣ опредѣляемаго разстоянія ставится отвѣсно рейка, а на ближнемъ — дальномѣръ; направивъ на рейку трубу, приводятъ нижнюю дальномѣрную нить въ совмѣщеніе съ нулевою чертою рейки и дѣлаютъ на рейкѣ отсчетъ по верхней дальномѣрной нити. Если дальномѣръ имѣетъ свою рейку или постоянное $k=100$, то прочтенное число дѣленій рейки между дальномѣрными нитями, (увеличенное на постоянное c) выразитъ искомое разстояніе въ саженяхъ. *Точность дальномѣровъ* не велика, она не даетъ возможности ручаться въ вѣрности сотыхъ, а тѣмъ болѣе тысячныхъ долей сажени. Относительно употребленія еще замѣтимъ слѣдующее. 1) По рейкѣ со 100 дѣленіями можно опредѣлять разстоянія и большія 100 саж. Дѣйствительно, если средняя нить помѣщается точно по серединѣ между дѣльномѣрными нитями, то, направивъ нижнюю дальномѣрную нить на нуль рейки, дѣлаютъ отсчетъ по средней нити, и полученный отсчетъ удваиваютъ; придавъ къ нему постоянное c, получаютъ разстояніе отъ рейки до средины инструмента. Въ случаѣ же, когда средняя нить не помѣщается на равныхъ разстояніяхъ отъ крайнихъ, нужно, наведя нижнюю нить на нуль рейки, сдѣлать отсчетъ по средней нити; затѣмъ навести среднюю нить на нуль и сдѣлать отсчетъ по верхней нити. Сумма этихъ отсчетовъ $+c$ даетъ искомое разстояніе. Вторымъ пріемомъ опредѣляютъ также разстоянія и меньшія 100 саженей въ томъ случаѣ, когда вслѣдствіе какихъ-либо мѣстныхъ препятствій нельзя сдѣлать отсчета по верхней нити. 2) Если окажется,

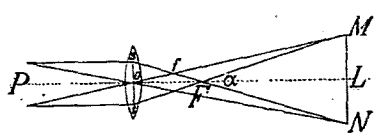
что постоянное k дальномѣра Порро равно 50 или 200, то сдѣланный на рейкѣ отсчетъ слѣдуетъ соотвѣтственно или уменьшить, или увеличить въ два раза, если при дальномѣрѣ употреблялась рейка, принадлежащая другому дальномѣру, который установленъ для $k = 100$. 3) Паутинныя нити сѣтки имѣютъ свойство провисать при большой влажности въ воздухѣ, потому вмѣсто паутинныхъ нитей помѣщается тонкое плоское стекло *съ награвированными* на немъ тремя горизонтальными и одною вертикальною *чертами*. Такой дальномѣръ, не подвергающійся измѣненію нитей, долженъ давать болѣе точные результаты. Лишнее стекло въ трубѣ (для сѣтки) дѣлаетъ изображеніе рейки менѣе яснымъ, такъ какъ нерѣдко стекло покрывается рядомъ мелкихъ пятенъ въ видѣ точекъ, вслѣдствіе осаждающейся пыли и вывѣтриванія стекла.

Въ новыхъ экземплярахъ дальномѣрныхъ трубъ этой неясности не замѣтно, такъ какъ стекло настолько тонко, что уменьшеніе ясности изображенія рейки въ трубѣ совершенно неощутительно.

§ 232. Опредѣленіе горизонтальныхъ проложеній наклонныхъ разстояній дальномѣромъ съ постояннымъ угломъ. Въ теоріи дальномѣровъ Эртеля и Порро, мы видѣли, что рейка должна быть перпендикулярна къ оптической оси трубы направленной на рейку, и слѣдовательно на горизонтальной мѣстности необходимо, чтобы рейка стояла отвѣсно. Между тѣмъ, это условіе на практикѣ не соблюдается ни на мѣстности наклонной, ни даже на горизонтальной, такъ какъ при употребленіи дальномѣра нижняя нить его сѣтки направляется на нуль отвѣсно стоящей рейки, назначенный всегда на верху ея. Покажемъ способъ опредѣленія наклонныхъ разстояній дальномѣромъ съ постояннымъ угломъ. Прежде всего замѣтимъ, что по теоріи постоянное k дальномѣра Рейхенбаха есть $\frac{f}{p} = k$; опредѣлимъ его геометрическое значеніе. Изъ чертежа 353 видимъ, что

$$tg\frac{\alpha}{2} = {}^1/_2 p : f = \frac{1}{2k}, \text{ т. е. } k = \frac{1}{2} ctg\frac{\alpha}{2},$$

гдѣ α означаетъ діастимометрическій уголъ [1]).



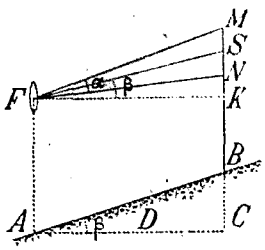
Черт. 353.

Пусть теперь нужно опредѣлить дальномѣромъ горизонтальное проложеніе D (черт. 354) линіи AB, наклонной къ горизонту подъ угломъ β.

---

[1]) То же получимъ и для другихъ двухъ дальномѣровъ, напр., для Порро (черт. 348); $\frac{1}{2} \cdot \frac{a''b''}{OM} = tg\frac{1}{2} b''Ma''$; но $\frac{a''b''}{OM} = \frac{AB}{CM} = \frac{l}{D}$ слѣд. $D = l : \frac{a''b''}{OM}$, но $D = k'' l$., а потому $k'' = 1 : \frac{a''b''}{OM}$ или $k'' = 1 : 2tg\frac{1}{2}\alpha$, т. е. $k'' = \frac{1}{2} ctg\frac{\alpha}{2}$. У Эртеля $tg\frac{1}{2}\alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{l'}{f}$, а такъ какъ $\frac{l'}{p} = \frac{x}{y}$ или $l' = p : \frac{y}{x}$, то $\frac{y}{x} = 1 - \frac{y}{f'}$ и слѣдов. $tg\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}\frac{p}{f\left(1-\frac{y}{f'}\right)} = \frac{1}{2}\frac{1}{k'}$.

Изъ чертежа видно, что $D = AC = FK$ можно опредѣлить слѣдующимъ образомъ:



Черт. 354.

$$MK = D \cdot tg\left(\beta + \frac{\alpha}{2}\right),$$

гдѣ α — постоянный уголъ дальномѣра,

$$NK = D \cdot tg\left(\beta - \frac{\alpha}{2}\right),$$

по вычитаніи найдемъ:

$$MN = D\left[tg\left(\beta + \frac{\alpha}{2}\right) - tg\left(\beta - \frac{\alpha}{2}\right)\right]$$

или

$$D = \frac{MN}{tg\left(\beta + \frac{\alpha}{2}\right) - tg\left(\beta - \frac{\alpha}{2}\right)}.$$

Преобразуемъ это выраженіе, полагая $MN = l =$ отсчету, сдѣланному по рейкѣ (въ единицахъ длины), тогда

$$D = \frac{l}{\frac{tg\beta + tg\frac{\alpha}{2}}{1 - tg\beta \cdot tg\frac{\alpha}{2}} - \frac{tg\beta - tg\frac{\alpha}{2}}{1 + tg\beta \cdot tg\frac{\alpha}{2}}};$$

замѣнимъ $tg\frac{\alpha}{2}$ его величиною $\frac{1}{2k}$. Послѣ приведенія дробей къ одному знаменателю, найдемъ:

$$D = \frac{l\left(1 - tg^2\beta \cdot \frac{1}{4k^2}\right)}{tg\beta + \frac{1}{2k} + \frac{1}{2k}tg^2\beta + \frac{1}{4k^2}tg\beta - tg\beta + \frac{1}{2k}tg^2\beta + \frac{1}{2k} - tg\beta\frac{1}{4k^2}}$$

или

$$D = \frac{l\left(1 - \frac{1}{4k^2} \cdot tg^2\beta\right)}{\frac{1}{k}(1 + tg^2\beta)} = l.k.Cos^2\beta\left(1 - \frac{1}{4k^2} \cdot tg^2\beta\right).$$

Окончательно:

$$D = k \cdot l \cdot Cos^2\beta - \frac{l}{4k} \cdot Sin^2\beta.$$

Опредѣлимъ численное значеніе 2-го члена $\frac{l}{4k} \cdot Sin^2\beta$ при самыхъ неблагопріятныхъ условіяхъ, а именно полагая $\beta = 45^0$, $k = 100$ и $l = 1$. Найдемъ, что онъ равенъ $\frac{1}{400} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{800}$. При тѣхъ же условіяхъ 1-й членъ даетъ 50. Незначительность 2-го члена, сравнительно съ 1-мъ, позволяетъ имъ пренебречь и считать для опредѣленія проложеній наклонныхъ разстояній достаточною формулу

$$D = k \cdot l \cdot Cos^2\beta.$$

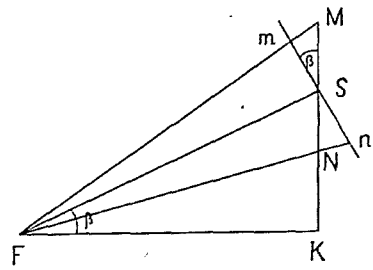
Ту же формулу, какъ приближенную, можно получить изъ чертежа, если начертить рейку въ перпендикулярномъ положеніи къ лучу зрѣнія FS (черт. 354 bis), тогда на рейкѣ вмѣсто mn прочтется MN, и уголъ $mSM = \beta = NSn$. Принимая треугольники mSM и nSN за прямоугольные, можно написать:

$$mS = MS \cdot \cos\beta$$
$$nS = NS \cdot \cos\beta.$$

Сложивъ, получимъ

$$mn = MN \cdot \cos\beta.$$

Но $mn = l'$ и $MN = l$, а потому $l' = l \cdot \cos\beta$, но $FS = k \cdot l'$; слѣдов., $FS = k \cdot l \cdot \cos\beta$ и $D = FK = kl\cos^2\beta$.



Черт. 354 bis.

Примѣчаніе. Здѣсь слѣдуетъ обратить вниманіе на то, что для опредѣленія горизонтальнаго проложенія D линіи мѣстности AB необходимо: 1) среднюю нить дальномѣра направлять на точку рейки, высота которой надъ землею равна высотѣ инструмента, 2) по рейкѣ дѣлать 2 отсчета: по верхней и нижней нитямъ, и брать ихъ разность и 3) разстояніе, прочтенное по дальномѣру на отвѣсно стоящей рейкѣ (ели $k = 100$), множить *на квадратъ* косинуса угла β наклона линіи мѣстности къ горизонту. Изъ чертежа 354 видно, что $D = AB \cdot Cos\beta$. Вслѣдствіе чего приходимъ къ заключенію, что $kl \cdot Cos^2\beta = AB \cdot Cos\beta$, т. е. что наклонное разстояніе AB равно

$$AB = kl \cdot Cos\beta.$$

Такимъ образомъ выходитъ, что наклонное разстояніе AB получится по прочтенному на отвѣсно стоящей рейкѣ разстоянію, если только въ отсчетъ по рейкѣ введемъ поправку (т. е. умножимъ его на $Cos\beta$) за отклоненіе рейки отъ перпендикулярнаго положенія къ оптической оси трубы—въ отвѣсное (при чемъ уголъ отклоненія равенъ β), а искомое горизонтальное разстояніе D получается, если въ величину AB введемъ поправку за наклонъ линіи AB къ горизонту, т. е. еще разъ помножимъ на $Cos\beta$. Итакъ для полученія D приходится вводить въ отсчетъ по рейкѣ двѣ поправки: одну — за отклоненіе рейки, а другую — за наклонъ линіи мѣстности къ горизонту.

§ 233. О точности опредѣленія разстояній дальномѣромъ съ постояннымъ угломъ. Пусть отсчетъ l по рейкѣ сопровождается неизбѣжной ошибкою dl, т. е. вмѣсто l по рейкѣ читаемъ $l + dl$ тогда разстояніе D, опредѣляемое по формулѣ $D = kl$, будетъ содержать погрѣшность dD, т. е. $D + dD = k(l + dl)$ или такъ какъ $D = kl$, то погрѣшность

$$dD = k \cdot dl.$$

Ошибку въ l, какъ въ разности отсчетовъ по двумъ нитямъ (по верхней и нижней), т. е. $l = l'' - l'$, нужно разсматривать какъ нѣкоторую *среднюю квадратическую* ошибку и, согласно теоріи ошибокъ, полагать равной, примѣнительно къ формулѣ $M = \pm m\sqrt{2}$,

$$dl = \Delta\sqrt{2},$$

гдѣ Δ есть ошибка, дѣлаемая въ отсчетѣ по каждой нити. Величина погрѣшности Δ зависитъ: 1) отъ угла зрѣнія зрительной трубы, который, какъ это мы видѣли въ статьѣ о нивеллированіи, равенъ $y = (1' : v)$. $Sin\ 1'$, гдѣ $1'$ — есть величина угла зрѣнія простымъ глазомъ, находимая изъ расчета, что глазъ свободно различаетъ $^1/_{250}$ долю дюйма на разстояніи 10 дюймовъ (0,1 миллиметра на разстояніи 25 сантиметровъ), а v — увеличеніе зрительной трубы и 2) отъ опредѣляемаго разстоянія D, т.-е.

$$\Delta = y \,.\, D$$

или

$$\Delta = \frac{1}{v} \,.\, D \times Sin\ 1'$$

Вслѣдствіе чего

$$dl = \frac{1}{v} \,.\, D \,.\, \sqrt{2} \times Sin\ 1'.$$

и

$$dD = k \,.\, dl = k \,.\, \frac{1}{v} D \,.\, \sqrt{2} \,.\, Sin\ 1'.$$

Откуда

$$\frac{dD}{D} = \frac{1}{n} = \frac{k \,.\, \sqrt{2}}{v} \cdot \frac{1}{3438}.$$

При $k = 100$ и $v = 15$, величина

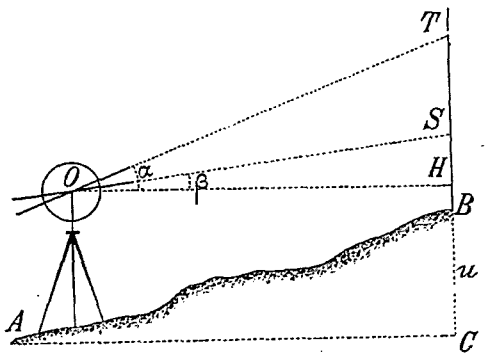
$$\frac{dD}{D} = \frac{1}{n} = \frac{100 \,.\, \sqrt{2}}{15} \cdot \frac{1}{3438} = \frac{1}{365}.$$

Наивысшаго предѣла ошибка $\frac{dD}{D}$ достигаетъ при неблагопріятныхъ условіяхъ измѣренія и (по теоріи ошибокъ) равняется тройной величинѣ $\frac{dD}{D}$, т.-е. будетъ $\frac{1}{122}$ или круглымъ числомъ $^1/_{125}$, т.-е. $0{,}8\%$, или короче около 1%.

Такимъ образомъ *въ среднемъ точность дальномѣра* $= {}^1/_{365}$ или около $0{,}33\%$, а наименьшая точность (предѣльная ошибка), даваемая дальномѣромъ считается $= {}^1/_{125}$ или 1% отъ опредѣляемаго разстоянія D.

§ 234. Общія начала теоріи дальномѣровъ съ перемѣннымъ угломъ и постоянною рейкою, опредѣленіе ими разстояній и превышеній двухъ данныхъ точекъ. Дальномѣромъ съ перемѣннымъ угломъ въ простѣйшемъ видѣ можетъ служить *эклиметръ* или замѣняющіе его *секторъ* и *вертикальный кругъ* теодолита, когда при нихъ имѣется рейка; но существуютъ и другіе виды этихъ дальномѣровъ, отличающіеся отъ перечисленныхъ по устройству; однако употребленіе тѣхъ и другихъ основано на общихъ началахъ. Разсмотримъ эти начала. Пусть въ трубѣ теодолита нѣтъ дальномѣрныхъ нитей, а имѣются двѣ обычныя крестообразныя нити, и на горизонтальной оси трубы помѣщается секторъ или вертикальный кругъ.

Предположимъ, что нужно найти *горизонтальное проложеніе D линіи AB* мѣстности (черт. 355). Поставимъ теодолитъ въ точкѣ A и выставимъ въ B шестъ BT, на которомъ прибиты двѣ перекладины (цѣли) на заранѣе опредѣленномъ разстояніи TS, при чемъ BS также извѣстно (или въ B поставимъ обычную рейку съ дѣленіями). Приведя вертикальную ось вращенія теодолита въ отвѣсное положеніе, сдѣлаемъ два наведенія, одно за другимъ, креста нитей трубы на двѣ точки (цѣли) рейки T и S, и послѣ каждаго отсчета по рейкѣ, т.-е. послѣ прочтенія BT и BS, измѣримъ углы наклоненія линій визированія OT и OS по вертикальному кругу. Этихъ 4-хъ измѣренныхъ величинъ, — двухъ, взятыхъ съ рейки въ доляхъ сажени и двухъ — съ вертикальнаго круга въ градусной мѣрѣ — вполнѣ достаточно не только для опредѣленія горизонтальнаго проложенія $AC = D = OH$, но и для вычисленія превышенія $BC = u$ точки B надъ точкою A. Изъ чертежа 355-го имѣемъ:



Черт. 355.

$$TH = D \,.\, tg\ \alpha$$
$$SH = D \,.\, tg\ \beta.$$

По вычитаніи, находимъ

$$TH - SH = TS = D\ (tg\alpha - tg\beta),$$

откуда искомое разстояніе

$$D = \frac{TS}{tg\alpha - tg\beta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Относительная высота $u = BC$ получится два раза:

$$u = BC = TH + HC - TB \text{ и } BC = SH + HC - SB.$$

Полагая $HC = OA = i =$ измѣренной высотѣ инструмента отъ горизонтальной оси вращенія трубы до земли, а $TB = V$ и $SB = V_1 =$ высотамъ линій визированія, взятымъ (или прочтённымъ) по рейкѣ отъ земли, найдемъ превышеніе u въ видѣ:

$$u = D \,.\, tg\alpha + i - V = D \,.\, tg\beta + i - V_1 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Если подъ руками имѣется таблица тангенсовъ, или четырехзначныя логариѳмическія таблицы, то D и u быстро вычисляются тутъ же въ полѣ, послѣ сдѣланныхъ измѣреній.

Если второе наведеніе на рейку на точку S возможно сдѣлать при углѣ наклоненія $\beta = 0$, т.-е. при установкѣ верньера вертикальнаго круга на мѣсто нуля, то

$$D = \frac{ST}{tg\alpha} = TS \,.\, Ctg\alpha.$$

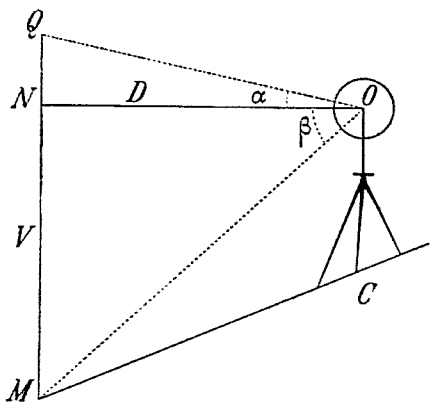
Если T и S — двѣ постоянныя точки рейки, напр., двѣ миры (цѣли), закрѣпленныя на разстояніи 1 сажени, то, полагая $TS = 1$, найдемъ

$$D = \frac{TS}{tg\alpha - tg\beta} = \frac{Cos\,\alpha \,.\, Cos\,\beta}{Sin\,(\alpha - \beta)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

$$u = \frac{Sin\,\alpha \,.\, Cos\,\beta}{Sin\,(\alpha - \beta)} + i - V = \frac{Sin\,\beta \,.\, Cos\,\alpha}{Sin\,(\alpha - \beta)} + i - V_1 \quad \ldots\ldots (4)$$

Формулы (1) и (3) еще разъ подтверждаютъ, что присутствіе въ отдаленной точкѣ B постояннаго базиса TS, а въ данной точкѣ A прибора, дающаго или углы α и β, или ихъ тригонометрическія линіи, допускаетъ устройство дальномѣра съ перемѣннымъ угломъ въ томъ или иномъ видѣ.

Присутствіе вертикальнаго круга или сектора въ теодолитѣ допускаетъ также возможность опредѣленія высоты $V = MQ$ (черт. 356) точки Q даннаго мѣстнаго предмета надъ землею. Если горизонтальное проложеніе $D = NO$ линіи MC найдено, то для нахожденія искомой высоты $V = MQ = QN + NM$ достаточно смѣрить углы наклоненія α — точки Q и β — точки M, такъ какъ



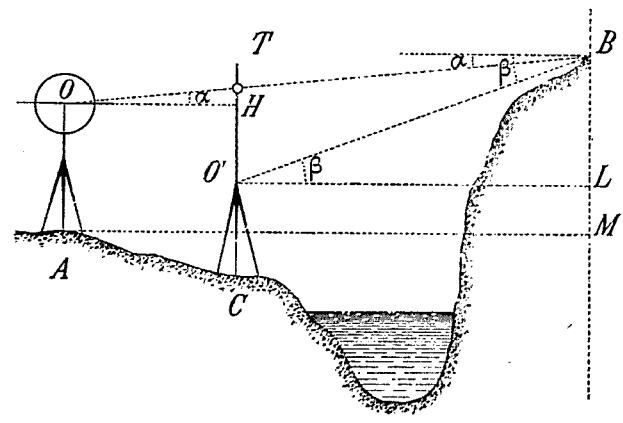
Черт. 356.

$$QN = D tg\alpha$$
$$NM = D tg\beta$$

и $V = QN + NM = D\ (tg\alpha + tg\beta)$.

Дальномѣры съ перемѣннымъ угломъ и рейкою имѣютъ слѣдовательно передъ дальномѣрами съ постояннымъ угломъ нѣкоторое преимущество: они даютъ не только разстояніе, но и высоту, почему могутъ быть названы *дальномѣрами — высотомѣрами* [1]).

§ 235. Опредѣленіе дальномѣромъ съ перемѣннымъ угломъ неприступныхъ разстояній. Пусть желаютъ опредѣлить горизонтальное разстояніе AM отъ точки A до точки B, при чемъ точка B недоступна [2]) (черт. 357). Для опредѣленія разстоянія — устанавливаютъ въ точкѣ A теодолитъ, а въ доступной точкѣ C, лежащей въ коллимаціонной плоскости трубы, направленной на B, — рейку съ дѣленіями. По рейкѣ прочитываютъ разстояніе CT, послѣ чего опредѣляютъ уголъ $BOH = \alpha$, затѣмъ линію визированія дѣлаютъ горизонтальною и по рейкѣ читаютъ разстояніе CH.



Черт. 357.

[1]) См. ниже дальномѣръ—высотомѣръ или нивеллиръ—тахеометръ *Штампфера*.

[2]) Напр., крестъ колокольни, вершина дерева и т. п.

Послѣ этого теодолитъ переносятъ въ точку C; въ точкѣ C измѣряютъ уголъ наклоненія $BO'L=\beta$ и высоту $i=O'C$. Изъ чертежа видно, что если въ точку B мысленно перенесемъ углы α и β, то разстояніе отъ точки C до точки B получится по $O'T=TC-CO'$ и угламъ β и α, на основаніи формулы (1) § 234:

$$O'L=\frac{O'T}{tg\beta-tg\alpha},$$

а изъ треугольника OTH имѣемъ:

$$OH=TH\ Ctg\alpha;$$

слѣдовательно искомое горизонтальное проложеніе OM разстоянія AB найдется, какъ сумма

$$O'L+OH=OM.$$

Только что разобранные нами §§ указываютъ на необходимость болѣе близкаго ознакомленія съ приборами, измѣряющими вертикальные углы.

Формула (3) § 234 при малыхъ углахъ α и β можетъ быть написана какъ $D=\frac{1}{Sin(\alpha-\beta)}$. Чтобы судить о точности даваемыхъ результатовъ дальномѣрами съ перемѣннымъ угломъ, продифференцируемъ послѣднее равенство, полагая $\alpha-\beta=\gamma$, находимъ $dD=-\frac{d\gamma\ .\ cos\gamma}{Sin^2\gamma}$ Изъ этого равенства видимъ, что ошибка въ разстояніи будетъ *прямо пропорціональна ошибкѣ $d\gamma$ въ измѣренной разности угловъ* и прямо пропорціональна квадрату измѣряемаго разстоянія, такъ какъ $\frac{1}{Sin^2\gamma}=D^2$.

Такимъ образомъ, заботясь о точности получаемыхъ результатовъ для D, мы должны прежде всего возможно точнѣе измѣрять вертикальные углы α и β. Поэтому остановимъ наше вниманіе на *высотомѣрахъ*.

§ 236. О высотомѣрахъ. Возможность опредѣлять съ помощью сектора или вертикальнаго круга относительныя высоты двухъ данныхъ точекъ, напр., B и A (черт. 355) или Q и M (черт. 356) послужила поводомъ называть эклиметръ, секторъ, вертикальный кругъ и вообще приборы, допускающіе опредѣленіе съ ихъ помощью относительныхъ высотъ данныхъ точекъ,—*высотомѣрами*.

Высотомѣры рѣдко являются сомостоятельными приборами, по большей же части они составляютъ приспособленіе къ визирному снаряду теодолита.

Высотомѣръ съ зрительною трубою представляетъ собой или полный вертикальный кругъ или часть круга въ видѣ сектора, причемъ при трубѣ (или при неподвижной алидадѣ вертикальнаго круга) иногда помѣщается цилиндрическій уровень (см. чертежи 125, 126, 126а, 160, 161, 162 и 163).

Разсмотримъ особо слѣдующіе виды высотомѣра съ зрительной трубой: 1) высотомѣръ представляетъ собой полный неподвижный вертикальный кругъ съ движущеюся вмѣстѣ съ трубой алидадой (какъ напр. въ теодолитѣ Герляха черт. 160) и 2) высотомѣръ представляетъ собой полный подвижный вмѣстѣ съ трубою кругъ и неподвижную алидаду съ прикрѣпленнымъ къ ней цилиндрическимъ уровнемъ (черт. 126). Уровень можетъ быть прикрѣпленъ къ подставкѣ трубы.

1. *Высотомѣръ съ полнымъ вертикальнымъ кругомъ и зрительною трубою* изображенъ на чертежѣ 160. Въ центрѣ вертикальнаго круга вращается вмѣстѣ съ трубой полуалидада съ верньеромъ. Употребленіе такого высотомѣра не отличается отъ употребленія высотомѣра съ секторомъ. Въ инструментѣ также должно быть соблюдено условіе: *при совмѣщеніи нуля алидады съ нулемъ вертикальнаго круга визирная ось зрительной трубы должна быть перпендикулярна къ вертикальной оси вращенія инструмента.*

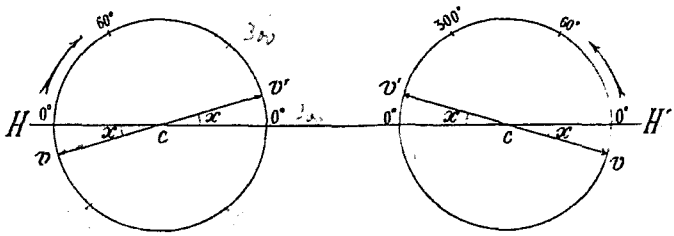
Передъ производствомъ этой повѣрки слѣдуетъ обратить вниманіе на расположеніе подписи дѣленій вертикальнаго круга. Она можетъ идти въ обѣ стороны отъ нулей, стоящихъ по вертикальному діаметру круга до 60^0, какъ у высотомѣра Герляха, или до 90^0. Иногда нули помѣщаютъ у горизонтальнаго діаметра, а 90^0 при вертикальномъ діаметрѣ (см. черт. 133, 134 и 135). Подпись также можетъ идти отъ 0^0 до 360^0 по ходу часовой стрѣлки (слѣва направо) или противъ хода часовой стрѣлки (справа налѣво). При производствѣ повѣрки слѣдуетъ также обратить вниманіе, какъ на мѣсто прикрѣпленія верньера, такъ и на число верньеровъ, т. е. имѣется ли одинъ или два верньера.

Способъ повѣрки см. § 102.

2. *Высотомѣръ представляетъ собою полный, подвижный вмѣстѣ съ трубою, вертикальный кругъ и неподвижную алидаду съ прикрѣпленнымъ къ ней уровнемъ* (черт. 126) *или уровнемъ, прикрѣпленнымъ къ подставкѣ трубы* (черт. 126 с).

Разберемъ два вида подписи дѣленій на кругѣ: 1) кругъ раздѣленъ на 4 квадранта; каждый квадрантъ подраздѣленъ лишь по дугѣ въ 60^0. Подпись дѣленій идетъ отъ обоихъ концовъ горизонтальнаго діаметра, при которомъ стоятъ верньеры. Если смотрѣть на инструментъ *при кругъ право*, то верхній лѣвый и правый нижній квадранты имѣютъ надписи отъ 0^0 до 60^0 по ходу часовой стрѣлки, а лѣвый нижній и правый верхній квадранты имѣютъ подписи также по ходу часовой стрѣлки, но отъ 300^0 до 360^0 (или иначе до 0^0). Такимъ образомъ верхняя половина круга, надъ діаметромъ, имѣетъ подпись 0^0—60^0 и далѣе 300^0—360^0, а нижняя половина, подъ діаметромъ, налѣво—(360^0—300) и направо—(60^0—0^0). Благодаря такой надписи, когда *діаметрально противоположныя точки круга подписаны одинаково,* по обоимъ верньерамъ всегда прочитывается одно и то же число градусовъ, при этомъ при К. П. углы повышенія читаются между 0^0 и 60^0, а углы пониженія отъ 300^0 до 360^0, т. е. вмѣсто угловъ пониженія читается ихъ дополненіе до 360^0. При К. Л. углы пониженія бу-

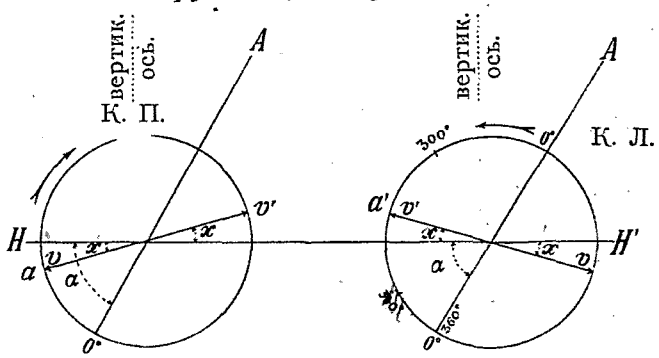
дутъ читаться отъ 0^0 до 60^0. (Черт. 358) а углы повышенія—между 300^0 и 360^0, т. е. не самые углы, а ихъ дополненіе до 360^0. Такимъ образомъ можно сказать, что если бы инструментъ былъ абсолютно вѣренъ, *то сумма отсчетовъ сдѣланныхъ при К. Пр. и Кр. Л.* (при наведеніи креста нитей на одинъ и тотъ же предметъ и при установкѣ передъ отсчетомъ по верньерамъ середины пузырька уровня алидады на середину трубки) *должна быть равна* 360^0. Если же инструментъ *невѣренъ*, т. е. визирная ось трубы не параллельна оси уровня алидады, при совпаденіи нулей верньеровъ съ нулями вертикальнаго круга, то необходимо узнать величину угла, образуемаго нулевымъ діаметромъ круга съ линіею нулей верньеровъ, при параллельности оси трубы и оси уровня.



Черт. 358.

Положимъ что 0^0 и 0^0 суть нули вертикальнаго круга (черт. 358). Для простоты разсужденій положимъ, что оптическая ось совпадаетъ съ линіею нулей круга (см. § 43).

Для отысканія мѣста нуля на вертикальномъ кругѣ, т. е. того отсчета по верньерамъ v, при которомъ оптическая ось трубы должна быть *параллельна оси уровня*, а въ частномъ случаѣ перпендикулярна къ вертикальной оси вращенія инструмента, поступаютъ такъ: движеніемъ алидад-



Черт. 359.

наго круга направляютъ трубу при К. П. на хорошо видимую точку A высокаго предмета (черт. 359), приводятъ пузырекъ уровня, закрѣпленнаго при подставкѣ, подъемными винтами на средину[1]) и, установивъ пересѣченіе нитей на точку A, отсчитываютъ на вертикальномъ кругѣ (К. П.) показаніе a верньера v, который долженъ бы былъ находиться на горизонтальной линіи HH', но находится въ точкѣ v и образуетъ съ HH' уголъ x. Если

[1]) Если уровень на алидадѣ, то микрометреннымъ винтомъ при алидадѣ (на черт. 126 см. слѣва, между лимбомъ и вертикальнымъ кругомъ).

уголъ наклоненія линіи визированія $= \alpha$, а коллимаціонная ошибка вертикальнаго круга $= x$, тогда отсчетъ a отъ нуля круга до нуля верньера будетъ:

$$a = \alpha - x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Если переведемъ трубу черезъ зенитъ, то подписи на кругѣ останутся тѣ же, ибо діаметрально противоположныя точки подписаны одинаково, *когда же повернемъ алидадный кругъ около вертикальной оси* на 180^0, и вновь направимъ пересѣченіе нитей на точку A (К. Л.), то расположеніе подписи на кругѣ измѣнится: тамъ, гдѣ было $0^0 - 60^0$, станетъ $360 - 0^0$. Если будемъ смотрѣть на кругъ съ той же стороны плоскости чертежа, съ которой смотрѣли при первомъ его положеніи, то дѣленія будутъ *казаться* при кругѣ лѣво идущими въ обратную сторону; (на чертежѣ направленіе подписи отмѣчено стрѣлкой). Верньеры также измѣнятъ *по закону симметріи* свое положеніе относительно вертикальной (а слѣдовательно и горизонтальной) оси вращенія инструмента: смотри правый чертежъ. А потому отсчетъ a', сдѣланный по вертикальному кругу при К. Л. (черт. 359 правый) отъ O^0 круга стоящаго внизу до нуля верньера, стоящаго при окулярѣ, будетъ послѣ приведенія пузырька уровня алидады на середину (сличи съ чертежомъ 361):

$$a' = 360^0 - (\alpha + x) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Складывая и вычитая ур—ія (2) и (1), получимъ:

$$a + a' = 360^0 - 2x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

и

$$a' - a = 360^0 - 2\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

Написавъ уравненія (3) и (4) въ видѣ

$$x = \frac{360^0 - a' - a}{2}$$

$$\alpha = \frac{360 + a - a'}{2}$$

и обозначая $a + 360 = К.\ П.$, а $a' = К.\ Л.$, видимъ, что *если къ меньшему отсчету по вертикальному кругу будемъ придавать* 360^0, то искомый уголъ наклоненія α равенъ полуразности отсчетовъ при кругѣ право и кругѣ лѣво или короче *„кругъ право минусъ кругъ лѣво, дѣленное пополамъ“*, а мѣсто нуля на лимбѣ какъ отсчетъ, опредѣляемый угломъ x, т. е. $М.\ О. = 360^0 - x = 360^0 - \frac{360^0 - a - a'}{2} = \frac{a + 360 + a'}{2} = \frac{К.\ П. + К.\ Л.}{2}$ будетъ равно полусуммѣ отсчетовъ при кругѣ право и при кругѣ лѣво, или короче *„кругъ право + кругъ лѣво, дѣленное пополамъ“*. И такъ

$$М.О. = \frac{К.\ П. + К.\ Л.}{2} \quad \text{и} \quad \alpha = \frac{К.\ П. - К.\ Л.}{2}.$$

Уголъ α можно написать по (1) еще и такъ: $\alpha = a + x = a + (360^0 - М.О.)$ или

$$\alpha = \underbrace{360 + a}_{К.\ П.} - М.\ О,$$

т. е. *уголъ наклоненія равенъ кругу право минусъ мѣсто нуля или* по (2) $\alpha = (360 - x) - a' = М.\ О. - К.\ Л.$, т. е. *мѣсто нуля минусъ кругъ лѣво.*

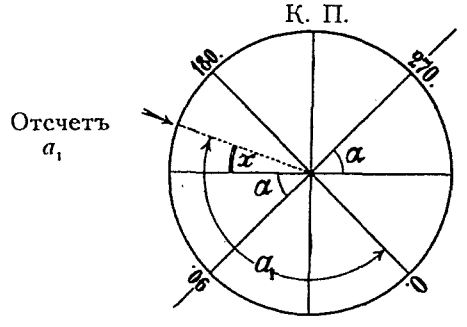
Если x получится равнымъ O, то ошибки нѣтъ, и условіе выполнено, т. е. совмѣщеніе нулей вертикальнаго круга съ нулями верньеровъ бы-

ваетъ тогда, когда оптическая ось трубы имѣетъ положеніе *параллельное оси уровня*, а въ частности перпендикулярное къ вертикальной оси вращенія инструмента. Дѣлая разсмотрѣніе, мы полагали, что верньеръ у окуляра стоитъ ниже линіи HH' на уголъ x, почему, согласно чертежа 358, $M.\ O. = 360 - x$; но можно было бы сдѣлать разсмотрѣніе въ предположеніи, что уголъ x лежитъ выше линіи HH', тогда $M.\ O. = 360^0 + x$. Отсюда видимъ, что уголъ x долженъ сопровождаться знакомъ + и —, а общая формула для $M.\ O.$ будетъ $360^0 + x = M.\ O.$

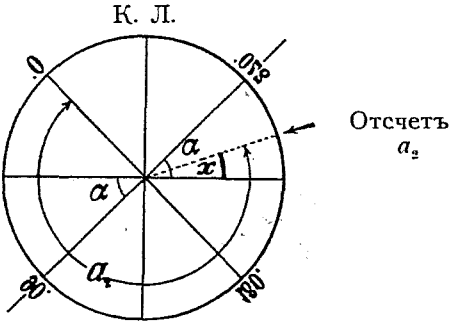
Примѣръ. I) При *Кр. Пр.* отсчетъ $a_1 = 2^0\,18'$, а при *К. Л.* отсчетъ $a_2 = 357^0\,42'$, тогда $M.\ O. = 360^0$ или O^0 и $\alpha = +2^0\,18'$. II) $a_1 = 359^0\,12'$ и $a_2 = O^0\,40'$ мѣсто нуля $M.\ O. = \dfrac{O^0\,40^0 + 360 + 359^0\,12'}{2} = 359^0\ 56'$ (или $x = O^0\ 44'$) и $\alpha = K.\ П. - M.\ O. = 359^0\,12' - 359^0\ 56' = -O^0\,44'$: или $M.\ O. - Кр.\ Л. = \alpha = 359^0\,56' - (O^0\ 40' + 360^0) = -O^0\ 44'$.

Чтобы обратить $M.\ O.$ въ нуль, достаточно, высчитавъ истинное значеніе α, напр. при *Пр. Кр.* направить крестъ нитей трубы на предметъ, микрометреннымъ винтомъ при алидадѣ поставить O верньера на отсчетъ α, а затѣмъ отпустивъ у уровня *закрѣпительный* винтъ, помѣщающійся на рычагѣ алидады, поставить пузырекъ уровня на середину трубки, и у уровня винтъ вновь закрѣпить. Если уровень имѣетъ двойной (слѣва и справа отъ рычага) исправительный винтъ, то исправленіе (постановка пузырька на середину трубки) дѣлается этими двумя винтами.

2) Если *нуль дѣленія вертикальнаго круга помѣщенъ внизу* и подпись расположена слѣва направо отъ 0^0 до 360^0 (или отъ $0g$ до $400g$), подвиженъ кругъ и неподвижна алидада, то отъ инструмента, имѣющаго *верньеры по направленію горизонтальнаго діаметра*, необходимо требовать, чтобы при совмѣщеніи нулей верньеровъ съ дѣленіями 90^0 и 180 ($100g$ и $300g$) оптическая ось была бы *параллельна оси уровня*, а въ частности перпендикулярна къ вертикальной оси вращенія инструмента. Пусть инструментъ невѣренъ, т. е. пусть, при горизонтальномъ положеніи оптической оси, по лѣвому



Черт. 360.



Черт. 361.

верньеру сдѣланъ отсчетъ x (черт. 360), тогда получимъ слѣдующее расположеніе подписи вертикальнаго круга относительно неподвижныхъ верньеровъ: при кругѣ право, указанное на чертежѣ 360, а при кругѣ лѣво, указанное на чертежѣ 361: т. е. $a_1 = 90 + \alpha + x = K.\ П.$ и

$$a_2 = 270^0 - \alpha + x = K.\ Л.$$

По сложеніи получаемъ:

$$a_1 + a_2 = 360^0 + 2x,$$
$$\frac{a_1 + a_2 - 360^0}{2} = x.$$

или, такъ какъ $M.\ O. = 90^0 + x$, то получимъ, что $M.\ O. = 90^0 + \frac{a_1 + a_2 - 360}{2}$ или $\frac{a_1 + a_2 - 180^0}{2} = M.O.$ Если $a_1 = К.П.$ и $a_2 - 180 = К.Л.$, то $M.O. = \frac{К.П. + К.Л.}{2}$.

Если инструментъ вѣренъ, то мѣсто нуля $= 90^0$.

По вычитаніи найдемъ: или $\alpha = 90^0 - \frac{a_2 - a_1}{2}$,

откуда

$$90^0 - \alpha = \zeta\ ^1) = \frac{a_2 - a_1}{2}, \text{ или } \alpha = \frac{К.П. - К.Л.}{2}$$

Примѣчаніе. Если установить аналогію между измѣреніемъ угловъ наклоненія вертикальнымъ кругомъ и измѣреніемъ горизонтальныхъ угловъ на лимбѣ, то, какъ извѣстно, для полученія горизонтальнаго угла необходимо дѣлать два послѣдовательныя наведенія на двѣ точки, опредѣляющія уголъ, и затѣмъ составить разность отсчетовъ (см. § 92). Для угловъ наклоненія одинъ отсчетъ будетъ соотвѣтствовать наведенію на ту точку, уголъ наклоненія которой опредѣляется, а другой—горизонтальному положенію оптической оси трубы. Если подпись дѣленія круга идетъ отъ 0° до 360 слѣва направо (по ходу часовой стрѣлки) и вращается кругъ вмѣстѣ съ трубой, то, при *К. П.*, для того, чтобы *наведеніе дѣлать по направленію подписи дѣленій*, необходимо при углахъ повышенія сперва сдѣлать запись, соотвѣтствующую *М. О.*, т.-е. горизонтальному положенію оптической оси, а затѣмъ уже ея наклонному положенію, соотвѣтствующему наведенію на предметъ, и изъ 2-го отсчета вычесть первый. При *К. Л.* подпись пойдетъ въ противоположную сторону и запись, и вычитаніе придется дѣлать въ обратномъ порядкѣ.

Такимъ образомъ при *К. П.* уголъ наклона α по неизвѣстному *М. О.* и отсчету a_1 будетъ

$$\alpha = a_1 - M.\ O. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1),$$

а при *К. Л.* онъ найдется по отсчету a_2 какъ

$$\alpha = M.\ O. - a_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2).$$

По вычитаніи находимъ

$$O = a_1 - M.\ O. - M.\ O. + a_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3).$$

Откуда $M.\ O. = \frac{a_1 + a_2}{2}$

т.-е. *М. О.* равно полусуммѣ отсчетовъ при *К. П.* и при *К. Л.*

Само собою разумѣется, если опредѣляется абсолютная величина α по формулѣ (1) и по (2), то вычитаніе числовыхъ величинъ возможно только тогда, когда не упущено изъ вида, что нуль круга прошелъ черезъ нуль верньера, и числовая величина отсчета увеличена на 360°. Когда *М. О.* почти равно нулю, то по (2) уголъ $\alpha = (M.\ O. + 360) - a_2$ и согласно равенства (3) получимъ $M.\ O. = \frac{a_1 + a_2 - 360}{2}$ ...(a). Если же *М. О.* близко къ 360°, то по (1) уголъ $\alpha = a_1 + 360^0 - M.\ O.$ и потому по (3) $M.\ O. = \frac{a_1 + a_2 + 360}{2}$ ...(b). Такъ какъ, прибавляя 360° къ *М. О.*, мы *М. О.* не измѣнимъ, то формулу (a) преобразуемъ въ (b), если къ (a) прибавимъ 360°.

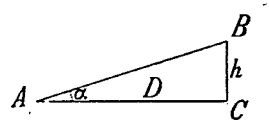
Третьею составною частію тахеометровъ послѣ дальномѣровъ и высотомѣровъ является *буссоль*; но ученіе о буссоли и *ориентированіи лимба*,

---

[1]) Зенитное разстояніе.

при чтеніи азимутовъ по лимбу, было уже нами разсмотрѣно въ главѣ объ угломѣрной съемкѣ, и вновь этихъ вопросовъ мы пока не будемъ касаться.

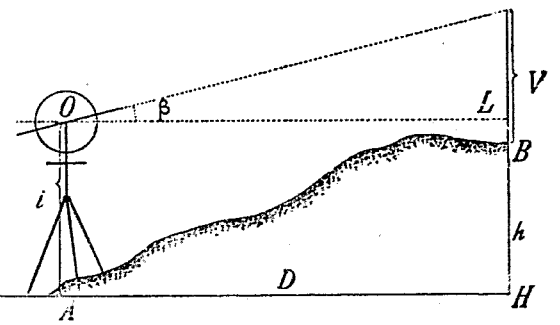
§ 237. Примѣненіе дальномѣра — высотомѣра къ вертикальной съемкѣ. Такъ какъ ближайшая цѣль вертикальной съемки заключается въ опредѣленіи относительныхъ высотъ точекъ земной поверхности, то дальномѣры—высотомѣры вполнѣ примѣнимы для вертикальной съемки, такъ какъ съ помощью ихъ легко опредѣляются разстояніе D и уголъ наклона α (черт. 362), по которымъ относительная высота h (или разность уровней) точки B надъ A опредѣляется по формулѣ



Черт. 362.

$$h = D\,tg\alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (h).$$

На практикѣ при отысканіи D и α поступаютъ слѣдующимъ образомъ: если AB (черт. 363) — данная линія мѣстности, то въ одномъ ея концѣ A устанавливаютъ дальномѣрную трубу съ высотомѣромъ (вертикальнымъ кругомъ), въ другой — B посылаютъ рабочаго съ рейкой, длина V которой извѣстна (или заранѣе зарываютъ сигналъ—вѣху извѣстной длины V). Разстояніе $D = AH$ опредѣляютъ дальномѣромъ (если оно еще неизвѣстно изъ горизонтальной съемки), а уголъ наклона мѣряютъ по вертикальному кругу, направляя крестъ нитей или на вершину C вертикально установленной рейки (вѣхи), или вообще *на произвольную точку C рейки* съ дѣленіями. Въ послѣднемъ случаѣ по рейкѣ въ точкѣ C дѣлаютъ отсчетъ по *средней* горизонтальной нити сѣтки трубы. Въ точкѣ A измѣряютъ высоту $i = AO$ инструмента (отъ земли до горизонтальной оси вращенія трубы).



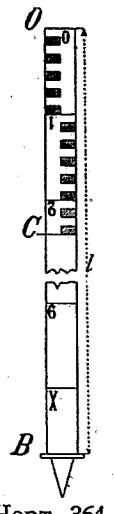
Черт. 363.

Искомое превышеніе $h = BH$ найдется по формулѣ

$$h = D\,tg\beta + i - V \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (h').$$

Эта формула показываетъ, что въ томъ случаѣ, когда $V = i$, т.-е. когда высота инструмента отложена на вѣхѣ, то $i - V = 0$ и уголъ β обращается въ уголъ наклона α линіи AB мѣстности, а членъ $D\,tg\beta$ даетъ искомое превышеніе.

Если въ точкѣ B находится дальномѣрная рейка BO, длиною $l = 1{,}5$ саж., съ дѣленіями въ 0,01 сажени, и въ точкѣ ея C (черт. 364) сдѣланъ по средней нити отсчетъ 0,24 саж. отъ нуля O, то $V = l - 0{,}24 = 1{,}5 - 0{,}24 = 1{,}26$ саж.



Черт. 364.

§ 238а. Порядокъ работъ при изображеніи неровностей мѣстности посредствомъ высотомѣра-дальномѣра. Въ статьѣ о нивеллированіи поверхности (§ 215) было уже нами указано, что для того, чтобы снятый планъ возможно лучше давалъ понятіе о рельефѣ мѣстности, слѣдуетъ данный участокъ заключать мысленно въ многогранникъ, съемкою отдѣль-

ныхъ граней котораго и слѣдуетъ заняться. Указанные въ § 215 пріемы основаны на выполненіи угломѣрной съемки въ связи съ нивеллировкою. Такой порядокъ работъ и продолжителенъ, и дорогъ, а потому его замѣняютъ, особенно въ гористой мѣстности, съемкой, основанной на употребленіи высотомѣра-дальномѣра (§ 236). Въ основаніи этого рода съемки лежитъ примѣненіе формулы $h = D\,tg\alpha + i - V$ (см. формулу (h') § 237 и относящіяся къ ней замѣчанія). Самая работа начинается съ того, что сперва по этой формулѣ опредѣляютъ взаимныя превышенія, а затѣмъ и альтитуды, всѣхъ *основныхъ или опорныхъ точекъ съемки;* т.-е. основное правило съемки, переходить отъ общаго къ частному, сохраняется и здѣсь.

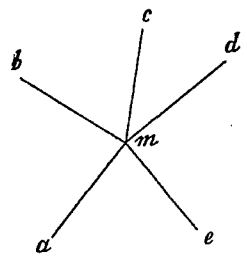
Основныя точки, *если работа ведется на большомъ участкѣ*, съ значительной шириной, выбираются по осямъ хребтовъ и лощинъ, преимущественно на вершинахъ горъ, у устья лощинъ и на т. п. характерныхъ точкахъ рельефа; онѣ замѣчаются высокими вѣхами или сигналами, такъ какъ онѣ значительно удалены другъ отъ друга, (отъ 200 до 500 саж.) и для нихъ опредѣляются отмѣтки вершинъ сигнала и отмѣтки ихъ подошвъ на землѣ. Взаимное положеніе основныхъ точекъ опредѣляется горизонтальной съемкой способомъ засѣчекъ или обходомъ. Для участка *небольшихъ размѣровъ* довольствуются меньшимъ числомъ основныхъ точекъ, и ихъ ничѣмъ особенно (кромѣ вбитаго въ землю кола) не замѣчаютъ. Въ этомъ случаѣ основными точками являются *станціи* (точки постановокъ инструмента), причемъ для опредѣленія взаимнаго ихъ положенія исключительно примѣняется способъ обхода.

Для выраженія неровностей мѣстности даннаго участка горизонталями недостаточно знать только альтитуды основныхъ точекъ, напротивъ того необходимо знать альтитуды возможно большаго числа характерныхъ точекъ земной поверхности; это число должно быть таково, чтобы линіи земной поверхности между тѣми точками, между которыми будутъ проводить горизонтали, могли быть разсматриваемы за *прямыя* линіи (за ребра воображаемаго многогранника); при съемкѣ эти точки дѣлаются станціями и пикетами. Пикетами называются тѣ изъ нихъ, на которыя ставятся рейки, съ цѣлію опредѣленія ихъ альтитудъ.

Опредѣленіе альтитудъ пикетовъ производится примѣненіемъ формулы (h) § 236 слѣдующимъ образомъ: на мѣстности намѣчаютъ наиболѣе характерныя точки, напр., вершины горъ, ихъ подошвы, устья лощинъ, сѣдловины и т. п. и дѣлаютъ ихъ *станціями*, т.-е. становятся въ нихъ съ инструментомъ и связываютъ эти точки (станціи) съ основными точками. Съ этою цѣлію измѣряютъ со станціи углы наклоненія на 2 или на 3 основныхъ точки и опредѣляютъ разстояніе [1]) отъ станціи до основныхъ точекъ, если оно не извѣстно изъ горизонтальной съемки. Альтитуду станціи вычисляютъ по альтитудамъ основныхъ точекъ, пользуясь формулой (h') того же § 236 и изъ полученныхъ результатовъ берутъ среднее ариѳметическое, которое принимаютъ за окончательное значеніе альтитуды

[1]) Станція опредѣляется относительно основныхъ точекъ *засѣчкою назадъ.*

станціи. Затѣмъ со станціи m (черт. 365) по направленію скатовъ (и при томъ по возможности въ концахъ ихъ) назначаютъ на мѣстности пикеты a, b, c,... и ставятъ на нихъ послѣдовательно рейку, дальномѣромъ опредѣляютъ разстояніе D до нихъ отъ точки m, а по высотомѣру измѣряютъ соотвѣтственно углы наклоненія α.

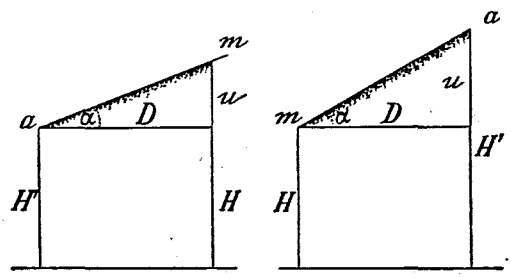


Черт. 365.

Этихъ данныхъ совершенно достаточно для опредѣленія альтитудъ пикетовъ.

Пусть ma (черт. 366) есть профиль земной поверхности, по линіи ma, H — альтитуда станціи, H' — альтитуда пикета; тогда изъ лѣвой части чертежа видно, что $H' = H - u$, гдѣ $u = D tg\alpha$; при мѣстности же повышающейся (правая половина чертежа) ясно, что $H' = H + u$.

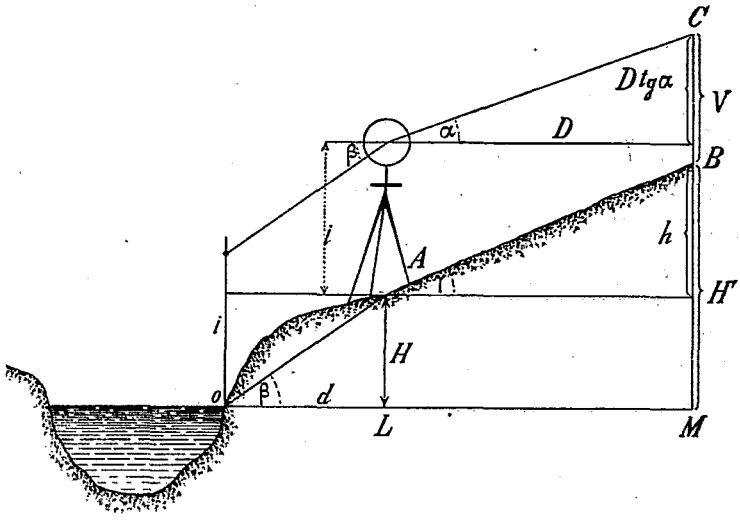
Если же условимся углы повышенія означать знакомъ +, а углы пониженія знакомъ —, то формула будетъ имѣть общій видъ: $u = \pm D tg\alpha$ и $H' = H + u \ldots (H')$.



Черт. 366.

Изъ всего только что изложеннаго слѣдуетъ, что на данномъ участкѣ сперва намѣчаются основныя точки, затѣмъ станціи и, наконецъ, съ каждой станціи набирается рядъ пикетовъ. На участкѣ незначительныхъ размѣровъ можно, какъ уже было замѣчено, не прибѣгать къ системѣ опорныхъ точекъ, а за нихъ принять станціи.

Опредѣливъ на каждой станціи ея альтитуду и по ней альтитуды всѣхъ связанныхъ съ этой станціей пикетовъ, переходятъ затѣмъ на слѣдующую станцію и такъ продолжаютъ до тѣхъ поръ, пока вся мѣстность будетъ покрыта пикетами.



Черт. 367.

Первый пикетъ обыкновенно берется у поверхности воды.

Изъ чертежа 367 видно, альтитуда H *первой станціи*, т.-е. точки A, гдѣ находится инструментъ, можетъ быть найдена по альтитудѣ перваго пикета.

Проще всего H опредѣлится, если на рейкѣ отложена высота инструмента i, и уголъ наклона β измѣренъ по высотомѣру, направляя крестъ

нитей на мѣтку, сдѣланную на рейкѣ, такъ какъ тогда $AL = OL \cdot tg\beta$, т.-е. искомое $H = d \cdot tg\beta$. Зная величину альтитуды H, легко усмотрѣть, что альтитуда H' перваго сигнала (основной точки) найдется по альтитудѣ первой станціи, а именно для мѣстности повышающейся $H' = H + h$, а такъ какъ $h = i + Dtg\alpha - V$,

то $$H' = H + i + Dtg\alpha - V.$$

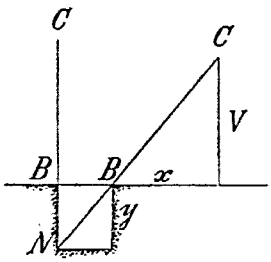
Само собою разумѣется, что альтитуда MC вершины C сигнала найдется такъ:

$$MC = H' + V = H + i + Dtg.\alpha$$

Здѣсь α — уголъ наклоненія, измѣренный на вершину сигнала, а D разстояніе, или взятое изъ горизонтальной съемки, или измѣренное по дальномѣру, т.-е. $D = a \cdot Cos^2 n$, здѣсь $n = \gamma$ (черт. 367) есть уголъ наклоненія линіи AB къ горизонту, а величина a есть отсчетъ, сдѣланный по дальномѣру на вертикально стоящей рейкѣ. Для мѣстности понижающейся формула остается та же, но въ ней α должно быть отрицательно и h должно быть взято со знакомъ минусъ: $-h = -[Dtg(-\alpha) + i - V]$, т.-е. $(-h) = Dtg\alpha - i + V$.

Дѣйствительно, вообразимъ въ B — инструментъ и въ A — вѣху съ высотою V, то гдѣ чертежъ дастъ, если черезъ вершину инструмента провести горизонтальную линію, что по абсолютной (безъ знака) величины: $h + i = V + Dtg\alpha$ или

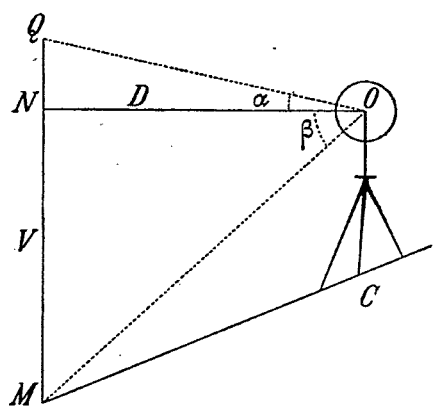
$$h = Dtg\alpha - i + V.$$



Черт. 368.

Высота сигнала V или измѣряется при постановкѣ сигнала, или опредѣляется путемъ вычисленія. Въ первомъ случаѣ передъ постановкою сигнала измѣряютъ длину его NC (черт. 368) и изъ нея скидываютъ глубину y ямы, такъ что принимаютъ $BC = NC - y$.

Если сигналъ устанавливается нѣсколько наклонно, то къ вершинѣ C привязывается бичевка съ тяжелой гирей и на мѣстности измѣряется катетъ x. Гипотенуза BC принимается $NC - y$, а потому искомая высота $V = \sqrt{BC^2 - x^2}$.



Черт. 369.

Если высота V не можетъ быть получена непосредственнымъ измѣреніемъ, то какъ видно изъ чертежа 369, она найдется какъ сумма $MN + NQ = Dtg\beta + Dtg\alpha = D \cdot (tg\alpha + tg\beta)$. Здѣсь α и β углы наклоненія, измѣренные на вершину сигнала и на его основаніе или на точку, взятую близъ основанія, причемъ высота ея надъ основаніемъ извѣстна. При этомъ знакъ β не принимается въ разсчетъ. Изъ формулы:

$$H' = H + i + D \cdot tg\alpha - V \quad \ldots\ldots \text{(I)}$$

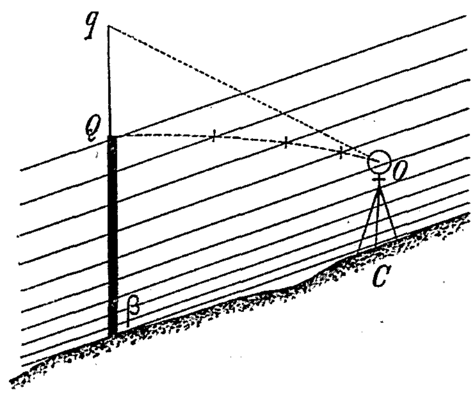
легко найти по данному H' (или все равно $H'+V$) *альтитуду* H *любой станціи*; она будетъ:

$$H = H' + V - i - D\,.\,tg\alpha \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. \quad (II).$$

Примѣняя формулы (I) и (II), не слѣдуетъ забывать знакъ у угла α, а слѣдовательно и у члена $Dtg\alpha$. Онъ *будетъ съ* $+$ *для угла повышенія и съ* $-$ *для угла пониженія* [1]).

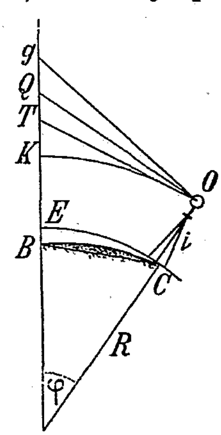
Къ всему этому достаточно прибавить, что по альтитудѣ первой станціи можно найти альтитуды лежащихъ вокругъ нея и видимыхъ изъ нея основныхъ точекъ; послѣ чего по нимъ—опредѣлить вторую станцію и т. д.

§ **238b. Поправка за кривизну земли и рефракцію.** Если станція значительно удалена отъ сигнала и лучъ OQ (черт. 370) долженъ пройти значительное разстояніе, то зная, что верхніе слои воздуха менѣе плотны, а нижніе болѣе плотны, необходимо обратить вниманіе на то, что лучъ идетъ отъ Q къ O по кривой или ломаной (черт. 370) QO, послѣдовательно преломляясь при переходѣ изъ среды менѣе плотной въсреду болѣе плотную. Глазъ увидитъ вершину Q по послѣднему прямолинейному элементу кривой QO приподнятой въ точку q. Уголъ наклона, измѣренный на вершину Q сигнала будетъ ошибоченъ на величину QOq, называемую *рефракціоннымъ* угломъ. А онъ въ свою очередь измѣнитъ членъ $Dtg\alpha$ на величину qQ, называемую *поправкою за рефракцію*. Будемъ обозначать ее черезъ r.



Черт. 370.

Точно также, если разстояніе BC (черт. 371) достаточно велико, то горизонтальное проложеніе D нужно считать за дугу круга, а потому при вычисленіи $D\,.\,tg\alpha$ нужно принять во вниманіе сферичность земли. Въ главѣ 1-й мы видѣли, что хорда, касательная и дуга круга, доходящая даже до 10 верстъ, почти не разнятся по своей длинѣ на земной поверхности, а потому сферичность земли не оказываетъ вліянія на величину D. Тѣмъ не менѣе при наведеніи креста нитей зрительной трубы высотомѣра на вершину Q сигнала уголъ α считается до горизонтальной линіи OT, а не до кривой OK. Вслѣдствіе чего въ величину h надо ввести поправку TK.



Черт. 371.

Обозначая величину TK черезъ p, замѣтимъ, что она будетъ *поправкою за кривизну земли*; $KT = p$ вообще незначительная величина, какъ и $r = Qq$ *поправка за рефракцію*: она должна быть принимаема во вниманіе лишь при значительныхъ величинахъ разстоянія BC (между сигналомъ и инструментомъ, см. § 196).

---

[1]) Для угла пониженія β (черт. 367) легко вывести, что $H + i = H' + V + Dtg\beta$.

Поправка за кривизну земли *прямо пропорціональна квадрату разстоянія* D. Положивъ $D=500$ саж. $=1$ верстѣ, находимъ:

$$p=\frac{D^2}{2R}=\frac{25}{600}\frac{1}{24}=0{,}04 \text{ саж.},$$

эта величина не превзойдетъ ошибки въ членѣ $Dtg\alpha$, происходящей отъ не совсѣмъ точнаго опредѣленія разстоянія D и угла α, какъ это будетъ показано ниже сего.

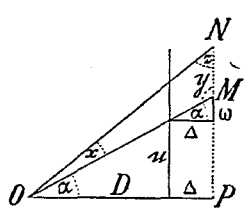
Для опредѣленія $Qg=r$ замѣтимъ себѣ, что по опредѣленію Деламбра уголъ $gOQ=0{,}08\varphi$, гдѣ φ есть уголъ при центрѣ земли, соотвѣтствующій разстоянію BC. Уголъ TOK между хороой и касательной равенъ $\frac{1}{2}\varphi$. Самъ же уголъ φ зависитъ отъ разстоянія BC. Извѣстно, что $R=6000$ верстъ, слѣдовательно длина $1^0=\frac{2\pi R \text{ вер.}}{360}=\frac{12000\times\pi}{360}=\frac{100\,.\,3{,}14}{3}=$ $=100\,.\,1{,}05=105$ вер.

Если принять по прежнему $BC=D=1$ верстѣ, то уголъ φ будетъ въ $\frac{60\times 60''}{105}=34''$ секунды.

Соотвѣтственно этому $TOK=18''$ и $gOQ=3''$. На основаніи этого соотношеніе между $Qg=r$ и $KT=p$ можно опредѣлить изъ равенствъ $\frac{r}{D}=tg\ gOQ$ и $\frac{p}{D}=tg\ TOK$. Откуда, по замѣнѣ $tg\ g\ OQ=g\ OQ''\,.\,Sin\ 1''$ и $tg\ TOK=TOK''\,.\,Sin\ 1''$, получимъ $\frac{r}{p}=\frac{3}{18}$ или $r=0{,}16\ p$.

По абсолютной величинѣ превышеніе $BE=h=i+p+D\,.\,tg\alpha-r-V$, гдѣ $V=BQ$ и $\alpha=gOT$. При $D=1$ верстѣ, $p=0{,}04$ саж., а потому $f=p-r=0{,}84\ p=0{,}0336$ саж. Если же $D=50$ саж., то $p-r=0{,}000336$ саж. Такимъ образомъ въ формулѣ $h=Dtg\alpha+i-V+f$ поправка f за кривизну земли и рефракцію, при разстояніи $D=50-100$ саж., въ разсчетъ не принимается.

§ 238с. Погрѣшность въ опредѣленіи h по формулѣ $h=D\,.\,tg\alpha$. Опредѣлимъ величину ошибки отъ неточнаго опредѣленія D и α въ членѣ $Dtg\alpha=h$.



Черт. 372.

Пусть въ D сдѣлана ошибка Δ, а въ углѣ α ошибка x, тогда изъ чертежа 372 легко усмотрѣть, что одна ошибка Δ въ разстояніи D производитъ погрѣшность ω въ высотѣ h, а ошибка x въ углѣ α порождаетъ погрѣшность $y=MN$ въ той же высотѣ h. Такимъ образомъ полная погрѣшность W въ h будетъ $\omega+y=W$.

Изъ чертежа 372 находимъ, что $\omega=\Delta tg\alpha$, и $y=ON\frac{Sin\ x}{Sin\ OMN}=$ $=ON.\frac{Sin\ x}{Sin\ OMP}=ON.\frac{Sin\ x}{cos\ \alpha}$, но $ON=\frac{D+\Delta}{cos\ (\alpha+x)}=\frac{D+\Delta}{cos\alpha\,.\,cos\,x-Sin\alpha\,.\,Sin\,x}$, или по малости угла x, полагаемъ $cos\,x=1$ и $Sin\,x=x''\ Sin\ 1''$, вслѣдствіе чего

$ON = \frac{D+\Delta}{cos\alpha - x'' \,.\, Sin\ 1'' \,.\, Sin\alpha} = \frac{D\left(1+\frac{\Delta}{D}\right)}{cos\alpha\,(1 - x''\ Sin\ 1''tg\alpha)}$, а искомая величина

$y = \frac{Dx''\ Sin\ 1''}{cos^2\ \alpha} \,.\, \frac{\left(1+\frac{\Delta}{D}\right)}{1 - x''\ Sin\ 1''\ tg\alpha}$. Перенося $1 - x''\ .\ Sin\ 1''\ tg\alpha$ въ числитель, послѣ разложенія по биному Ньютона, находимъ, ограничиваясь вторымъ членомъ разложенія:

$$y = \frac{D\ .\ x''\ .\ Sin\ 1''}{cos^2\ \alpha} \,.\, \left(1+\frac{\Delta}{D}\right)(1 + x''\ .\ Sin\ 1''\ tg\alpha).$$

При $D = 500$ саж., $\Delta = 1$ саж., $x = 2'$ и $\alpha = 45^0$, величины $\frac{\Delta}{D} = \frac{1}{500}$ и $x''\ .\ Sin\ 1''tg\alpha = \frac{120}{206265} = \frac{1}{1719}$ на столько малы, сравнительно съ 1, что достаточно точно получимъ, если примемъ

$$y = \frac{D\ .\ x''\ .\ Sin\ 1''}{cos^2\ \alpha} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (y)$$

$$\text{и } W = \Delta\ tg\alpha + \frac{D\ .\ x''\ .\ Sin\ 1''}{cos^2\ \alpha}; \ldots\ldots\ldots (W)$$

при $\alpha < 45^0$, членъ $x''\ .\ Sin\ 1''\ tg\alpha < \frac{1}{1719}$.

Ту же величину W можно получить простымъ дифференцированіемъ члена $Dtg\alpha$ по D и α, а именно:

$$W = D\ .\ \frac{d\alpha}{cos^2\ \alpha} + tg\alpha\ .\ dD. \ldots\ldots (W)$$

Полагая $d\alpha = x''\ Sin\ 1''$ и $dD = \Delta$, получимъ

$$W = \frac{D\ .\ x''\ Sin\ 1''}{cos^2\ \alpha} + \Delta\ tg\alpha \ldots\ldots\ldots (W)$$

При тѣхъ же значеніяхъ Δ и α, найдемъ $y = \frac{500.2.60}{1.206265} = \frac{1000.120}{206265} =$ почти $\frac{1}{2}$, а $\omega = \Delta\ tg\alpha = 1$ саж. и $W = 1{,}5$ саж.

Обыкновенно α въ холмистой мѣстности не превосходитъ 5^0, а потому ошибка W, при прежнихъ D, x и Δ окажется

$$W = 0{,}087 \text{ саж.} + 0{,}3 = \text{почти } 0{,}4 \text{ саж.}$$

Такимъ образомъ видимъ, что ошибка W отъ неточнаго измѣренія разстояній D и угла наклона α можетъ значительно превосходить поправку f за кривизну земли и за рефракцію.

На основаніи этого можно сказать, что для опредѣленія альтитудъ точекъ вертикальной съемки необходимо, чтобы 1) уголъ наклоненія α измѣрялся тщательно, особенно для основныхъ точекъ и 2) разстояніе D дол-

жно быть *не* велико, такъ какъ W прямо - пропорціонально D; дѣйствительно, положивъ, что $\Delta = \frac{1}{n} D$, получимъ $W = D\left(\frac{1}{n} tg\alpha + \frac{x'' \; Sin\; 1''}{cos^2\,\alpha}\right)$[1].

Если сдѣлаемъ предположеніе, что превышеніе точки B надъ A получено 2 раза: одинъ разъ измѣреніемъ угла повышенія съ B на A, а затѣмъ угла пониженія съ A на B, и при первомъ измѣреніи сдѣлана въ углѣ α ошибка $+x$, а при второмъ $-x$, то разность γ между двумя опредѣленіями превышенія B надъ A можетъ оказаться равной $2W$, и чѣмъ болѣе D, тѣмъ болѣе будетъ γ.

Пользуясь формулой для W, можно рѣшить такую задачу: каково должно быть D, для того, чтобы при данныхъ x, α и n, величина W не превосходила заранѣе выбранной величины, напр., 0,1 саж. Принявъ $\alpha = 5^0$, $x = 2'$ и $n = 500$, получимъ для $W = 0{,}1$ саж. разстояніе

$$D = \frac{W}{\frac{1}{n} tg\alpha + \frac{x''.Sin\,1''}{cos^2\,\alpha}} \text{ или } D = \frac{0{,}1}{\frac{1}{500}.\,0{,}087 + \frac{2.60}{206265.0{,}992}} = \text{около } 100 \text{ с.}$$

Для дальномѣра $\Delta = \frac{1}{125} D$, т.-е. $n = 125$, уголъ α для пикетовъ въ среднемъ = около 5′, а потому, при $D = 100$ саж., получимъ, при $x = 1'$,

$$W = \text{около } 0{,}0015 \text{ саж.},$$

т.-е. ошибка будетъ въ полтора раза болѣе, чѣмъ ошибка отъ отсчитыванія по рейкѣ при нивеллированіи, а потому тахиметрическій способъ опредѣленія высотъ при малыхъ углахъ наклона по точности даваемыхъ результатовъ стоитъ ниже простого нивеллированія, однако точность можетъ повыситься, если точность верньера вертикальнаго круга будетъ взята не менѣе $30'' - 20''$ и точность опредѣленія разстояній будетъ не менѣе $^1/_{500}$.

Въ заключеніе статьи о вертикальной съемкѣ замѣтимъ себѣ, что при вычисленіи можно пользоваться двумя формулами: 1) превышеніе $\pm h = \pm(D\,tg\alpha + i - V)$, соблюдая знакъ у α и 2) альтитуда $H' = H + h$, принимая во вниманіе знакъ h.

§ 239. Цѣль съемки тахеометромъ, ея особенность, преимущества и недостатки. Тахеометрическая съемка, какъ уже было сказано въ § 219, преслѣдуетъ двоякую цѣль,—*одновременно, а главное быстро, производить и горизонтальную, и вертикальную съемку*. Невысокая, сравнительно съ прецизіонными теодолитными и нивеллирными работами, ея точность вполнѣ достаточна для нѣкоторыхъ случаевъ практики и вполнѣ вознаграждается быстротою получаемыхъ результатовъ.

Главнѣйшая особенность тахеометріи состоитъ въ полученіи *со станціи посредствомъ одного визированія всѣхъ 3 элементовъ, опредѣляющихъ положеніе пикета относительно станціи*, т.-е. разстоянія, азимута и относительной высоты.

[1]) Переходя по теоріи ошибокъ отъ ошибки наблюденія къ средней квадратической ошибкѣ, мы вмѣсто W должны взять $m = \pm D\sqrt{\left(\frac{1}{n} tg\alpha\right)^2 + \left(\frac{x''.Sin\,1''}{cos^2\,\alpha}\right)^2}$. Для дальномѣра $n = 125$ и m, при $\alpha = 45^0$ и $x = 1'$, окажется равнымъ $m = \pm 0{,}008\; D$.

Результаты полевой работы выражаются числовыми данными въ полярныхъ координатахъ и отмѣтками. Необходимыя вычисленія производятся при этомъ *логариѳмически* съ помощію вычислительной линейки. Самый порядокъ работы даетъ возможность контролировать получаемыя данныя, какъ во время полевыхъ дѣйствій, такъ и дома, при составленіи нивеллирнаго плана.

Тахеометрическія работы требуютъ небольшого числа рабочихъ рукъ, а потому дешевле. Тахеометрія предложена была въ Италіи въ 1823 году миланскимъ профессоромъ Порро; послѣ этого она получила широкое примѣненіе не только въ Италіи, но во Франціи и Испаніи. За послѣднее время наибольшаго своего развитія она достигла во Франціи, гдѣ съ любовію и полнымъ успѣхомъ занимаются усовершенствованіемъ тахеометровъ. Она получила тамъ свое примѣненіе при кадастровыхъ и военныхъ съемкахъ. Сравнительно съ другими родами съемки, гдѣ горизонтальная съемка ведется отдѣльно отъ вертикальной, тахеометрія сводитъ время полевой работы, какъ наиболѣе дорогое, къ minimum'у [1]), а слѣдовательно обходится дешевле.

§ 240. Тахеометры. Употребляющійся при одновременной горизонтальной и вертикальной съемкѣ полевой инструментъ носитъ названіе тахиметра или, чаще, *тахеометра.*

Первоначально устроенный по идеѣ Порро тахеометръ и названный имъ клепсцикломъ [2]) или тахеометромъ-клепсъ, имѣлъ сложную конструкцію и малую устойчивость и, главное, могъ быть повѣряемъ только механикомъ. Эти недостатки устранены въ новѣйшихъ тахеометрахъ, изготовляемыхъ по идеѣ французскаго инженера Муано, въ общихъ чертахъ имѣющихъ видъ теодолита.

Мы остановимся на описаніи тахеометра Муано, изготовленнаго въ парижской мастерской механикомъ фирмы *Ришеръ* (*Гюйаръ* и *Канари*), а также на тахеометрахъ другихъ системъ, а именно на тахеометрѣ *Герляха*, *Брейтгаупта*, тахеометрѣ-автоматѣ *Вагнера* [3]), *работы механика Тесдорпфа* и новѣйшихъ тахеометрахъ-автоматахъ *Пуллера-Брейгайта и Гаммера-Фенеля*; здѣсь же упомянемъ и о нивеллиръ-тахеометрахъ *Штампфера* и *Фоглера-Розенберга.*

Всякій повторительный и даже простой теодолитъ, въ трубѣ котораго имѣются дальномѣрныя нити, легко обращается въ тахеометръ, если

---

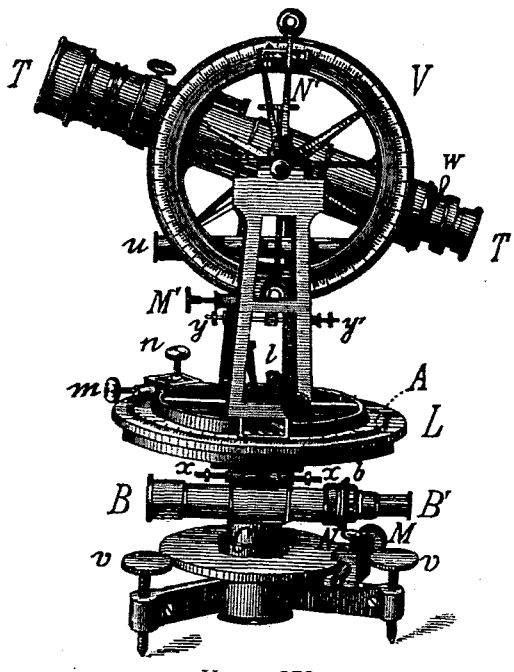
[1]) *Боннами,* авторъ небольшого, но прекраснаго руководства „Manuel de l'operateur au tachéomètre" говоритъ: „всѣ лица, освоившіяся со способомъ тахеометрической съемки, единогласно признаютъ за нею многочисленныя и немаловажныя достоинства. О трудности ея существуютъ преувеличенныя мнѣнія—она скоро усваивается при помощи руководства и еще скорѣе на практикѣ. Точно также ошибочно думать, что тахеометрическая съемка, вслѣдствіе сложности инструмента, происходитъ не настолько скоро, какъ простымъ нивеллиромъ и не даетъ хорошихъ результатовъ; практика ежедневно убѣждаетъ въ противномъ.

[2]) Названіе это взято съ греческаго и произошло оттого, что лимбъ и вертикальный кругъ скрыты въ металлическихъ коническихъ чехлахъ, боковыя отверстія которыхъ позволяютъ видѣть только дѣленія круговъ.

[3]) Вполнѣ заслуживаетъ также вниманія автоматическій тахеометръ Санге.

къ нему присоединить буссоль и вертикальный кругъ (или секторъ). Къ такому теодолиту помимо дальномѣрной рейки должно быть приложено приспособленіе для вычисленія (по отсчетамъ, сдѣланнымъ на рейкѣ и на вертикальномъ кругѣ) горизонтальныхъ разстояній и относительныхъ высотъ (въ видѣ таблицы высотъ, масштаба высотъ или, наконецъ, логариѳмической линейки).

Во избѣжаніе этихъ приспособленій для вычисленій, Крейтеръ, а за нимъ Вагнеръ, Тише, Шарно, Санге, Пуллеръ, *Гаммеръ* а также и другія лица предложили тахиметры, автоматически дающіе горизонтальное и вертикальное разстоянія одной точки надъ другой. Существеннымъ недостаткомъ такихъ тахиметровъ является ихъ громоздкость, благодаря добавочнымъ частямъ, предназначеннымъ непосредственно давать требуемыя отъ тахиметра величины: горизонтальное проложеніе и разность высотъ.



Черт. 373.

Тахеометрическіе теодолиты были уже ранѣе нами (по частямъ) разсмотрѣны: по чертежамъ 160, 161, 162 и 163. Что же касается до тахеометровъ, то они отличаются отъ только что указанныхъ теодолитовъ главнымъ образомъ устройствомъ вертикальнаго круга и буссоли.

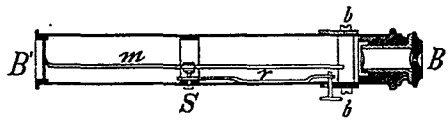
Тахеометръ Муано [1]) представляетъ изъ себя повторительный теодолитъ; нижняя его часть, т.-е. подставка (черт. 373) вполнѣ напоминаетъ устройство подставки пантометра (см. чертежи 163 и 166): какъ и тамъ, на треножникѣ съ тремя подъемными винтами v помѣщается вертикальная ось вращенія лимба L, наглухо скрѣпленнаго съ колонною C, оканчивающеюся горизонтальнымъ кругомъ. Грубое вращеніе лимба прекращается нажимательнымъ винтомъ N при кругѣ; винтъ стягиваетъ клещи, ущемляющія рантъ круга. Медленное вращеніе лимбу сообщается микрометреннымъ винтомъ M.

Внутри лимба вращается алидадный кругъ A, имѣющій винты,—нажимательный n и микрометренный m. Ось алидады проходитъ внутри колонны C. На алидадѣ помѣщаются два верньера; они даютъ возможность отсчитывать по лимбу направленія съ точностью до 2 минутъ, при дѣленіи окружности лимба на $400g$, т.-е. до $0{,}02g$. Отсчеты дѣлаются помощью ординарныхъ лупъ l. На алидадѣ помѣщены двѣ подставки для горизонтальной оси вращенія дальномѣрной трубы TT системы Порро; труба

[1]) Болѣе подробно см. „Levés de plans à la Stadia", par J. Moinot.

имѣетъ нажимательный N' и микрометренный M' винты и переводится окуляромъ черезъ зенитъ; у нея выдвижное колѣно-объективное. На одномъ концѣ горизонтальной оси вращенія трубы прикрѣпленъ вертикальный кругъ V съ дѣленіями, а на другомъ, въ видѣ противовѣса — кругъ безъ дѣленій. На алидадѣ вертикальнаго круга помѣщается уровень, а на кругѣ-противовѣсѣ второй — съ двойною шлифовкою. Въ экземплярахъ меньшаго масштаба помѣщается уровень на трубѣ параллельно оптической ея оси, а круга-противовѣса нѣтъ совсѣмъ. Съ помощью двухъ верньеровъ на вертикальномъ кругѣ V дѣлаются отсчеты съ точностью до $0{,}01g$.

Буссоль тахеометра Муано по внѣшнему виду представляетъ трубочку BB', помѣщенную подъ лимбомъ и наглухо съ нимъ скрѣпленную. Внутреннее ея устройство изображено на черт. 374: внизу трубки на остріѣ шпиля S помѣщена магнитная стрѣлка m съ загнутымъ кверху сѣвернымъ концомъ; при смотрѣніи черезъ окуляръ онъ проектируется на шкалу, дѣленія которой награвированы на матовомъ стеклѣ объектива B'. Линія, соединяющая остріе шпиля S съ среднимъ штрихомъ шкалы, должна быть параллельна коллимаціонной плоскости трубы. При чтеніи азимута по лимбу (см. § 130) тахеометра для приведенія въ совпаденіе загнутаго конца стрѣлки съ среднимъ штрихомъ шкалы, вращаютъ окулярную трубочку bb буссоли справа налѣво; вслѣдствіе чего опустится конецъ рычага r, и стрѣлка сядетъ на шпиль; послѣ этого вращаютъ лимбъ L около его вертикальной оси настолько, чтобы загнутый конецъ стрѣлки совпалъ съ среднимъ штрихомъ шкалы.



Черт. 374.

Неподвижный алидадный кругъ высотомѣра (т.-е. вертикальнаго круга устроенъ такъ, что нули его верньеровъ совпадаютъ со штрихами 100 и 300 градъ вертикальнаго круга, когда оптически ось трубы TT тахеометра параллельна оси уровня u, прикрѣпленнаго къ алидадѣ (иногда уровень прикрѣпляется къ подставкѣ трубы); такимъ образомъ по вертикальному кругу получаются (по верньеру при окулярѣ) отсчеты $= 100g + \alpha$ При алидадѣ помѣщаются исправительные винты y, y', къ головкамъ которыхъ имѣется особый ключъ для надлежащей ихъ установки.

§ 241. Повѣрка тахеометра Муано. Отъ тахеометра Муано требуется выполненіе почти тѣхъ же условій, что и отъ другихъ угломѣрныхъ инструментовъ съ трубою и вертикальнымъ кругомъ. Приведемъ эти условія съ краткимъ указаніемъ способовъ ихъ повѣрки.

1) *Вѣрность дѣленія лимба и верньеровъ.* Повѣрка дѣленій лимба производится посредствомъ длины дуги верньера, а повѣрка дѣленій верньера — послѣдовательнымъ совмѣщеніемъ каждаго изъ его штриховъ съ однимъ и тѣмъ же штрихомъ лимба.

2) *Отсутствіе эксцентрицитета алидады.* Для этого сравниваются не менѣе 2-хъ разъ отсчеты по двумъ діаметрально противоположнымъ верньерамъ; разница между ними не должна отличаться отъ $200g$ болѣе чѣмъ на $0{,}02g$.

3) *Перпендикулярность оси уровня при подставкѣ трубы къ вертикальной оси вращенія алидады.* Повѣрка производится поворачиваніемъ алидады на 200g и оказавшаяся погрѣшность уничтожается исправительнымъ винтомъ при уровнѣ.

4) *Совпаденіе осей алидады и лимба*, какъ повторительнаго теодолита, повѣрку см. въ § 95.

5) *Перпендикулярность коллимаціонной плоскости трубы къ плоскости лимба.* Такъ какъ въ этомъ инструментѣ труба переводится черезъ зенитъ, то настоящее условіе распадается на два, именно: *визирная ось должна быть перпендикулярна къ горизонтальной,* а *горизонтальная ось перпендикулярна къ вертикальной.* Первая половина повѣряется наведеніемъ пересѣченія нитей на отдаленную точку и переведеніемъ трубы черезъ зенитъ, а алидады на 200g, причемъ оказавшаяся погрѣшность уничтожается боковыми винтами сѣтки. Вторая же половина предыдущаго условія повѣряется при двухъ положеніяхъ алидады наведеніемъ трубы на высокую точку ближняго предмета и пониженіемъ трубы; ошибка уничтожается винтомъ при одной изъ подставокъ трубы.

6) *Надлежащая чувствительность уровня (при подставкѣ* и *при кругѣ)* повѣряется наведеніемъ трубы на точку предмета и сдвиженіемъ пузырька уровня съ средины трубки подъемнымъ винтомъ или винтомъ трубы. (см. стр. 418).

7) *При совмѣщеніи нулей верньеровъ алидады вертикальнаго круга со штрихами 100 и 300 градъ, визирная ось трубы должна быть параллельна оси уровня.* Для повѣрки измѣряется уголъ наклоненія при двухъ положеніяхъ вертикальнаго круга. Разность между 100gr. и величиною, полученною по формулѣ:

$$M.O=\frac{К.П.+К.Л.}{2},$$

выразитъ ошибку, которая уничтожается винтами y, y'.

Повѣрку вертикальнаго круга см. въ § о высотомѣрахъ.

8) *Параллельность оси уровня при трубѣ* или кругѣ-противовѣсѣ *оптической оси* провѣряется нивеллированіемъ два раза (сверху внизъ и снизу вверхъ) одной и той же линіи см. § 103. Исправленіе достигается винтомъ при уровнѣ. При двойной шлифовкѣ уровня достаточно сдѣлать по рейкѣ, стоящей въ 25 саж. отъ инструмента, два отсчета, до перевода и послѣ перевода трубы черезъ зенитъ, ставя каждый разъ передъ отсчетомъ по рейкѣ пузырекъ уровня на середину трубки. При равенствѣ отсчетовъ условіе выполнено. Иначе берется средній отсчетъ и уровень устанавливается на середину исправительнымъ винтомъ послѣ того, какъ труба наведена на рейку по среднему отсчету. При этомъ предполагается, что касательныя, проведенныя къ обѣимъ сторонамъ математической поверхности уровня, черезъ середину трубки, параллельны между собою [1]).

---

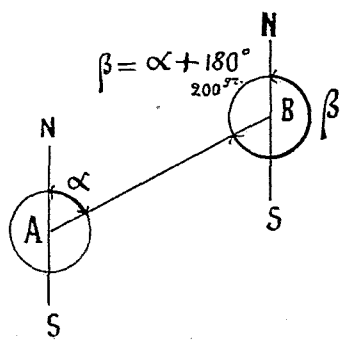
[1]) Это условіе можно провѣрить дважды повтореннымъ „двойнымъ нивеллированіемъ“ одной и той же линіи мѣстности, пользуясь сперва одной стороной уровня, потомъ—другой.

§ 242. **Установка тахеометра Муано.** Повѣривъ передъ началомъ работъ тахиметръ, какъ теодолитъ, необходимо сверхъ того сдѣлать еще его *изслѣдованіе относительно дальномѣра и буссоли* или, какъ принято короче выражаться, произвести установку тахиметра. Къ установкѣ тахеометра относятъ также опредѣленіе мѣста нуля вертикальнаго круга и уничтоженія, если возможно, коллимаціонной ошибки вертикальнаго круга, т.-е. достиженія *М. О.* дѣйствительно равнымъ нулю.

Такъ какъ визирнымъ снарядомъ въ тахеометрѣ Муано служитъ дальномѣрная зрительная труба Порро, то *установка дальномѣра* производится согласно § 230 и заключается въ передвиженіи *отъ руки* внутренняго цилиндра, содержащаго собирательное стекло. Для чего предварительно слѣдуетъ отвернуть въ зрительной трубѣ (по серединѣ) ту ея часть, въ которой находится окуляръ. При этомъ не слѣдуетъ упускать изъ вида, что винтовая нарѣзка находится вблизи горизонтальной оси вращенія.

Послѣ установки дальномѣра нужно поставить сѣтку трубы такъ, чтобы дальномѣрныя нити были перпендикулярны къ вертикальной оси вращенія инструмента. Для этого, приведя инструментъ въ горизонтальное положеніе, наводятъ одну изъ дальномѣрныхъ нитей на хорошо замѣченную точку какого-либо неподвижнаго предмета и, вращая трубу микрометреннымъ винтомъ алидады, смотрятъ, не сдвигается ли нить съ этой точки. Если сдвигается, то этотъ недостатокъ уничтожается поворачиваніемъ кольца сѣтки, ослабивъ предварительно винтъ *W*.

Установка буссоли заключается въ приведеніи линіи, соединяющей остріе шпиля (*S*) съ среднею чертою шкалы объектива буссоли, въ положеніе параллельное коллимаціонной плоскости трубы, при совмѣщеніи нулей лимба и алидады, или иначе въ установкѣ лимба для чтенія по лимбу азимутовъ линій визированія. Такимъ образомъ буссоль въ тахеометрѣ и служитъ для того только, чтобы ставить нулевой діаметръ лимба всегда по одному и тому же направленію. Однако нѣтъ надобности въ точной оріентировкѣ лимба въ томъ случаѣ, когда съемка всего участка производится однимъ и тѣмъ же тахеометромъ. Можно даже совсѣмъ не производить этой установки, такъ какъ и при непараллельности коллимаціонной плоскости трубы меридіану нулевой діаметръ лимба всегда будетъ имѣть одно и то же направленіе при совмѣщеніи загнутаго конца стрѣлки съ среднимъ штрихомъ шкалы объектива буссоли. Очевидно, что при этомъ вмѣсто азимутовъ по лимбу будутъ читаться нѣкоторые *дирекціональные углы*, разность которыхъ равна разности азимутовъ.

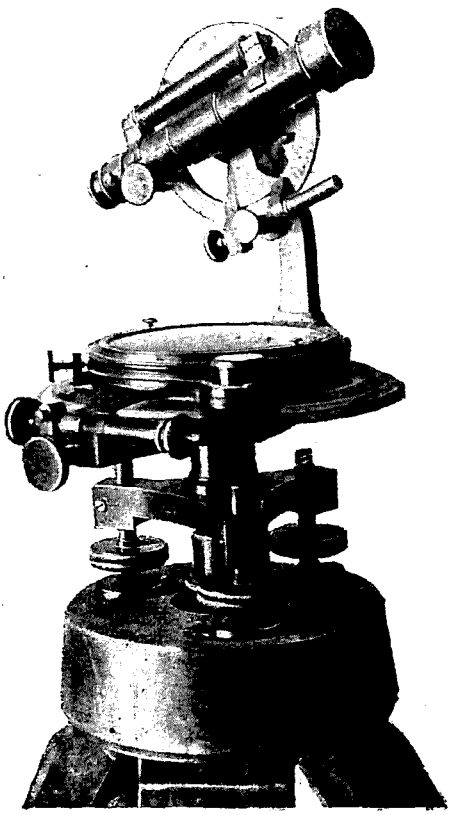


Черт. 375.

Если для съемки служатъ нѣсколько тахеометровъ, то нужно, чтобы показанія ихъ буссолей были по крайней мѣрѣ между собою согласны (см. начало § 132); одинъ изъ тахиметровъ, который будемъ называть *оригиналомъ*, принимаютъ вѣрнымъ и другіе экземпляры приводятъ въ согласіе съ нимъ. Для этого въ нѣкоторомъ разстояніи отъ оригинала *A* (черт. 375) выставляютъ изслѣдуемый инстру-

ментъ B, ослабляютъ у оригинала стрѣлку, приводятъ конецъ ея *поворачиваніемъ лимба* въ совмѣщеніе съ среднимъ штрихомъ шкалы, закрѣпляютъ лимбъ, направляютъ трубу оригинала на центръ изслѣдуемаго инструмента [1]) и дѣлаютъ отсчетъ α по лимбу. Придавъ къ отсчету α 200 gr. или 180^0, переходятъ къ изслѣдуемому инструменту и, поставивъ углы верньеровъ на полученную сумму $\beta = \alpha + 180^0$ (200 gr.), закрѣпляютъ алидаду на лимбѣ и направляютъ трубу движеніемъ лимба на центръ лимба оригинала. При согласіи инструментовъ конецъ стрѣлки изслѣдуемаго инструмента долженъ стоять на среднемъ штрихѣ шкалы буссоли. Оказавшееся уклоненіе уничтожается винтами x, x, поворачивающими трубочку буссоли.

Чтобы установить коллимаціонную плоскость трубы оригинала по меридіану, можно поступать двояко: *1-й способъ*. Если на мѣстности имѣется направленіе линіи съ заранѣе извѣстнымъ азимутомъ; въ частномъ случаѣ съ азимутомъ $= 0^0$, т. е. имѣется направленіе истиннаго меридіана, то при установкѣ буссоли ставятъ нуль верньера алидады на данный азимутъ или на нуль горизонтальнаго лимба и движеніемъ лимба направляютъ пересѣченіе нитей трубы на вѣху, выставленную въ концѣ линіи извѣстнаго азимута или въ меридіанѣ къ сѣверу. Послѣ этого винтами x, x приводятъ конецъ стрѣлки въ совпаденіе или съ среднею чертою шкалы, или съ чертою, соотвѣтствующею склоненію стрѣлки. Нужно сказать, что случайныя колебанія магнитной стрѣлки не оказываютъ, какъ мы увидимъ впослѣдствіи, никакого вліянія на оріентированіе лимба инструмента по меридіану.



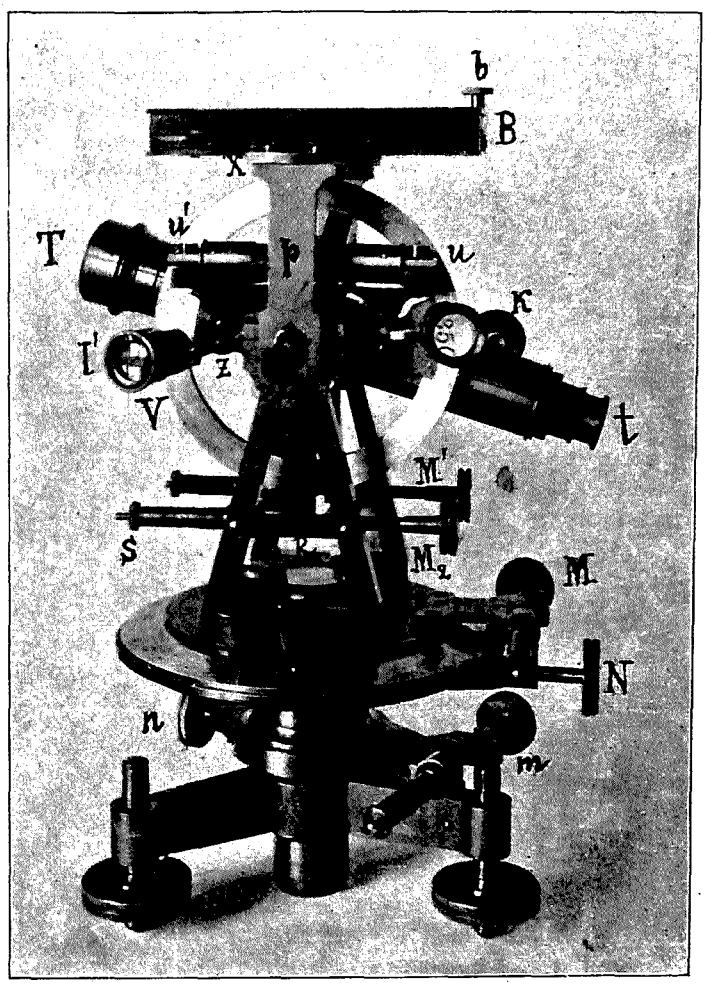
Черт. 376.

Второй способъ. Чтобы установить буссоль оригинала такъ, чтобы коллимаціонная плоскость его трубы совпадала или съ истиннымъ, или съ магнитнымъ меридіаномъ, нужно имѣть помимо оригинала еще и другой инструментъ, напримѣръ, въ родѣ уже разсмотрѣннаго нами на черт. 160, теодолита Герляха *съ полною буссолью подъ трубою* [2]) (черт. 376). Въ такомъ *повторительномъ* теодолитѣ труба переводится черезъ зенитъ окуляромъ, а на

[1]) Это достигается посредствомъ иглы, которую держатъ надъ центромъ инструмента.

[2]) Этотъ тахеометрическій теодолитъ, съ точностію верньеровъ въ 30″, построенъ впервые механикомъ *Брейтгауптомъ* въ Касселѣ; на черт. 373 онъ имѣетъ неподвижный лимбъ, полный алидадный кругъ, дальномѣрную трубу Гюйгенса, полный вертикальный кругъ и уровень на трубѣ.

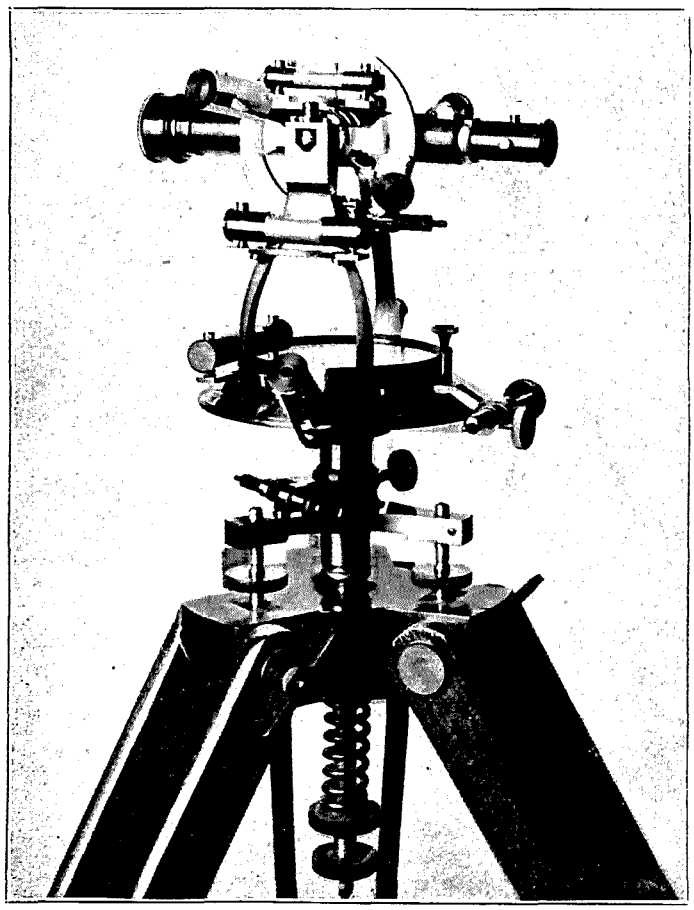
объективъ надѣвается крышка, въ центрѣ которой имѣется небольшое отверстіе. Смотря черезъ это отверстіе и окуляръ трубы на дѣленія буссоли, благодаря небольшому полю зрѣнія, можно обнаружить, лежатъ ли нули буссоли (или 0 и 180°) въ центрѣ окуляра, разсматриваемаго черезъ отверстіе крышки объектива. Для этого достаточно *повернуть лимбъ къ свѣту* и наклонять трубу около горизонтальной оси вращенія, пока не появятся нули въ срединѣ поля зрѣнія трубы. Если коллимаціонная плоскость трубы не проходитъ черезъ нули или линію



Черт. 377.

0°—180°, то существуетъ коллимаціонная ошибка буссоли, и буссоль, съ помощію исправительныхъ ея винтовъ, вращаютъ на алидадѣ теодолита до тѣхъ поръ, пока не уничтожится коллимаціонная ошибка буссоли, т. е. ея нули появятся въ серединѣ поля зрѣнія трубы. При совпаденіи нулей съ концами стрѣлки труба теодолита станетъ по магнитному меридіану. Сличая тахиметръ Муано съ такимъ инструментомъ, въ которомъ устранена коллимаціонная ошибка буссоли, возможно трубу тахиметра точно

установить по магнитному меридіану. Съ этою цѣлью нуль алидады теодолита ставятъ на нуль лимба и движеніемъ лимба совмѣщаютъ концы магнитной стрѣлки съ нулевымъ діаметромъ буссоли. Послѣ этого, въ разстояніи саженъ 20—30 отъ теодолита, ставятъ тахиметръ Муано и на центръ его направляютъ трубу теодолита. У тахиметра Муано нуль алидады ставятъ на дѣленіе лимба = отсчету по теодолиту Герляха, $\left(\text{умноженному на } \frac{400}{360}\right) + 200$ gr, притомъ такъ, чтобы крестъ нитей трубы тахеометра покрывалъ иглу, стоящую въ центрѣ теодолита Герляха, а затѣмъ винтами x, x у буссоли тахиметра Муано устанавливаютъ ее такъ, чтобы загнутый (сѣверный) конецъ стрѣлки совпалъ съ нулевымъ штрихомъ шкалы объектива буссоли.



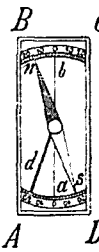
Черт. 377 bis.

Само собой разумѣется, что стрѣлки буссолей испытуемаго тахиметра и теодолита Герляха должны давать для одного и того же направленія одинъ и тотъ же азимутъ; что возможно только при условіи совпаденія у обѣихъ стрѣлокъ магнитной оси съ геометрической и при исправномъ состояніи шпилей и агатовъ стрѣлокъ. Если извѣстно склоненіе стрѣлки, то по стрѣлкѣ теодолита Герляха можно кольцо буссоли поставить такъ, чтобы оно указывало склоненіе буссоли, тогда труба теодолита приметъ направленіе истиннаго меридіана.

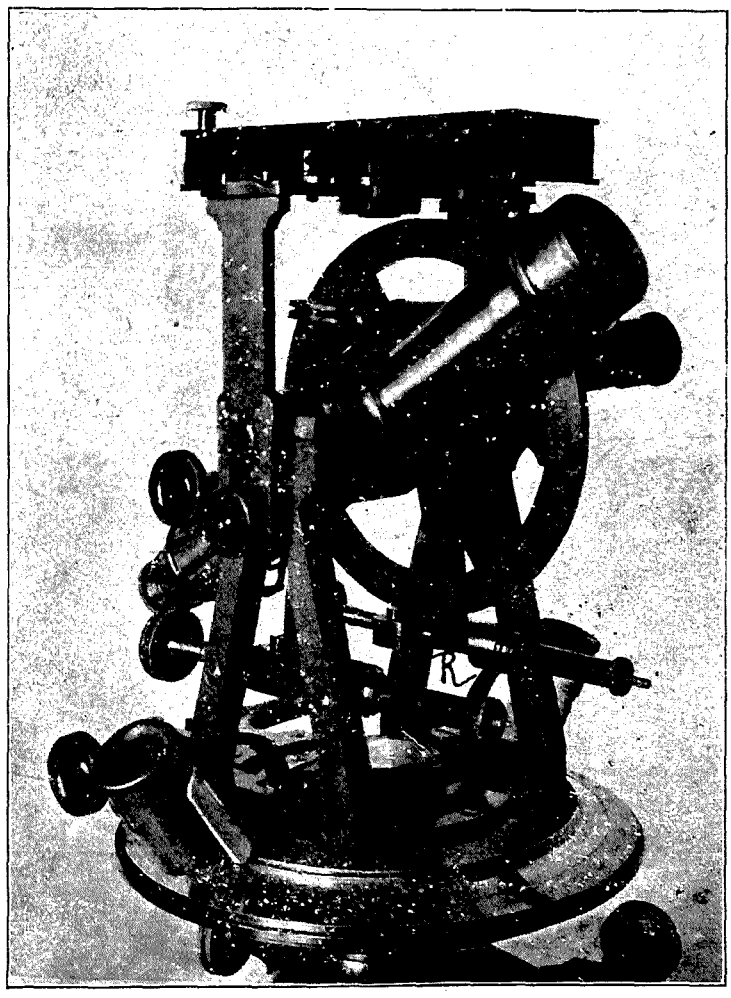
§ 243. Тахеометры Герляха и Брейтгаупта. Теодолитъ Герляха, спеціально приспособленный къ тахеометрическимъ работамъ, изображенъ на чертежахъ 377[1]) и 377 bis. Послѣдній чертежъ даетъ современный видъ тахеометра Герляха. Лимбъ его подвиженъ и имѣетъ (черт. 377) нажимательный винтъ n и микрометренный — m. Алидада лимба представляетъ сплош-

[1]) Чертежъ изготовленъ по фотографическому снимку съ тахиметра (принадлежащаго инженерному училищу вѣд. пут. сообщ.), исполненному и любезно доставленному преподавателемъ межевого института *Н. Л. Волковымъ*.

ной кругъ съ нажимательнымъ *N* и микрометреннымъ *M* винтами. На алидадѣ, между подставками трегера трубы, помѣщается круглый уровень. На горизонтальную ось вращенія *H* трубы *Tt* наставляется поверхъ трубы *оріентиръ — буссоль B* въ видѣ четыреугольной коробки. Видъ ея сверху помѣщенъ на чертежѣ 378. Коробка буссоли сидитъ на подставкѣ *p* и удерживается на оси *H* трубы съ помощію вилкообразныхъ вырѣзовъ и гайки *g*, навертывающейся на стержень, параллельный горизонтальной оси трубы (черт. 377). Гайка прижимаетъ вилкообразный конецъ подставки буссоли къ трегеру трубы. Въ тахеометрѣ современнаго вида буссоль находится подъ трубою, на алидадѣ. На горизонтальную ось *H* трубы, между трегеромъ и трубою,



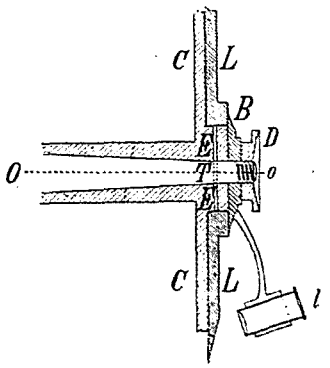
Черт. 378.



Черт. 379.

насаженъ неподвижно (на оси) вертикальный кругъ *V* (черт. 379). Вертикальный кругъ прикрѣпленъ къ горизонтальной оси *Oo* (черт. 380) стержнемъ *ETE*, проходящимъ черезъ отверстія *E* шейбы круга *C* и отверстіе *T*

оси *Oo* трубы. *Вертикальный кругъ вращается вмѣстѣ съ трубою.* Подпись дѣленій у него идетъ по ходу часовой стрѣлки по квадрантамъ: два квадранта имѣютъ $0^0 — 60^0$, а два другіе $300^0 — 360^0$ (см. чертежи 358 и 359 въ § „о высотомѣрахъ") [1]). Независимо отъ круга, на ось *H* надѣвается алидада съ двумя верньерами. Алидада *L* (черт. 380) прикрыта шейбою *B* съ лупами *l* и удерживается на горизонтальной оси *Oo* гайкою *D* навертывающеюся на винтовую нарѣзку конца *o* оси. Иногда между алидадою и трегеромъ трубы нѣтъ шейбы *B* и гайки *D*. Отъ алидады вертикальнаго круга идетъ внизъ къ лимбу рычагъ *R* (черт. 377 и 379), помѣщающійся своимъ нижнимъ концомъ между стержнемъ *S* со спиральной пружиной и *микрометреннымъ винтомъ M_2 алидады вертикальнаго круга V*. Винтъ M_2 параллеленъ микрометренному винту *M'* трубы *Tt*. На алидадѣ вертикальнаго круга винтами *Z* (черт. 377) прикрѣпленъ уровень *u'u*, ось котораго параллельна коллимаціонной плоскости трубы *Tt*. Съ помощію винта M_2 пузырекъ уровня *u'u*, при отсчетѣ по верньерамъ вертикальнаго круга, ставится на середину трубки. Очевидно, что вслѣдствіе этой установки *нули алидады вертикальнаго круга всегда занимаютъ одно и то же положеніе, при отсчитываніи угловъ наклоненія.*



черт. 380.

Оріентиръ-буссоль ABCD (черт. 378) имѣетъ двѣ дуги, въ 40° каждая, вмѣсто обычнаго полнаго кольца. Подпись дѣленій дугъ идетъ отъ нулевого діаметра *ab* въ обѣ стороны отъ концовъ *a* и *b* до 20°. Стрѣлка *ns* прижимается къ стеклу коробки *B* во время переноски инструмента ры-

---

[1]) т. е. такъ, какъ это дѣлается у вертикальнаго круга кипрегеля В. Т. О. Главнаго Штаба. Такой вертикальный кругъ былъ устроенъ механикомъ Герляхомъ по моему предложенію. Въ послѣднее время Герляхъ ввелъ подпись вертикальнаго круга отъ 90^0 до 150^0 (вмѣсто 0^0—60^0) и отъ 30^0 до 90^0 (вмѣсто 300^0—360^0), — предложеніе Н. М. Кислова.

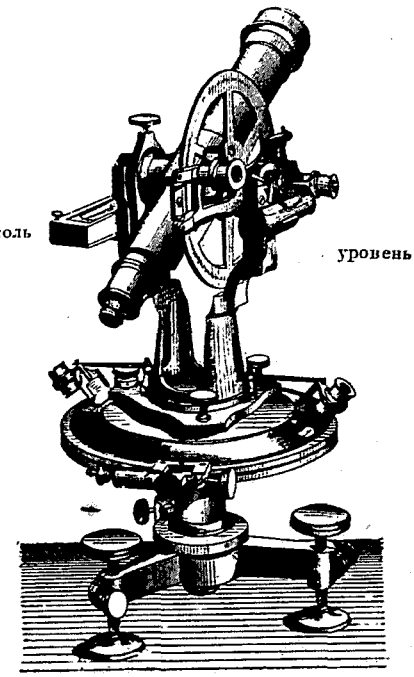
При такой подписи углы повышенія прочитываются при *Кр. Пр.* на квадрантѣ 90^0—150^0, а углы пониженія—на квадрантѣ 30^0—$^o90$. При совмѣщеніи нулей верньеровъ со штрихами съ подписями 90^0, визирная ось трубы должна быть параллельна оси уровня. Если это условіе инструментомъ выполняется, то для угла повышенія въ 18^0 при *К. Л.* прочтется 72, а при *К. Пр.*—108^0, и $M.O. = 90^0 = \frac{K.Пр. + Кр.Л.}{2}$. Въ случаѣ невыполненія условія инструментомъ, $M.O. = 90^0 \pm x$, и $\alpha = K.Пр. — M.O. = M.O. — Кр.Лъв.$

Напр., *К. П.* = $108^0 15'$
К. Л. = $72^0 15'$

$M.O. = 90^0 \pm x$; въ нашемъ случаѣ оно будетъ $\frac{K.Пр. + К.Л.}{2} = 90^0 15'$ и $\alpha = 90^0 15' — 72^0 15' = 18^0 = \frac{108^0 15' — 72^0 15'}{2}$. Такимъ образомъ, назначая *M.O.* въ точкѣ съ подписью 90^0, видимъ, что примѣненіе ранѣе выведенныхъ формулъ упрощается: не надо придавать 360^0.

чагомъ *d*, дѣйствуя на него винтомъ *b* (черт. 377) буссоли *B*. Для установки нулей или иного дѣленія буссоли въ одну отвѣсную плоскость съ коллимаціонною плоскостью трубы *Tt* служатъ винты *X* при небольшой дугѣ съ градусными дѣленіями на подставкѣ *p* буссоли (черт. 377). Установка буссоли дѣлается согласно указаній § 127. Въ тахеометрѣ новѣйшаго типа буссоль помѣщается на алидадѣ подъ трубою (см. также черт. 160d и 160e).

Тахиметръ Брейтгаупта. Механикомъ Брейтгауптомъ устраиваются подобнымъ же образомъ тахеометры съ оріентиръ-буссолью (черт. 381). Однако, послѣдняя помѣщается сбоку при трегерѣ трубы (на чертежѣ слѣва). Съ противоположной стороны при трегерѣ привинчены сквозная алидада съ отгибающимися верньерами и уровень. Верньеры могутъ передвигаться и въ вертикальной плоскости, съ помощію исправительныхъ винтовъ, около которыхъ они вращаются, какъ около вертикальныхъ осей, при отгибаніи ихъ отъ круга. Иногда оріентиръ-буссоль помѣщается Брейтгауптомъ на алидадѣ лимба между подставками трубы и на объективъ трубы надѣвается крышка съ отверстіемъ по серединѣ, какъ объ этомъ упоминалось при описаніи тахеометрическихъ теодолитовъ (черт. 160 и 376) Герляха и Брейтгаупта.



Черт. 381.

§ 244. Производство тахеометрической съемки. Съемка (горизонтальная и одновременно вертикальная) тахиметрами обыкновенно дѣлается цѣлою партіею техниковъ: на одного изъ нихъ, начальника партіи, возлагается главнѣйшая часть работы—выборъ мѣстъ станцій (для тахеометра) и пикетовъ (для реекъ). Начальникъ партіи руководитъ общимъ ходомъ всей работы; онъ же ведетъ пикетажную книжку или абрисъ (брульенъ или кроки). Другой техникъ (котораго назовемъ наблюдателемъ), находится постоянно при инструментѣ; онъ наводитъ трубу послѣдовательно на выставляемыя начальникомъ партіи рейки и дѣлаетъ на нихъ отсчеты, имъ же прочитываются отсчеты на горизонтальномъ и вертикальномъ кругахъ и диктуются третьему съемщику (секретарю), заносящему ихъ въ журналъ измѣренія и производящему въ промежуткахъ времени вычисленія (горизонтальныхъ разстояній и высотъ) по логариѳмической линейкѣ. Еще лучше, если эту послѣднюю работу производитъ отдѣльное лицо (вычислитель), также находящійся при инструментѣ. Въ случаѣ недостатка съемщиковъ вся работа можетъ быть возложена на два и даже на одно лицо, но понятно, что это неминуемо отразится на успѣхѣ дѣла. Для быстроты полезно, если съемщики, находящіеся при инструментѣ, мѣняютъ свои

обязанности. Начальникъ партіи долженъ имѣть въ своемъ распоряженіи двухъ рабочихъ-реечниковъ; собственно число ихъ зависитъ отъ характера мѣстности—въ мѣстности открытой достаточно двухъ и даже одного реечника, а въ мѣстности пересѣченной необходимо число ихъ увеличивать. Наконецъ, для перенесенія инструмента съ одной станціи на другую, для защиты его зонтомъ отъ солнечныхъ лучей и дождя и для разныхъ мелкихъ услугъ по съемкѣ при инструментѣ долженъ быть еще одинъ рабочій (сигналистъ) съ флагами столькихъ цвѣтовъ, сколько реечниковъ. Начальникъ партіи и наблюдатель должны имѣть по рогу или рупору, для того чтобы подавать другъ другу условные знаки (напр., вродѣ телеграфной азбуки Морзе).

Самая *работа на мѣстности состоитъ въ выборѣ, обозначеніи и опредѣленіи станцій и пикетовъ*.

Передъ началомъ работъ обозрѣвается вся мѣстность; это дѣлается для того, чтобы съ нею ознакомиться и составить себѣ общій планъ дѣйствій. Станціи выбираются такъ, чтобы онѣ были, по возможности, равномѣрно распредѣлены по всему снимаемому участку и представляли прочное мѣсто для постановки инструмента, а также были удобны для обозрѣнія той части мѣстности, на которой будутъ ставиться кругомъ пикеты.

Для опредѣленія какъ взаимнаго горизонтальнаго положенія, такъ и относительныхъ высотъ станцій, употребляются пріемы болѣе точные, чѣмъ для пикетовъ. Такъ, между нѣкоторыми станціями можно произвести геометрическую нивеллировку. Если требуется не высокая точность отъ работы, то поверхность всего снимаемаго участка покрывается полигонами, которые и снимаются тахеометромъ постепенно одинъ за другимъ.

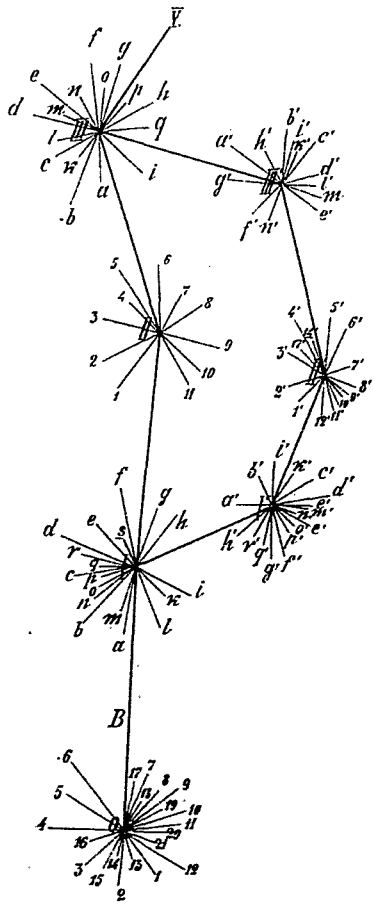
При обходѣ полигона *производится съемка горизонтальная и вертикальная* не только по направленію сторонъ его, но и *по всей близъ лежащей вокругъ станціи мѣстности при помощи пикетовъ*. Величина невязки въ периметрѣ и въ высотѣ исходной точки каждаго сомкнутаго полигона позволитъ судить о степени точности его съемки.

При съемкѣ подробностей внутри полигоновъ, проходятъ по ломанымъ линіямъ (магистралямъ), соединяющимъ вершины снятыхъ полигоновъ. При назначеніи и съемкѣ полигоновъ должно стараться направлять ихъ стороны по дорогамъ, межникамъ, лугамъ, выгонамъ и т. п., точно также и при назначеніи магистралей. Если двѣ и болѣе магистрали пересѣкаются, то за истинную высоту точки пересѣченія принимаютъ среднюю ариѳметическую величину.

Часто вопросъ состоитъ въ съемкѣ узкой полосы земли, шириною отъ 200 до 400 саж. (отъ 400 до 800 метровъ), какъ это, напр., бываетъ при выборѣ выгоднѣйшаго направленія дороги, канала и т. п. Въ послѣдующемъ остановимся съ большею подробностью на разсмотрѣніи съемки такой узкой полосы, такъ какъ все при этомъ сказанное примѣнимо и къ съемкѣ широкаго участка.

При съемкѣ узкой полосы, станціи 0, I, II, III,... (черт. 382) дѣлаются вершинами угловъ полигоннаго хода, стороны котораго измѣряются или

стальною лентою, или цѣпью, а иногда даже и дальномѣромъ; углы между сторонами опредѣляются въ градусной мѣрѣ по лимбу тахеометра (какъ разность читанныхъ по лимбу азимутовъ сторонъ); *относительныя высоты и разстоянія станцій опредѣляются тахеометромъ два раза* (*впередъ и назадъ*), а въ случаяхъ, требующихъ большей точности, между ними производится геометрическая нивеллировка обыкновенными нивеллирами съ трубою. *Станціи берутся такъ, чтобы двѣ смежныя изъ нихъ были взаимно видимы.* Длины сторонъ, при опредѣленіи ихъ дальномѣромъ зависятъ главнымъ образомъ отъ силы зрѣнія трубы инструмента, но во всякомъ случаѣ, онѣ не должны превышать 150 саж. (300 метр.). Такой полигонный ходъ, называемый осью или базисною линіей, пролагается по срединѣ полосы, чтобы взятые въ обѣ стороны ея пикеты не слишкомъ отъ нея удалялись (не болѣе 100 саж.). Если пикеты недостаточны для съемки какой-нибудь подробности, то берутъ вспомогательныя станціи, какъ напр., I′, которая связана съ базисною линіею разстояніемъ I—I′ и угломъ II, I, I′. Если и отдѣльныхъ вспомогательныхъ станцій всетаки недостаточно, то проводится варіантъ I, I′, II′, III′, III, съ постановкою инструмента въ вершинахъ его угловъ.



Черт. 382.

Главныя станціи базисной линіи снимаются послѣдовательнымъ переходомъ отъ одной къ другой, вспомогательныя же станціи и варіанты снимаются вслѣдъ за окончаніемъ работы на ближайшихъ главныхъ. Линіи, соединяющія двѣ сосѣднія станціи, могутъ и не принадлежать одному и тому же скату. Такъ, между двумя станціями, изъ которыхъ каждая выбрана на вершинѣ горы, можетъ находиться лощина.

Кругомъ каждой станціи назначаются *пикеты, которыми опредѣляются какъ 1) контуры мѣстности, такъ и 2) ея неровности.* Пикеты должны быть настолько близки между собою, чтобы промежутокъ между двумя ближайшими изъ нихъ имѣлъ одинъ скатъ или, по крайней мѣрѣ, незначительныя его измѣненія; это дастъ возможность назначить горизонтали. При опредѣленіи относительнаго положенія пикетовъ какъ въ горизонтальной, такъ и въ вертикальной плоскостяхъ на нихъ ставятся рейки.

Станціи обозначаются на планѣ, какъ сказано, римскими цифрами, начиная съ нуля, а пикеты обозначаются поперемѣнно арабскими цифрами

и буквами: Напр., кругомъ станціи 0 пикеты обозначены чрезъ 1, 2, 3..., а кругомъ станціи I чрезъ *a*, *b*, *c*...; затѣмъ со станціи II опять чрезъ 1, 2, 3..., а со станціи III чрезъ *a*, *b*, *c*.... Употребляется и другой способъ обозначенія пикетовъ; а именно такъ, чтобы названіе пикета показывало вмѣстѣ съ тѣмъ и станцію, съ которой онъ опредѣленъ; для этого пикеты, опредѣленные со станціи 0, обозначаются арабскими числами отъ 0 до 99, пикеты, опредѣленные со станціи I, обозначаются числами отъ 101 до 199, со станціи II обозначаются отъ 201 до 299 и т. д. до станціи IX съ обозначеніемъ пикетовъ отъ 901—999. Тотъ же порядокъ обозначенія пикетовъ употребляется и для станцій отъ X до XIX, отъ XX до XXIX.... Слѣдовательно, число номеровъ пикетовъ, опредѣляемыхъ съ каждой станціи, можетъ доходить до 99 и порядокъ ихъ можетъ прерываться; такъ, напр., послѣ послѣдняго пикета 345, опредѣленнаго со станціи III или XIII, можетъ слѣдовать пикетъ 401, опредѣленный со станціи IV или XIV. *Послѣдній пикетъ, опредѣленный со станціи, подчеркивается.*

Станціи на мѣстности обозначаются деревянными кольями, выступающими надъ земною поверхностью примѣрно на 0,1 сажени. На стесанной сторонѣ кола пишется номеръ станціи соотвѣтственными римскими цифрами. Пикеты же на мѣстности совсѣмъ не обозначаются; ихъ номера или буквы записываются въ журналъ измѣренія и кроки.

§ **245. Кроки** [1]) есть тотъ же абрисъ, который ведется начальникомъ партіи при назначеніи имъ на мѣстности станцій и пикетовъ. Отличается же онъ отъ абриса тѣмъ, что только въ соединеніи съ журналомъ, который ведется наблюдателемъ, можетъ служить для составленія плана снятой мѣстности. Также и одинъ журналъ безъ кроки не можетъ служить для составленія плана. Это потому, что на кроки хотя и не имѣется нѣкоторыхъ чиселъ, необходимыхъ при составленіи плана (напр., взаимныхъ разстояній между станціями, разстояній между станціями и пикетами, угловъ между направленіями на пикеты), но за то начальникъ партіи долженъ *на немъ выразить характеръ неровностей снимаемаго участка.* Выразить характеръ мѣстности можно 1) или *указывая стрѣлками* направленіе скатовъ между отдѣльными пикетами, дабы при составленіи плана можно было заранѣе знать, — какіе пикеты возможно соединять *попарно*,—для расчета и проведенія на планѣ горизонталей, 2) или проведеніемъ на глазъ главныхъ горизонталей отдѣльныхъ неровностей (хребтовъ и лощинъ), которыя бы впослѣдствіи указывали чертежнику при назначеніи имъ горизонталей на планѣ, между какими пикетами мѣстность можно разсматривать за часть плоскости, и *гдѣ этого допустить нельзя.* Кроки должно быть составляемо въ возможно крупномъ масштабѣ, причемъ нѣтъ надобности заботиться о сохраненіи масштаба для всего кроки; напротивъ, онъ находится въ полной зависимости отъ большого или меньшаго числа подробностей на снимаемомъ участкѣ. *На кроки должны быть обозначены всѣ снятые контуры*, причемъ избѣгаютъ излишнихъ подроб-

[1]) Фр. слово croquis—очеркъ, эскизъ.

ностей, напр., при съемкѣ проселочной дороги пикеты достаточно брать на срединѣ ея. *На каждой страницѣ кроки должны помѣстить одну* или нѣсколько *станцій* со всѣми снятыми съ нихъ контурами, но *нельзя размѣщать часть контура на одной страницѣ, а другую часть на слѣдующей.* На каждой страницѣ нужно обозначить послѣднюю станцію предыдущей страницы и тѣ изъ пикетовъ, вблизи которыхъ проведены горизонтали, продолжающіяся на слѣдующей страницѣ. *Если съ базисной линіи виденъ одинъ какой-нибудь фасъ сооруженія на мѣстности и нужно будетъ изобразить его на планѣ, то остальныя стороны сооруженія должны быть сняты начальникомъ партіи при помощи имѣющейся у него карманной буссоли и рулетки или шагами, и всѣ сдѣланныя измѣренія должно записать на кроки* [1]).

§ 246. **Порядокъ наблюденій инструментомъ** для опредѣленія относительнаго положенія станцій и пикетовъ слѣдующій: придя съ тахеометромъ *на начальную станцію* (0), устанавливаютъ его на ней надлежащимъ образомъ, т.-е. 1) центрируютъ и приводятъ въ горизонтальное положеніе, затѣмъ 2) измѣряютъ высоту инструмента и 3) оріентируютъ лимбъ, т.-е. смотря въ окуляръ трубочки буссоли, вращаютъ лимбъ грубымъ и микрометреннымъ движеніемъ настолько, чтобы сѣверный конецъ стрѣлки остановился на среднемъ штрихѣ шкалы объектива буссоли; далѣе 4) опредѣляютъ мѣсто нуля вертикальнаго круга, дѣлая наведенія трубы на хорошо видимый предметъ, напр., яблоко подъ крестомъ колокольни, при К. Пр. и Кр. Л., 5) вращаютъ алидаду и наводятъ трубу на слѣдующую станцію (I), на которой предварительно по указанію начальника партіи выставлена рейка (иногда съ мѣткою высоты инструмента) и устанавливаютъ нижнюю дальномѣрную нить на нулевой (или иной, подписанный цифрою) штрихъ рейки; послѣ этого *дѣлаютъ на рейкѣ* по верхней и средней нити *отсчеты* (разстоянія), 6) производятъ отсчеты на вертикальномъ и 7) горизонтальномъ кругахъ, 8) переводятъ трубу черезъ зенитъ, вновь наводятъ нижнюю нить сѣтки на тотъ же штрихъ рейки и вторично дѣлаютъ отсчеты на кругахъ. Отсчетъ на горизонтальномъ кругѣ, при параллельности коллимаціонной плоскости трубы съ линіею, соединяющею остріе шпиля съ среднею чертою шкалы буссоли, есть магнитный азимутъ, а при уклоненіи нулевого діаметра отъ той же линіи на величину склоненія стрѣлки, истинный азимутъ линіи 0,I. Отсчетъ на вертикальномъ кругѣ послужитъ для нахожденія угла наклона оптической оси трубы или, иначе, линіи визированія на станцію I. Затѣмъ переходятъ къ съемкѣ пикетовъ, лежащихъ вокругъ станціи 0. Для этого реечники становятся съ рейками на пикеты по указанію начальника партіи, а наблюдатель дѣлаетъ на рейкахъ и на кругахъ отсчеты. Начальникъ партіи, переходящій отъ одного реечника къ другому, ведетъ кроки и каждый заснятый инструментомъ пикетъ отмѣчаетъ въ немъ точкою, обведенною кружкомъ или крестикомъ. Если въ числѣ ни-

[1]) Образецъ такого кроки помѣщенъ ниже въ нашей книгѣ. Изучающіе могутъ также постоянно видѣть такіе образцы *на стѣнныхъ таблицахъ* тахеометрической съемки въ чертежныхъ комнатахъ.

кетовъ встрѣтится какой-нибудь особенно замѣчательный (напр. утесъ, сѣдло), то начальникъ партіи даетъ наблюдателю условный знакъ въ рупоръ, чтобы тотъ сдѣлалъ отсчеты особенно тщательно. *Реечники держатъ свои рейки отвысно только во время ихъ наблюденія, въ остальное же время, чтобы не спутать наблюдателя, рейки наклоняются въ бокъ.* Имѣя отсчеты на рейку, стоящую на станціи, а также отсчетъ на вертикальномъ кругѣ инструмента, вычислитель въ промежутокъ времени между записываніями въ журналъ (образецъ журнала см. ниже) опредѣляетъ посредствомъ вычислительной линейки, горизонтальное разстояніе между станціями 0 и 1 и относительную ихъ высоту. При этомъ пользуются формулами, указанными въ заголовкѣ журнала, а также въ статьѣ о дальномѣрахъ и высотомѣрахъ. Во время работы слѣдятъ, чтобы лимбъ оставался неподвижнымъ, для чего неоднократно визируютъ на отдаленный неподвижный предметъ или на рейку станціи № 1, наблюдая, чтобы отсчетъ на лимбѣ при этомъ не измѣнялся. Когда все нужное кругомъ станціи снято, сигналистъ переноситъ инструментъ на станцію I, къ которой и направляется вся партія, *за исключеніемъ одного реечника*, остающагося на станціи 0.

На станціи I инструментъ центрируютъ, приводятъ въ горизонтальное положеніе и оріентируютъ лимбъ по буссоли; ослабляютъ нажимательный винтъ алидады и трубы, *визированіемъ на предыдущую станцію (O) опредѣляютъ обратный азимутъ линіи O, I*, дѣлаютъ отсчеты на рейкѣ, стоящей на станціи 0, и отсчеты по горизонтальному и вертикальному кругу. Послѣ этого визируютъ и дѣлаютъ отсчеты на станцію II, на которой начальникъ партіи уже поставилъ реечника. Далѣе дѣлаются направленія на рейки, выставляемыя на пикетахъ кругомъ станціи I по указанію начальника партіи. Вычислитель въ промежуткѣ времени между занесеніями чиселъ въ журналъ сличаетъ азимуты направленій, I, 0 и 0, и по новымъ даннымъ опредѣляетъ опять для линіи I, 0 горизонтальное разстояніе и относительную высоту, которыя и сравниваетъ съ соотвѣтственными величинами, полученными на станціи 0.

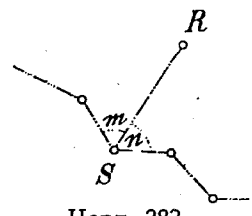
Если разность азимутовъ направленій 0, I и I, 0 отличается отъ 180^0 или $200g$ менѣе чѣмъ на $\frac{1^0}{2}$ или $0{,}50g$, то она можетъ быть допущена. Разница же большая допускается только тогда, когда она происходитъ отъ дѣйствія на стрѣлку какой-нибудь возмущающей причины, иначе она указываетъ на существованіе грубой ошибки или въ оріентировкѣ инструмента, или въ отсчетѣ на горизонтальномъ лимбѣ.

Точно также берутся разницы и въ горизонтальномъ разстояніи и въ относительной высотѣ, которыя ни въ какомъ случаѣ не допускаются болѣе 1 саж. для разстояній и $dh = D \,.\, \alpha'' \,.\, Sin\ 1''$ для высотъ.

Въ случаѣ недопускаемыхъ разницъ, провѣривъ на станціи I отсчеты при направленіи на станцію 0 и, окончивъ на ней (I) всѣ наблюденія, возвращаются на станцію 0 и провѣряютъ отсчеты при направленіи трубы на станцію I.

Указаннымъ путемъ продолжаютъ работу на II, III, IV и т. д. станціяхъ.

Въ началѣ наблюденій на каждой станціи визируютъ на какой-нибудь хорошо видимый предметъ мѣстности (колокольня, сигналъ, зданіе и т. п.) и дѣлаютъ соотвѣтственный отсчетъ на горизонтальномъ кругѣ. Хорошо, если можно, выбрать такой предметъ, который виденъ съ нѣсколькихъ станцій, потому что при черченіи плана онъ опредѣляется засѣчкой. Этотъ предметъ, называемый *репером*ъ, полезенъ тѣмъ, что даетъ возможность во время хода работы на станціи повѣрять, не сдвинулся ли инструментъ съ мѣста, а при возвращеніи инструмента на предыдущую станцію служитъ для оріентировки. Кромѣ того реперъ можетъ быть полезенъ тогда, когда, спустя много времени послѣ съемки, потребуется возобновить нѣкоторыя станціи, найдя одну какую нибудь изъ нихъ. *Необходимость репера* видна также изъ того, что если въ одной и той же точкѣ S (черт. 383) измѣрены углы m и n на реперъ R, то, *несмотря на различіе оріентировокъ двухъ или нѣсколькихъ работъ относительно меридіана, всегда можно при помощи репера ихъ связать между собою.*



Черт. 383.

Наконецъ, можно сказать, что наблюденія на реперы и станціи производятся при двухъ положеніяхъ вертикальнаго круга. Этимъ не только контролируется вѣрность отсчетовъ, но и устраняются погрѣшности инструмента. *Пикеты же всегда наблюдаются при одномъ положеніи вертикальнаго круга.*

Образецъ журнала тахеометрической съемки съ заполненными графами прилагаемъ ниже, на страницахъ 606 и 607.

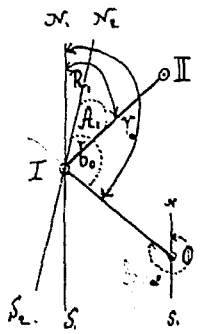
§ **247. Составленіе плана.** Такъ какъ при составленіи плана ось тахеометрическаго хода или *базисная линія* большею частію *наносится по координатамъ*, то ихъ необходимо предварительно вычислить по разстояніямъ между станціями и азимутамъ сторонъ. По читаннымъ (измѣреннымъ) разстояніямъ и угламъ наклона α вычисляютъ горизонтальныя проложенія $d = kl \cdot \cos^2\alpha$. Читанные по лимбу азимуты замѣняютъ *исправленными азимутами*. Исправленіе необходимо потому, что азимуты получены на мѣстности приближенно, при оріентированіи лимба по буссоли. По совершеніи этого исправленія надо приступить къ вычисленію приращеній координатъ по формуламъ

$$\Delta x = d \cdot \cos\alpha$$
$$\Delta y = d \cdot \mathrm{Sin}\alpha.$$

и самыхъ координатъ. Всѣ эти предварительныя вычисленія составляютъ то, что называется приготовленіемъ журнала для накладки.

Исправленіе азимутовъ линій базиса основано на томъ, что, при совершенно точномъ оріентированіи инструмента какъ прямой, такъ и обратный азимуты одной и той же линіи отличаются другъ отъ друга на 200^g (180°). Однако, вслѣдствіе оріентированія инструмента по буссоли, это условіе выполняется при съемкѣ *не точно*, и является необходимость въ исправленіи азимутовъ, измѣренныхъ на мѣстности. Это дѣлается такъ:

если на станціи I, прямой азимутъ линіи I, II, измѣренный на мѣстности т. е. *читанный азимутъ* обозначимъ чрезъ A_1 (черт. 384), тотъ же исправленный, т. е. *приведенный къ магнитному меридіану первой установки лимба по буссоли на станціи* 0, азимутъ обозначимъ чрезъ R_1, а чрезъ r_0 и b_0 обозначимъ вѣрный и измѣренный обратный азимутъ линіи 0, I, то нетрудно видѣть, что $R_1 - A_1 = r_0 - b_0 = N_1$ I N_2 выразитъ разность въ оріентировкахъ лимба на станціяхъ I и 0 по буссоли. А потому



Черт. 384.

$$R_1 = A_1 + (r_0 - b_0).$$

При подобныхъ же обозначеніяхъ имѣемъ:

$$R_2 = A_2 + (r_1 - b_1)$$
$$R_3 = A_3 + (r_2 - b_2)$$
$$\cdots\cdots\cdots$$

и вообще на n-вой станціи получаемъ

$$R_n = A_n + (r_{n-1} - b_{n-1}),$$

т. е. читанный по лимбу прямой азимутъ A_n исправляется разностію между истиннымъ и читаннымъ по лимбу обратными азимутами на той же станціи.

Эта формула и служитъ для вычисленія исправленныхъ прямыхъ азимутовъ линій базиса, принимая азимутъ первой линіи (0—I) вѣрнымъ. Въ этой формулѣ 1) $r_{n-1} = R_{n-1} \pm 180^0$ есть азимутъ обратный прямому R_{n-1} вычисленному на предшествующей $(n-1)$ станціи для станціи послѣдующей (n)-вой, 2) A_n есть читанный по лимбу азимутъ на n-ой станціи, для станціи послѣдующей $(n+1)$-ой и 3) b_{n-1} есть читанный по лимбу обратный азимутъ для станціи предшествующей $(n-1)$.

Такъ какъ $r_0 = \alpha \pm 180^0$ и $b_0 - A_1 =$ углу II, I, 0, то $R_1 = \alpha \pm 180 - (b_0 - A_1)$, т. е. $\alpha_n = \alpha_{n-1} + 180^0 -$ внутр. уголъ (см. § 111). Исправленіе азимутовъ можно произвести и по этой формулѣ.

Исправленіе азимутовъ пикетовъ дѣлается въ томъ случаѣ, когда поправка азимута для станціи превышаетъ $\frac{10}{4}$ или $0{,}25^g$.

Поправка для азимута станціи будетъ служить поправкою для азимутовъ ея пикетовъ.

Пикеты наносятъ на планъ по полярнымъ координатамъ помощью обыкновеннаго или съ алидадою транспортира (см. § 147), *или особаго*, дѣлаемаго изъ рога или бристольской бумаги, или, наконецъ, — изъ металла *азимутальнаго* транспортира. Діаметръ его около двухъ дециметровъ, а окружность раздѣлена на полуградусы, причемъ *подпись*, сдѣланная въ два ряда, *расположена справа налѣво* отъ 0 g до 180^0 или 200 g, и еще разъ въ томъ же направленіи отъ 180^0 до 360^0 или отъ 200 g до 400 g. На діаметрѣ отъ центра въ обѣ стороны нанесена шкала дюймовъ или миллиметровъ. Въ центрѣ транспортира сдѣлано маленькое круглое от-

верстіе, чрезъ которое можетъ быть пропущена игла, втыкаемая въ станцію и служащая осью вращенія для транспортира. Для нанесенія пикета *m*, находящагося подъ азимутомъ 170 *g* и въ разстояніи 120 метровъ отъ станціи *S*, втыкаютъ иглу въ станцію на планѣ и, надѣвъ на нее центромъ транспортиръ, вращаютъ его около иглы до тѣхъ поръ, пока съ сѣверною частью меридіана, проведеннаго черезъ станцію, совпадетъ штрихъ 170 *g*; затѣмъ на діаметрѣ транспортира внизъ отъ станціи *S* назначаютъ точку *m*, отстоящую отъ *S* на 120 метровъ.

Еще лучше можно наносить пикеты при помощи круглаго, а также *вѣнскаго* транспортира *на роликѣ* (см. стр. 272—275).

§ **248. Приспособленія для вычисленія превышеній точекъ мѣстности.** Изъ предыдущаго § слѣдуетъ, что для выраженія на планѣ неровностей мѣстности горизонталями — необходимо, предварительно передъ проведеніемъ горизонталей, опредѣлить отмѣтки основныхъ точекъ, станцій и пикетовъ.

Вычисленіе альтитудъ (отмѣтокъ) производится по указаннымъ выше формуламъ. Къ этому еще прибавимъ, что вычисленіе по формуламъ должно производиться непремѣнно или вечеромъ того дня, когда сдѣланы наблюденія, или тотчасъ же въ полѣ послѣ наблюденій, ибо самое *проведеніе на планѣ горизонталей* (во избѣжаніе неправильнаго соединенія точекъ, имѣющихъ одинаковыя альтитуды) *должно быть произведено въ полѣ, на самой мѣстности.*

Въ формулы, по которымъ производятся вычисленія альтитудъ, входитъ членъ $Dtg\alpha$; вычисленіе его для основныхъ точекъ производится или по четырехзначнымъ логариѳмамъ, или по *таблицѣ высотъ*; но такъ какъ логариѳмическое вычисленіе для большого числа пикетовъ (не требующихъ той же точности, что и основныя точки) *неудобно* по своей продолжительности, то на практикѣ избѣгаютъ вычисленія члена $Dtg\alpha$ по логариѳмамъ и для этой цѣли употребляютъ, или особую діаграмму, называемую масштабомъ горизонталей, а также *масштабомъ высотъ*, или *логариѳмическую линейку*, или, наконецъ, просто для угловъ наклона до 3^0 допускаютъ, что $D \cdot tg\alpha' = D \cdot Sin\alpha = D \cdot \alpha \cdot Sin\ 1' = D \cdot \alpha \cdot \frac{1}{3438}$. Напр., при $D = 17{,}2$ саж. и $\alpha = 1^0 2'$, находятъ *простымъ умноженіемъ* искомое $u = D \cdot tg\alpha$ въ видѣ $17{,}2 \times 62 \times \frac{1}{3438} = 0{,}31$ саж.

Таблица высотъ вычисляется обыкновенно по логариѳмамъ для разстояній отъ 100 до 900 саж. и для угловъ наклона отъ $0^0 1'$ до $0^0 10'$ черезъ каждую минуту, а отъ $0^0 10'$ до 10^0 черезъ каждыя десять минутъ. Для разстояній и угловъ, непомѣщенныхъ въ таблицѣ, величина *u* находится простымъ интерполированіемъ, полагая измѣненіе *u* пропорціональнымъ измѣненіямъ *D* и α. Такъ, для $D = 417$ саж. и угла $\alpha = 5^0\ 16',5$ находятъ *u* по частямъ, а именно, примѣняясь къ таблицѣ, послѣдовательно отыскиваютъ:

Тахиметрическая съемка.

15 іюля 1900 года. ЖУРНАЛЪ НАБЛЮДЕНІЙ.

Студентъ I курса N.N.

Названіе наблюдаем. точекъ.	Отсчетъ а по рейкѣ.	Отсчетъ на Верт. кругѣ.	Отсчетъ на Горизон. кругѣ.	Мѣсто нуля.	Уголъ x наклон.	Горизонт. разстоян. d = acos²x.	Превышеніе U = d tgx при (i = V).	Альтитуда. Станціи.	Альтитуда. Пикета.	Примѣчаніе.
	Станція № 0.					Высота инструмента: i = 0,67 саж.				
		Кр.	*Пр.*					10;00 с.		Длина V рейки =
Ст. I.	108	0°6′ 4′	328° 45′ 44′	— 359° 58′	+ 0°7′	108,25	+ 0,25		10,25	= 1,52 саж.
		Кр.	*Льв.*							
Ст. I.	108,5	359° 50′ 52	328° 45 46							
1. *)	45	358° 4 4	76° 32 33	—	+ 1°54′	45	+ 1,5	—	11,50	*) На вершину рейки i — V = — 0,85 саж.
2.	59	0° 20 22	174° 13 15	—	— 0°32′	59	— 0,4	—	9,60	
3.	63	359° 10 12	283° 0 2	—	+ 0°47′	63	+ 0,8	—	10,80	

Названіе наблюдаем. точекъ.	Отсчетъ а по рейкѣ.	Отсчетъ на		Мѣсто нуля.	Уголъ x наклон.	Горизонт. разстоян. d = acos²x.	Превышеніе U = d tgx при (i = V).	Альтитуда.		Примѣчаніе.
		Верт. кругѣ.	Горизон. кругѣ.					Станціи.	Пикета.	
	Станція № 1.					Высота	инструмента	i = 0,65	саж.	
		Кр.	*Пр.*					*10,235*	10,25	
Ст. 0.	108,25	359°48 50	148°44 45	— 359°57	—0°8′	108,38	— 0,22			
		Кр.	*Лѣв.*							
Ст. 0.	108,5	0°5 4′	148°46 44							
101.	28	0°15 16	24°4 6							
102.	52	0°45 44	113°30 32							
Ст. II.	115	358°4 6	15°8 6	359°58′	—1°53′					
		Кр.	*Пр.*							
Ст. II.	114,5	1°50 52	15°7 6							

u для	400	саж. и	$\alpha = 5^0 10'$,	оно будетъ:	36, 17
„ „	10	„ „	$\alpha = 5^0 10'$	„	0,904 [1])
„ „	7	„ „	$\alpha = 5^0 10'$	„	0,633 [2])
„ „	400	„ „	$\alpha = 0^0 6'$	„	0,70
„ „	10	„ „	$\alpha = 0^0 6'$	„	0,017
u для	7	саж. и	$\alpha = 0^0 6'$	оно будетъ:	0;012
„ „	400	„ „	$\alpha = 0^0 0{,}5'$	„	0,06
„ „	10	„ „	$\alpha = 0^0 0{,}5'$	„	0,002
				Сумма	38,498
				или	38,50

ТАБЛИЦА ВЫСОТЪ [3]).

Углы наклоненія. \ Разстоянія въ саж.	100	200	300	400	500	600	700	800	900
	Высоты въ саженяхъ.								
0° 1′	0,03	—	—	0,12	—	—	0,20	—	—
2	0,06	—	—	0,23	—	—	0,41	—	—
3	0,09	—	—	0,35	—	—	0,61	—	—
4	0,12	—	—	0,47	—	—	0,81	—	—
0° 5′	0,15	—	—	0,58	—	—	1,02	—	—
6	0,17	—	—	0,70	—	—	1,22	—	—
5° 0′	8,74	17,50	26,25	35,00	43,74	52,49	61,24	69,99	73,74
10	9,04	18,09	27,13	36,17	46,21	54,26	63,29	72,33	81,37

Таблица высотъ можетъ быть рекомендована только ради контроля вычисленныхъ логариѳмически величинъ u, такъ какъ по таблицѣ высотъ, какъ мы сейчасъ видѣли, вычисленіе величины u довольно продолжительно и неособенно точно. Для пикетовъ превышеніе u достаточно знать точно до десятыхъ долей сажени, для чего вполнѣ можетъ служить масштабъ высотъ или еще лучше логариѳмическая линейка, напр., системы швейцарскаго профессора Вильда, изготовляемая механикомъ Керномъ въ Aarau (въ Швейцаріи).

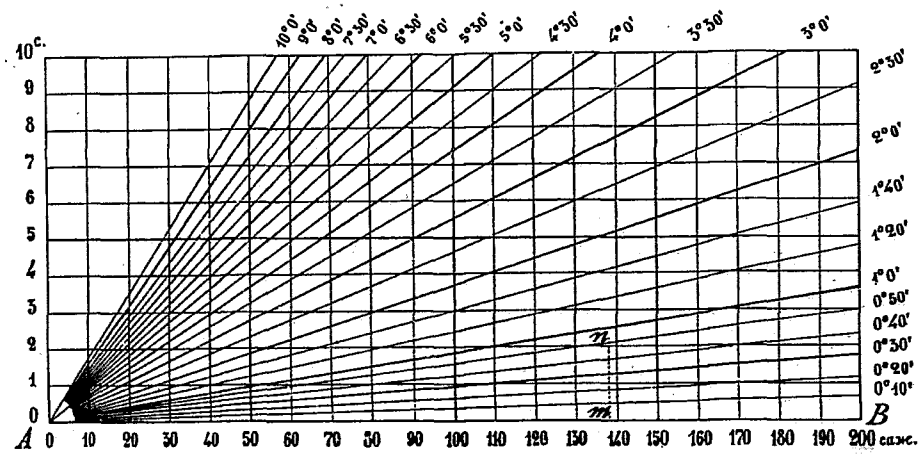
Масштабъ высотъ строится слѣдующимъ образомъ: возьмемъ линію AB длиною въ n какихъ-нибудь единицъ, напр., дюймовъ (черт. 385); въ концѣ каждаго дюйма возставимъ перпендикуляры; на проведенномъ въ концѣ n-го дюйма перпендикулярѣ отложимъ величины, вычисленныя по формулѣ $u = Dtg\alpha$, для $D = 10$ дюймовъ и α послѣдовательно $= 1^0, 2^0, 3^0$ и т. д. Для бо̀льшаго удобства употребленія масштаба и для бо̀льшей точности, на послѣднемъ перпендикулярѣ откладываются выраженія $Dtg\alpha$,

[1]) Уменьшая табличное u въ 10 разъ.

[2]) „ „ u въ 100 разъ.

[3]) Помѣщаемъ ту *часть таблицы*, которая нужна для примѣра.

увеличенныя въ 5, 10 и т. д. разъ; такъ, если будемъ увеличивать u въ 5 разъ, то откладываются выраженія $5.10.tg\ 1^0$; $5.10\ tg\ 2^0$; $5.10\ tg\ 3^0$.....; если u будемъ увеличивать въ 10 разъ, то—$10.10 tg\ 1^0$; $10.10\ tg\ 2^0$; $10.10\ tg\ 3^0$.... На чертежѣ 385 они увеличины въ 10 разъ. На масштабѣ точки отложенія высотъ подписываются при послѣднемъ перпендикулярѣ, соотвѣтственно числами 1^0, 2^0, 3^0... Промежутки между 0 и 1, и 1 и 2 градусами дѣлятъ на 6 частей, вслѣдствіе чего каждая часть будетъ соотвѣтствовать 10′, а между 2^0 и 3^0, 3^0 и 4^0,..... промежутки дѣлятся пополамъ, такъ что каждая часть соотвѣтствуетъ $\frac{1^0}{2}$. Соотвѣтственно масштабу плана по линіи AB подписываются горизонтальныя разстоянія. На лѣвомъ перпен-



Черт. 385.

дикулярѣ откладываются вертикальныя разстоянія, также увеличенныя, при томъ въ *то же число разъ*, что $Dtg\alpha$, т.-е., вмѣсто 1, 2, 3.... единицъ, берутъ 10, 20, 30....; и черезъ точки отложенія, отстоящія на равномъ разстояніи другъ отъ друга, къ основанію AB масштаба проводятся параллели. Чтобы по такому масштабу получить $Dtg\alpha$, при $D = 137$ с. и $\alpha = 0^0\ 50'$, находятъ на линіи AB, въ разстояніи 137 саж. отъ нулевой точки A, точку m, поднимаются по перпендикуляру и помѣщаютъ остріе карандаша на линію, соотвѣтствующую $0^0\ 50'$, въ точку n; тогда mn даетъ $Dtg\alpha$, увеличенное въ 5,10 и т. д. разъ (смотря по тому, во сколько разъ увеличены u при построеніи масштаба); во избѣжаніе дѣленія построенныя высоты подписываются уже уменьшенными. Подпись высотъ располагается слѣва у масштаба, при параллеляхъ основанію AB [1]).

Во избѣжаніе вычисленій выраженія $d = a.cos^2\alpha$ возможно построить для него также діаграмму, сходную съ масштабомъ высотъ: стоитъ только положить

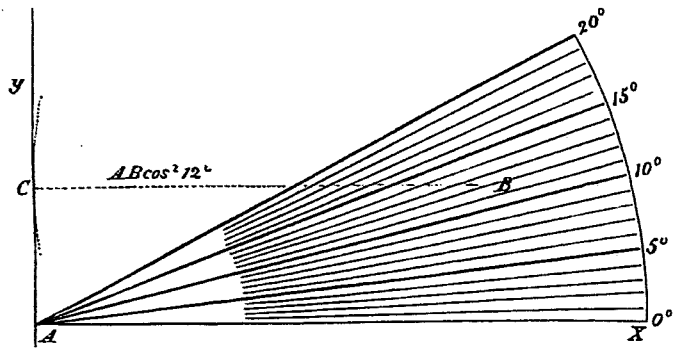
$$cos^2\alpha = cos\ x,$$

тогда и выраженіе для a приметъ видъ:

$$d = a.cos^2\alpha = a.cos\ x$$

[1]) Рекомендуется изучающимъ вычертить указанную діаграмму въ масштабѣ въ 10 разъ крупнѣе приведеннаго на чертежѣ 385.

Давая x значенія, равныя 0^0, 1^0, 2^0, ... можно, какъ показано ниже, высчитать tgx, изъ точки A (черт. 386) провести соотвѣтственные наклонные къ AX лучи и, беря каждый разъ въ растворъ циркуля наклонное (прочитанное по рейкѣ) разстояніе, *откладывать его отъ точки A по наклонному лучу съ подписью, соотвѣтствующей читанному углу наклона* α (ибо на діаграммѣ, вмѣсто угловъ x, — подписаны углы α), а затѣмъ, освобождая ножку циркуля, стоящую въ A, проводить этой ножкой радіусомъ BC дугу круга, касательную къ вертикали, проходящей черезъ A, тогда растворъ циркуля и будетъ давать горизонтальное проложеніе наклоннаго разстоянія, читаннаго по рейкѣ. Самое построеніе діаграммы рекомендуется дѣлать, пользуясь величинами tgx, вычисленіе же угловъ x, соотвѣтствующихъ α, производить не по формулѣ $cos^2\alpha = cosx$, а по уравненію



черт. 386.

$$1 - cos^2\alpha = 1 - cosx$$

или

$$2\ Sin^2\frac{x}{2} = Sin^2\alpha,$$

откуда

$$Sin\frac{x}{2} = \frac{Sin\alpha}{\sqrt{2}} \quad \ldots \quad (x)$$

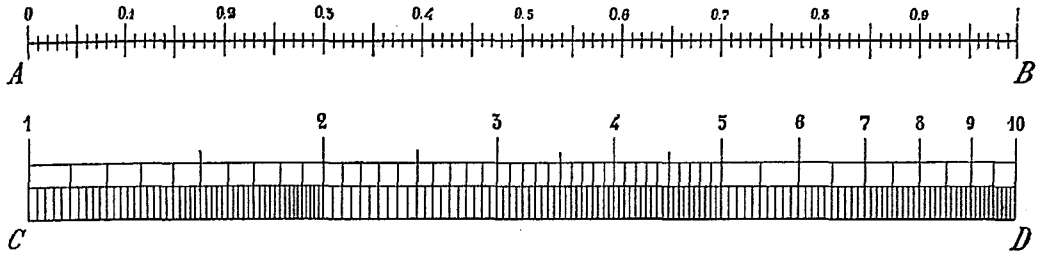
при	$\alpha = 1^0$	$x = 1^0 25'$	$tgx = 0{,}0247$	при $\alpha = 6$	$x = 8^0 29'$	$tgx = 0{,}1491$
	2	$2^0 50$	494	. . . . .		
	3	$4^0 14$	742	$10.^0$	$14^0 06$	0,2513
	4	$5^0 39$	990	. . . . .		
	5^0	$7^0 04'$	0,1240	15^0	$21^0 05$	0,3857
				20^0	$27^0 59$	0,5315
				30	$41^0 25$	0,8819

Линейка Вильда устраивается для логариѳмическаго вычисленія формулъ $D = a \,.\, Cos^2 n$ и $u = Dtgn = a\frac{1}{2}Sin \,.\, 2n$. Она бываетъ двухъ видовъ: стараго устройства, при которомъ сверху на линейку надѣта движущаяся рама для вычисленія горизонтальнаго проложенія D разстояній a, и новаго устройства, безъ рамы. Часть, общая обоимъ видамъ, представляетъ собою линейку съ выдолбленнымъ по серединѣ ея пазомъ, въ которомъ движется вторая узенькая линеечка, носящая названіе *кулисы* [1]). На верхней части основной линейки, надъ пазомъ, нанесена такъ называемая логариѳмическая *шкала Гунтера, дающая логариѳмы чиселъ графически*, т.-е. въ видѣ длинъ прямыхъ линій. Остановимся на шкалѣ Гунтера.

---

[1]) *Кулиса* — французское названіе, ее также называютъ *шиберъ* (нѣмецкое названіе).

Пусть нѣкоторая прямая AB (черт. 387), *произвольной длины*, принята за единицу длины, выразимъ въ ея доляхъ логариѳмы чиселъ отъ 1 до 10. Само собою разумѣется, что *чѣмъ длиннѣе прямая* AB, тѣмъ на большее число частей можно ее раздѣлить, а потому *тѣмъ точнѣе можно выразить логариѳмы* интересующихъ насъ чиселъ.



Черт. 387.

На нашемъ чертежѣ AB раздѣлена на 100 частей; выпишемъ по четырехзначнымъ таблицамъ логариѳмы чиселъ 1, 2, 3.....9, 10,

$log\ 1 = 0{,}0000$	$log\ 6 = 0{,}7782$
$log\ 2 = 0{,}3010$	$log\ 7 = 0{,}8451$
$log\ 3 = 0{,}4771$	$log\ 8 = 0{,}9031$
$log\ 4 = 0{,}6021$	$log\ 9 = 0{,}9542$
$log\ 5 = 0{,}6990$	$log\ 10 = 1{,}0000$

и проведя подъ линіею AB прямую CD (черт. 387), нанесемъ на прямой CD величины выписанныхъ логариѳмовъ въ доляхъ прямой AB, пусть онѣ соотвѣтственно выражаются прямыми:

$$\overline{C1},\ \overline{C2},\ \overline{C3},\ \overline{C4},\ \overline{C5},\ \overline{C6},\ \overline{C7},\ \overline{C8},\ \overline{C9},\ \overline{C10}.$$
$$CD'$$

при концахъ этихъ линій напишемъ числа, логариѳмы которыхъ они изображаютъ, т.-е. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Нетрудно замѣтить, что *наибольшій промежутокъ будетъ между 1 и 2*, затѣмъ промежутки пойдутъ, постепенно уменьшаясь. Тѣмъ не менѣе мы можемъ разбить и эти промежутки на два класса, а именно: отъ 2 до 5, и отъ 5 до 10.

Въ промежуткѣ между 1 и 2 нанесемъ логариѳмы чиселъ, отличающихся другъ отъ друга на 0,02, между 2 и 5 — логариѳмы чиселъ, разнящихся на 0,05 и, наконецъ, между 5 и 10 нанесемъ логариѳмы чиселъ черезъ каждыя 0,10. Сдѣлавъ указанное нанесеніе вдоль линіи CD, получимъ построеніе, носящее названіе шкалы Гунтера.

На верхней части линейки Вильда шкала Гунтера нанесена два раза. Лѣвая шкала даетъ логариѳмы ряда чиселъ:

1,02; 1,04; 1,06;.....1,98.
2; 2,05; 2,10; 2,15;.....3,00; 3,05;.....4,00; 4,05.....4,95.
5; 5,10; 5,20; 5,30;.....6,00; 6,10;.....8,00; 8,10.....9,90.

а правая шкала даетъ логариѳмы чиселъ *въ десять разъ большихъ*, т. е. идущихъ

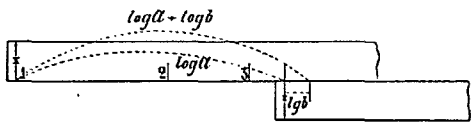
черезъ 0,2	10,2; 10,4; . . . . . 11,0; 11,2 . . . . . 19,8.
„ 0,5	20,0; 20,5; 21,0; . . . . . 30,0; 30,5; . . . . . 40,0; 40,5; 49,5.
„ 1,0	50,0; 51,0; 52; 53; 60; 61; 80; 81; 99.

Если бы на обѣихъ линейкахъ (основной и кулисѣ) были нанесены шкалы Гунтера для ряда натуральныхъ чиселъ, то съ помощью такихъ двухъ линеекъ можно производить умноженіе и дѣленіе чиселъ.

Пусть, напр., надо умножить a и b. Чтобы найти произведеніе ab, замѣтимъ, что:

$$log\ ab = log\ a + log\ b.$$

Ищемъ на верхней линейкѣ штрихъ, соотвѣтствующій логариѳму числа a и продвигаемъ (черт. 388) *вправо* нижнюю линейку такъ, чтобы ея начальный штрихъ, означенный звѣздочкой, остановился подъ штрихомъ a верхней линейки. На кулисѣ находимъ штрихъ b, отъ него подымаемся вверхъ вновь на 1-ю линейку и читаемъ штрихъ, соотвѣтствующій $log\ a + log\ b$. При чтеніи штриха $log\ a + log\ b$ надо помнить, что вторыя шкалы даютъ числа въ 10 разъ большія ихъ подписи.



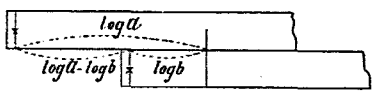
Черт. 388.

Если лѣвая шкала какой-либо линейки была принята за шкалу десятковъ, то правая представляла бы тогда шкалу сотенъ.

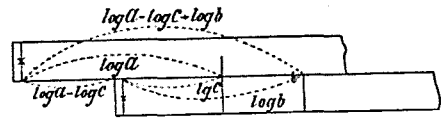
Дѣленіе чиселъ или вычитаніе ихъ логариѳмовъ производится слѣдующимъ образомъ. Пусть надо найти частное $\frac{a}{b}$ или, что то же самое,

$$log\ \frac{a}{b} = log\ a - log\ b.$$

Найдя на верхней линейкѣ штрихъ a, подвинемъ кулису такъ, чтобы подъ штрихомъ a верхней линейки пришелся штрихъ b кулисы (черт. 389); тогда начальный



Черт. 389.



Черт. 390.

штрихъ кулисы укажетъ на верхней линейкѣ штрихъ, соотвѣтствующій разности $log\ a - log\ b$, или, что то же самое, частное $\frac{a}{b}$, потому что на линейкѣ подписаны не логариѳмы чиселъ, а самыя числа. Умѣя умножать и дѣлить, можно съ помощью логариѳмической линейки находить четвертую пропорціональную x для трехъ данныхъ чиселъ a, b и c, т. е.

$$x = \frac{ab}{c}.$$

Величина x можетъ быть найдена *однимъ* движеніемъ кулисы, для чего напишемъ

$$log\ x = log\ a - log\ c + log\ b.$$

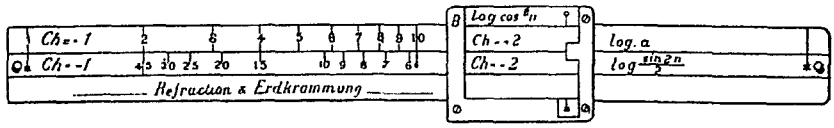
Очевидно, что на верхней линейкѣ найдется штрихъ a, а пододвинувъ подъ него штрихъ c кулисы, прочтемъ на верхней линейкѣ противъ звѣздочки кулисы

$$log\ a - log\ c = log\ \frac{a}{c}.$$

Послѣ этого отъ начальнаго штриха кулисы вправо находимъ на кулисѣ штрихъ b и поднявшись надъ нимъ, читаемъ на верхней линейкѣ (черт. 390).

$$log\ \frac{a}{c} + log\ b = log\ \frac{ab}{c}.$$

Хотя на верхней части линейки, впервые построенной инженеромъ Ешманомъ, а затѣмъ усовершенствованной проф. Вильдомъ (черт. 391), логариѳмическая шкала Гутнера и наносится два раза, непосредственно одна за другою, но штрихи второй шкалы подписываются тѣми же циф-



Черт. 391.

рами, что и на первой шкалѣ. Такъ какъ характеристики логариѳмовъ чиселъ, большихъ или меньшихъ другъ друга въ 10 разъ, отличаются на единицу, то $lg\ 20 = 1 + lg\ 2$; $lg\ 30 = 1 + lg\ 3$; ..... $lg\ 100 = 1 + lg\ 10$, а потому разстояніе каждаго штриха второй шкалы *отъ начальной точки первой шкалы* представляетъ логариѳмъ числа, разрядъ котораго въ 10 разъ больше разряда числа первой шкалы, подписаннаго той же цифрой, что и число при разсматриваемомъ штрихѣ второй шкалы; такъ что, если цифры первой шкалы принимаются за 0,1; 0,2; 0,3; ... 0,9; 1,0, то тѣ же цифры второй шкалы нужно принимать за 1, 2, 3, ... 9, 10, — если цифры первой шкалы принимаются за единицы, т. е. 1, 2, 3 ... 10, то цифры второй шкалы нужно принимать за десятки, т. е. за 10, 20, ... 100 и т. д. На чертежѣ 391 лѣвая шкала обозначена $Ch = +1$, а вторая $Ch = +2$, въ предположеніи, что первая шкала соотвѣтствуетъ числамъ 10 — 100, а вторая 100 — 1000.

По тому же масштабу, по которому нанесены на линейкѣ Вильда шкалы Гунтера, наносятъ на средней ея части, называемой кулисой, *вправо* отъ начальнаго ея штриха, обозначеннаго звѣздочкой * и находящагося на лѣвомъ ея (кулисы) концѣ, — логариѳмы выраженія $\frac{1}{2} Sin.\, 2n$, вычисленные для всѣхъ значеній n отъ 45° до 0° 35′ (только до 0° 35′ потому, что $^1/_2\ Sin\ 2.0^0\,35' = {}^1/_{98,04}$; а послѣдній правый штрихъ шкалы Гунтера соотвѣтствуетъ $lg\ 100$). Вслѣдствіе того, что $\frac{1}{2} Sin.\, 2n$ всегда можно представить дробью вида $\frac{1}{k}$, очевидно, что $lg\ \frac{1}{2} Sin.\, 2n = -lg\ k$, т. е.

$$lg\ u = lg\ a - lg\ k,$$

причемъ на кулисѣ вмѣсто подписи величинъ k подписываютъ градусныя величины угловъ n.

Если для примѣра вычислимъ $\frac{1}{2} Sin\ 2n$ между предѣлами 45° и 0°35′ при измѣненіи n черезъ 5° и представимъ соотвѣтственныя числа въ видѣ такихъ дробей, у которыхъ числители суть единицы, а знаменатели выражены до сотыхъ долей, то будемъ имѣть:

при $n = 45^0$, $\frac{1}{2} Sin\ 2n = \frac{1}{2}$, $log\ \frac{1}{2} Sin\ 2n = -log\ 2.$

„ 40^0, „ $\frac{1}{2{,}03}$ „ „ „ 2,03.

при $n = 25^0$, $\frac{1}{2} Sin\ 2n = \frac{1}{2{,}61}$, $log \frac{1}{2} Sin\ 2n = -log\ 2{,}61$.

„ 20^0, „ $\frac{1}{3{,}11}$, „ „ „ 3,11.

„ 15^0, „ $\frac{1}{4}$, „ „ „ 4,00.

„ 10^0, „ $\frac{1}{5{,}85}$, „ „ „ 5,85.

„ 5^0, „ $\frac{1}{11{,}52}$, „ „ „ 11,52.

„ 1^0, „ $\frac{1}{57{,}47}$, „ „ „ 57,47.

„ $0^0\ 35'$, $\frac{1}{2} Sin\ 2n = \frac{1}{98{,}04}$, „ „ „ 98,04.

На этомъ основаніи самое нанесеніе штриховъ на кулисѣ производится такъ: вблизи лѣваго конца кулисы назначаютъ штрихъ, который будетъ служить указателемъ и вмѣстѣ съ тѣмъ начальнымъ штрихомъ для нанесенія числовыхъ величинъ $log \frac{1}{2} Sin\ 2n$; этотъ штрихъ въ отличіе отъ другихъ сопровождается звѣздочкой; послѣ этого передвигаютъ кулису въ пазахъ линейки до тѣхъ поръ, пока указатель будетъ продолженіемъ крайняго лѣваго штриха линейки, подписаннаго цифрою 1. Затѣмъ, такъ какъ $log \frac{1}{2} Sin\ (2 \times 45^0) = -log\ 2$, то на кулисѣ подъ штрихомъ линейки, подписаннымъ цифрою 2, проводятъ штрихъ и при немъ подписываютъ 45^0. Точно также могутъ быть назначены штрихи, соотвѣтствующіе 40^0, 35^0, 30^0,.....$0^0\ 35'$.

Подобнымъ же путемъ могутъ быть нанесены и промежуточные штрихи, соотвѣтствующіе отдѣльнымъ градусамъ и минутамъ; при чемъ, такъ какъ промежутки между штрихами, соотвѣтствующими отдѣльнымъ градусамъ, уменьшаются, какъ это видно изъ чертежа 391, по мѣрѣ увеличенія n, то во избѣжаніе значительной мелкости дѣленій, между отдѣльными градусами наносятъ штрихи, соотвѣтствующіе различному числу минутъ,—такъ

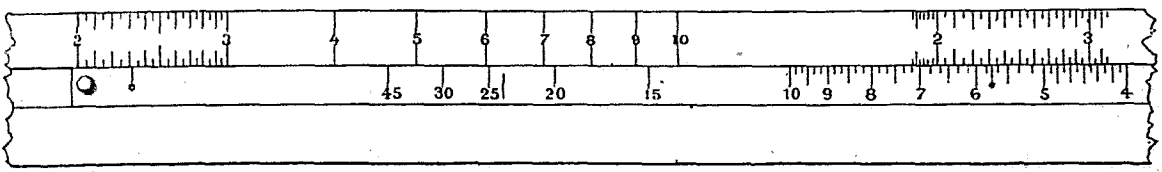
въ промежуткѣ между			$0^0\ 35'$	и	1^0	нанесены штрихи,	соотвѣтств.	$1'$
„	„	„	1^0	„	3^0	„ „ „		$2'$
„	„	„	3^0	„	5^0	„ „ „		$5'$
„	„	„	5^0	„	10^0	„ „ „		$10'$
„	„	„	10^0	„	20^0	„ „ „		$20'$
„	„	„	20^0	„	30^0	„ „ „		$30'$,

наконецъ въ промежуткѣ между 30^0 и 40^0 нанесены только градусные штрихи, а между 30^0 и 45^0 совсѣмъ нѣтъ штриховъ.

Кромѣ начальнаго штриха со звѣздочкою, на кулисѣ нанесены еще два подобные же указателя въ разстояніи $log\ 10$ и $log\ 100$ отъ начальнаго указателя. *При всякомъ положеніи кулисы, отсчетъ по среднему указателю въ 10 разъ больше отсчета по начальному, а отсчетъ по крайнему правому въ 10 разъ болѣе отсчета по среднему и въ 100 разъ болѣе отсчета по начальному*, ибо, какъ уже указано, подписи правой шкалы Гунтера выражаютъ разрядъ въ 10 разъ большій разряда подписей лѣвой шкалы.

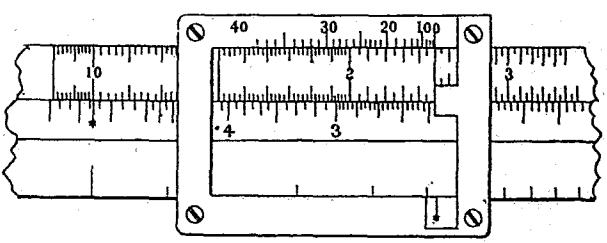
Такъ какъ, при вычисленіи формулы $u = \frac{1}{2} a\ Sin\ 2n$ или $log\ u = log a + log \frac{1}{2} Sin\ 2u$, второй членъ второй части, по сказанному въ предыдущемъ, отрицателенъ, то вторая часть представляетъ разность и пока-

зываетъ, что для полученія $log\ u$ надо изъ $log\ a$ вычесть $log \frac{1}{2} Sin\ 2n$; а это дѣлается такъ: найдя на линейкѣ штрихъ, соотвѣтствующій $log\ a$, приводятъ въ совпаденіе съ нимъ штрихъ кулисы, соотвѣтствующій $log \frac{1}{2} Sin\ 2n$, тогда лѣвый указатель долженъ дать $log\ u$, а числовое значеніе штриха, на которомъ остановился этотъ указатель, опредѣлитъ самое u. При этомъ употребленіи линейки удобнѣе пользоваться *рамою*, на которой по продолженію заостреннаго края зубчика, находящагося съ правой стороны вырѣза, сдѣланъ штрихъ, подписанный нулемъ; самое *пользованіе* состоитъ въ слѣдующемъ: *передвинувъ раму настолько, чтобы нуль ея стоялъ надъ штрихомъ а линейки, двигаютъ кулису въ пазахъ, пока подъ заостренный край зубчика подойдетъ n градусовъ кулисы; послѣ чего отсчетъ по лѣвому указателю выразитъ искомое u.* Для примѣра помѣщаемъ чертежъ 392, на которомъ показана установка линейки для $a = 249{,}6$ и $n = 5^0\ 20'$.



Черт. 392.

На чертежѣ 393 зубчикъ рамы также установленъ для $a = 249{,}6$ и $n = 2^0\ 18'$. Для чертежа 392 получимъ $n = 23{,}1$, а для чертежа 393 находимъ $u = 10{,}0$. Если лѣвый указатель кулисы выйдетъ влѣво изъ-подъ верхней шкалы, то отсчетъ дѣлается по среднему или правому указателю; въ первомъ случаѣ его нужно *уменьшить въ 10 разъ, а во второмъ—въ 100 разъ*. Такъ какъ на кулисѣ имѣются штрихи, соотвѣтствующіе углу n, заключающемуся между $0^0 35'$ и 45^0, то *для вычисленія* той же формулы $u = \frac{1}{2} a\ Sin.2n$ *при* $n < o^0\ 35'$ *принимаютъ, что синусы малыхъ дугъ пропорціональны соотвѣтственнымъ дугамъ* и увеличиваютъ n въ 2, въ 4, въ 10, или, въ крайнемъ случаѣ, въ 20 и даже 40 разъ; затѣмъ, получивъ по линейкѣ соотвѣтственное u, уменьшаютъ его во столько же разъ и получаютъ искомый результатъ. *Чтобы не уменьшать u, можно одновременно съ увеличеніемъ n во столько же разъ уменьшить a.* Такой пріемъ при употребленіи линейки вызванъ тѣмъ, что, если бы мы захотѣли на кулису нанести $lg \frac{1}{2} Sin\ .\ 2n$ для $n < 0^0 35'$, то пришлось бы линейку удлинять; а это сдѣлало бы ее менѣе портативной; точность же вычисленій увеличилась бы незамѣтно для глазъ.



Черт. 393.

Если штрихъ на верхней планкѣ рамы (черт. 393), подписанный нулемъ и назначенный по продолженію края зубчика, принять за начальный

при нанесеніи числовыхъ значеній для шкалы $log\ Cos^2 n$, то штрихи, соотвѣтствующіе 10^0, 20^0, 30^0 и 40^0, наносятся влѣво отъ него, т.-е. обратно расположенію подписи штриховъ на шкалѣ Гунтера. Такъ какъ $log\ D = log\ a + log\ Cos^2 n$, то, принимая $cos^2 n = \frac{1}{m}$, т.-е. $lg\ cos^2 n = -lgm$, заключаемъ, что послѣдній членъ въ выраженіи $lg\ D$ отрицателенъ, а слѣдовательно, $log\ a$ долженъ быть уменьшенъ на $log\ Cos^2 n$.

Такъ какъ

$Cos^2 0^0 = 1$
$Cos^2 10^0 = \frac{1}{1{,}03}$,
$Cos^2 20^0 = \frac{1}{1{,}13}$,
$Cos^2 30^0 = \frac{1}{1{,}33}$,
$Cos^2 40^0 = \frac{1}{1{,}70}$,

то

$log\ Cos^2\ 0^0 = -log\ 1{,}00$.
$log\ Cos^2\ 10^0 = -log\ 1{,}03$.
$log\ Cos^2\ 20^0 = -log\ 1{,}13$.
$log\ Cos^2\ 30^0 = -log\ 1{,}33$.
$log\ Cos^2\ 40^0 = -log\ 1{,}70$.

Для нанесенія штриха 10^0 передвинемъ раму настолько, чтобы нулевой штрихъ ея стоялъ на томъ мѣстѣ правой шкалы линейки, которое соотвѣтствуетъ 1,03; послѣ чего по продолженію штриха 10 на серединѣ линейки проводятъ на рамѣ штрихъ и подписываютъ его числомъ 10^0. Для назначенія штриха 20^0 передвигаютъ раму настолько, чтобы нулевой ея штрихъ стоялъ на 1,13 линейки и по продолженію штриха 10 линейки проводятъ на рамѣ штрихъ, при которомъ подписываютъ 20^0 и т. д.

Такъ какъ на шкалѣ $Cos^2 n$ *промежутокъ между* 0^0 *и* 10^0 *малъ*, и такъ какъ, съ другой стороны, поправка для полученія горизонтальнаго проложенія, наклонной линіи незначительна при углахъ наклоненія, меньшихъ 4^0, *то въ этомъ промежуткѣ нанесены только штрихи для* 4^0, 6^0 и 8^0. Въ промежуткѣ между 10^0 и 20^0 наносятъ штрихи, соотвѣтствующіе каждымъ 2^0, а въ промежуткѣ между 20^0 и 40^0 — отдѣльнымъ градусамъ. По построенной такимъ образомъ шкалѣ вычисленіе производится такъ: поставивъ нуль рамы на мѣсто линейки, соотвѣтствующее данному a, отсчитываютъ на ней, сообразно съ нанесенными промежутками, число противъ того мѣста рамы, которое соотвѣтствуетъ данному n, напр., если $a=243{,}0$ и $n = 27^0 23'$, то, поставивъ нуль рамы на 243,0 линейки, отсчитываютъ на этой послѣдней между 27 и 28^0, противъ воображаемаго штриха рамы $27^0 23'$, число 192. Это и есть искомое D. Для разстоянія 249,6 (черт. 393) при $n = 5^0 20'$ найдемъ $D = 247{,}5$.

Въ заключеніе надо сказать, что штрихи на нижней части линейки (черт. 391 и 393) служатъ для полученія поправки $f = 0{,}84\frac{D^2}{2R}$ отъ кривизны земли и рефракціи (на чертежѣ 391 значится „Refraction & Erdkrummung“), причемъ она выражается формулою

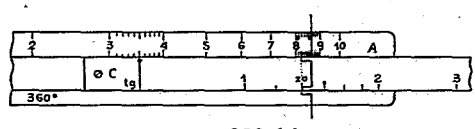
$$f = 0{,}0000000659\ D^2,$$

гдѣ D есть данное разстояніе отъ инструмента, которое должно быть выражено въ метрахъ, ибо для вычисленія коэффиціента 0,0000000659 радіусъ земли принятъ равнымъ 6370000 метрамъ. Для полученія числового значенія (см. стр. 463 формулу (4) f, замѣтимъ, что при $D = 1000$ метрамъ

$f = 0{,}0659^{metr.} < 0{,}1$. Полагая $f = 0{,}1$ метра; 0,2; 0,3....., можно вычислить соотвѣтствующія разстоянія D. Принявъ средній штрихъ 10 линейки за lg 1000, а послѣдній ея штрихъ 10 правой шкалы за конецъ lg 10000, т.-е. увеличивъ значеніе всѣхъ чиселъ линейки въ *100* разъ, можно отсчитать эти разстоянія D, а по нимъ на нижнемъ краѣ линейки. противъ нуля рамы, нанести штрихи, соотвѣтствующіе $f = 0{,}1$; 0,2,.... метра. Обратно, для полученія числового значенія f обращаютъ данное число саженъ въ разстояніи въ метры и, поставивъ нуль шкалы $Cos^2 n$ на это число метровъ *на правой шкалѣ линейки* отсчитываютъ внизу по показателю нижней планки рамы поправку f тоже въ метрахъ. При этомъ надо имѣть въ виду, что числа шкалы линейки выражаютъ тысячи метровъ, что при измѣненіи ихъ въ 10 разъ, поправка измѣнится во 100 разъ и что для этого вычисленія достаточно принимать метръ равнымъ полусажени. Напр., если данное разстояніе есть 1500 саж. или 3000 метровъ, то поправка будетъ 0,6 метра или 0,3 сажени; для разстоянія же 250 саж. = 500 метр. непосредственный отсчетъ будетъ 0,02 м. = 0,01 с. [1]).

---

[1]) Въ линейкахъ стараго устройства въ 1908 году фирмой Керна сдѣлано добавленіе: на кулисѣ, по верхнему ея краю, нанесены $lg\ ^1/_2\ Sin\ 2\ \alpha$, а по нижнему краю добавлены $lg\ tg\ \alpha$, увеличенные въ 100 разъ: подъ цифрою 10 правой шкалы Гунтера стоитъ 45°; начальный штрихъ для шкалы tg-овъ стоитъ у лѣвой звѣздочки кулисы. Зубецъ рамы раздвоенъ: верхній принадлежитъ шкалѣ $^1/_2\ Sin\ 2\ \alpha$, а нижній—шкалѣ tg-овъ. При употребленіи



черт. 393 bis.

линейки, для вычисленія $h = d \cdot tg\ \alpha$, подъ штрихъ, выражающій конецъ $lg\ a$ (если $a = 35$, то подъ пятый штрихъ послѣ цифры 3) ставятъ лѣвую звѣздочку кулисы (начало шкалы tg-овъ) и на кулисѣ, по шкалѣ tg-овъ находятъ α, напр., 1°20′; на этотъ штрихъ ставятъ нижній зубецъ (черт. 393 bis), тогда верхній зубецъ укажетъ на шкалѣ Гунтера 100 $h = 82$, слѣд. $h = o{,}82$.

Въ линейкахъ новаго устройства вмѣсто двухъ кулисъ (верхней рамы и нижней—линеечки) имѣется одна нижняя кулиса, а рама совсѣмъ устранена. Такая замѣна двухъ кулисъ одною основана на томъ, что $lg\ Cos^2\ n$ при n равномъ 0° и 45° даетъ $lg 1$ и $lg \frac{1}{2}$ или 0 и $-lg\ 2$, а выраженіе $lg \frac{1}{2}\ Sin\ 2n$ при измѣненіи n отъ 45° до 0° 35′ даетъ— $-lg\ 2$ и—lg 98,04. Слѣдовательно, если удержать общее начало для обѣихъ шкалъ, взятое на серединѣ кулисы, то шкала $lg\ Cos^2\ n$ кончается тамъ, гдѣ получится начальный штрихъ шкалы $lg \frac{1}{2}\ Sin\ 2n$ при углѣ 45°. Для этой послѣдней шкалы всѣ прочіе штрихи будутъ лежать *вльво* отъ штриха 45°. При этомъ у начальнаго штриха лѣвой шкалы линейки, на кулисѣ получился бы только штрихъ, соотвѣтствующій 5°45′, а далѣе на кулисѣ на лѣвомъ ея концѣ хватило бы мѣста только до 5°.

Чтобы не увеличивать размѣры логариѳмической линейки, штрихи шкалы $lg \frac{1}{2}\ Sin\ 2n$ для угловъ 0° 35′ и 7° нанесены не на надлежащемъ имъ мѣстѣ, т. е. не лѣвѣе начальнаго штриха лѣвой шкалы неподвижной линейки, а перенесены подъ правую шкалу (для чего надо себѣ представить, что линейка какъ бы согнута въ кольцо такъ, что конецъ правой шкалы совпалъ съ началомъ лѣвой) неподвижной линейки. Этотъ переносъ сдѣланъ для каждаго штриха отъ его дѣйствительнаго мѣста на разстояніе, равное lg 100, и равносиленъ увеличенію чиселъ въ 100 разъ; вслѣдствіе чего результаты для угловъ 0° 35′ и 7°, найденные при помощи правой части кулисы для непосредственно прочтенныхъ по рейкѣ a и высотомѣру n, уменьшаются въ 100 разъ.

Употребленіе линейки Вильда новаго устройства. *Вслѣдствіе размѣщенія дѣленій шкалы* $lg\ ^1/_2\ Sin\ 2n$ *на кулисѣ линейки новаго образца въ направленіи противоположномъ съ направленіемъ той же шкалы на линейкѣ прежняго устройства, при употребленіи новой линейки устанавливается на данное* a не штрихъ шкалы $lg\ ^1/_2\ Sin\ 2n$, соотвѣтствующій данному n, и отсчетъ дѣлается не при нулѣ кулисы, какъ прежде, а наоборотъ на a *устанавливается нуль кулисы и отсчетъ дѣлается по штриху ея, соотвѣтствующему данному* n; кромѣ того D отсчитывается противъ того же числа n градусовъ шкалы $lg\ Cos^2\ n$. Это размѣщеніе дѣленій на кулисѣ линейки Вильда новаго устройства имѣетъ весьма важное преимущество передъ прежнею, ибо *она даетъ оба неизвѣстныя* a и D *однимъ только передвиженіемъ кулисы*, а не передвиженіемъ кулисы и рамы, какъ прежде. При вычисленіи a, кромѣ извѣстнаго уже правила, что разрядъ цифръ второй шкалы Гунтера въ 10 разъ болѣе разряда тѣхъ же цифръ первой шкалы, надо еще принять во вниманіе то, что если отсчетъ на шкалѣ Гунтера дѣлается надъ такимъ мѣстомъ шкалы $lg\ ^1/_2\ Sin\ 2n$, которое лежитъ вправо отъ нуля, то этотъ отсчетъ слѣдуетъ уменьшить во 100 разъ; напр., при $a = 67{,}8$ и $\alpha = +0^0 37'$, имѣемъ $a = +0{,}73$. На нижней части линейки, слѣва, нанесенъ дециметръ, раздѣленный на сантиметры и полумиллиметры. Этотъ масштабъ служитъ, главнымъ образомъ, для опредѣленія логариѳмовъ чиселъ. Такъ, совмѣстивъ лѣвую единицу шкалы Гунтера на нижней части кулисы съ нулемъ масштаба, прочтемъ на масштабѣ логариѳмъ каждаго числа, взятаго на той же шкалѣ Гунтера; напр., $log\ 0{,}75 = 9{,}875$. Недостаткомъ этой линейки сравнительно со старой служитъ отсутствіе зубчика (указателя) для откладыванія n, а также и то, что дѣленія ея слишкомъ рябятъ въ глазахъ, и продолжительное чтеніе на ней вслѣдствіе этого затруднительно.

Линейка Вильда, весьма распространенная въ Швейцаріи, мало у насъ употребляется; тѣмъ не менѣе, вслѣдствіе простоты ея употребленія и точности даваемыхъ ею результатовъ, можно желать большаго ея распространенія въ Россіи, тѣмъ болѣе, что благодаря своимъ небольшимъ размѣрамъ, она съ большимъ удобствомъ замѣняетъ таблицу и масштабъ высотъ. Кромѣ того, одного масштаба высотъ недостаточно, и для полученія $D = a.\ Cos^2 n$ приходится строить вторую діаграмму, полагая $Cos^2 n = Cos x$, если не хотятъ получать D путемъ табличнаго вычисленія.

Примѣчаніе 1-е. Для начинающихъ при употребленіи логариѳмической линейки Вильда рекомендуется повѣрять получаемые по линейкѣ результаты слѣдующимъ путемъ: допустивъ, что $u = dtgn$, можно замѣнить его выраженіемъ $u = d.n\ Sin\ 1^0$ или $u = d.n.\ Sin\ 1'$ и зная, что $Sin\ 1^0 = \frac{1}{57}$, а $Sin\ 1' = \frac{1}{3438}$, находить u простымъ перемноженіемъ и дѣленіемъ. Такъ, если 1) $d = 87{,}5$, а $n = 1^0 23'$, то $u = 87{,}5 \times 83 \times \frac{1}{3438} = 2{,}11$ или 2) $d = 375{,}6$ и $n = 5^0 3'$, то $u = 375{,}6 \times 5{,}05 \times \frac{1}{57} = 33{,}27$. Результаты эти весьма близки къ величинамъ, которыя дастъ линейка.

Примѣры для упражненій:
1) $a = 56{,}7$ и $n = 5^0 4'$; $n = 5{,}00$.
2) $a = 127{,}3$ и $n = 0^0 3'$; $n = 0{,}11$ [1]).
3) $a = 223$ и $n = 16^0 14'$; $n = 59{,}8$ и $D = 206$.

Примѣч. 2-е см. стр. 623.

[1]) При вычисленіи взято $n = 1^0$ и $a = 6{,}36$.

Работа студента *Умнова.*

Числовой примѣръ.

Тахеометрическая съемка.

Инструментъ: тахеометръ Герляха.

Названія точекъ.	Отсчеты. Рейка.	Вертикальный кругъ.	Горизонтальный кругъ.	Мѣсто нуля К. П.+К. Л. / 2 / Румбы.	Уголъ наклона, К.П.—М.О. М.О.—К.Л.	Горизонтальныя разстоянія $a\cos^2 x$.	Превышеніе $h=dtgx$.	Альтитуды. Станцій.	Альтитуды. Пикетовъ.	Примѣчанія.
		Станція 0.						30,775		Длина рейки=1,5 саж.
		К. П.								
I ст.	85	0° 41′,5	42° 24′	СВ : 42° 24′	+ 0° 40′,5	85,0	+ 1,00			Высота инструмента 0-ой станціи i=0,69.
		К. Лѣв.		$\frac{\text{м. с}-360^0\ 1'}{}$						
I ст.	85	359° 20′,5	42° 24′							Координаты:
1 с.	35	3° 30′	7° 15′	СВ : 7° 15′	— 3° 29′	34,8	— 2,12		28,66	0-ой ст. x_0=0; y_0=0;
2	38	359° 25′	87° 26′	СВ : 87° 26′	+ 0° 36′	38,0	+ 0,40		31,18	
3	16.5	354° 49′	110° 22′	ЮВ : 69° 38′	+ 5° 12′	16,3	+ 1,49		32,27	IV-ой станціи:
4	28	4° 48′	228° 17′	ЮЗ : 48° 17′	— 4° 47′	27,7	— 2,34		28,44	x_4=+252,51.
5	17	7° 24′	287° 14′	СЗ : 72° 46′	— 7° 23′	16,8	— 2,17		28,61	y_4=+147,06.
6	46	3° 54′	288° 30′	СЗ : 71° 30′	— 3° 53′	45,8	— 3,11		27,67	

Станція I.

$i = 0.67$

		К. Л.							31,775 + 0,07	
0-ая ст.	85	0° 41′	222° 26′	ЮЗ : 42° 24′					31,855	
		К. П.		360° 1′						
0-ая ст.	85	359° 21′	222° 27′		— 0° 40′	85,0	— 0,98			
II ст.	69	2° 25′	24° 9′	СВ : 24° 7′						
		К. Л.		360° 1′						
II ст.	69	357° 37′	24° 9′		+ 2° 24′	69,0	+ 2,89			
а	29	8° 24′	353° 51′	СЗ : 6° 9′	— 8° 23′	28,5	— 4,20			27,65
б	22.5	9° 5′	8° 40′	СВ : 8° 40′	— 9° 4′	22,1	— 3,51			28,34
в	19	9° 51′	43° 0′	СВ : 43° 0′	— 9° 50′	18,6	— 3,22			28,63
г верх. рейка	28.5	4° 9′	100° 0′	ЮВ : 80° 0′	— 4° 8′	28,2	— 2,03	(— 0,88)		28,94
д	33.5	3° 16′	141° 45′	ЮВ : 38° 15′	— 3° 15′	33,3	— 1,80			30,05
е	44	0° 39′	173° 4′	ЮВ : 6° 56′	— 0° 38′	44,0	— 0,49			31,36
ж	48	1° 13′	215° 11′	ЮЗ : 35° 11′	— 1° 12′	48,0	— 1,01			30,84
з	56	4° 3′	264° 30′	ЮЗ : 84° 30′	— 4° 2′	55,5	— 3,91			27,94
и	53	4° 31′	305° 12′	СЗ : 54° 48′	— 4° 30′	52,5	— 4,13			27,72

Изъ нивеллированія найдено, что альтитуда 0-ой станціи

$$H_0 = 30{,}775$$

и что альтитуда IV станціи

$$H_4 = H_0 + 1{,}36 \text{ с.}$$

Горизонтали провести черезъ 1 с.

Въ графѣ „Мѣсто нуля“ можно записывать румбы направленій на пикеты.

Масштабъ:

20 саж. въ дюймѣ (или соткѣ).

Названіе точекъ.	Отсчеты. Рейка.	Вертикальный кругъ.	Горизонтальный кругъ.	Мѣсто нуля К. П.+К. Л. / 2 / Румбы.	Уголъ наклона, К.П.—М.О. М.О.—К.Л.	Горизонтальныя разстоянія $a\cos^2 x$	Превышеніе $h=d\operatorname{tg} x$	Альтитуды. Станцій.	Альтитуды. Пикетовъ.	Примѣчанія.
		Станція II.		$i=0.66$						
		К. Л.						34,625		
								+0,14		
I ст.	69	2°24′	204°13′	ЮЗ : 24° 7′				34,765		
		К. П.		360° 1′						
I ст.	69	357°38′	204°13′		— 2° 23′	69,0	— 2,89			*Сумма превышеній для станцій.*
III ст.	65	357°50′	24°15′	СВ : 24° 9′						
		К. Л.		360° 1′						+0,98 | −2,47
										+2,89 | −0,29
III ст.	65	2°12′	24°15′		— 2° 11′	64,8	— 2,47			+3,87 | −2,76
1	25.5	9°24′	31°30′	СВ : 31° 30′	— 9° 23′	25,0	— 4,13		30,64	−2,76
2	27	6°43′	89° 1′	СВ : 89° 1′	— 6° 42′	26,6	— 3,14		31,63	+1,11
3	40	3°54′	100°22′	ЮВ : 79° 38′	— 3° 53′	39,6	— 2,68		32,09	+1,36 д. б.
4	43	2°39′	134° 0′	ЮВ : 46° 0′	— 2° 38′	43,0	— 1,98		32,79	−0,25 (невязка).
5	99	2°44′	150°44′	ЮВ : 29° 16′	— 2° 43′	99,0	— 4,70		30,07	
6	65	5° 5′	178° 2′	ЮВ : 1° 58′	— 5° 4′	64,4	— 5,71		29,06	Для W примемъ значеніе:
7	41	8°37′	199° 0′	ЮЗ : 19° 0′	— 8° 36′	40,3	— 6,09		28,68	$m=\pm 0{,}002\ P$, гдѣ $P=$
8	36.5	8°14′	220°47′	ЮЗ : 40° 47′	— 8° 13′	35,9	— 5,18		29,59	$=85+69+65+77=296$, т.-е. $W=\pm 0{,}60$.
9	61	6°41′	261°34′	ЮЗ : 81° 34′	— 6° 40′	60,4	— 7,06		27,71	Точность дальномѣра для двойныхъ наблюденій $=$
10	77	4°31′	323°30′	СЗ : 36° 30′	— 4° 30′	76,7	— 6,04		28,73	$=\frac{1}{325\sqrt{2}}=\frac{1}{500}=0{,}002$
11	57	6°25′	344° 7′	СЗ : 15° 53′	— 6° 24′	56,7	— 6,36		28,41	

Станція III. $i = 0{,}67$

		К. Л.							
								32,155	
								+ 0,19	
II ст.	65	357° 49′,5	204° 20′	ЮЗ : 24° 9′	+ 2° 11′	64,8	+ 2,47	32,345	
		К. П.		360° 1′					
II ст.	65	2° 12′,5	204° 19′						
IV ст.	77	359° 47′,5	26° 23′	СВ : 26° 13′					
		К. Л.		360° 1′					
IV ст.	77	0° 14′,5	26° 23′		— 0° 13′,5	77	— 0,29		
a	30	358° 7′	123° 30′	ЮВ : 56° 30′	+ 1° 54′	30	+ 0,99		33,34
b	63	0° 6′	155° 1′	ЮВ : 24° 59′	— 0° 5′	63	— 0,09		32,26
c	37	2° 26′	177° 4′	ЮВ : 2° 56′	— 2° 25′	36,8	— 1,55		30,80
d	32	4° 41′	229° 12′	ЮЗ : 49° 12′	— 4° 40′	31,7	— 2,59		29,76
2	32	5° 12′	271° 0′	СЗ : 89° 0′	— 5° 11′	31,7	— 2,88		29,47

Станція IV. $i = 0{,}68$

		К. П.							
								31,865	
								+ 0,25	
III ст.	76	0° 14′	206° 19′	ЮЗ : 26° 19′				32,115	
		К. Л.		360° 1′					
III ст.	76	359° 48′	206° 19′		+ 0° 13′	76	+ 0,29		32,41
1	36	358° 17′	160° 0′	ЮВ : 20° 0′	+ 1° 44′	36	+ 1,09		33,21
2	46	1° 41′	226° 5′	ЮЗ : 46° 5′	— 1° 40′	46	— 1,34		30,78
3	65	2° 59′	266° 57′	ЮЗ : 86° 56′	— 2° 58′	64,8	— 3,35		28,77

Такъ какъ невязка оказалась менѣе *W*, то ее считаемъ допустимой и увязываемъ: 0,25 на 296 или 0,25—3 сотн., на 1 сотн. 0,08; слѣдовательно,

на 0,9 сотн.	0,07
„ 7 „	6
„ 6 „	5
„ 8 „	6
	0,24

Для I ст. 0,7
„ II „ 0,14
„ III „ 0,19
„ IV „ 0,25

Примѣчаніе 2-е. Изъ дѣйствія геометрическаго сложенія и вычитанія $lg^{-отъ}$ по линейкѣ становится яснымъ, что логариѳмическая линейка можетъ быть устроена и для вычисленія другихъ формулъ, употребляющихся въ геодезіи; такъ, если на кулисѣ отъ какого-либо штриха нанести рядъ чиселъ, соотвѣтствующихъ множителю tgn, то по найденному на верхней шкалѣ lgd, а на кулисѣ $lgtgn$ можно получать

$$lgD + lg\ tg\ n = lg\ D\ tg\ n = lg\ u,$$

т. е. прочитывать на верхней шкалѣ превышеніе одной точки надъ другой по найденному горизонтальному проложенію d и измѣренному углу наклоненія n., что въ настоящее время (см. стр. 617) и сдѣлано уже *Керномъ*. Если взять формулы $\Delta x = d\ .\ Cosr = d\ .\ Sin\ (90^0 - r)$ и $\Delta y = d\ .\ Sinr$, то возможно на кулисѣ нанести $lg\ Sinr$ и примѣнить логариѳмическую линейку къ вычисленію приращеній координатъ.

Порядокъ исполненія работы.

1. Найти мѣсто нуля для каждой станціи: $M.\ O. = \frac{К.\ П. + К.\ Л. + 360^0}{2}$

2. Опредѣлить уголъ наклоненія α для каждой станціи и пикета:
$$\alpha = К.\ Пр. - M.\ O. = M.\ O. - К.\ Лѣв.$$

2. Свести оріентировку каждой станціи къ начальной:
$$R_n = A_n + (r_{n-1} - b_{n-1}).$$

4. Перечислить азимуты на румбы (для накладки).

5. Вычислить логариѳмически по линейкѣ Вильда или по масштабу высотъ превышенія станцій и пикетовъ (съ точностью до 0,01).

6. По данной альтитудѣ 0-ой станціи и превышеніямъ вычислить послѣдовательно альтитуды I, II, III и IV ст. Разница между полученной такимъ путемъ альтитудою IV станціи и величиною $H_0 + 1{,}36$ дастъ невязку; узнаютъ, допустима ли она, и разлагаютъ ее на станціи I, II, III и IV, пропорціонально удаленію этихъ станцій отъ начальной (по ходу) [1]).

7. По даннымъ координатамъ наложить 0 и IV станціи. Затѣмъ транспортиромъ по румбамъ наложить ломаную линію 0, I, II, III и IV. Получившуюся невязку увязать параллельными линіями. Затѣмъ наложить по румбамъ пикеты. Чертежи, кроки и планъ тахеометрической съемки смотри на страницахъ 624 и 625.

8. Вычислить альтитуды пикетовъ.

9. Надписать на планѣ красными чернилами альтитуды станцій (съ точностью до 0,01) и пикетовъ (съ точностью до 0,1), а названія ихъ—тушью. Тушью же вытянуть всѣ прямыя линіи. } предварительно карандашемъ.

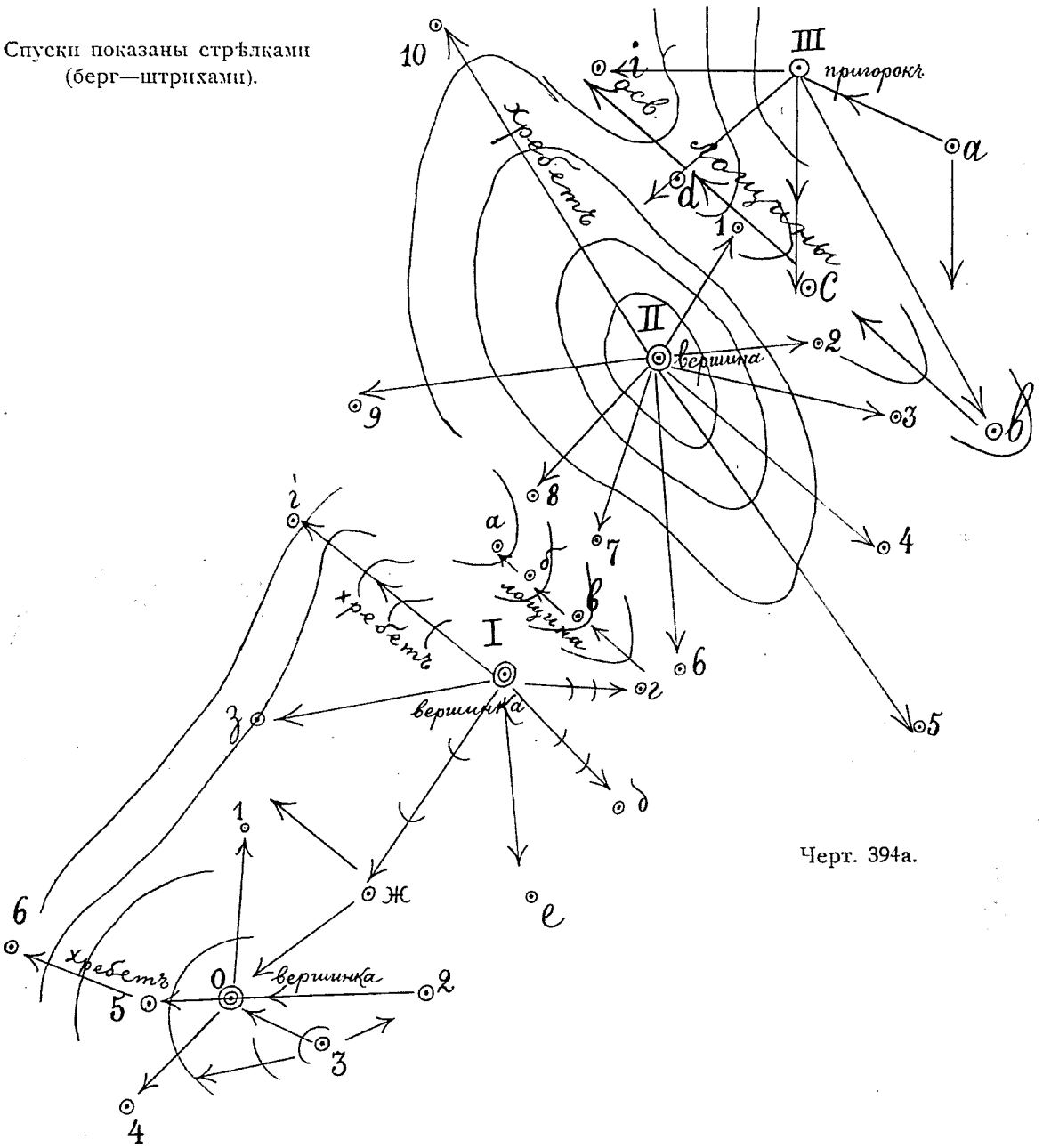
10. Провести горизонтали жженой сіеной.

---

[1]) См. § 238, стр. 415. Для дальномѣра примемъ $\frac{1}{n} = \frac{1}{325}$ и, принимая во вниманіе прямыя и обратныя наблюденія, измѣнимъ $\frac{1}{n}$ въ $\frac{1}{n\sqrt{2}}$, т.-е. $\frac{1}{325\sqrt{2}} \equiv \frac{1}{500} = 0{,}002$. Слѣдовательно вмѣсто W возьмемъ $m = \pm 0{,}002\ \Sigma D = \pm 0{,}002\ P$.

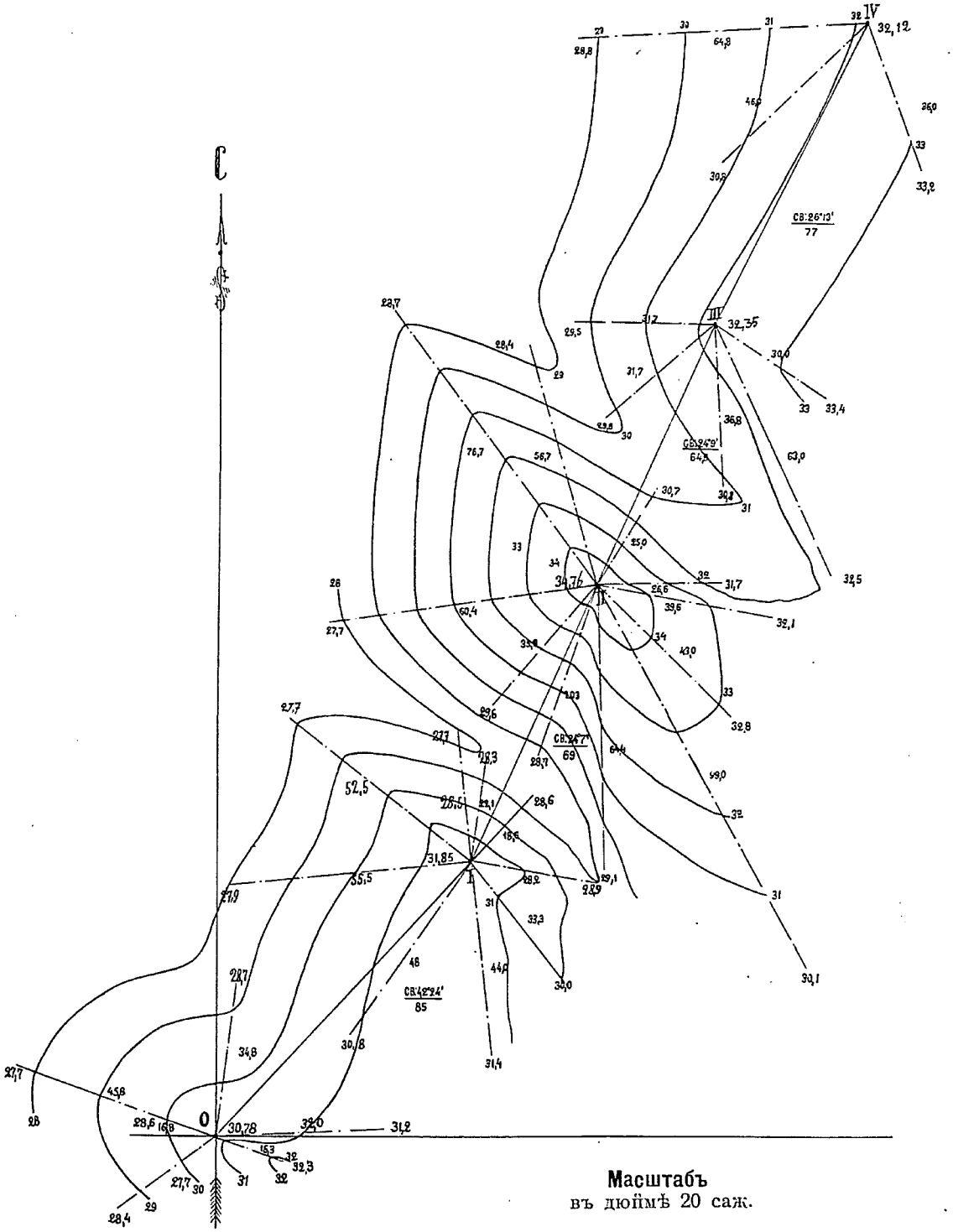
Полевой кроки.

Спуски показаны стрѣлками (берг—штрихами).



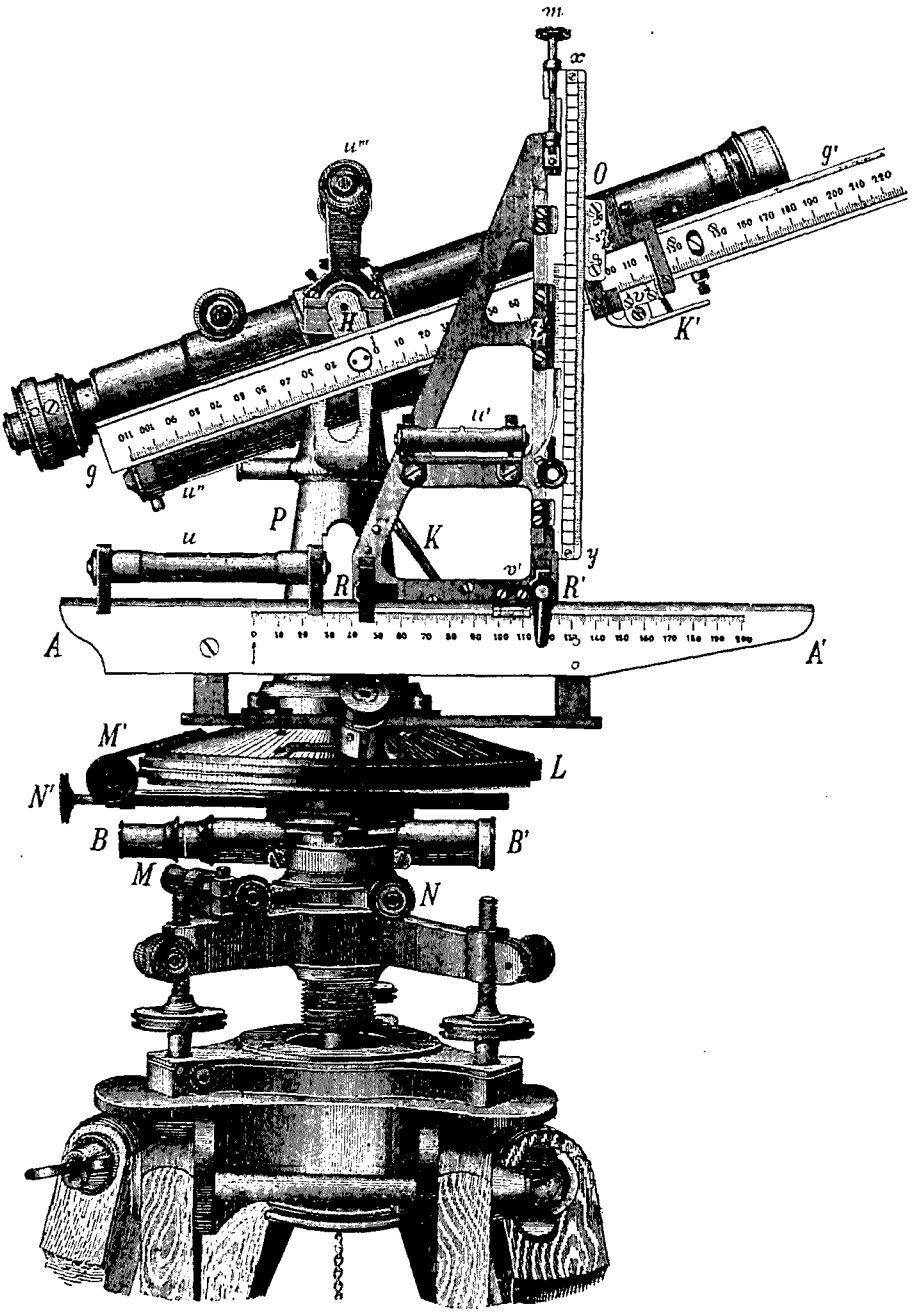
Черт. 394а.

Планъ тахеометрической съемки.



Черт. 394b.

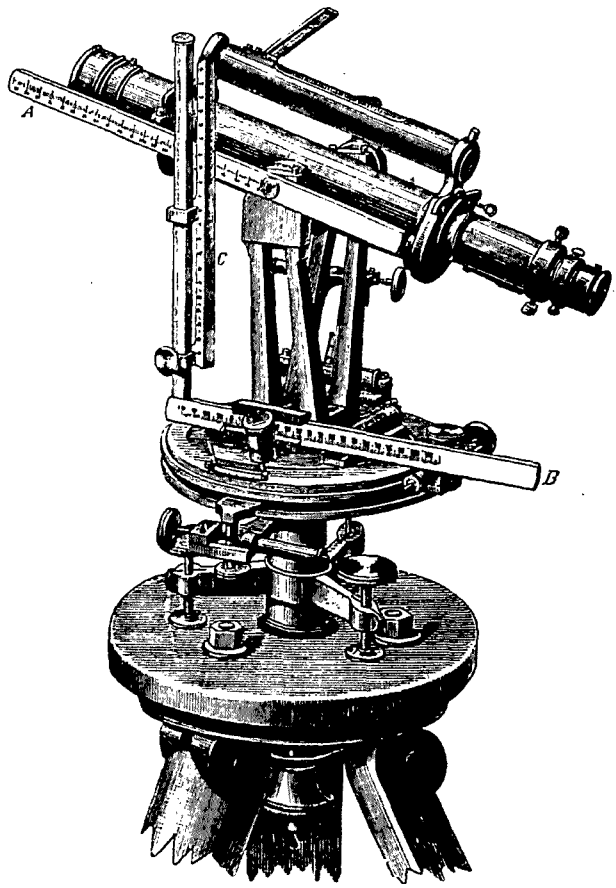
§ **250. Тахиметръ-автоматъ** [1]) **Вагнера**, (черт. 394), болѣе извѣстный подъ именемъ тахеографометра, является усовершенствованнымъ тахеометромъ Крейтера и имѣетъ слѣдующее устройство: онъ представляетъ въ ниж-



Черт. 394.

[1]) Тахиметры-автоматы даютъ возможность находить $u = Dign$ и $D = a \cdot cos^2 u$, *не прибѣгая къ вычисленіямъ*, а путемъ непосредственнаго отсчитыванія ихъ по особо устроеннымъ для этого частямъ инструмента. Первоначально, до Вагнера, тахеометръ-автоматъ былъ предложенъ *Крейтеромъ* и имѣлъ слѣдующее устройство. (черт. 394с). На трегеръ повторительнаго теодолита (съ закрытымъ лимбомъ) въ полуцилиндриче-

ней своей части обыкновенный повторительный теодолитъ, подъ лимбомъ L котораго помѣщается буссоль BB' въ видѣ трубочки по системѣ Муано. Иногда эта буссоль замѣняется оріентиръ-буссолью въ видѣ продолговатой прямоугольной коробки, прикрѣпленной къ подставкѣ P трубы и вращающейся на вертикальной оси, причемъ на одной изъ короткихъ ея стѣнокъ имѣется индексъ, движущійся по дугѣ круга, параллельной плоскости лимба; снизу коробки, въ вырѣзѣ дуги, находится закрѣпительный винтъ коробки буссоли. Благодаря дугѣ и винту, нулевой діаметръ буссоли можно установить параллельно коллимаціонной плоскости трубы. Лимбъ теодолита закрытый. На алидадѣ помѣщается на подставкахъ P труба, переводящаяся окуляромъ черезъ зенитъ. Подставка въ видѣ сквозной конической колонки привинчена къ алидадѣ тремя винтами; трегеръ, а съ нимъ и горизонтальная ось вращенія H трубы, подъ дѣйствіемъ этихъ винтовъ, можетъ быть наклонена къ плоскости лимба. Въ трубѣ помѣщается дальномѣръ Эртеля съ подвижными нитями. Винты для установки нитей прикрыты особымъ, надѣтымъ на окулярное колѣно кольцомъ съ двумя отверстіями. Вращая это кольцо, можно подъ нимъ скрывать винты дальномѣрныхъ нитей. Послѣ установки салазокъ дальномѣрныхъ нитей, онѣ закрѣпляются при діафрагмѣ четырьмя винтиками, также прикрывающимися подвижнымъ кругомъ съ 4 отверстіями; плоскость круга перпендикулярна къ геометрической оси трубы. Параллельно оптической оси къ трубѣ прикрѣплена *подвижная линейка* gg' съ дѣленіями; линейка эта двигается вмѣстѣ съ трубою около горизонтальной оси H трубы. Внизу при подставкѣ P трубы

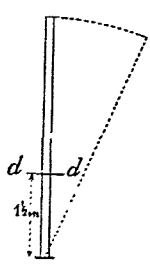


черт. 394с.

ской обоймѣ помѣщалась переводящаяся черезъ зенитъ зрительная труба съ уровнемъ на ней и зеркаломъ, какъ въ нивеллирѣ *Эртеля* (стр. 427, черт. 260). Вмѣстѣ съ трубой на горизонтальной ея оси, вращалась наклонная линейка A, параллельная визирной оси трубы, для откладыванія читанныхъ по рейкѣ наклонныхъ разстояній. Для полученія автоматически горизонтальнаго проложенія разстояній служила линейка B, помѣщенная на алидадѣ лимба. Вдоль линейки B двигалась въ обоймѣ линейка превышеній C.

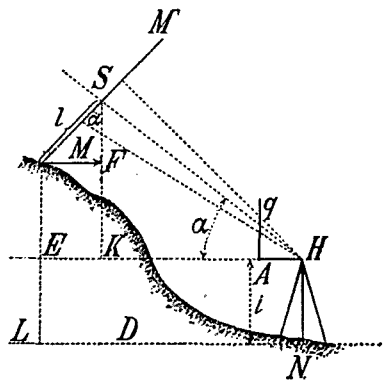
на алидадѣ помѣщается вторая линейка AA', остающаяся *неподвижной* при наклоненіяхъ трубы. Верхнее ребро ея параллельно плоскости лимба. Вдоль неподвижной линейки AA', при помощи роликовъ R и R' перемѣщается прямоугольный *проектирующій* треугольникъ mRR', удерживаемый на линейкѣ AA' особымъ крючкомъ K съ пружиною. На отвѣсномъ катетѣ этого треугольника помѣщена подвижная, при помощи винта m, шкала xy съ дѣленіями. *Дѣленія линеекъ* xy, gg' и AA' *нанесены въ одномъ и томъ же масштабѣ.* На горизонтальномъ катетѣ проектирующаго треугольника прикрѣпленъ указатель съ верньеромъ v' для отсчитыванія по линейкѣ AA'. На вертикальномъ катетѣ слѣва помѣщенъ второй по счету неподвижный верньеръ Z', предназначенный для отсчетовъ на вертикальной линейкѣ xy съ лѣвой ея стороны. По линейкѣ gg' движется рама OK' съ двумя верньерами; изъ нихъ одинъ горизонтальный v — для отсчитыванія по самой линейкѣ gg' и другой вертикальный Z — для отсчетовъ справа по вертикальной линейкѣ xy. Верньеръ Z вращается около оси O, находящейся въ подвижной рамѣ OK' и при всякомъ положеніи зрительной трубы, а слѣдовательно и линейки gg'; къ нему можетъ быть *плотно придвинутъ* катетъ xy проектирующаго треугольника. Рама OK' держится на линейкѣ gg' наверху при помощи паза, а внизу крючкомъ K' съ пружиною. На горизонтальную ось H трубы насаживается цилиндрическій уровень u'''; при трубѣ параллельно оптической оси закрѣпленъ неподвижно второй двухсторонній уровень u'', т. е. съ двумя одинаково шлифованными и одинаково раздѣленными сторонами (верхней и нижней) стеклянной трубки, видимой въ прорѣзахъ оправы. На горизонтальную линейку AA' можетъ накладываться вспомогательный уровень u, а на проекціонномъ треугольникѣ параллельно горизонтальному катету закрѣпленъ четвертый по счету уровень u'. Сверхъ того на алидадѣ помѣщенъ круглый уровень между подставками трубы.

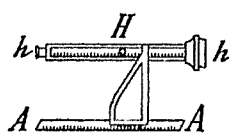
Необходимою принадлежностью тахиметра служитъ рейка, у которой въ полутора метрахъ (0,67 саж.) отъ низу, перпендикулярно къ длинному ея краю привинчивается пластинка-діоптръ dd (черт. 395) *для визированія на горизонтальную ось* H *вращенія трубы инструмента. При употребленіи рейка держится* не отвѣсно, а *наклонно*, а именно съ помощію этого діоптра рейка наклоняется до положенія, перпендикулярнаго къ оптической оси зрительной трубы.



черт. 395.

Теорія тахиметра Вагнера. Допустимъ, что на наклонной мѣстности, въ точкѣ M (черт. 396) помѣщена дальномѣрная рейка MM' съ дѣленіями 1 : 100, наклоненная помощію визированія черезъ діоптръ до положенія перпендикуляра къ оптической оси HS трубы. Въ точкѣ N по-





черт. 396.

ставленъ инструментъ, высота котораго надъ землею равна i. Пусть далѣе qH — длина, соотвѣтствующая линіи HS, уменьшенной въ n разъ, т. е. $qH = \frac{HS}{n}$: тогда, проведя линію $qA // KS$, найдемъ

$$AH = \frac{HK}{n} \quad \text{и} \quad qA = \frac{SK}{n}.$$

Допустимъ, что qH нанесено въ масштабѣ $\frac{1}{n}$ на линейку gg', тогда на линейкахъ AA' и xy отъ точки H получимъ AH и qA, выражающія HK и SK въ томъ же масштабѣ $\frac{1}{n}$. Очевидно, что и при всякомъ новомъ положеніи зрительной трубы или все равно линеекъ gg' и xy (движущейся по AA) можно получить соотвѣтствующія горизонтальныя и вертикальныя разстоянія въ томъ же самомъ масштабѣ $\frac{1}{n}$, если только по линейкѣ gg' будемъ въ масштабѣ $\frac{1}{n}$ откладывать наклонныя разстоянія, какъ это сдѣлано съ HS. Изъ теоріи дальномѣра извѣстно, что, при перпендикулярномъ положеніи рейки MM' къ оптической оси HS зрительной трубы, отсчетъ a по рейкѣ выразитъ разстояніе HS.

Покажемъ, какъ на инструментѣ получаются искомое проложеніе $D = LN$ линіи мѣстности MN (черт. 396) и превышеніе ML точки M надъ точкою N.

Изъ чертежа видно, что

$$LN = D = EH = HK + KE.$$

Обозначимъ черезъ α уголъ наклона линіи HS визированія, и высоту MS діоптра S, считаемую по рейкѣ, черезъ l, тогда изъ чертежа получимъ: уголъ $MSF = SHK = \alpha$,

$$HK = HS \,.\, Cos\alpha \quad \text{и} \quad KE = MF = l \,.\, Sin\alpha,$$

такъ что

$$D = LN = HS \,.\, Cos\alpha + l \,.\, Sin\alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (D)$$

Подобнымъ же образомъ найдемъ

$$h = ML = LE + KS - SF = KS + HN - SF$$

или

$$h = HS \,.\, Sin\alpha + i - l \,.\, Cos\alpha \,^{1}) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (h)$$

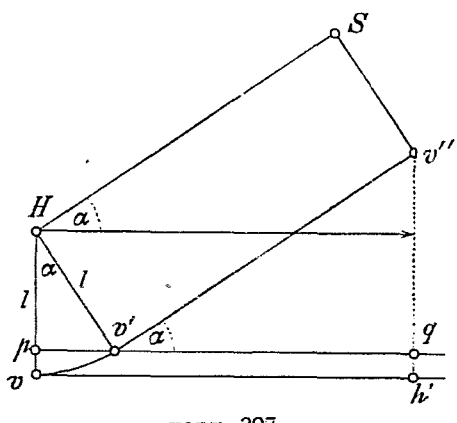
Изъ сдѣланнаго разсмотрѣнія видно, что HA и qA, выражающія соотвѣтственно длины HK и KS въ масштабѣ $\frac{1}{n}$, не даютъ искомыхъ D и h. Чтобы инструментъ автоматически давалъ D и h, Вагнеръ, съ цѣлію полученія поправочныхъ членовъ $l \,.\, Sin\alpha$ и $(i - l Cos\alpha)$ при наклонно стоящей рейкѣ MM' и дающей при помощи дальномѣра разстояніе HS, предложилъ *ось вращенія O подвижного верньера Z* (вращающагося на рамѣ OK' около точки O и скользящаго справа по катету xy проектирующаго треугольника) *помѣщать ниже горизонтальной оси вращенія H трубы на ве-*

---

[1]) Сличи съ формулою $h = i + Dtg\,\alpha - V$ (стр. 571).

личину $\frac{l}{n}$ (откладывая ее по перпендикуляру къ оптической оси HS), *равную высоть* l *на рейкѣ діоптра* S, *взятой—въ томъ же масштабѣ* $\frac{1}{n}$ (*въ какомъ нанесены дѣленія на линейки* gg', AA', и xy).

Допустимъ, что въ инструментѣ это условіе выполнено, и пусть $HSv'v''$ (черт. 397) есть *плоскость линейки* gg', причемъ HS совпадаетъ съ наклонно стоящей (подъ угломъ α къ горизонту) оптической осью зрительной трубы. Если v на чертежѣ 397 соотвѣтствуетъ оси O вращенія верньера Z (черт. 394), и $Hv = \frac{l}{n}$, то послѣ поворота HS на уголъ α линія Hv опишетъ уголъ $vHv' = \alpha$. Точка v (ось O) перемѣстится по дугѣ въ v'. Послѣ того, какъ труба наклонена и прочтено разстояніе HS (черт. 396), оно откладывается въ масштабѣ $\frac{1}{n}$ съ помощію верньера v' (черт. 394) на линейкѣ gg'. На чертежѣ 397 оно изображается линіею $v'v''$, такъ какъ ось O вмѣстѣ съ рамою OK' и ея верньеромъ v' (черт. 394) пробѣжитъ ту же длину $\frac{HS}{n}$. Уголъ $v''\ v'\ q = \alpha$. И такъ на чертежѣ 397 $v'\ v''$ изобразить $\frac{HS}{n}$ (черт. 396). Вертикальный катетъ xy проектирующаго треугольника изъ положенія Hpv (черт. 397) перемѣстится въ положеніе $v''\ qh'$. Само собою разумѣется, что каждая точка верньера Z (въ частности и нуль его) пробѣгаетъ ту же длину *по вертикали*, какую пробѣгаетъ ось вращенія O; и мы будемъ имѣть: $vh' = v'q + pv'$ (горизонтальный катетъ).



черт. 397.

Точно такъ же $v''\ h' = v''\ q + pv$ (вертикальный катетъ) или

$$v''\ h' = v''\ q + (Hv - Hp).$$

Послѣ замѣны $Hv = \frac{l}{n}$ и $v'\ v'' = \frac{HS}{n}$, найдемъ

$$vh' = \frac{HS}{n} Cos\,\alpha + \frac{l}{n} .\ Sin\,\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$v''h' = \frac{HS}{n} Sin\,\alpha + \frac{l}{n} - \frac{l}{n} Cos\ \alpha \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

Изъ равенствъ (D) и (h), по раздѣленіи ихъ на n, находимъ:

$$\frac{D}{n} = \frac{HS}{n} .\ Cos\ \alpha + \frac{l}{n} .\ Sin\,\alpha = vh', \text{ [см. формулу (1)]};$$

$\frac{h}{n} = \frac{HS}{n} .\ Sin\ \alpha + \frac{i}{n} - \frac{l}{n} Cos\,\alpha$; вычитая отсюда по частямъ равенство (2), найдемъ: $\frac{h}{n} - v''h' = \frac{i}{n} - \frac{l}{n}$, откуда $\frac{h}{n} = v''\ h' + \frac{i-l}{n}$. . . . . (3).

т. е. vh' даетъ D въ масштабѣ $\frac{1}{n}$, а $v''h'$ отличается отъ h на величину $(i—l)$, взятую въ томъ же масштабѣ $\frac{1}{n}$. Очевидно, что, если $i = l = 1{,}5$ *metr* то $v''h'$ въ масштабѣ $\frac{1}{n}$ точно дастъ искомое превышеніе $h = ML$.

Для того, чтобы не вводить поправочнаго члена $i—l$ въ отсчетъ $v''h'$ по шкалѣ xy, необходимо устанавливать инструментъ въ полѣ *всегда* на одной и той же высотѣ i, равной $l = 1{,}5$ *metr*. Этого легко достигнуть, придавъ нити отвѣса постоянную длину, соотвѣтствующую вѣсотѣ i инструмента $= 1{,}5$ *metr*., и устанавливая каждый разъ инструментъ такъ, чтобы шпицъ отвѣса касался головки вколоченнаго въ землю деревяннаго кола, обозначающаго проекцію центра лимба, при полномъ натяженіи нити отвѣса. При установкѣ инструмента на произвольную высоту въ отсчетъ по вертикальной шкалѣ превышеній необходимо вводить поправку $= i — l$. Чтобы на тахеометрѣ Вагнера прочесть превышеніе h подошвы инструмента N надъ подошвою M рейки, замѣтимъ себѣ, что въ то время, какъ линейка gg' стоитъ параллельно линейкѣ AA', которая приведена въ горизонтальное положеніе (черт. 396 низъ), оптическая ось HS трубы также занимаетъ горизонтальное положеніе hh' и, слѣдовательно, уголъ наклона $\alpha = 0$, а потому превышеніе $h = 0$. На основаніи этого верньеръ Z долженъ давать отсчетъ, равный нулю, по правой сторонѣ шкалы xy при горизонтальномъ положеніи линеекъ AA' и gg'. При наклонѣ α трубы, отличномъ отъ нуля, превышеніе h должно само собой прочитываться по верньеру Z и соотвѣтствовать опредѣленному по линейкѣ AA' проложенію D наклоннаго разстоянія HS. Неподвижно закрѣпленный слѣва при вертикальномъ катетѣ mR' проектирующаго треугольника верньеръ Z' служитъ для того, чтобы по шкалѣ xy можно было сразу читать высоту (альтитуду) точки M. Съ этою цѣлью на линейкѣ xy оставлена бѣлая полоса изъ целлюлоида для надписи цифръ. Сдѣлавъ надпись на лѣвой сторонѣ линейки xy съ такимъ расчетомъ, чтобы можно было, дѣйствуя винтомъ m, поставить линейку xy по верньеру Z' на отсчетъ, равный альтитудѣ точки стоянія N[1]) съ инструментомъ, получается возможность по верньеру Z сразу читать альтитуды пикетовъ M.

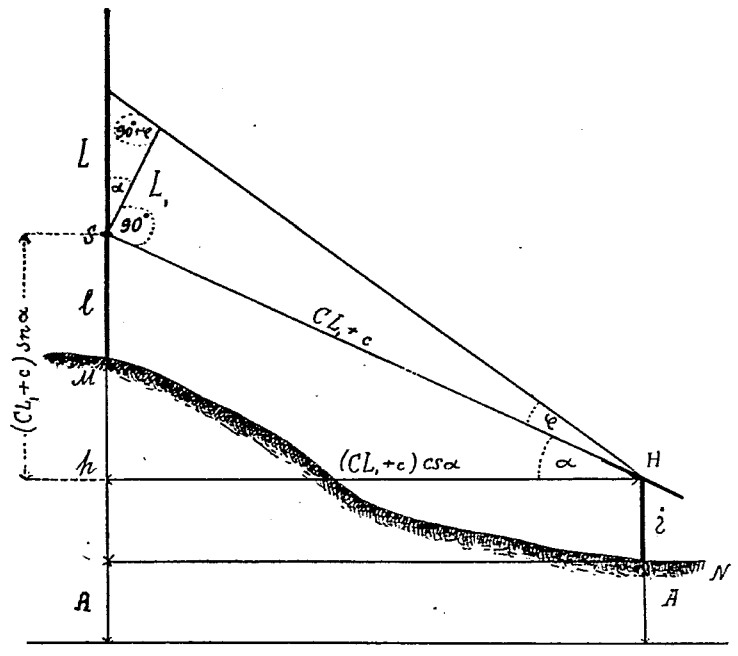
На основаніи вышеизложеннаго становится яснымъ, что употребленію инструмента должна предшествовать его повѣрка. *Употребленіе* вывѣреннаго *тахиметра Вагнера* крайне просто; оно состоитъ въ томъ, что, придя въ точку N съ инструментомъ, ставятъ его надъ колоМъ P точки N такъ, чтобы высота i инструмента была равна 1,5 *metr*. (или мѣряютъ высоту i). Послѣ этого устанавливаютъ вертикальную шкалу xy винтомъ m по верньеру Z' на отсчетъ, равный альтитудѣ станціи плюсъ $(t — 1{,}5$ м.); приводятъ лимбъ въ горизонтальное положеніе, совмѣщаютъ нуль алидады съ нулемъ лимба, отпускаютъ стрѣлку бусоли и оріентируютъ лимбъ по

[1]) Если высота инструмента не равна 1,5 *metr*., то въ отсчетъ, равный альтитудѣ станціи, вводится съ соотвѣтствующимъ знакомъ поправка $i — 1{,}5$ *m*.

магнитному (или истинному) меридіану. Выставивъ въ точкѣ M рейку перпендикулярно къ оси HS трубы, визируютъ крестомъ нитей на діоптръ рейки, гдѣ стоитъ нуль и дѣлаютъ по дальномѣру отсчетъ на рейкѣ, предварительно, закрѣпивъ нажимательные винты алидады и трубы. Получивъ по дальномѣру наклонное разстояніе HS, продвигаютъ раму OK по линейкѣ gg' до тѣхъ поръ, пока по верньеру v рамы OK' не получится отсчетъ, равный $HS+$ постоянное c дальномѣра, послѣ этого проектирующій треугольникъ продвигаютъ по линейкѣ AA' до тѣхъ поръ, пока катетъ yx плотно приляжетъ къ верньеру Z, тогда отсчетъ по верньеру v на линейкѣ AA' даетъ горизонтальную проекцію наклоннаго разстоянія отъ рейки до средины инструмента, а по верньеру Z прочтется альтитуда пикета M. Отсчетъ по горизонтальному лимбу дастъ азимутъ направленія NM.

Для понижающейся мѣстности также возможно сдѣлать чертежи, подобные 396 и 397, и повторить предшествующій выводъ и разсужденія, при этомъ правила употребленія инструмента остаются тѣ же самыя.

Замѣчаніе. Выше было указано, что *при употребленіи тахиметра Вагнера дальномѣрная рейка держится* не отвѣсно, *а наклонно*, до положенія, перпендикулярнаго къ оптической оси зрительной трубы. Однако, возможны случаи, когда является желательнымъ работать при *вертикально стоящей рейкѣ*. Поэтому не безполезно будетъ отмѣтить здѣсь способъ употребленія инструмента и при отвѣсно стоящей рейкѣ.



Черт. 396а.

Для этого обратимся къ черт. (396а), и установимъ зависимость между извѣстными, постоянными величинами инструмента и дальномѣрной рейки, а равно и отсчетами по ней, — съ одной стороны, и искомыми величинами, горизонтальнымъ проложеніемъ наклонныхъ разстояній и высотами пикетовъ (точекъ постановокъ рейки)—съ другой.

Для предыдущаго случая (когда рейка держится наклонно) эта зависимость выражена формулами (D) и (h) (на стр. 629, согласно черт. 396), которыя, по выраженіи въ нихъ наклоннаго разстоянія HS черезъ постоянныя дальномѣра и отсчеты по рейкѣ, примутъ видъ:

$$D=(CL+c)\cos\alpha\pm l\sin\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$h=\pm(CL+c)\sin\alpha-l\cos\alpha+i \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2),$$

гдѣ C—постоянный для дальномѣра множитель, зависящій отъ разстоянія между дальномѣрными нитями. Въ тахиметрѣ Вагнера $C=100$, c—вторая постоянная, зависящая отъ фокуснаго разстоянія и длины зрительной трубы; у Вагнера $c=0.6$ metr. L—отрѣзокъ, видимый въ трубу между дальномѣрными нитями, который совмѣстно съ C даетъ устанавливаемое по верхней линейкѣ gg' (черт. 394) наклонное разстояніе CL.

Величины D, h, l, α и i извѣстны изъ предыдущаго.

Верхніе знаки равенствъ (1) и (2) соотвѣтствуютъ повышающейся (отъ инструмента къ рейкѣ) мѣстности, а нижніе—понижающейся.

Для разсматриваемаго случая, примѣнительно къ черт. 396а получимъ:

$$D=(CL_1+c)\ cs\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

$$h=\pm(CL_1+c)\ sn\alpha-l+i \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

послѣдняя формула написана въ предположеніи, что абсолютная отмѣтка (высота) станціи, т. е. точки стоянія съ инструментомъ надъ общимъ горизонтомъ, за который обыкновенно принимается уровень моря, равна нулю. Если же она выражается нѣкоторой другой величиной, напр. A, то равенство (4) перепишется такъ:

$$h=\pm(CL_1+c)\ sn\alpha-l+i+A \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5),$$

гдѣ L_1—тотъ отсчетъ по рейкѣ, который получился бы, если бы рейка была наклонена до положенія перпендикулярнаго къ оптической оси трубы. При отвѣсной же рейкѣ мы прочтемъ не L_1, а L. Поэтому въ рав. (3) и (5) замѣнимъ неизвѣстную величину L_1 черезъ извѣстныя L, α и φ, гдѣ α—уголъ наклона къ горизонту линіи визированія средней нитью трубы нануль рейки, а φ уголъ между крайними (верхней и нижней) нитями дальномѣра.

Изъ черт. 396а имѣемъ:

$$L_1=L\frac{sn(90^0+\alpha\pm\varphi)}{sn(90^0\pm\varphi)}=L\frac{cs(\alpha\pm\varphi)}{cs\varphi}=L\frac{cs\alpha\ cs\varphi\mp sn\alpha\ sn\varphi}{cs\varphi}=L(cos\alpha\mp sn\alpha^0\ tg\varphi).$$

Подставляя вмѣсто L_1 его значеніе въ рав. (3) и (5), получимъ:

$$D=[CL(cs\alpha\mp sn\alpha\ tg\varphi)+c]\ cs\alpha=CL\,cs^2\alpha\mp CL\ sn\alpha\ cs\alpha\ tg\varphi+c.cos\alpha$$

но $$C\ tg\varphi=ctg\varphi\ tg\varphi=1.$$

Слѣдовательно,

$$D=\ CL\ cs^2\alpha\mp L\ sn\alpha\ cs\alpha+c\,.\,cs\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

$$h=\pm[CL\ (cs\alpha\mp sn\alpha\ tg\varphi)+c]\ sn\alpha-l+i+A=$$
$$=\pm CL\,cs\alpha\ sn\alpha-CL\,sn^2\alpha\ tg\varphi\pm c.sn\alpha-l+i+A=$$
$$=\pm CL\,sn\alpha\ cs\alpha-L\,sn^2\alpha\pm c\,.\,sn\alpha-l+i+A \quad \ldots\ldots\ldots (7)$$

Такъ какъ точное значеніе величинъ D и h, опредѣляемыхъ равенствами (6) и (7), на инструментѣ Вагнера автоматически получить нельзя, то приходится итти приближеннымъ путемъ: сначала на автоматѣ получаютъ приближенныя значенія D и h, соотвѣтствующія формуламъ (1) и (2), а затѣмъ полученные результаты исправляютъ на величины, взятыя изъ заранѣе составленной таблицы поправокъ.

Для простоты, въ дальнѣйшемъ будемъ разсматривать только тотъ случай, когда мѣстность повышается отъ инструмента къ рейкѣ.

Положимъ, по отвѣсно стоящей рейкѣ сдѣланъ отсчетъ L. Отложимъ сначала на линейкѣ gg' (черт. 394) наклонное разстояніе CL, уменьшенное на величину второй постоянной дальномѣра $c=0.6$ metr., т. е. $CL-c$.

Тогда соотвѣтствующее горизонтальное проложеніе D_1, получаемое автоматически на линейкѣ AA' (черт. 394), представится равенствомъ:

$$D_1 = (CL - c + c)\ cs\alpha + l sn\alpha = CL\ cs\alpha + l sn\alpha.$$

Полученную величину D_1 тоже отложимъ на вышеупомянутой линейкѣ gg', тогда соотвѣтствующее ей горизонтальное проложеніе

$$D_2 = (CL\ cs\alpha + l sn\alpha + c)\ cs\alpha + l sn\alpha = CL\ cs^2\alpha + l sn\alpha\ cs\alpha + C.cs\alpha + l sn\alpha.$$

Посмотримъ, какъ отличается величина D_2 отъ искомаго значенія D, опредѣляемаго равенствомъ (6)

$$D - D_2 = -L sn\alpha\ cs\alpha - l sn\alpha\ cs\alpha - l sn\alpha = -L sn\alpha\ cs\alpha - l sn\alpha\ (1 + cs\alpha)$$

отсюда

$$D = D_2 - [L sn\alpha\ cs\alpha + l sn\alpha\ (1 + cs\alpha)] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Для высоты точки постановки рейки, при наклонномъ разстояніи, откладываемомъ по линейкѣ gg', равнымъ $D_1 = CL\ cs\alpha + l sn\alpha$, согласно равенства (2), получимъ:

$$h_2 = (CL\ cs\alpha + l sn\alpha + c)\ sn\alpha - l cs\alpha + i + A =$$
$$CL\ cs\alpha\ sn\alpha + l sn^2\alpha + c.sn\alpha - l cs\alpha + i + A.$$

Сопоставляя величину h_2 съ искомой высотой h, получимъ:

$$h - h_2 = -L sn^2\alpha - l sn^2\alpha + l cs\alpha - l = -[(L + l)\ sn^2\alpha - l(1 - cs\alpha)]$$

отсюда

$$h = h_2 - [(L + l)\ sn^2\alpha - l\ (1 - cs\alpha)] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Заключенные въ квадратныя скобки поправочные члены равенствъ (8) и (9) берутся изъ нижеслѣдующей таблицы по аргументамъ L и α.

Углы α	Поправки гориз. прол. $\mp[L\,sn\alpha.cs\alpha + l.sn\alpha\,(1+cs\alpha)]$ Отсчеты по рейкѣ.			Поправки высотъ $-[(L+l)\,sn^2\alpha + l\,(1-cs\alpha)]$ Отсчеты по рейкѣ.			Углы α
	o	1 m	2 m	o	1 m	2 m	
0	m	m	m	m	m	m	0
2	0,1	0,1	0,2	0,00	0,00	0,00	2
4	0,2	0,3	0,3	0,00	0,00	0,00	4
6	0,3	0,4	0,5	0,00	0,05	0,05	6
8	0,4	0,6	0,7	0,05	0,05	0,10	8
10	0,5	0,7	0,9	0,05	0,10	0,10	10
12	0,6	0,8	1,0	0,10	0,05	0,20	12
14	0,7	1,0	1,2	0,15	0,20	0,25	14
16	0,8	1,1	1,3	0,15	0,25	0,30	16
18	0,9	1,2	1,5	0,20	0,30	0,40	18
20	1,0	1,3	1,6	0,30	0,40	0,50	20
22	1,1	1,4	1,8	0,30	0,45	0,60	22
24	1,2	1,5	1,9	0,40	0,55	0,70	24
26	1,2	1,6	2,0	0,45	0,65	0,80	26
28	1,3	1,7	2,2	0,50	0,75	0,95	28
30	1,4	1,8	2,3	0,60	0,85	1,10	30

Таблица составлена при $l = 1.5$ metr. для отсчетовъ по рейкѣ L равныхъ 0, 1 и 2 metr. при измѣненіи угла α отъ 2^0 до 30^0 черезъ каждые 2^0. Уголъ α можетъ быть отсчитанъ по транспортиру, прикладываемому къ линейкамъ автомата xy и gg' (черт. 394).

Примѣръ: положимъ $L = 0.984$ metr. и $\alpha = +12^0$

Тогда $CL - c = 98.4$ m. $- 0.6$ m. $= 97.8$ metr. отложивъ наклонное разстояніе 97.8 m. на линейкѣ gg' (черт. 394) по AA' прочтемъ соотвѣтствующее горизонтальное проложеніе $D_1 = +97.0$. Откладывая затѣмъ на той же линейкѣ gg' величину $D_1 = +97.0$, по линейкѣ AA' получимъ $D_2 = +95.7$ m., а по xy прочтемъ $h_2 = +53.90$ metr. Выбравъ затѣмъ изъ таблицы соотвѣтствующія поправки для $L = 1$ metr. и $\alpha = 12^0$, получимъ окончательныя значенія

$$D = +95.7 \text{ metr.} - 0.8 \text{ metr.} = 94.9 \text{ metr.}$$
$$h = +53.90 \text{ metr.} - 0.15 \text{ metr.} = 53.75 \text{ metr.}$$

Въ заключеніе замѣтимъ, такъ какъ по линейкѣ gg' можно откладывать разстоянія не свыше 200 metr., то при употребленіи тахиметра Вагнера при разстояніяхъ бо́льшихъ 200, но меньшихъ 400 metr. можно поступить слѣдующимъ образомъ: отложимъ сначала на линейкѣ gg' половину прочитаннаго по рейкѣ наклоннаго разстоянія, т.-е. $\frac{CL}{2}$ и прочтемъ соотвѣтствующее горизонтальное проложеніе по линейкѣ AA' (черт. 394). Пусть оно будетъ D_1. Тогда, согласно предыдущаго, имѣемъ:

$$D_1 = \left(\frac{CL}{2} + c\right) cs\alpha + l sn\alpha$$

Искомое же горизонтальное проложеніе будетъ

$$D = (CL + c)\ cs\alpha + l\ sn\alpha.$$

Вычитая изъ 2-го равенства удвоенное 1-е, получимъ

$$D - 2D_1 = -(c\,.\,cs\alpha + l\ sn\alpha)$$

или

$$D = 2D_1 - (c\,.\,cs\alpha + l\ sn\alpha)$$

Подобнымъ образомъ можно получить

$$h = 2h_1 - (c\,.\,sn\alpha - l\ cs\alpha + i + A).$$

Нетрудно усмотрѣть, что заключенные въ круглыя скобки поправочные члены послѣднихъ двухъ равенствъ представляютъ собою горизонтальное проложеніе и высоту точки постановки рейки, соотвѣтствующія наклонному разстоянію $CL = 0$.

Отсюда заключаемъ: чтобы получить D и h, соотвѣтствующія наклонному разстоянію бо́льшему 200 и меньшему 400 metr., предварительно получаютъ D_1 и h_1, соотвѣтствующія половинѣ прочитаннаго по рейкѣ наклоннаго разстоянія. Затѣмъ, установивъ раму OK' (черт. 394) такъ, чтобы верньеръ v' совпалъ съ нулемъ дѣленій линейки gg', читаютъ по линейкамъ AA' и xy горизонтальное проложеніе D_2 и высоту h_2, соотвѣтствующія наклонному разстоянію $CL = 0$.

Тогда искомое $D = 2D_1 - D_2$

и $h = 2h_1 - h_2$.

§ 251. **Повѣрки тахеометра Вагнера** должны относиться какъ къ частямъ его, представляющимъ изъ себя повторительный теодолитъ (съ оріентиръ-буссолью, дальномѣромъ Эртеля, уровнями на трубѣ и на горизонтальной ея оси вращенія), такъ и къ линейкамъ его gg', AA' и xy, а также и къ мѣсту прикрѣпленія оси O верньера Z. Въ тахиметрѣ какъ теодолитѣ нужно провѣрить слѣдующія условія.

1) *Вѣрность дѣленій лимба и верньеровъ алидады* (см. §§ 86 и 87).

2) *Отсутствіе въ алидадѣ эксцентрицитета*, превосходящаго двойную точность (20″) верньера, т. е. 40″ (см. § 88).

3) *Параллельность оси круглаго уровня, закрѣпленнаго на алидадѣ вертикальной оси вращенія инструмента* (см. § 89, черт. 107).

4) *Совпаденіе осей вращенія лимба и алидады* (см. § 95).

5) *Параллельность оси цилиндрическаго уровня, помѣщающагося на горизонтальной оси вращенія трубы, съ этою осью* (см. § 94).

6) *Перпендикулярность коллимаціонной плоскости трубы къ плоскости лимба.* Это условіе распадается на двѣ части: а) *на параллельность горизонтальной оси вращенія трубы и плоскости лимба* (см. § 94) и б) *перпендикулярность оптической оси трубы къ горизонтальной оси ея вращенія*, т. е. *отсутствіе коллимаціонной ошибки въ предѣлахъ точности отсчитыванія по верньерамъ алидады* (см. § 90).

7) *Надлежащая чувствительность двусторонняго уровня, закрѣпленнаго на трубѣ, и параллельность его оси визирной оси трубы* (см. повѣрки тахеометра Муано § 241).

8) *Опредѣленіе постояннаго с дальномѣра Эртеля* (§ 221) *и надлежащее положеніе дальномѣрныхъ нитей.* (Установку подвижныхъ нитей дальномѣра см. § 229 и 230).

9) *Параллельность нулевого діаметра буссоли коллимаціонной плоскости трубы* (см. §§ 127 и 242).

Установка сѣтки въ положеніе, при которомъ, дальномѣрныя нити перпендикулярны къ вертикальной оси вращенія инструмента, дѣлается такъ же, какъ въ нивеллирѣ и тахеометрѣ Муано.

Отъ тахеометра Вагнера, какъ отъ прибора автоматически дающаго горизонтальное проложеніе и превышеніе, необходимо требовать выполненія слѣдующихъ условій.

10) *Дѣленія у каждой изъ 3-хъ линеекъ и ихъ верньеровъ должны быть равны между собою* (повѣрка дѣлается подобно указанной на стр. 114 и 115 въ §§ 86 и 87) и сверхъ того *дѣленія на линейкахъ и на вертикальномъ катетѣ проектирующаго треугольника должны быть одинаковы.* Опредѣленіе цѣны одного дѣленія у каждой изъ трехъ линеекъ дѣлается путемъ сравненія промежутка въ 10—20 дѣленій на каждой линейкѣ съ дѣленіями вывѣреннаго масштаба.

Неравенство и неодинаковость дѣленій линеекъ покажетъ ихъ непригодность къ употребленію.

11) *Подставки у дополнительнаго уровня и* (черт. 394), *накладываемаго на верхнія ребра подвижной и неподвижной линеекъ, должны быть равны.*

Поставивъ уровень на неподвижную (при алидадѣ) линейку AA', приводимъ подъемными винтами инструмента пузырекъ его на середину трубки и, замѣтивъ мѣста ножекъ уровня, перекладываемъ его на томъ же мѣстѣ линейки. При уклоненіи середины пузырька отъ середины трубки, дѣлаемъ исправленіе уровня, передвигая пузырекъ на половину дуги отклоненія исправительными винтами, находящимися снизу у одной (распиленной поперекъ) изъ ножекъ уровня.

12) *Верхнее ребро неподвижной линейки на алидадѣ должно быть прямою линіею, перпендикулярною къ вертикальной оси вращенія инструмента; верхнее ребро подвижной (при трубѣ) линейки также должно быть прямою линіею, параллельною оптической оси трубы. Поверхности съ дѣленіями у обѣихъ линеекъ должны быть плоскостями, при томъ, какъ и верхнія ребра, параллельными коллимаціонной плоскости трубы.*

Приведя плоскость лимба тахеометра въ горизонтальное положеніе и установивъ пузырекъ двусторонняго уровня u'', закрѣпленнаго на трубѣ, на середину трубки, накладываютъ послѣдовательно на верхнія ребра линеекъ вывѣренный дополнительный уровень u. Продвигая уровень вдоль по ребрамъ линеекъ, замѣчаютъ, остается ли его пузырекъ всё время на одномъ и томъ же мѣстѣ трубки (на серединѣ). Если, при передвиженіи уровня, окажется, что уклоненіе происходитъ то къ одному, то къ другому его концу, то это укажетъ, что ребра не представляютъ собою прямыхъ линій. Устранить такой недостатокъ можетъ только механикъ. Если же окажется, что пузырекъ дополнительнаго уровня, при передвиженіи по ребру линейки, уклоняется *въ одну и ту же сторону*, то это покажетъ, что ребро не занимаетъ горизонтальнаго положенія. Приведеніе верхняго ребра подвижной линейки gg' въ надлежащее (при выполненіи условія 7-го, горизонтальное) положеніе достигается исправительными ея винтами (на черт. 394 справа отъ рамы OK'', при дѣленіи 140 линейки gg'). Въ нижней же линейкѣ надлежащая установка ея ребра достигается винтами, прикрѣпляющими линейку къ подставкѣ, подъ которыми дѣлаются продолговатые вырѣзы; благодаря этимъ вырѣзамъ ребро линейки можно наклонить относительно плоскости лимба. Повѣрка сторонъ линеекъ съ дѣленіями дѣлается визированіемъ сперва въ трубу, а затѣмъ вдоль линеекъ на одинъ и тотъ же удаленный предметъ. Визированіе вдоль реберъ и подраздѣленныхъ сторонъ можетъ убѣдить въ ихъ прямолинейности. При отсутствіи прямолинейности исправленіе поручается механику. Нарушеніе ихъ параллельности къ коллимаціонной плоскости трубы требуетъ передвиженія линеекъ по азимуту; это перемѣщеніе, если нѣтъ исправительныхъ горизонтальныхъ винтовъ при линейкахъ, поручается также механику.

13) *Вертикальный катетъ xy проектирующаго треугольника долженъ быть перпендикуляренъ къ верхнему ребру неподвижной линейки AA' при алидадѣ.*

На верхнее ребро линейки AA' накладываютъ вывѣренный треугольникъ однимъ катетомъ, а къ другому катету придвигаютъ проектирующій треугольникъ и смотрятъ,—совпадаетъ ли ребро xy съ вертикальнымъ катетомъ наложеннаго вспомогательнаго треугольника. Оказавшееся откло-

неніе катета *xy* уничтожаютъ перемѣщеніемъ по высотѣ оси одного изъ роликовъ, расположенныхъ при основаніи треугольника.

14) *Ось уровня u′ проектирующаго треугольника должна быть параллельна верхнему ребру линейки AA′ при алидадѣ.*

Приведя съ помощью дополнительнаго уровня *u* верхнее ребро линейки *AA′* въ горизонтальное положеніе, устанавливаютъ на него проектирующій треугольникъ и смотрятъ, занимаетъ ли пузырекъ уровня *u′* середину трубки. Въ случаѣ отклоненія середины пузырька, она совмѣщается съ серединою трубки исправительнымъ винтомъ уровня *u′*.

15) *Вертикальный катетъ проектирующаго треугольника долженъ проходить черезъ горизонтальную ось вращенія трубы, при совмѣщеніи нуля верньера v′ находящагося на горизонтальномъ катетѣ треугольника, съ нулемъ дѣленій неподвижной линейки AA′, укрѣпленной на алидадѣ.*

Приведя лимбъ въ горизонтальное положеніе по уровню *u′*, устанавливаютъ середину пузырька уровня *u″* при зрительной трубѣ на середину его трубки, совмѣщаютъ нуль горизонтальнаго верньера *v′* съ нулемъ неподвижной линейки *AA′* (при алидадѣ), послѣ чего плотно придвигаютъ вертикальный верньеръ *Z* вмѣстѣ съ рамою *OK′* къ вертикальному катету установленнаго проектирующаго треугольника и дѣлаютъ отсчетъ по верньеру *v″* рамы *OK′* на подвижной линейкѣ *gg′*. По переводѣ трубы черезъ зенитъ, повторяютъ установку и отсчетъ по линейкѣ *gg′*. Если отсчеты по линейкѣ *gg′* будутъ равны, то условіе выполнено, въ противномъ случаѣ, составивъ полусумму отсчетовъ, устанавливаютъ на нее верньеръ подвижной линейки *gg′* и, подвинувъ къ вертикальному верньеру *Z* рамы *OK′* вертикальный катетъ проектирующаго треугольника, устанавливаютъ нуль верньера *v′* (при основаніи треугольника) исправительными его винтами на нуль линейки *AA′* алидады. Передъ этою повѣркою необходимо убѣдиться простымъ разсматриваніемъ, что ось вращенія *O* верньера *Z* проходитъ черезъ его край.

16) *При прохожденіи вертикальнаго катета проектирующаго треугольника черезъ горизонтальную ось вращенія зрительной трубы, нуль верньера v″ подвижной линейки gg′, при совпаденіи края верньера Z съ вертикальнымъ катетомъ треугольника, долженъ совмѣщаться съ нулемъ дѣленій подвижной линейки gg′.*

Совмѣстивъ нуль верньера *v′* горизонтальной линейки *AA′* съ нулемъ ея дѣленій и приведя лимбъ и оптическую ось трубы въ горизонтальное положеніе, плотно придвигаютъ раму *OK′* съ верньеромъ *Z* къ вертикальному катету *xy* проектирующаго треугольника и дѣлаютъ отсчетъ по верньеру *v″* линейки *gg′*; если онъ отличается отъ нуля болѣе чѣмъ на точность верньера *v″*, то исправительными винтами перемѣщаютъ верньеръ *v″* такъ, чтобы нуль его совпалъ съ нулемъ дѣленій линейки *gg′*.

17) *Въ то время, когда линейка gg′ находится вправо отъ трубы, ось вращенія O подвижного верньера Z рамы OK′ должна при перемѣщеніи рамы описывать прямую, параллельную оптической оси трубы, отстоящую отъ горизонтальной оси вращенія H трубы внизъ на 1, 5 metr., взятыхъ въ масштабѣ нанесенія дѣленій на счетныя линейки.*

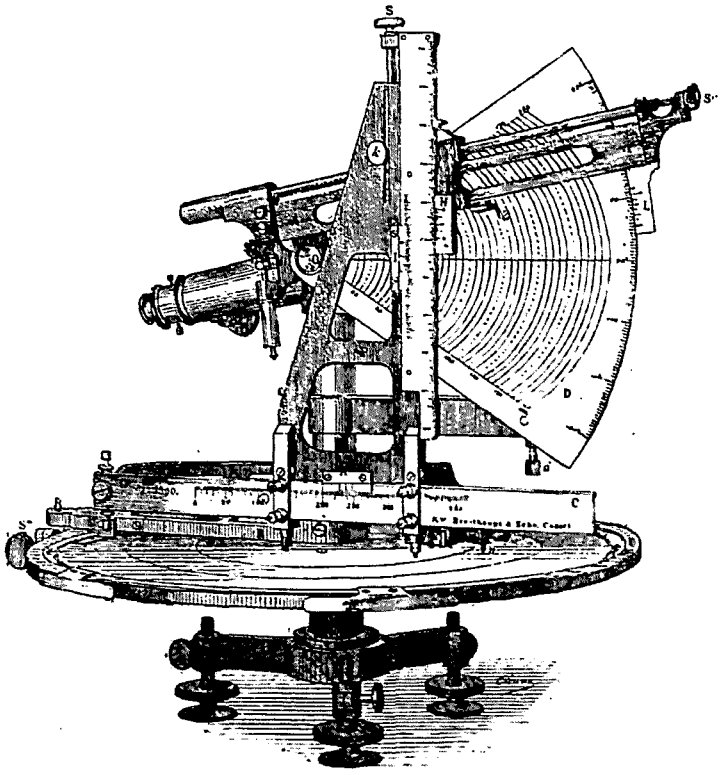
Приведя объ счетныя линейки, неподвижную AA' и подвижную gg' въ горизонтальное положеніе, продвигаютъ треугольникъ по линейкѣ AA' такъ, чтобы нуль нижняго верньера v' совпалъ съ нулемъ дѣленій линейки AA'. Къ треугольнику плотно придвигаютъ верньеръ Z и на вертикальномъ катетѣ проектирующаго треугольника xy дѣлаютъ по верньеру Z отсчетъ a. Послѣ этого переводятъ трубу черезъ зенитъ и повторяютъ установку линеекъ и отсчетъ по верньеру Z; пусть онъ $= b$. Если разность $(b - a)$ отсчетовъ въ масштабѣ линеекъ равна 3 metr., то условіе выполнено; въ противномъ случаѣ берутъ полуразность $\frac{1}{2}(b - a)$ отсчетовъ, вычитаютъ изъ нея 1,5 metr. (въ масштабѣ), и, если составленная такимъ образомъ разность $c = \frac{1}{2}(b - a) - 1{,}5$ получится положительной, то у повѣряемаго верньера Z опускаютъ (при второмъ положеніи трубы) ось вращенія O (а слѣдовательно, и ноль) на величину c. Если же c окажется отрицательной, то ось вращенія подымается на величину c. Для установки оси верньера Z сверху рамы имѣется исправительный винтъ.

18) *При горизонтальномъ положеніи неподвижной и подвижной (счетныхъ) линеекъ тахеометра, вертикальные верньеры Z и Z' проектирующаго треугольника должны давать одно и то же показаніе на шкалѣ вертикальнаго катета проектирующаго треугольника.*

Приведя въ горизонтальное положеніе объ линейки, дѣлаются отсчеты по обоимъ верньерамъ Z и Z'. Если отсчеты разнятся болѣе, чѣмъ на точность верньера, то лѣвый верньеръ Z' передвигаютъ до полнаго согласія его показанія съ показаніемъ подвижнаго верньера Z. Передвиженіе возможно, такъ какъ подъ винтами, прикрѣпляющими верньеръ Z' къ треугольнику, имѣются продолговатые вертикальные прорѣзы.

§ 252a. Тахиметръ-автоматъ Пуллеръ-Брейтгаупта. Высказанная инженеромъ Пуллеромъ мысль о возможности построить тахеометръ-автоматъ, *позволяющій* употреблять при немъ *вертикально* стоящую рейку и такимъ образомъ устранить одинъ изъ существенныхъ недостатковъ тахеометра Крейтера, усовершенствованнаго Вагнеромъ, дало основаніе механику Брейтгаупту, въ Касселѣ, приступить въ концѣ 1898 года къ осуществленію идеи Пуллера. Сконструированный Брейтгауптомъ тахиметръ-автоматъ Пуллера останавливаетъ на себѣ вниманіе 1) потому, что онъ позволяетъ, какъ уже замѣчено выше, употреблять вертикально-стоящую рейку, а во 2) помимо полученія по нему автоматически превышеній и горизонтальныхъ проложеній разстояній, онъ *одновременно* даетъ возможность, *на каждой станціи*, не только читать по лимбу азимуты направленій, но еще и *графически, въ опредѣленномъ масштабѣ*, получать *планъ мѣстности*. Сперва инструментъ былъ построенъ для масштаба 1 : 1000, а затѣмъ, въ 1903 году, для масштаба 1 : 2500. Существенная разница между обоими типами состоитъ въ томъ, что 1-й, какъ предназначаемый для болѣе крупнаго масштаба, при опредѣленіи дальномѣромъ разстояній $D = kl + c$, гарантируетъ 2-ю постоянную c и ея проекцію $c \cdot \cos\alpha$ и имѣетъ 1-ю постоянную $k = 100$, второй же, предназначемый для болѣе мелкаго

масштаба 1 : 2500 (этотъ масштабъ нѣсколько мельче нашего русскаго 25-тисаженнаго масштаба 1 : 2100) пренебрегаетъ 2-й постоянной c и даетъ $k = 200$.

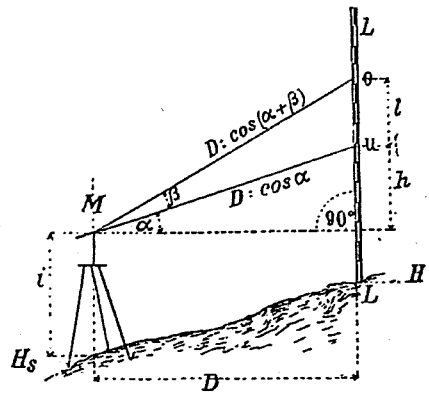


черт. 398.

Этотъ 2-й типъ тахиметра-автомата Пуллера-Брейтгаупта изображенъ на чертежѣ 398 и состоитъ изъ слѣдующихъ частей: на треножникѣ обычнаго типа съ 3 подъемными винтами помѣщается неподвижный горизонтальный кругъ (изъ магнолія) съ діаметромъ въ 36 cm. (14 дюйм.), подраздѣленный на $^1/_3{}^\circ$, въ центрѣ его сдѣлано круглое отверстіе, въ которое вставляется вертикальная ось вращенія, выступающая поверхъ круга въ видѣ колонны. Къ колоннѣ прикрѣплена подставка зрительной трубы, горизонтальная ось вращенія O которой наглухо связана съ секторомъ D. Труба имѣетъ сѣтку съ двумя дальномѣрными нитями (верхней o и нижней u) и снабжена двустороннимъ уровнемъ. На горизонтальномъ кругѣ при помощи верньера i можно дѣлать отсчеты до $1'$. Проектирующій аппаратъ состоитъ 1) изъ упомянутаго мѣднаго сектора D, скрѣпленнаго съ колонной такъ, что средняя его линія 0—90° можетъ быть точно установлена по горизонтальному направленію, 2) изъ шины AA, одновременно движущейся съ трубой и принимающей тотъ же наклонъ къ горизонту, что и труба. По шинѣ передвигается ползушка F съ указателемъ Z и съ вращающимся на оси ноніусомъ H; пользуясь кривыми, нанесенными на секторъ, дѣлается по индексу Z установка читанныхъ по дальномѣру разстояній, — сперва грубо отъ руки, а по закрѣпленіи нажимательнаго винта ползушки, точно — микрометреннымъ винтомъ S' при концѣ штанги AA, 3) изъ горизонтальной линейки CC, по которой читаются до 400 метровъ въ масштабѣ 1 : 2500 горизонтальныя проекціи откладываемыхъ по сектору D и штангѣ A наклонныхъ разстояній и 4) проектирующаго треугольника съ ноніусомъ K, движущимся вдоль линейки CC. Къ вертикальному катету треугольника прилегаетъ вплотную вращающійся на оси верньеръ H, по которому читаютъ превышенія. При

помощи нажимательнаго винта K и микрометреннаго S возможны перемѣщенія шкалы вертикальнаго катета, для установки по неподвижному вертикальному ноніусу I величинъ, связанныхъ съ альтитудой станціи H_s и высотой i инструмента. По сектору D возможно, по его внѣшней дугѣ, читать углы наклона до $1'$ по ноніусу L въ предѣлахъ $\pm 30^0$. Труба переводится черезъ зенитъ окуляромъ. По ноніусамъ H и I возможны отсчеты до 0,1 метра, а по верньеру K линейки C до 0,2 метра.

Теорія этого инструмента основывается на слѣдующихъ соображеніяхъ. Пусть въ точкѣ M (черт. 399) помѣщается инструментъ, а въ L—рейка, на которую въ точкахъ o и u проектируются (верхняя o и нижняя u) дальномѣрныя нити трубы, β—діастимометрическій уголъ дальномѣра, α—уголъ наклона *линіи визированія* Mu, проходящей черезъ *нижнюю* дальномѣрную нить u, далѣе $l = o - u$ представляетъ разность отсчетовъ по рейкѣ LL, отмѣтка точки стоянія съ инструментомъ (станціи) $= H_s$, отмѣтка пикета (подошвы рейки) $= H$, высота инструмента $= i$, горизонтальное проложеніе разстоянія отъ станціи до пикета $= D$, превышеніе точки и рейки надъ точкою M инструмента $= h$, тогда, согласно чертежа, имѣемъ: 1) $Mu = D : cos\alpha$, 2) $Mo = D : cos\ (\alpha + \beta)$ 3) $\measuredangle Mou = 90^0 - (\alpha + \beta)$ и 4) $h = D \,.\, tg\alpha$, а изъ треугольника Mou слѣдуетъ, что $ou : Mu = Sin\,\beta : Sin\ Mou$ или 5) $l : \frac{D}{cos\alpha} = Sin\,\beta : cos\ (\alpha + \beta)$. Рѣшая послѣднее равенство 5) относительно D, найдемъ



черт. 399.

$$D = \frac{l}{Sin\,\beta} \,.\, cos\ (\alpha + \beta) \,.\, cos\alpha.$$

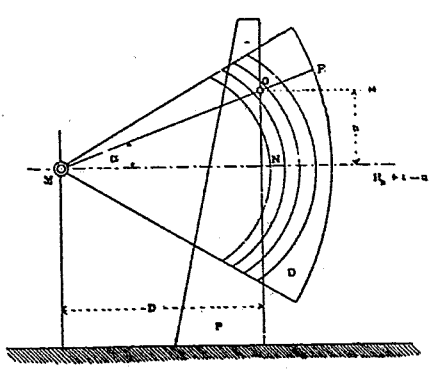
Изъ 4) равенства находимъ, замѣняя въ немъ D найденной величиной,

$$h = \frac{l}{Sin\,\beta} \,.\ cos\ (\alpha + \beta) \,.\, cos\alpha \,.\, tg\alpha = \frac{l}{Sin\,\beta} \,.\ cos\ (\alpha + \beta) \,.\, Sin\alpha$$

Вводя обозначенія $\frac{1}{Sin\,\beta} = k$ и $Lu = u$ (считая отъ подошвы рейки до точки встрѣчи луча Mu съ рейкой), получимъ искомыя величины

$$D = k \,.\, l \,.\ cos\ (\alpha + \beta) \,.\, cos\alpha$$
$$h = k \,.\, l \,.\ cos\ (\alpha + \beta)\ Sin\alpha$$

и $H = H_s + i + h - u = (H_s + i - u) + h$, которыя должны автоматически откладываться на инструментѣ.



черт. 400.

Дѣйствительно, прослѣдивъ по чертежу 400, на которомъ схематически нанесены секторъ D съ горизонтальной линіей MN, проектирующій треугольникъ P и, подъ угломъ α къ горизонту линія ви

зированія MF черезъ нижнюю нить u, увидимъ, что если по 2) равенству $Mo = k\,l\,.\,cos\,(\alpha+\beta)$, то $MN = Mo\,.\,cos\alpha$ и $NO = Mo\,.\,Sin\alpha$, т.-е. по инструменту читаются непосредственно $MN = D$ и $NO = h$. Если же высота горизонтальной линіи MN (ея отмѣтка) равна $(H_s + i - u)$, то отмѣтка точки O будетъ равна H.

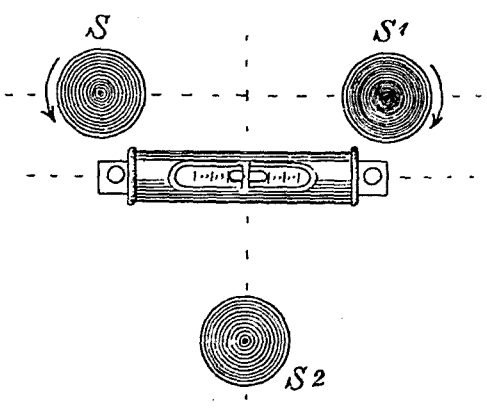
Для откладыванія величинъ Mo и служатъ концентрическія дуги кривыхъ, нанесенныхъ на секторѣ и подписанныхъ цифрами, соотвѣтствующими читаемымъ по рейкѣ отрѣзкамъ l (черезъ каждые 5 метровъ).

Повѣрки и установка инструмента Пуллера-Брейтгаупта.

Изъ предыдущаго описанія устройства инструмента Пуллера-Брейтгаупта явствуетъ, что онъ долженъ отвѣчать слѣдующимъ требованіямъ:

1. Кругъ изъ магнолія долженъ быть горизонталенъ, а вертикальная ось вращенія инструмента вертикальна.
2. Верхній край линейки CC долженъ быть горизонталенъ.
3. Ребро проектирующаго треугольника P должно быть перпендикулярно къ линейкѣ CC.
4. При горизонтальномъ положеніи оси цилиндрическаго уровня, находящагося на трубѣ, *нижняя* визирная ось должна быть горизонтальна.
5. Линейка AA должна быть горизонтальна при положеніи 4.
6. При горизонтальномъ визирномъ лучѣ указатель Z долженъ совпадать съ линіей сектора D, проходящей черезъ 90°, а указатель верньера Z долженъ совпадать съ 90° сектора.
7. Верньеры I и H должны показывать въ это время одну и ту же высоту.
8. Верньеръ K долженъ давать отсчетъ вдвое большій, чѣмъ указатель Z.
9. Наколка должна находиться отъ центра круга на разстояніи, равномъ отсчету по верньеру K на линейкѣ CC.

Для производства указанныхъ повѣрокъ, а слѣдовательно, и установки на станціи для производства наблюденій служатъ три уровня: круглый, цилиндрическій накладной и уровень, прикрѣпленный къ трубѣ.



черт. 401.

1) Для того, чтобы привести кругъ въ горизонтальное положеніе, пользуются круглымъ уровнемъ извѣстнымъ уже образомъ; этимъ самымъ вертикальная ось инструмента будетъ приблизительно поставлена въ вертикальное положеніе. Болѣе тщательная установка вертикальной оси производится при помощи цилиндрическаго уровня, скрѣпленнаго сътрубою, слѣдующимъ образомъ. Указатель верньера L совмѣщаютъ съ 90° діаграммы, а трубу съ уровнемъ ставятъ по направленію двухъ подъемныхъ винтовъ SS_1 (черт. 401), и помощью

этихъ винтовъ приводятъ пузырекъ уровня на середину трубки; затѣмъ трубу поворачиваютъ на 90°, и, дѣйствуя третьимъ подъемнымъ винтомъ S_2, опять устанавливаютъ пузырекъ на середину. Послѣ этого трубу поворачиваютъ на 180° и смотрятъ, остается ли пузырекъ на серединѣ или нѣтъ. Если пузырекъ уклонился, то его передвигаютъ въ обратную сторону на половину дуги отклоненія подъемнымъ винтомъ S_2, а на остальную половину микрометреннымъ винтомъ S'''. Эта установка повторяется нѣсколько разъ, пока не добьются удовлетворительныхъ результатовъ.

2) Чтобы убѣдиться въ томъ, что верхній край линейки CC горизонталенъ, на него накладываютъ цилиндрическій уровень, предварительно вывѣренный и если пузырекъ его будетъ на серединѣ трубки,—условіе выполняется если нѣтъ,—то винтами rr_1 пузырекъ приводятъ на середину.

Повѣрка самаго уровня состоитъ въ томъ, что его ставятъ на той же линейкѣ CC въ двухъ положеніяхъ, отличающихся другъ отъ друга на 180°, при этомъ если въ первомъ положеніи пузырекъ былъ на серединѣ трубки, то и во второмъ положеніи должно быть то же самое. Невыполненіе условія исправляется винтами при уровнѣ.

3) Перпендикулярность катета проектирующаго треугольника P къ ребру линейки CC провѣряется помощью вывѣреннаго прямоугольнаго треугольника, который однимъ катетомъ ставится на ребро линейки CC, а второй катетъ придвигается къ проектирующему треугольнику P.

4) Повѣрка параллельности оси уровня съ нижней визирной осью трубы производится такимъ образомъ: на разстояніи 50—100 метровъ отъ инструмента укрѣпляется вертикально рейка, пузырекъ уровня помощью винта S''' приводится строго на середину, а по рейкѣ въ это время дѣлаютъ отсчетъ по нижней нити (въ трубѣ верхней); послѣ этого труба переводится черезъ зенитъ, уровень опять приводится въ горизонтальное положеніе, а по рейкѣ дѣлаютъ вновь отсчетъ по той же нижней нити, которая теперь въ трубѣ будетъ внизу. Если параллельность существуетъ, то оба отсчета будутъ одинаковы; если-же отсчеты неодинаковы, то нижняя нить наводится на средній отсчетъ, а исправительными винтами уровня его пузырекъ приводится на середину.

5) Повѣрка параллельности линейки AA оси уровня (и трубы) производится посредствомъ проектирующаго треугольника P такъ. Труба приводится въ горизонтальное положеніе, ноніусъ H съ муфтой F устанавливается въ различныхъ мѣстахъ линейки AA, а на ребрѣ проектирующаго треугольника каждый разъ дѣлаются отсчеты помощью ноніуса H. Эти отсчеты должны быть одинаковы. Въ случаѣ невыполненія этого условія, исправленіе производится помощью соотвѣтствующихъ винтовъ линейки AA.

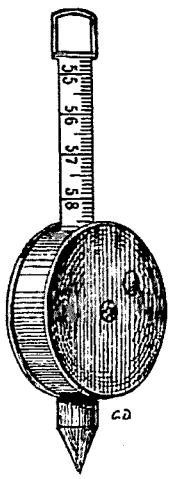
6) Если при горизонтальномъ положеніи трубы указатель L не совпадаетъ со средней линіей діаграммы, то исправленіе нужно произвести посредствомъ винтовъ d, которыми можно измѣнять положеніе діаграммы.

7) Если, при горизонтальной трубѣ, верньеры I и H показываютъ не одни и тѣ же отсчеты, то верньеръ I можно въ нѣкоторыхъ небольшихъ предѣлахъ передвинуть такъ, чтобы условіе выполнялось.

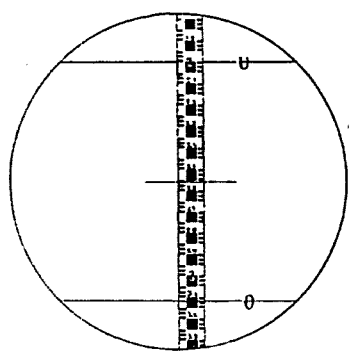
8) Установка ноніуса K дѣлается такъ же, какъ и ноніуса I.

9) Условіе, предъявляемое къ наколкѣ, можетъ быть провѣрено такъ. Для нѣкотораго положенія проектирующаго треугольника намѣчается точка на кругѣ; труба поворачивается ровно на 180° и опять для того же положенія треугольника намѣчается точка. Снявъ верхнюю часть инструмента, соединяютъ намѣченныя точки, при этомъ линія должна проходить черезъ центръ круга, а разстояніе между ними должно быть вдвое больше отсчитаннаго на ноніусѣ K.

Употребленіе тахиметра Пуллера-Брейтгаупта состоитъ въ слѣдующемъ. Положимъ, что имѣется рядъ какимъ-нибудь образомъ опредѣленныхъ по положенію и высотѣ точекъ на мѣстности, гдѣ предполагается производить тахеометрическую съемку, напр., точки (пикеты) нивеллирнаго хода. Послѣ того, какъ инструметъ установленъ надъ такой точкой, опредѣляютъ его высоту i, для чего пользуются изображенной на чертежѣ 402 рулеточкой, которая вмѣстѣ съ тѣмъ служитъ отвѣсомъ. Дѣленія на ней надписаны такимъ образомъ, что отсчетъ противъ верхняго края коробочки даетъ высоту инструмента (на черт. 402 $i = 585$ *m.m.*).



черт. 402.

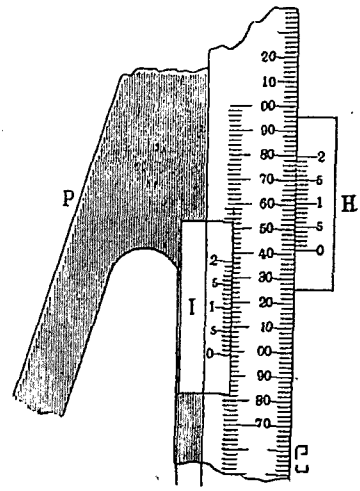


черт. 403.

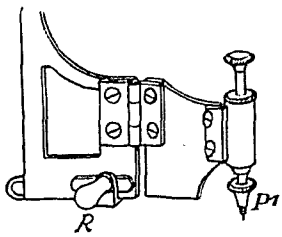
При опредѣленіи высотъ пикетовъ, наведенія на рейку дѣлаются такимъ образомъ, чтобы *нижняя* нить U (въ трубѣ верхняя) всегда была направлена на дѣленіе 2 метра (черт. 403). Такъ какъ коэфиціентъ дальномѣра здѣсь $= 200$, то разность отсчетовъ верхней и нижней нити $l = o - u$ нужно было бы умножить на 200. Но умноженіе дѣлается только на 100, потому что соотвѣтственно этому сдѣланы и надписи на діаграммѣ D, (т.-е. онѣ вдвое меньше). Такъ, напримѣръ, для нашего чертежа $l = o - u = 3.118 - 2 = 1.118$ *mtr.* Указатель Z устанавливается на число $100 \times 1.118 = 111.8$ *mtr.*

Опредѣленіе высотъ пикетовъ будетъ поэтому производиться такъ. Пусть альтитуда точки стоянія будетъ H_S, тогда ноніусъ I устанавливаемъ на величину $(H_S + i - 2.000)$, такъ какъ опредѣленіе угловъ наклона производимъ помощью *нижней* визирной оси. Трубу наводимъ на рейку такъ,

чтобы нижняя нить u покрывала дѣленіе 2 метра, отсчитываемъ верхнюю нить и составляемъ разность $l = o - 2.000$, а умноживъ это число на 100, муфту F передвигаемъ вдоль линейки AA, пока указатель Z не покажетъ найденное число, при этомъ пользуются микрометреннымъ винтомъ S'. Проектирующій треугольникъ P продвигаемъ къ ноніусу H, по которому и отсчитаемъ искомую высоту пикета. Напримѣръ, имѣемъ $H_S = 99.15$, $i = 1.35$, $u = 2.000$, $(H_S + i - 2.000) = 98.50$ (черт. 404 ноніусъ I). Отсчитали $O = 3.118$, $l = o - u = 1.118$; указатель Z ставимъ на 111.8, а придвинувъ треугольникъ P, по ноніусу H отсчитали $H = 141.6$ (черт. 404 ноніусъ H). По линейкѣ CC отсчитываемъ горизонтальныя разстоянія.

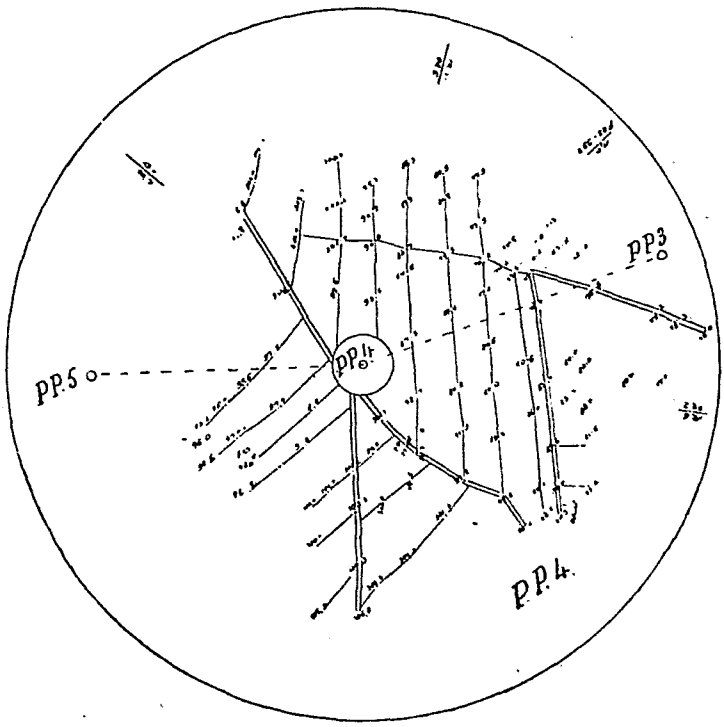


черт. 404.



черт. 405.

Положенія самихъ пикетовъ относительно станцій намѣчаются на прозрачной бумагѣ, накладываемой предварительно на кругъ, посредствомъ указанной выше наколки. Для масштаба 1:2500 можно накалывать пункты, находящіеся въ разстояніи отъ 42 до 400 метровъ. При болѣе близкихъ разстояніяхъ



черт. 406.

отмѣчаютъ только направленія на эти пункты (см. черт.) разстоянія же и высоты отсчитываются по ноніусамъ K и H. — Наугольникъ P можетъ

быть придвинутъ вплоть до нулевого штриха линейки CC, если отодвинуть влѣво задвижку R (черт. 405), при этомъ наколку P_1 можно передвигать впередъ.—На чертежѣ 406 данъ примѣръ тахеометрической съемки, произведенной помощью тахиметра Пуллера-Брейтгаупта. Точка $PP4$ обозначаетъ точку стоянія, а $PP5$ и $PP3$ сосѣднія станціи, которыя наносятся для того, чтобы имѣть возможность правильно переколоть намѣченные пикеты на планъ, а также для повѣрки работы въ полѣ—главнымъ образомъ, относительно установки инструмента.

Въ тѣхъ случаяхъ, когда по какимъ-либо причинамъ нельзя намѣчать точекъ на бумагѣ въ полѣ, можно всѣ данныя для составленія плана измѣрить и записать въ журналъ. Какъ получаются разстоянія и высоты, мы уже знаемъ. Что касается направленій, то ихъ можно отсчитать по лимбу изъ магналія, пользуясь верньеромъ i.

Построеніе плана осуществляется обычнымъ путемъ.—Мы предполагали до сихъ поръ, что точки стоянія инструмента заранѣе опредѣлены по положенію и высотѣ. Однако, часто требуется стоять съ инструментомъ въ такихъ точкахъ, которыя заранѣе опредѣлены не были. Въ этомъ случаѣ намъ неизвѣстна высота H_S точки стоянія, но извѣстна высота H даннаго пункта (полигонометрическаго или нивеллирнаго). Измѣривъ высоту инструмента i послѣ установки его на станціи, наводятъ трубу на рейку, поставленную въ извѣстной по положенію и высотѣ точкѣ, при чемъ нижняя нить наводится на дѣленіе 2 метра; затѣмъ передвигаютъ помощью винта S шкалу наугольника P до тѣхъ поръ, пока ноніусъ H не покажетъ данную высоту H. Тогда отсчетъ H_O по ноніусу I будетъ соотвѣтствовать $H_O = H_S + i - 2.000$; откуда найдется $H_S = H_O - i + 2.000$.

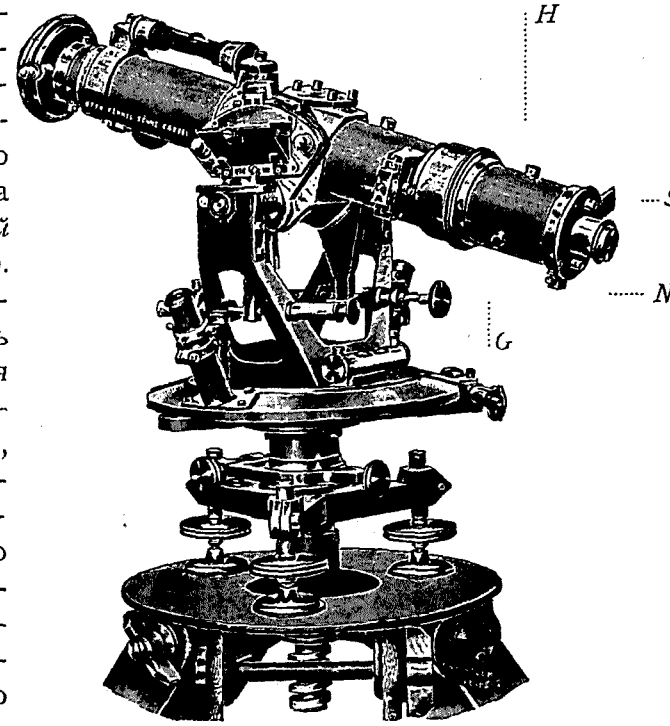
Разстояніе точки стоянія отъ опредѣленныхъ точекъ найдется по дальномѣру, а ея относительное положеніе графически или по отсчетамъ лимба.

Само собою понятно, что опредѣленіе положенія такой точки и ея высоты H_S нужно производить по нѣсколькимъ ближайшимъ основнымъ пунктамъ.

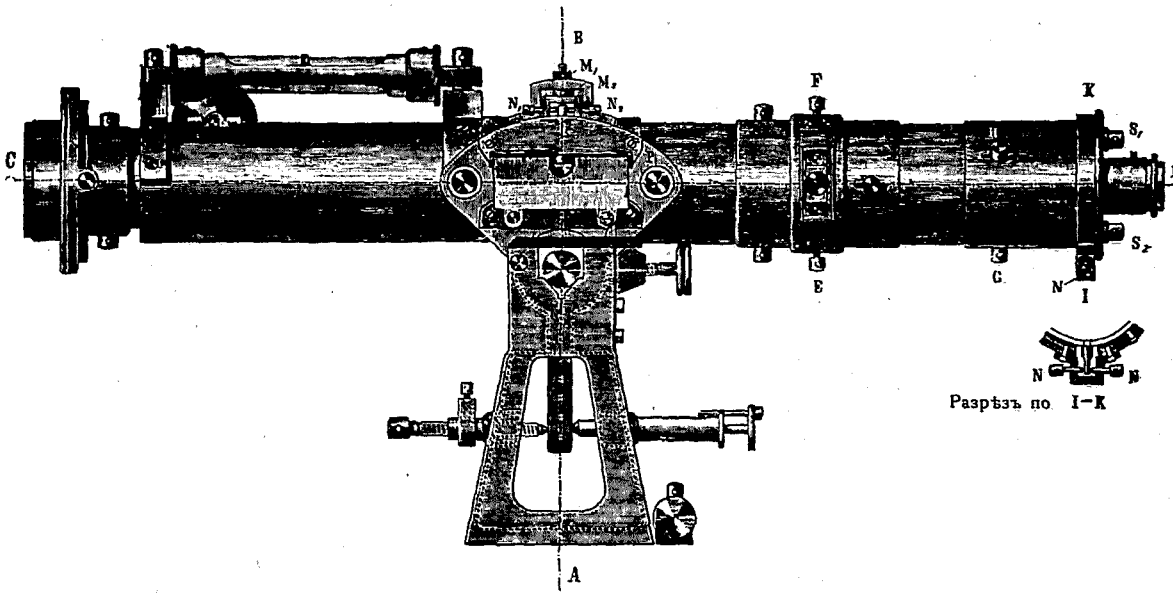
Тахиметръ Пуллеръ-Брейтгаупта можно употреблять и въ качествѣ *нивеллира*. Съ этой цѣлью отсчеты на рейкахъ производятся при *горизонтальномъ уровнѣ* по *нижней* нити, такъ какъ нижняя визирная ось параллельна оси уровня. Труба можетъ быть при этомъ переводима черезъ зенитъ, что соотвѣтствуетъ перекладыванію въ лагерахъ и повороту трубы на 180°.

§ 252. Тахеометръ-автоматъ Гаммеръ-Феннеля. Изъ новѣйшихъ тахеометровъ-автоматовъ обращаетъ на себя вниманіе тахеометръ, предложенный штуттгардскимъ профессоромъ Гаммеромъ и выполненный кассельскимъ механикомъ Феннелемъ. Онъ вполнѣ воплощаетъ идею тахеометріи,—однимъ взглядомъ въ трубу на *вертикально* стоящую рейку (сразу, безъ какихъ-либо вычисленій или дополнительныхъ манипуляцій) даетъ горизонтальное проложеніе и превышеніе (между пяткою рейки и точкою стоянія съ инструментомъ). По общему виду—это повторительный теодолитъ съ длинною, непереводящеюся черезъ зенитъ дальномѣрною трубою системы Порро, безъ вертикальнаго круга или замѣняющаго его проекціоннаго

аппарата, какъ, напримѣръ, у Крейтера или Вагнера. Взамѣнъ ихъ, съ одной стороны горизонтальной оси вращенія, на алидадообразной пластинкѣ, прикрѣплена нанесенная микро-фотографическимъ путемъ на стекло *діаграмма* (на черт. 407, 407a и 407b см. спереди, на *лѣвой* сторонѣ горизонтальной оси). Въ трубѣ скрыты двѣ стеклянныя призмы, изъ которыхъ одна (см. черт. 408) помѣщается противъ діаграммы, а другая—около окулярной трубочки, установленная съ такимъ расчетомъ, что одна изъ ея граней совпадаетъ съ плоскостію изображеній самой аналатической зрительной трубы. Черезъ эти двѣ призмы и находящуюся между ними двояко выпуклую линзу и получается въ лѣвой сторонѣ поля зрѣнія трубы изображеніе діаграммы [1]).



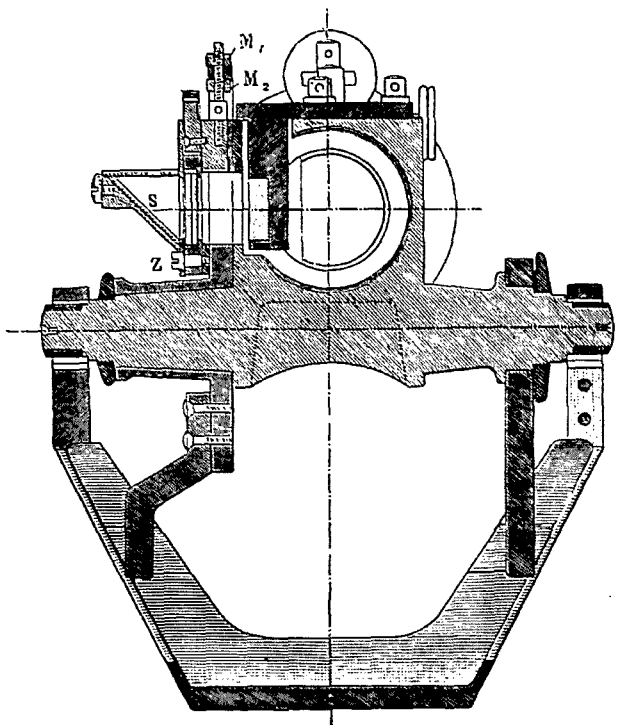
Черт. 407.



Черт. 407a.

[1]) Сама діаграмма освѣщается помощію наклонно стоящаго къ ней иллюминатора, надъ которымъ находится сверху горизонтальное стекло. Стекло и оправа иллюминатора образуютъ *видимую* на чертежѣ полую тригранную призму, въ которой помѣщается діаграмма (вертикально) и противъ діаграммы наклонно иллюминаторъ, черт. 407, 407a и 407b.

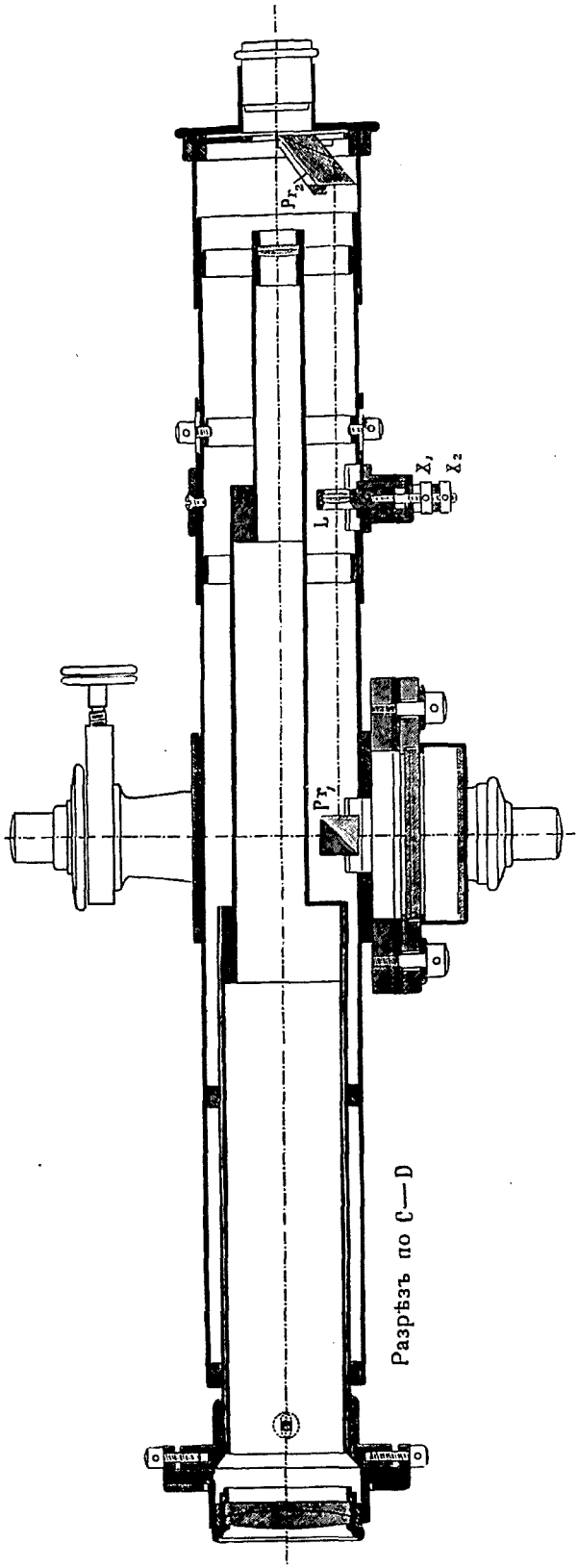
Наклоняя трубу вверхъ и внизъ, легко замѣтить, что діаграмма остается неподвижной, а изображеніе діаграммы самостоятельно передвигается въ полѣ зрѣнія трубы, вправо и влѣво, соотвѣтственно наклону трубы.



Разрѣзъ по A—B

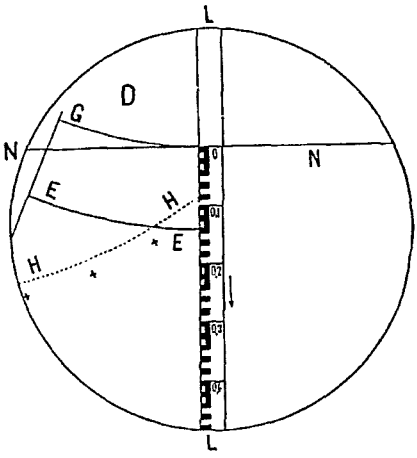
Черт. 407b.

Чертежи 408a, 408b и 408c изображаютъ поле зрѣнія трубы тахеометра Гаммера-Феннеля, лѣвая сторона его заполнена изображеніемъ діаграммы въ видѣ трехъ кривыхъ линій и горизонтальной прямой *N*, касательной къ верхней кривой; вертикальная нить въ трубѣ замѣнена вертикальнымъ ребромъ второй (при окулярѣ) призмы; это ребро и направляется на лѣвый край изображенія рейки. Наводя *верхнюю кривую* діаграммы *на нуль рейки*, находящейся на высотѣ 1,40 metr. отъ пятки рейки (0,67 саж.) и четко отмѣченный на ней сходящимися подъ угломъ чертами, въ видѣ скобки $\{$, по двумъ другимъ кривымъ читаютъ по рейкѣ: по одной—искомое горизонтальное разстояніе, а по другой — превышеніе. Чертежъ 408b соотвѣтствуетъ тому случаю, когда труба не имѣетъ наклона и горизонтально установлена, т.-е представляетъ случай, соотвѣтствующій совершенно горизонтальной мѣстности. Рѣзко наклоненная (средняя) кривая, обозначенная на чертежахъ пунктиромъ, называемая также *кривою высотъ*, указываетъ превышеніе, равное нулю, въ то время, какъ нижняя кривая — *кривая разстояній* — даетъ на рейкѣ отсчетъ = 0,247; вслѣдствіе чего искомое горизонтальное разстояніе получается простымъ умноженіемъ его на 100, т.-е равно 24,7 metr.

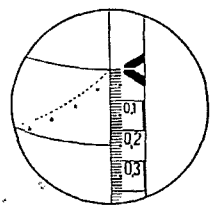


Черт. 408.

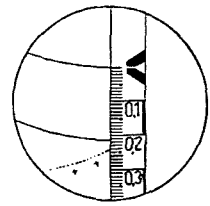
Чертежъ 408c соотвѣтствуетъ наклонной мѣстности, а именно — случаю, когда рейка стоитъ



Черт. 408a.



Черт. 408b.



Черт. 408c.

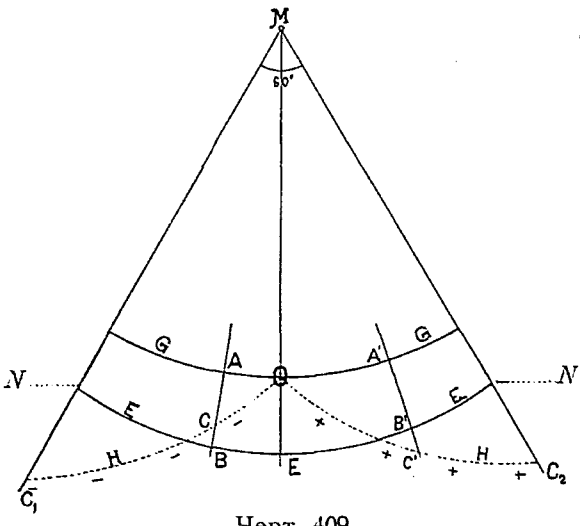
выше, чѣмъ инструментъ, т.-е., другими словами, соотвѣтствуетъ мѣстности повышающейся. Верхняя кривая — *нулевая кривая* — вновь стоитъ на нулѣ рейки, а *кривая высотъ*, находящаяся теперь внизу, даетъ отсчетъ = 0,241, *а по кривой разстояній* — прочитываемъ 0,215. Искомое превышеніе получается умноженіемъ на 20 [1]) сдѣланнаго на рейкѣ отсчета по кривой высотъ, т.-е. $0{,}241 \times 20 = +4{,}82$ metr. Горизонтальное же разстояніе будетъ равно 21,5 metr.

Для угловъ пониженія кривая высотъ имѣетъ вторую вѣтвь, обозначенную знакомъ минусъ.

---

[1]) Въ прежнихъ инструментахъ Гаммеръ бралъ эту вторую постоянную равной 15.

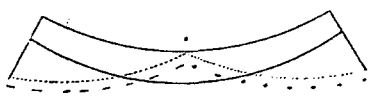
Діаграмма, какъ уже было упомянуто, состоитъ изъ трехъ кривыхъ: *основная или нулевая кривая* GG (черт. 409) представляетъ собою дугу круга радіуса въ 30 mm., съ центромъ въ точкѣ M (точки M на самой діаграммѣ нѣтъ; она точно должна совпадать съ концомъ горизонтальной оси вращенія трубы), вторая кривая — *кривая разстояній* EE, идущая почти концентрически съ первой, имѣетъ, однако, наибольшее удаленіе OE отъ GG по серединѣ, по направленію радіуса MO и сходится (хотя довольно медленно) къ краямъ. Третья кривая— *кривая высотъ* имѣетъ двѣ вѣтви OC_1 и OC_2, выходящія обѣ изъ точки O; изъ нихъ первая, лѣвая, обозначена знаками — — —, а вторая, правая, — + + +), большая часть которыхъ обыкновенно видна въ полѣ зрѣнія трубы. При совмѣщеніи радіуса MC_1 съ вертикальнымъ ребромъ окулярной призмы, замѣняющимъ вертикальную нить въ трубѣ, горизонтальная или нулевая нить N трубы, касательная къ кривой GG въ точкѣ O, отойдетъ отъ первоначальнаго своего горизонтальнаго положенія и визированіе черезъ нее будетъ соотвѣтствовать *углу пониженія* оптической оси трубы въ 30°; точно также, если MC_2 сольется съ вертикальнымъ ребромъ призмы, то линія визированія, проходящая черезъ нулевую (горизонтальную) нить N трубы, будетъ наклонена къ горизонту (приподнята) на уголъ повышенія въ 30°. При углахъ наклона трубы, большихъ 30° кривая высотъ исчезаетъ изъ поля зрѣнія трубы.



Черт. 409.

Наклону трубы на — 10° соотвѣтствуетъ радіусъ ACB, съ которымъ совмѣщается вертикальное ребро окулярной призмы, а наклону въ +17°30′— —радіусъ $A'B'C'$ и т. д.

Общій видъ діаграммы въ $^3/_4$ натуральной ея величины (послѣ уменьшенія фотографическимъ путемъ вычерченнаго оригинала) показанъ на черт. 409а.


Черт. 409а.

Тахеометръ Гаммера-Феннеля, какъ сказано выше, имѣетъ трубу системы Порро, ея эквивалентное фокусное разстояніе.

$$f'' = \frac{ff'}{f+f'-\Delta} = 334{,}78 \text{ mm.},$$

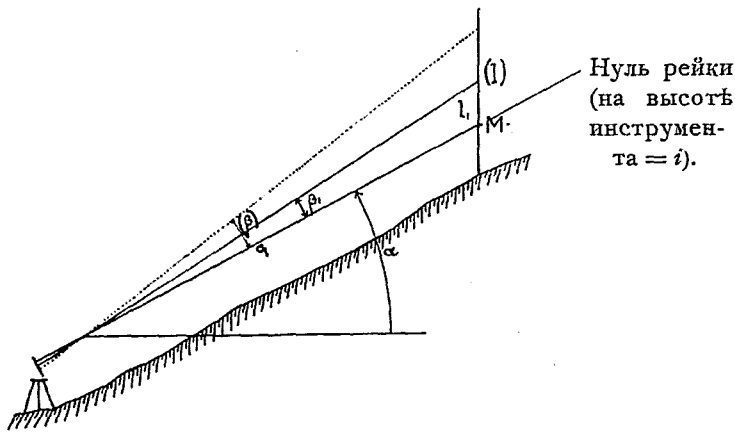
при $f = 350{,}0$ mm., $f' = 220{,}0$ mm., $\Delta = 340{,}0$ mm. и постоянной $c = o$ или $\delta = \frac{f(\Delta - f')}{f+f'-\Delta} = 183$ mm.; въ трубѣ при визированіи на удаленный предметъ передвигается объективное колѣно внутри окулярнаго колѣна. По-

стоянная величина $k = f' : p = 100$ даетъ въ точкѣ O діаграммы разстояніе p между дальномѣрными нитями, равное

$$p = f'' : 100 = 3{,}348 \text{ mm.}$$

Для дальнѣйшаго построенія точекъ *кривой разстояній* достаточно, проведя циркулемъ основную или *нулевую кривую* въ *видѣ дуги круга* радіусомъ 30 mm. $\times$ 20 (увеличеннымъ въ 20 разъ) = 600 mm. [1]), мѣнять уголъ наклоненія, напр., черезъ 2° и вычислять соотвѣтственныя радіальныя разстоянія p' между основной кривой и кривой разстояній.

Для отысканія соотношенія между p и p' замѣтимъ, что если бы l (черт. 409b) былъ отсчетъ на вертикально стоящей рейкѣ по обыкновеннымъ двумъ дальномѣрнымъ нитямъ o и u, отстоящимъ другъ отъ друга на разстояніи p и образующимъ діастимометрическій уголъ β, а l_1 отсчетъ по рейкѣ для опредѣленія горизонтальнаго разстоянія тахеометромъ Гаммеръ-Феннеля по кривой разстояній отъ нуля рейки M, куда направлена горизонтальная нить N или основная (иначе, нулевая) кривая, соотвѣтственно углу наклона α линіи мѣстности, то искомое горизонтальное разстояніе D будетъ выражаться двояко:



Черт. 409b.

$$D = kl\cos^2\left(\alpha + \frac{\beta}{2}\right) \text{ и (по Гаммеру) } D = C_1 l_1 \ldots . \quad (D).$$

Пусть далѣе β_1 — діастимометрическій или микрометрическій уголъ, соотвѣтствующій отсчету на рейкѣ l_1 и мѣняющійся съ измѣненіемъ α.

Если $k = C_1 = 100$, то изъ равенствъ (D) слѣдуетъ, что

$$l\cos^2\left(\alpha + \frac{\beta}{2}\right) = l_1 \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

или

$$\frac{l_1}{l} = \cos^2\left(\alpha + \frac{\beta}{2}\right) \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2).$$

---

[1]) или построивъ ее по точкамъ, т. е. по координатамъ $x = R \cdot Sin l$ и $y = R - R\cos l$ для длинъ дугъ l въ 2°, 4°, 6°... до 30°, (пользуясь хотя бы таблицей I, на стр. 23 брошюры Гаммера „Der Hammer-Fennel'sche Tachymeter-Theodolit...“ Stuttgart, 1901. Verlag Konrad Wittwer). Длина дуги въ 2° при $R = 600$ mm. будетъ $l = 600 \cdot \frac{2^\circ}{\rho^\circ}$, гдѣ $\rho^\circ = 57{,}^\circ_3$ (Гауссова постоянная).

Допустимъ, что q обозначаетъ наклонное разстояніе отъ оси вращенія трубы до нуля рейки M, тогда изъ чертежа видно, что

$$l : q = Sin\beta : cos\ (\alpha + \beta)$$
$$l_1 : q = Sin\beta_1 : cos\ (\alpha + \beta_1)$$

или

$$l = q \cdot \frac{Sin\ \beta}{Cos\ (\alpha+\beta)} \text{ и } l_1 = q \cdot \frac{Sin\ \beta_1}{Cos\ (\alpha+\beta_1)} \quad \ldots\ldots\ldots (3)$$

Откуда

$$\frac{l_1}{l} = \frac{Sin\,\beta_1}{Sin\,\beta} \cdot \frac{Cos\ (\alpha+\beta)}{Cos\ (\alpha+\beta_1)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4),$$

что въ соединеніи со (2) даетъ слѣдующее соотношеніе между α и β_1, при данной величинѣ β:

$$\frac{Sin\ \beta_1}{Cos\ (\alpha+\beta_1)} = Cos^2\left(\alpha + \frac{\beta}{2}\right) \cdot \frac{Sin\ \beta}{Cos\ (\alpha+\beta)} \quad \ldots\ldots\ldots (5).$$

Имѣя же въ виду, согласно замѣчанія въ § 232, что

$$k = \frac{1}{2}\, ctg\, \frac{\beta}{2} = \frac{f''}{p},$$

можно по аналогіи для угла β_1 допустить, что

$$\frac{1}{2}\, ctg\, \frac{\beta_1}{2} = \frac{f''}{p_1}.$$

Вслѣдствіе чего $ctg\,\frac{\beta}{2} : ctg\,\frac{\beta_1}{2} = p_1 : p$ или, приближенно,

$$p_1 : p = tg\ \beta_1 : tg\ \beta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6).$$

Для *угловъ наклоненія* изъ фигуры, аналогичной чертежу 409b, если α есть абсолютная величина угла наклона, можно получить соотношеніе, подобное (5), а именно: сперва (2′) въ видѣ

$$l_1 : l = Cos^2\left(\alpha - \frac{\beta}{2}\right),$$

а затѣмъ уже послѣдовательно и (5′):

$$\frac{Sin\ \beta_1}{Cos\ (\alpha-\beta_1)} = Cos^2\left(\alpha - \frac{\beta}{2}\right) \cdot \frac{Sin\ \beta}{Cos\ (\alpha-\beta)} \quad \ldots\ldots\ldots (5').$$

Пользуясь равенствами (5) и (5′) можно для угловъ повышенія $+\alpha$, а также и для угловъ пониженія $-\alpha$, по данному β, напр., $\beta = \frac{1}{100}\,\rho = 0^0\ 34'\ 22'',65$ составить табличку для угловъ β_1. Напримѣръ:

$+\alpha$ \ β_1	Для угловъ повышенія.	$-\alpha$ \ β_1	Для угловъ пониженія.
6°	0° 33′ 57″,9	(—) 6°	0° 34′ 02″,1
12	0° 32′ 49″,5	(—) 12°	0° 32′ 57″,5
18	0° 31′ 00″,2	(—) 18°	0° 31′ 11″,1
24	0° 28′ 35″,0	(—) 24°	0° 28′ 47″,7
30	0° 25′ 40″,3	(—) 30°	0° 25′ 53″,7

А затѣмъ для искомыхъ радіальныхъ разстояній p', по формулѣ

$$p' = p \cdot \frac{tg\ \beta_1}{tg\ \beta} \text{ или } log p' = log\left(\frac{p}{tg\ \beta}\right) + log\ tg\ \beta_1$$

или $log p' = 3{,}82577 + log\ tg\ \beta_1$ (въ миллиметрахъ, увеличенное, для построенія на бумагѣ въ болѣе крупныхъ размѣрахъ діаграммы, напр., въ 20разъ) высчитать числовыя величины p', располагая ихъ въ видѣ слѣдующей таблицы.

α	p'	α	p'
0^0	$66{,}95_5$	0^0	$66{,}95_5$
$+6^0$	66,15	-6^0	66,29
$+12^0$	63,93	-12^0	64,19
$+18^0$	60,39	-18^0	60,75
$+24^0$	55,67	-24^0	56,08
$+30^0$	50,00	-30^0	50,43

Несимметрія вѣтвей кривой разстояній незначительна, тѣмъ не менѣе замѣтная при точныхъ отсчитываніяхъ по рейкѣ.

Приведенныхъ въ этихъ табличкахъ данныхъ вполнѣ достаточно для построенія кривой *EE* разстояній.

Совершенно аналогичнымъ путемъ высчитаемъ элементы для построенія кривой высотъ.

Превышеніе h по горизонтальному разстоянію D и углу наклона выражается формулой:

$$h = D \cdot tg\ \alpha \quad \ldots \quad (7).$$

Если теперь допустимъ, что h должно опредѣляться по отсчету l_2 по рейкѣ, сдѣланному въ точкѣ пересѣченія рейки съ кривой высотъ, въ тотъ моментъ, когда основная или нулевая кривая наведена на ноль M рейки, то при помощи постоянной C_2 превышеніе h будетъ

$$h = l_2 \cdot C_2 \quad \ldots \quad (8).$$

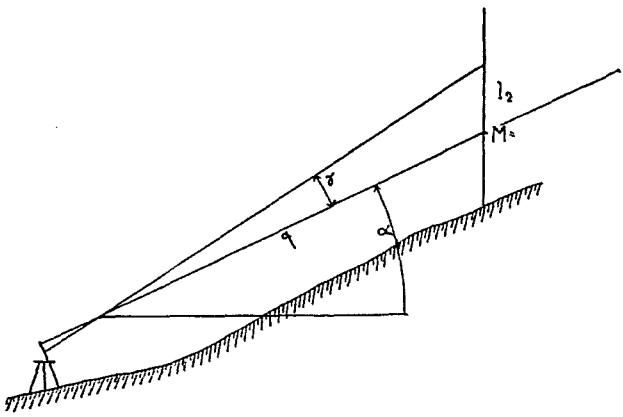
Соединеніе (7) съ (8) даетъ

$$D\ tg\ \alpha = l_2 \cdot C_2 \quad \ldots \quad (9).$$

или, по замѣнѣ D его величиною $D = C_1 \cdot l_1 = 100\, l_1$, а l_1 его значеніемъ изъ (3) : $l_1 = q \cdot \frac{Sin\ \beta_1}{Cos\,(\alpha+\beta_2)}$ и, полагая $C_2 = 20$, получаемъ:

$$l_2 = \frac{100}{C_2}\ l_1 \cdot tg\ \alpha = 5 \cdot tg\ \alpha \cdot q \cdot \frac{Sin\ \beta_1}{Cos\,(\alpha+\beta_1)} \quad \ldots \quad (10)$$

Допустимъ теперь, что γ (черт. 409c) есть микрометрическій уголъ, соотвѣтствующій отсчету l_2 на рейкѣ, тогда изъ чертежа видно, что



Нуль рейки (на высотѣ $= i$).

Черт. 409c.

$$l_2 = q \cdot \frac{Sin\ \gamma}{Cos(\alpha+\gamma)} \quad (11).$$

Слиѣніемъ (10) и (11) имѣемъ

$$\frac{Sin\ \gamma}{Cos\ (\alpha+\gamma)} = 5\ tg\ \alpha \cdot \frac{Sin\ \beta_1}{Cos\ (\alpha+\beta_1),} \quad \ldots\ldots\ldots\ (12).$$

по которому находятся значенія γ по соотвѣтственнымъ значеніямъ угловъ наклона α и угловъ β_1.

Радіальныя разстоянія h' для кривой высотъ, считая ихъ отъ основного круга G до кривой высотъ H, получимъ изъ соотношеній:

$$\frac{1}{2}\,ctg\,\frac{\gamma}{2} = \frac{f''}{h'} \text{ и } \frac{1}{2}\,ctg\,\frac{\beta_1}{2} = \frac{f''}{p'}$$

въ видѣ

$$h' = p' \cdot \frac{tg\ \gamma}{tg\ \beta'} \quad \ldots\ldots\ldots\ (13)$$

совершеннно аналогично равенству (6).

Соотвѣтственно (12) для угловъ пониженія будетъ существовать равенство

$$\frac{Sin\ \gamma}{Cos\ (\alpha-\gamma)} = 5\ tg\ \alpha\ \frac{Sin\ \beta_1}{Cos\ (\alpha-\beta_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ (12')$$

Уравненія (12) и (12′) рѣшаются путемъ послѣдовательныхъ приближеній (regula falsi), причемъ значенія угловъ β_1 можно взять изъ ранѣе приведенной таблицы, соотвѣтственно которой приводимъ таблицы значеній для γ и h'.

Для угловъ повышенія.			**Для угловъ пониженія.**		
$\alpha = 6°$	$\gamma = 0°\ 17'\ 51'',5$	$h' = 34{,}78$	$\alpha = (-)\ 6°$	$\gamma = 0°\ 17'\ 52'',7$	$h' = 34{,}82$
12	....$0°\ 34'\ 52'',8$	67,93	$(-)\ 12$	....$0°\ 35'\ 02'',0$	68,23
18	....$0°\ 50'\ 16'',4$	97,92	$(-)\ 18$	....$0°\ 50'\ 45'',3$	98,86
24	....$1°\ 3'\ 20'',3$	123,37	$(-)\ 24$	....$1°\ 4'\ 23'',7$	125,43
30	....$1°\ 13'\ 30'',0$	143,17	$(-)\ 30$	....$1°\ 15'\ 21'',6$	146,80

Повѣрка инструмента. Отъ тахеометра Гаммера - Феннеля, помимо выполненія обычныхъ требованій, предъявляемыхъ къ повторительному теодолиту, какъ 1) вѣрности дѣленій лимба и алидады, 2) перпендикулярности оси уровня алидады къ вертикальной оси вращенія, 3) совпаденія осей вращенія алидады и лимба, 4) перпендикулярности визирной оси (или, здѣсь лучше сказать, визирной плоскости, проходящей черезъ вертикальное ребро призмы, къ горизонтальной оси вращенія трубы [1]) и 5) параллельности горизонтальной оси вращенія трубы плоскости лимба (взаимной перпендикулярности горизонтальной оси вращенія трубы къ вертикальной оси вращенія всего инструмента [2]), необходимо потребовать провѣрки еще слѣдующихъ условій:

I) Вѣрность центрировки и оріентировки діаграммы.

II) Вѣрность значенія постоянныхъ: для дальномѣра $C_1 = 100$ и для превышеній $C_2 = 20$.

III) Параллельность визирной линіи, проходящей черезъ основную или *нулевую* горизонтальную нить N, (лежащую въ верхней части, а не по срединѣ, поля зрѣнія трубы) съ осью уровня, прикрѣпленнаго къ трубѣ (нивеллирнаго уровня).

Первое условіе выполнится, если убѣдимся, что

a) центръ основной или нулевой кривой M находится на концѣ горизонтальной оси вращенія трубы;

b) нулевая (горизонтальная) нить N всегда соприкасается съ основной кривой въ точкѣ, соотвѣтственной углу наклона визирной оси трубы.

c) Главная средняя точка O діаграммы точно совпадаетъ съ точкою пересѣченія горизонтальной нити N съ вертикальнымъ ребромъ окулярной призмы, при нахожденіи въ отвѣсномъ положеніи вертикальной оси вращенія всего инструмента и при горизонтальности визированія черезъ нулевую нить N, т. е. при нахожденіи середины пузырька нивеллирнаго уровня (на трубѣ) по срединѣ трубки. Причемъ при такомъ положеніи инструмента, соотвѣтствующемъ углу наклона визирной линіи трубы въ O^0 обѣ звѣздочки діаграммы (черт. 409a), изъ коихъ одна лежитъ немного выше основного круга, а другая нѣсколько ниже кривой разстояній, должны точно находиться на ребрѣ окулярной призмы (вертикальной нити), а равно при выполненіи условій a), b) и c) само собой должно выполниться условіе *d*) совпаденіе каждаго изъ конечныхъ радіальныхъ штриховъ діаграммы съ ребромъ окулярной призмы (вертикальною нитью) при наклонѣ визирной линіи трубы на углы $+30^0$ и -30^0.

Прежде чѣмъ убѣдиться, что плоскость визированія перпендикулярна къ горизонтальной оси вращенія трубы, необходимо предварительно:

α) точно установить изображеніе діаграммы въ плоскость изображенія объектива (плоскости горизонтальной нити и грани окулярной призмы) путемъ передвиженія всей головки окуляра вдоль оптической оси трубы,

---

[1]) Исправленіе дѣлается горизонтальными винтами при объективѣ (черт. 408).

[2]) Пользуясь нитью отвѣса, исправленіе дѣлается винтами при подставкѣ, при лагерахъ трубы.

ослабивъ предварительно винты G и H (черт. 407) по серединѣ окулярнаго колѣна и закрѣпляя ихъ по минованіи въ нихъ надобности.

β) Установить въ отвѣсное положеніе вертикальное ребро окулярной призмы, пользуясь нитью отвѣса, при горизонтальномъ положеніи трубы и плоскости лимба (приведя пузырьки находящихся на нихъ уровней на середины ихъ трубокъ) передвиженіемъ ребра призмы помощію двухъ перпендикулярно къ нему стоящихъ винтовъ N_1 и N_2, находящихся внизу трубы, у окуляра, ослабляя предварительно винты S, параллельные оптической оси трубы, находящіеся близъ окулярной трубочки.

γ) Установить плоскость, проходящую чрезъ вертикальное ребро окулярной призмы и центръ объектива, въ положеніе перпендикулярное къ горизонтальной оси вращенія трубы, дѣйствуя горизонтальными винтами при объективѣ.

Приведеніе линіи визированія черезъ нулевую горизонтальную нить N въ положеніе, параллельное оси (нивеллирнаго) уровня, прикрѣпленнаго къ трубѣ, достигается обычнымъ порядкомъ двойного нивеллированія (изъ средины и впередъ) выбранной на мѣстности линіи со слабымъ уклономъ, или двойнымъ отсчетомъ по рейкѣ при двухъ положеніяхъ (перекладываемой въ лагерахъ) трубы, пользуясь при каждомъ отсчетѣ по рейкѣ соотвѣтственно то одной, то другой стороной оборотнаго (двойной шлифовки) уровня и достигая желаемаго параллелизма исправительнымъ винтомъ при (нивеллирномъ) уровнѣ.

Установка діаграммы въ такое положеніе, при которомъ главная ея точка точно сольется съ точкою пересѣченія горизонтальной нити N съ вертикальнымъ ребромъ окулярной призмы, при горизонтальномъ положеніи линіи визированія черезъ нулевую нить, т. е. при нахожденіи середины пузырька (нивеллирнаго) уровня на трубѣ на серединѣ его трубки, можетъ быть достигнута передвиженіемъ самой діаграммы горизонтальными и вертикальными при ней винтиками; причемъ можно пользоваться дополнительнымъ уровнемъ, накладывающимся на верхнее ребро стеклянной пластинки діаграммы, убѣдившись предварительно, что углу между верхнимъ ребромъ діаграммы и среднею ея линіею достаточно точно придана механикомъ величина въ 90^0 (прямого угла).

Точно также и провѣрка и достиженіе условія, чтобы крайніе радіусы діаграммы при наклонѣ трубы на $\pm 30^0$ сливались съ вертикальнымъ ребромъ окулярной призмы, а горизонтальная нить касалась основного круга всегда въ соотвѣтственныхъ углу наклона точкахъ, возможно путемъ постепенныхъ пробъ и передвиженія діаграммы и линзы L между призмами находящимися при нихъ винтиками.

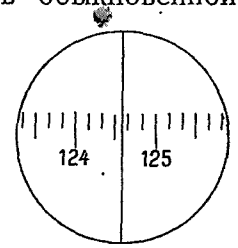
Наконецъ, установка постоянныхъ дальномѣра $C_1 = 100$ (а вмѣстѣ съ тѣмъ и $C_2 = 20$) достигается обычнымъ порядкомъ передвиженія собирательнаго стекла трубы Порро (измѣненіемъ разстоянія Δ) до тѣхъ поръ, пока при горизонтальномъ положеніи трубы нулевая нить и кривая разстояній своимъ промежуткомъ OE (черт. 397) не покроютъ промежутокъ $l_1 = 1{,}00$ метру на рейкѣ удаленной отъ инструмента на [предварительно точно (лентой) отмѣренное] разстояніе въ 100 метровъ.

Что касается *точности* результатовъ, даваемыхъ тахеометромъ Гаммера-Феннеля, то путемъ сравненія ихъ съ нивеллировкою и съ результатами измѣренія разстояній мѣрными брусьями (Latten) оказалось, что ошибка въ разстояніи возрастаетъ съ увеличеніемъ самого разстоянія, однако, при разстояніяхъ до 250 metr. она не достигала *въ среднемъ* $\pm 0{,}2$ metr. Наибольшее уклоненіе было въ $+1{,}00$ metr.

Ошибка въ превышеніяхъ достигала ± 6 cm., при разстояніяхъ въ 25 metr. и углахъ наклона $\pm 7^0$.

По словамъ пр. Коппе ошибка въ опредѣленіи разности высотъ въ среднемъ, примѣрно, вдвое болѣе, чѣмъ у тахеометра съ обыкновенной сѣткой [1]).

Отсчитываніе направленій по горизонтальному кругу у тахеометра Гаммера - Феннеля дѣлается помощію микроскопа - оцѣнщика *съ одной нитью*, причемъ на лимбѣ подписанъ каждый отдѣльный градусъ, напр., 124 и 125 (черт. 409d), и дѣленія идутъ черезъ $^1/_6{}^0$, т.-е. черезъ 10′; отдѣльныя минуты цѣнятся на глазъ; такъ отсчетъ, согласно чертежа 409d, будетъ $124^0\ 36'$.



Черт. 409d.

Примѣчаніе. Относительно микроскоповъ - оцѣнщиковъ, со шкалою Гензольда, см. дальше, главу о „Тригонометрической сѣти“, § объ измѣреніи угловъ. При чемъ здѣсь же замѣтимъ, что Dr. *Пульфрихъ* (фирма Zeiss'a въ Jen'ѣ) предлагаетъ вмѣсто штриховъ, параллельныхъ дѣленіямъ на лимбѣ, брать на шкалѣ-оцѣнщикѣ косые (на манеръ поперечнаго масштаба) штрихи; тогда возможно степень оцѣнки по шкалѣ довести до болѣе высокихъ предѣловъ. (См. „Zeitschrift für Instrumentenkunde“ за 1907 годъ, Heft 12).

§ **253. О нивеллиръ-тахиметрахъ.** Многіе нивеллирные инструменты, и при томъ высокаго достоинства, устраиваются исключительно для одного только горизонтальнаго визированія и не имѣютъ угломѣрнаго снаряда. Въ этомъ случаѣ взаимное положеніе пронивеллированныхъ точекъ въ горизонтальной плоскости опредѣляется особо какимъ-либо угломѣрнымъ инструментомъ, наприм., буссолью, теодолитомъ, пантометромъ и т. п. въ связи съ примѣненіемъ мѣрной ленты или цѣпи. Въ случаѣ холмистой мѣстности нерѣдко горизонтальный лучъ зрѣнія при нивеллировкѣ не попадаетъ ни на одну изъ двухъ реекъ, стоящихъ на связующихъ точкахъ: онъ идетъ выше рейки, стоящей подъ горой, и ниже (ударяетъ въ землю) рейки, поставленной вверхъ по скату горы. Во избѣжаніе такого рода не удобства приходится сокращать разстояніе между рейками и перемѣрять его вновь, если оно ранѣе было измѣрено при разбивкѣ пикетажа.

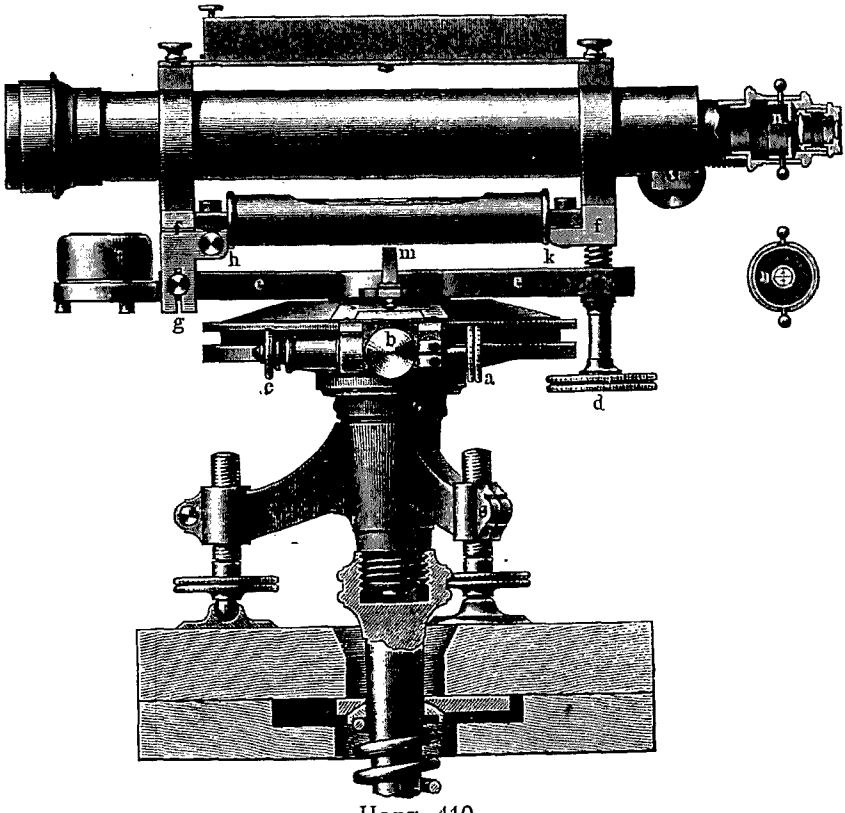
Перечисленныя неудобства обыкновеннаго нивеллирнаго инструмента побудили нѣкоторыхъ практиковъ предложить механикамъ дополнять нивеллиръ приспособленіями, недостающими ему для опредѣленія взаимнаго

[1]) См. Извѣстія собранія Инженеровъ Путей Сообщенія за 1903 годъ. № 6, статья Б. Крутикова.

положенія точекъ какъ въ горизонтальной, такъ и въ вертикальной плоскости, и тѣмъ самымъ дать возможность не только не сокращать разстояній между пикетами въ гористой мѣстности при продольной нивеллировкѣ, но и примѣнять нивеллиръ, какъ тахеометръ, *для быстрой съемки рельефа* значительнаго по ширинѣ участка *въ холмистой мѣстности*. Слѣдствіемъ этого стали появляться нивеллиры 1) съ дальномѣрными нитями, 2) съ буссолями, 3) съ горизонтальнымъ лимбомъ, 4) съ элевацiонными винтами, допускающими наклонное визированіе, и, наконецъ, выработался типъ нивеллира, соединеннаго съ тахеометромъ или такъ называемаго *нивеллира-тахиметра*.

Примѣненіе элевацiоннаго винта для опредѣленія угла наклоненія оси нивеллира къ горизонту дало еще возможность помѣщать въ трубахъ нивеллиръ-тахеометровъ (вмѣсто дальномѣрной) обыкновенную сѣтку, состоящую только изъ двухъ перекрестныхъ нитей.

Виды нивеллиръ-тахиметровъ. Остановимъ сперва наше вниманіе на нивеллиръ-тахиметрѣ *Брейтгаупта* (черт. 410), построенномъ въ 1886 году по предложенію профессора *Фоглера*. Нижняя его часть представляетъ



Черт. 410.

простой малый теодолитъ съ закрытымъ чехломъ лимбомъ, діаметръ котораго = 9 сантиметрамъ. Лимбъ подраздѣленъ на полуградусы. Алидада въ видѣ полнаго круга снабжена двумя верньерами съ точностью въ 1 минуту, видимыми въ прорѣзахъ чехла. Вертикальная ось алидады конiче-

ской формы помѣщается внутри втулки треножника и удерживается въ ней навертывающеюся на ея конецъ маленькою гайкою. Медленное вращеніе алидады совершается при помощи микрометреннаго винта со спиральной пружиной, легко усматриваемыхъ на чертежѣ по буквамъ *a*, *b* и *c*. Гайка *c* навертывается на нарѣзку штифта, на который навита спиральная пружина, и тѣмъ самымъ можетъ сдавить спираль внутри цилиндра: она притягиваетъ ее къ себѣ шейбочкой, неподвижно закрѣпленной на другомъ концѣ штифта.

Дѣйствіе спирали на микрометренный винтъ уничтожаютъ гайкой *c*, когда имѣется въ виду вынуть вертикальную ось алидады изъ ея гнѣзда во втулкѣ лимба.

Въ направленіи, перпендикулярномъ къ линіи нулей верньеровъ, на алидаду насажена горизонтальная линейка *ee* трегера зрительной трубы. На переднемъ концѣ линейки помѣщенъ круглый уровень съ исправительными снизу винтами. Трегеръ трубы состоитъ изъ двухъ подставокъ *ff* неразрывно связанныхъ съ трубою; между ними на консоляхъ *h* и *k* помѣщается цилиндрическій уровень. Такимъ образомъ верхняя часть инструмента напоминаетъ глухой нивеллиръ; она можетъ наклоняться около оси *g* при дѣйствіи элевацiоннаго винта *d*. На винтѣ между грифомъ (шляпкою) и нарѣзкою сдѣлано полусферическое утолщеніе, помѣщающееся въ линейкѣ *ee*, подъ окуляромъ трубы; между гнѣздомъ *f* элевацiоннаго винта и линейкой *ee* помѣщается спиральная пружина. При лѣвой подставкѣ трубы (у объектива) сдѣлана гильза-цилиндрикъ для оси зеркала цилиндрическаго уровня. Зеркало съ помощію шарообразнаго шарнира дозволяетъ, при отсчитываніи по рейкѣ, свободнымъ отъ окуляра глазомъ слѣдить за положеніемъ пузырька уровня. Точка *m* служитъ мѣстомъ закрѣпленія лупы (для верньеровъ лимба) съ иллюминаторомъ изъ рога въ видѣ цилиндра, служащаго продолженіемъ мѣдной оправы лупы.

Труба около оси *g* можетъ наклоняться вверхъ и внизъ на уголъ до 2^0. Одинъ оборотъ элевацiоннаго винта соотвѣтствуетъ наклону въ $0{,}2^0$.

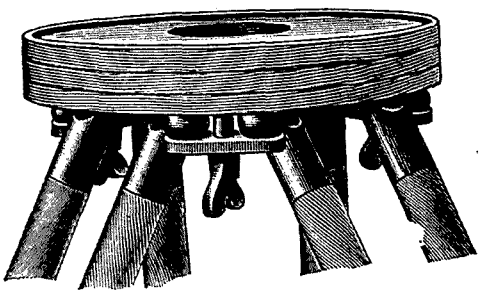
Въ трубѣ вмѣсто паутинныхъ нитей на діафрагму *n* наклеена стеклянная пластинка съ выгравированными штрихами. Діафрагма можетъ вращаться около геометрической оси трубы по ослабленіи 2-хъ вертикальныхъ упирающихся въ нее винтовъ, и этимъ вращеніемъ даетъ возможность одному изъ штриховъ сѣтки (горизонтальному) принять положеніе, перпендикулярное къ вертикальной оси вращенія алидады.

Труба снабжена дальномѣромъ Рейхенбаха, состоящимъ изъ двухъ дополнительныхъ горизонтальныхъ (болѣе короткихъ) штриховъ. Первое постоянное дальномѣра $k = 100$, а второе $c = 37$ сантиметрамъ.

На трубу сверху ея обоймицъ, (верхнія части которыхъ срѣзаны въ одну плоскость), накладывается *орiентиръ-буссоль*. Она удерживается на трубѣ двумя винтами, входящими въ вырѣзы ея подставки и имѣющими гнѣзда въ обоймицахъ трубы. Шляпками этихъ винтовъ подставка буссоли прижимается къ обоймицамъ.

Чтеніе по магнитной стрѣлкѣ производится при горизонтальномъ положеніи трубы.

Штативъ устроенъ по системѣ Рейхенбаха; онъ изображенъ на чертежѣ 411. Въ головѣ сдѣлано отверстіе, допускающее передвиженіе инструмента, при центрировкѣ, до 2 сантиметровъ.



Черт. 411.

Что касается до повѣрокъ этого инструмента, то въ виду того, что труба его можетъ незначительно вращаться *около горизонтальной оси g* (*не болѣе* какъ на 2^0), онѣ, главнымъ образомъ, должны касаться его, какъ глухого нивеллира, и только отчасти, какъ теодолита. Такъ онѣ касаются:

1) вѣрности дѣленій лимба и алидады,

2) параллельности оси круглаго уровня съ осью вращенія алидады,

3) перпендикулярности одной изъ нитей къ той же оси вращенія,

и 4) параллельности оси цилиндрическаго уровня визирной оси трубы.

Всѣ эти повѣрки были уже нами ранѣе разсмотрѣны въ статьяхъ о теодолитахъ и нивеллирахъ. Здѣсь мы только замѣтимъ, что въ этомъ инструментѣ, съ цѣлью облегченія ежедневнаго (повторнаго) производства повѣрки четвертаго условія иногда, по желанію заказчика, механикъ прикладываетъ въ числѣ принадлежностей еще и *дополнительный* уровень, накладывающійся на трубу, на мѣсто оріентиръ-буссоли. Этотъ уровень легко можетъ быть вывѣренъ (см. повѣрки запасного уровня *и* въ тахеометрѣ Вагнера) и даетъ возможность по нему отъ времени до времени устанавливать цилиндрическій уровень подъ трубою.

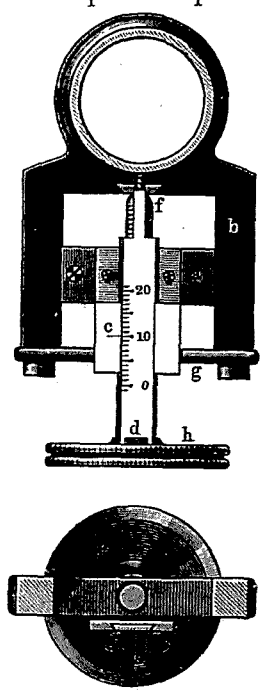
Съ этою цѣлію достаточно произвести повѣрку 4-го условія, согласно (§ 181), а затѣмъ замѣтить, куда [1]) и насколько уклоняется середина пузырька отъ середины трубки уровня подъ трубою въ то время, когда середина пузырька накладного уровня находится на серединѣ своей трубки. При ежедневной повѣркѣ уровня подъ трубою достаточно устанавливать его съ помощію исправительнаго винта такъ, чтобы отсчетъ по его концамъ оставался тѣмъ же, какимъ онъ былъ и въ предшествующій день въ то время, когда пузырекъ накладного уровня находится по серединѣ своей трубки.

Въ этомъ инструментѣ необходимо также опредѣлить по рейкѣ цѣну одного дѣленія уровня (§ 195) и уголъ между оптической осью трубы и діаметромъ $0^0 — 180^0$ буссоли; этотъ уголъ найдется, какъ разность между отсчетомъ по лимбу, оріентированному по стрѣлкѣ буссоли, и заранѣе извѣстнымъ магнитнымъ азимутомъ нѣкоторой прямой, послѣ того какъ вдоль этой прямой будетъ направлена оптическая ось зрительной трубы инструмента. Что касается до изслѣдованія коллимаціонной

[1]) Къ объективу или къ окуляру.

ошибки трубы и наклона ея оси *g* къ вертикальной оси вращенія алидады, то оно можетъ быть произведено съ помощію шнура отвѣса (§ 128). Объ изслѣдованіи элеваціоннаго винта см. стр. 527 и 522 (нивеллиръ Бамберга).

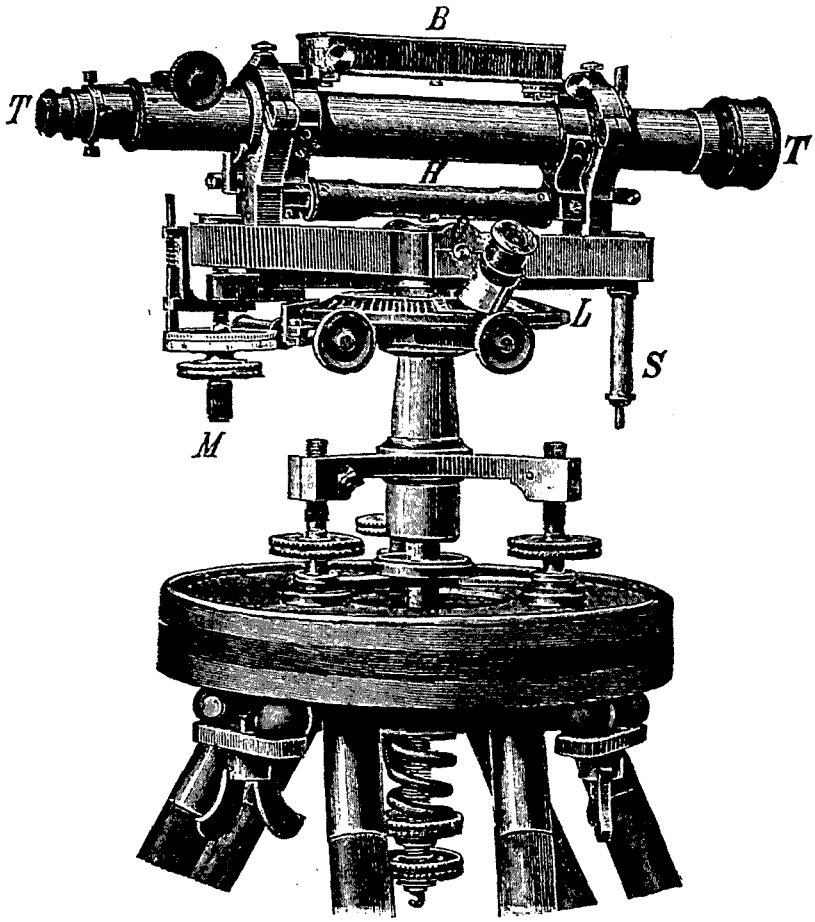
Нивеллиръ-тахеометры Розенберга-Фоглера. Первоначально, по предложенію профессора Фоглера, берлинскій механикъ Розенбергъ, желая приспособить свои *обыкновенные* нивеллиры къ нивеллированію *по особой методѣ* т. е. тахиметрической нивеллировкѣ при помощи наклоннаго луча зрѣнія, что было только отчасти возможно нивеллиръ-тахиметромъ Брейтгаупта, сталъ снабжать ихъ элеваціоннымъ винтомъ, указаннымъ на чертежѣ 412. Устройство такого винта съ тонкою нарѣзкою позволяетъ отсчитывать полные его обороты и судить по нимъ объ углѣ наклоненія къ горизонту оптической оси нивеллира. На черт. 412-мъ черезъ *a* обозначенъ конецъ горизонтальной линейки трегера трубы нивеллира, приходящійся подъ окуляръ; на другомъ концѣ этой линейки помѣщается горизонтальная ось вращенія трубы. Вилкообразная подставка *b* опирается стальною горизонтальною пластинкою *f*, впущенной внутрь подставки на элеваціонный винтъ. (Въ сѣченіи она имѣетъ видъ трапеціи). Нижняя часть 412-го чертежа представляетъ поперечный разрѣзъ элеваціоннаго винта; изъ чертежа можно усмотрѣть, что на *подвижную пластинку* (шиберъ), имѣющую въ поперечномъ сѣченіи видъ трапеціи (ласточкинъ хвостъ), нанесена счетная шкала, каждое дѣленіе которой соотвѣтствуетъ одному полному обороту винта; шкала движется въ пластинѣ *c* и опирается на шляпку винта *h*, имѣя совмѣстное съ нимъ движеніе; вверху шкала упирается въ зрительную трубу помощію спиральной пружины, гарантирующей ея движеніе внизъ. По указателю *c* на шкалѣ прочитываютъ отдѣльные повороты винта. Болѣе точнымъ указателемъ каждаго сдѣланнаго винтомъ полнаго его оборота служитъ, съ одной стороны, замѣтка на загнутомъ концѣ *d* подвижной пластинки (шибера) шкалы, а съ другой стороны, черта *s* на никкелевомъ кольцѣ *r*, свободно вращающемся внутри шляпки *h* винта. Чтобы повернуть его внутри шляпки, обыкновенно вставляютъ въ дырочку, находящуюся вблизи штриха *s*, шпильку или спичку. При горизонтальномъ положеніи визирной оси трубы индексъ *c* долженъ совпадать съ 10-мъ штрихомъ шкалы. Для выполненія этого условія пластинка *c* снабжена подъ прикрѣпляющими ее къ линейкѣ винтиками продолговатыми прорѣзами (лѣвѣе одного изъ нихъ на чертежѣ обозначенъ винтъ, регулирующій движеніе въ нарѣзѣ элеваціоннаго винта). Въ тотъ моментъ, когда пузырекъ уровня находится на срединѣ трубки, необходимо, чтобы замѣтка (штрихъ *s*) на кольцѣ *r* точно совпадала съ указателемъ *d*, а для этого, при перемѣнѣ мѣста стоянія нивеллира, установивъ сперва пузырекъ уровня на средину трубки, кольцо *r* точно ставится шпилькой по указателю *d*; а при перемѣнѣ мѣста рейки, установку уровня



Черт. 412.

на середину и замѣтки *s* по указателю *d* дѣлаютъ осторожнымъ вращеніемъ самого винта [1]).

Въ настоящее время тотъ же механикъ Розенбергъ, по предложенію профессора Фоглера, усовершенствовалъ нивеллиръ-тахиметръ Брейтгаупта (черт. 410), примѣнивъ къ нему только что описанный винтъ со



Черт. 413.

шкалою. Шляпка у элеваціоннаго винта этого новаго *нивеллиръ-тахиметра* системы Фоглера-Розенберга (черт. 413) замѣнена барабаномъ съ дѣленіями, нанесенными на цилиндрическую его поверхность. Это новое приспособленіе элеваціоннаго винта *M* даетъ возможность отсчитывать тысячныя доли его полнаго оборота, такъ какъ на барабанѣ нанесено 100 дѣленій, и на глазъ свободно можно еще цѣнить десятыя ихъ доли. Горизонтальная линейка трегера зрительной трубы двойная: нижняя ея часть неподвижна въ вертикальной плоскости и наглухо соединена съ алидадою неподвижнаго лимба *L*, а верхняя—полая, въ видѣ опрокинутой коробки, имѣетъ по серединѣ горизонтальную ось *O* вращенія; на нее

[1]) Подобнаго рода винты, но безъ вертикальной шкалы, встрѣчаются также у нивеллировъ системы берлинскаго механика Бамберга (см. стр. 522 и 527).

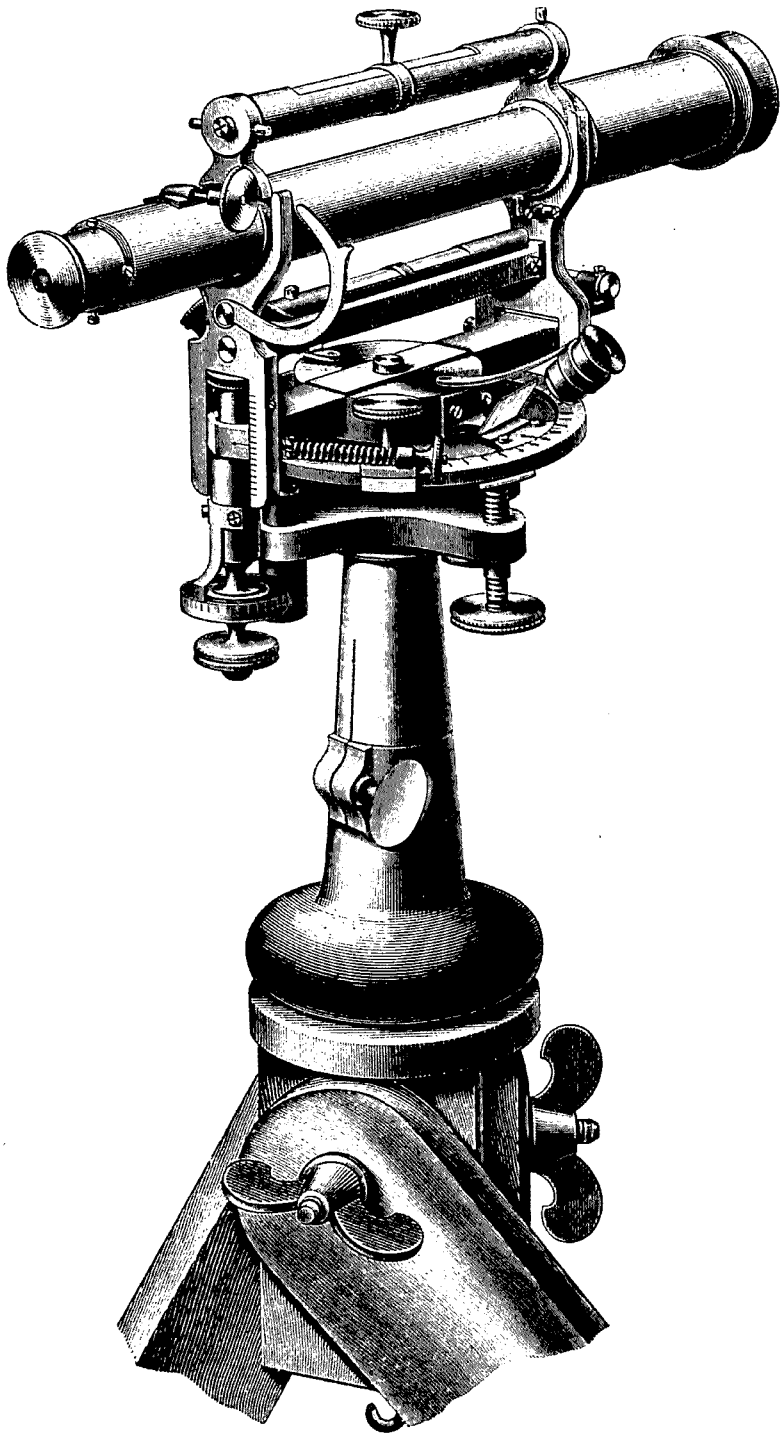
снизу дѣйствуютъ съ одного конца (у окуляра) винтъ *M*, а съ другого—спираль *S*. Вся верхняя часть инструмента представляетъ нивеллиръ съ перекладною трубою *TT* и уровнемъ *H* двойной шлифовки подъ трубою; она можетъ наклоняться около оси *O* подъ дѣйствіемъ винта *M*, для противодѣйствія которому и сдѣлана спираль *S*, находящаяся на другомъ концѣ линейки: при вывертываніи винта *M* спираль поднимаетъ объективъ трубы.

Указаніе на примѣненіе элеваціоннаго винта какъ для опредѣленія разстояній, такъ и къ нивеллированію помощію наклоннаго луча зрѣнія, было сдѣлано еще въ 1800 году, въ „Наставленіи къ нивеллировкѣ“ полковникомъ I. S. Hogrewe. Мысль Hogrewe была осуществлена, между прочимъ, въ половинѣ XIX столѣтія вѣнскимъ профессоромъ Штампферомъ, устроившимъ, при содѣйствіи механика Штарке, особый нивеллиръ—дальномѣръ. Остановимся на его описаніи.

Нивеллиръ-дальномѣръ Штампфера (черт. 414). На поломъ усѣченномъ конусѣ, которымъ инструментъ надѣвается на цапфу штатива, закрѣпленъ массивный треугольникъ съ округленными углами. Въ два изъ нихъ входятъ подъемные винты; они упираются своими концами въ нижнюю часть лимба, который можетъ быть нѣсколько наклоняемъ около своего центра подъ дѣйствіемъ этихъ винтовъ и пружины, помѣщенной въ третьей вершинѣ основного треугольника. Въ срединѣ лимба помѣщается короткая ось вращенія *горизонтальной массивной линейки-алидады*, удерживаемой сверху особою гайкою. Сбоку линейки, служащей основаніемъ для трегера трубы нивеллира, закрѣплена пластинка съ верньеромъ для отсчитыванія по лимбу направленій съ точностью до 1′; при верньерѣ имѣется иллюминаторъ и лупа. Алидада закрѣпляется при лимбѣ посредствомъ клещей нажимательнаго винта и имѣетъ микрометренный винтъ. Подъ объективомъ иногда на линейкѣ имѣется маленькій цилиндрическій уровень, ось котораго перпендикулярна къ оптической оси трубы.

Изъ чертежа легко усмотрѣть, что вся подставка вмѣстѣ съ перекладною трубою и накладывающимся на ея обоймицы уровнемъ вращается около горизонтальной оси (градусовъ на 8), подъ дѣйствіемъ элеваціоннаго винта. Разрѣзъ винта смотри на чертежѣ 415. Между подставками трубы помѣщенъ 2-й уровень. Первый же уровень служитъ исключительно для повѣрки инструмента. Онъ доставляется по желанію заказчика механикомъ и отнюдь не употребляется при нивеллировкѣ. Главное отличіе этого нивеллира заключается въ устройствѣ элеваціоннаго винта; число полныхъ его оборотовъ отсчитывается по *неподвижному* индексу горизонтальной линейки, по подвижной шкалѣ, нанесенной на одномъ изъ рычаговъ вилкообразной подставки трубы, а десятыя и сотыя доли оборота опредѣляются по ободку барабана винта *M*, раздѣленнаго на 100 равныхъ частей; наконецъ, эти послѣднія части настолько еще крупны, что можно оцѣнивать на глазъ десятыя ихъ доли, составляющія тысячныя доли отъ

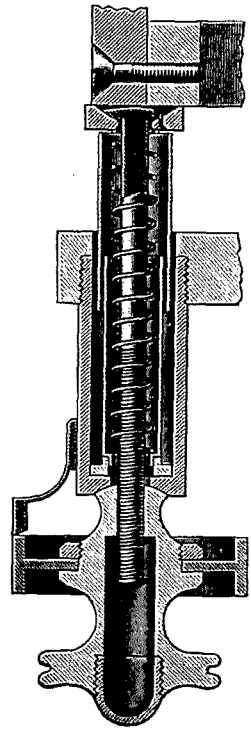
полнаго оборота. Нивеллиръ Штампфера можно употреблять и при обыкновенной методѣ нивеллированія (горизонтальнымъ лучемъ зрѣнія). Иногда



Черт. 414.

на алидадѣ встрѣчается наставная буссоль, помѣщающаяся на штангѣ выше трубы.

Элеваціонный винтъ имѣетъ горизонтальную ось вращенія вверху вилкообразной подставки трубы и обвивается спиральной пружиной (черт. 415), помѣщенной въ двухъ, входящихъ одна въ другую полыхъ гильзахъ. Обѣ гильзы помѣщены въ неподвижный цилиндръ, ввинченный въ горизонтальную линейку — алидаду и снабженный указателемъ для барабана гайки; гайка эта навинчивается на нижній конецъ элеваціоннаго винта. Навертывая гайку на винтъ, можно притянуть къ индексу любое дѣленіе шкалы.



Черт. 415.

Такъ какъ нивеллиръ Штампфера имѣетъ перекладную трубу и уровень, прикрѣпленный къ ея подставкамъ, т. е. устройство, подобное нивеллиру Эго, то отъ него требуются тѣ же условія, что отъ этого послѣдняго, и повѣрка ихъ производится такъ же. Въ виду же отличія въ подробностяхъ устройства, повѣрки нѣкоторыхъ условій нивеллира Штампфера производятся нѣсколько иначе; а потому повторимъ ихъ всѣ здѣсь.

1) *Уровень долженъ имѣть чувствительность достаточную и не излишнюю.* Повѣрка производится такъ же, какъ и въ другихъ нивеллирахъ, но только наклоненіе трубы и уровня совершается элеваціоннымъ винтомъ.

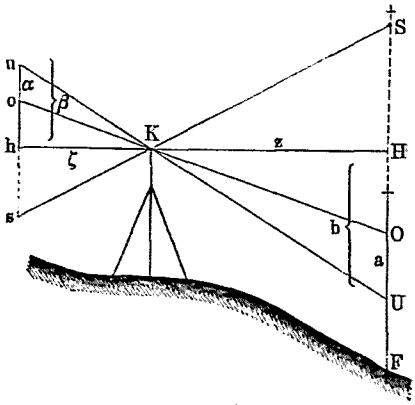
2) *Ось уровня должна быть перпендикулярна къ вертикальной оси вращенія инструмента.* Вращаютъ элеваціонный винтъ настолько, чтобы указатель горизонтальной линейки всталъ на тотъ штрихъ шкалы, который находится на ея срединѣ, и который подписанъ въ большинствѣ случаевъ числомъ 20, а показатель ободка (барабана) ставятъ на нуль. Ставятъ алидаду по направленію одного изъ подъемныхъ винтовъ и, дѣйствуя имъ, приводятъ пузырекъ уровня на средину. Закрѣпляютъ алидаду и дѣлаютъ отсчетъ на лимбѣ. Поворачиваютъ алидаду ровно на 180° и смотрятъ — находится ли пузырекъ уровня опять на срединѣ. Оказавшееся уклоненіе исправляется на половину элеваціоннымъ винтомъ. Послѣ этого замѣчаютъ положеніе индексовъ на шкалѣ и ободкѣ, и каждый разъ передъ приведеніемъ инструмента въ горизонтальное положеніе ставятъ ихъ на этотъ отсчетъ.

3) *Одна изъ нитей сѣтки трубы должна быть горизонтальна.* Повѣрка и исправленіе производятся такъ же, какъ и въ нивеллирѣ Эго.

4) *Визирная ось должна быть параллельна оси уровня подъ трубою.* Повѣрка производится такъ же, какъ въ нивеллирѣ Эго; въ равенствѣ поставокъ убѣждаются при помощи двухъ отсчетовъ на рейкѣ, изъ которыхъ первый дѣлается до перекладыванія трубы въ лагерахъ, а другой послѣ перекладыванія (см. стр. 430 и 431). Оказавшаяся невѣрность унич-

тожается исправительнымъ винтомъ уровня [1]), а именно: крестъ нитей подъемнымъ винтомъ ставятъ на полусумму отсчетовъ, а винтомъ при уровнѣ устанавливаютъ его пузырекъ на середину трубки. Послѣ этого вновь повторяется условіе второе. Необходимое для выполненія настоящаго условія равенство цапфъ узнается здѣсь такъ же, какъ и въ нивелирѣ Эго; если же имѣется накладной на трубу уровень, то такъ же, какъ въ нивеллирѣ Керна. Достигнувъ параллельности оптической оси трубы съ осью уровня, помѣщающагося между подставками, вывѣряютъ равенство подставокъ у накладного уровня; затѣмъ уже убѣждаются въ равенствѣ цапфъ трубы. Употребленіе накладного уровня для повторной ежедневной повѣрки условія 4-го дѣлается такъ же, какъ и въ нивеллиръ-тахиметрѣ Брейтгаупта — Фоглера.

§ **254. Теорія нивеллиръ-тахеометра.** Пусть въ точкѣ K установленъ инструментъ (черт. 416), а въ точкѣ F рейка съ двумя неподвижными цѣлями U и O, hKH — параллель горизонтальному лучу зрѣнія, uKU — параллель къ лучу визированія на нижнюю цѣль (точку) рейки, а oKO — на верхнюю цѣль (или какое-либо верхнее дѣленіе) рейки OF, a — извѣстное разстояніе между цѣлями на рейкѣ. Допустимъ, что hou — шкала элеваціоннаго винта, на которой h — отсчетъ, соотвѣтствующій горизонтальному, а o и u — на клонному лучу визированія. Принявъ, для простоты разсужденій, что h, o и u — точки на шкалѣ, соотвѣтствующія точкамъ H, O и U на рейкѣ, опредѣлимъ горизонтальное положеніе z и превышеніе $b = HU$ точки K надъ точкою U; изъ подобія треугольниковъ KOU и Kou и (KHU и Khu) получимъ, что ихъ высоты пропорціональны основаніямъ:



Черт. 416.

$$z : \zeta = b : \beta = a : \alpha \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

$$z = \frac{\zeta}{\alpha} a \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

$$b = \frac{\beta}{\alpha} a \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

Если согласно Hogrewe, a постоянно, т. е. рейка замѣнена простымъ шестомъ съ двумя прибитыми къ нему цѣлями, то α и β должны быть перемѣнными при измѣненіи z и b; тогда, принявъ

$$\alpha = (o - u)\, x$$
$$\beta = (h - u)\, x,$$

[1]) У нивеллира Эго то же достигается винтомъ при подставкѣ.

гдѣ h, o и u—отсчеты по шкалѣ и барабану, а x—цѣна, т. е. длина 0,001 оборота элевацiоннаго винта, найдемъ

$$z = \frac{\zeta}{x} \cdot \frac{1}{(o-u)} \cdot a \text{ и } b = \frac{(h-u)\,x}{(o-u)\,x} \cdot a.$$

Очевидно, что $\frac{\zeta}{x} = c$ должно быть или опредѣлено опытнымъ путемъ, или дано механикомъ [1]), а разстоянiе a между цѣлями заранѣе выбрано, его обыкновенно берутъ $= 1$ (сажени, метру и т. п.).

Обозначая разстоянiе FU черезъ l и высоту инструмента черезъ i, получимъ разность W уровней подошвы инструмента и подошвы F рейки, а также и разстоянiе z по формуламъ:

$$W = b + l - i = a \cdot \frac{h-u}{o-u} + l - i \ldots\ldots\ldots (4)$$

$$z = a \cdot c \cdot \frac{1}{o-u} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)'$$

Для формулы (2)′ и для перваго члена (4) формулы обыкновенно составляются таблицы.

Если, слѣдуя указанiямъ профессора Лорбера (въ Лёбенѣ), взять обычную рейку безъ цѣлей, но съ дѣленiями, и сдѣлать a перемѣннымъ а α постояннымъ, при томъ такъ, чтобы отношенiе $\frac{\zeta}{\alpha} = k = 100$, (такъ это обыкновенно и стараются сдѣлать механики, напр., Зиклеръ выбираетъ α цѣлымъ числомъ, или принимаетъ его за единицу) то $z = k \cdot a = 100\,a$. Здѣсь $a =$ разности отсчетовъ $FO = O$ и $FU = U$, сдѣланныхъ по рейкѣ, при установкѣ элевацiоннаго винта (на шкалѣ) на отсчеты o и u.

Точно также, если $\frac{\beta}{\alpha}$ подобрано такъ, что оно выражается цѣлымъ и *постояннымъ* числомъ, напр., 4, то $b = 4\,a$. Если при избранномъ α визировать на рейку и читать по ней неудобно, то его можно измѣнить и сдѣлать равнымъ, напр., половинѣ α или вообще $n\alpha$; причемъ n можетъ быть и цѣлымъ, и дробнымъ числомъ.

Само собою разумѣется, что при нивеллированiи изъ средины, принимая a за постоянное, напр., $= 1$ саж., величины l и i будутъ однѣ и тѣ же, а потому разность уровней двухъ точекъ будетъ выражаться формулой

$$y = \frac{h-u}{o-u} - \frac{h'-u'}{o'-u'}.$$

Нетрудно замѣтить, что формула (2)′ и 1-ый членъ формулы (4) вполнѣ сходны съ заранѣе выведенными нами формулами

$$D = \frac{TS}{tg\alpha - tg\beta}$$

$$\text{и } h' = D \cdot tg\alpha,$$

---

[1]) У механика Штарке въ Вѣнѣ оно почти всегда близко къ 320.

такъ какъ въ нихъ достаточно положить $TS = a$, и приравнять, согласно черт. 416-го, $tg\alpha = \frac{(h-u)\,x}{\zeta}$, а $tg\beta = \frac{(h-o)\,x}{\zeta}$, чтобы изъ нихъ получить

$$tg\alpha - tg\beta = \frac{(h-u-h+o)\,x}{\zeta} = \frac{(o-u)\,x}{\zeta},$$

$$D = \frac{a}{(o-u)} \cdot \frac{\zeta}{x}$$

и $h' = \frac{\zeta}{x} \cdot a \cdot \frac{h-u}{o-u} \cdot \frac{x}{\zeta} = \frac{h-u}{o-u} \cdot a.$

Если вновь возвратиться къ тому же 416 чертежу и принять на немъ S за вершину сигнала (напр., яблоко подъ крестомъ колокольни), $FU = U$ и $FO = O$ за отсчеты по рейкѣ, то изъ него найдется высота сигнала FS, такъ какъ

$US : a = us : \alpha$; откуда $US = (O-U).\frac{s-u}{o-u}$ и $FS = U + (O-U).\frac{s-u}{o-u}$,

причемъ предполагается, что въ F помѣщается нуль вертикально стоящей рейки съ дѣленіями, на которой сдѣланы отсчеты U и O, а по шкалѣ и барабану сдѣланы отсчеты s, o, u.

Такимъ образомъ видимъ, что нивеллиръ-тахиметръ можетъ служить и для опредѣленія высоты сигнала (сличи съ формулой страницы 572, черт. 356 $V = D\,.\,(tg\alpha + tg\beta)$], если около сигнала, въ одной съ нимъ вертикальной плоскости находится отвѣсно стоящая рейка съ двумя цѣлями. Впрочемъ, вертикально-стоящая рейка можетъ и не помѣщаться въ одной отвѣсной плоскости визированія съ сигналомъ, но тогда необходимо, чтобы горизонтальный лучъ визированія (оптическая ось) былъ бы перпендикуляренъ къ вертикальной оси вращенія инструмента.

Нивеллиръ-тахиметръ, какъ не трудно было замѣтить, представляетъ собою дальномѣръ съ перемѣннымъ угломъ, въ которомъ вмѣсто вертикальнаго круга имѣется шкала элеваціоннаго винта, отсчеты по которой пропорціональны тангенсамъ угловъ наклоненія визирной оси трубы.

Нивеллиръ-тахиметръ можетъ быть также примѣненъ къ разбивкѣ на мѣстности линіи даннаго уклона, какъ и обыкновенный теодолитъ съ вертикальнымъ кругомъ и рейкою; но для того, чтобы *разбить на мѣстности линію даннаго уклона вертикальнымъ кругомъ и рейкою*, необходимо и достаточно 1) имѣть линію визированія наклоненною подъ угломъ α къ горизонту, причемъ $tg\alpha =$ заданному уклону и 2) чтобы линія мѣстности, соединяющая подошву инструмента съ подошвою вертикально стоящей рейки, была бы въ то же самое время параллельна линіи визированія. Уголъ α найдется изъ равенства $tg\,\alpha = p$, гдѣ p — заданный уклонъ, или

$\alpha' \times Sin\ 1' = p$, откуда $\alpha = p \times \rho$. (гдѣ ρ — Гауссова постоянная).

Напр., если $p = 0{,}008$, то $\alpha' = 0{,}008 \times 3438 = 27',5$.

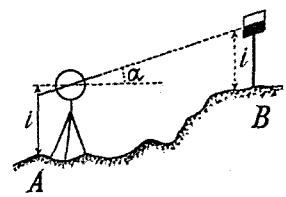
Для выполненія перваго условія дѣйствуютъ микрометренными винтами трубы и уровня на алидадѣ вертикальнаго круга такимъ образомъ, чтобы, при нахожденіи середины пузырька на срединѣ трубки, отсчетъ a по

вертикальному кругу при *К. П.* равнялся бы *М. О.* $+\alpha$. Въ нивеллиръ-тахиметрѣ вмѣсто угла наклона α опредѣляется отсчетъ u на шкалѣ элеваціоннаго винта, соотвѣтствующій заданному уклону p. Изъ чертежа видно, что $\beta = \zeta . tg\ UKH$; но $\beta = (h - u)\ x$; слѣдовательно, $(h - u) = \frac{\zeta}{x} . tg\ UKH$... Но такъ какъ $\frac{\zeta}{x} = c$, то $u = h - c . tg\ UKH$ или

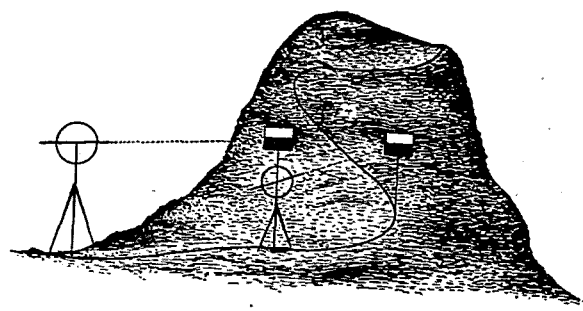
$$u = h - c . p \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Если у нивеллиръ-тахиметра $c = 100$, то уклонъ $p = tg\ UKH$ удобно выражать въ %, такъ какъ тогда $(h - u)$ будетъ равно уклону, заданному въ %. Дѣйствительно, если $p = 0.008$ или $p = 0{,}8\%$, то по (5) имѣемъ $h - u = 100 \times 0.008 = 0.8$ и при $h = 20$, искомое $u = 19{,}2$.

Для выполненія второго условія, когда имѣется рейка съ цѣлью, измѣряютъ высоту i инструмента до его горизонтальной оси вращенія и на рейкѣ устанавливаютъ нижнюю цѣль такъ, чтобы она была удалена отъ подошвы рейки на разстояніе, равное высотѣ i инструмента, тогда линія визированія на середину цѣли будетъ параллельна линіи AB мѣстности (черт. 417). Закрѣпивъ трубу въ неизмѣнномъ положеніи, посылаютъ рабочаго съ рейкой (на которой отмѣчена высота i инструмента) на разстояніе отъ 10—25 саженей отъ инструмента (чѣмъ болѣе имѣющійся на лицо уклонъ мѣстности, тѣмъ менѣе берется разстояніе между инструментомъ и рейкой). Рабочій, отойдя приблизительно на 30—75 шаговъ отъ инструмента, ставитъ рейку на землю, наблюдатель же при инструментѣ подаетъ ему заранѣе условленные знаки, чтобы онъ или остался на мѣстѣ и забилъ у подошвы рейки деревянный колъ, или передвинулся (вперед, назадъ, вбокъ) и *нашелъ бы пятой рейки такую точку на мѣстности, для которой линія визированія приходилась бы на середину заранѣе установленной цѣли* (черт. 418). Если сила зрѣнія трубы незначительна, то первая точка требуемой линіи удалится не болѣе, какъ на 20—30 саж. отъ инструмента. Послѣ этого въ первую найденную такимъ образомъ точку (замѣченную коломъ) переносятъ инструментъ; здѣсь, установивъ его, снова измѣряютъ его высоту и вновь повторяютъ пріемъ, и, постепенно подвигаясь, находятъ цѣлый рядъ точекъ, принадлежащихъ линіи требуемаго уклона; такая линія, какъ видно изъ чертежа 418, можетъ принять видъ зигзаги, или винтовой линіи.



Черт. 417.


Черт. 418.

§ 255. Точность результатовъ, даваемыхъ нивеллиръ-тахиметрами. Что касается до точности результатовъ, даваемыхъ нивеллиръ-тахиметрами, то, полагая a и ζ постоянными, най-

демъ, дифференцируя формулу $z = \frac{\zeta}{o-u} . a$, что истинная ошибка dz (одного наблюденія) въ разстояніи z будетъ

$$dz = d\zeta \frac{du - do}{(o-u)^2} = z^2 . \frac{du - do}{a\zeta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1).$$

Если перейдемъ отъ этой ошибки къ средней квадратической ошибкѣ μ_z (см. ниже статью о теоріи ошибокъ), то найдемъ по формулѣ $m^2 = [\Delta^2] : n$, что

$$\mu_z = \pm \frac{z^2}{a\zeta} \sqrt{\mu_o^2 + \mu_u^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

гдѣ μ_o и μ_u — среднія ошибки отсчетовъ o и u, или при $\mu_o = \mu_u = \mu$,

$$\mu_z = \pm z^2 \frac{\sqrt{2}}{a\zeta} . \mu \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3).$$

Пусть отсчетъ на шкалѣ равенъ ошибкѣ μ, а отсчетъ на рейкѣ, соотвѣтствующій μ, есть m, тогда, замѣнивъ на фигурѣ 404 a и α соотвѣтственно черезъ m и μ можемъ написать

$$\mu : m = \zeta : z \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3')$$

или $\mu = (m . \zeta) : z$, а потому равенство (3) обратится въ слѣдующее:

$$\mu_z = \pm \frac{z}{a} m . \sqrt{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

Для дальномѣра Рейхенбаха, гдѣ разстояніе z находится по формулѣ $z = k . a$, при чемъ k есть постоянное дальномѣра и a разность отсчетовъ по рейкѣ, найдемъ:

$$\mu_z = \pm km \sqrt{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5).$$

При $k = 100$ и $a = 2$, получимъ слѣдующую таблицу [1]).

z въ метрахъ	19	43	64
m въ миллиметрахъ .	$\pm$0,42	$\pm$0.35	$\pm$0,94
μ_z по (4) въ метрахъ.	$\pm$0,006	$\pm$0,011	$\pm$0,043
μ_z по (5) въ метрахъ.	$\pm$0,060	$\pm$0,050	$\pm$0,133

Изъ этой таблицы, какъ и изъ формулъ (4) и (5), видно, что ошибка μ_z въ разстояніи z при опредѣленіи его нивеллиръ-тахиметромъ менѣе, чѣмъ при измѣреніи дальномѣромъ, когда $z < 200$ метровъ. При $z = 200$ метрамъ ошибки равны и при $z > 200$ первая ошибка болѣе второй.

Истинная ошибка въ высотѣ $b = \frac{h-u}{o-u} a$ для одного наблюденія будетъ

$$db = a\left[\frac{dh}{o-u} - \frac{(h-u)do}{(o-u)^2} + \frac{(h-o)\,du}{(o-u)^2}\right] = \frac{1}{o-u}\left(a . dh - b . do + \frac{(h-u)-(o-u)}{o-u} . a . du\right)$$

$$db = \frac{1}{o-u}\left[a . dh - b . do + (b-a) . du\right]$$

Средняя ошибка въ высотѣ b найдется въ видѣ

$$\mu_b{}^2 = \frac{2\mu^2}{(o-u)^2}(a^2 + b^2 - ab)$$

или по замѣнѣ μ черезъ m, подобно (3'), изъ пропорціи

$$\mu : m = \alpha : a = (o-u) : a$$

---

[1]) См. *Vogler*, § 278, Lehrbuch der praktischen Geometrie.

получимъ

$$\mu_b = \frac{2m^2}{a^2}(a^2 + b^2 - ab)$$

или $\mu_b = \pm m\sqrt{2}\sqrt{1 - \frac{b}{a} + \frac{b^2}{a^2}}$.

Если положимъ $b = {}^1/_2\, a + y$, то

$$\mu_b = \pm m\sqrt{2}\sqrt{{}^3/_4 + \frac{y^2}{a^2}}.$$

Наименьшее значеніе μ_b будетъ при $y = o$ или $b = {}^1/_2\, a$.

Если принять по Штампферу среднюю ошибку отдѣльнаго визированія зрительной трубой не превышающей $2''$, то можно положить среднюю ошибку въ отсчетѣ по рейкѣ m, какъ зависящую отъ z, равной

$$m = \pm z\,tg\,2'' \text{ и}$$
$$a = 2 \text{ метрамъ},$$

то найдемъ μ_b въ миллиметрахъ, при z и y выраженныхъ въ метрахъ

Z	50	100	200	300	400	500
$\pm y = 0$	1	1	2	4	5	6
5	2	4	7	11	14	18
10	3	7	14	21	28	35
15	5	10	21	31	41	52
20	7	14	28	41	55	69
25	9	17	34	52	69	86

Подобныя же формулы можно было бы найти для μ'_z и μ'_b, принимая α постояннымъ и a перемѣннымъ, при томъ $a = O - U$, слѣдуя пріему Лорбера.

Если затѣмъ сличить μ_z и μ'_z и μ_b съ μ'_b, то оказывается, что до 200 метровъ $\mu'_z > \mu_z$ при $z = 200$ метрамъ $\mu'_z = \mu_z$, а при $z > 200$, а именно, при 300, 400, 500 и 1000 метрахъ $\mu'_z < \mu_z$. То же самое будетъ справедливо и относительно μ_b и μ'_b.

§ 256. Тахеометръ-автоматъ французскаго инженера *Санге* (*Sanguet*) [1] (черт. 419) отличается отъ тахеографометра Вагнера главнымъ образомъ устройствомъ верхней части, предназначенной для опредѣленія разстояній и превышеній.

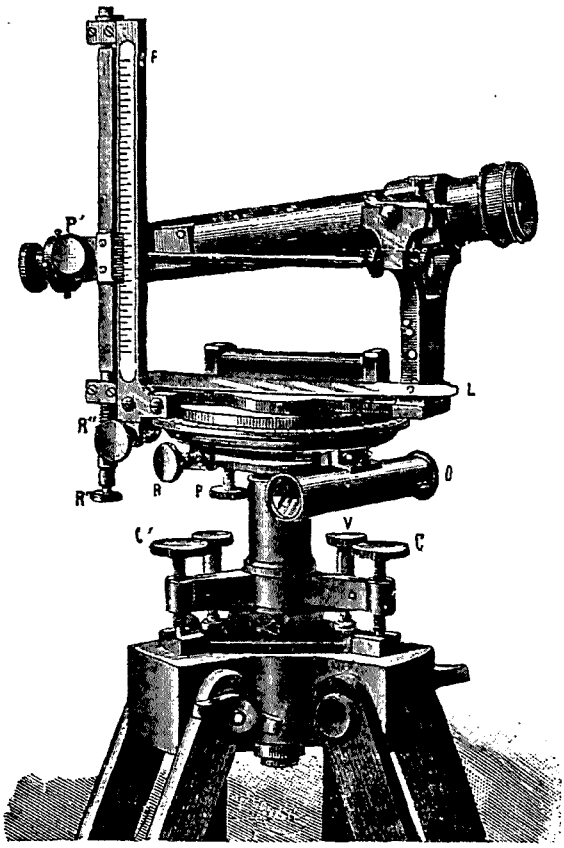
На алидадномъ кругѣ укрѣплена неподвижно горизонтальная линейка, поддерживающая *справа* — вилку, служащую подставкой для горизонтальной оси вращенія зрительной трубы, *слѣва*—вертикальную линейку

---

[1]) См. *Sanguet:* 1) Le tachéomètre Sanguet (autoréducteur), 2) La tachéometrie precision, и 3) *E. Prévot* — Topographie. Статья эта обработана *Н. М. Кисловымъ* и изложена, согласно извлеченій, сдѣланныхъ имъ по моей просьбѣ изъ указываемыхъ сочиненій.

F съ дѣленіями и *по средин* — уровень, служащій для приведенія плоскости лимба въ горизонтальное положеніе. Въ трубѣ помѣщена обыкновенная сѣтка, состоящая изъ двухъ взаимно-перпендикулярныхъ нитей.

Вертикальная линейка F, *неподвижно* укрѣпленная на горизонтальной линейкѣ алидаднаго круга, снабжена шкалою дѣленій и имѣетъ на каждомъ изъ своихъ концовъ по пластинкѣ съ цилиндрическимъ вертикальнымъ отверстіемъ. Въ этихъ отверстіяхъ скользятъ съ легкимъ треніемъ цилиндрическія оконечности призматическаго бруска (кулиссы), параллельнаго линейкѣ F и опирающагося на оконечность вертикальнаго микрометреннаго винта R'. Клещи, къ которымъ прикрѣпленъ верньеръ, охватываютъ кулиссу и могутъ двигаться во всю ея длину; онѣ закрѣпляются въ любой точкѣ кулиссы нажимательнымъ винтомъ P'. Эти клещи съ задней стороны имѣютъ стальной ножъ, служащій для поддерживанія трубы со стороны окуляра. Труба справа и слѣва имѣетъ по стальной линеечкѣ — шпонкѣ, параллельной ея визирной оси; этими шпонками она и опирается на ножъ. Труба опирается на горизонтальную ось вращенія, помѣщенную ближе къ объективу, чѣмъ къ окуляру; горизонтальная ось вращенія находится на разстояніи нѣсколькихъ сантиметровъ отъ центра тяжести трубы, а потому труба постоянно давитъ окулярнымъ колѣномъ на стальной ножъ.

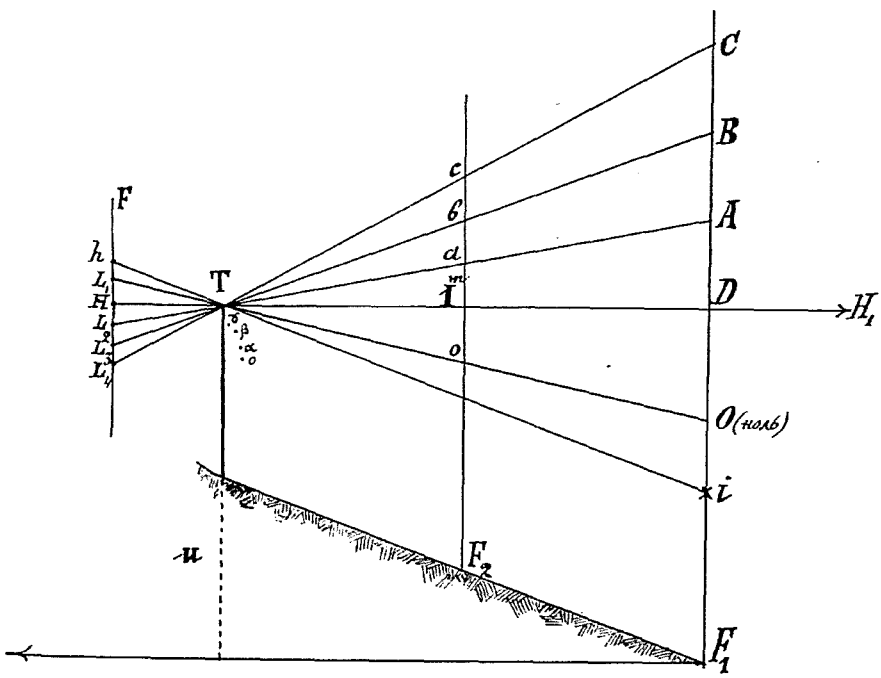


Черт. 419.

При визированіи на какую-либо опредѣленную точку рейки, ослабляютъ нажимательный винтъ P' и передвигаютъ клещи вмѣстѣ съ верньеромъ вверхъ и внизъ по кулиссѣ и тѣмъ измѣняютъ наклоненіе трубы; послѣ этого микрометренный винтъ R' даетъ возможность точно визировать крестомъ нитей на данную точку; отсчетъ по верньеру на шкалѣ F будетъ соотвѣтствовать данному наклоненію трубы.

Независимо отъ этого дѣйствія винтовъ P' и R', наклоненіе трубы можно измѣнить еще и при помощи слѣдующаго приспособленія у трубы. Гайка микрометреннаго винта R' рычагомъ соединена съ концомъ короткаго плеча горизонтальнаго рычага L, имѣющаго горизонтальную ось вращенія, всаженную въ линейку F съ задней ея стороны. Оконечность

длиннаго плеча рычага L плотно прилегаетъ къ одному изъ четырехъ штифтовъ—кнопокъ, вдѣланныхъ въ вилку подставки горизонтальной оси вращенія трубы и *расположенныхъ на ней по дугѣ круга*, центръ котораго совпадаетъ съ осью вращенія рычага L; концы у этихъ штифтовъ спилены по наклонной плоскости. Если нажимательный винтъ P' закрѣпленъ, труба давитъ своею тяжестью на кулиссу, а черезъ нее и на винтъ R', его гайку и короткое плечо рычага L, вслѣдствіе чего длинное плечо постоянно плотно прилегаетъ къ одному изъ четырехъ штифтовъ вилкообразной подставки; если плечо L осторожно сдвинуть, наприм., съ нижняго штифта, то оно съ силою стремится кверху и прикасается ко второму снизу штифту; одновременно съ этимъ понижается и короткое плечо рычага L, а черезъ это понижается и окуляръ трубы. Такъ какъ длинное плечо рычага L можетъ имѣть четыре различныхъ прикосновенія къ вилкѣ, по числу имѣющихся на лицо четырехъ штифтовъ, то и оптическая ось трубы можетъ имѣть *четыре угла наклоненія*, соотвѣтственно четыремъ положеніямъ рычага L, независимо отъ положенія клещей на кулиссѣ. При переходѣ изъ одного положенія въ другое, труба вращается около горизонтальной оси. Установивъ длинное плечо рычага L на одинъ изъ штифтовъ, можно, дѣйствуя винтами P' и R', визировать трубою на любую точку рейки и дѣлать отсчеты по горизонтальной нити.



Черт. 420.

§ 257. Теорія тахеометра Санге [1]). Пусть (черт. 420) HH_1 — горизонтальная линія, T — ось вращенія трубы тахеометра, F — вертикальная его шкала, F_1 — рейка, раздѣленная на части метра, вертикально поставленная

[1]) Сличи съ теоріей нивеллиръ-тахеометра § 254.

для опредѣленія горизонтальнаго разстоянія D (TD) отъ инструмента; назовемъ черезъ o, α, β, γ четыре штифта, помѣщенные на подставкѣ трубы. 1) Совмѣстивъ рычагъ L съ штифтомъ o (нижнимъ), ослабляемъ нажимательный винтъ P' и наклоняемъ трубу рукою до тѣхъ поръ, пока въ полѣ зрѣнія покажется нуль O рейки, потомъ микрометреннымъ винтомъ R' точно наводимъ горизонтальную нить на точку O (нуль) рейки F_1 [1]), пусть при этомъ труба займетъ положеніе L_1T; 2) передвигаемъ рычагъ къ штифту α, окуляръ трубы понизится; пусть труба займетъ положеніе L_2T и на рейкѣ прочтемъ A дѣленій; 3) перемѣстивъ рычагъ къ штифту β, приведемъ трубу въ положеніе L_3T и на рейкѣ прочтемъ B дѣленій; наконецъ, 4) при установкѣ рычага на штифтъ γ, труба займетъ направленіе L_4T и на рейкѣ прочтемъ C дѣленій, считая отъ точки O (нуля).

Если бы рейка помѣщалась отъ инструмента на разстояніи одного метра, напр., въ F_2, то отсчеты на рейкѣ, соотвѣтствующіе тѣмъ же четыремъ положеніямъ o, α, β, γ рычага L и трубы, были бы иные; пусть они — O (нуль) a, b, c.

Изъ подобія треугольниковъ очевидно, что

$$\frac{D}{1^m}=\frac{A}{a}=\frac{B}{b}=\frac{C}{c}=\frac{B-A}{b-a}=\frac{C-A}{c-a}=\frac{C-B}{c-b} \quad \ldots\ldots \text{(I)}$$

На основаніи свойства равныхъ геометрическихъ отношеній также получимъ:

$$\frac{D}{1^m}=\frac{A+B}{a+b}=\frac{A+C}{a+c}=\frac{B+C}{b+c}=\frac{A+B+C}{a+b+c} \quad \ldots\ldots \text{(II)}$$

Отсюда, для опредѣленія горизонтальнаго проложенія D, мы имѣемъ цѣлый рядъ *діастимометрическихъ* отношеній, а именно, 6 изъ (I) формулы и 4 изъ (II); но достаточно одного изъ нихъ, чтобы знать D; прочія могутъ служить для повѣрки; первыя три отношенія называются основными, а остальныя производными. Итакъ, для опредѣленія разстоянія, необходимо знать одинъ изъ отсчетовъ a, b, c и ему соотвѣтственный A, B, C.

Означивъ черезъ d разстояніе TH шкалы F отъ оси T вращенія трубы, изъ подобія треугольниковъ можно написать:

$$\frac{1}{d}=\frac{a}{L_1L_2}=\frac{b}{L_1L_3}=\frac{c}{L_1L_4};$$

откуда

$$a=\frac{L_1L_2}{d}, \quad b=\frac{L_1L_3}{d}, \quad c=\frac{L_1L_4}{d};$$

здѣсь L_1L_2, L_1L_3, L_1L_4 могутъ быть получены, *какъ разности отсчетовъ по верньеру на шкалѣ* F, а d — разстояніе шкалы F отъ оси T вращенія трубы также можетъ быть измѣрено, а потому и *постоянныя отношенія* a, b, c для даннаго инструмента будутъ извѣстны.

Въ тахеометрѣ Санге штифты o, α, β, γ размѣщаются такъ, что $a=0{,}010$; $b=0{,}018$; $c=0{,}022$, а слѣдовательно, $b-a=0{,}018-0{,}010=0{,}008$;

---

[1]) Или какое-либо цѣлое число дѣленій.

$c-a=0{,}022-0{,}010=0{,}012$; $c-b=0{,}022-0{,}018=0{,}004$; очевидно, что самое простое отношеніе есть $a=0{,}01$.
Пользуясь имъ, получимъ

$$\frac{D}{1^m}=\frac{A}{0{,}01} \text{ или } D=100\ A.$$

Заслуживаетъ особаго вниманія отношеніе

$$\frac{D}{1^m}=\frac{A+B+C}{a+b+c}=\frac{A+B+C}{0{,}050}=20\,(A+B+C);$$

вообще, если будемъ означать отсчеты OA, OB, OC,... на рейкѣ черезъ n, а отношенія, имъ соотвѣтствующія, черезъ r, то равенство (II) можно написать въ видѣ $\frac{D}{1^m}=\frac{\Sigma n}{\Sigma r}$. *Это равенство служитъ основнымъ при контролѣ отсчетовъ на рейкѣ.*

Такимъ образомъ искомое разстояніе опредѣляется по формулѣ: $D=100\,A$ и контролируется, вновь опредѣленіемъ его, по формулѣ

$$D=20\,(A+B+C)$$

или

$$A+B+C=5A.$$

Само собою разумѣется, что если бы разстояніе отъ инструмента до рейки было очень велико, или наклонъ мѣстности былъ слишкомъ великъ при малыхъ разстояніяхъ, то на рейкѣ нельзя было бы сдѣлать нѣкоторыхъ отсчетовъ, напр., C; тогда пришлось бы довольствоваться двумя отсчетами A и B и соотношеніями $D=\frac{A}{a}$ и $D=\frac{B-A}{b-a}$, т. е. $D=100\,A$ и $D=\frac{B-A}{0{,}008}=$ $=125\ (B-A)$.

Опредѣленіе превышеній. Если допустимъ, что отсчетъ на шкалѣ F, при горизонтальномъ положеніи трубы и при совмѣщеніи рычага L съ нижнимъ штифтомъ o, есть H, а *отсчетъ на той же шкалѣ, при наведеніи на мѣтку* i высоты инструмента на рейкѣ, *есть* h, то изъ чертежа видно, что $(h-H):d=u:D$, гдѣ u *есть превышеніе точки стоянія инструмента надъ точкою стоянія рейки*, откуда

$$u=\frac{h-H}{d}\cdot D. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(III)}$$

Въ формулѣ (III) дробь $\frac{h-H}{d}$ выражаетъ *уклонъ* оптической оси трубы, или линіи мѣстности, или тангенсъ угла наклоненія оптической оси трубы.

Положимъ въ этой формулѣ отсчетъ H равнымъ нулю (для упрощенія), $D=100$ метрамъ, d — разстоянію шкалы F отъ оси вращенія трубы, можно вычислить h для различныхъ значеній u, данныхъ въ доляхъ метра; нанеся эти вычисленныя значенія h на шкалу F, подписываютъ ихъ такъ, чтобы они въ метрахъ и ихъ доляхъ выражали превышеніе u для разстоянія 100 метровъ. Если разстояніе D_1 не равно 100 метрамъ, то отсчетъ h,

сдѣланный на шкалѣ F, придется умножить на отношеніе $\frac{D_1}{100}$ для полученія превышенія u. Обыкновенно нуль дѣленій находится на срединѣ шкалы и при томъ такъ, что при совмѣщеніи нуля верньера съ нулемъ шкалы, при начальномъ положеніи рычага L (у кнопки o) оптическая ось трубы перпендикулярна къ вертикальной оси вращенія инструмента (горизонтальна); дѣленія, идущія отъ нуля внизъ, выражаютъ повышенія, а потому сопровождаются знакомъ плюсъ, а верхнія дѣленія, отсчитываемыя при пониженіи мѣстности, означены знакомъ минусъ [1]).

Изъ теоріи *тахеометра* вытекаетъ его *употребленіе* для опредѣленія разстояній и превышеній [2]). Для превышеній необходимо сдѣлать два отсчета: одинъ h, предварительно поставивъ рычагъ L у кнопки o, а пузырекъ уровня алидады — на середину трубки и другой H, наводя горизонтальную нить трубы на мѣтку рейки, находящуюся отъ ея пятки на разстояніи i = высотѣ инструмента.

Оріентировка лимба по магнитному или истинному меридіану дѣлается при посредствѣ буссоли — трубы, помѣщенной подъ лимбомъ; въ ней стрѣлка имѣетъ оба конца загнутые кверху, причемъ одинъ конецъ виденъ непосредственно, а другой черезъ отраженіе въ зеркальцѣ, помѣщенномъ надъ шпилемъ стрѣлки; при точной оріентировкѣ оба конца кажутся совмѣщенными, или — продолженіями другъ друга. Отсчитываніе азимутовъ дѣлается такъ же по лимбу, какъ и въ другихъ тахеометрахъ.

§ 258. Повѣрка тахеометра Санге состоитъ въ изслѣдованіи слѣдующихъ условій:

1) Перпендикулярности оси уровня, укрѣпленнаго на линейкѣ алидаднаго круга, къ вертикальной оси вращенія инструмента.

2) Горизонтальности одной изъ нитей сѣтки.

3) Перпендикулярности коллимаціонной плоскости трубы къ плоскости азимутальнаго круга: [а) перпендикулярность визирной оси къ горизонтальной и в) параллельность послѣдней къ плоскости лимба].

4) Мѣста нуля вертикальной шкалы.

5) Мѣста нуля для азимутовъ.

6) Вѣрности дѣленій рейки и правильности діастимометрическихъ отношеній или положенія штифтовъ на подставкѣ трубы.

При изслѣдованіи условія а) третьей повѣрки трубу приходится перекладывать въ лагерахъ, перевернувъ верхнею стороною внизъ. Исправленіе дѣлается горизонтальными винтами сѣтки. Условіе в) той же повѣрки изслѣдуется или при помощи тонкой нити съ отвѣсомъ, какъ въ пантометрѣ, причемъ для уничтоженія колебаній отвѣса, его погружаютъ въ сосудъ съ водой, или посредствомъ уровня, ставимаго на цапфы гори-

---

[1]) Такая шкала называется *клизиметромъ*.

[2]) Изъ нея же видно, что тахеометръ Санге можетъ быть названъ нивеллиръ-тахеометромъ съ постояннымъ угломъ, но перемѣнной рейкой. Установка рычага на двѣ кнопки—даетъ визирной оси трубы опредѣленный уголъ.

зонтальной оси трубы; исправленіе дѣлается винтомъ, помѣщеннымъ при подставкѣ трубы, подъ лѣвой цапфой, смотря со стороны окуляра.

Для повѣрки мѣста нуля вертикальной шкалы, измѣряютъ превышеніе двухъ точекъ, находящихся другъ отъ друга на разстояніи 150—200 метровъ, ставя инструментъ сначала въ одной точкѣ, а рейку въ другой, потомъ перемѣняютъ мѣста инструмента и рейки. При выполненіи условія, отсчеты на вертикальной шкалѣ F должны получиться равные съ противоположными знаками и ихъ полусумма равна нулю; если же полусумма отсчетовъ не нуль, то эта полусумма и будетъ мѣстомъ нуля: поставивъ на нее верньеръ, при помощи нажимательнаго винта P' и микрометреннаго R', и закрѣпивъ винтъ P', передвигаютъ верньеръ исправительнымъ при немъ винтомъ такъ, чтобы совмѣстить его нуль съ нулемъ шкалы F.

Ту же повѣрку можно сдѣлать при помощи особаго, прилагаемаго къ инструменту, двусторонняго уровня, слѣдующимъ образомъ. Приводятъ инструментъ въ горизонтальное положеніе посредствомъ его уровня при алидадѣ, помѣстивъ предварительно двусторонній уровень справа у трубы и вертикальный верньеръ на нуль шкалы F. Приводятъ пузырекъ двусторонняго уровня микрометреннымъ винтомъ R' на середину и дѣлаютъ по шкалѣ отсчетъ φ_1. Измѣняютъ азимутъ трубы на 200 град., устанавливаютъ пузырекъ уровня при трубѣ, если нужно, снова на средину винтомъ R' и дѣлаютъ на шкалѣ отсчетъ φ_2. Полусумма $\frac{1}{2}(\varphi_1+\varphi_2)$ дастъ мѣсто нуля шкалы для одной стороны уровня. Вращаютъ затѣмъ трубу около ея оптической оси такъ, чтобы перемѣстить уровень на лѣвую сторону, т. е. перекладываютъ трубу въ лагерахъ, затѣмъ повторяютъ вышеуказанный пріемъ, дѣлая отсчетъ φ_3 при первомъ азимутѣ и φ_4 — при второмъ.

Среднее ариѳметическое изъ алгебраической суммы $\varphi_1+\varphi_2+\varphi_3+\varphi_4$ даетъ отсчетъ на шкалѣ, соотвѣтствующій горизонтальному лучу зрѣнія. Установка верньера дѣлается такъ же, какъ указано выше. Здѣсь само собой предполагается, что касательныя къ обѣимъ сторонамъ оборотнаго уровня параллельны визирной оси трубы (см. также тахеометръ Муано).

Изслѣдованіе условія 6-го дѣлается подобно тому, какъ повѣрка дальномѣрныхъ нитей въ дальномѣрныхъ трубахъ. Помѣщаютъ центръ тахеометра и рейку на концахъ точно измѣреннаго на ровной и возможно горизонтальной мѣстности базиса въ 100,10 метра. (Здѣсь 0,10 метра есть разстояніе отъ горизонтальное оси вращенія трубы до центра инструмента, которое должно быть придаваемо къ вычисленному по отсчету на рейкѣ, при извѣстномъ отношеніи, разстоянію отъ рейки до горизонтальной оси вращенія трубы). Тогда разстояніе отъ оси вращенія трубы до рейки равно 100 метрамъ. Обыкновенно рейка раздѣлена на сантиметры. При вѣрности отношеній $a=0{,}010$, $b=0{,}018$ и $c=0{,}022$, на рейкѣ должно получить при соотвѣтственныхъ положеніяхъ рычага отсчеты: $A=100^{m}\cdot 0{,}010=1^{m}.=100$ сантиметрамъ, $B=100^{m}\cdot 0{,}018=180$ сантиметрамъ, $C=100^{m}\cdot 0{,}022=220$ сантиметрамъ. Если ни одинъ изъ этихъ трехъ отсчетовъ не уклоняется отъ теоретическаго значенія больше чѣмъ на $\pm$ 0,05 метра, шкалу разстояній можно считать вѣрною.

Если уклоненія болѣе значительны, притомъ всѣ имѣютъ одинъ и тотъ же знакъ и пропорціональны соотвѣтственнымъ отношеніямъ a, b, c, ошибки надо приписать неточности измѣренія базиса или невѣрности дѣленій рейки, и если относительныя уклоненія не превышаютъ $\frac{1}{1000}$, ими пренебрегаютъ, такъ какъ такія уклоненія возможны даже при точныхъ измѣреніяхъ разстояній стальной лентой.

Если уклоненія не пропорціональны отношеніямъ или не имѣютъ общаго знака, то надо убѣдиться въ правильности дѣленій рейки, для чего дѣлаютъ новые ряды отсчетовъ, измѣняя каждый разъ начальную точку визированія (перемѣщая рейку вертикально) [1]).

Если дѣленія рейки окажутся вѣрными, о чемъ заключаютъ по постоянству разностей отсчетовъ, то измѣняютъ амплитуды размаховъ рычага между штифтами, для чего подпиливаютъ (плоскимъ четырегранным подпилкомъ) соотвѣтствующіе штифты; при этомъ необходимо возможно чаще провѣрять результаты спиливанія, повторяя начальную установку рычага и отсчеты на рейкѣ.

Примѣръ:

Отношенія:	1,010;	0,018;	0,022;
Отсчеты на рейкѣ: . .	100,10;	180,20;	220,15;
Теоретическіе:	100,00;	180,00;	220,00;
Уклоненія:	+0,10;	+0,20;	+0,15.

Такъ какъ отношеніе 0,018 даетъ самый значительный избытокъ, то ставятъ рычагъ на соотвѣтствующій штифтъ β; визируютъ горизонтальною нитью на дѣленіе 180,00 рейки; тогда прочіе отсчеты при установкахъ рычага L на штифты α и γ получатся уменьшенными на 0,20, т. е. на столько же, на сколько уменьшился отсчетъ (b), поэтому вмѣсто 0,00, при установкѣ рычага на штифтъ 0 (нуль), прочтемъ — 0,20; вмѣсто 100,10... 99,90 (рычагъ на штифтѣ α); вмѣсто 220,15... 219,95 (рычагъ въ γ). Подпиливаютъ кнопки o, α, γ такъ, чтобы при установкѣ на нихъ рычага получились отсчеты 0,00; 100,00; 220,00, если въ началѣ рычагъ установленъ на кнопкѣ β и труба на отсчетъ 180 (винтами P' и R').

Условія (1), (2) и (5) могутъ быть повѣряемы извѣстными способами.

§ 259. Нѣкоторыя практическія замѣчанія относительно употребленія тахеометра Санге. I) Для повѣрки отсчетовъ азимутовъ на лимбѣ, Санге предложилъ, такъ называемые, *дополнительные верньеры*, которыхъ основное свойство состоитъ въ томъ, что сумма отсчетовъ *числа минутъ* по этимъ 2-мъ верньерамъ, сдѣланныхъ при одномъ и томъ же положеніи алидады, равна числу минутъ, т. е. сотыхъ града, которое надо придать къ непосредственно сдѣланному отсчету на лимбѣ (по индексу нормальнаго верньера). Эти верньеры расположены рядомъ, а ихъ нули отдѣлены другъ отъ друга

[1]) Вѣрность дѣленій рейки можно точнѣе изслѣдовать сравненіемъ съ вѣрнымъ масштабомъ.

дугою въ 15 градъ; цѣлыя части обоихъ отсчетовъ на лимбѣ должны поэтому всегда разниться на 15 градъ. Очевидно, что нормальный 1-й верньеръ можно устроить такъ, что число градъ, прочтенныхъ по нему и число градъ, прочтенныхъ по одному изъ дополнительныхъ верньеровъ, будутъ разниться на 200 gr. (или 180°).

Пусть, нормальный верньеръ имѣетъ точность t_1, напр., $t_1 = 0{,}02$ gr., и лимбъ подраздѣленъ на грады, тогда

$$0{,}02 \text{ gr.} = t_1 = \frac{1 \text{ gr.}}{n+1}, \text{ т. е. } n+1 = 50,$$

а дополнительные верньеры оба одинаковой точности $t_2 = t_3 = 0{,}05$ gr. устроены такъ, что сумма отсчетовъ числа минутъ по нимъ равна отсчету числа минутъ по нормальному верньеру, а разность отсчетовъ числа минутъ по дополнительнымъ верньерамъ даетъ 0,1 числа минутъ съ главнаго (нормальнаго) верньера. Пусть далѣе на основномъ (нормальномъ) верньерѣ сливается n_1'' штрихъ съ какимъ-либо штрихомъ лимба, тогда отсчетъ по нормальному верньеру будетъ $= n_1 t_1$, а на дополнительныхъ пусть n_2'' и n_3'' штрихи сливаются, т. е. отсчеты по нимъ соотвѣтственно равны $n_2 t_2$ и $n_3 t_2$.

По условію

$$n_1 t_1 = t_2 (n_2 + n_3) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

и

$$0{,}1\, n_1 t_1 = t_2 (n_3 - n_2) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Складывая, а затѣмъ вычитая эти равенства, найдемъ:

$$1{,}1\, n_1 t_1 = 2 n_3 t_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

$$0{,}9\, n_1 t_1 = 2 n_2 t_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Дѣленіемъ послѣднихъ двухъ равенствъ (3) и (4) почленно получимъ

$$11 : 9 = n_3 : n_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Сопоставляя это отношеніе съ равенствомъ (1) и замѣняя въ немъ n_1 черезъ 50, т. е. полагая, что *послѣдній* штрихъ основного верньера сливается съ соотвѣтствующимъ ему штрихомъ лимба, получимъ, послѣ замѣны $t_1 = 0{,}02$ и $t_2 = 0{,}05$,

$$100 = 5 (n_2 + n_3) \text{ или } n_2 + n_3 = 20 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Такимъ образомъ видимъ изъ (5), что для любыхъ значеній n_2 и n_3 отношеніе ихъ $n_2 : n_3 = 9 : 11$, а когда $n_1 = 50$, то по (6) соотвѣтсвенно $n_2 + n_3 = 20$, а это возможно, когда $n_2 = 9$, а $n_3 = 11$; слѣдовательно, въ первомъ дополнительномъ верньерѣ должно быть 9, а во второмъ 11 частей, т. е. для построенія перваго взята дуга въ 8 gr. и раздѣлена на 9 частей, а во второмъ взята дуга въ 10 gr. и раздѣлена на 11 частей.

Но къ тому же заключенію можно придти и нѣсколько инымъ путемъ.

Если означимъ черезъ x ту часть, которую надо прибавить къ цѣлому числу градусовъ, указываемому индексомъ 1-го верньера, чтобы получить полный отсчетъ по этому обыкновенному (нормальному) верньеру, то первый изъ дополнительныхъ верньеровъ Санге устроенъ такъ, что даетъ отсчетъ $x_1 = 0{,}45\, x$, а второй — $x_2 = 0{,}55\, x$, такъ что всегда $x_1 + x_2 = x$, и $x_2 - x_1 = 0{,}1\, x \ldots$ (*a*), сверхъ того $x_2 > x_1$.

Предположимъ, что лимбъ раздѣленъ на грады и разсмотримъ, какъ должны быть устроены два дополнительныхъ верньера, которые давали бы

части въ 0,05 града непосредственнымъ отсчитываніемъ. Мы знаемъ, что всякій отсчетъ x_1, сдѣланный по дополнительному верньеру, связанъ съ дѣйствительнымъ отсчетомъ x, который получился бы по нормальному верньеру, соотношеніемъ $x_1 = 0{,}45\,x$, откуда $x = \frac{x_1}{0{,}45}$. Такъ какъ подпись каждаго штриха 1-го дополнительнаго верньера означаетъ номинально 0,05 gr., то, въ частности, когда $x_1 = 0{,}05$ gr., т. е. когда совпадаетъ 1-й штрихъ дополнительнаго верньера, она представляетъ, согласно равенства $x = \frac{x_1}{0{,}45}$, часть, равную $\frac{0{,}05^g}{0{,}45} = \frac{1}{9}$ града. Слѣдовательно, такой верньеръ получимъ, раздѣливъ на девять равныхъ частей дугу, равную восьми дѣленіямъ лимба.

Но если бы каждому дѣленію верньера приписать его дѣйствительное значеніе $\frac{1}{9}$ града, отсчетъ по верньеру далъ бы возможность узнать весь прибавокъ x; но такъ какъ, по предложенію, отсчетъ по верньеру долженъ представлять только 0,45 прибавка x, то подписываютъ каждое изъ дѣленій перваго верньера, представляющее $\frac{1}{9}^g \times 0{,}45 = 0{,}05$ gr. цифрами отъ 0 до 45 сотыхъ града. Для второго верньера будемъ имѣть

$x_2 = 0{,}55\,x$; откуда $x = \frac{x_2}{0{,}55} = \frac{0{,}05^g}{0{,}55} = \frac{1}{11}$ града.

Его назначаютъ, раздѣляя на 11 равныхъ частей дугу, содержащую десять дѣленій лимба, и подписываютъ цифрами отъ 0 до 55 одиннадцать полученныхъ дѣленій, приписывая каждому изъ нихъ номинальное значеніе въ 0,05 града.

Если, подставляя отсчеты въ равенства (*a*), убѣждаются, что для угла (азимута), не удовлетворяется второе соотношеніе, то это указываетъ на ошибку, сдѣланную въ отсчетахъ.

Дѣйствительно, допустимъ, что ошибка $\pm\,\varepsilon$ сдѣлана въ первомъ отсчетѣ x_1, слѣдовательно отсчитано $x_1 \pm \varepsilon$. Будемъ имѣть:

1) $\Sigma x = (x_1 \pm \varepsilon) + x_2 = (x_1 + x_2) \pm \varepsilon_1 = x \pm \varepsilon$, если означимъ черезъ x_1 и x_2 вѣрные отсчеты.

2) Разность 2-хъ отсчетовъ $\Delta x = x_2 - (x_1 \pm \varepsilon) = (x_2 - x_1) \mp \varepsilon = 0{,}1\,x \mp \varepsilon$.

3) Изъ равенствъ (*a*) слѣдуетъ, что при вѣрныхъ отсчетахъ разность $\frac{\Sigma x}{10} - \Delta x$ должна быть всегда $= 0$. А потому, замѣняя $\frac{\Sigma x}{10}$ и Δx ихъ величинами изъ равенствъ (1) и (2), получимъ, въ случаѣ существованія ошибки $\pm\,\varepsilon$, что

$$\frac{\Sigma x}{10} - \Delta x = \frac{x \pm \varepsilon}{10} - (0{,}1\,x \mp \varepsilon) = \pm 0{,}1\,\varepsilon \pm \varepsilon = \pm 1{,}1\,\varepsilon.$$

Если же черезъ $\pm\,\varepsilon$ означимъ ошибку, сдѣланную въ отсчетѣ по второму верньеру, найдемъ, что $\frac{\Sigma x}{10} - \Delta x = \mp 0{,}9\,\varepsilon$.

Въ томъ случаѣ, когда оба отсчета одинаково ошибочны, невозможно обнаружить существованіе ошибки.

Примѣръ 1-й. Пусть сдѣланы отсчеты 254,42 и 269,51. Разность ихъ цѣлыхъ частей $= 269 - 254 = 15^{gr.}$; $x_1 = 0{,}42$; $x_2 = 0{,}51$; $\frac{x_1 + x_2}{10} = 0{,}093$; $x_2 - x_1 = +0{,}09$; $x_2 > x_1$, и равенства (a) выполняются до 0,003 града.

Примѣръ 2-й. Пусть по основному верньеру сдѣланъ отсчетъ $x = 0{,}72^{gr.}$, тогда при точности $t_2 = 0{,}05^{gr.}$, естественно ждать, что $n_2 + n_3 = 14$ или 15, ибо $0{,}72^{gr.} = 0{,}05\ (n_2 + n_3)$ или $n_2 + n_3 = 0{,}72 : 0{,}05 = 14$ (или 15), т. е. или $n_2 - n_3 = 7$, или $n_2 = 7$, а $n_3 = 8$. Если $n_2 = 7$ и $n_3 = 8$, то $(n_3 - n_2)\ t_2 = 0{,}05^{gr.}$, и $0{,}1 \times 0{,}72 = 0{,}072$ близко подходитъ къ $0{,}05^{gr.}$. Если же $n_2 = n_3 = 7$, то $(n_3 - n_2)\ t_2 = 0$ и не согласуется съ условіемъ $0{,}1\ n_1\ t_1 = t_2\ (n_3 - n_2)$. Такимъ образомъ выгоднѣе взять $x_2 = 0{,}35^{gr.}$, а $x_2 = 0{,}40^{gr.}$, чѣмъ $x_2 = x_3 = 0{,}35^{gr.}$.

II) Тахеометромъ Санге можно производить *геометрическое нивеллированіе при помощи горизонтальнаго луча зрѣнія;* для этого ставятъ нуль верньера кулиссы на нуль вертикальной шкалы F, направляютъ крестъ нитей трубы на рейку, приводятъ пузырекъ уровня на алидадѣ уравнительными винтами строго на средину трубки и дѣлаютъ на рейку сначала взглядъ назадъ, а затѣмъ—впередъ; при этомъ инструментъ предполагается помѣщеннымъ на срединѣ между нивеллируемыми точками. Средняя ошибка во взглядахъ не превышаетъ 0,0001 D (гдѣ D разстояніе).

III) Для *прецизіоннаго нивеллированія* прикрѣпляютъ къ трубѣ двусторонній уровень и, приведя уровень въ горизонтальное положеніе при посредствѣ уровня на алидадѣ, поступаютъ слѣдующимъ образомъ:

1) дѣлаютъ первый взглядъ назадъ, а затѣмъ первый взглядъ впередъ;

2) переложивъ трубу нижнею стороною вверхъ, дѣлаютъ вторые взгляды назадъ и впередъ; передъ каждымъ отсчетомъ на рейкѣ ставятъ пузырекъ двусторонняго уровня строго на средину трубки посредствомъ микрометреннаго винта R' кулиссы.

Для производства нивеллированія, кромѣ изложенныхъ выше повѣрокъ, необходимо требовать центрированія нитей (совпаденія оптической оси трубы съ геометрической).

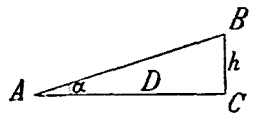
IV) Тахеометръ Санге даетъ возможность опредѣлить направленіе истиннаго меридіана по способу соотвѣтственныхъ высотъ; для этого наблюдаютъ солнце при четырехъ высотахъ до прохожденія его черезъ меридіанъ, соотвѣтственно четыремъ положеніямъ рычага L, а также и послѣ его прохожденія черезъ меридіанъ.

V) Средняя относительная ошибка въ опредѣленіи разстояній тахеометромъ Санге не превышаетъ 0,001.

Для возможно нагляднаго представленія учащимся результатовъ тахеометрической съемки помѣщенъ на стр. 619—622 числовой примѣръ (схоластически) исполненной тахеометрической съемки студентами Инженернаго Училища во время лѣтней геодезической практики и высчитанный по полевымъ даннымъ студ. Меж. Института Умновымъ. Порядокъ исполненія работы см. стр. 623, а кроки и планъ на стр. 624 и 625.

§) **260. Задачи, рѣшаемыя по плану съ горизонталями.** По плану съ горизонталями можно рѣшать цѣлый рядъ задачъ; мы остановимъ наше вниманіе лишь на нѣкоторыхъ изъ нихъ, имѣющихъ значеніе преимущественно въ инженерной практикѣ.

Задача 1-я. Опредѣлить уголъ наклона линіи мѣстности, заданной по плану двумя точками. При рѣшеніи этой задачи необходимо обратить вниманіе, какія именно горизонтали пересѣкаетъ заданная линія: такъ, если всѣ горизонтали *равно удалены* другъ отъ друга, т. е. каждыя двѣ сосѣднія горизонтали отсѣкаютъ отъ прямой одинаковые промежутки, то заданная по плану прямая имѣетъ одинъ и тотъ же уголъ наклона на всемъ своемъ протяженіи, если же промежутки между горизонталями *не* равны, то заданная прямая можетъ быть разбита на нѣсколько отрѣзковъ, изъ которыхъ каждый имѣетъ свой уголъ наклоненія. Вслѣдствіе этого можно сказать, что задача о нахожденіи угла наклона данной линіи на планѣ сводится къ разсмотрѣнію рѣшенія того случая, когда обѣ заданныя точки лежатъ на двухъ сосѣднихъ между собою горизонталяхъ. Прежде всего опредѣлимъ по масштабу плана длину D заданной по плану прямой AC (черт. 421), т. е. заложеніе наклонной прямой AB. Отвѣсное разстояніе $h = BC$ между горизонтальными сѣченіями (или иначе между горизонталями) должно быть или дано, или опредѣлено изъ надписей горизонталей по плану (см. напр., черт. 314). Изъ чертежа 421 видно, что



Черт. 421.

$$Cotg\,\alpha = \frac{D}{h}.$$

Чтобы опредѣлить по этому котангенсу соотвѣтствующій ему уголъ, не прибѣгая къ логариѳмическимъ таблицамъ, употребляютъ *масштабъ заложеній* (или иначе *шкалу заложеній*),—который обыкновенно строится на планѣ, напримѣръ, по таблицѣ заложеній, соотвѣтственно избранному h. Если въ формулѣ $Cotg\,\alpha = \frac{D}{h}$ сдѣлаемъ $h = 1$, а α равнымъ послѣдовательно:

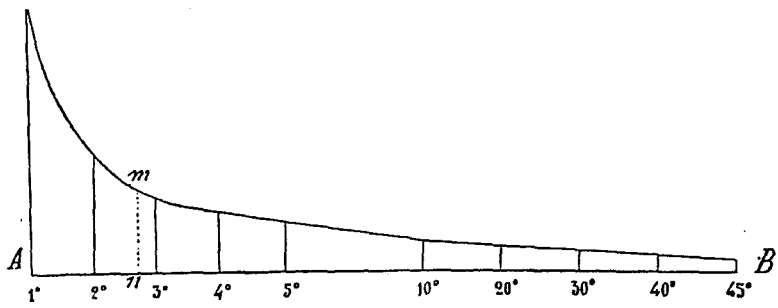
1^0, 2^0, 3^0, 4^0, 5^0, 10^0, 15^0, 20^0, 25^0, 30^0, 35^0, 40^0, 45^0, то вычисленіе даетъ слѣдующую таблицу заложеній D:

Таблица заложеній при $h = 1$ саж.													
Углы накл.	1^0	2^0	3^0	4^0	5^0	10^0	15^0	20^0	25^0	30^0	35^0	40^0	45^0
Заложеніе D въ саж.	57,3	28,7	19,1	14,3	11,5	5,7	3,8	2,8	2,2	1,8	1,5	1,2	1,0

Такая таблица можетъ быть вычислена для различныхъ значеній h; изъ нея можетъ быть получено какъ заложеніе D по данному углу α,

такъ и наоборотъ: по данному заложенію D легко отыщется искомый уголъ наклона α.

Масштабъ заложеній или, иначе, *масштабъ крутостей* строится такъ: на прямой AB (чер. 422) откладываются произвольные, но равные между собою по длинѣ, промежутки, и изъ точекъ отложенія возставляютъ перпендикуляры, на нихъ *въ масштабѣ плана* наносятъ вычисленныя заложенія D. Наконецъ, соединивъ концы перпендикуляровъ кривою и подписавъ у подошвъ ихъ числа градусовъ, которымъ они соотвѣтствуютъ, получимъ требуемый масштабъ заложеній[1]). Чтобы по такому масштабу опредѣлить въ произвольномъ мѣстѣ плана уголъ наклоненія, измѣряютъ циркулемъ по плану заложеніе D, узнаютъ отвѣсное разстояніе h и дѣлятъ D на h; напр., при $h=1$ заложеніе $D=16{,}7$ саж.; тогда, взявъ по масштабу плана 16,7 саж., опредѣляютъ то мѣсто масштаба заложеній, которое равно этому растворенію циркуля; пусть оно будетъ mn. Такъ какъ mn отстоитъ отъ заложенія въ 2^0 примѣрно на $^3/_4$ всего разстоянія между заложеніями для 2^0 и 3^0, то искомый уголъ наклоненія покатости есть $2^3/_4{}^0$. Если D соотвѣтствуетъ не двумъ сосѣднимъ горизонталямъ, то разумѣется его необходимо дѣлить не на h, а на nh, гдѣ n число промежутковъ между равно отстоящими горизонталями, пришедшихся по длинѣ D.



Черт. 422.

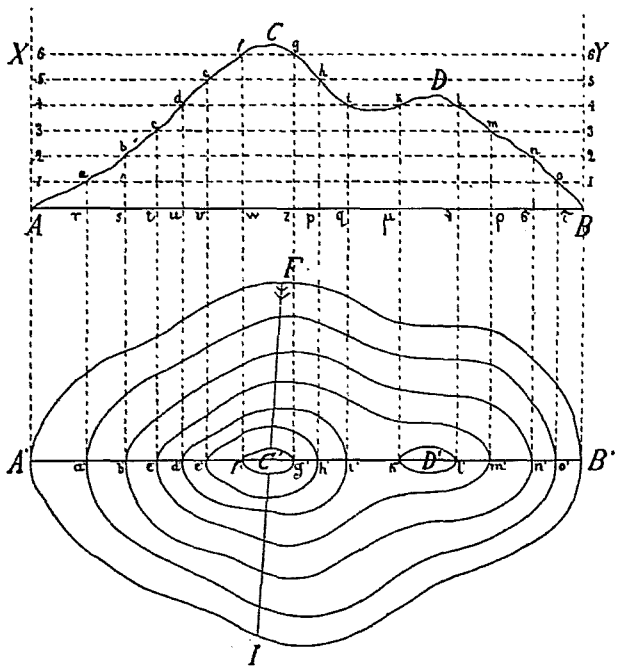
Такъ какъ масштабъ крутостей измѣняется съ измѣненіемъ h и съ измѣненіемъ масштаба плана, то для опредѣленія угла наклоненія по плану съ горизонталями необходимо, чтобы на каждомъ такомъ планѣ былъ начертанъ и масштабъ крутостей.

Задача 2-я. По плану съ горизонталями требуется вычертить профиль мѣстности, т. е. ея разрѣзъ вертикальною плоскостью по направленію линіи $A'B'$ (черт. 423).

Цифрами 1, 2, 3.....6 на чертежѣ обозначены номера горизонталей, образовавшихся отъ сѣченія мѣстности горизонтальными плоскостями, счетъ которыхъ начинается отъ низшей точки A' или B'. Пусть эти сѣкущія плоскости отстоятъ другъ отъ друга на отвѣсномъ разстояніи h, которое для рѣшенія задачи должно быть дано. Проведемъ на бумагѣ

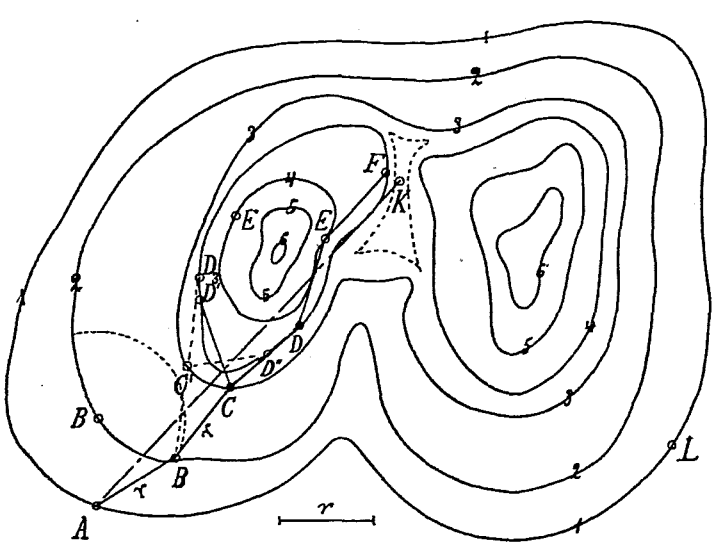
[1]) Заложенія можно было бы для угловъ, не превышающихъ 15^0, нанести просто вдоль прямой AB, но для большей наглядности ихъ откладываютъ на перпендикулярахъ. Если точность масштаба не велика, то концы этихъ перпендикуляровъ можно соединить вмѣсто кривой прямою, но то и другое будетъ равносильно допущенію пропорціональности измѣненія $\cot g$ измѣненію угла, и тогда промежутки на прямой AB можно брать произвольными и не равными между собою.

прямую AB (черт. 423), на которой отложимъ послѣдовательно длины $Ar = A'a'$, $As = = A'b'$, $At = A'c'$, ... $AB = A'B'$, въ какомъ-либо масштабѣ, напримѣръ, масштабѣ плана; далѣе изъ точекъ отложенія $r, s, t, u, v, w, \ldots$ $\mu, \nu, \rho, \sigma, \tau$ возставимъ перпендикуляры и нанесемъ на перпендикулярѣ ra высоту h, на перпендикулярѣ sb высоту $2h$, на tc — $3h$, на ud — $4h$, наперпендикулярахъ wf и zg — по $6h$ (ибо точки f' и g' лежатъ на одной горизонтали), и такъ поступаемъ далѣе, откладывая всѣ высоты на перпендикулярахъ, напр., въ масштабѣ въ 10 разъ крупнѣе масштаба плана. Очевидно, что точки $A, a, b, c, d, \ldots C, g, \ldots . k, D, l, m, \ldots B$ изображаютъ точки мѣстности, а потому, соединивъ ихъ прямыми, получимъ профиль мѣстности по линіи $A'B'$. Подобнымъ же образомъ можно построить профиль по прямой JF или ломанной $A'C'F$ или $IC'B'$.



Черт. 423.

Задача 3-я. По плану съ горизонталями требуется спроектировать кратчайшую линію даннаго уклона между двумя данными пунктами, т. е. провести ее такъ, чтобы ея уклонъ вездѣ равнялся заданной величинѣ, напримѣръ, 0,008 и нигдѣ не пришлось бы дѣлать при этомъ выемокъ и насыпей. Пусть черт. 424 представляетъ часть плана съ двумя данными точками A и K, которыя нужно соединить линіей даннаго уклона.



Черт. 424.

По масштабу плана беремъ циркулемъ заложеніе D для угла α (см. черт. 422), для котораго $tg = 0{,}008$, т. е. $D = h : 0{,}008 = 125\ h$ (см. также § 207 и 214, задачу 6), и, поставивъ одну его ножку въ точку A, описываемъ другою ножкою дугу, пересѣкающую

слѣдующую, вторую горизонталь въ двухъ точкахъ B' и B. Направленіе по линіи AB *выгоднѣе*, чѣмъ по AB', ибо AB ближе подходитъ къ прямой линіи AK, соединяющей A съ K. Далѣе изъ точки B засѣкаютъ третью горизонталь тѣмъ же радіусомъ r равнымъ заложенію D въ C' и C, выбравъ точку C, лежащую нѣсколько ближе къ K, получаютъ дальнѣйшее направленіе линіи заданнаго уклона. Подобнымъ же образомъ изъ точекъ C (или C') можно засѣчь четвертую горизонталь въ точкахъ D и D' (или D'' и D_3), и за окончательное направленіе взять CD. Наконецъ, послѣднее колѣно заданной линіи будетъ EF.

Очевидно, что рѣшеніе задачи не всегда возможно; такъ, если бы за первое колѣно требуемой линіи приняли не $AB=r$, а AB', то изъ B' (на чертежѣ точка B' лежитъ лѣвѣе точки B) нельзя было бы засѣчь третью горизонталь радіусомъ $r=D$, ибо r, равное D, меньше *кратчайшаго* разстоянія по плану между двумя сосѣдними горизонталями (считаемаго по нормали къ нимъ въ точкѣ B'). Задача также была бы невозможна, если бы r оказался болѣе наибольшаго отрѣза между горизонталями. Если бы заданная линія была осью дороги, то, разумѣется, дорогу желательно имѣть всегда съ меньшимъ числомъ поворотовъ и съ возможно меньшимъ уклономъ, не превышающимъ *предѣльнаго*, (не упуская, однако, изъ вида, что линія должна быть кратчайшею), а потому 1-й случай является болѣе благопріятнымъ, чѣмъ второй, ибо тогда неизбѣжны выемки [1]). При проектированіи дороги отрѣзки между горизонталями *не* должны быть менѣе вычисленнаго заложенія D.

Надо указать, между прочимъ, и на то, что при проложеніи дороги на мѣстности нужно въ нѣкоторыхъ мѣстахъ ея сдѣлать достаточно длинныя горизонтальныя площадки, служащія для отдыха. Предварительно эти площадки назначаются на планѣ.

Задача 4-я. По данному плану съ горизонталями (черт. 425) *опредѣлить площадь бассейна водотека* (*тальвега*) MON *для точки* N *пересѣченія его линіею* ANB *даннаго направленія.*

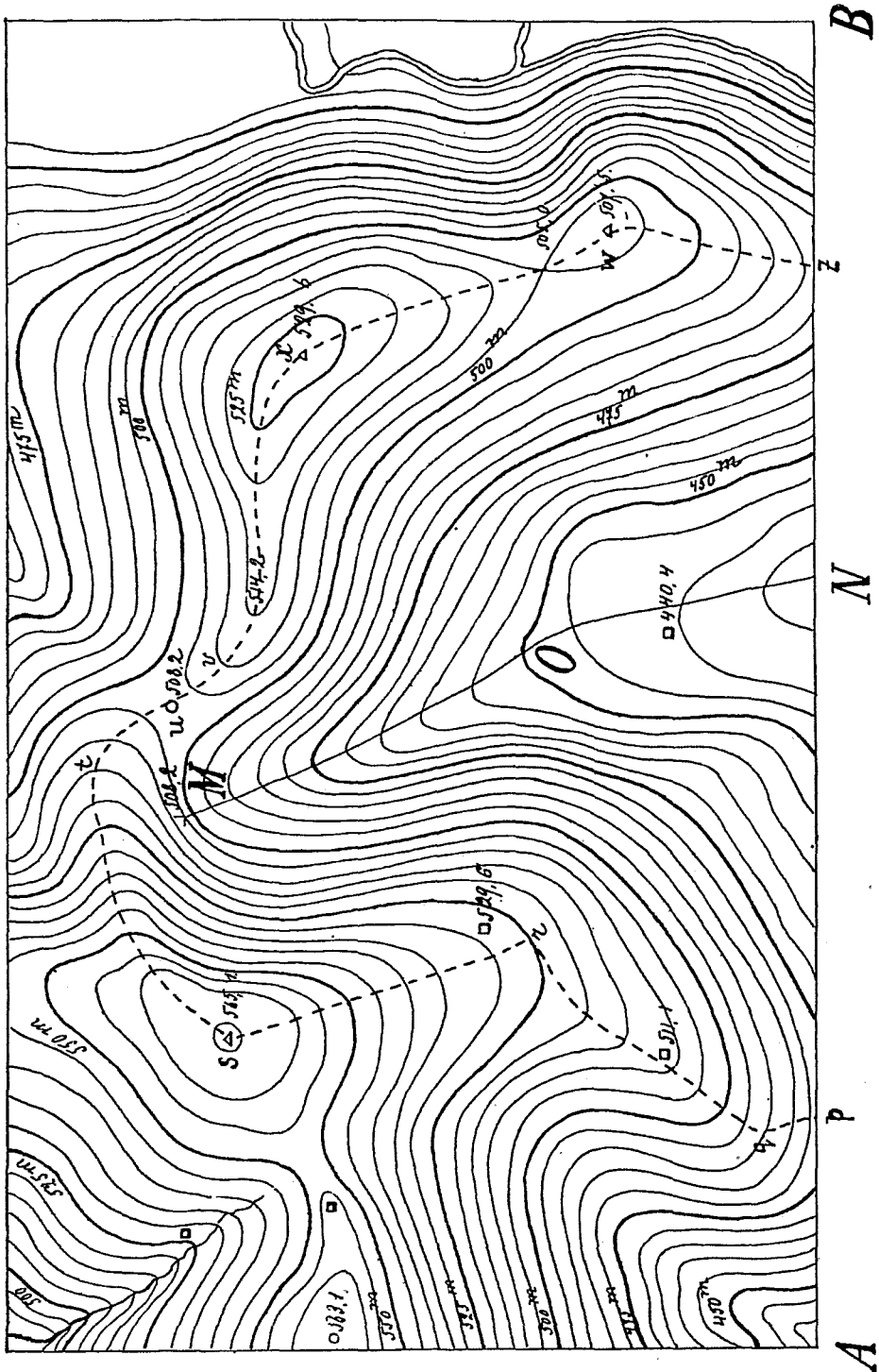
Бассейномъ рѣки, ручья или оврага для данной ихъ точки или, иначе, *водосборною площадью* принято называть ту площадь, съ которой *вода*, образующаяся отъ атмосферныхъ осадковъ (дождя, снѣга, таянія льда), или вообще верхняя вода, согласно условіямъ рельефа (по расположенію скатовъ) должна *вся скатиться* въ избранную рѣчку, балку или оврагъ (водотекъ), притомъ *выше* (по теченію) *даннаго мѣста* N *изъ пересѣченія* указанной линіею ANB *и* затѣмъ *пройти* черезъ это мѣсто пересѣченія.

При опредѣленіи площади бассейна долины MON мы прежде всего обращаемъ наше вниманіе на повышенныя точки, окружающія заданный тальвегъ, а именно, вершины s (565,1), x (529,6) и w (507,5) и сѣдловины u (503,5) и 505,0 (между x и w). Отъ этихъ повышенныхъ точекъ по направленію къ оси MON образуются скаты, являющіеся щеками интере-

---

[1]) Въ видѣ упражненія предлагается изъ точки K спуститься въ точку L линіею, наклоненною къ горизонту подъ угломъ $^1/_{10}$, а также начертить профиль спроектированной линіи $ABCDEF$.

сующей насъ долины. Границею щекъ, несущихъ воду въ долину, служитъ *водораздѣльная* линія или хребтовая линія. Избравъ вершину *s* за исходную



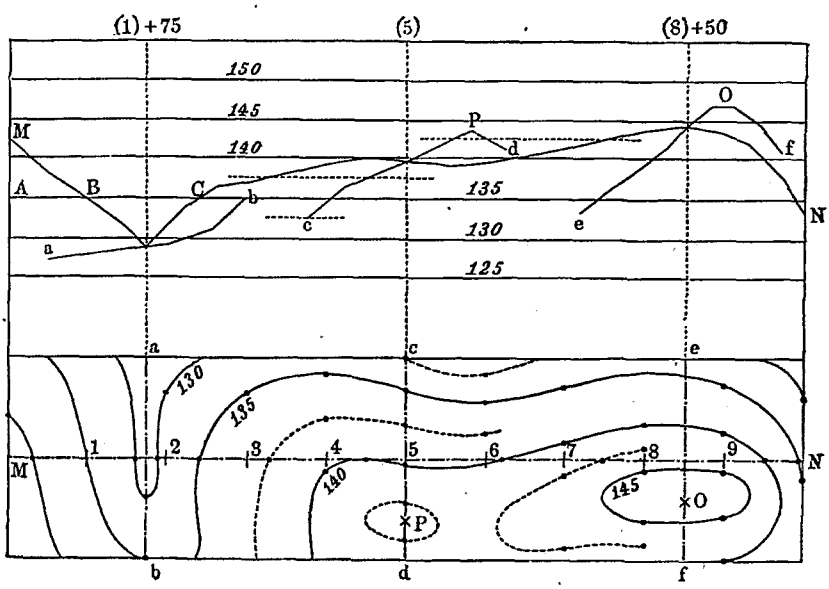
Черт. 425.

точку границы бассейна, мы проводимъ хребтовыя линіи *sr*, *rq*, *qp* съ западной части и *st* и *tu* — съ сѣвера. Отъ сѣдловины *u* поднимаемся до

вершины *x*—на юго-востокъ и съ нея спускаемся къ сѣдловинѣ 505,0 на юго-востокъ. Отсюда поднимаемся къ вершинѣ *w* (507,5); и къ югу отъ нея спускаемся по хребту *wz* до линіи *AB*. Площадь *pqrstuvxwzNp* можно принять за искомую водосборную площадь.

Правильность назначенія бассейновъ по картѣ зависитъ главнымъ образомъ отъ умѣнья быстро читать неровности мѣстности по горизонталямъ [1]).

§ 261. Составленіе плана въ горизонталяхъ по снятымъ продольному и поперечнымъ профилямъ. На клѣтчатой бумагѣ, *внизу листа*, вычерчивается сперва ось *MN* продольнаго профиля (черт. 426), и на ней наносятся точки *M*,



Черт. 426.

1, (1)+75, 2, 3, 4, (5), 6, 7, 8, (8)+50, 9 и *N*. Черезъ точки, въ которыхъ брались поперечные профили [на черт. 426 точки (1)+75, (5), (8)+50], проводятся перпендикуляры или наклонныя къ оси *MN* линіи подъ тѣми углами, подъ которыми брались поперечные профили на мѣстности. На линіяхъ *ab*, *cd*, *ef*, откладываютъ отъ точекъ—(1)+75, (5) и (8)+50 разстоянія кверху и книзу, соотвѣтствующія длинамъ (1)+75... *a*; (1)+75... *b*; (5)...*c*; (5)...*d* и т. д. Построивъ такимъ образомъ планъ горизонтальной съемки, поднимаются вверхъ листа. Здѣсь придаютъ горизонтальнымъ линіямъ, параллельнымъ прямой *MN*, надписи, соотвѣтствующія (однако неравныя) вычисленнымъ высотамъ въ снятыхъ профиляхъ, при томъ такъ, чтобы эти прямыя (на черт. 125, 130, 135) соотвѣтствовали высотамъ горизонталей, которыя имѣется въ виду провести на планѣ. Очевидно, эти прямыя изобразятъ пересѣченія вертикальною плоскостію тѣхъ горизонтальныхъ плоскостей, которыми мы мысленно черезъ каждыя 5 единицъ, начиная

[1]) Въ видѣ упражненія, въ цѣляхъ ознакомленія съ видомъ рельефа границъ водосборной площади, рекомендуется вычертить карандашомъ на клѣтчатой бумагѣ профиля линій *Npqrstuvxwz* и *tMON*.

отъ условнаго уровня, разсѣкаемъ нашу мѣстность. Согласно сдѣланныхъ надписей (125, 130, 135) строимъ сперва продольный профиль *MBCdN*, затѣмъ, предположивъ, что *вертикальныя плоскости поперечныхъ профилей повернуты до совпаденія ихъ съ вертикальною плоскостью продольнаго профиля*, строимъ влѣво отъ точки (1)+75 продольнаго профиля часть поперечнаго профиля до *a*, а вправо — часть того же поперечнаго профиля до *b*. Точка (1)+75 будетъ общею у продольнаго и поперечнаго профиля, изображающагося кривой *a*, (1)+75, *b*; подобнымъ же образомъ влѣво отъ точки (5) продольнаго профиля построимъ часть поперечнаго профиля (5) *c*, а вправо—часть (5) *Pd*, и, наконецъ, влѣво отъ точки (8)+50 продольнаго профиля — часть поперечнаго профиля (8)+50, *e* и вправо — часть (8)+50, *O*, *f*.

Для того, чтобы на планѣ провести 135 горизонталь, измѣряемъ разстоянія *AB* и *BC* на продольномъ профилѣ, считая ихъ отъ вертикали точки *M* профиля. Измѣренныя разстоянія переносимъ циркулемъ на планъ, откладывая ихъ отъ точки *M* плана. Послѣ этого измѣряемъ разстоянія по профилю влѣво и вправо по вертикали (1)+75 по горизонтальнымъ прямымъ 130 и 135 до точекъ пересѣченія ихъ съ кривой *ab*. Измѣренныя разстоянія по профилю *a*... (1)+75... *b* переносимъ на планъ: внизъ отъ линіи *MN* по той же вертикали (1)+75 до точки *b*. Также поступаемъ и относительно прочихъ профилей. Всѣ перенесенныя разстоянія съ профилей на планъ отмѣчены на планѣ соотвѣтствующими точками. Соединивъ затѣмъ по плану точки, принадлежащія одной и той же горизонтали, сообразуясь съ сдѣланными на абрисѣ замѣтками, получаютъ требуемыя изогипсы.

Само собой разумѣется, что если бы ось продольнаго профиля была не прямою, а ломанною *NOPaM*, то пришлось бы нанесеніе продольныхъ и поперечныхъ профилей сдѣлать по прежнему на клѣтчатой бумагѣ, планъ же вычерчивать особо на простой бѣлой бумагѣ, дабы на ней провести оси поперечныхъ профилей согласно ихъ азимутовъ или румбовъ, или исполнять работу на клѣтчаткѣ по частямъ вдоль каждой прямой, а затѣмъ съ помощію кальки сдѣлать сводку отдѣльныхъ частей, въ общій планъ [1]).

Детальныя разбивки закругленій.

§ 262. Разбивка главныхъ точекъ и разстояніе между промежуточными точками. Въ статьѣ о нивеллированіи мы указали на необходимость *разбивки* закругленій и тамъ же (въ § 190) вывели формулы (примѣнительно къ чер-

[1]) Для полученія плана въ горизонталяхъ можно, построивъ планъ нивеллирныхъ ходовъ, надписать отмѣтки пронивеллированныхъ точекъ и затѣмъ разсчитать согласно § 213, мѣста горизонталей. Построеніе же профилей замѣняетъ графическій расчетъ горизонталей и способствуетъ наглядности нивеллирнаго плана.

тежу 279), необходимыя для назначенія на мѣстности 3-хъ *главныхъ точекъ кривой:* ея начала A, конца E и середины S, а именно:

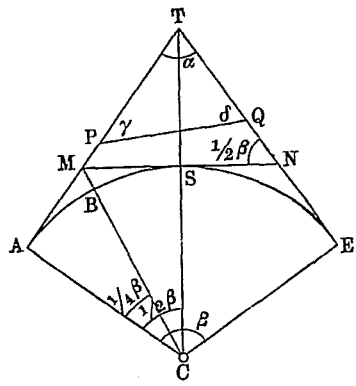
$$TA = TE = r \cdot tg \frac{1}{2}\beta,$$

$$TS = r \cdot Sec \frac{1}{2}\beta - r.$$

Формулы эти выводились въ зависимости отъ радіуса r кривой и центральнаго угла

$$\beta = 180^0 - \alpha,$$

опредѣляемаго по измѣренному углу α между двумя данными прямолинейными направленіями.



Черт. 279.

Длина кривой $ASE = b$ находилась по формулѣ

$$b = \frac{\beta}{180^0} \cdot \pi r \text{ или } b = \frac{\beta}{\rho} \times r, \text{ гдѣ } \rho = \frac{180^0}{\pi}.$$

Что же касается до детальной разбивки закругленій, т. е. до назначенія на мѣстности *промежуточныхъ* точекъ кривой, то онѣ берутся на столько близко другъ къ другу, чтобы часть кривой, заключающаяся между двумя сосѣдними точками, могла быть или принята за прямую, или соотвѣтствовала условному разстоянію между пикетами, напр., 50 саженямъ. Въ первомъ случаѣ близость промежуточныхъ точекъ зависитъ отъ длины заданнаго радіуса: чѣмъ онъ больше, тѣмъ болѣе разстояніе между двумя сосѣдними точками кривой, такъ какъ при бо̀льшемъ радіусѣ кривизна кривой будетъ меньше.

При радіусѣ

отъ 120 до 500 саж. разстояніе дѣлается равнымъ 5 — 10 саж.

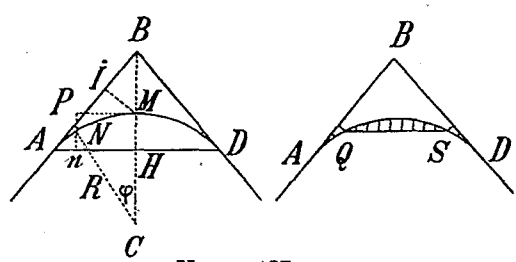
„ 10 „ 120 „ „ „ „ въ 1 „

Существуетъ нѣсколько пріемовъ разбивки промежуточныхъ точекъ кривой закругленія; мы остановимся на семи случаяхъ и раздѣлимъ ихъ на двѣ группы:

а) детальная разбивка кривой безъ употребленія угломѣрнаго инструмента [1]).

и б) детальная разбивка кривой при помощи угломѣрнаго прибора.

Первая группа: 1) *Способъ прямоугольныхъ координатъ.* Примемъ направленіе касательной за ось x-овъ, а точку касанія за начало координатъ. Такъ какъ точкою M (черт. 427) кривая дѣлится на двѣ равныя и симметричныя части, то координаты достаточно вычислить для точекъ одной половины кривой, и тогда онѣ могутъ наноситься и отъ начала A кривой, и отъ конца D.



Черт. 427.

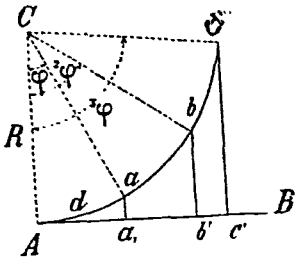
[1]) При этомъ мы полагаемъ, что для построенія прямого угла имѣется вспомогательный приборъ—*экеръ*.

Выведемъ формулы для вычисленія x и y. Положимъ, что длина l части кривой отъ ея начала A до промежуточной точки M дана, тогда соотвѣтствующій длинѣ l дуги AM уголъ $\beta = ACM$ найдется изъ выраженія

$$\beta = \frac{l}{R} \times \rho \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\beta')$$

здѣсь R — данный радіусъ кривой и $\rho = 206265''$ (въ минутахъ 3438).

Эта формула справедлива для любой точки кривой, для средней же точки M уголъ β' найдется непосредственно; онъ равенъ $\frac{1}{2}(180 - \alpha)$, см. черт. 279. Пусть для кривой искомыя промежуточныя точки будутъ a, b, c (черт. 428) и пусть онѣ соотвѣтствуютъ дугамъ $Aa = d$, $Ab = 2d$, $Ac = 3d$, тогда центральные углы будутъ φ, 2φ, 3φ; они найдутся по формулѣ (β'), т. е. будутъ $\varphi = \frac{d}{R} \cdot \rho$; $2\varphi = 2\frac{d}{R}\rho$,... абсциссами точекъ кривой будутъ Aa_1, Ab', Ac', а ординатами a_1a, $b'b$, $c'c$. Если изъ точекъ a, b, c провести параллели къ оси x-овъ, т. е. къ AB, то изъ соотвѣтствующихъ точкамъ a, b и c прямоугольныхъ треугольниковъ, получимъ, напр., для точки a,



Черт. 428.

$$x = Aa_1 = R\,Sin\,\varphi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (x)$$

$$y = a_1a = AC - R\,Cos\varphi = 2R\,Sin^2\frac{\varphi}{2} \quad \ldots\ldots\ldots (y).$$

Для средней точки M (черт. 427) формулы останутся справедливыми и сверхъ того изъ равенства треугольниковъ AIM и AMH слѣдуетъ

$$x = AI = AH$$
$$y = IM = HM.$$

Иногда надо опредѣлить точки кривой, хотя тоже координатами, но не относительно касательныхъ, а относительно хорды. Покажемъ какъ это сдѣлать для произвольной точки N (черт. 427). Если d есть данная длина дуги MN, то, принявъ среднюю точку H хорды AD за начало координатъ и расположивъ ось x по самой хордѣ, имѣемъ: $\varphi = \frac{MN}{R} \times \rho$.

$$x = Hn = R\,Sin\varphi$$
$$y = nN = HM - PN$$
$$= HM - R\,(1 - Cos\varphi).$$
$$= HM - 2R\,Sin^2\frac{1}{2}\varphi.$$

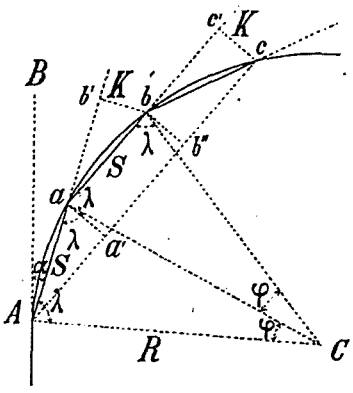
Въ этихъ формулахъ y отличается отъ соотвѣтственной величины въ формулѣ (y) тѣмъ, что тамъ произведеніе $2R\,Sin^2\frac{1}{2}\varphi$ выражало величину самого y, а здѣсь это произведеніе нужно вычесть изъ ординаты $HM = IM$ средней точки кривой. Этотъ пріемъ полезно примѣнять, въ особенности

въ соединеніи съ предыдущимъ, когда ординаты относительно касательной становятся очень длинными. На томъ же чертежѣ 427 (справа) кривая AD разбита сначала относительно касательныхъ AB и DB до точекъ Q и S, а затѣмъ относительно хорды QS.

Достоинство способа координатъ состоитъ въ томъ, что *положеніе каждой точки кривой опредѣляется совершенно независимо отъ положенія точекъ предыдущихъ*, вслѣдствіе чего и нѣтъ накопленія погрѣшностей.

Изъ сдѣланнаго разсмотрѣнія видно, что *средняя точка* M кривой можетъ быть нанесена не только по биссектрисѣ, но еще и *провѣрена* по координатамъ отъ начала и конца кривой, а равно и отъ середины ея хорды.

2) *Способъ послѣдовательныхъ хордъ.* Пусть a, b, c (черт. 429) послѣдовательныя точки кривой, которыя желательно разбить, сводя длины промѣряемыхъ линій къ возможному *minimum*'у, вслѣдствіе того, что кривая или располагается на высокой насыпи, или вообще въ узкой и тѣсной мѣстности, занятой деревьями сада, постройками и т. п. Допустимъ, что длина дуги $d = Aa = ab = bc$ заранѣе задана въ саженяхъ, тогда при радіусѣ R имѣемъ



Черт. 429.

1) $\varphi = \frac{d}{R} \times \rho$, 2) полухорда $\frac{S}{2} = R\,Sin\frac{\varphi}{2}$ или $S = 2R\,Sin\frac{1}{2}\varphi$ . . . . . (3).

Вычисливъ длину хорды S и координаты точки a по формуламъ (x) и (y), намѣчаемъ на мѣстности первую точку a кривой по координатамъ (хотя ее можно назначить и какимъ-либо инымъ способомъ, которые будутъ ниже сего изложены). Имѣя два кола: въ началѣ A кривой и въ точкѣ a, вѣшаемъ линію Aab' и на ней откладываютъ отъ точки a длину $ab' = S$. Точку b' временно замѣчаютъ цѣпной шпилькой или вѣхой. Изъ равнобедреннаго треугольника abb' видимъ, что $bb' = K = 2S \,.\, Sin\frac{1}{2}\,bab'$;

но такъ какъ уголъ $bab' = 180^0 - 2\lambda = 180^0 - 2\left(90 - \frac{\varphi}{2}\right) = \varphi$;

то $K = 2S \times Sin\frac{\varphi}{2}$; по (3) $Sin\frac{1}{2}\varphi = \frac{S}{2R}$, а потому

$$K = \frac{S^2}{R}\ ^{1}).$$

Если мы теперь въ a закрѣпимъ однимъ концомъ ленту, а въ b' укрѣпимъ начало рулетки, и затѣмъ, соединивъ вмѣстѣ свободные концы ленты и рулетки, соотвѣтствующіе разстояніямъ S и K, натянемъ ленту и рулетку по землѣ, то мѣсто соединенныхъ концовъ и дастъ вторую проме-

[1]) Къ этому выраженію можно придти изъ подобныхъ равнобедренныхъ треугольниковъ ACa и bab', имѣющихъ одинаковые углы φ при вершинахъ C и a.

Обратить вниманіе слѣдуетъ при этомъ на табличку C у *Вяч. Яцыны* „Таблицы для скорой и точной разбивки кривыхъ".

жуточную точку b кривой. Повторивъ тотъ же пріемъ въ точкѣ b, можно получить третью точку c кривой и такъ продолжать далѣе, пока не получатся всѣ требуемыя точки кривой. Очевидно, что здѣсь ошибки измѣреній и построеній постепенно будутъ накопляться.

Положеніе точки b относительно прямой ab' опредѣлится также, если вычислить ея координаты x и y относительно начала a по формуламъ:

$$x = S \,.\, Cos\,\varphi$$
$$y = S \,.\, Sin\,\varphi$$

и такъ какъ уголъ φ малъ (при $d = 10$ саж. и $R = 300$ саж. онъ равенъ приблизительно $1^0 55'$), то x очень мало будетъ отличаться отъ S, а ордината y отъ $\frac{S^2}{R}$. Тѣмъ не менѣе, если y найдемъ, то для возможнаго уменьшенія накопленія неизбѣжныхъ ошибокъ при разбивкѣ точекъ кривой слѣдуетъ, намѣтивъ 4 точки кривой A, a, b, c, натянуть веревку отъ A къ c и измѣрить перпендикуляры $aa' = bb''$; они должны быть равны вычисленному y, что ясно видно изъ равенства треугольниковъ Aaa', abb' и $bb''c$.

Допустимъ, что постепенное накопленіе погрѣшностей привело насъ, при разбивкѣ *положенія* (способомъ послѣдовательныхъ хордъ) *конечной*, т. е. по счету отъ начала A, $n^{\text{ой}}$ *точки кривой, къ ошибочному ея положенію*, отстоящему отъ дѣйствительнаго или заданнаго положенія на величину Δ. Чтобы судить, насколько нужно передвинуть каждую ошибочно назначенную нами точку параллельно невязкѣ Δ, сдѣлаемъ разсмотрѣніе положенія первыхъ разбитыхъ на мѣстности трехъ точекъ кривой: A, a и b и допустимъ, что въ положеніи точки A сдѣлана ошибка $\delta_0 = 0$, въ положеніи точки a (первой промежуточной точки кривой),— ошибка $\delta_1 = \delta$ и въ положеніи точки b сдѣлано уклоненіе въ ту же сторону на величину δ_2 отъ истиннаго ея положенія. Примѣнительно къ процессу построенія точки b, можно сказать, что если точка a уклонилась (скажемъ влѣво) на величину δ_1, то точка b уклонится въ ту же сторону (только отъ того, что существуетъ ошибка δ_1) на величину ε, и $\varepsilon : \delta_1 = Ab : Aa$ или $\varepsilon = \delta_1 \,.\, (Ab : Aa) = = \delta_1 \,.\, (Sin\,\varphi : Sin\,{}^1\!/_2\,\varphi)$. Для небольшихъ угловъ ${}^1\!/_2\,\varphi$ и φ можно допустить, что $\varepsilon = \delta_1 \,.\, \left(\varphi : \frac{1}{2}\,\varphi\right)$, т. е. $\varepsilon = 2\,\delta_1$.

Если сверхъ ошибки ε, при процессѣ построенія самой точки b, сдѣлана самостоятельно опять та же ошибка δ, то

$$\delta_2 = \varepsilon + \delta = 2\,\delta_1 + \delta = 3\,\delta.$$

Итакъ, для трехъ рядомъ лежащихъ точекъ кривой можно написать:

$$\delta_1 - \delta_0 = \delta$$
$$\delta_2 - \delta_1 = 3\,\delta - \delta = 2\,\delta.$$

Вычитаніемъ этихъ равенствъ найдемъ

$$\delta_2 - 2\,\delta_1 + \delta_0 = \delta.$$

Точки a, b и c дадутъ соотвѣтственно

$$\delta_3 - 2\,\delta_2 + \delta_1 = \delta.$$

Такимъ образомъ для n разбитыхъ промежуточныхъ точекъ кривой можно написать:

$$\begin{aligned}
\delta_1 &= \delta \\
\delta_2 - 2\delta_1 &= \delta \\
\delta_3 - 2\delta_2 + \delta_1 &= \delta \\
\delta_4 - 2\delta_3 + \delta_2 &= \delta \\
&\cdots\cdots\cdots \\
&\cdots\cdots\cdots \\
&\cdots\cdots\cdots \\
\delta_{n-2} - 2\delta_{n-3} + \delta_{n-4} &= \delta \\
\delta_{n-1} - 2\delta_{n-2} + \delta_{n-3} &= \delta \\
\delta_n - 2\delta_{n-1} + \delta_{n-2} &= \delta.
\end{aligned}$$

Сложивъ эти n равенствъ, получимъ, замѣняя δ_n черезъ Δ,

$$\Delta - \delta_{n-1} = n \cdot \delta.$$

Давая въ этомъ равенствѣ n значенія $= 1, 2, 3 \ldots n$, найдемъ соотвѣтственно значенія для $\delta_1, \delta_2 \ldots \delta_n$, а именно,

при $n = 1 \ldots \delta_1 - \delta_0 = \delta$
$\ldots 2 \ldots \delta_2 - \delta_1 = 2\delta$
$\ldots 3 \ldots \delta_3 - \delta_2 = 3\delta$
$\ldots 4 \ldots \delta_4 - \delta_3 = 4\delta$
$\cdots\cdots\cdots$
$\cdots\cdots\cdots$
при $n = n \ldots \Delta - \delta_{n-1} = n\delta.$

Но чтобы сразу найти *ошибку для любой точки кривой*, сложимъ эти равенства.

Сумма ихъ даетъ

$$\Delta - \delta_0 = \delta\,(1 + 2 + 3 + \ldots + n)$$

или, такъ какъ $\delta_0 = 0$ и $1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{(n+1)n}{2}$, то

$$\Delta = \frac{1}{2}(n+1)\, n \cdot \delta \ldots\ldots (\Delta).$$

Непосредственно, измѣривъ Δ, мы найдемъ, что

$$\delta = \frac{2\,\Delta}{n\,(n+1)}$$

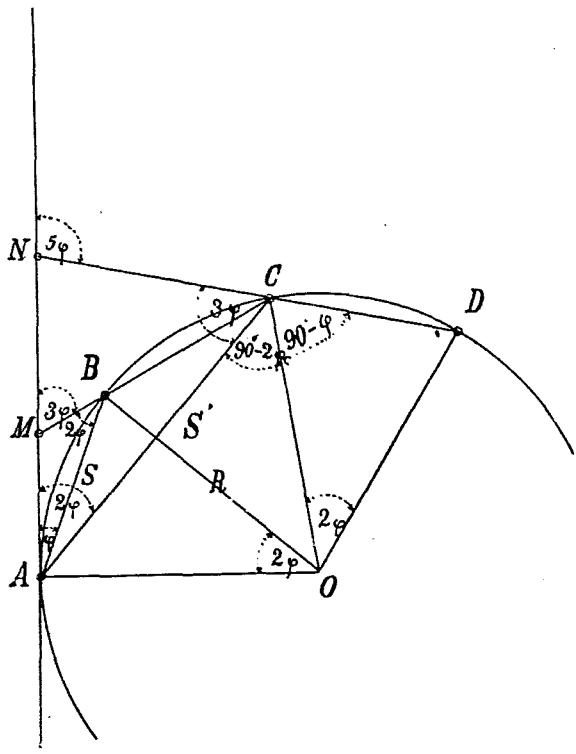
Зная же δ, можно вновь вернуться къ равенству (Δ) и изъ него найти величину передвиженія каждой точки, если положимъ опять послѣдовательно $n = 1, 2, 3 \ldots n$, а именно,

при $n = 1 \ldots \delta_1 = \delta$
$\ldots 2 \ldots \delta_2 = 3\delta$
$\ldots 3 \ldots \delta_3 = 6\delta$
$\ldots 4 \ldots \delta_4 = 10\delta$
$\ldots 5 \ldots \delta_5 = 15\delta$
$\cdots\cdots\cdots$
$\cdots\cdots\cdots$
$\ldots = n \ldots \delta_n = \Delta.$

3) *Способъ отрѣзковъ на касательныхъ.* Пусть A, B, C, D (черт. 430) равно удаленныя точки кривой; для того, чтобы ихъ намѣтить на мѣстности отъ начала A кривой, замѣтимъ, что если мы продолжимъ хорды BC и CD до встрѣчи съ касательной AN, то на касательной получимъ отрѣзки AM и AN. Если длина этихъ отрѣзковъ будетъ извѣстна, то, по нимъ и по первой точкѣ B кривой можно назначить вторую C и третью D точки кривой. Дѣйствительно, найдя длину хорды $S = AB = 2R \,.\, Sin\,\varphi$ по углу

$$2\varphi = \frac{arc\,AB}{R} \times \rho,$$

можно построить мѣсто первой точки B (по координатамъ или инымъ путемъ) кривой и отложить на касательной отрѣзки AM и AN; забивъ колья въ точкахъ M и N, легко провѣшить линію MBC[1]) и на ней отъ точки B отложить длину $BC = S$, чрезъ что получится точка C кривой. Имѣя точки N и C, вѣшимъ прямую NCD, и отъ точки C строимъ точку D кривой, и такъ продолжаемъ далѣе, пока не получимъ всѣ требуемыя точки кривой.



Черт. 430.

Покажемъ вычисленіе длинъ AM и AN и выведемъ общую формулу для длины отрѣзка на касательной. Изъ треугольниковъ AMB и ANC можно написать $\frac{AM}{AB} = \frac{Sin\,2\varphi}{Sin\,3\varphi}$ и $\frac{AN}{AC} = \frac{Sin\,3\varphi}{Sin\,5\varphi}$, по $AB = S = 2R \,.\, Sin\,\varphi$ и $AC = S' = 2R \,.\, Sin\,2\varphi$, а потому имѣемъ:

$$\text{длина 1-го отрѣза } AM = 2R \cdot \frac{Sin\,\varphi \,.\, Sin\,2\varphi}{Sin\,3\varphi} \text{ и}$$

$$\text{„ 2-го „ } AN = 2R \cdot \frac{Sin\,2\varphi \,.\, Sin\,3\varphi}{Sin\,5\varphi.}$$

Если бы мы продолжали наше вычисленіе отрѣзковъ, то для n-го изъ нихъ получили бы подобную же формулу, составленную по тому же самому закону, а именно

$$AK = 2R \cdot \frac{Sin\,n\varphi \,.\, Sin\,(n+1)\varphi}{Sin\,(2n+1)\varphi}.$$

[1]) Если линія MB коротка, то для точности вѣшенія MBC находятъ вспомогательную точку на продолженіи MB (влѣво отъ M), для чего на линіи MA отъ точки M откладываютъ длину $n \,.\, (x - AM)$ и возставляютъ къ ней (въ конечной точкѣ) перпендикуляръ, длиною $n \,.\, y$.

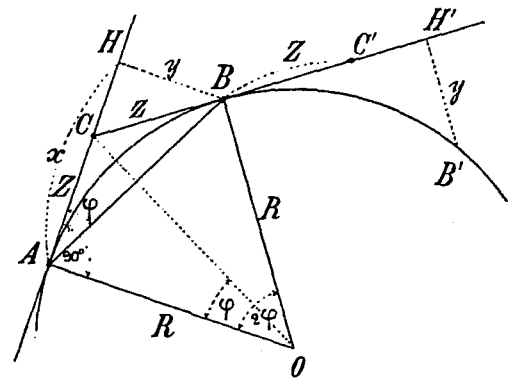
Это и будетъ общею формулою для вычисленія отрѣзковъ, если начальный центральный уголъ, соотвѣтствующій данной длинѣ *arc . AB*, обозначимъ черезъ 2φ.

При примѣненіи этого метода весьма удобно пользоваться V таблицей „Руководства къ разбивкѣ закругленій“ Стримбана.

4) *Способъ послѣдовательной перемѣны начала координатъ.* Если $B, B'\ldots$ (черт. 431) промежуточныя точки кривой, то онѣ могутъ быть намѣчены такъ: первая точка B наносится по координатамъ x и y, вычисленнымъ по углу φ, найденному по формулѣ

$$2\varphi = \frac{arc\ AB}{R} \times \rho;$$

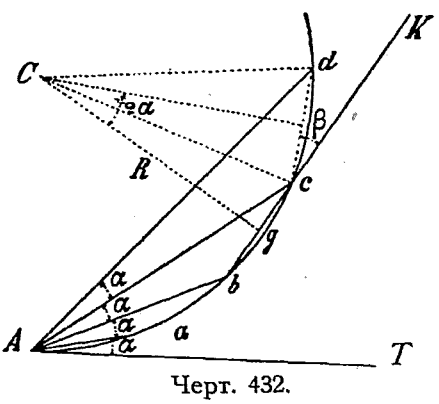
что же касается остальныхъ, напр., B', то въ точкѣ B вообразимъ вспомогательную касательную CBH' къ кривой. Пусть она пересѣкаетъ касательную AH въ точкѣ C. Длина $AC = Z$ найдется изъ подобія треугольниковъ



Черт. 431.

AHB и ACO, въ которыхъ $Z : R = y : x$; откуда $Z = R \cdot \frac{y}{x}$. Зная длину Z, можно 2-ю точку кривой намѣтить слѣдующимъ образомъ: на касательной AH въ начальной точкѣ A отмѣряемъ длину $Z = AC$ и $x = AH$, въ точкѣ H откладываемъ ординату $y = HB$, чрезъ что получится 1-я точка B кривой. Соединивъ затѣмъ точку C съ B, вѣшимъ направленіе CBH' новой касательной къ точкѣ B; точку B можно принять за новое начало координатъ и отъ нея пріемомъ подобнымъ описанному, получить 2-ю точку B' кривой и точку C'. Намѣтивъ точки C' и B', получаютъ новую 3-ю касательную и т. д. При этомъ способѣ можно также пользоваться таблицей II Стримбана.

Вторая группа. 5) *Способъ полярныхъ координатъ или*, иначе, *способъ угловъ* называется иногда также „способомъ хордъ“; онъ примѣняется въ тѣхъ случаяхъ, когда ординаты становятся слишкомъ длинны и когда ихъ приходится откладывать на неровной мѣстности, на насыпи или въ выемкѣ криволинейнаго пути; этотъ способъ требуетъ примѣненія угломѣрнаго инструмента и заключается въ слѣдующемъ. Пусть отъ начала A (черт. 432) кривой радіуса R требуется разбить точки a, b, c, d, . . . , отстоящія другъ отъ друга по кривой на разстояніяхъ $Aa = l$, $ab = l_1$, $bc = l_2$, $cd = l_3$,...



Черт. 432.

По извѣстной намъ формулѣ вычислимъ центральные углы $2\alpha = \frac{l}{R} \times \rho$ [1])

[1]) На чертежѣ 432 углы φ взяты для $l = l_1 = l_2$ и обозначены черезъ α.

$2\alpha_1 = \frac{l_1}{R} \times \rho$, $2\alpha_2 = \frac{l_2}{R} \times \rho$. . . . . ; тогда углы между касательной AT и хордами Aa, Ab, Ac,... будутъ послѣдовательно равны:

$$\alpha;\ \alpha + \alpha_1;\ \alpha + \alpha_1 + \alpha_2 \text{ и т. д.}$$

Вычисливъ затѣмъ длины хордъ $Aa = s$, $ab = s_1$, $bc = s_2$,...., по предыдущей формулѣ (3), устанавливаютъ въ точкѣ A теодолитъ и, наведя на точку T крестъ нитей трубы, дѣлаютъ по лимбу отсчетъ m. Предположивъ затѣмъ, что подпись дѣленій лимба идетъ, увеличиваясь по ходу часовой стрѣлки (слѣва на право), и центръ C кривой лежитъ влѣво отъ касательной AT, повертываемъ алидаду (трубу) такъ, чтобы отсчетъ по лимбу изъ m измѣнился въ $m - \alpha$[1]). Укрѣпивъ затѣмъ одинъ начальный конецъ цѣпи (или ленты) въ точкѣ A, находятъ на ней длину $= s$ и заставляютъ рабочаго передвигаться съ другимъ концомъ *натянутой* цѣпи до тѣхъ поръ, пока на вертикальной нити сѣтки не появится точка цѣпи, находящаяся въ рукѣ рабочаго; тогда та точка, гдѣ будетъ находиться рука рабочаго съ цѣпью на землѣ, и будетъ первая искомая точка a кривой. Въ точкѣ a забиваютъ деревянный колышекъ и *закрѣпляютъ въ ней начальный конецъ* цѣпи, длина которой сдѣлана равной s_1; трубу поворачиваютъ на уголъ α_1, т. е. такъ, чтобы отсчетъ по лимбу сдѣлался равнымъ $m - (\alpha + \alpha_1)$, послѣ чего приказываютъ рабочему вновь двигаться съ натянутой цѣпью, пока она не появится въ трубѣ. Тамъ, гдѣ будетъ находиться во второй разъ рабочій, и будетъ вторая точка b кривой. Закрѣпивъ въ b начальный конецъ цѣпи и повернувъ алидаду на уголъ α_2, продолжаютъ повторять описанный пріемъ до тѣхъ поръ, пока не получатся всѣ требуемыя точки кривой. Само собою разумѣется, что задача значительно упрощается, когда всѣ дуги $l = l_1 = l_2 = k$ равны между собою, такъ какъ тогда уголъ $TAa = \alpha = \frac{k}{R} \times \rho$ придется только повторить по числу разбиваемыхъ точекъ, а хорды Aa, ab, bc.... будутъ при этомъ равны по длинѣ. Если угломѣрный инструментъ имѣетъ повторительный лимбъ, напр. пантометръ, подвижные и неподвижные діоптры, то, установивъ подвижные діоптры такъ, чтобы ихъ коллимаціонная плоскость составляла съ коллимаціонною плоскостью неподвижныхъ діоптровъ уголъ α, закрѣпляютъ алидаду и движеніемъ лимба неподвижные діоптры направляютъ на T; тогда подвижные діоптры, разумѣется, укажутъ направленіе на точку a. Намѣтивъ точку a, вновь движеніемъ лимба наводятъ неподвижные діоптры на точку a, тогда подвижные діоптры укажутъ направленіе на точку b и т. д.

Если бы для продолженія разбивки кривой нужно было (вслѣдствіе невозможности визировать впередъ) перейти съ теодолитомъ въ точку c, то, направивъ трубу на K по продолженію хорды bc и закрѣпивъ лимбъ, поворачиваетъ алидаду на уголъ $Kcd = 2\alpha$ (углы съ взаимно перпендикулярными сторонами).

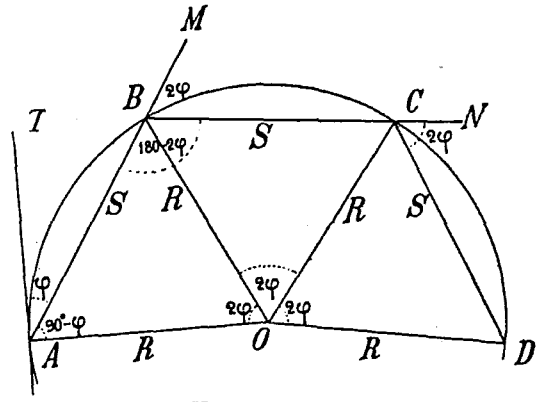
Для удобства пользованія этимъ способомъ можно рекомендовать V таблицу „Руководства къ разбивкѣ закругленій“ инженера Стримбана.

---

[1]) Если же центръ кривой лежитъ вправо отъ касательной, то въ $m + \alpha$.

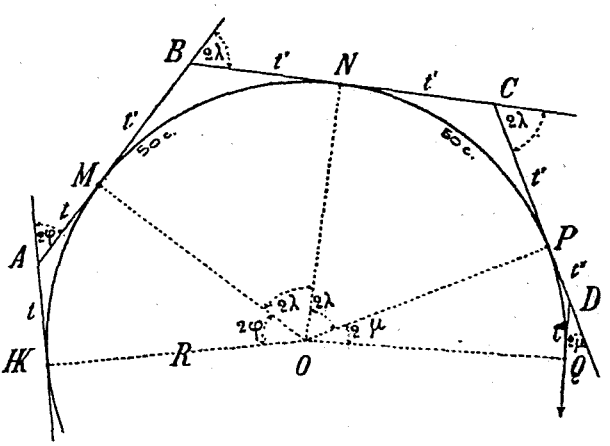
См. также Tafeln zum Abstecken von Kreis-und Uebergangsbögen durch Polarkoordinaten von Ing. *Max Pernt.* Wien, Pest, Leipzig, 1903.

6) *Способъ вписаннаго многоугольника.* Пусть A начало кривой, точки которой B, C, D... (черт. 433) желаемъ намѣтить на мѣстности. Допустимъ, что $AB=BC=CD=\ldots$ Вычисливъ уголъ 2φ по данной длинѣ *arc* AB, а по углу φ — и хорду S, становимся съ теодолитомъ въ точку A и направляемъ трубу вдоль касательной AT. Сдѣлавъ на лимбѣ отсчетъ m, повертываемъ алидаду на уголъ φ и вѣшимъ по трубѣ линію AM. На линіи AM отмѣриваемъ длину $AB=S$ и забиваемъ въ B колъ, получимъ первую точку кривой. Послѣ этого переносимъ теодолитъ въ точку B и, направивъ трубу на вѣху M, дѣлаемъ на лимбѣ отсчетъ m_1, придаемъ къ нему уголъ 2φ и по отсчету $m_1+2\varphi$ вѣшимъ по трубѣ линію BN, на ней отмѣряемъ длину $BC=S$, точка C будетъ вторая точка кривой; въ ней забиваемъ колъ и надъ нимъ устанавливаемъ перенесенный изъ B теодолитъ. Въ точкѣ C повторяемъ тотъ же пріемъ, что и въ точкѣ B.



Черт. 433.

7) *Способъ описаннаго многоугольника.* Пусть HK начало кривой радіуса R, точки которой M, N, P, Q (черт. 434) должны отстоять другъ отъ друга по кривой на разстояніяхъ HKM, $MN=NP=\delta$, напр., 50 саж. и PQ. Если длина всей кривой вычислена, то PQ является остаткомъ послѣ кратнаго отложенія по кривой отъ точки M дуги данной длины (50 саж.). Соотвѣтственно длинамъ дугъ вычисляемъ углы при центрѣ O, а именно: 2φ, 2λ, 2μ. По данному радіусу R и угламъ φ, λ и μ находимъ длины касательныхъ, $HKA=AM=t=R\,.\,tg\,\varphi$, $MB=BN=t'=Rtg\lambda=CN=CP$ и, наконецъ, $PD=DQ=t''=Rtg\mu$. Имѣя длины касательныхъ (ихъ также можно найти по табличкѣ A у Яцыны) и углы 2φ, 2λ и 2μ (см. также табличку B у Яцыны) кривую разбиваютъ такъ: отъ точки HK отмѣряютъ по касательной HKA длину t, въ точку A переносятъ теодолитъ, и по теодолиту, имѣя направленіе первой касательной, измѣняютъ его на уголъ 2φ, провѣшивъ по трубѣ прямую, на ней отмѣряютъ $AM=t$ и $MB=t'$, въ точкѣ M забиваютъ колъ, это и будетъ первая промежуточная точка кривой. Въ точку



Черт. 434.

B переносятъ теодолитъ и повернувъ трубу такъ, чтобы она съ предшествующимъ направленіемъ образовала уголъ 2λ, вѣшатъ линію BNC. На линіи BNC откладываютъ $BN = t'$, въ точкѣ N забиваютъ 2-й колъ для кривой, отъ N отмѣряютъ $NC = t'$ и въ C переносятъ теодолитъ и т. д. продолжаютъ отмѣрять величины 2λ, t' t'', 2μ, t'', данныя на чертежѣ и опредѣляющія точки P и Q кривой.

Если точка Q дана, то послѣдній промѣръ долженъ придтись въ данную на мѣстности точку. Этотъ способъ очень часто употребляется при разбивкѣ на кривой пикетовъ нивеллировки, вмѣсто произвольныхъ промежуточныхъ точекъ. Для него также можно пользоваться таблицей IV Стримбана. Такъ, напр., при $R = 200$, на страницѣ 71 находимъ, для 50 саженей длины дуги кривой, *уголъ λ на окружности* $= 2^0 51' 53'' + 4^0 17' 50'' = 7^0 09' 43''$. Удвоивъ его, получимъ уголъ $2\lambda = 14^0 19' 26''$, что легко повѣрить: $\frac{50}{R}\rho = \frac{50}{200} \times 206265'' = 14^0 19' 26''$.

Въ случаѣ короткой дуги кривой ее разбиваютъ всю за-разъ съ одного конца до послѣдней точки кривой; эту точку получаютъ для контроля также и по длинѣ касательной. Дуги болѣе длинныя разбиваются съ обоихъ концовъ до средины кривой. При очень большихъ дугахъ полезно двѣ смежныя съ срединою точки кривой назначить для контроля также и относительно касательной въ этой средней точкѣ.

§ 263. Употребленіе таблицъ при разбивкѣ закругленій. Чтобы избѣжать вычисленія на мѣстѣ работъ величинъ, необходимыхъ при разбивкѣ закругленій, пользуются обыкновенно таблицами, заранѣе составленными по выведеннымъ нами формуламъ.

Наиболѣе употребительными таблицами для способа прямоугольныхъ координатъ являются таблицы Кренке (Handbuch zum Abstecken von Curven, von H. Kröhnke)[2]). Онѣ состоятъ изъ трехъ таблицъ, таблица I-я содержитъ: 1) длины касательныхъ, 2) длину всей дуги кривой для даннаго центральнаго угла, 3) полухорду, 4) координаты x и y средней точки M кривой и 5) биссектрису. *Всѣ эти величины вычислены для радіуса $R = 1000$. Аргументомъ въ этой таблицѣ служитъ центральный уголъ ACD* (черт. 427), дополняющій до 180^0 непосредственно измѣренный уголъ поворота ABD. Таблица I вычислена для величинъ центральнаго угла отъ 0^0 до 120^0. Число градусовъ аргумента стоитъ какъ сверху каждой страницы таблицы, напр., 70—75 градусовъ, такъ и въ первой лѣвой графѣ, а минуты — во второй, съ промежуткомъ черезъ каждыя десять минутъ [1]). Вотъ часть одной изъ страницъ этой таблицы:

---

[1]) Иностранное изданіе составлено черезъ каждыя 2 минуты.

[2]) См. также „Новыя таблицы для разбивки желѣзнодорожныхъ и шоссейныхъ кривыхъ *взамѣнъ Кренке*, съ общедоступными объясненіями Инженера А. Моржова". Спб. Изданіе Т. В. Гольстена. 1902.

70 — 75 градусовъ. Стр. 47.

Градусы.	Минуты.	Касательная *AB.*	Длина кривой *AMD.*	Полухорда *AH* Абсцисса *AJ.*	Ордината *HM = JM.*	Биссектриса *BM.*
72	0	726,543	1256,637	587,785	190,983	236,068
	10	728,767	1259,546	588,961	191,839	237,376
	20	730,996	1262,455	590,135	192,696	238,681
	30	733,230	1265,364	591,310	193,555	240,011
				и т. д.		

Таблица II содержитъ координаты промежуточныхъ точекъ кривой относительно касательныхъ. Аргументами служатъ: 1) *радіусъ R кривой*, который измѣняется отъ 10 до 1000, и 2) *длина дуги*. Вотъ образецъ этой таблицы:

Длина дуги *AF.*	*R* = 250.		*R* = 260.		*R* = 270.	
	Абсцисса *AE.*	Ордината *EF.*	Абсцисса *AE.*	Ордината *EF.*	Абсцисса *AF.*	Ордината *EF.*
10	10,00	0,20	10,00	0,19	10,00	0,19
20	19,98	0,80	19,98	0,78	19,98	0,74
		и	т.	д.		
100	97,35	19,73	97,55	18,99	97,73	18,31
		и	т.	д.		
250	210,37	114,92	213,22	111,21	215,78	107,70

Переходя къ употребленію этихъ таблицъ, нужно прежде всего сказать, что всѣ величины, въ нихъ помѣщенныя, выражены въ той же единицѣ мѣры, въ которой выраженъ и данный радіусъ. Самое употребленіе разъяснимъ на числовомъ примѣрѣ; положимъ, что уголъ *ABD* (черт. 427) по измѣреніи оказался равнымъ $107^0 2',25$, и требуется разбить закругленіе съ радіусомъ 250 саж.

Центральный уголъ $ACD = 180^0 - 107^0 2',25 = 72^0 57',75$. Открываемъ таблицу I съ надписаннымъ наверху аргументомъ 70—75 градусовъ, и въ ней

находимъ для	$72^0 50'$	$73^0 0'$	Разности.
Длина касательной	737,713	739,961	2,248
Длина кривой	1271,182	1274,090	2,908
Полухорда или абсц. средн. точки.	593,653	594,823	1,170
Ордината ср. точки	195,279	196,143	0,764
Биссектриса.	242,666	244,002	1,336

На основаніи полученныхъ разностей составляемъ пропорцію сначала для длины касательной:

$$10' : 7',75 = 2,248 : x,$$

отсюда $x = 1,742$. А потому длина касательной для центральнаго угла $72^0 57',75$ будетъ:

$$737,713 + 1,742 = 739,455.$$

Но эта касательная соотвѣтствуетъ радіусу $R = 1000$ саж., а намъ нужна касательная для $R = 250$ саж. Поэтому полученную величину ея измѣняемъ въ отношеніи: 250:1000, т. е. въ 4 раза, и получаемъ окончательно 184,864 сажени. (См. у Моржова, стр. 73, строки 2 и 3 снизу).

Подобнымъ же образомъ интерполяціею вычислимъ и остальные элементы закругленія, какъ-то: длину дуги, полухорду, ординату и биссектрису.

Въ таблицахъ *В. Яцыны* для скорой и точной разбивки кривыхъ. Спб. 1903, на стр. 139, найдемъ кромѣ Tg и кривой K, еще и $(2Tg - K)$, а какже Бисс., для угловъ $72^0 50'$ и $73^0 0'$; для угловъ же отъ 0^0 до 40^0 черезъ каждый 10^0 можно *непосредственно* найти тѣ же величины при радіусѣ $= 250$ (700, 500, 450, 400, 350, 300, 250, 200, 175, 150, 125, 120, 75, 60).

Послѣ вычисленія приступаютъ къ назначенію на мѣстности главныхъ точекъ. Для этого [1]) отмѣриваютъ отъ вершины B длину касательной по сторонамъ угла и получаютъ начало A и конецъ D кривой. Въ эти точки забиваютъ колышки съ надписью Н. К. (начало кривой) и К. К. (конецъ кривой). Затѣмъ (если возможно и удобно) измѣряютъ хорду AD и сравниваютъ длину ея съ соотвѣтственною табличною величиною; согласіе результатовъ послужитъ нѣкоторымъ ручательствомъ вѣрнаго отложенія касательныхъ и вѣрнаго опредѣленія угла ACD. Дѣлятъ хорду пополамъ и въ средней точкѣ ея H возставляютъ перпендикуляръ, на которомъ откладываютъ ординату HM. Полученную точку M обозначаютъ колышкомъ съ надписью С. К. (средина кривой). Повѣркою опредѣленія точки M служитъ разстояніе ея отъ вершины B, которое помѣщается въ послѣднемъ столбцѣ таблицы 1-й.

Замѣтимъ, что если по мѣстнымъ препятствіямъ точка M не можетъ быть опредѣлена относительно хорды, то это дѣлаютъ посредствомъ координатъ относительно касательныхъ. Величины этихъ координатъ берутся изъ 5-го и 6-го столбцовъ таблицы 1-й.

Послѣ этого приступаютъ къ назначенію промежуточныхъ точекъ кривой: для этого открываютъ то мѣсто таблицы II-й, которое имѣетъ заглавіе $R = 250$ и, начавъ послѣдовательно отъ точекъ A и D, отмѣриваютъ по касательнымъ взятыя изъ таблицъ абсциссы и возставляютъ на концахъ ихъ перпендикуляры, на которыхъ откладываютъ табличныя ординаты. Такимъ образомъ продолжаютъ до точекъ кривой, лежащихъ передъ точкою M. Затѣмъ измѣряютъ разстояніе этихъ точекъ до M и складываютъ полученныя длины съ длинами дуги отъ начала и конца кривой до послѣднихъ назначенныхъ точекъ. Сумма выразитъ длину всей кривой. Ее сравниваютъ для повѣрки разбивки съ длиною, полученною изъ 4-го столбца таблицы I-й. Вмѣсто II-й таблицы *Кренке* (Моржова) можно пользоваться III-й таблицей *Моржова*, а также II-й таблицей *Яцына*, гдѣ дается разность $d =$ кривой безъ обсциссы $(d = Кр. - x)$, кривая и ордината y. По данной кривой находятъ d и y, а по d — обсциссу x

Для y имѣются пропорціональныя части на 0,10, 0,20, ...до 0,90.

При изысканіяхъ путей сообщеній можно для разбивки кривыхъ рекомендовать слѣдующую табличку:

[1]) Сличи § 192, стр. 444, черт. 280bis (пикетажная книжка).

Табличка инженера П. Альбрехта элементовъ кривыхъ, кратныхъ 25 саж. [1]).

При разбивкѣ закругленій кривыми, кратными полупикета, существенно упрощается веденіе пикетажа, въ особенности, если начало кривой назначать на пикетѣ; сберегается время при подсчетахъ какъ въ полѣ, такъ и при составленіи проекта.

1. ТАБЛИЧКА

элементовъ кривыхъ, кратныхъ 25 саж.

R. 300.					R. 350.				
К.	У.	Т.	П.	Б.	У.	Т.	П.	Б.	К.
12.5	2°23′14″	6.251	0.00	0.065	2° 2′47″	6.251	0.00	0.055	12.5
25	4°46′29″	12.507	0.02	0.261	4° 5′33″	12.506	0.02	0.223	25
50	9°32′58″	25.058	0.12	1.044	8°11′ 6″	25.043	0.08	0.894	50
75	14°19′26″	37.696	0.40	2.358	12°16′40″	37.644	0.28	2.019	75
100	19° 5′55″	50.468	0.94	4.216	16°22′13″	50.343	0.68	3.602	100
125	23°52′24″	63.420	1.84	6.630	20°27′47″	63.173	1.34	5.655	125
150	28°38′52″	76.603	3.20	9.626	24°33′19″	76.169	2.34	8.192	150
175	33°25′21″	90.068	5.14	13.229	28°38′52″	89.370	3.74	11.230	175
200	38°11′50″	103.876	7.76	17.474	32°44′26″	102.813	5.62	14.788	200
225	42°58′19″	118.088	11.18	22.404	36°50′ 0″	116.542	8.08	18.893	225
250	47°44′48″	132.874	15.74	28.069	40°55′34″	130.601	11.20	23.573	250
R. 400.					R. 500.				
К.	У.	Т.	П.	Б.	У.	Т.	П.	Б.	К.
25	3°34′52″	12.505	0.02	0.196	2°51′53″	12.503	0.00	0.156	25
50	7° 9′43″	25.033	0.06	0.782	5°43′46″	25.021	0.04	0.626	50
75	10°44′35″	37.610	0.22	1.764	8°35′40″	37.571	0.14	1.410	75
100	14°19′26″	50.262	0.52	3.144	11°27′33″	50.168	0.34	2.511	100
125	17°54′18″	63.014	1.02	4.933	14°19′26″	62.828	0.66	3.930	125
150	21°29′ 9″	75.891	1.78	7.135	17°11′19″	75.568	1.14	5.679	150
175	25° 4′ 1″	88.923	2.84	9.762	20° 3′13″	88.404	1.80	7.755	175
200	28°38′52″	102.137	4.28	12.834	22°55′ 6″	101.355	2.72	10.169	200
225	32°13′44″	115.563	6.12	16.359	25°46′59″	114.437	3.88	12.929	225
250	35°48′35″	129.234	8.46	20.359	28°38′52″	127.671	5.34	16.043	250
275	39°23′27″	143.185	11.38	24.855	31°30′46″	141.074	7.14	19.521	275
300	42°58′19″	157.451	14.90	29.873	34°22′39″	154.668	9.34	23.376	300

[1]) Пользованіе предлагаемой табличкой, которую рекомендуется вклеивать въ пикетажную книжку, содѣйствуетъ быстротѣ работы, во много разъ сокращая число случаевъ, когда приходится обращаться къ подробнымъ таблицамъ для разбивки кривыхъ.

При употребленіи таблички надлежитъ имѣть въ виду:

1) Уголъ поворота ($У$) и другіе элементы: кривая ($К$), тангенсъ ($Т$) подвигъ ($П$) $= 2Т - К$, биссектриса ($Б$), вычислены въ зависимости отъ длины кривой.

2) Величину угла слѣдуетъ округлять, сообразуясь съ точностью угломѣра.

3) Тангенсъ и бессектриса даны въ тысячныхъ доляхъ, чтобы возжно было этой же табличкой пользоваться для $R = 150$, 200, 600, 1000 и др.

4) Всѣ данныя таблички вычислены дважды.

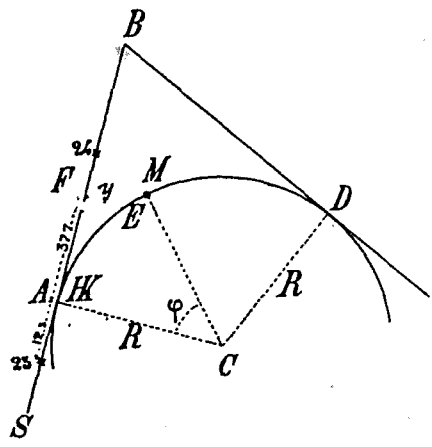
2. ТАБЛИЧКА

элементовъ кривыхъ для *У.* отъ 5° до 30°.

R. 300.					R. 400.				
У.	К.	Т.	П.	Б.	У.	К.	Т.	П.	Б.
5	26.180	13.098	0.02	0.286	5	34.906	17.464	0.01	0.381
6	31.416	15.722	0.02	0.412	6	41.888	20.963	0.03	0.549
7	36.652	18.349	0.05	0.561	7	48.869	24.465	0.07	0.748
8	41.888	20.978	0.07	0.733	8	55.850	27.971	0.09	0.977
9	47.124	23.611	0.10	0.928	9	62.832	31.481	0.13	1.237
10	52.360	26.247	0.14	1.146	10	69.813	34.996	0.19	1.528
11	57.596	28.887	0.18	1.388	11	76.794	38.516	0.25	1.850
12	62.832	31.531	0.23	1.652	12	83.776	42.042	0.30	2.203
13	68.068	34.181	0.29	1.941	13	90.757	45.574	0.38	2.588
14	73.304	36.836	0.38	2.253	14	97.738	49.114	0.48	3.004
15	78.540	39.496	0.46	2.589	15	104.720	52.661	0.60	3.452
16	83.776	42.162	0.54	2.948	16	111.701	56.216	0.74	3.931
17	89.012	44.835	0.67	3.332	17	118.682	59.780	0.88	4.442
18	94.248	47.515	0.79	3.739	18	125.664	63.354	1.04	4.986
19	99.484	50.203	0.92	4.172	19	132.645	66.937	1.23	5.562
20	104.720	52.898	1.08	4.628	20	139.626	70.531	1.43	6.170
21	109.956	55.602	1.24	5.109	21	146.608	74.136	1.67	6.812
22	115.192	58.314	1.43	5.615	22	153.589	77.752	1.91	7.486
23	120.428	61.036	1.65	6.146	23	160.570	81.381	2.19	8.194
24	125.664	63.767	1.88	6.702	24	167.552	85.023	2.49	8.936
25	130.900	66.509	2.12	7.284	25	174.533	88.678	2.83	9.712
26	136.136	69.260	2.38	7.891	26	181.514	92.347	3.19	10.522
27	141.372	72.024	2.67	8.525	27	188.496	96.032	3.56	11.366
28	146.608	74.798	2.99	9.184	28	195.477	99.731	3.98	12.245
29	151.844	77.585	3.34	9.870	29	202.458	103.447	4.44	13.160
30	157.080	80.385	3.70	10.583	30	209.440	107.180	4.92	14.110

R. 1000.					R. 1000.				
У.	К.	Т.	П.	Б.	У.	К.	Т.	П.	Б.
5	87.266	43.661	0.05	0.952	18	314.159	158.384	2.60	12.464
6	104.720	52.408	0.10	1.372	19	331.613	167.343	3.07	13.905
7	122.173	61.163	0.15	1.869	20	349.066	176.327	3.59	15.426
8	139.626	69.927	0.23	2.442	21	366.519	185.339	4.16	17.030
9	157.080	78.702	0.32	3.092	22	383.972	194.380	4.79	18.716
10	174.533	87.489	0.45	3.820	23	401.426	203.452	5.47	20.486
11	191.986	96.289	0.59	4.625	24	418.879	212.557	6.24	22.340
12	209.440	105.104	0.76	5.508	25	436.332	221.695	7.07	24.279
13	226.893	113.936	0.99	6.469	26	453.786	230.868	7.95	26.304
14	244.346	122.785	1.23	7.510	27	471.239	240.079	8.92	28.415
15	261.799	131.652	1.50	8.629	28	488.692	249.328	9.97	30.613
16	279.253	140.541	1.83	9.827	29	506.145	258.618	11.09	32.900
17	296.706	149.451	2.19	11.106	30	523.599	267.949	12.30	35.276

§ 264. Переносъ пикетовъ на кривую. Хотя нанесеніе пикетовъ на кривой можетъ быть сдѣлано способами описаннаго или вписаннаго многоугольника, но оно также достигается способомъ координатъ. Если на кривой AMD (черт. 435) нужно будетъ намѣтить, напр., 24-й пикетъ, когда 23-й намѣченъ уже на прямой SB, то поступаютъ слѣдующимъ образомъ. Пусть разстояніе отъ начала кривой A до 23-го пикета = 12,3 сажени, тогда отъ начала кривой до 24-го пикета будетъ 50 — 12,3 = 37,7 сажени. Пикетъ 24-й должно нанести не на прямой AB, а на кривой AMD, т. е. найти на кривой точку E по дугѣ $AE = 37{,}7$ сажени. Точка намѣчается на землѣ по абсциссѣ $x = AF$ и ординатѣ $y = FE$; ихъ можно было бы взять изъ таблицы II Кренке, но *не совсѣмъ точно*; поэтому покажемъ вычисленіе x и y нѣсколько инымъ путемъ. Для нахожденія точки E разсуждаютъ такъ: если точку E будемъ считать *среднею* точкою нѣкоторой дуги AM, то понятно, что $AM = 2 \times 37{,}7 = 75{,}4$ саж. При данномъ радіусѣ R расчитаемъ, какому углу φ при центрѣ C кривой будетъ соотвѣтствовать дуга AM. Уголъ φ найдется по формулѣ $\varphi = \rho . \frac{AM}{R}$.



Черт. 435.

Вычисливъ уголъ φ, легко по первой таблицѣ Кренке найти абсциссу и ординату средней точки E. Пусть, напр., $R = 300$ саж.; тогда

$$\varphi = \rho \times \frac{75{,}4}{300}.$$

Для удобства вычисленія угловъ φ, при данныхъ — дугѣ AM и радіусѣ R, Кренке составилъ таблицу III. Длина AM дается отъ 1 до 9.

Такъ для 7 и $R = 300$ находимъ $\varphi = 1^0 20' 12'',85$,
» » 5 » » » » $\varphi = 0^0 57' 17'',75$ и
» » 4 » » » » $\varphi = 0^0 45' 50'',20$.

По этимъ даннымъ полное φ, соотвѣтствующее 75,4 будетъ:

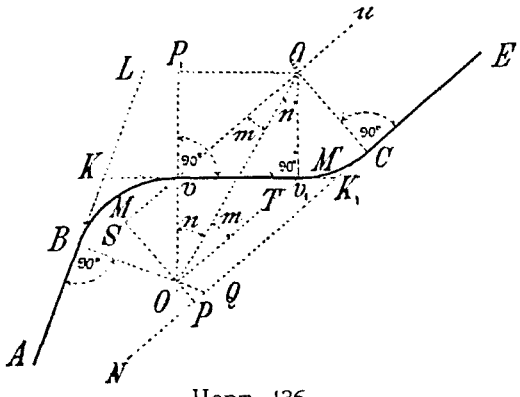
$$(1^0 20'' 12',85) \times 10 + 0^0 57' 17'',75 + \frac{0^0 45' 50'',20}{10} = 14^0 24' 1'',27.$$

Для даннаго угла изъ таблицы I-й находимъ x и y при радіусѣ = 1000 а для нашего радіуса 300, надо найденные x и y умножить на $\frac{300}{1000} = 0{,}3$.

Если бы въ III-й таблицѣ не было даннаго радіуса, напр., 75, то пришлось бы сдѣлать интерполяцію между табличными величинами для ближайшихъ радіусовъ, напр., 74 и 76.

Еще проще это дѣлается по таблицѣ II у Яцыны, см. стр. 227, гдѣ для $R=300$ и $l=AE=37{,}60$ и 37,80 находимъ разность d (между l и x) $=$ $=0{,}10$ и ординаты $y=2{,}35$ и 2,38. Вслѣдствіе чего искомые $x=37{,}50$ и $y=2{,}36_5$. См. также таблицу III у Моржова, стр. 6.

§ 265. Разбивка извилины. Обходя на мѣстности какія-либо препятствія приходится иногда соединять два данныя прямолинейныя направленія AL и NE (черт. 436) двойнымъ закругленіемъ Bvv_1C, состоящимъ изъ двухъ дугъ круга Bv и v_1C, обращенныхъ кривизнами въ разныя стороны, и вставленной между ними прямой vv_1, которая касательна къ этимъ дугамъ. Такое двойное закругленіе съ *прямой вставкой* носитъ названіе *извилины*. Данными для разбивки извилины на мѣстности служатъ, помимо указанныхъ двухъ направленій, — 1) начальная точка B извилины, 2) радіусы R и R_1 дугъ BMv и $v_1M'C$ и 3) длина D прямой вставки vv_1. Сверхъ того для рѣшенія задачи необходимо знать уголъ $BQE=Q$ между направленіемъ NE и перпендикуляромъ $BQ=p$ къ направленію AL въ точкѣ B.



Черт. 436.

Обыкновенно они непосредственно измѣряются на мѣстности. Задача рѣшится, если мы найдемъ центральные углы BOv и v_1O_1C, а по нимъ по I таблицѣ Кренке—и остальные элементы, такъ какъ тогда разбивку извилины можно произвести въ слѣдующемъ порядкѣ: найдя по I таблицѣ Кренке по угламъ BOv и v_1O_1C и заданнымъ радіусамъ R и R_1 длины касательныхъ $BK=Kv$ и $v_1K_1=K_1C$, отмѣриваютъ отъ начальной точки B по заданному направленію AL длину BK, въ точку K устанавливаютъ теодолитъ, направляютъ его трубу на вѣху, выставленную въ точкѣ A и, сдѣлавъ по лимбу отсчетъ, повертываютъ алидаду на уголъ $BKv=180^0-BOv$; провѣшивъ линію KK_1, на ней послѣдовательно отмѣриваютъ Kv, прямую вставку $D=vv_1$ и v_1K_1; въ точку K_1 переносятъ теодолитъ и, направивши трубу на вѣху K, повертываютъ алидаду на уголъ $KK_1C=180^0-v_1O_1C$; отъ точки K_1 отмѣряютъ длину касательной K_1C. Повѣркою работы служитъ: 1) то, что точка K_1 должна придтись на заданномъ направленіи NE, въ чемъ легко убѣдиться простымъ вѣшеніемъ линіи NQK_1CE и 2) уголъ KK_1E по измѣренію долженъ отличаться отъ вычисленнаго угла $(180^0-v_1O_1C)$ не болѣе какъ на $2t$, гдѣ t точность верньера теодолита, т. е. на 1 — 2 минуты.

Если разбивка покажетъ, что точки K, v, v_1, K_1 и C намѣчены правильно, то приступаютъ къ назначенію срединъ кривыхъ — M и M_1 и необходимаго числа промежуточныхъ точекъ на обѣихъ кривыхъ.

Укажемъ, какъ находятся углы BOv и v_1O_1C. Изъ чертежа 436 легко видѣть, что углы

$$BOv = BOT - (n + m)$$
$$v_1O_1C = SO_1C - (n + m),$$

причемъ углы m и n получатся, если соединить центры O и O_1, провести OT параллельно QK_1, и черезъ точку v провести направленіе радіуса OvP_1; оно будетъ перпендикулярно къ касательной, прямой вставкѣ vv_1, а также $O_1v_1 \perp vv_1$ и $O_1P_1 \perp OP_1$, тогда изъ прямоугольнаго треугольника OP_1O_1 имѣемъ:

$$OO_1 = d = \sqrt{(R + R_1)^2 + D^2},$$

потомучто $OP_1 = R + R_1$ и $P_1O_1 = D$; если же $R = R_1$, то

$$d = \sqrt{4R^2 + D^2}.$$

Такъ какъ линіи OP_1 и O_1v_1 перпендикулярны къ вставкѣ vv_1, то онѣ параллельны, а потому углы P_1OO_1 и OO_1v_1 равны между собою; они обозначены черезъ n. Затѣмъ, опустивъ изъ O перпендикуляръ OP на NE, продолжимъ его и отложимъ на немъ $PS = R_1$. Если послѣ этого проведемъ параллель Su къ NE, то она должна пройти черезъ O_1, потому что O_1 отстоитъ отъ NE такъ же, какъ и S, на разстояніи R_1. Обозначивъ равные углы SO_1O и O_1OT черезъ m, имѣемъ

$$\sphericalangle BOv = \sphericalangle BQE - (m + n) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$
$$\sphericalangle v_1O_1C = 90^0 - (m + n) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

причемъ углы m и n опредѣлятся по формуламъ:

$$tg\, n = \frac{P_1O_1}{P_1O} = \frac{D}{R + R'} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

$$Sin\, m = \frac{SO}{OO_1} = \frac{SP - OP}{d} = \frac{R_1 - OQ\, Sin\, Q}{d} = \frac{R_1 - (p - R)\, Sin\, Q}{d} \quad \ldots (4)$$

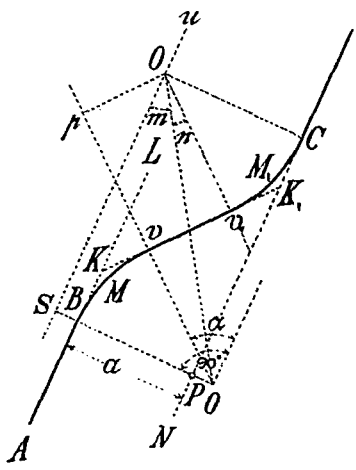
Если $R = R_1$, то предыдущія формулы, опредѣляющія m и n, будутъ:

$$tg\, n = \frac{D}{2R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

$$Sin\, m = \frac{R - (p - R)\, Sin\, Q}{\sqrt{4R^2 + D^2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

Въ частномъ случаѣ, когда направленія AL и NE (черт. 437), которыя надо соединить извилиною, параллельны между собою и отстоятъ другъ отъ друга на разстояніи a (такъ что $BQ = p = a$), тогда построеніе

извилины должно производиться по другимъ формуламъ, которыя получаются изъ предыдущихъ при $BQE = 90^0$ и $p = a$.



Черт. 437.

Формулы въ этомъ случаѣ будутъ:

$$d = \sqrt{(R+R_1)^2 + D^2}$$

$$tg\ n = \frac{D}{R+R_1}\ ^1)$$

$$Sin\ m = \frac{R_1 + (R-a)}{d}$$

уг. $BOv =$ уг. $v_1O_1C = 90^0 - (m+n)$.

При $R = R_1$ имѣемъ:

$$d = \sqrt{4R^2 + D^2}$$

$$tg\ n = \frac{D}{2R},\ Sin\ n = \frac{D}{d}$$

$$Sin\ m = \frac{2R-a}{d}$$

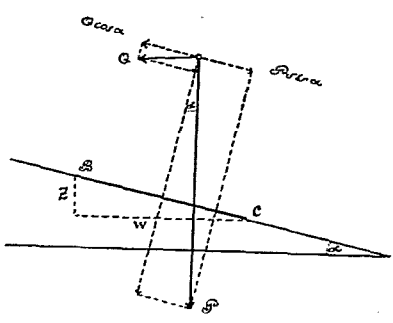
Нетрудно усмотрѣть для этого случая порядокъ дѣйствій на мѣстности, при разбивкѣ самой извилины.

Предѣлъ для длины прямой вставки между кривыми, обращенными въ разныя стороны, очень разнообразенъ. Онъ зависитъ отъ требованій техническихъ условій и мѣняется съ измѣненіемъ величины радіусовъ закругленій и, при небольшой величинѣ этихъ послѣднихъ (менѣе 300 саж.), доходитъ до 10 — 15 саж. [2]).

§ 266. Разбивка переходныхъ кривыхъ. При проектированіи желѣзнодорожныхъ кривыхъ необходимо считаться во первыхъ, съ условіемъ плавнаго движенія подвижного состава и во вторыхъ, съ вліяніемъ на это движеніе самой кривой, т. е. извѣстнаго радіуса криволинейнаго пути, которому принужденъ слѣдовать вагонъ.

Какъ извѣстно изъ механики, при всякомъ движеніи по криволинейному пути развивается нѣкоторое усиліе, являющееся функціей радіуса кривой и скорости движенія тѣла (вагона) и называемое центробѣжной силой

$$Q = \frac{Pv^2}{gR} = \frac{m}{R}v^2$$



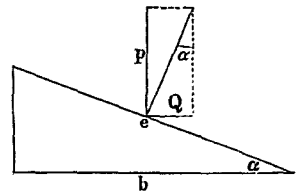
Черт. 438.

гдѣ $P = mg$ вѣсъ вагона, v — скорость движенія, g — ускореніе силы тяжести и R — радіусъ кривой. Такъ какъ центробѣжная сила стремится сдвинуть вагонъ съ рельсовъ (черт. 438), противодѣйствіемъ чему является сила вѣса вагона P, прижимающая его къ рельсамъ, то въ результатѣ является скольженіе вагона въ направленіи перпендикулярномъ къ

[1]) Вмѣсто tgn можно опредѣлить и $Sin\ n = D : d$.

[2]) Для опредѣленія длины d иногда дается формула $d = 10^{c.} + 5000^{c.}\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1}\right)$.

его движенію. Дѣйствіе центробѣжной силы уничтожается возвышеніемъ наружнаго рельса B' (черт. 438) надъ внутреннимъ C' на нѣкоторую высоту Z, т. е. наклоненіемъ плоскости движенія вагона на нѣкоторый уголъ α. При движеніи вагона центробѣжная сила дѣйствуетъ въ горизонтальномъ направленіи (черт. 438), стремясь прижать реборды колесъ къ внѣшнему рельсу B'. Для уничтоженія дѣйствія этой силы достаточно выбрать уголъ α такъ, чтобы равнодѣйствующая силъ P и Q (вѣса вагона и центробѣжной силы) направилась по нормали къ наклонной плоскости BC' (черт. 439), пересѣкая плоскость пути въ точкѣ, лежащей на равныхъ разстояніяхъ отъ рельсовъ B и C. Тогда условіе равновѣсія представится равенствомъ



Черт. 439.

$$Q\,Cos\,\alpha = P.\,Sin\,\alpha.$$

Или

$$\frac{Q}{P} = \frac{Sin\,\alpha}{Cos\,\alpha} = tg\,\alpha = \frac{Z}{W},$$

гдѣ W — горизонтальная проекція ширины BC колеи пути.
Отсюда

$$Z = W.\frac{Q}{P} = \frac{Wv^2}{gR}.$$

Пренебрегая незначительнымъ уширеніемъ пути, которое дѣлается при закругленіяхъ, можно положить, что

$$\frac{W}{g} = C = const\ ^1) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Тогда

$$Z = \frac{C}{R}, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

т. е. поднимая рельсъ на такую высоту мы уничтожаемъ дѣйствіе центробѣжной силы.

---

[1]) Коэффиціентъ c вычисляется для максимальной скорости движенія поѣздовъ. Если мы примемъ за нормальную колею 1,5 metr., считая ее отъ середины головки одного рельса до середины головки другого, то выражая v въ метрахъ для 1 секунды времени, получимъ

$$C = \frac{W}{g}v^2 = \frac{1{,}5}{9{,}8}v^2 \text{ въ квадратныхъ метрахъ}$$

или

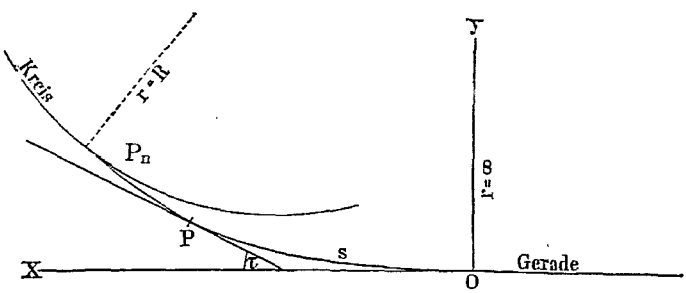
$$C = \frac{1{,}5}{9{,}8}\left(\frac{1000\,V}{60\times 60}\right)^2 = \frac{V^2}{85} \text{ въ квадратныхъ километрахъ}$$

если V выражено въ километрахъ для 1 часа времени. Для русскихъ желѣзныхъ дорогъ, принимая $g = 4{,}6$ саж., $W = 5$ футамъ и выражая V въ верстахъ, получимъ

$C = \left(\frac{5}{7} : 4{,}6\right)V^2\left(\frac{500}{60\times 60}\right)^2 = \frac{3}{1000}V^2$. Радіусъ R при этомъ выражается въ саженяхъ.

Однако, нужно имѣть въ виду, что достигать требуемой высоты Z, начиная съ нуля, слѣдуетъ постепенно, придавъ наружному рельсу соотвѣтственный продольный уклонъ, опредѣляемый изъ опыта, сообразно съ наименьшимъ радіусомъ кривой и другими условіями, причемъ онъ во всякомъ случаѣ не долженъ превосходить 0,003 [1]).

Если устроить путь въ планѣ такъ, что *круговая* кривая, сопрягающая два прямолинейныхъ направленія, начнется непосредственно у касательной къ ней прямой части пути, то придется подъемъ наружнаго рельса сдѣлать весь въ прямой части пути, такъ какъ распредѣлить продольный уклонъ внѣшняго рельса по окружности невозможно. Въ самомъ дѣлѣ, при перемѣнномъ Z, на окружности, для которой $R = const$, нарушается требованіе относительно уравновѣшиванія центробѣжной силы поперечнымъ наклономъ пути, который въ любомъ мѣстѣ кривой долженъ удовлетворять равенству (2). Распредѣлять же этотъ продольный уклонъ наружнаго рельса вдоль прямой, по касательной, невыгодно, такъ какъ подвижной составъ напрасно наклонится на прямой, гдѣ центробѣжная сила еще не дѣйствуетъ. Кромѣ того при сказанномъ сопряженіи не будетъ соблюдено условіе плавнаго движенія подвижного состава, вслѣдствіе рѣзкаго перехода радіуса кривизны пути отъ безконечности къ величинѣ конечной и при томъ сравнительно небольшой. Поэтому въ настоящее время пути, изогнутые по дугѣ круга, сопрягаютъ съ прямыми особой *переходной* кривой, у которой радіусъ кривизны въ началѣ равенъ безконечности и затѣмъ постепенно уменьшается до величины радіуса кругового пути (черт. 440) [2]). По этой же кривой равномѣрно распредѣляютъ и продольный уклонъ наружнаго рельса, причемъ возвышеніе рельса начинается въ точкѣ O касанія переходной кривой съ прямою и достигаетъ полной величины въ точкѣ ея касанія съ круговой кривой (Kreis).



Черт. 440.

Наиболѣе подходящей сопрягающей кривой будетъ такая, для которой въ каждой ея точкѣ подъемъ рельса будетъ уравновѣшивать центробѣжную силу, т. е. для каждой точки которой будетъ справедливо равенство (2), которое по замѣнѣ въ немъ R перемѣннымъ радіусомъ кривизны переходной кривой r, представится въ видѣ

$$Z = \frac{C}{r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

---

[1]) См. Цеглинскій. Курсъ желѣзныхъ дорогъ т. I вып. I изд. 1913 г.

[2]) На чертежѣ S—переходная кривая перемѣннаго радіуса r, сопрягающая прямую OX съ круговой кривой—Kreis.

Подставивъ въ это уравненіе вмѣсто r его значеніе, которое съ достаточной степенью точности можно принять равнымъ $\frac{dx^2}{d^2y}$ [1]) получимъ:

$$\frac{Z}{C}=\frac{d^2y}{dx^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

Если подъемъ рельса поведемъ уклономъ i, то, очевидно, для любой точки P (черт. 440) переходной кривой будемъ имѣть, что

$$Z=si \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5),$$

гдѣ s — текущее разстояніе разсматриваемой точки кривой отъ ея начала O. Выше было указано, что вслѣдствіе пологости кривой можно принять $ds=dx$ или $s=x$, гдѣ x — абсцисса текущей точки кривой (предполагая, что начало переходной кривой O служитъ вмѣстѣ съ тѣмъ и началомъ системы координатъ), но тогда

$$Z=xi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

и уравненіе (4) приметъ видъ

$$\frac{xi}{C}=\frac{d^2y}{dx^2} \text{ или } \frac{d^2y}{dx^2}=\frac{x}{q}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

гдѣ

$$q=\frac{C}{i} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

Интегрируя уравненіе (7), получимъ

$$\frac{dy}{dx}=\frac{x^2}{2q}+c,$$

гдѣ $c=o$, т. к. при $x=o$ и $\frac{dy}{dx}=o$.

Интегрируя второй разъ и замѣчая, что при $x=o$ и $y=o$, получимъ:

$$y=\frac{x^3}{6q} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

---

[1]) Какъ извѣстно изъ анализа безк. мал. для плоской кривой вида $y=f(x)$ радіусъ кривизны выражается формулой: $r=\frac{(dx^2+dy^2)^{3/2}}{dxd^2y}=\frac{ds^3}{dxd^2y}$. Вслѣдствіе незначительности угла τ (черт. 440), образуемаго касательной къ переходной кривой въ любой ея точкѣ, съ осью OX, т. к. обычно переходная кривая сопрягаетъ круговую кривую съ прямой лишь на небольшомъ протяженіи, можно положить $ds=dx$. Тогда

$$r=\frac{dx^3}{dxd^2y}=\frac{dx^2}{d^2y}.$$

Слѣдовательно, искомая кривая будетъ — кубическая парабола.

Какъ видно изъ вывода, уравненія кривой, она удовлетворяетъ въ достаточной степени условію, выражаемому уравненіемъ (3) лишь для сравнительно незначительныхъ протяженій.

Въ точкѣ O (черт. 440) при $x = z = o$ радіусъ кривизны кубической параболы $\frac{dx^2}{d^2y} = \frac{C}{z} = \infty$; далѣе съ возрастаніемъ x, онъ уменьшается, но до извѣстнаго предѣла, послѣ чего съ увеличеніемъ x онъ уже возрастаетъ до ∞.

Поэтому примѣненіе разсматриваемой кривой при разбивкѣ желѣзнодорожныхъ закругленій ограничено извѣстными предѣлами, однако, для практическихъ цѣлей не имѣющими существеннаго значенія, почему эта кривая нашла себѣ широкое примѣненіе въ желѣзнодорожной практикѣ.

Кромѣ кубической параболы условію (3) ствѣчаютъ и другія трансцендентныя кривыя. Изъ нихъ отмѣтимъ радіоидальную спираль. Мы не будемъ останавливаться на этой кривой, т. к. не смотря на теоретическія достоинства ея она все же не нашла еще себѣ достаточнаго примѣненія въ практикѣ [1]). Отмѣтимъ лишь, что законъ, которому слѣдуетъ измѣненіе радіуса кривизны этой кривой, опредѣляемой уравненіемъ

$$r = \frac{C}{S} = \sqrt{\frac{C}{2\tau}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10),$$

гдѣ τ — уголъ, образуемый касательной къ кривой въ текущей ея точкѣ съ осью $X^{ось}$ (черт. 440), а C — постоянный параметръ спирали, опредѣляемый въ зависимости отъ скорости движенія, длины переходной кривой и предѣльнаго радіуса закругленія, лучшимъ образомъ удовлетворяетъ условію плавнаго движенія подвижного состава, вслѣдствіе непрерывнаго уменьшенія радіуса кривизны пропорціонально увеличенію длины дуги s этой кривой отъ ∞ до o. Поэтому для этой кривой не существуетъ предѣловъ, ограничивающихъ ея примѣненіе въ желѣзнодорожной практикѣ, какъ это было указано въ отношеніи кубической параболы. Въ силу отмѣченнаго свойства радіоидальной спирали она можетъ быть также съ успѣхомъ примѣнена и для непосредственнаго сопряженія двухъ прямолинейныхъ направленій, образующихъ между собой нѣкоторый уголъ [2]).

Ниже мы приведемъ формулы элементовъ, необходимыхъ для разбивки круговыхъ кривыхъ со вставкою радіоидальной спирали для простѣйшаго случая, однако, частаго въ практикѣ.

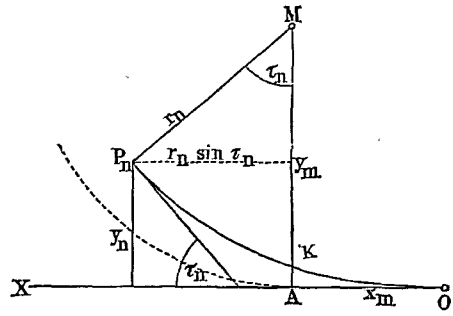
Возвращаясь къ кубической параболѣ, установимъ формулы элементовъ, опредѣляющихъ эту кривую, какъ переходную. Для этого обратимся

---

[1]) Интересующіеся найдутъ подробное изслѣдованіе этой кривой въ связи съ примѣненіемъ ея какъ для непосредственнаго сопряженія прямолинейныхъ направленій, образующихъ нѣкоторый уголъ, такъ и въ качествѣ переходной кривой, въ Курсѣ желѣзныхъ дорогъ проф. Цеглинскаго (т. I вып. I изд. 1913 г.).

[2]) См. Цеглинскій. Курсъ желѣзныхъ дорогъ т. I вып. I изд. 1913 г. стр. 135.

къ черт. 441 и 442, гдѣ OX направленіе касательной круговой кривой I даннаго радіуса $AM = R$, и предположимъ, что искомое начало O переходной кривой OP_n служитъ вмѣстѣ съ тѣмъ началомъ системы координатъ. Положеніе переходной кривой въ этой системѣ будетъ опредѣлено, если мы найдемъ положеніе точки O, и опредѣлимъ координаты конечной точки переходной кривой P_n (она же—точка касанія этой кривой съ кругомъ II), т. к. промежуточныя точки переходной кривой построятся по формулѣ (9).



Черт. 441.

Примѣняя формулы (5) и (6) къ точкѣ P_n, получимъ:

$$S = x_n = \frac{z}{i} = \frac{C}{r.i} = \frac{C}{Ri} = \frac{q}{r} = \frac{q}{R} \quad \ldots\ldots\ldots (11)$$

Такъ какъ радіусъ кривизны r переходной кривой допускается измѣнять при переходѣ отъ точки A къ P_n до $\frac{1}{500}$ величины даннаго радіуса круга R, то, замѣняя r черезъ R мы сдѣлаемъ ошибку менѣе чѣмъ на $\frac{1}{500} R$, что для практическихъ цѣлей вполнѣ допустимо. По формулѣ (11). Мы получимъ всю длину переходной кривой S и въ то же время абсциссу точки P_n, равную x_n. Ордината ея опредѣлится изъ формулы (9).

Найдемъ теперь координаты (x_m, y_m) центра M круга.

Изъ черт. 441 имѣемъ:

$$x_m = x_n - r_n s_n \tau_n$$

По малости угла τ можно положить:

$$\tau_n = sn\tau_n = tg\tau_n = \frac{dy}{dx} = \frac{x_n^2}{2q}.$$

Слѣдовательно,

$$x_m = x_n - r_n \frac{x_n^2}{2q} = x_n \left(1 - r_n \frac{x_n}{2q}\right) = x_n \left(1 - r_n \frac{q}{2r_n q}\right) = \frac{x_n}{2} \quad \ldots\ldots (12)$$

такъ какъ $x_n = \frac{q}{r_n}$ (см. форм. 11).

Ордината

$$y_m = y_n + r_n cs\tau_n.$$

Разлагая $cs\tau_n$ въ рядъ, и ограничиваясь двумя первыми членами разложенія, получимъ:

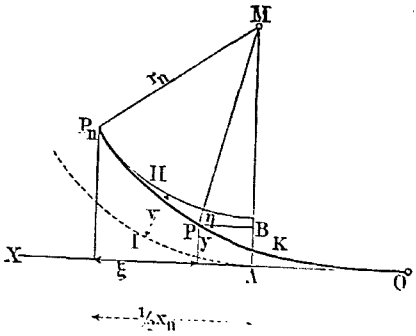
$$y_n = y_n + r_n - r_n \frac{\tau_n^2}{2} = r_n + \frac{x_n^3}{6q} - \frac{q}{x_n} \cdot \frac{x_n^4}{2.4.q^2} = r_n + \frac{x_n^3}{6q} - \frac{x_n^3}{8q} = r_n + \frac{x_n^3}{24q} =$$

$$= r_n + \frac{1}{4} y_n \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (13)$$

Такимъ образомъ всѣ точки круга радіуса y_m, описаннаго изъ центра M, будутъ отстоять отъ соотвѣтствующихъ точекъ круга радіуса r_n того же центра M на величину

$$V = \frac{1}{4} y_n = \frac{x_n^3}{24q}, \quad \ldots\ldots (14)$$

считаемую по направленію радіусовъ.



Черт. 442.

Замѣчая, что

$$x_m = x_a = \frac{1}{2} x_n = \frac{q}{2R} \quad \ldots\ldots (15)$$

гдѣ x_a — абсцисса точки A — начала круговой кривой I (черт. 442), опредѣляемаго обычнымъ пріемомъ по углу поворота и данному радіусу закругленія R, легко убѣдиться, что, отложивъ отъ точки A (черт. 442) въ обѣ стороны величину $\frac{q}{2R}$, мы, съ одной стороны, получимъ начало переходной кривой O, а съ другой, конецъ абсциссы точки P_n той же кривой. Ордината точки K переходной кривой

$$y_k = \frac{\left(\frac{1}{2} x_n\right)^3}{6q} = \frac{1}{8} y_n \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (16)$$

Изъ изложеннаго нетрудно усмотрѣть самый *порядокъ разбивки:*

Какъ и всегда, прежде всего по данному углу поворота и радіусу закругленія R, находятъ длину касательной, опредѣляющей проэкцію A центра круга на касательную OX и разбиваютъ (пунктирную) дугу круга радіуса R; высчитавъ затѣмъ по уравненію (15) величину $x_m = x_a = \frac{q}{2R}$, а также по формуламъ (13) и (16) ординаты точекъ P_n и K, начало переходной кривой O и двѣ ея точки P_n и K. Промежуточныя точки переходной кривой можно разбить или отъ касательной по уравненію (9) или отъ круга I. [1]) При разбивкѣ переходной кривой отъ касательной посред-

---

[1]) Чтобы выполнить разбивку переходной кривой отъ круга I, вычислимъ разстояніе η любой точки P переходной кривой отъ круга II по радіусу PM, тогда, зная разстояніе V концентрическихъ круговъ, опредѣлемое формулой (14), кубическая парабола разобьется черезъ радіальныя отложенія отъ круга I величинъ $V - \eta$. Изъ прямоугольнаго треугольника MPB (черт. 442) слѣдуетъ

$$MP^2 = (MA - y)^2 + \left(\frac{1}{2} x_n - \xi\right)$$

но по формуламъ (13) и (14)

$$MA = y_m = r_n + \frac{x_n^3}{24q}$$

Слѣдовательно,

$$MP^2 = \left[r_n + \left(\frac{x_n^3}{24q} - \frac{x^3}{6q}\right)\right]^2 + \left(\frac{1}{2} x_n - \xi\right)$$

ствомъ равномѣрно увеличивающихся абсциссъ, довольно вычислить одну ординату и получить всѣ остальныя посредствомъ умноженія первой ординаты на $2^3=8$, $3^3=27$, $4^3=64$ и т. д.

Въ самомъ дѣлѣ, для абсциссъ x; $2x$; $3x$ и т. д.,

соотвѣтствующія имъ ординаты будутъ $y_1=\frac{x^3}{6q}$

$$y_2=\frac{2^3x^3}{6q}$$

$$y_3=\frac{3^3x^3}{6q} \text{ и т. д.}$$

Отсюда $y_2=2^3y_1$ $y_3=3^3y_1$ и т. д.

Для переходной кривой можно ограничиться тремя промежуточными точками. Разбивъ кубическую параболу на всю ея длину S, далѣе кривую ведутъ по дугѣ круга II (черт. 442) уже радіуса r_n, причемъ эта кривая будетъ концентрична съ I непосредственно касающейся прямой, и находиться отъ нея на разстояніи $V=\frac{1}{4}y_n=\frac{x_n^3}{24q}$, поэтому точки кру-

---

Или $$MP^2=r_n^2+2r_n\cdot\frac{x_n^3-4x^3}{24q}+\left(\frac{1}{2}x_n-\xi\right)^2+\frac{(x_n^3-4x^3)^2}{576q^2}$$

$$MP=\left\{r_n^2+\left[2r_n\frac{x_n^3-4x^3}{24q}+\left(\frac{1}{2}x_n-\xi\right)^2+\frac{(x_n^3-4x^3)^2}{576q^2}\right]\right\}^{1/2}$$

Примѣняя формулу бинома Ньютона, достаточно точно найдемъ η, если ограничемся первыми двумя членами разложенія, причемъ r_n^2 будемъ считать первымъ членомъ бинома, а выраженіе въ квадратныхъ скобкахъ — вторымъ.

Тогда

$$MP=r_n+\frac{1}{2r_n}\left[2r_n\frac{x_n^3-4x^3}{24q}+\left(\frac{1}{2}x_n-\xi\right)^2+\frac{(x_n^3-4x^3)^2}{576q^2}\right]$$

$$\eta=MP-r_n=\frac{x_n^3-4x^3}{24q}+\frac{(x_n-2\xi)^2}{8r_n}+\frac{(x_n^3-4x^3)^2}{1152r_nq^2}$$

Пренебрегая послѣднимъ членомъ этого выраженія по малости его сравнительно съ первыми двумя, и замѣчая, что $x=x_n-\xi$, а согласно равенства (11), $\frac{1}{r_n}=\frac{x_n}{q}$,

получимъ:

$$\eta=\frac{x_n^3-4(x_n-\xi)^3}{24q}+\frac{(x_n-2\xi)^2x_n}{8q}=\frac{x_n^3}{24q}-\frac{(x_n-\xi)^3}{6q}+\frac{x_n(x_n-2\xi)^2}{8q}$$

Или

$$\eta=\frac{x_n^3}{24q}-\frac{x_n^2}{6q}+\frac{x_n^2\xi}{2q}-\frac{x_n\xi^2}{2q}+\frac{\xi^3}{6q}+\frac{x_n^3}{8q}-\frac{x_n^2\xi}{2q}+\frac{x_n\xi^2}{2q}=\frac{\xi^3}{6q}$$

т. е. кубическая парабола, OP_n, отнесенная къ ея кругу кривизны въ P_n, остается, какъ и для всякаго иного круга кривизны, кубической параболой; ξ означаетъ здѣсь какъ абсциссу, такъ и длину дуги. Такимъ образомъ кубическая парабола разобьется отъ круга I черезъ радіальныя отложенія величинъ

$$V-\eta=\frac{1}{4}y_n-\frac{\xi^3}{6q}$$

если ξ будемъ давать значенія отъ o до $\frac{x_n}{2}$. Повѣркою, какъ и прежде, служитъ то

что для $\xi=\frac{1}{2}x_n$; $y_a=\frac{1}{8}y_n$

говой кривой II получаютъ отъ круга I передвиженіемъ соотвѣтствующихъ точекъ его окружности на $\frac{1}{4}\,y_n$ по направленію къ центру M.

Числовой примѣръ.

Пусть $R = 300$ metr. и скорость $V = 60$ kilometr.

Допустимъ, что q, какъ это принято для всѣхъ главныхъ путей за границей, оказалось $q = 12000$.

Для этого значенія q высчитаемъ 1) по (11) длину переходной кривой $S = x_n = \frac{q}{R} = \frac{12000}{300} = 40$ metr. и по (12) $x_m = \frac{1}{2}\,x_n = 20$ metr.

2) Далѣе по (14) найдемъ $V = \frac{x_n^3}{24q} = \frac{q^2}{24R^3} = \frac{1}{6}\left(\frac{12000}{2.300}\right)^2 \frac{1}{.\ 300} = \frac{400}{1800} =$

$= \frac{2}{9} = 0{,}222$ metr.

3) Если уголъ поворота между касательными $\alpha = 82^0 50$, то длину касательной для круга I при радіусѣ, равномъ $R + V = 300{,}222$ найдемъ по $^1/_2$ центральнаго угла $\beta = 97^0 10'$, т.-е. $\gamma = \frac{1}{2}\beta = 48^0 35'$, въ видѣ

$$(R + V)\ tg\,\gamma = 340{,}336 \text{ metr.},$$

каковую величину и отложимъ отъ вершины угла α до точки A.

4) Отъ точки прикосновенія A отмѣряютъ въ обѣ стороны по 20 metr., черезъ что получаются точки O и проекція на ось OX точки P_n. Далѣе вычисляютъ y_n по формулѣ (14): $y_n = 4V = \frac{q^2}{6R^2} = 0{,}889$ metr. и, построивъ его, находятъ точку P_n соприкосновенія параболы съ кругомъ II радіуса R.

5) Наконецъ, по формулѣ $y = \frac{x^3}{69}$, давая x послѣдовательно значенія

				metr.			
$x =$	10,	15,	20,	25,	30,	35,	40,

находятъ соотвѣтственно $y =$ 0,014 0,047 0,111 0,217 0,375 0,595, 0,889, или пользуясь готовыми таблицами, напр., страницей 61 (внизу) ранѣе указанныхъ таблицъ Max Pernt. или у D-r. W. Jordan'a. (Handbuch der Vermessungskunde. Band II. S [51] des Anhangs).

6) Что же касается точекъ круга, то онѣ найдутся при $R = 300$, если всѣ ординаты y увеличимъ на $V = 0{,}222$ metr.; абсциссы же будемъ откладывать отъ точки A влѣво.

$x = 20 \ldots . y = 0{,}67 + 0{,}22 = 0{,}89$ metr.
$x = 30 \ldots . y = 1{,}50 + 0{,}22 = 1{,}72$ „
$x = 40 \ldots . y = 2{,}68 + 0{,}22 = 2{,}90$ „
$x = 50 \ldots . y = 4{,}20 + 0{,}22 = 4{,}42$ „

Не останавливаясь на выводѣ формулъ элементовъ, необходимыхъ для разбивки круговыхъ кривыхъ со вставкою радіоидальной спирали,

укажемъ лишь ихъ окончательный видъ, примѣнительно къ чертежу 442 для случая, когда величина $\frac{c}{2R^2}$, гдѣ R радіусъ закругленія незначительна, что почти всегда имѣетъ мѣсто на практикѣ.

Координаты точки P_n (x_n, y_n) касанія спирали съ круговой кривой (конечной точки переходной кривой) и центра круга M (x_m, y_m) заданнаго радіуса R опредѣлятся по формуламъ[1])

$$x_n = \frac{C}{R} \qquad y_n = \frac{C^2}{6R^3}$$

$$x_m = x_a = \frac{C}{2R} \qquad y_m = R + \frac{C^2}{24R^3},$$

гдѣ величина $\frac{C^2}{24R^3}$ опредѣляетъ кратчайшее разстояніе круга II отъ прямой OX.

Координаты точки K (черт. 442) переходной кривой, будутъ

$$x_k = x_m = \frac{C}{2R}; \qquad y_k = \frac{C^2}{48R^3}.$$

Координаты прочихъ промежуточныхъ точекъ спирали могутъ быть расчитаны съ достаточной точностью по формуламъ

$$x = \sqrt{2C}\ \sqrt{\tau} \qquad y = \frac{1}{3}\sqrt{2C}\,\tau\sqrt{\tau}$$

при разныхъ значеніяхъ угла τ отъ o до $\frac{C}{2R^2}$.

ГЛАВА V.

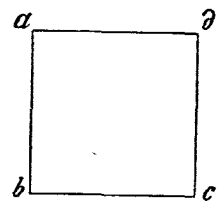
Мензульная съемка.

§ 267. Предварительныя понятія. Въ предшествующихъ трехъ главахъ мы разсмотрѣли горизонтальную и вертикальную съемку, какъ методъ, въ основу котораго положено собираніе *цифровыхъ данныхъ* для линейныхъ и градусныхъ величинъ, а именно: длинъ линій, угловъ наклоненій, угловъ поворотовъ, азимутовъ, а также и для отмѣтокъ точекъ земной поверхности. Какъ неизбѣжное слѣдствіе такого пріема являлась необходимость въ *обработкѣ собраннаго матеріала*, и только послѣ ряда вычисленій являлась возможность построенія изображенія снятой мѣстности въ видѣ плана или профиля. Преимуществомъ такого способа съемки являлась возможность построенія изображенія *въ любомъ масштабѣ* и въ возможности возстановленія границъ ранѣе существовавшаго (во время съемки) контура. Но рядомъ съ этимъ способомъ существуетъ и другой пріемъ съемки—графическій, устраняющій исключительное собираніе цифровыхъ данныхъ и дающій возможность по отношенію къ горизонтальной

[1]) См. Цеглинскій. Курсъ желѣзныхъ дорогъ т. I вып. I изд. 1913 г.

съемкѣ *избѣжать домашнихъ работъ въ видѣ вычисленій и накладки плана.* Главная особенность такой съемки состоитъ въ томъ, что горизонтальныя проекціи угловъ и линій, связанныхъ этими углами, получаются *графически*, путемъ вычерчиванія и вырисовки контуровъ по правиламъ построенія на бумагѣ фигуръ, подобныхъ даннымъ, однако безъ употребленія транспортира при нанесеніи угловъ на бумагу, т. е. планъ снимаемой мѣстности вычерчивается въ полѣ, *попутно, во время самой съемки*, и является непосредственнымъ слѣдствіемъ полевыхъ дѣйствій. Очевидно, что этотъ способъ съемки обладаетъ наглядностію и требуетъ отъ съемщика аккуратности и вѣрности глаза при вырисовкѣ изгибовъ контуровъ. Онъ позволяетъ почти тотчасъ же замѣтить сдѣланные промахи, такъ какъ мѣстность постоянно передъ глазами. Въ немъ отсутствуетъ требованіе отъ съемщика навыка въ вычисленіяхъ и въ обращеніи съ чертежными инструментами, равно какъ и наличности знаній у съемщика пріемовъ, выработанныхъ теоріею и практикою въ составленіи плана и профиля по цифровымъ даннымъ; все это дѣлаетъ второй пріемъ съемки, повидимому, болѣе простымъ и легкимъ. Существеннымъ недостаткомъ второго способа является то обстоятельство, что *подлинный планъ* можно составить *только одинъ разъ* въ томъ масштабѣ, который заранѣе выбранъ. Такая съемка называется, какъ уже сказано, *графическою* или *мензульною.*

Послѣднее названіе происходитъ отъ инструмента, на которомъ чертится планъ въ полѣ; онъ имѣетъ видъ стола и называется *мензулой* [1]). Необходимою составною частію мензулы является хорошо выструганная гладкая *планшетная* доска. Мензульной или планшетной доскѣ придаютъ видъ квадрата (черт. 443) и на ней укрѣпляютъ листъ чистой планной бумаги. Нерѣдко и планъ, полученный мензульной съемкой, называютъ *планшетомъ.*



черт. 443.

Чтобы на мензульной доскѣ получить въ полѣ фигуру, подобную горизонтальной проекціи данной фигуры на мѣстности, необходимо:

1) приводить планшетъ въ горизонтальное положеніе,

2) устанавливать данную точку на планшетѣ надъ соотвѣтствующей ей точкой мѣстности и обратно,

3) разсматривать прямую линію на планѣ какъ слѣдъ пересѣченія планшета съ вертикальной плоскостью, проходящею черезъ линію мѣстности,

4) имѣть при мензулѣ приборъ, дозволяющій осуществлять вертикальную плоскость и умѣть совмѣщать эту плоскость съ линіею мѣстности,

5) умѣть отмѣчать линію пересѣченія планшета съ вертикальной плоскостью,

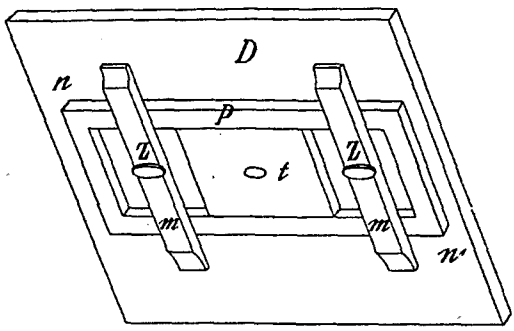
и 6) умѣть линію на планшетѣ ставить въ одну отвѣсную плоскость съ линіею мѣстности.

---

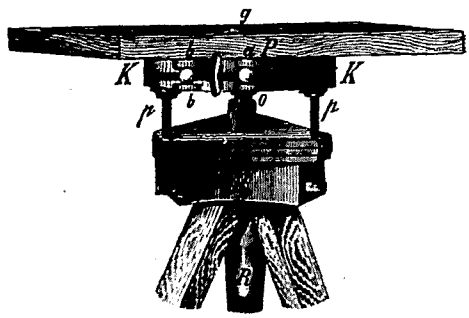
[1]) Названіе взято съ латинскаго языка: *mensa*—столъ, *mensula*—столикъ.

Совокупность послѣдовательнаго выполненія этихъ условій приведетъ насъ къ умѣнью поставить мензульную доску въ любомъ пунктѣ даннаго контура такъ, какъ будто планшетъ въ эту новую данную на мѣстности точку изъ начальной точки контура былъ передвинутъ въ горизонтальной плоскости *параллельно самому себѣ*. Пріемъ установки планшета въ такое положеніе, при которомъ линіи плана становятся въ соотвѣтственно параллельное положеніе линіямъ мѣстности, называется *оріентированіемъ* планшета. На умѣньи оріентировать планшетъ и основана графическая съемка.

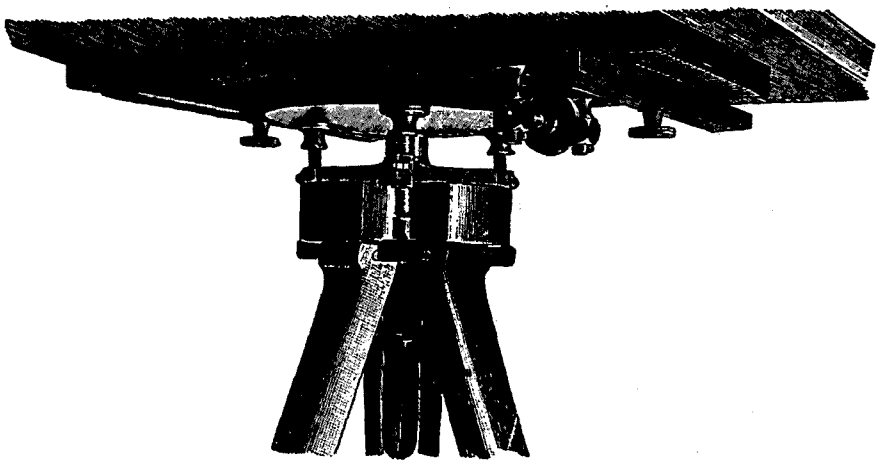
§ 268. Устройство мензулы. Всякая мензула состоитъ изъ планшетной доски, подставки и штатива. По виду подставокъ мензулы сильно раз-



Черт. 444.



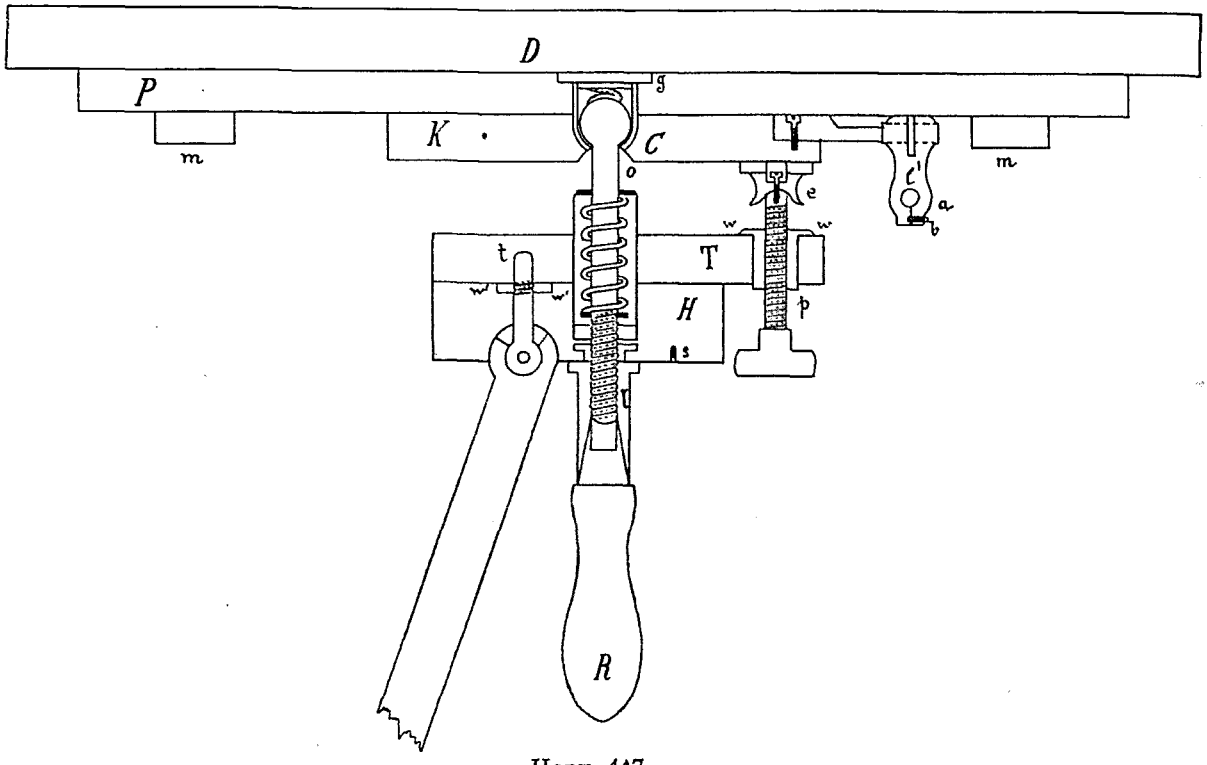
Черт. 445



Черт. 446.

нятся другъ отъ друга и часто по этимъ послѣднимъ носятъ свое названіе. Подставка связываетъ доску со штативомъ и предназначается какъ для болѣе быстраго и точнаго приведенія мензулы въ горизонтальное положеніе, такъ и для центрированія, т. е. для установки доски надъ данною точкою мѣстности. Существуетъ, напримѣръ, подставка въ видѣ втулки съ кругомъ; втулка надѣвается на шипъ (цапфу) штатива, а кругъ винтами снизу привертывается къ мензульной доскѣ,—это такъ называемая *малая блокъ-мензула*. Приведеніе ея доски въ горизонтальное положеніе дѣлается перестановкою ножекъ штатива. Иногда мюнхенскій штативъ

мензулы съ круглою головою связываютъ съ планшетною доскою болѣе массивною подставкою, оканчивающеюся на верху шипомъ — цапфою, и тогда мензула называется „*большая блокъ-мензула*“. Распространенная въ Россіи мензула—мюнхенская, системы Рейссига, усовершенствованная нашимъ Военно-топографическимъ Отдѣломъ Главнаго Штаба [1]). Верхняя доска (или планшетъ) у мюнхенской мензулы выклеена изъ сухого липового дерева со всѣми столярными предосторожностями такъ, чтобы она отъ сырости не коробилась. Верхняя поверхность доски представляетъ плоскость. Съ обратной стороны въ доску врѣзаны металлическія гнѣзда для



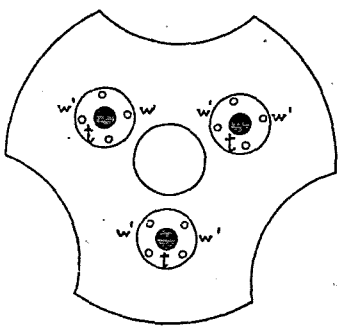
Черт. 447.

винтовъ *z* двухъ планокъ *m* (черт. 444), которыми планшетъ соединяется съ подставкою.

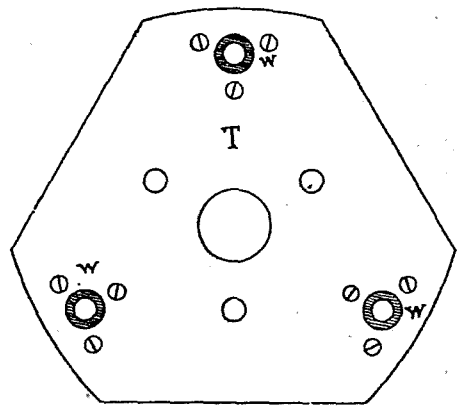
Мензула Военно-топографическаго Отдѣла Главнаго Штаба изображена въ перспективѣ на чертежахъ 445 и 446, а въ разрѣзѣ на чертежѣ 447. Подставка ея накладывается на голову *H* мюнхенскаго штатива и удерживается на ней отъ вращательнаго движенія тремя шипами. Сама подставка состоитъ изъ трехъ досокъ: 1) изъ доски *T*, имѣющей видъ равносторонняго треугольника съ округленными углами; чрезъ средину ея проходитъ металлическій цилиндръ *C*, а по краямъ — три подъемныхъ винта *p*, 2) изъ накладывающейся на подъемные винты круглой доски *K*

[1]) *Мюнхенская мензула въ своемъ первоначальномъ видѣ имѣла существенные недостатки, которые впослѣдствіи постепенно уничтожались въ механической мастерской нашего Главнаго Штаба подъ руководствомъ Рейссига, отчего она и стала извѣстна въ Россіи подъ именемъ мензулы Рейссига.*

и 3) изъ прямоугольной доски P, накладывающейся на доску K. Вины p имѣютъ гнѣзда w въ доскѣ T и оканчиваются наверху шляпками e. На чертежѣ 446 доска T замѣнена тремя металлическими рукавами. Доска K, а вмѣстѣ съ ней и P, вращаются скользя на верхнихъ концахъ подъемныхъ винтовъ p около вертикальной оси O; доски соединены между собою цилиндрикомъ съ гайкою g (черт. 447) при томъ такъ, что доска P можетъ еще сверхъ того самостоятельно поворачиваться на доскѣ K. Къ доскѣ P прикрѣплены клещи a, а къ кругу K—клещи b (черт. 445 и 450). Проходящимъ чрезъ эти клещи *микрометреннымъ* винтомъ съ двойной нарѣзкой l' и l'' (черт. 447) и грифомъ—шляпкою M (черт. 450) собственно и можно сообщать медленное вращеніе доскѣ P на доскѣ K. Чрезъ средины досокъ P, K и цилиндръ C проходитъ *становой винтъ*, служащій вертикальною осью вращенія O; онъ представляетъ стержень, оканчивающійся наверху шарикомъ (яблокомъ), а внизу винтовой нарѣзкой, на которую навинчивается гайка l съ рукояткою R (черт. 447). Становой винтъ служитъ для



Черт. 448.

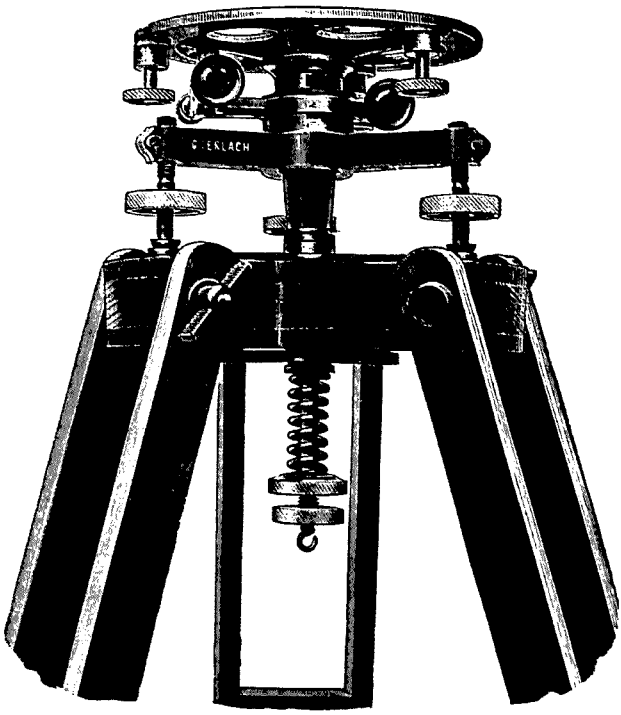


Черт. 449.

притягиванія на-крѣпко досокъ P и K къ верхней части e подъемныхъ винтовъ p, т. е. для прекращенія грубаго вращенія досокъ P и K около вертикальной оси. Шляпки e устроены такъ, что могутъ наклоняться на концахъ подъемныхъ винтовъ, а чрезъ это доска K при всякомъ положеніи подъемныхъ винтовъ можетъ плотно къ нимъ прилегать. Яблоко имѣетъ продольный прорѣзъ, въ который приходится горизонтальный шипъ верхняго цилиндра C. Въ цилиндрѣ помѣщается вокругъ станового винта спиральная пружина, сжимающаяся подъ дѣйствіемъ подъемныхъ винтовъ. Между гайкою g и яблокомъ станового винта также имѣется небольшая спиральная пружина. На чертежахъ 448 и 449 отдѣльно помѣщены видъ сверху головы H штатива и доски T. На чертежѣ 450 отдѣльно показано устройство микрометреннаго винта M. Прямоугольная продолговатая доска P (черт. 445) иногда состоитъ изъ рамы $n\,n'$, въ срединѣ которой закрѣпляется доска t (черт. 444). Этой то частію рама P собственно и кладется на кругъ K. На доску P накладывается планшетъ D и закрѣпляется при ней посредствомъ деревянныхъ планокъ m проходящими чрезъ нихъ винтами z [1]).

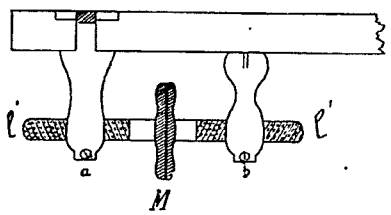
[1]) Если доска P сплошная, то каждая скоба m имѣетъ по два винта z.

Вмѣсто деревянной подставки, состоящей изъ двухъ досокъ T и K (черт. 447), за послѣднее время стала встрѣчаться металлическая подставка (см. черт. 447а); въ общемъ она напоминаетъ треножникъ теодолита на 3 подъемныхъ винтахъ, привинчиваемый къ головѣ легкаго французскаго штатива становымъ винтомъ съ свободной спиральной пружиной, подтягиваемой къ головѣ штатива навертывающейся на становой винтъ гайкою, служащей точкой опоры для спирали.

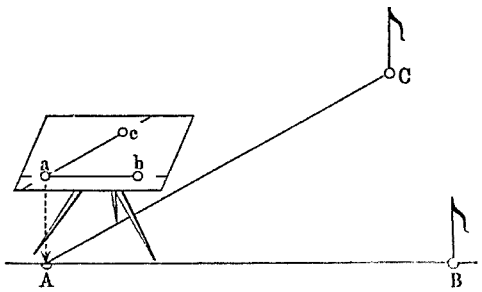


Черт. 447а.

На вертикальной оси треножника помѣщается мѣдный кругъ, къ которому привертывается тремя винтами мензульный планшетъ. Верхній кругъ подставки (а вмѣстѣ съ тѣмъ и мензульная доска) имѣетъ нажимательный винтъ (на чертежѣ см. выше лѣваго рукава подставки) и микрометренный винтъ съ цилиндрической пружиной (контръ-спиралью); (на чертежѣ справа вверху). Механикъ Герляхъ (согласно сдѣланнаго ему нами указанія) замѣняетъ этотъ микрометренный винтъ микрометреннымъ винтомъ съ двойной нарѣзкой и грифомъ по серединѣ (черт. 450), такъ какъ контръ-



Черт. 450.

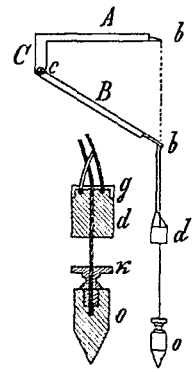


Черт. 451.

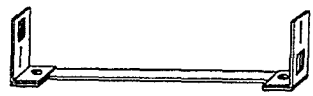
спираль, при значительной тяжести доски, легко сжимается и даетъ нежелательныя отклоненія оріентированному и установленному планшету. Благодаря солидности подставки и присутствія нажимательнаго винта мензула получаетъ большую устойчивость и не требуетъ при употребленіи постояннаго то отпусканія, то закрѣпленія станового винта.

§ 269. Построеніе на мензулѣ горизонтальнаго проложенія угла и необходимыя принадлежности мензулы. Если представимъ себѣ, что мензульная доска при-

ведена въ горизонтальное положеніе и находится надъ вершиною угла *CAB* (черт. 451) какой-либо точки мѣстности такъ, что вершина этого угла и точка, намѣченная на мензульной доскѣ, оклеенной планною бумагою, находятся на одной вертикальной линіи, а также вообразимъ себѣ отвѣсныя плоскости черезъ обѣ стороны угла на мѣстности, то эти вертикальныя плоскости оставятъ на мензулѣ слѣды въ видѣ прямыхъ, пересѣкающихся въ намѣченной на мензулѣ точкѣ. Очевидно, эти пересѣкающіяся линіи дадутъ на мензулѣ (если линіи проведемъ напр. карандашомъ) графически горизонтальное проложеніе угла мѣстности. Отсюда слѣдуетъ, что одна мензула не можетъ служить для съемки, а при ней должны находиться еще и слѣдующія принадлежности:



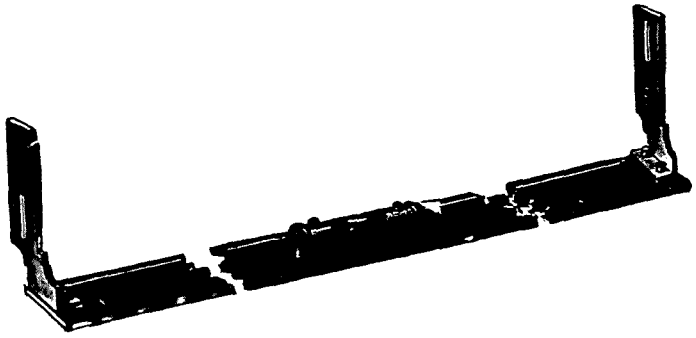
Черт. 452а.

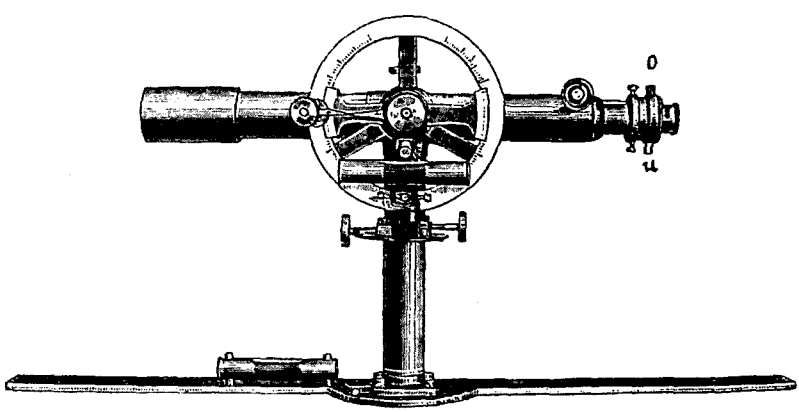

Черт. 453а.

1) Уровень, устанавливаемый на доску, описанный нами на стр. 51 настоящихъ лекцій (черт. 50).

2) Приборъ для установки точки мѣстности и ея изображенія на мензулѣ на одну отвѣсную линію, или иначе — *вилка* съ отвѣсомъ *o* (черт. 452а) и противовѣсомъ *d*.

3) Приборъ, позволяющій мысленно проводить отвѣсныя плоскости черезъ стороны угла мѣстности, проходящія черезъ точку, намѣченную на мензулѣ, т.-е. дающій возможность визировать вдоль сторонъ угла и чертить слѣды отвѣсныхъ плоскостей визированія, — это *алидада* (съ діоптрами) — черт. 435 а и 453 б, или *кипрегель* (съ зрительною трубою), черт. 454.


Черт. 453 б.



Черт. 454.

4) Приборъ, съ помощью котораго ребро планшета *ab* можно было бы

ставить по одному и тому же направленію относительно странъ свѣта въ любой точкѣ мѣстности. Такимъ приборомъ является *буссоль*. (См. черт. 462).

§ 270. **Повѣрки мензулы.** Отъ мензулы требуется выполненіе слѣдующихъ условій:

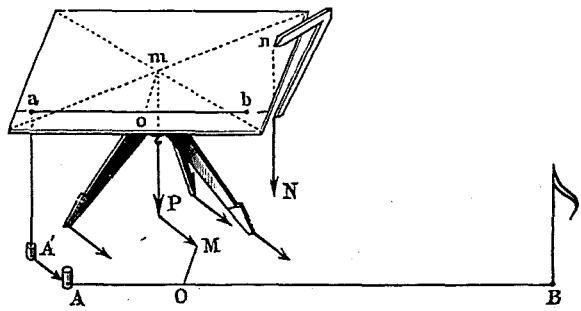
1) *Мензула должна быть устойчива*, т.-е. послѣ закрѣпленія станового винта, разъ установленный планшетъ не долженъ измѣнять своего положенія при легкомъ прикосновеніи къ нему рукъ съемщика, или отъ передвиженія по нему принадлежностей мензулы. Это условіе повѣряется такъ: убѣдившись простымъ осмотромъ, что винты w' (черт. 448) у головы H мюнхенскаго штатива, винтики b (черт. 450) у клещей микрометреннаго винта хорошо закрѣплены, приводятъ планшетную доску въ горизонтальное положеніе подъемными винтами съ помощію уровня (см. стр. 49, 119 и 642) кладутъ на нее визирный снарядъ, напр., алидаду, и, запрѣпивъ становой винтъ, визируютъ черезъ діоптры на какую-нибудь точку мѣстности, проводя на планшетѣ карандашомъ черту вдоль ребра линейки этого снаряда; потомъ *легкимъ нажимомъ пальца* сбоку, на уголъ доски, выводятъ ее немного изъ первоначальнаго положенія. Отстранивъ палецъ отъ доски и убѣдившись предварительно въ томъ, что ребро линейки визирнаго снаряда осталось у прочерченной на планшетѣ линіи, *смотрятъ, не сдвинулся ли волосокъ визирнаго снаряда съ той точки мѣстности*, на которую было сдѣлано визированіе. Если нѣтъ, то условіе соблюдено. Если условіе провѣрено дважды — прикладываніемъ пальца съ обѣихъ сторонъ угла доски, то говорятъ, что мензула только *пружинитъ*, т.-е. мензула достаточно устойчива; въ противномъ случаѣ надо обнаружить то мѣсто подставки или штатива, которое порождаетъ шатаніе, и въ случаѣ надобности поручить исправленіе механику.

2) *Верхняя поверхность планшета должна быть плоскостью.* Это условіе повѣряется такъ: прикладываютъ къ поверхности доски по различнымъ направленіямъ ребро вывѣренной линейки; если оно каждый разъ плотно, *безъ просвѣтовъ*, прилегаетъ къ доскѣ, то условіе выполнено. Исправленіе поручается опытному столяру или механику.

3) *Верхняя плоскость планшета должна быть перпендикулярна къ вертикальной его оси вращенія.* Доску приводятъ при помощи вывѣреннаго уровня въ горизонтальное положеніе, затѣмъ постепенно вращаютъ планшетъ около его вертикальной оси и наблюдаютъ,—не сходитъ ли пузырекъ уровня съ мѣста. Если нѣтъ, то условіе выполнено; въ противномъ случаѣ исправленіе поручается механику.

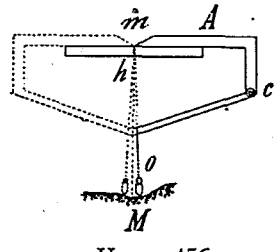
§ 271. **Описаніе принадлежностей мензулы и ихъ повѣрки.** I) *Уровень* служитъ, какъ извѣстно, для приведенія плоскости инструмента, въ настоящемъ случаѣ плоскости планшета, въ горизонтальное положеніе. При мензулѣ употребляются или круглый уровень, или одинъ цилиндрическій, или два цилиндрическихъ, сложенныхъ подъ прямымъ угломъ. Иногда уровень не составляетъ отдѣльной принадлежности мензулы, а прикрѣпляется къ линейкѣ алидады или кипрегеля. (Употребленіе и повѣрки уровней,— см. §§ 46—56).

II) *Вилка* состоитъ изъ трехъ планокъ *A*, *B* и *C* (черт. 452а). Обѣ планки *A* и *C* составляютъ одно склеенное цѣлое, планка *B* вращается на шарнирѣ *c*, она длиннѣе планки *A*. Нить съ отвѣсомъ *o* закрѣпляется у нижней планки *B*; ея продолженіе *bb* проходитъ черезъ остріе *b* верхней планки *A* тогда, когда *B* отогнута, и планка *A* горизонтальна. Двойной отвѣсъ (съ противовѣсомъ *d*) гарантируетъ болѣе быструю установку нити въ отвѣсное положеніе при любой высотѣ мензулы. Вилка служитъ для *центрированія* мензулы [1]). Для этого предварительно центрируютъ мензулу и приводятъ ее въ горизонтальное положеніе *на глазъ*; послѣ чего вилку кладутъ на горизонтальную доску мензулы (на планшетъ), (черт. 455), прилаживая ее съ той стороны планшета, съ которой вилка ляжетъ большею частію планки *A* на планшетъ; ослабивъ затѣмъ винты *z* (черт. 444) у планокъ *m* планшета и удерживая остріе вилки у точки *n* (чер. 455) на планшетѣ, двигаютъ планшетъ по подставкѣ *P* (черт. 445) мензулы до тѣхъ поръ, пока шпицъ отвѣса вилки установится надъ точкою *N* мѣстности [2]). Проектированіе точки мѣстности *A* (черт. 455) на мензулу дѣлается такъ: установивъ мензулу горизонтально надъ точкою *A* мѣстности, кладутъ вилку на мензулу и двигаютъ вилку по доскѣ до тѣхъ поръ, пока шпицъ отвѣса *o* совпадетъ съ точкою *A* мѣстности; остріе *b* (черт. 452а) даетъ проекцію *a* точки *A* (черт. 455).



Черт. 455.

Отъ вилки нужно требовать, чтобы *при горизонтальномъ положеніи верхней планки A ея остріе b и шпицъ отвѣса O лежали на одной отвѣсной линіи*. Для провѣрки условія кладутъ вилку на мензулу *два раза* (черт. 456) *съ двухъ различныхъ сторонъ* и проектируютъ точку *m* два раза на землю. Если проекціи не совпадутъ въ одну точку, то вилка невѣрна. Второе положеніе вилки сдѣлано пунктиромъ на чертежѣ 456. При достаточно длинномъ брусѣ *B* у невѣрной вилки мѣняютъ мѣсто закрѣпленія отвѣса. Если брусъ *A* будетъ длиннѣе требуемой величины, то перемѣщаютъ мѣдную пластинку съ острiемъ *b* по нижней плоскости планки *A*.



Черт. 456.

Вилку употребляютъ, если мензульная съемка (черченіе плана въ полѣ) *ведется въ крупномъ масштабѣ*, тогда площадь круга нѣкотораго радіуса *r*, взятая на земной поверхности, перестаетъ на планшетѣ изображаться въ

[1]) Центрировка дѣлается послѣ приближеннаго оріентированія (см. дальше § 272).

[2]) Если у края доски при точкѣ *a* вилку приложить неудобно, то изъ центра *m* опускаютъ перпендикуляръ *mo* на линію *ab*, строятъ на линіи *AB* отрѣзокъ $AO = ao$, а въ точкѣ *O*—перпендикуляръ (при помощи чертежнаго винкеля) $OM = om$ и центрируютъ *m* надъ *M*, передвигая мензулу изъ *P* въ *M*.

видѣ точки. И такъ какъ за точку *при графической съемкѣ* на планѣ можно принять длину въ $\frac{1}{200}$ долю дюйма, то понятно, что число саженъ въ радіусѣ r круга, исчезающаго на мензулѣ, (назовемъ его *кругомъ исчезновенія*) будетъ зависѣть отъ масштаба съемки. Если масштабъ съемки, напр., $\frac{1}{8400}$, т.-е. въ 1 дюймѣ 100 саженъ, то $\frac{1}{200}$ дюйма на планшетѣ будетъ соотвѣтствовать 0,5 сажени на мѣстности, а для масштаба $\frac{1}{84}$ —0,005 сажени. Въ первомъ случаѣ линіи мѣстности, меньшія 0,5 сажени, а во второмъ меньшія 0,005 на планшетѣ не вырисуются. Обратно, каждая точка на планшетѣ въ первомъ случаѣ будетъ соотвѣтствовать на землѣ кругу исчезновенія, радіуса въ $\frac{1}{4}$ сажени (съ діаметромъ въ 0,5 сажени), а потому уклоненіе въ центрировкѣ на 0,5 сажени не будетъ сказываться на планшетѣ. Во второмъ же случаѣ уклоненія точекъ планшета отъ соотвѣтствующихъ имъ точекъ мѣстности, достигающія полудіаметра круга исчезновенія, т. е. $\frac{1}{2}\cdot$ 0,005 сажени, уже будутъ оказывать вліяніе на положеніе снимаемыхъ точекъ на мензульный листъ, а потому при масштабахъ въ 1 дюймѣ 10, 5, 2, 1 саженъ вилка должна употребляться; при масштабахъ 50, 100 саженъ въ дюймѣ—вилка уже не употребляется.

Ш) *Алидада* или линейка со скошенными ребрами, длиною почти равная сторонѣ планшета съ находящимися на концахъ ея діоптрами (черт. 457), служитъ для визированія на точки мѣстности и проведенія на планшетѣ линій визированія. Мѣдная линейка при продолжительномъ употребленіи алидады маретъ бумагу, наклеенную на планшетѣ, а потому во избѣжаніе этого нижняя ея поверхность подклеивается бумажною или соломенною полоскою. Въ каждомъ изъ діоптровъ сдѣланъ какъ узкій, такъ и широкій прорѣзъ, вслѣдствіе чего каждый изъ нихъ можетъ быть употребляемъ и за глазной и за предметный.



Черт. 457.

Для полученія на планшетѣ посредствомъ алидады направленія линіи визированія на предметъ мѣстности, нужно послѣ центрировки мензулы и приведенія доски ея въ горизонтальное положеніе *приложить скошенное ребро линейки алидады къ данной на планшетѣ точкѣ*, визировать черезъ діоптры на соотвѣтственную точку мѣстности—для чего *передвигать алидаду по мензулѣ*, слѣдя свободнымъ глазомъ за тѣмъ, чтобы скошенный край оставался *около данной точки*, а волосокъ предметнаго діоптра покрывалъ бы точку мѣстности и прочертить карандашемъ линію по скошенному ребру линейки.

Алидада должна удовлетворять слѣдующимъ условіямъ:

1) *Нижняя поверхность линейки должна быть плоскостью, а скошенныя ребра ея—прямыми линіями.* Эти условія повѣряются также, какъ и въ простой чертежной линейкѣ.

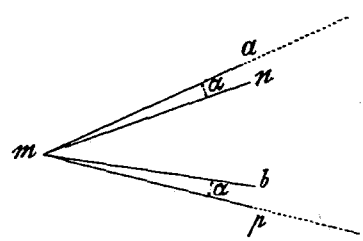
2) Если на линейкѣ алидады прикрѣпленъ цилиндрическій уровень, то требуется, чтобы ось уровня была параллельна нижней плоскости линейки.

3) *Коллимаціонныя плоскости діоптровъ должны быть перпендикулярны къ нижней плоскости линейки.* Повѣрка этого условія дѣлается такъ же, какъ и въ буссоли съ діоптрами (см. стр. 242 п. 7), т. е. съ помощію нити съ отвѣсомъ, для чего планшетъ приводится въ горизонтальное положеніе.

Обыкновенно провѣряютъ и другую коллимаціонную плоскость.

4) *Коллимаціонная плоскость должна или совпадать съ однимъ изъ скошенныхъ реберъ линейки, или быть ему параллельна.* Втыкаютъ въ доску на взаимномъ разстояніи, нѣсколько меньшимъ длины линейки алидады, двѣ тонкія иглы. Это дѣлается съ помощью чертежнаго прямоугольнаго треугольника, причемъ одинъ катетъ его прикладывается къ планшету, а иголки втыкаются по направленію другого катета. Къ воткнутымъ такимъ образомъ иголкамъ прикладываютъ ребро алидады, поворачивая осторожно доску, направляютъ движеніемъ доски одну изъ коллимаціонныхъ плоскостей алидады на точку отдаленнаго предмета и смотрятъ — покрываютъ ли обѣ иглы ту же точку предмета? Если да, то условіе выполнено. Строго говоря, это покрытіе будетъ выполнено только тогда, когда коллимаціонная плоскость проходитъ черезъ ребро линейки (какъ у алидады, черт. 453), а не параллельна ему; но въ виду ничтожности разстоянія коллимаціонной плоскости отъ ребра линейки сравнительно съ разстояніемъ оть мензулы до предмета, волосокъ діоптра будетъ покрывать ту же точку даже и тогда, когда коллимаціонная плоскость только параллельна ребру, а не совпадаетъ съ нимъ. Точно такъ же повѣряется и другая коллимаціонная плоскость.

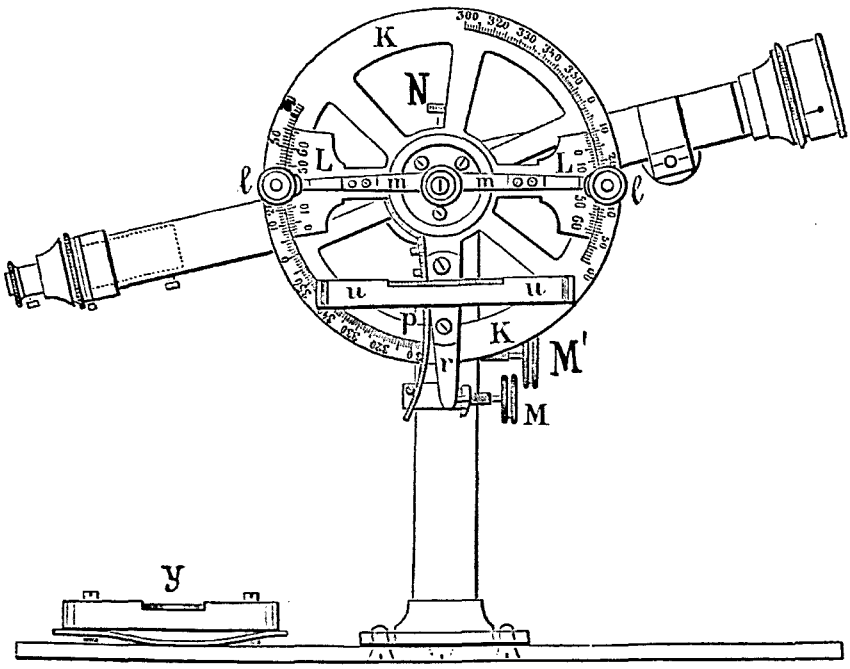
Это условіе можно повѣрять, какъ сейчасъ увидимъ, не особенно строго, потому что оно совсѣмъ не имѣетъ вліянія на точность построенія угла на мензулѣ, а имѣетъ значеніе только при употребленіи на ней буссоли. Въ виду же того, что точность отсчетовъ по буссоли есть $^1/_4$ градуса, достаточно, если настоящее условіе будетъ выполнено съ точностью до $^1/_8{}^0$. Убѣдимся теперь пока въ томъ, что несоблюденіе настоящаго условія не вліяетъ на точность построенія на мензулѣ угла, а впослѣдствіи убѣдимся въ остальномъ. Дѣйствительно, пусть при точкѣ m (черт. 458) на планшетѣ долженъ быть уголъ amb, заключающійся между истинными направленіями на точки A и B мѣстности. Допустимъ, что плоскость визированія составляетъ со скошеннымъ ребромъ линейки нѣкоторый уголъ $\alpha = amn$, тогда вмѣсто линіи ma мы будемъ имѣть линію mn; точно такъ же вмѣсто линіи mb—линію mp. Изъ чертежа ясно видно, что *при употребленіи* во время визированія на точку B мѣстности *того же ребра линейки и той же коллимаціонной плоскости*, что и при визированіи на точку A, линія mp составитъ съ mb уголъ bmp, равный α. Слѣдо-



Черт. 458.

вательно, начерченный на планшетѣ уголъ *mtp* равенъ дѣйствительному углу *amb* (сличи § 43, стр. 47—„Мѣсто индекса на алидадномъ кругѣ“).

И такъ, несоблюденіе настоящаго условія не имѣетъ значенія для величины угловъ, при прочерчиваніи по планшету линій по одному и тому же ребру линейки алидады; поэтому во все время продолженія съемки нужно употреблять одну и ту же коллимаціонную плоскость и одно и то же ребро.

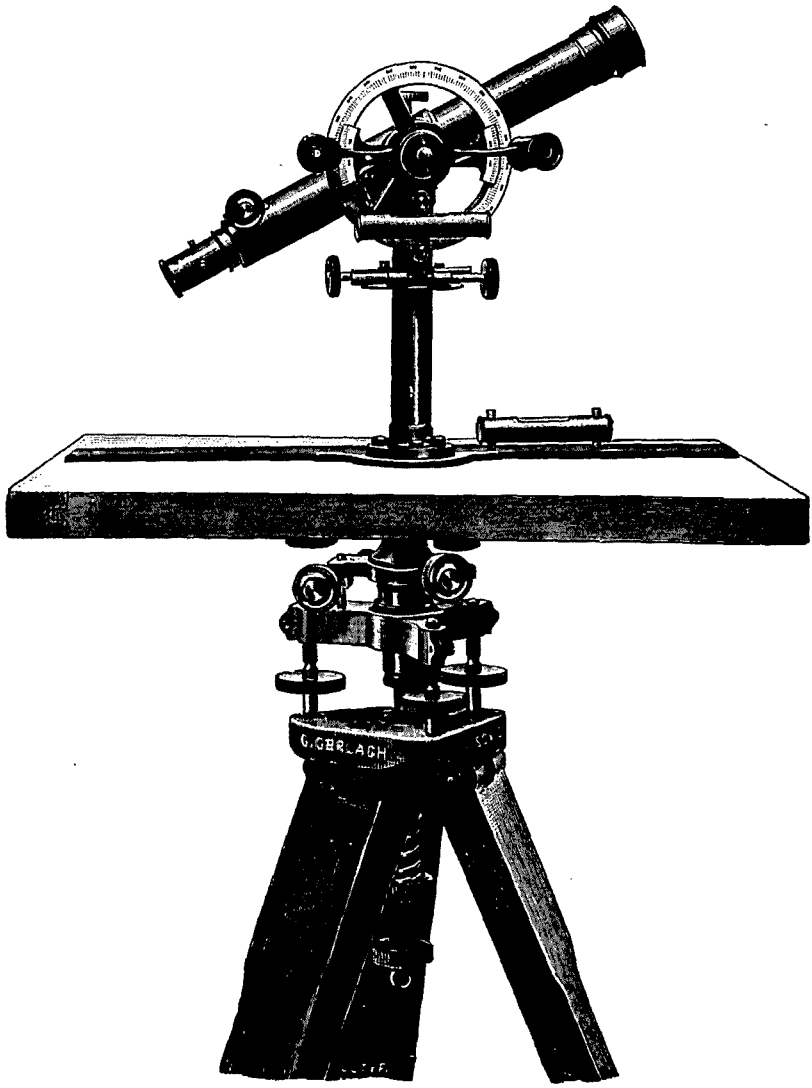


Черт. 459.

IV. *Кипрегель Главнаго Штаба*[1]) (черт. 459, 459bis и 454). На мѣдной линейкѣ прикрѣплена колонна съ горизонтальнымъ на ея верху цилиндромъ—гнѣздомъ оси вращенія трубы. Къ горизонтальной оси вращенія его трубы, (переводящейся черезъ зенитъ) прикрѣпленъ *полный вертикальный кругъ K, вращающійся вмѣстѣ съ трубою*. Грубое движеніе трубы и круга прекращается нажимательнымъ винтомъ *N*, а медленное движеніе сообщается микрометреннымъ винтомъ *M'*. На выступающій конецъ горизонтальной оси надѣта алидада *LL* вертикальнаго круга съ двумя верньерами на концахъ, причемъ отсчетами по двумъ верньерамъ уничтожается, какъ извѣстно, вліяніе эксцентрицитета алидады. Кольцо, которымъ алидада надѣта на горизонтальную ось, имѣетъ внизу рычагъ *r* съ плоскою пружиною *p*, нижніе концы которыхъ помѣщаются между двумя выступами по серединѣ колонны. Черезъ одинъ изъ этихъ выступовъ проходитъ винтъ *M*, а въ другой выступъ упирается пружина *p*. Дѣйствіемъ этого винта можно поворачивать въ ту или другую сторону алидаду, а съ нею вмѣстѣ и прикрѣпленный къ ея рычагу уровень *uu*, чѣмъ и приводить пузырекъ этого послѣдняго на средину. *Кругъ раздѣленъ*, начиная отъ

[1]) Или иначе *Кипрегель—высотомѣръ*.

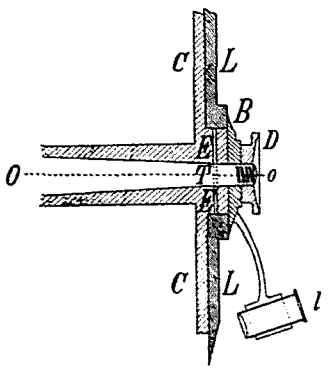
двухъ діаметрально противоположныхъ точекъ, подписанныхъ нулями, на градусы, подпись дѣленій идетъ *слѣва направо* и притомъ не по всему протяженію окружности, а только по дугѣ въ 60 градусовъ въ обѣ стороны отъ нулей, такъ же, какъ въ тахеометрѣ Герляха (сличи черт. 377 и 358) т. е. отъ 0^0 до 60^0 и отъ 300^0 до 360^0. Верньеры на концахъ алидады назначены такъ, чтобы, при параллельности оптической оси трубы



Черт. 459 bis.

съ осью уровня алидады, нули верньеровъ совмѣщались съ нулями вертикальнаго круга. Когда кругъ для наблюдателя, стоящаго при окулярѣ, находится вправо отъ трубы, то такое положеніе его называется кругомъ вправо и для краткости обозначается чрезъ *К. П.*; въ этомъ случаѣ отсчеты по верньерамъ будутъ для угловъ повышенія заключаться между 0^0 и 60^0, а для угловъ пониженія между 300^0 и 360^0. Если же кругъ помѣщается влѣво отъ трубы, что называется кругомъ лѣво и обозначается чрезъ *К. Л.*, то для угловъ повышенія отсчеты будутъ заключаться между

300° и 360°, а для угловъ пониженія между 0° и 60°. Въ центрѣ круга на той же горизонтальной оси трубы вращается рычажокъ *mm*, на концахъ котораго помѣщены лупы *ll* для отсчитыванія по верньерамъ. Въ окулярномъ колѣнѣ зрительной трубы помѣщается обыкновенно дальномѣръ Эртеля; на черт. 454 винты дальномѣрной сѣтки обозначены черезъ *o* и *u*. При дальномѣрѣ кипрегеля должна быть рейка. Наконецъ, надо еще прибавить, что на линейкѣ кипрегеля прикрѣпляется иногда другой менѣе чувствительный уровень *У*, служащій для приведенія планшета въ горизонтальное положеніе. На той же линейкѣ гравируется масштабъ. Устрой ство кипрегеля можно также усмотрѣть изъ чертежа 380 представляющаго поперечный разрѣзъ горизонтальной оси вращенія трубы; изъ него видно, что вертикальный кругъ *C*, имѣя выступъ *E*, закрѣпленъ наглухо на горизонтальной оси *Oo*, стальнымъ стержнемъ *T*, проходящимъ насквозь черезъ ось и выступъ круга. Алидада *LL* съ верньерами *надвинута* на выступъ *E* круга *C*; сверху она придерживается кольцомъ *B* съ лупами *ll* и гайкой *D* на концѣ горизонтальной оси, а снизу — упоромъ рычага *r* и пружины *q* въ выступы колонны (сличи черт. 377 и 379).



Черт. 380.

Благодаря тому, что кругъ скрѣпленъ стержнемъ *T* съ осью *Oo* онъ вращается вмѣстѣ съ трубою, алидада же остается *неподвижною* во время вращенія круга. При переводѣ трубы черезъ зенитъ каждая точка круга описываетъ 180°, а потому, если *до перевода* черезъ зенитъ уголъ наклона заключался между 0° и 60°, то послѣ перевода трубы черезъ зенитъ, онъ будетъ приходиться на части круга, подписанной отъ 300° до 360°, ибо кипрегель придется *повернуть* на 180° *около вертикальной оси*, т. е. переложить своими концами на доскѣ, для возможности вторичнаго визированія на тотъ же самый предметъ. Уровень *У* на линейкѣ кипрегеля служитъ для приведенія планшета въ горизонтальное положеніе, а уровень *uu* при алидадѣ вертикальнаго круга для опредѣленія угловъ наклоненія (повышенія или пониженія), а именно *для установки линіи нулей верньеровъ всегда въ одно и то же опредѣленное положеніе, соотвѣтствующее горизонтальной линіи, отъ которой считаются всѣ уклоненія.* Два уровня нужны для того, чтобы оба дѣйствія,—приведеніе доски въ горизонтальное положеніе и опредѣленіе угловъ наклоненія,—производились бы *независимо* другъ отъ друга, что выгодно и удобно при съемкѣ.

Въ кипрегелѣ Главнаго Штаба повѣряются слѣдующія условія:

1) *Нижняя поверхность линейки должна быть плоскостію, а скошенное ребро ея—прямою линіею.*

Повѣрка дѣлается такъ же, какъ и въ обыкновенной линейкѣ.

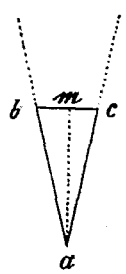
2) *Ось уровня У, прикрѣпленнаго къ линейкѣ кипрегеля, должна быть параллельна нижней плоскости линейки..*

3) *Коллимаціонная плоскость трубы должна быть:* а) *перпендикулярна къ нижней плоскости линейки и* б) *параллельна скошенному ребру ея.*

4) *Визирная ось трубы должна быть параллельна оси уровня (ии) алидады при совмѣщеніи нулей вернѣеровъ алидады съ нулями вертикальнаго круга.*

Повѣрка уровня, прикрѣпленнаго къ линейкѣ, дѣлается такъ: ставятъ уровень на планшетную доску такимъ образомъ, чтобы его ось была параллельна прямой, проходящей черезъ два какихъ-либо подъемныхъ винта. Дѣйствуя этими двумя подъемными винтами, ставятъ пузырекъ уровня на середину трубки, проводятъ на планшетѣ карандашомъ по скошенному ребру линейки кипрегеля прямую и перекладываютъ около нея кипрегель противоположными концами, т. е. вращаютъ его около вертикальной оси на 180°. Если послѣ перекладыванія пузырекъ отклонится отъ середины трубки, то передвигаютъ его на половину дуги отклоненія *исправительными винтами уровня.* Послѣ установки пузырька вновь приводятъ его подъемными винтами на середину трубки, и снова перекладываютъ кипрегель около прочерченной линіи на планшетѣ. Въ случаѣ отклоненія пузырька, повторяютъ вышеописанныя дѣйствія до тѣхъ поръ, пока пузырекъ уровня будетъ такъ же занимать середину трубки послѣ перекладыванія кипрегеля около начерченной на планшетѣ линіи, какъ и до его перекладыванія. Дѣйствія эти приходится повторять потому, что середина дуги отклоненія и середина пузырька оцѣниваются на глазъ.

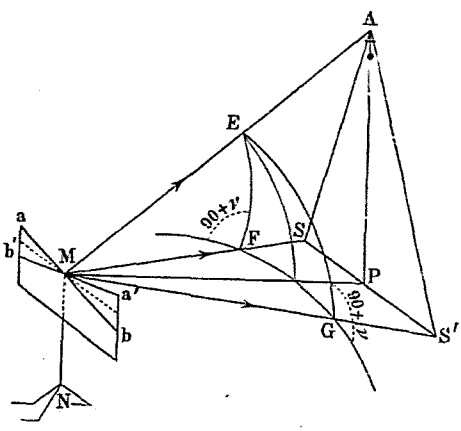
Условіе перпендикулярности коллимаціонной плоскости зрительной трубы къ нижней поверхности линейки распадаются на двѣ части: на *опредѣленіе коллимаціонной ошибки трубы кипрегеля,* т. е. на обнаруженіе неперпендикулярности визирной оси къ горизонтальной оси вращенія зрительной трубы и на провѣрку *параллельности горизонтальной оси вращенія къ нижней плоскости линейки.* Чтобы обнаружить, соблюдено ли условіе перпендикулярности осей визирной и горизонтальной вращенія, ставятъ кипрегель на планшетную доску и приводятъ его съ помощію только что вывѣреннаго уровня на линейкѣ въ горизонтальное положеніе; для чего ставятъ ось уровня въ направленіе сперва двухъ подъемныхъ винтовъ, дѣйствуя которыми устанавливаютъ середину пузырька на середину трубки, а затѣмъ по направленію одного третьяго подъемнаго винта и, дѣйствуя *однимъ* имъ, приводятъ пузырекъ уровня вновь на середину трубки. Если доска точно приведена въ горизонтальное положеніе, то при передвиженіи кипрегеля въ любомъ направленіи по планшету пузырекъ уровня будетъ *все время* оставаться на серединѣ трубки. Въ противномъ случаѣ дѣйствіе приведенія доски въ горизонтальное положеніе слѣдуетъ повторить. Само собою разумѣется, что только съ хорошо вывѣреннымъ уровнемъ *У* (черт. 459) можно точно привести доску въ горизонтальное положеніе.



Черт. 460.

Послѣ того какъ планшетъ приведенъ въ горизонтальное положеніе, назначаютъ на планшетѣ какую-либо точку *a* (черт. 460) и, приложивъ къ ней скошенное ребро линейки, визируютъ пересѣченіемъ нитей на какую-либо хорошо (рѣзко) видимую въ трубку точку мѣстнаго отдаленнаго предмета (въ полѣ лучше всего на яблоко подъ крестомъ колокольни), по скошенному краю линейки прочерчиваютъ линію *ab* на планшетѣ, переводятъ трубу

кипрегеля черезъ зенитъ, переставляютъ линейку кипрегеля противоположными концами на планшетѣ (*примѣрно* вращаютъ около вертикальной оси колоны K на 180°) и удерживая ребро линейки у той же точки a планшета, вновь визируютъ пересѣченіемъ нитей трубы на ту же точку мѣстности, вращая ребро линейки около точки a, по скошенному краю проводятъ линію ac на планшетѣ, уголъ abc[1]) дѣлятъ пополамъ и прикладываютъ ребро линейки къ линіи am, послѣ чего горизонтальными винтами сѣтки передвигаютъ ее настолько, чтобы пересѣченіе нитей покрывало избранную для визированія точку (сличи съ § 90). Если уголъ bac будетъ очень малъ, то проще переложить около линіи ab кипрегель, перевести трубу черезъ зенитъ и замѣтить на мѣстномъ предметѣ подлѣ первой точки визированія вторую и (на глазъ) разстояніе между ними раздѣлить пополамъ; послѣ этого пересѣченіе нитей передвинуть боковыми винтами сѣтки на середину между 1-ою и 2-ою точками визированія. Установку сѣтки повторяютъ до тѣхъ поръ, пока пересѣченіе нитей покроетъ два раза одну и ту же точку мѣстности въ то время какъ ребро кипрегеля будетъ совпадать съ одною и тою же линіею на планшетѣ до перевода трубы черезъ зенитъ и послѣ перевода. Другое условіе—параллельность горизонтальной оси трубы съ нижнею плоскостію линейки, при несоблюденіи котораго линія визированія описываетъ плоскость, наклонную къ нижней поверхности линейки, повѣряется такъ: убѣдившись въ строго горизонтальномъ положеніи доски, пересѣченіе нитей трубы направляютъ на высокую точку A (черт. 111a) близкаго предмета (на край постройки), потомъ понижаютъ объективъ трубы, не сдвигая линейки кипрегеля и внизу того же предмета замѣчаютъ точку S, приходящуюся на пересѣченіи нитей. Затѣмъ переставляютъ кипрегель на доскѣ на 180°, переводятъ трубу черезъ зенитъ, вновь направляютъ пересѣченіе нитей на ту же высокую точку A и, понижая трубу, замѣчаютъ точку S', симметричную S. Линію SS' дѣлятъ пополамъ, затѣмъ, найдя внизу при колоннѣ K исправительный вертикальный винтъ (если онъ есть) измѣняютъ наклонъ горизонтальной оси настолько, чтобы крестъ нитей трубы, наведенный на точку A, при опусканіи трубы покрывалъ среднюю между S и S' точку P. При отсутствіи винта при колоннѣ, кипрегель исправляется механикомъ.

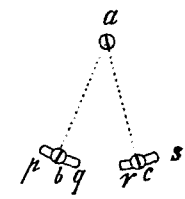


Черт. 111a.

Параллельность коллимаціонной плоскости скошенному ребру провѣряется такъ: въ планшетѣ перпендикулярно (помощію чертежнаго треугольника) къ верхней плоскости мензульной доски вколачиваютъ двѣ тонкихъ иглы и выбираютъ какой-нибудь предметъ мѣстности возможно далекій.

[1]) Который выражаетъ двойное вліяніе коллимаціонной ошибки на данное направленіе.

Къ игламъ вплотную придвигаютъ скошенное ребро линейки кипрегеля, наводятъ движеніемъ доски крестъ нитей на точку удаленнаго предмета мѣстности и смотрятъ черезъ иглы, — приходятся ли онѣ на ту же точку. Если условіе не соблюдено и обѣ плоскости не сходятся въ точкѣ удаленнаго (на горизонтѣ) предмета, то колонну, а вмѣстѣ съ нею и коллимаціонную плоскость трубы, поворачиваютъ около вертикальной оси до тѣхъ поръ, пока крестъ нитей покроетъ ту же точку, что и иглы. Для поворачиванія колонны внизу сдѣлано три винта, изъ которыхъ одинъ a (черт. 461) неподвиженъ, а около двухъ другихъ b и c въ основаніи колонны сдѣланы дугообразные вырѣзы pq и rs по окружности радіуса $ab = ac$. Если вырѣзовъ нѣтъ, кипрегель отсылается для исправленія механику, или же условливаются всегда проводить направленія и оріентировать мензулу (см. § 272) при одномъ и томъ же положеніи коллимаціонной плоскости или все равно вертикальнаго круга, напр., при $K.\ П.$, такъ какъ тогда на мензулѣ величина горизонтальнаго угла abc не измѣнится, а лишь каждая изъ сторонъ его повернется и отодвинется въ одну и ту же сторону на одну и ту же величину (сличи черт. 458). Несоблюденіе 4-го условія въ кипрегелѣ Гл. Шт. можетъ происходить: 1) отъ движенія круга высотъ *С независимо* отъ движенія трубы и 2) отъ шатанія уровня u на алидадѣ, а слѣдовательно и отъ перемѣщенія его оси относительно линіи нулей верньеровъ. Ту точку вертикальнаго круга, съ которою надо совмѣщать нуль верньера для того, чтобы оптическая ось была параллельна оси уровня на алидадѣ, принято называть *мѣстомъ нуля* вертикальнаго круга и соотвѣтствующій ей отсчетъ на вертикальномъ кругѣ обозначать $M.\ O.$



Черт. 461.

Опредѣленіе мѣста нуля вертикальнаго круга въ кипрегелѣ Главнаго Штаба и измѣреніе угла наклона α дѣлается такъ же, какъ и въ тахеометрѣ Герляха (см. § 236, стр. 576 и § 243, стр. 596), а именно:

$$M.\ O. = \frac{K.\ П. + K.\ Л.}{2},$$

т. е. *мѣсто нуля равно полусуммѣ отсчетовъ при кругѣ право и кругѣ лѣво, причемъ къ отсчету меньшему 60^0 придается 360^0* и передъ отсчетами по вертикальному кругу пузырекъ уровня на алидадѣ ставится винтомъ M (черт. 459) на середину трубки;

$$\alpha = \frac{K.\ П. - K.\ Л.}{2},$$

т. е. *уголъ наклона равенъ кругу право минусъ кругъ лѣво, дѣленное пополамъ, при чемъ къ отсчету меньшему 60^0 придается 360^0*,

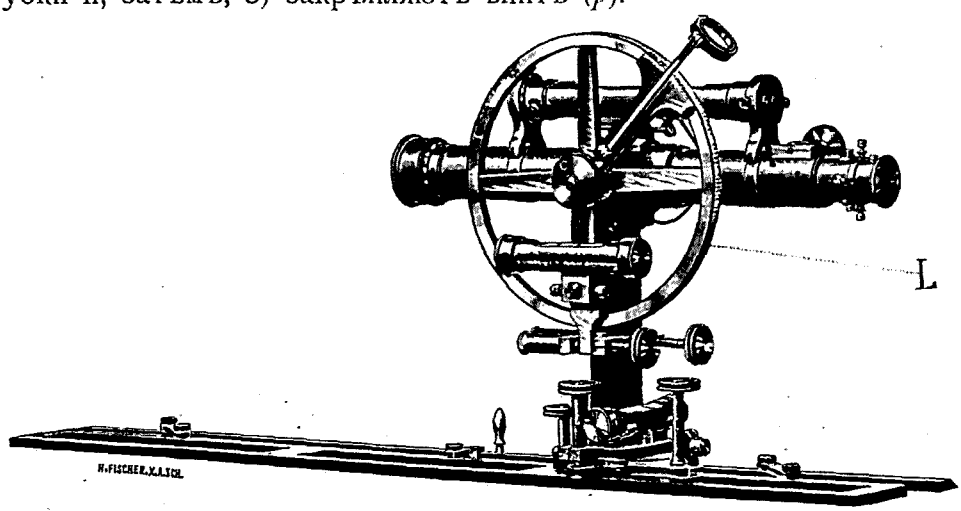
или $$\alpha = M.\ O. - K.\ Л.,$$

т. е. *уголъ наклона равенъ также мѣсту нуля минусъ кругъ лѣво*,

или $$\alpha = K.\ П. - M.\ O.,$$

т. е. *уголъ наклона опредѣляется какъ разность между кругомъ право и мѣстомъ нуля.*

Мѣсто нуля слѣдуетъ опредѣлять по нѣсколькимъ предметамъ, т. е. при различныхъ наклонахъ оптической оси къ горизонту; если оно не измѣнится въ предѣлахъ точности верньера, то кругъ и уровень неподвижны. Чтобы не вводить въ отсчеты по кругу поправки за мѣсто нуля [1]) поступаютъ такъ: найдя по отсчетамъ *К. П.* и *К. Л.* истинное значеніе угла наклона α, устанавливаютъ на него при *К. П.* (или на $360^0 - \alpha$ при *К. Л.*) *микрометреннымъ винтомъ М алидады* нули верньеровъ, удерживая при этомъ крестъ нитей трубы на той точкѣ высокаго предмета, для которой α высчитанъ. Послѣ этого пузырекъ уровня алидады устанавливаютъ снова на середину трубки, дѣйствуя исправительными винтами у рычага (кипрегели работы Герляха), находящимися ниже уровня. Въ кипрегелѣ, представленномъ на чертежѣ 459-мъ (работы механиковъ Белау или Рихтера), установка уровня дѣлается такъ: 1) ослабляютъ на рычагѣ r винтъ (p), находящійся ниже уровня и имѣющій подъ шляпкою дугообразный прорѣзъ въ рычагѣ, 2) вращаютъ отъ руки уровень около винта, находящагося надъ нимъ, до тѣхъ поръ, пока его пузырекъ станетъ на средину трубки и, затѣмъ, 3) закрѣпляютъ винтъ (p).



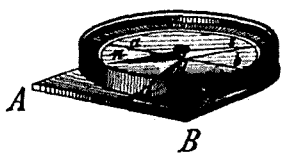
Черт. 461а.

Неудобство употребленія вертикальнаго круга кипрегеля заключается въ томъ, что чтеніе градусной величины угла наклона приходится дѣлать по вертикальному кругу *К* (черт. 459), по направленію луча зрѣнія, перпендикулярному къ линіи визированія, заходя къ кругу сбоку на 90^0 (слѣва или справа). Механикъ Кернъ (въ Аарау, Швейцарія) предлагаетъ замѣнять плоскость круга *К* плоскостію *L* (черт. 461а), къ нему перпендикулярною (поверхностію цилиндра). Благодаря такой замѣнѣ, наблюдателю легко непосредственно черезъ лупу прочесть уголъ наклона, не мѣняя ни своего мѣста, ни положенія кипрегеля на доскѣ. У кипрегеля Керна имѣется и другое удобство, — это дополнительная линеечка, движущаяся на шарнирахъ параллельно главной, такъ что если бы при визированіи скошеное ребро линейки и отошло отъ точки на планшетѣ, то движеніемъ

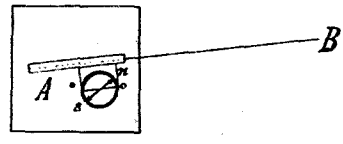
[1]) Т. е. чтобы отсчетъ на вертикальномъ кругѣ дѣйствительно былъ нуль, когда оптическая ось параллельна оси уровня алидады.

параллельной линеечки ребро придвинется къ точкѣ, черезъ которую слѣдуетъ прочертить карандашемъ линію визированія. Уголъ наклона опредѣлится этимъ кипрегелемъ менѣе удобно, (согласно § 104, стр. 158) какъ разность двухъ отсчетовъ, сдѣланныхъ 1) при наклонномъ положеніи (послѣ визированія) и 2) при горизонтальномъ положеніи оси уровня, сидящаго на трубѣ, параллельно визирной оси. Недостаткомъ надо также считать и то, что у вертикальнаго круга только одинъ верньеръ, и устранить и обнаружить внѣцентренность алидады нельзя.

Буссоль [1]). Она состоитъ изъ круглой коробки (черт. 462), діаметромъ около 5 дюйм., внутри которой имѣется высеребряное кольцо съ градуснымъ дѣленіемъ; на концахъ одного изъ діаметровъ *ab* кольца подписаны или нули, или нуль и 180°. Въ первомъ случаѣ градусная подпись идетъ въ обѣ стороны отъ нулей до 90°, а во второмъ — справа налѣво (противъ хода часовой стрѣлки) отъ 0° до 360°; иначе, въ первомъ случаѣ имѣемъ румбическое кольцо, а во второмъ — азимутальное. Въ центрѣ кольца, на днѣ коробки утверждается острый шпиль, на который вѣшается магнитная стрѣлка *ns*. Коробка закрывается крышкою со стекломъ, къ которому можетъ быть прижата магнитная стрѣлка своею шляпкою во время перенесенія буссоли съ мѣста на мѣсто. Это прижиманіе дѣлается такъ: одинъ конецъ рычага *dd* надѣтъ на шпиль подъ стрѣлкою, а другой нѣсколько согнутый конецъ проходитъ чрезъ боковое треугольное отверстіе кольца и выступаетъ снизу крышки наружу; это отверстіе сбоку



Черт. 462.



Черт. 463.

крышки таково, что если повернуть ее около центра кольца, то крышка придавитъ согнутый конецъ рычага, вслѣдствіе чего конецъ его, обхватывающій шпиль, поднимется и прижметъ шляпку стрѣлки къ стеклу. Дно коробки продолжено въ одну сторону и ограничивается прямымъ краемъ *AB*, который долженъ быть параллеленъ нулевому діаметру *ab* кольца.

Мензульная буссоль служитъ: a) для опредѣленія румба или азимута линіи на мѣстности, b) для назначенія на мѣстности линіи подъ даннымъ румбомъ или азимутомъ и c) для приведенія линіи, начерченной на планшетѣ, въ отвѣсную плоскость съ магнитнымъ или географическимъ меридіаномъ, т. е. для оріентированія планшета.

Для опредѣленія румба или азимута линіи *AB* (черт. 463) мѣстности ставятъ мензулу надъ одной изъ конечныхъ точекъ линіи, напримѣръ *A*, центрируютъ ее, приводятъ доску въ горизонтальное положеніе и визируютъ по данной линіи; затѣмъ, приложивъ осторожно къ ребру линейки визирнаго снаряда (алилады или гипрегеля) буссоль, дѣлаютъ отсчетъ по сѣверному концу стрѣлки на кольцѣ буссоли; отсчетъ выразитъ искомый

[1]) Итальянское слово bussola означаетъ коробка.

румбъ или азимутъ. Послѣ приложенія буссоли необходимо убѣдиться въ томъ, что линейка не сдвинулась съ мѣста, для чего достаточно повѣрить визированіе.

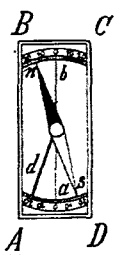
Чтобы при данной точкѣ *A* на мѣстности назначить линію съ извѣстнымъ румбомъ или азимутомъ, центрируютъ мензулу надъ этою точкою, приводятъ доску въ горизонтальное положеніе, кладутъ на нее кипрегель или алидаду и къ ребру линейки прикладываютъ буссоль, которую поворачиваютъ на доскѣ вмѣстѣ съ визирнымъ снарядомъ до тѣхъ поръ, пока конецъ стрѣлки будетъ показывать данный румбъ или азимутъ и наконецъ выставляютъ на мѣстности вѣху *B* по направленію линіи визированія.

Приведеніе линіи планшета въ отвѣсную плоскость съ магнитнымъ или географическимъ меридіаномъ, называемое *оріентированіемъ мензулы по меридіану*, будетъ изложено въ слѣдующемъ за симъ параграфѣ, въ задачѣ объ оріентированіи мензулы вообще.

Предыдущія троякаго рода задачи на употребленіе мензульной буссоли требуютъ, чтобы кромѣ параллельности діаметра буссоли, проходящаго чрезъ нуль, съ прямолинейнымъ ея краемъ, коллимаціонная плоскость визирнаго снаряда была параллельна съ ребромъ линейки. А такъ какъ точность опредѣленія направленій буссолью, вслѣдствіе суточнаго измѣненія склоненія стрѣлки, есть $^1/_4$ градуса, то достаточно, если каждое изъ этихъ условій — параллельность діаметра буссоли съ ея прямолинейнымъ краемъ и параллельность коллимаціонной плоскости визирнаго снаряда съ ребромъ его линейки—будетъ выполнено съ точностью до $^1/_8$ градуса.

Отъ мензульной буссоли требуется выполненіе условій:

1) Отсутствія желѣза въ коробкѣ, 2) вѣрности дѣленій кольца, 3) отсутствія эксцентрицитета стрѣлки, 4) хорошей шлифовки агата, достаточной остроты шпиля и надлежащей степени намагниченія стрѣлки, 5) уравновѣшенности стрѣлки на шпилѣ, 6) совпаденія геометрической оси съ магнитной и наконецъ 7) *чтобы нулевой діаметръ градуснаго кольца былъ параллеленъ прямому краю буссоли.* Послѣднее условіе повѣряется такъ: поставя алидаду на горизонтальный планшетъ, направляютъ ея коллимаціонную плоскость на точку мѣстности; затѣмъ, приложивъ буссоль прямымъ краемъ къ ребру линейки алидады (кипрегеля), натягиваютъ волосъ по направленію нулевого діаметра градуснаго кольца и смотрятъ — проходитъ ли волосъ чрезъ ту же точку мѣстности, на которую сдѣлано визированіе діоптрами или трубою. Если нѣтъ, то вращеніемъ около центра кольца волосъ направляютъ на точку и дѣлаютъ на кольцѣ отсчетъ, который выразитъ величину погрѣшности; ее нужно принимать во вниманіе каждый разъ, при употребленіи буссоли. Можно также скошенный край кипрегеля, послѣ того какъ буссоль будетъ уложена на планшетѣ, совмѣстить съ нулевымъ діаметромъ буссоли и визировать трубою.



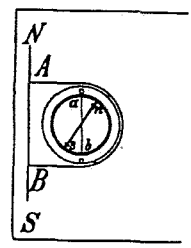
Черт. 378.

Если буссоль при мензулѣ нужна единственно только для оріентированія планшета по магнитному или истинному меридіану, то для этой цѣли

достаточна такъ называемая оріентиръ-буссоль, изображенная на чертежѣ 378. Она состоитъ изъ прямоугольнаго ящика *ABCD*, закрываемаго стеклянною крышкою, при короткихъ сторонахъ котораго прикрѣплены двѣ дуги съ градуснымъ дѣленіемъ и съ центромъ, совпадающимъ съ мѣстомъ помѣщенія шпиля. Край *AB* буссоли долженъ быть параллеленъ діаметру *ab*, проходящему чрезъ нули.

Основныя задачи, рѣшаемыя мензулою на мѣстности.

§ 272. Оріентированіе мензулы, прямая и обратная засѣчки. I. Оріентированіе [1]) мензулы. *Оріентировать* буквально *означаетъ* назначить (на планшетѣ) востокъ, а по нему и остальныя страны свѣта, и обратно, на мѣстности по плану найти востокъ, а слѣдовательно западъ, сѣверъ и югъ. Болѣе же широко подъ этимъ надо понимать: *установку планшета* въ любой точкѣ мѣстности *въ такое положеніе, при которомъ всѣ начерченныя на немъ линіи, принимаютъ положеніе параллельное соотвѣтственнымъ линіямъ мѣстности.* Вслѣдствіе этого планшетъ можно оріентировать или точно по данной на планшетѣ линіи, или приближенно по меридіану, посредствомъ буссоли. Разсмотримъ сперва второй случай. Чтобы оріентировать планшетъ по магнитному меридіану *NS* (черт. 464), положеніе котораго начерчено на планшетѣ въ видѣ прямой, приставляютъ къ этой линіи край *AB* буссоли и, ослабивъ становой винтъ мензулы, поворачиваютъ доску до тѣхъ поръ, пока ось свободно висящей на шпилѣ стрѣлки приметъ направленіе діаметра *ab*, проходящаго чрезъ нуль кольца, при этомъ поворачиваютъ доску сначала грубымъ движеніемъ, а потомъ, закрѣпивъ становой винтъ, дѣйствуютъ микрометреннымъ винтомъ подставки мензулы. Если для мѣста съемки извѣстно склоненіе магнитной стрѣлки, то планшетъ можно оріентировать по географическому меридіану; такъ, напр., если извѣстно, что склоненіе въ данномъ мѣстѣ восточное $2^0 8'$, то приложивъ буссоль къ линіи *NS* поворачиваютъ доску настолько, чтобы сѣверный конецъ стрѣлки отошелъ отъ нуля кольца вправо на $2^1/_8{}^0$, принимая 8 минутъ за $^1/_8$ градуса. Эта оріентировка по магнитному или географическому меридіану не можетъ имѣть большой точности, потому что суточное измѣненіе склоненія стрѣлки есть 15 и болѣе минутъ. Такая оріентировка планшета можетъ быть сдѣлана въ любой точкѣ стоянія мензулы на мѣстности, такъ какъ всѣ меридіаны можно принимать параллельными между собою (для небольшого снимаемаго участка).



Черт. 464.

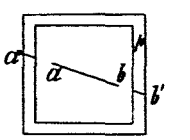
Второй, болѣе точный способъ оріентированія планшета по данной линіи. При этомъ различаютъ два случая: 1) когда мензула поставлена на одномъ изъ концовъ данной на мѣстности и уже изображенной на планшетѣ линіи, слѣдовательно допускающій центрировку мензулы и 2) когда мензула

---

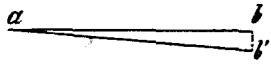
[1]) Названіе происходитъ отъ лат. слова oriens—востокъ

поставлена между конечными точками оріентировочной линіи, но на мензулѣ точка стоянія не дана. Въ первомъ случаѣ, если AB (черт. 455) есть данная на мѣстности линія, а ab — линія, ей соотвѣтствующая на планшетѣ, то, поставивъ мензулу надъ точкою A мѣстности, ослабляютъ становой винтъ и поворачиваютъ доску настолько, чтобы направленіе линіи ab совпадало приблизительно (на-глазъ) съ направленіемъ AB. Затѣмъ центрируютъ планшетъ по возможности точно, приводятъ его въ горизонтальное положеніе, прикладываютъ ребро линейки визирнаго снаряда къ ab и поворачиваютъ доску сначала грубымъ движеніемъ, а потомъ, закрѣпивъ становой винтъ, микрометреннымъ настолько, чтобы линія визированія проходила чрезъ точку мѣстности B. По совершеніи этого доска считается оріентированной.

Замѣчаніе. Оріентированіе мензулы по взятой на ея планшетѣ линіи производится тѣмъ съ большей точностью, чѣмъ длиннѣе эта линія на планшетѣ, такъ какъ чѣмъ длиннѣе линія оріентированія, тѣмъ точнѣе можно приложить къ ней ребро линейки визирнаго снаряда. На основаніи этого тѣ линіи, по которымъ имѣется въ виду оріентировать впослѣдствіи мензулу, при визированіи прочерчиваются на планшетѣ не только въ томъ его мѣстѣ, гдѣ того потребуетъ изображаемая точка, но и *за рамкою, на краяхъ планшета.* Такъ если предполагается оріентировать мензулу по линіи ab (черт. 465), то за рамкою на краяхъ планшета должны быть прочерчены еще двѣ линіи a' и b', служащія продолженіемъ линіи — ab; къ нимъ то собственно и прикладывается ребро линейки визирнаго снаряда при оріентированіи. Чтобы составить понятіе о томъ, насколько выигры ваетъ точность оріентированія планшета отъ длины оріентировочной на планшетѣ линіи, допустимъ, что ab' (черт. 466) есть взятая на планшетѣ линія и что линейка, точно приложенная въ точкѣ a, уклоняется отъ точки b на величину bb'. Пусть уклоненіе bb' перпендикулярно къ ab', тогда изъ чертежа имѣемъ:



Черт. 465.



Черт. 466.

$$tg\, bab' = \frac{bb'}{ab'}$$

Вслѣдствіе малости bb' уголъ bab' малъ, а потому можно написать:

$$\measuredangle\,(bab')'' = \frac{bb'}{ab' \,.\, Sin\, 1''} = \frac{bb'}{ab'} \,.\, 206265''.$$

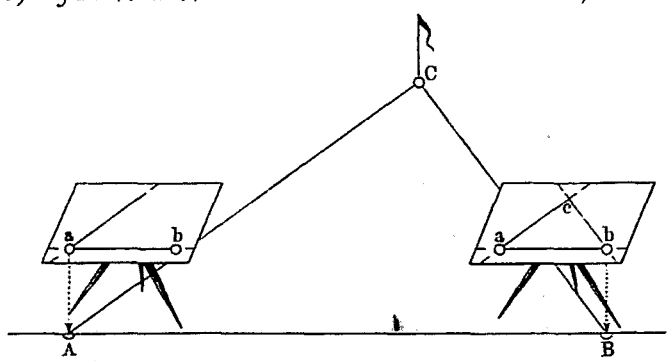
Принимая уклоненіе bb' въ $\frac{1}{200}$ долю дюйма, а длину ab' оріентировочной линіи равной сторонѣ квадрата доски, т.-е. 15—20 дюймовъ, получимъ при $ab' = 20$ дюйм., уголъ $bab' = 51'',56$, а при $ab' = 2$ дюймамъ, тотъ же уголъ $bab' = 8'35'',6$. При $ab' = 15$ дюймамъ, ошибка въ оріентированіи достигаетъ 1,2 минуты. *Величину* $1',2$, *выведенную въ предположеніи нѣкоторой сред-*

ней величины оріентировочной линіи, можно считать за среднюю ошибку оріентированія мензулы по данной на ея планшетѣ линіи. Эта ошибка можетъ быть какъ со знакомъ (+), такъ и со знакомъ (—).

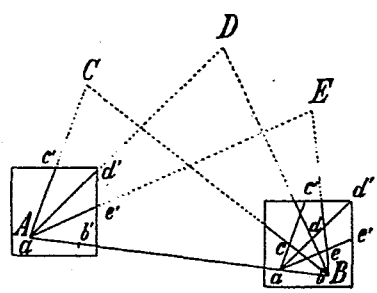
Когда съ мензулой надо встать гдѣ-либо на линіи *AB* между ея концами *A* и *B*, то приходится постепенно, *рядомъ попытокъ* убѣждаться въ томъ, что, избравъ на глазъ точку стоянія и оріентировавъ планшетъ по одному концу линіи мѣстности, напр., *B*, линія визированія (визируя въ противоположную сторону) не проходитъ черезъ другую точку *A*, а потому передвигать мензулу до тѣхъ поръ, пока плоскость визированія на *A* будетъ та же, что и на *B*. Ошибка отъ центрировки на глазъ можетъ имѣть вліяніе только при крупномъ масштабѣ, въ которомъ рѣдко производится мензульная съемка.

II. Опредѣленіе точки по двумъ даннымъ. *Первое рѣшеніе, становясь съ мензулою въ обѣихъ данныхъ точкахъ.*

Пусть *A* и *B* (черт. 467) суть двѣ данныя на мѣстности точки, положеніе которыхъ, соотвѣтственно въ *a* и *b*, дано на планшетѣ, ищется положеніе на планшетѣ третьей точки *C* мѣстности. Становимся съ мензулою сперва въ одну изъ данныхъ точекъ, напримѣръ, въ *A*, центрируемъ, приводимъ планшетъ въ горизонтальное положеніе и оріентируемъ его по линіи *ab*; затѣмъ визируемъ черезъ *a* на *C* и чертимъ на планшетѣ линію *ac*. Послѣ чего мензула переносится въ другую данную точку *B*, здѣсь такъ же, какъ и въ *A*, установимъ планшетъ и оріентируемъ его по линіи *ba*, а затѣмъ провизируемъ черезъ *b* на *C* и по ребру линейки кипрегеля прочертимъ линію *bc*. Эта линія пересѣчетъ линію *ac* въ точкѣ *c* и дастъ искомое изображеніе 3-й точки *C* мѣстности. Этотъ способъ рѣшенія *задачи принято называть засѣчкою впередъ*; имъ можно опредѣлить двумя постановками мензулы не только одну третью точку, но и нѣсколько: *C*, *D*, *E*, ... какъ изображено на чертежѣ 468.



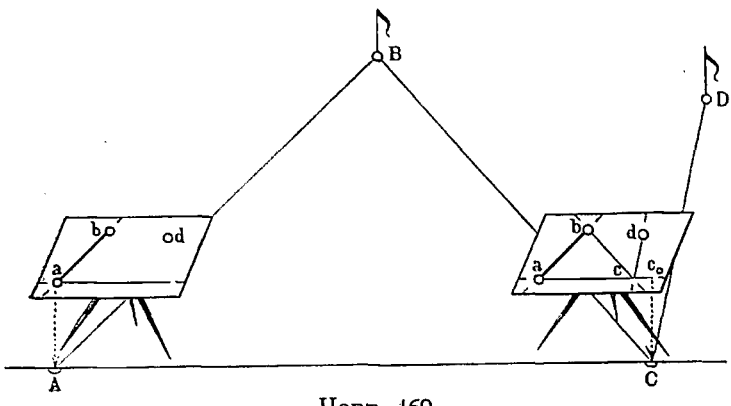
Черт. 467.



Черт. 468.

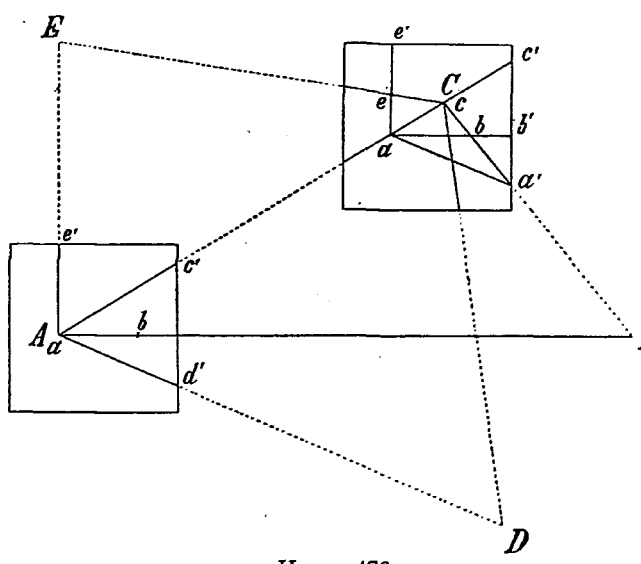
Способъ засѣчки впередъ можетъ служить также и для опредѣленія неприступныхъ разстояній, напримѣръ, *DE* или *CD*; при этомъ, если линія *ab* не дана на планшетѣ, то выбравъ на мѣстности произвольную линію *AB*, измѣряютъ ее, наносятъ на планшетъ ея направленіе и откладываютъ ея длину *ab* по масштабу, а затѣмъ уже примѣняютъ только-что описанный пріемъ засѣчекъ впередъ.

Второе рѣшеніе, становясь съ мензулою въ одну изъ данныхъ точекъ и въ опредѣляемую точку (черт. 469). Первоначально мензула устанавливается въ одной изъ данныхъ точекъ, напр., A, и планшетъ оріентируется по данной на немъ линіи ab, послѣ чего визируютъ черезъ a на опредѣляемую точку C и прочерчиваютъ по ребру линейки линію ac_0. Затѣмъ мензулу переносятъ въ точку C, положеніе которой ищется на планшетѣ. Здѣсь



Черт. 469.

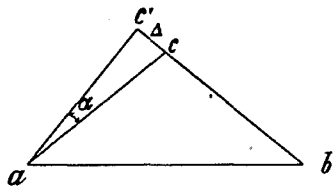
назначаютъ на линіи ac_0 на глазъ точку c_0, изображающую приблизительно точку C мѣстности, планшетъ центрируютъ точкою c_0 надъ C, приводятъ планшетъ въ горизонтальное положеніе, оріентируются по линіи c_0a, прикладываютъ ребро линейки визирнаго снаряда къ b, визируютъ на B и засѣкаютъ линію ac_0 въ точкѣ c. Если c уклонится отъ c_0 на незначительную величину, близкую къ точности масштаба $\left(\frac{1}{200}\text{ доля дюйма}\right)$, то считаютъ, что c соотвѣтствуетъ точки C мѣстности. Въ противномъ случаѣ, т.-е. при значительномъ ея разстояніи отъ точки c_0, она не будетъ соотвѣтствовать точкѣ C мѣстности и необходимо сдѣлать поправку; для чего опять цинтрируютъ мензулу по c и повторяютъ всѣ послѣдующія дѣйствія. Этотъ способъ опредѣленія точки называется *засѣчкою назадъ* или *обратною засѣчкою*. Онъ практикуется въ особенности тогда, когда одна изъ данныхъ точекъ есть естественный сигналъ, на который встать съ мензулою нельзя; напр., колокольня, конекъ дома и т. п., а также и тогда, когда на планшетѣ помимо 2-й данной точки b имѣются положенія и другихъ точекъ, напр., d. Тогда положеніе точки d можетъ контролировать найденное положеніе c, для чего визируютъ черезъ d на D, и линія визированія должна на планшетѣ пройти черезъ точку c. Если бы требовалось опредѣлить нѣсколько точекъ мѣстности, то для быстроты работы одна изъ нихъ опредѣляется засѣчкою



Черт. 470.

назадъ, а другія засѣчкою впередъ, пользуясь точкою вновь опредѣленною, какъ это сдѣлано на черт. 470.

Замѣчаніе. На мензулѣ засѣчкою точка опредѣляется пересѣченіемъ двухъ линій визированія, прочерчиваемыхъ по планшету; линіи эти могутъ пересѣкаться подъ различными углами; рѣшимъ задачу, — подъ какимъ угломъ это пересѣченіе наиболѣе выгодно. Положимъ, что точка c (черт. 471) опредѣлялась пересѣченіемъ линій ac и bc. Очевидно, что уклоненіе точки c отъ ея истиннаго положенія зависитъ отъ величины угла acb; чѣмъ онъ острѣе, тѣмъ труднѣе отмѣтить истинное пересѣченіе двухъ полосъ отъ карандаша, имѣющихъ нѣкоторую ширину; допустимъ, что вмѣсто точки c намѣчена точка c', а вмѣсто линіи bc имѣлась бы на планшетѣ линія bc', ошибочная на величину $\Delta = cc'$.



Черт. 471.

Уклоненіе точки c можетъ также произойти и отъ ошибки α, которую неизбѣжно придется сдѣлать при построеніи, напр., угла a. Ошибка α можетъ имѣть знакъ $+$ и $-$. Это въ свою очередь можетъ создать подобную же ошибку $cc' = \pm\Delta$, какъ и въ первомъ случаѣ. Такъ какъ при засѣчкѣ участвуютъ два угла, напр., a и b, то очевидно, что существующія въ обоихъ углахъ неизбѣжныя ошибки α намѣтятъ цѣлый „*четыреугольникъ погрѣшностей*“, нзависимый отъ величины угла c. Если примемъ, что ошибки въ углахъ выражаются толщиною прочерчиваемыхъ линій ac и bc, то уклоненіе точки c отъ ея истиннаго положенія будетъ зависѣть только отъ графически намѣченнаго пересѣченія линій ac и bc. Графическое же сліяніе обѣихъ линій въ одну при точкѣ c, какъ ранѣе было замѣчено, зависитъ отъ величины угла c. Покажемъ, что при однихъ и тѣхъ же величинахъ для α и ac, ошибка $\pm\Delta = cc'$ будетъ тѣмъ болѣе, чѣмъ болѣе уголъ acc' и чѣмъ менѣе $\measuredangle acb = 180^0 - acc'$.

Дѣйствительно:

полагая $ac = ac'$, можно написать:

$$\frac{\Delta}{ac'} = \frac{Sin\ \alpha}{Sin\ c} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Откуда $Sin\ c = \frac{ac'}{\Delta} . Sin\ \alpha$ . . . . . (2)

При $\Delta = \frac{1}{200}$ дюйма, $ac' = 14 - 15$ дюймамъ и $\alpha = 1{,}2'$, получимъ

$Sin\ c = 14 . 200 . 1{,}2' . \frac{1}{3438} =$ около 1, т.-е. $c = 90^0$.

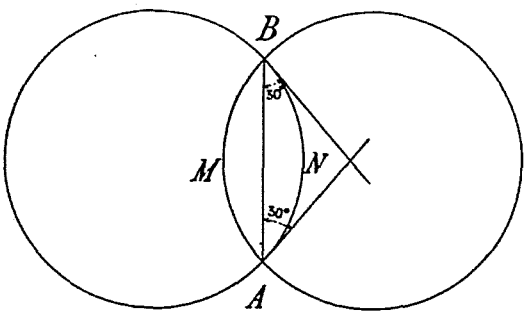
Это же непосредственно вытекаетъ изъ болѣе близкаго разсмотрѣнія равенства (2). Дѣйствительно, такъ какъ наибольшая величина для $Sin\ c$ есть 1 (что соотвѣтствуетъ $c = 90^0$), то наиболѣе выгодное пересѣченіе линіи (при засѣчкѣ) происходитъ подъ прямымъ угломъ, потому что тогда ошибка Δ въ длинѣ d стороны ac треугольника abc будетъ имѣть наименьшее значеніе.

При $C = 30^0$ или 150^0 ошибка Δ удваивается, а именно: такъ какъ $Sin\ 30^0 = Sin\ 150^0 = {}^1/_2$, то

$$\Delta = 2d\ Sin\ \alpha.$$

Поэтому *углы въ* 30^0 *и* 150^0 *считаются предѣльными, и засѣчка лежащая внѣ ихъ, т.-е. сдѣланная подъ угломъ или меньшимъ* 30^0, *или большимъ* 150^0, *считается неудовлетворительною.*

Благодаря этому замѣчанію, легко рѣшить и второй подобный же вопросъ,—какъ великъ тотъ участокъ земли, контуръ котораго возможно снять засѣчками впередъ мензулою съ одного базиса, т. е. *установить предѣлы засѣчекъ одного базиса.* Очевидно, что площадью этого участка будутъ площади круговъ двухъ окружностей, вмѣщающихъ уголъ въ 30^0 и построенныхъ съ каждой стороны даннаго базиса. Точки внутри кривой (черт. 472) *AMBNA*, какъ лежащія внѣ района, благопріятнаго для засѣчекъ, должны опредѣляться при съемкѣ промѣрами.



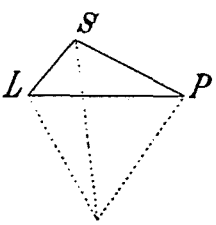
Черт. 472.

§ 273. Задача Потенота [1]. (Опредѣленіе точки по тремъ даннымъ).

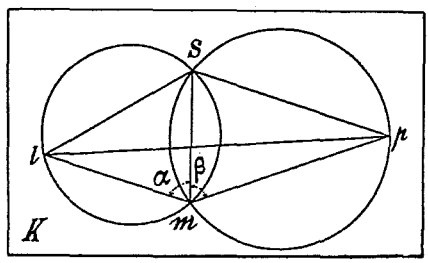
Условіе задачи. Задача Потенота состоитъ въ опредѣленіи четвертой точки по тремъ даннымъ и заключается въ слѣдующемъ:

По извѣстному на мензулѣ положенію l, p и s трехъ точекъ мѣстности L, P и S (лѣвой, правой и средней) требуется *опредѣлить на мензулѣ* положеніе m четвертой точки M мѣстности, *становясь* съ инструментомъ исключительно въ этой послѣдней. Покажемъ, что рѣшеніе этой задачи на мензулѣ возможно.

Изъ чертежа 473 легко видѣть, что на мѣстности положеніе 4-й точки M относительно трехъ данныхъ L, P и S опредѣляется величинами двухъ угловъ $LMS = \alpha$ и $SMP = \beta$, и такъ какъ на планшетѣ получаются фигуры, подобныя даннымъ на мѣстности, то для рѣшенія задачи на мензульномъ листѣ необходимо найти такую точку m (черт. 474), въ которой бы углы $lms = \alpha$ и $smp = \beta$. Поэтому найдемъ сперва такую точку m_1, въ которой бы уголъ $lm_1s = \alpha$. Такихъ точекъ будетъ безчисленное множество, такъ какъ всѣ онѣ лежатъ на окружности (черт. 474), проходящей черезъ l и s и вмѣщающей данный уголъ α. Если затѣмъ будемъ искать такую



Черт. 473.

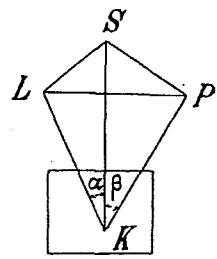


Черт. 474.

[1]) Въ первый разъ эта задача была предложена въ 1614 году голландскимъ геометромъ *Снелліусомъ*, а въ 1692 году французскимъ геометромъ *Потенотомъ* дано ея рѣшеніе въ болѣе удобномъ видѣ.

точку m_2 на мензулѣ, въ которой бы уголъ $sm_2p = \beta$, то и здѣсь придется строить окружность, проходящую черезъ s и p и вмѣщающую данный уголъ β. Очевидно, что въ пересѣченіи этихъ окружностей будетъ лежать искомая точка m, ибо при ней углы $lms = \alpha$ и $smp = \beta$; однако самыхъ *окружностей на мензулѣ не проводятъ*, а пользуются другими (излагаемыми ниже) пріемами; что касается до графическаго опредѣленія величины угловъ α и β, то эти углы легко построить при любой точкѣ K (черт. 474 и 475) на мензулѣ, визируя черезъ K на три данныя на мѣстности точки L, S и P. Такимъ образомъ изъ предыдущаго видно, что *рѣшеніе задачи Потенота на мензулѣ вполнѣ возможно* и для этого необходимо только знать углы α и β.

§ 274. О возможномъ положеніи искомой точки относительно трехъ данныхъ. Величины угловъ α и β (черт. 475) характеризуютъ точку K относительно 3-хъ данныхъ — L, S и P. Условившись при этомъ черезъ α обозначать всегда уголъ между направленіями (изъ точки стоянія) на данныя 2 точки, — лѣвую и среднюю, а черезъ β — всегда уголъ между направленіями на среднюю и правую точки, будемъ различать слѣдующія шесть возможныхъ положеній четвертой точки относительно трехъ данныхъ: лѣвой, средней и правой.



Черт. 475.

1) Точка M_1 лежитъ внѣ круга, проходящаго черезъ L, S и P противъ стороны LP (черт. 476).

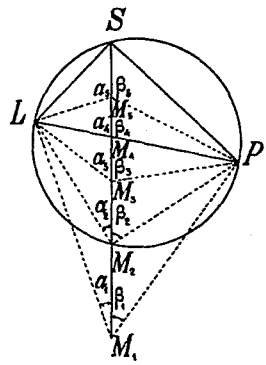
2) Точка M_2 лежитъ на окружности проходящей черезъ три данныя точки L, S и P. Въ этомъ случаѣ задача не опредѣленна, ибо на той же окружности существуетъ безчисленное множество точекъ, въ которыхъ углы $LMS = \alpha$ и $SMP = \beta$.

3) Точка M_3 лежитъ внутри круга LPS, противъ стороны LP, но внѣ треугольника LSP.

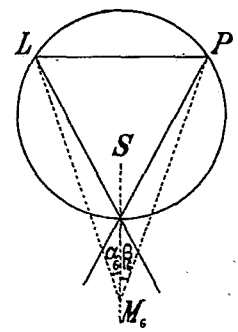
4) Точка M_4 лежитъ на сторонѣ LP треугольника LPS.

5) Точка M_5 лежитъ внутри треугольника LSP.

6) Точка M_6 лежитъ внѣ круга LSP, между продолженными сторонами LS и PS треугольника LSP (черт. 477).



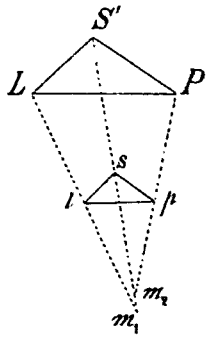
Черт. 476.



Черт. 477.

§ 275. Непосредственное и посредственное рѣшеніе задачи Потенота. Кромѣ Снелліуса и Потенота ту же задачу объ опредѣленіи четвертой точки по тремъ даннымъ рѣшали и многіе другіе знаменитые геометры и ученые; рѣшенія ихъ можно разбить на двѣ группы; 1-я группа—рѣшенія точныя „*непосредственныя*“, когда искомая точка съ одного разу (послѣ *однократнаго* совершенія извѣстнаго пріема) получается на мензулѣ; 2-я группа—рѣшенія приближенныя, когда точка не съ одного разу, а *послѣ много-*

кратнаго повторенія извѣстнаго пріема, получается на мензулѣ, — т. е. когда для опредѣленія точки приходится нѣсколько разъ продѣлывать одинъ и тотъ же пріемъ, послѣдовательно приближаясь къ истинному ея положенію. Такого рода рѣшенія называютъ рѣшеніями „*по приближенію*“.



Черт. 478.

Изъ непосредственныхъ рѣшеній разсмотримъ *способъ Боненбергера и Бесселя*, а также *Грунерта*, а изъ рѣшеній по приближенію 1) *Лемана и* 2) *Боненбергера.*

Въ основаніи всѣхъ рѣшеній задачи Потенота на мензулѣ лежитъ слѣдующая лемма.

Если мензула въ точкѣ стоянія M оріентирована, т. е. если дано, что $ls \parallel LS$; $sp \parallel SP$ и $lp \parallel LP$ (черт. 478), *то три линіи визированія на мензулѣ* (черезъ l на L, черезъ p на P и черезъ s на S) *пересѣкутся въ одной точкѣ m* [1]).

Пусть крайнія линіи визированія пересѣкаютъ въ двухъ точкахъ m_1 и m_2 *линію средняго визированія* [2]) тогда вслѣдствіе параллельности $ls \parallel LS$ и $ps \parallel PS$ имѣемъ: $m_1ls \infty m_1LS$ и $m_2ps \infty m_2PS$, откуда

$$\frac{m_1S}{m_1s} = \frac{LS}{ls} \text{ и } \frac{m_2S}{m_2s} = \frac{PS}{ps}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1),$$

а вслѣдствіе того, что на мензулѣ дана фигура, подобная данной на мѣстности, т. е. $lsp \infty LSP$, имѣемъ:

$$\frac{LS}{ls} = \frac{PS}{ps} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2).$$

Изъ равенствъ (1) и (2) слѣдуетъ:

$$\frac{m_2S}{m_2s} = \frac{m_1S}{m_1s} \text{ или}$$

$$\frac{m_2S - m_2s}{m_2s} = \frac{m_1S - m_1s}{m_1s} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3);$$

такъ какъ $m_2S - m_2s = Ss = m_1S - m_1s$, то изъ послѣдней (3) пропорціи слѣдуетъ, что

$$m_2s = m_1s,$$

чего конечно быть не можетъ.

Слѣдовательно, если мензула строго оріентирована, на ней двухъ точекъ m_1 и m_2 быть не можетъ.

Итакъ, если мензула оріентирована, три линіи визированія пересѣкаются въ одной точкѣ. Если же мензула не оріентирована, то линіи визированія при пересѣченіи даютъ болѣе одной точки на мензулѣ, т. е. получается такъ называемая *фигура* (треугольникъ) *погрѣшностей.*

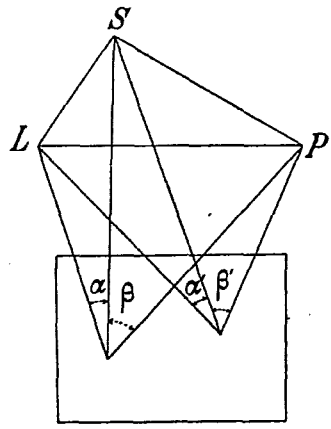
---

[1]) Точка m на мензулѣ представитъ точку M на мѣстности.

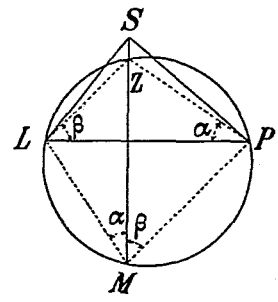
т. е. визированія черезъ s на S.

Всѣ рѣшенія основаны также на допущеніи, что гдѣ бы на мензулѣ (т. е. при любой точкѣ планшета) ни строили углы α и β, величины ихъ останутся тѣ же самыя, т. е. $\alpha = \alpha'$, $\beta = \beta'$ (черт. 479).

Способъ Боненбергера и Бесселя. Вообразимъ, что черезъ лѣвую точку L (черт. 480), правую P и черезъ искомую точку стоянія M проведена окружность; соединимъ точку S съ M, линія SM въ пересѣченіи съ окружностью дастъ точку Z. По соединеніи точекъ Z и M съ точками L и P изъ чертежа найдемъ (черт. 480), что $\alpha = LMS = LPZ$ и $\beta = PMS = PLZ$, потому что половина дуги LZ служитъ мѣрою угловъ LMS и LPZ, а углы PMS и PLZ измѣряются половиною дуги PZ. Отсюда можно сдѣлать *обратное заключеніе*, а именно: если на мензулѣ при линіи lp построимъ углы α и β такъ, чтобы при лѣвой точкѣ l линіи lp былъ правый уголъ β, а при правой точкѣ p линіи lp былъ лѣвый уголъ α, то отъ построенія угловъ получимъ такъ называемую *„вспомогательную"* точку z. *Соединивъ z съ s, найдемъ линію zsm, на которой должна лежать точка m*, и тогда останется, согласно только-что изложенной леммы оріентировать мензулу линіею sz на планшетѣ по линіи SM мѣстности, а затѣмъ, продолживъ sz, визированіемъ съ l на L (или съ p на P) опредѣлить точку m на мензулѣ обратной засѣчкой.



Черт. 479.



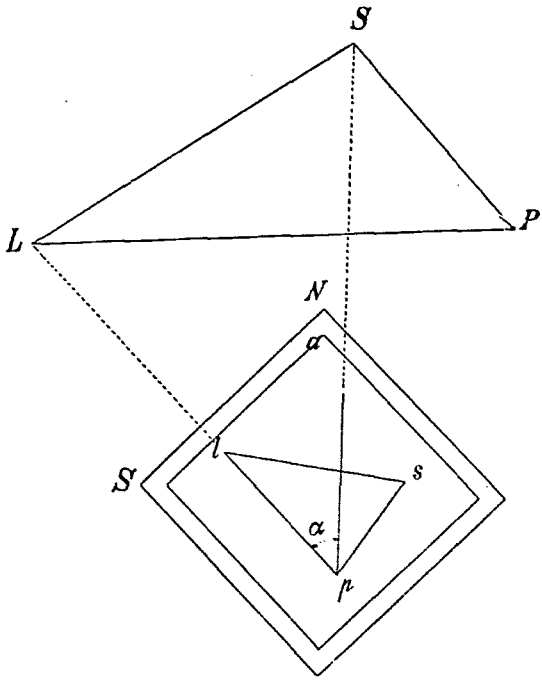
Черт. 480.

Линію SZ принято называть оріентировочною линіею.

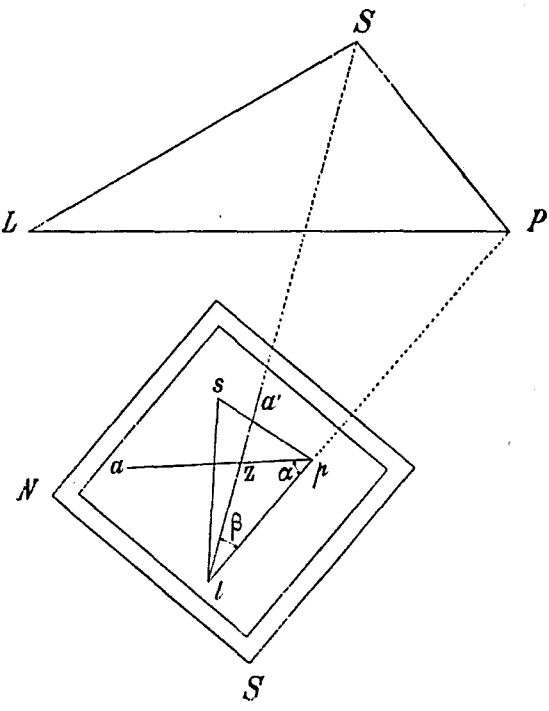
Такимъ образомъ *все рѣшеніе задачи объ опредѣленіи 4-ой точки сводится къ нахожденію оріентировочной линіи на мензулѣ.*

Все вышесказанное достигается слѣдующимъ образомъ: сначала строимъ лѣвый уголъ α при правой точкѣ p линіи lp—вверхъ. 1) *Устанавливаемъ мензулу точкою p надъ точкою стоянія M*, 2) *оріентируемъ планшетъ линіею pl по линіи ML мѣстности, т. е. прикладываемъ алидаду къ линіи pl и направляемъ волосъ предметнаго діоптра (или крестъ нитей кипрегеля) на точку L мѣстности, сперва грубымъ вращеніемъ мензульной доски, а затѣмъ болѣе точно микрометреннымъ винтомъ*, 3) *вращаемъ скошенный край алидады около точки p, визируемъ черезъ точку p на точку S и по скошенному краю алидады проводимъ линію pa* (черт. 481). Затѣмъ при лѣвой точкѣ l строимъ правый уголъ β, т. е. 4) *устанавливаемъ мензулу точкою l надъ M*, 5) *алидаду прикладываемъ къ линіи lp и мензульную доску вращаемъ до тѣхъ поръ, пока волосъ предметнаго діоптра (или крестъ нитей) покроетъ точку P* и затѣмъ 6) *визируемъ черезъ l снова на S и проводимъ линію la'* (черт. 482). *Въ пересѣченіи линій pa и la' получимъ вспомогательный пунктъ z.* (На чертежахъ 481 и 482 черезъ NS обозначено направленіе меридіана). Чтобы, имѣя точку z, а слѣдовательно и линію zsm на мензулѣ, получить на этой послѣдней точку m, необходимо 7) *мензулу линіею zs*

оріентировать по линіи SM мѣстности, т. е., *приложивъ скошенное ребро визирнаго снаряда къ линіи zs, вращать доску до тѣхъ поръ, пока крестъ нитей*



Черт. 481.

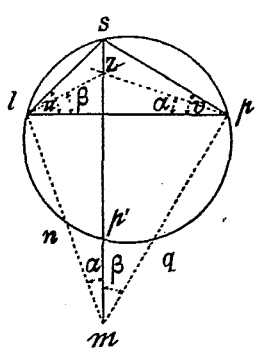


Черт. 482.

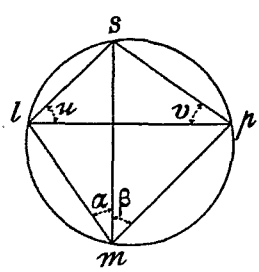
кипрегеля покроетъ точку S мѣстности, 8) *по планшету продолжить линію sz* и затѣмъ уже 9) *провести направленія pm и lm, т. е. визировать черезъ p на P и черезъ l на L, чертя по скошенному краю алидады карандашемъ* (черт. 478).

О положеніи вспомогательной точки въ способѣ Боненбергера и Бесселя. Положеніе вспомогательнаго пункта *z* на мензулѣ вполнѣ зависитъ отъ положенія точки стоянія *M* съ мензулою относительно данныхъ точекъ *L*, *S* и *P*. Чѣмъ длиннѣе получится на планшетѣ линія *sz*, тѣмъ точнѣе оріентируется планшетъ, такъ какъ скошенный край линейки при данной линіи *sz* будетъ менѣе уклоняться отъ направленія *sm*, чѣмъ при короткой, (см. замѣчаніе на стр. 736, черт. 466).

Въ первомъ случаѣ углы α и β, какъ видно изъ чертежа 483, измѣряются дугами: $\beta = {}^1/_2\ (sp - p'q)$ и $\alpha = {}^1/_2\ (ls - np')$; углы же $u = slp = {}^1/_2$ дуги *sp* и $v = spl = {}^1/_2$ дуги *ls*, а слѣдовательно уголъ $\beta < u$ и $\alpha < v$, а это указываетъ, что вспомогательный пунктъ *z* лежитъ внутри треугольника *lsp*, линія *sz* будетъ короткою.



Черт. 483.



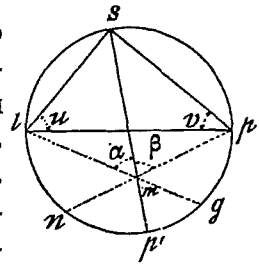
Черт. 484.

Во второмъ случаѣ углы $\alpha = v$ и $\beta = u$ (черт. 484), а слѣдовательно *z* совпадаетъ съ *s*, вслѣдствіе чего оріентировочная линія $zs = o$, а потому алидада не можетъ принять,

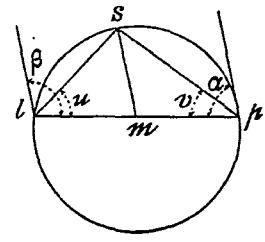
опредѣленнаго положенія около точки s, при оріентированіи мензулы линіей sz по линіи SM мѣстности. Если же мензулу оріентировать нельзя, то задача становится также неопредѣленною. Слѣдовательно *отличительнымъ признакомъ того, что точка M стоянія находится на окружности, служитъ то, что при способѣ Боненбергера и Бесселя, вспомогательный пунктъ совпадаетъ съ среднею точкою s на мензулѣ.*

Въ третьемъ случаѣ (черт. 485) $\alpha = {}^1/_2\ (ls + p'g)$ и $\beta = {}^1/_2\ (sp + np')$, $u = {}^1/_2\ sp$ и $v = {}^1/_2\ sl$, слѣдовательно $\alpha > v$ и $\beta > u$, и пунктъ z лежитъ внѣ треугольника, противъ стороны lp.

Когда точка m упадетъ на линію lp (черт. 486), — это будетъ *четвертый случай* положенія точки m. При построеніи угловъ α и β при концахъ линіи lp окажется, что стороны этихъ угловъ (въ пересѣченіи которыхъ долженъ лежать пунктъ z) будутъ параллельны сторонѣ ms; пунктъ z получится въ безконечности, а не на мензулѣ. Задача же будетъ рѣшаться такъ: оріентировавъ мензулу линіей lp по линіи LP мѣстности, визируютъ съ s на S и въ пересѣченіи этой линіи визированія съ линіей lp получается точка m.



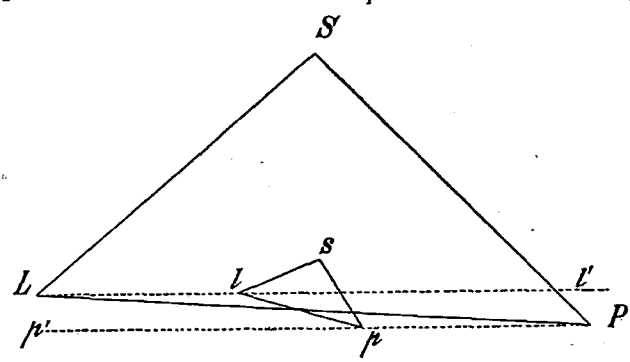
Черт. 485.



Черт. 486.

Въ этомъ случаѣ два направленія съ l на L и съ p на P сливаются, когда мензула строго оріентирована.

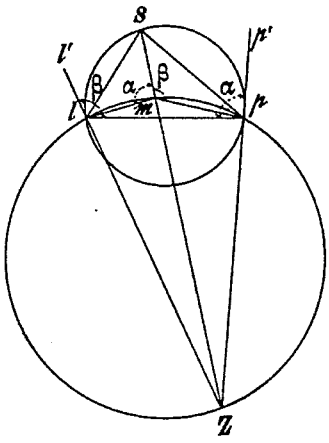
Если же мензула оріентирована приблизительно, то визируя съ l на L и съ p на P, получимъ двѣ почти параллельныя линіи на мензулѣ ll' и *pp'*, (черт. 487) и на мензулѣ не получится даже такъ называемаго треугольника погрѣшностей. Такимъ образомъ *признакомъ того, что мензула стоитъ на данной сторонѣ LP треугольника, служитъ параллельность линій визированія съ l на L и съ p на P.*



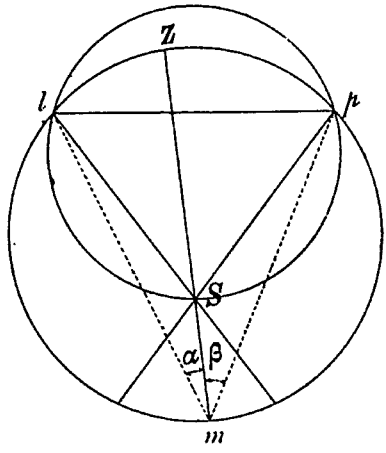
Черт. 487.

Въ 5-мъ случаѣ (черт. 488), когда точка m, вершина угловъ α и β, лежитъ внутри треугольника lsp, то она, очевидно, лежитъ внутри круга lsp, а потому $\beta > u$ и $\alpha > v$. Въ виду же того, что точка Z лежитъ всегда на окружности, проходящей черезъ l, m и p, и на линіи sm или ея продолженіи, изъ чертежа видно, что вспомогательный пунктъ Z будетъ лежать внѣ круга lsp противъ стороны lp, и на продолженіи линіи sm, т. е. сравнительно съ первымъ случаемъ, точки m и Z перемѣнятся мѣстами (см. черт. 488). Дѣйствительно, уголъ $lmz = lpz = 180^0 - \alpha$, а уголъ $pmz = plz = 180^0 - \beta$.

6-й случай. Данная точка m лежитъ между продолженными сторонами ls и ps. Чтобы опредѣлить положеніе точки Z, поступимъ какъ и въ 5-мъ случаѣ: проведемъ двѣ окружности lsp и pml (черт. 489), предварительно допустивъ, что положеніе точки m намъ извѣстно. Пунктъ Z, какъ видно изъ чертежа, будетъ, какъ и въ 5-мъ случаѣ, лежать по другую сторону отъ линіи lp треугольника lps, и тѣмъ далѣе отъ стороны lp, чѣмъ ближе m къ s.

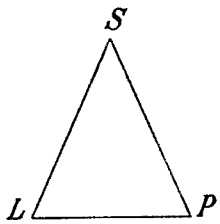


Черт. 488.



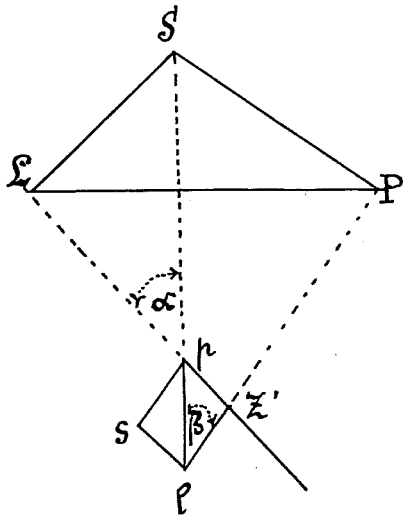
Черт. 489.

Изъ разсмотрѣнія всѣхъ шести случаевъ видно, что способъ Боненбергера и Бесселя выгодно употреблять, когда точка стоянія съ мензулою находится или внутри △-ка LPS, или вблизи стороны LP, а также въ шестомъ случаѣ и особенно, когда сторона LP коротка, а LS и SP длинны, черт. 490.



Черт. 490.

Въ тѣхъ случаяхъ, когда неудобно строить вспомогательную точку Z, можно рекомендовать воспользоваться пріемомъ предложеннымъ *Бурбахомъ* (см. Труды Топографо-Геодезической Комиссіи, томъ XIII); заключающимся въ томъ, что вмѣсто Z можно на планшетѣ построить точку Z', *симметричную* съ Z относительно линіи ls (черт. 491 bis).



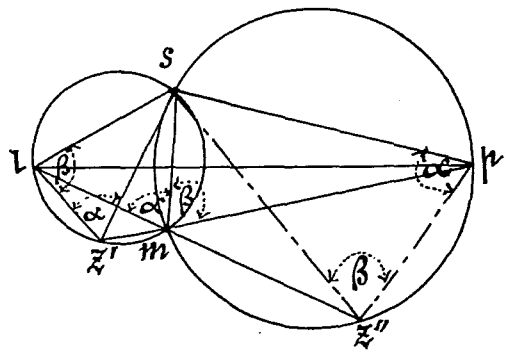
Черт. 491.

Для построенія точки Z' достаточно *одного оборота мензулы*, что легко видно изъ чертежа. Приложивъ скошенный край кипрегеля къ линіи lp, направляютъ коллимаціонную плоскость трубы, вращеніемъ всего планшета около его вертикальной оси вращенія, на точку S мѣстности и, закрѣпивъ у планшета нажимательный винтъ, прикладываютъ ребро линейки кипрегеля къ точкѣ p, вращая затѣмъ около нея кипрегель, визируютъ на точку L мѣстности, проводя по ребру линейки прямую, получаютъ при точкѣ p линіи lp уголъ α.

Подобнымъ же образомъ, визированіемъ черезъ l на P, получаютъ уголъ β, и точку Z'.

Прикладывая ребро линейки кипрегеля къ линіи $Z's$ на планшетѣ, вращеніемъ планшета, оріентируютъ его линіею $Z's$ по точкѣ S (т. е. по линіи MS) мѣстности.

Способъ Грунерта. Если на чертежѣ 474, мы продолжимъ линіи pm и lm до встрѣчи съ окружностями, вмѣщающими углы α и β, то получимъ двѣ точки z' и z'' (черт. 492), изъ которыхъ первая, по соединеніи ея съ точками l и s, позволяетъ получить на чертежѣ углы $slz' = \beta$ и $lz's = \alpha$, ибо въ лѣвой окружности 1) уголъ $sz'l$ = углу lms = $= {}^1/_2$ *arc.* ls, а 2) уголъ slz', какъ измѣряющійся половиною дуги smz', равенъ β, такъ какъ уголъ $\beta = smp$



Черт. 492.

имѣетъ вершину m на лѣвой окружности и составленъ хордою sm и сѣкущей (тоже хордой) pmz', а потому измѣряется полусуммою дугъ sm и mz' [1]). Подобное же разсмотрѣніе 3) угловъ $sz''p$ и smp (въ правой окружности) приведетъ насъ къ заключенію, что они равны β, а 4) сличеніе угловъ spz'' и sml, что они равны $\alpha = {}^1/_2$ *arc.* smz'', ($spz'' + smz'' = 180^0$ или $spz'' + (180 - \alpha) = 180^0$, т. е. $spz'' = \alpha$).

Только что сдѣланное разсмотрѣніе приводитъ насъ къ слѣдующему рѣшенію задачи Потенота, предложенному Грунертомъ.

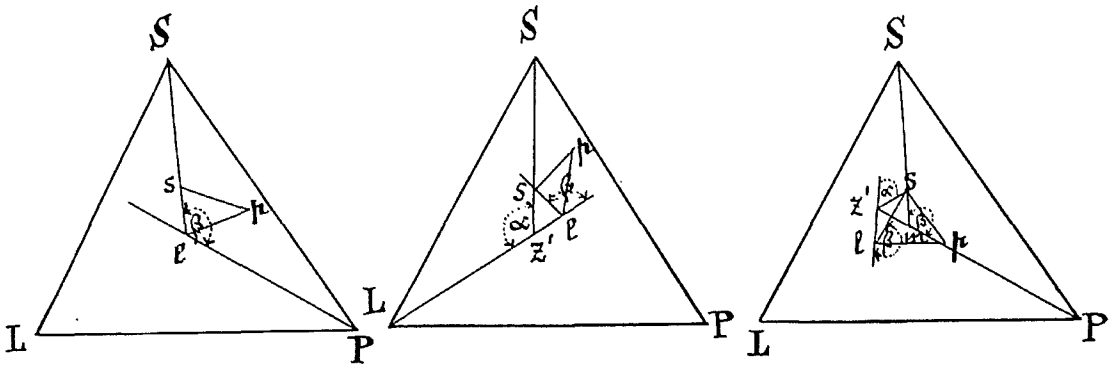
Если при линіи sl (средняя — лѣвая точка) при лѣвой точкѣ l построимъ правый уголъ β и линію lz' засѣчемъ съ точки s подъ лѣвымъ угломъ α, (т. е. *переложивъ на* 180° *линейку кипрегеля* около линіи lz', оріентируемъ планшетъ линіею $z'l$ по точкѣ L мѣстности, а затѣмъ, приложивъ скошенный край *кипрегеля* къ точкѣ s на планшетѣ, провизируемъ черезъ s на S.) то получится вспомогательная точка z', соединяя которую съ правой точкой, получимъ линію pz', на которой лежитъ искомая точка m.

Для полученія этой точки достаточно оріентировать планшетъ линіею zp' по линіи MP мѣстности и засѣчь линію $z'p$ линіей визированія съ s на S, повѣрившись визированіемъ съ l на L, при этомъ прочерчиваемая линія по ребру линейки кипрегеля должна пройти черезъ точку m.

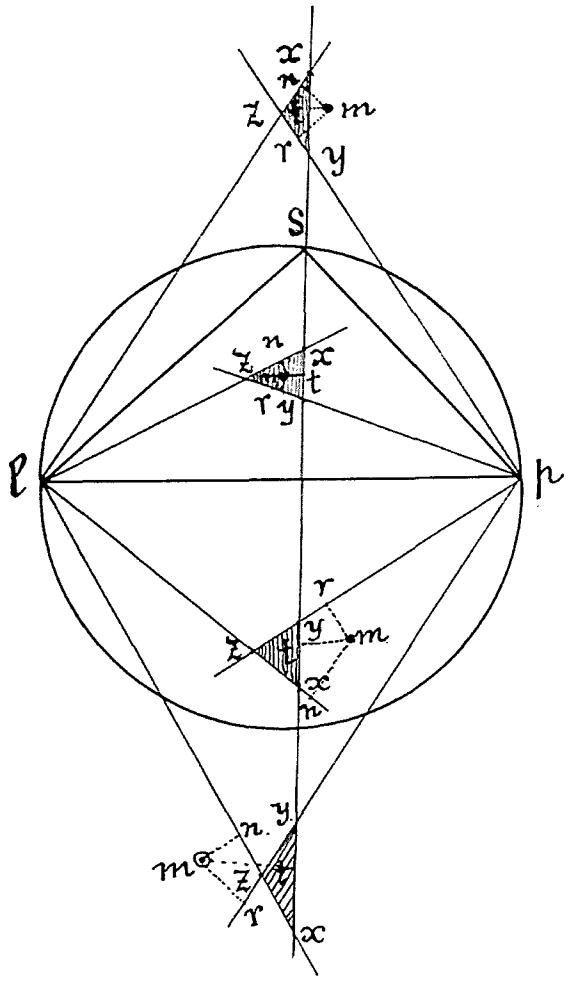
Очевидно, что задача также рѣшится, если при линіи sp, при правой кочѣ p, построимъ лѣвый уголъ α и линію pz'' засѣчемъ подъ правымъ угломъ β визированіемъ съ s на S; послѣ чего оріентируемъ планшетъ по линіи $z''l$ на точку L (по линіи ML) мѣстности и засѣчемъ pz'' линіею визированія съ s на S.

---

[1]) Или что то-же самое, если возьмемъ въ четыреугольникѣ $slmz'$ сумму противоположныхъ угловъ $slz' + z'ms = 180^0$ или $slz' + (180 - \beta) = 180$ т. е. $slz' = \beta$.



Черт. 493.



Черт. 494.

Черт. 493 показываетъ примѣненіе способа Грунерта въ томъ случаѣ, когда опредѣляемая точка M лежитъ внутри треугольника LPS, причемъ планшетъ ориентируется по правой точкѣ P [1]).

Способъ Лемана относится къ *посредственнымъ* рѣшеніямъ задачи Потенота и основанъ на томъ, что если мензула (въ точкѣ стоянія съ нею) *не ориентирована* (или ориентирована приближенно, на глазъ), то на планшетѣ, при визированіи черезъ три точки на мензулѣ соотвѣтственно на три точки мѣстности, получается *треугольникъ погрѣшностей* [2]) (черт. 494), относительно котораго и *намѣчается искомая* точка m.

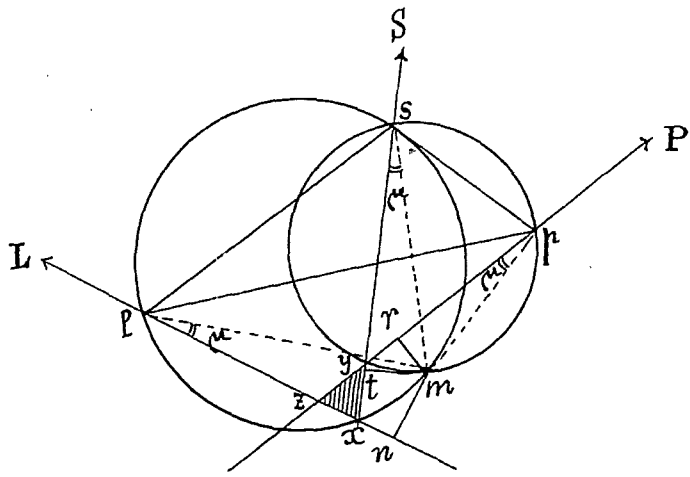
Условимся визированіе на среднюю точку мѣстности S черезъ среднюю точку s на мензулѣ, при приближенномъ ориентированіи мензулы, называть *линіею средняго визированія* и прежде всего покажемъ, что *искомая точка m лежитъ въ разстояніяхъ отъ сторонъ треугольника погрѣшностей, прямо пропорціональныхъ разстояніямъ точки M отъ точекъ мѣстности* L, P и S или, что тоже самое, *точки m* отъ точекъ l, p и s на мензулѣ.

---

[1]) Учащимся рекомендуется вычертить случай, когда планшетъ ориентируется по *лѣвой точкѣ*.

[2]) см. начало § 275, конецъ стр. 742.

Пусть вслѣдствіе ошибки въ оріентированіи на уголъ μ получился треугольникъ погрѣшностей xyz (черт. 495). Такъ какъ искомая точка m лежитъ въ пересѣченіи двухъ окружностей, вмѣщающихъ—одна уголъ α, а другая — уголъ β, то первая окружность, проходящая черезъ точки s и l, должна пройти черезъ вершину x треугольника погрѣшностей xyz, а вторая—черезъ точки s, p и вершину y треугольника погрѣшностей xyz, такъ какъ уголъ $lxs = \alpha$, а уголъ $syp = \beta$. Опустивъ перпендикуляры mn, mt и mr изъ точки m на стороны треугольника погрѣшностей (или ихъ продолженіе) и соединяя точку m съ данными s, l и p, легко усмотрѣть, что прямоугольные треугольники nlm, stm и mpr подобны, такъ какъ имѣютъ по равному острому углу μ, и изъ подобія ихъ слѣдуетъ, что



Черт. 495.

$$Sin\ \mu = \frac{mn}{ml} = \frac{mt}{ms} = \frac{mr}{mp}$$

или

$$mn : mt : mr = ml : ms : mp.$$

Но такъ какъ

$$ml : ms : mp = ML : MS : MP,$$

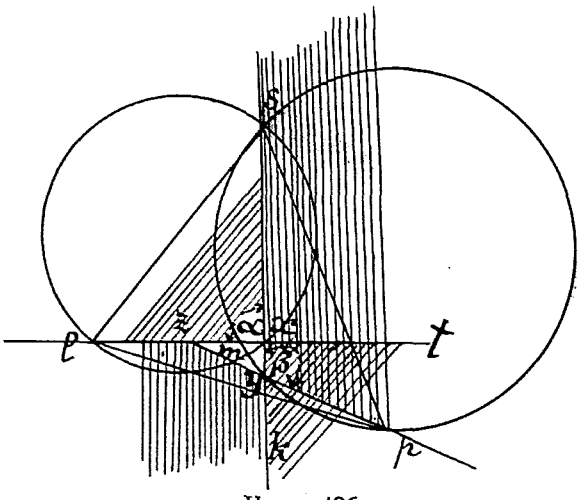
то

$$mn : mt : mr = ML : MS : MP.$$

Что же касается положенія точки m относительно треугольника погрѣшностей, то 1) *точка m лежитъ внутри треугольника погрѣшностей xyz, когда точка M_5 (5-й случай) находится внутри* $\triangle$-ка LSP (черт. 494) 2) *точка m лежитъ внѣ треугольника погрѣшностей xyz, но по одну сторону съ нимъ относительно линіи средняго визированія, когда точка M_1 находится внѣ окружности, проходящей черезъ L, S и P, противъ одной изъ сторонъ, напр., LP (1-й случай). Во всѣхъ же остальныхъ, кромѣ указанныхъ, (т. е. въ 3-мъ и 6-мъ) случаяхъ точка m лежитъ внѣ треугольника погрѣшностей, но за то по разныя стороны съ нимъ относительно линіи средняго визированія* (черт. 494).

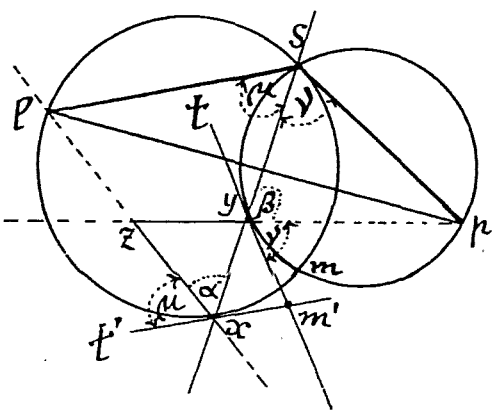
Первая часть послѣдняго предложенія становится очевидной изъ разсмотрѣнія чертежа 496. Точка m, которая должна лежать въ пересѣченіи двухъ окружностей, не можетъ въ то же время находиться ни

внутри угловъ α и β, ни между продолженіями ихъ сторонъ; для большей наглядности тѣ части плоскости, гдѣ точка m не можетъ находиться, заштрихованы, вслѣдствіе чего остается свободнымъ только пространство внутри треугольника погрѣшностей.



Черт. 496.

Доказательство 2-й половины того же предложенія основано или 1) на слѣдующей теоремѣ геометріи: точка пересѣченія двухъ касательныхъ, проведенныхъ черезъ точки пересѣченія общей сѣкущей къ двумъ пересѣкающимся окружностямъ, лежитъ всегда по одну сторону сѣкущей, вмѣстѣ со второю точкою пересѣченія окружностей, если общая сѣкущая проведена черезъ первую точку пересѣченія окружностей, или 2) на способѣ „отпротивнаго“ [1]).



Черт. 497.

Пусть s (черт. 497) есть первая точка 2-хъ пересѣкающихся окружностей: одной slx и другой spy, а m — вторая точка пересѣченія тѣхъ же окружностей, syx — общая сѣкущая, m' точка пересѣченія двухъ касательныхъ xm' и ym'.

Обозначимъ уголъ lsy черезъ μ и ysp черезъ ν и допустимъ, что $\triangle$ погрѣшностей xyz лежитъ по другую сторону отъ линіи средняго визированія, чѣмъ точка m, тогда изъ чертежа видно, что $(\alpha+\mu)$ и $(\beta+\nu)$ являются внѣшними углами треугольника xym', прилегающими къ продолженнымъ сторонамъ xy и xm', а потому сумма ихъ $(\alpha+\mu)+(\beta+\nu)>180^0$.

Итакъ, если треугольникъ погрѣшностей xyz и точка m лежитъ *по разнымъ сторонамъ* относительно линіи средняго визированія, то $\alpha+\beta+\mu+\nu>180^0$.

Подобнымъ же образомъ, пользуясь соотвѣтствующимъ чертежемъ, докажемъ, что если $\triangle$ xyz и точка m будутъ находиться по одну сторону линіи средняго визированія, то

$$\alpha+\beta+\mu+\nu<180^0.$$

Но мы знаемъ, что если M_2 ляжетъ на окружность, проходящую черезъ 3 данныя точки L, S и P, то (см. черт. 476)

$$\alpha+\beta+\mu+\nu=180^0 \text{ такъ какъ } \mu+\nu=lsp.$$

[1]) См. „Труды Топографо-Геодезической Комиссіи“ или 5 изданіе „Курса Низшей Геодезіи А. Викъ“.

Когда же точка M_1 лежитъ внѣ окружности LSP, противъ стороны LP (черт. 476), то

$$\alpha+\beta+\mu+\nu<180^0.$$

Въ остальныхъ же случаяхъ

$$\alpha+\beta+\mu+\nu>180^0.$$

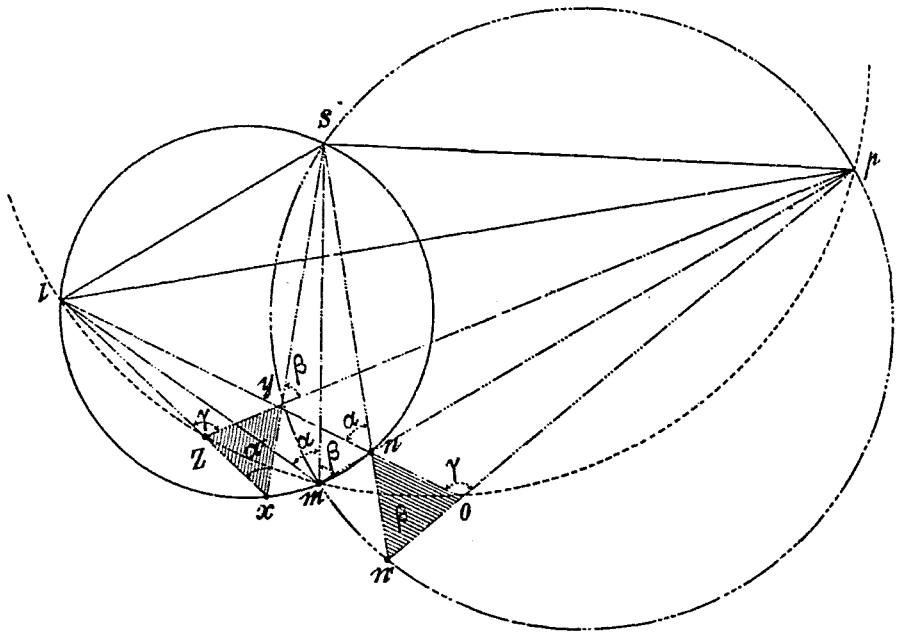
Сопоставленіе двухъ случаевъ, относящихся до чертежа 497 съ пятью случаями черт. 496 и 497 (случай нахожденія точки M внутри $\triangle LSP$ мы отбрасываемъ, какъ уже ранѣе разобранный нами) доказываетъ вторую половину второго положенія Лемана относительно назначенія точки m внѣ треугольника погрѣшностей xyz.

Способъ Боненбергера. Способъ Боненбергера состоитъ въ томъ, что если намъ будутъ даны 3 точки мѣстности L, S и P и соотвѣтствующее ихъ взаимное положеніе на мензулѣ l, s и p, то можно опредѣлить 4-ю точку M стоянія съ мензулой слѣдующимъ образомъ: *орiентировать мензулу приближенно на глазъ* и, визируя черезъ точки l, s и p мензулы на соотвѣтствующія точки L, S и P мѣстности, получить треугольникъ погрѣшностей $nn'o$ (черт. 498), въ которомъ при точкѣ n будетъ уголъ $\alpha=lns$, а при точкѣ n' уголъ $\beta=sn'p$. Затѣмъ *съ помощью микрометреннаго винта выводимъ мензулу изъ ея первоначальнаго положенія*, сдѣлавъ два—три оборота винтомъ, и, такимъ же образомъ вновь визируя черезъ точки l, s и p мензулы на точки L, S и P мѣстности, получимъ новый треугольникъ погрѣшностей xyz, въ которомъ при точкѣ x будетъ уголъ α (lxs) и при точкѣ y—уголъ β (syp). Если теперь проведемъ три окружности: 1) одну вмѣщающую уголъ α, черезъ точки l и s, то она пройдетъ черезъ точки n и x, потому что при нихъ лежитъ уголъ α, опирающійся на хорду ls; 2) окружность, вмѣщающую уголъ β, черезъ точки s и p; она пройдетъ черезъ точки n' и y, потому что при нихъ лежитъ уголъ β, опирающійся на хорду sp и 3) наконецъ проведемъ 3-ю окружность черезъ точки l, p и o, вмѣщающую уголъ $lop=\gamma=\alpha+\beta$ (изъ треугольника $nn'o$ видимъ, что уголъ lop, какъ внѣшній, равенъ суммѣ двухъ угловъ $n'no=\alpha$ и $nn'o=\beta$); эта окружность пройдетъ черезъ точку z, при которой лежитъ уголъ $lzp=\alpha+\beta$ и опирающійся такъ же, какъ и γ, на хорду lp. Эти три окружности должны пройти черезъ искомую нами точку, какъ вмѣщающія углы $lns=\alpha$, $smp=\beta$ и $lmp=\gamma$, т. е. пересѣчься въ искомой нами точкѣ. На мензулѣ вмѣсто проведенія 3-хъ вышеописанныхъ окружностей проводятъ прямыя линіи: первую—черезъ точки n и x, вторую—черезъ n' и y (и въ случаѣ надобности 3-ю—черезъ o и z); пересѣченіе этихъ трехъ линій и дастъ *приближенно искомую точку* m.

Орiентированіе планшета *вновь дѣлается* по линіи ms.

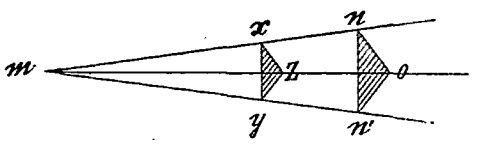
Если точка m опредѣлилась хорошо, то третьяго треугольника погрѣшностей не получится, иначе весь пріемъ снова повторяется. Если для полученія второго треугольника погрѣшностей вращеніе мензульной доски около ея вертикальной оси было сдѣлано движеніемъ, уклоняющимъ линіи мензулы отъ истиннаго ихъ положенія въ сторону, противоположную,

сравнительно съ положеніемъ мензулы при полученіи перваго треугольника погрѣшностей, то *оба* треугольника будутъ обращены вершинами *o* и *z* въ разныя стороны *отъ линіи sm — средняго визированія* (черт. 498).



Черт. 498.

Но можетъ случиться, что *z* и *o* лягутъ по одну сторону отъ линіи средняго визированія (черт. 499); тогда искомая точка *m* ляжетъ по другую сторону отъ линіи средняго визированія. Такое расположеніе будетъ имѣть мѣсто только тогда, когда уклоненіе мензулы отъ истиннаго положенія во второй разъ произошло въ ту же сторону, что и въ первый разъ. Если ориентировать мензулу не на глазъ, а *по буссоли*, то при этомъ иногда совсѣмъ не получается треугольника погрѣшностей, и искомая точка опредѣляется сразу пересѣченіемъ трехъ линій визированія.



Черт. 499.

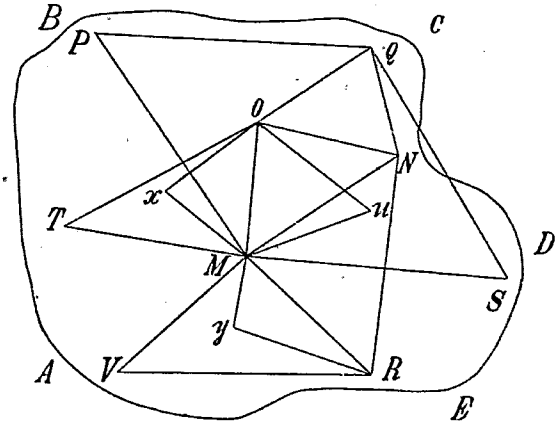
§ 276. Снарядъ Болотова [1]). Кромѣ геометрическихъ рѣшеній для той же цѣли употребляется иногда или снарядъ Болотова, или прозрачная бумага. Снарядъ Болотова состоитъ изъ трехъ горизонтальныхъ линеечекъ, вращающихся около одной общей вертикальной (въ видѣ иглы) оси, проходящей черезъ одни концы лежащихъ другъ на другѣ тонкихъ линеекъ. Надъ осью, сверху линеекъ помѣщается глазной діоптръ; при надавливаніи на него сверху линеекъ, снизу выдвигается игла. На противоположныхъ концахъ линеекъ помѣщены предметные діоптры. Эти три линейки соединены между собою попарно (для образованія между ними угловъ α и β) двумя съ прорѣзами пластинками, прикрѣпляемыми къ линейкамъ нажи-

[1]) См., напр. „Топографію В. Витковскаго", гдѣ снарядъ изображенъ въ видѣ круглаго транспортира съ 3 алидадами.

мательными винтами и служащими для воспрепятствованія измѣненію сообщеннаго линейкамъ относительнаго положенія. Употребленіе снаряда слѣдующее: поставивъ его на доску въ любой точкѣ и смотря въ глазной діоптръ, направляютъ лѣвую и среднюю линейки на лѣвый и средній предметы мѣстности и закрѣпляютъ винты первой съ прорѣзами пластинки, соединяющей обѣ эти линейки; т. е. строятъ уголъ α; затѣмъ, осторожно наводятъ правую линейку на правый предметъ мѣстности,(строятъ уголъ β) закрѣпляютъ винты второй пластинки (между среднею и правою линейками) и повѣряютъ—проходятъ ли всѣ 3 коллимаціонныя плоскости *точно* черезъ соотвѣтственные предметы мѣстности, см. черт. 475. Послѣ этого, не измѣняя относительнаго положенія линеекъ, передвигаютъ снарядъ на планшетѣ такъ, чтобы правыя ребра трехъ горизонтальныхъ линеекъ прошли чрезъ соотвѣтственныя 3 точки планшета l, s, p и, придавивъ сверху глазной діоптръ, накалываютъ точку, которая и будетъ искомой.

Опредѣленіе точки посредствомъ прозрачной бумаги дѣлается такъ: кладутъ на планшетъ листъ прозрачной бумаги и чрезъ произвольно взятую на ней точку дѣлаютъ 3 направленія на 3 данныя точки мѣстности обыкновеннымъ визирнымъ снарядомъ, при этомъ прочерчиваютъ линіи по скошенному его ребру. Затѣмъ, снявъ съ бумаги визирный снарядъ, передвигаютъ прозрачный листъ по планшету до тѣхъ поръ, пока прочерченныя линіи визированія, т. е. стороны угловъ α и β, не пройдутъ чрезъ данныя на планшетѣ 3 точки и, наколовъ общую точку пересѣченія на прозрачной бумагѣ этихъ линій[1]), получимъ на планшетѣ искомую точку. Способъ этотъ, вслѣдствіе небольшой своей точности, происходящей отъ неровности и растяженія бумаги, уступаетъ всѣмъ предшествующимъ.

§ 277. Мензульная съемка, основанная на составленіи геометрической сѣти. Если данный участокъ покрытъ цѣлымъ рядомъ контуровъ, то производить мензульную съемку, примѣняя непосредственно обыкновенные четыре способа (обхода, засѣчекъ, полярный, промѣровъ съ вѣхи на вѣху), постепенно переходя отъ одного изъ нихъ, напримѣръ, центральнаго контура къ другимъ, не принявъ во вниманіе общаго очертанія участка, невыгодно, такъ какъ при примыканіи снимаемыхъ границъ послѣдующихъ контуровъ къ границамъ предшествующихъ окажется, что контуры, снятые подъ конецъ работы, не займутъ на планшетѣ относительно контуровъ, снятыхъ въ началѣ, того положенія, какое они имѣютъ въ дѣйствительности, а болѣе или менѣе уклонятся въ сторону *вслѣдствіе накопленія неизбѣжныхъ погрѣшностей измѣреній*. Для возможнаго устраненія этого накопленія погрѣшностей, передъ производствомъ съемки контуровъ опредѣляютъ на снимаемомъ участкѣ $ABCDEA$ (черт. 500



Черт. 500.

[1]) Черезъ которую дѣлали 3 визированія.

взаимное положеніе такъ называемыхъ *основныхъ* или *опорныхъ точекъ*: *O*, *M*, *N*, *u*, *Q*, *P*, *T*, *x*, *y*, *V*, *R*, *S*, *при возможно маломъ числѣ установокъ инструмента и при возможно большихъ между ними разстояніяхъ, какія только допускаетъ сила зрѣнія визирнаго снаряда.* Допустимъ, что эти точки выбраны такъ, что изъ каждой видно *не менѣе* двухъ другихъ, тогда, соединяя ихъ по три, получимъ на мѣстности *сѣть треугольниковъ или тріангуляцію* [1]). Точки *O*, *M*, *N*,... будучи равномѣрно размѣщены по всему участку, послужатъ не только основаніемъ для съемки контуровъ, но и средствомъ постояннаго контроля надъ сдѣланными вновь опредѣленіями положеній точекъ контуровъ (по положенію основныхъ точекъ). Необходимость предварительнаго опредѣленія опорныхъ пунктовъ подтверждается также и основнымъ правиломъ съемки, высказаннымъ, какъ въ главѣ предварительныхъ понятій, такъ и во II главѣ, что порядокъ производства съемки долженъ быть таковъ, чтобы работа постепенно переходила отъ *общаго къ частному* (см. § 133, стр. 253—„О съемкѣ контуровъ въ общей связи“).

Тріангуляція бываетъ; *тригонометрическая* и *геометрическая*. Когда опредѣленіе относительнаго положенія пунктовъ тріангуляціи производится *вычисленіемъ*, т. е. *тригонометрическимъ рѣшеніемъ* треугольниковъ по числовымъ величинамъ: 1) одной изъ сторонъ треугольниковъ и 2) по измѣреннымъ угламъ всѣхъ треугольниковъ сѣти, съ цѣлью отысканія числовыхъ величинъ *координатъ* всѣхъ вершинъ треугольниковъ, тогда сѣть называется *тригонометрическою*; если же опредѣленіе пунктовъ сѣти дѣлается графически, т. е. *геометрическимъ построеніемъ* на бумагѣ треугольниковъ, подобныхъ воображаемымъ на мѣстности, и результатомъ является только чертежъ, то такая тріангуляція называется *геометрическою*. При съемкахъ геометрическую сѣть составляютъ или независимо отъ сѣти *тригонометрической*, или же основываютъ ее на этой послѣдней. Геометрическая сѣть тогда не основывается на тригонометрической сѣти, когда въ данной мѣстности не имѣется на лицо этой послѣдней; обыкновенно же, тригонометрическая сѣть кладется въ основаніе геометрической сѣти.

Разсмотримъ здѣсь составленіе и пользованіе исключительно геометрическою сѣтью; составленіе же тригонометрической сѣти разсмотримъ въ одной изъ слѣдующихъ главъ.

Составленіе геометрической сѣти заключается въ выполненіи слѣдующихъ отдѣльныхъ дѣйствій: 1) обзоръ или *рекогносцировка* мѣстности, 2) выборъ и обозначеніе пунктовъ сѣти сигналами (вѣхами), 3) выборъ и измѣреніе базиса и 4) наконецъ, нанесеніе пунктовъ сѣти на планшетъ, т. е. построеніе сѣти.

Выборъ точекъ сѣти. Чтобы пункты сѣти удовлетворяли своему назначенію, ихъ выбираютъ на возвышенныхъ и открытыхъ мѣстахъ, заранѣе замѣченныхъ при осмотрѣ—рекогносцировкѣ мѣстности, при томъ такъ,

---

[1]) Названіе тріангуляціи происходитъ отъ латинскаго слова triangulus — треугольникъ. Тріангуляція была предложена въ 1615 году голландцемъ Снелліусомъ, которымъ предложена задача Патенота.

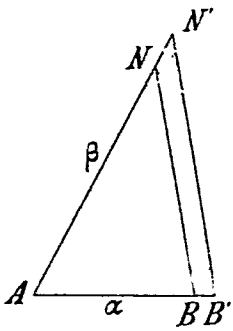
чтобы съ каждаго изъ нихъ было видно возможно большее число другихъ (не менѣе двухъ). Чтобы удобнѣе было ими пользоваться, какъ *опорными* при съемкѣ, ихъ стараются выбрать на вершинѣ горы, въ устьѣ оврага, или на такихъ мѣстахъ, *гдѣ сходятся нѣсколько контуровъ*, а также при пересѣченіи дорогъ или на рѣзко обозначившихся ихъ изгибахъ, при сліяніи ручьевъ и т. п. При выборѣ точекъ сѣти не слѣдуетъ упускать изъ виду, что положеніе ихъ на планшетѣ будетъ опредѣлено засѣчками, а потому необходимо наблюдать, чтобы стороны воображаемыхъ треугольниковъ, пересѣченіями которыхъ онѣ опредѣляются, не образовали бы слишкомъ острыхъ или тупыхъ угловъ. Засѣчка считается надежною, если она сдѣлана, какъ сказано выше, подъ углами не менѣе 30° и не болѣе 150°. Наконецъ, при выборѣ пунктовъ сѣти надо помнить, что для возможнаго избѣжанія накопленія неизбѣжныхъ погрѣшностей, опредѣленіе пунктовъ должно быть произведено при возможно меньшемъ числѣ постановокъ инструмента.

Взаимное разстояніе между избираемыми на мѣстности пунктами сѣти зависитъ какъ отъ характера мѣстности, такъ и отъ масштаба съемки: чѣмъ болѣе на мѣстности снимаемыхъ контуровъ и чѣмъ они мельче, тѣмъ менѣе стороны треугольниковъ сѣти. Точно такъ же,—чѣмъ мельче масштабъ, тѣмъ длиннѣе на мѣстности должны быть стороны треугольниковъ; вообще же *желательно, чтобы стороны треугольниковъ на планшетѣ представлялись линіями не короче двухъ дюймовъ, а число пунктовъ сѣти должно быть таково, чтобы на каждые четыре квадратныхъ дюйма плана приходилось въ среднемъ не менѣе одного пункта.*

Обозначеніе точекъ сѣти. Если на избранныхъ пунктахъ нѣтъ естественныхъ сигналовъ: колоколенъ, башенъ, верстовыхъ столбовъ, отдѣльныхъ деревьевъ и т. п., то ставятъ на нихъ большія вѣхи, вышиною отъ $1^1/_2$ до 3 саженъ. Для лучшей видимости вѣхъ на ихъ верхушки набиваютъ флаги, навязываютъ хворостъ или солому, также прибиваютъ дощечку, а иногда и двѣ, сложенныя накрестъ и т. п., разнообразя эти значки для того, чтобы можно было различать издали одну вѣху отъ другой.

Выборъ базиса и его длина. Для возможности опредѣленія на бумагѣ относительнаго положенія пунктовъ сѣти *засѣчками измѣряется на мѣстности одна изъ сторонъ* треугольниковъ, напр. *MO* (черт. 500), которая называется тогда *базисомъ* или *основаніемъ* сѣти. Мѣсто для базиса избирается одновременно съ выборомъ мѣстъ для пунктовъ сѣти, причемъ наблюдается, чтобы онъ находился по возможности на горизонтальной мѣстности и посерединѣ снимаемаго участка и на почвѣ ровной, не пересѣкаемой препятствіями — оврагами, рѣками, болотами. *Средина участка есть наиболѣе выгодное мѣсто для базиса* потому, что, при опредѣленіи положенія пунктовъ относительно базиса, неизбѣжныя погрѣшности не будутъ накопляться и вліять *въ одну какую-нибудь сторону*, а будутъ *равномѣрно* распредѣляться по всѣмъ направленіямъ; вслѣдствіе этого можно разсчитывать и на болѣе точное опредѣленіе положенія пунктовъ сѣти, при которомъ *нанесенное на планшетъ положеніе пунктовъ возможно ближе будетъ подходить къ ихъ истинному положенію.*

Длина базиса обусловливается масштабомъ съемки и размѣрами снимаемаго участка. Дѣйствительно, пусть при нанесеніи пунктовъ сѣти на бумагу существуетъ пока только одна погрѣшность—отъ неточнаго нанесенія на планшетъ длины базиса, тогда базисъ длиною, напр., въ 300 саж. нанесенный въ масштабѣ $\frac{1}{8400}$ (точность котораго $\frac{1}{200}$ дюйма $= 0{,}5$ саж.) будетъ ошибоченъ на 0,5 саж., т. е. онъ будетъ короче или длиннѣе на 0,5 сажени, слѣдовательно будетъ имѣть абсолютную ошибку 0,5 саж., а относительную (на единицу длины)— $\frac{0{,}5}{300} = \frac{1}{600}$. Тотъ же базисъ, нанесенный въ масштабѣ $\frac{1}{4200}$, будетъ имѣть абсолютную ошибку 0,25 саж., а относительную $\frac{0{,}25}{300} = \frac{1}{1200}$. Отсюда видимъ, что *точность нанесенія базиса возрастаетъ съ увеличеніемъ масштаба.* Если теперь $AB = \alpha$ (черт. 501) есть базисъ, а N одинъ изъ крайнихъ пунктовъ снимаемаго участка, $BB' = d\alpha$ представляетъ абсолютную ошибку базиса, то, при отсутствіи другихъ погрѣшностей, пунктъ N получится засѣчкою съ точекъ A и B' въ точкѣ N'; полагая $AN = \beta$ и обозначая NN' черезъ $d\beta$, изъ подобія треугольниковъ ANB и $AN'B'$ найдемъ



Черт. 501.

$$\frac{AB}{BB'} = \frac{AN}{NN'} \text{ или } \frac{\alpha}{\beta} = \frac{d\alpha}{d\beta}; \text{ откуда}$$

$$d\beta = \frac{\beta}{\alpha}\, d\alpha,$$

т. е. погрѣшность въ опредѣленіи пункта N, лежащаго близъ границы снимаемаго участка, во столько разъ болѣе погрѣшности нанесенія на планшетъ базиса, во сколько разъ разстояніе этого пункта отъ одного изъ концовъ базиса болѣе длины самого базиса.

Если погрѣшность $d\beta$ не должна превышать извѣстнаго предѣла, напр., 3 саженей, то, зная точность $d\alpha$ масштаба съемки, можно (по предыдущей пропорціи) вычислить длину α. Такъ, если наибольшее разстояніе β пункта N сѣти конца B базиса есть 4 версты $= 2000$ саж., а точность даннаго для съемки масштаба $\frac{1}{8400}$ есть 0,5 саж., то наименьшая длина α базиса опредѣляется изъ равенства

$$\frac{\alpha}{2000} = \frac{0{,}5}{3} \text{ и будетъ } \alpha = \frac{1000}{3} = 333{,}33 \text{ саж.},$$

т. е. базисъ долженъ быть не короче 334 саж. или не короче 3,4 дюйма.

Изъ этого примѣра видимъ, что для болѣе точнаго опредѣленія положенія пунктовъ сѣти *длина базиса должна быть тѣмъ болѣе*, чѣмъ мельче масштабъ съемки и *чѣмъ болѣе размѣры снимаемаго участка.*

Такъ какъ точки сѣти опредѣляются на планшетѣ по базису, то длина его обусловливаетъ также и длину стороны треугольника сѣти, относительно которой уже сказано было, чтобы она была не короче двухъ

дюймовъ. Поэтому, если, на основаніи предыдущаго, предѣлъ базиса выйдетъ короче двухъ дюймовъ, то его дѣлаютъ такой длины, чтобы онъ былъ все-таки не короче двухъ дюймовъ.

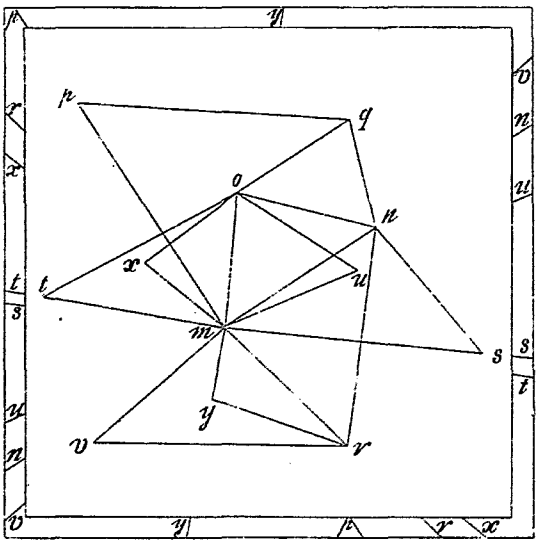
Измѣреніе базиса. Когда мѣсто для базиса выбрано, то его предварительно провѣшиваютъ не менѣе какъ 2-мя вѣхами (см. § 17); послѣ этого *измѣряютъ базисъ стальною лентою* (въ крайнемъ случаѣ цѣпью) *не менѣе трехъ разъ*. Среднее ариѳметическое изъ результатовъ измѣренія, приведенное (по измѣренному углу наклоненія) къ горизонту, принимается за длину базиса. Такъ какъ для базиса избирается мѣсто благопріятное для измѣренія, то среднее ариѳметическое не должно отличаться отъ отдѣльныхъ результатовъ измѣренія болѣе чѣмъ на $\frac{1}{1000}$ долю его длины; въ противномъ случаѣ результатъ, дающій большую разницу, долженъ быть отброшенъ и замѣненъ новымъ измѣреніемъ. Такъ, если при измѣреніи базиса получены результаты: 357,3; 355,8; 357,7; то среднее ариѳметическое изъ перваго и третьяго измѣренія будетъ = 357,5. Разность 357,5—355,8 = 1,7 составляетъ $\frac{1,7}{357,5} = \frac{1}{210}$ дюлю; а потому второй результатъ долженъ быть отброшенъ. Пусть новое измѣреніе базиса дало 357,4, оно оказывается удачнымъ, такъ какъ почти выражаетъ вѣроятную величину базиса.

Нанесеніе пунктовъ сѣти на планшетъ. Передъ нанесеніемъ пунктовъ сѣти на мензульный листъ, на немъ строятъ рамку, въ видѣ квадрата, такихъ размѣровъ, чтобы за сторонами этого квадрата оставалось до краевъ доски, по крайней мѣрѣ, по одному дюйму *для прочерчиванія концовъ линій, служащихъ для оріентированія планшета.*

Построеніе квадрата на листѣ планшета можно произвести такъ: проведя съ угла на уголъ доски двѣ діагонали, откладываютъ на одной изъ нихъ, отъ точки ея пересѣченія длину полудіагонали, вычисленную по формулѣ $^1/_2\ ac = {}^1/_2\ ab\ \sqrt{2}$, гдѣ ab есть данная сторона квадрата. Затѣмъ, принимая послѣдовательно точки a и c за центры, описываютъ по обѣимъ сторонамъ отъ линіи ac дуги радіусомъ ab. Соединеніе пересѣченій этихъ дугъ съ точками a и c дастъ искомый квадратъ $abcd$, который можетъ быть повѣренъ тѣмъ, что обѣ его діагонали должны быть равны между собою. Если ab должно быть равно 5 дюймамъ, то $^1/_2\ ac = 3,54$ дюйма. Передъ нанесеніемъ пунктовъ *сѣти* необходимо также рѣшить слѣдующій вопросъ: *помѣстится ли данный участокъ внутри построеннаго квадрата (рамки) или нѣтъ?* Для рѣшенія его надо знать длину наибольшаго протяженія по снимаемому участку, а это можетъ быть извѣстно или по имѣющейся у съемщика подъ руками картѣ, или, за отсутствіемъ ея, по оцѣнкѣ этой длины на-глазъ при выборѣ пунктовъ сѣти на мѣстности. Пусть обнаружилось, что наибольшее протяженіе по участку = 6 верстамъ = 3000 саж. Если сторона рамки = 20 дюймамъ, то при масштабѣ $\frac{1}{8400}$, въ которомъ, допустимъ, должна быть произведена съемка, это составитъ 2000 саж. или 4 версты, и такъ какъ можетъ случиться, что наибольшая длина участка расположится при съемкѣ по направленію сто-

роны квадрата, то, сравнивая послѣднее число съ наибольшимъ протяженіемъ участка (6 верстъ), видимъ, что нашъ участокъ при указанномъ масштабѣ не можетъ помѣститься на одномъ планшетѣ. Итакъ, при нанесеніи пунктовъ сѣти на планшетъ, могутъ быть два случая: 1) когда участокъ помѣщается въ масштабѣ съемки на одномъ планшетѣ и 2) когда онъ не помѣщается.

Сначала разсмотримъ *нанесеніе пунктовъ сѣти въ томъ случаѣ, когда данный участокъ помѣщается на одномъ планшетѣ*. Положимъ, что намѣчая пункты на участкѣ *ABCDE* (черт. 500), при рекогносцировкѣ имѣлось въ виду: 1) принять линію *MO* за базисъ, 2) опредѣлить съ его концовъ пункты *N*, *u*, *T*, и *x*; затѣмъ 3) опредѣлить обратной засѣчкой по *O* и *N* точку *Q*, и провѣрить это опредѣленіе обратной засѣчкой по пунктамъ *T* и *u*; 4) съ *Q* и *M* опредѣлить пунктъ *P*, 5) пункты *R* и *S* опредѣлить по *M* и *N* и провѣрить этотъ послѣдній обратной засѣчкой по видимымъ съ него пунктамъ *Q*, *u* и *R*, 6) съ пунктовъ *M* и *R* опредѣлить пункты *V* и *y* и, наконецъ, 7) перейдя съ мензулою на пунктъ *T*, провѣрить его по пунктамъ *P*, *Q*, *x* и *R*, послѣ чего съ того же пункта провѣрить опредѣленіе пунктовъ *V* и *y*. Дѣйствовать такимъ путемъ предполагалось съ цѣлью, чтобы не только опредѣлить всѣ пункты сѣти, но еще и провѣрить полученное на планшетѣ взаимное ихъ положеніе. Исполненіе составленнаго проекта начинаютъ съ того, что становятся съ мензулою въ одинъ изъ концовъ базиса, напр., *M*, вынувъ сперва, *если этого требуетъ масштабъ съемки*, вѣху, стоящую въ этомъ пунктѣ, хотя лучше вѣхи ставить нѣсколько наклонно (см. стр. 582, черт. 368) и не вынимать разъ установленныя вѣхи. Въ точкѣ *M* приводятъ мензулу въ горизонтальное положеніе сперва на-глазъ, оріентируютъ *по буссоли* какую-нибудь сторону рамки (по магнитному или, если извѣстно склоненіе магнитной стрѣлки, то по истинному меридіану) и назначаютъ на мензулѣ точку *m* (черт. 502), соотвѣтствующую точкѣ стоянія *M*, съ такимъ разсчетомъ, чтобы весь снимаемый участокъ могъ помѣститься внутри начерченнаго на планшетѣ квадрата. Затѣмъ мензулу точно центрируютъ точкою *m*, приводятъ по уровню планшетъ въ горизонтальное положеніе и снова оріентируютъ по меридіану. Послѣ этого прекращаютъ грубое вращеніе доски закрѣпленіемъ станового винта подставки мензулы. Убѣдившись въ неподвижности планшета, прикладываютъ ребро линейки визирнаго снаряда къ *m* и визируютъ на другой конецъ *o* базиса; при этомъ по линейкѣ прочерчиваютъ линію какъ на краяхъ планшета, такъ и внутри рамки такой длины,



Черт. 502.

чтобы на ней можно было отложить по масштабу съемки измѣренный базисъ. Отложивъ длину базиса *mo*, визируютъ на всѣ видимыя изъ *M* точки *P*, *X*, *T*, *V*, *Y*, *R*, *S*, *U* и *N* и проводятъ на планшетѣ линіи: *mp*, *mx*, *mt*, *mv*, *my*, *mr*, *ms*, *mu*, и *mn*. Покончивъ всѣ визированія съ точки *M*, снова повѣряютъ оріентировку планшета по базису. Если она вѣрна, то это удостовѣритъ, что планшетъ не измѣнилъ своего положенія во время визированій; въ противномъ случаѣ всѣ прочерченныя съ этой точки направленія должны быть провѣрены и, если надо, исправлены. Далѣе (если рельефъ не снимается на планъ) мензулу снимаютъ съ точки *M* и переносятъ ее на другой конецъ базиса, въ точку *O*. Здѣсь вновь мензулу центрируютъ надъ *O*, доску приводятъ въ горизонтальное положеніе и оріентируютъ линіею *om* по вѣхѣ *M*, т. е. по линіи *OM*. Послѣ этого закрѣпляютъ доску и, *провѣривъ снова отложенную длину mo базиса*, дѣлаютъ визированія на вѣхи *U*, *N*, *T* и *X*, засѣкая направленія, сдѣланныя на эти точки изъ *M*. Вслѣдствіе чего на планшетѣ получаются точки *u*, *n*, *t* и *x*; при этомъ наблюдаютъ, чтобы засѣчки не были слишкомъ остры или тупы. Изъ точки *O* прочерчиваютъ визированіе на новую точку *Q*. Убѣдившись провѣркою оріентировки въ томъ, что планшетъ сохранилъ данное ему вначалѣ положеніе, снимаютъ мензулу, и переносятъ инструментъ въ одну изъ точекъ съ наиболѣе благопріятной засѣчкой, сдѣланной съ концовъ базиса, напр., *N*. Въ точкѣ *N* мензулу центрируютъ точкою *n* и оріентируютъ по *no*; послѣ этого положеніе точки *n* провѣряютъ обратной засѣчкой съ точки *m* базиса, т. е. удерживая скошенный край линейки кипрегеля у точки *m* и визируя на *M*. Убѣдившись въ вѣрности опредѣленія точки *n*, провѣряютъ положеніе точекъ *t*, *x* и *u*, для чего послѣдовательно прикладываютъ край линейки кипрегеля къ *n* и *t*, къ *n* и *x*, къ *n* и *u*, и смотрятъ покрываетъ ли крестъ нитей трубы вершины вѣхъ *T*, *X*, *U*. Въ случаѣ, если точка *n* оказалась бы не вѣрно засѣченной съ концовъ базиса, то необходимо вновь вернуться въ точки *O* и *M* для новаго опредѣленія точки *N*. Изъ точки *N* переходятъ въ точку *Q*. Назначивъ на направленіи *oq* примѣрное положеніе точки *q*, устанавливаютъ мензулу надъ *Q* надлежащимъ образомъ, оріентируютъ ее по направленію *qo* и получаютъ точку *q* обратною засѣчкою чрезъ *n* на *N*. Прежде чѣмъ приступить къ визированію съ этой точки на вновь открывшіяся, надо провѣрить ея опредѣленія на планшетѣ, равно какъ и точекъ *t*, *x*, *u* и *n*. Для этого прикладываютъ ребро линейки визирнаго снаряда послѣдовательно къ точкамъ: *q* и *t*, *q* и *x*, *q* и *u*, *q* и *n* и смотрятъ,—проходитъ ли коллимаціонная плоскость чрезъ *T*, *X*, *U* и *N*; при этомъ могутъ быть такіе случаи: 1) коллимаціонная плоскость проходитъ послѣдовательно чрезъ всѣ эти вѣхи, 2) коллимаціонная плоскость проходитъ чрезъ нѣкоторыя точки, напримѣръ, *T*, *U* и *N*, а чрезъ другія, напримѣръ, черезъ *X* не проходитъ и 3) коллимаціонная плоскость не проходитъ ни чрезъ одну изъ предыдущихъ вѣхъ. Въ первомъ случаѣ можно почти съ достовѣрностью утверждать, что какъ *q*, такъ и *t*, *x*, *u* и *n* опредѣлены вѣрно. Во второмъ случаѣ слѣдуетъ сдѣлать весьма вѣроятное предположеніе, что точка *x* невѣрно нанесена на планшетъ; и имѣя это

въ виду, надо будетъ опредѣлить ее съ другихъ точекъ, на которыя будемъ становиться съ мензулою (напр., *Q* и *R*). Наконецъ, причиною появленія третьяго случая можетъ быть: или невѣрное оріентированіе планшета въ *Q*, или невѣрное опредѣленіе самой точки *q*. Если повѣрка оріентированія не приводитъ къ благопріятному результату, то невѣрность могла произойти отъ невѣрнаго проведенія направленія *oq*. Тогда, возвратившись съ мензулою въ *o*, провѣряютъ направленія *oq* и *on*. При невѣрности направленія *oq*, проводятъ новое, переходятъ опять въ *Q*, снова оріентируются по *qo* и снова опредѣляютъ *q* чрезъ *n*. Если же въ *O* окажется, что оба направленія *oq* и *on* вѣрны или направленіе *oq* вѣрно, а *on* невѣрно, то оба эти обстоятельства даютъ возможность предполагать невѣрность опредѣленія точки *n*. Перейдя опять изъ *O* въ *Q*, опредѣляютъ *q* уже не по *n*, а по другой какой-нибудь точкѣ, напримѣръ, по *u*. Опредѣливъ такимъ образомъ *q* и провѣривъ ее по другимъ точкамъ, засѣкаютъ направленія *mp* и *ms*, а также, если надо, и направленіе *on*. Послѣ этого вновь повѣривъ оріентированіе, снимаютъ мензулу съ *Q* и переносятъ ее въ *R*, гдѣ, установивъ ее надлежащимъ образомъ, опредѣляютъ *r* обратною засѣчкою чрезъ *n*, провѣряютъ ее на всѣ видимыя съ нея точки *T*, *P*, *X*, *N*, *S* и опредѣляютъ новыя точки *y* и *v*. Въ заключеніе для повѣрки, главнымъ образомъ, точекъ *y* и *v* переносятъ мензулу въ *T* и провѣряютъ окончательно всѣ видимые пункты.

Такимъ образомъ *обходятъ съ мензулою всѣ пункты сѣти*, а черезъ это на планшетѣ они не только будутъ опредѣлены, но и провѣрены.

Къ сказанному о нанесеніи тріангуляціи нужно добавить: 1) предположенный распорядокъ работы можетъ подвергнуться во время ея хода нѣкоторому измѣненію, если при опредѣленіи точекъ обнаружится, что нѣкоторыя изъ нихъ получаются подъ острыми или тупыми углами, или встрѣтятся какія-либо невѣрности;

2) для послѣдующей постановки инструмента нужно брать точку, дальше отстоящую отъ предыдущей, чрезъ что уменьшается число станцій, а слѣдовательно и накопленіе неизбѣжныхъ погрѣшностей;

3) такъ какъ каждый пунктъ тріангуляціи можетъ опредѣляться пересѣченіемъ болѣе, чѣмъ двухъ направленій, то, для избѣжанія накопленія слишкомъ большого числа прочерченныхъ за рамкою направленій, достаточно дѣлать эти продолженія только съ нѣкоторыхъ изъ пунктовъ, съ которыхъ получается болѣе благопріятная засѣчка;

4) вставъ съ мензулою на какой-нибудь пунктъ сѣти и оріентировавъ планшетъ, нужно прежде всего провѣрить на планшетѣ точку стоянія по имѣющимся на планшетѣ пунктамъ и уже только послѣ этого приступить къ опредѣленію новыхъ точекъ;

5) каждую точку на планшетѣ, послѣ ея провѣрки, накладываютъ круглою наколкою съ зачерненіемъ образовавшагося углубленія остріемъ карандаша, затѣмъ, стеревъ резиною пересѣченіе линій ее опредѣляющихъ, обводятъ точку маленькимъ треугольникомъ или кружкомъ.

Когда *снимаемый участокъ не помѣщается на одномъ планшетѣ*, то нанесеніе составленной на мѣстности сѣти производится по двумъспособамъ.

Въ первомъ способѣ это нанесеніе дѣлается въ томъ же масштабѣ, который предположенъ и для съемки подробностей. Самыя дѣйствія состоятъ въ слѣдующемъ: съ измѣреннаго базиса, выбраннаго въ срединѣ участка, наносятъ на первый планшетъ тѣ точки мѣстности, которыя на немъ помѣстятся, и при томъ въ той послѣдовательности, какъ предположено: затѣмъ *точки, лежащія вблизи стороны рамки, переносятся на слѣдующіе планшеты и, принявъ за новый базисъ или разстояніе между двумя перенесенными пунктами, или разстояніе вновь измѣренное,* продолжаютъ нанесеніе сѣти на этомъ второмъ планшетѣ [1]). Поступая такимъ же образомъ далѣе, получаютъ всю сѣть на нѣсколькихъ планшетахъ, на которыхъ послѣ этого и производится съемка подробностей. По окончаніи нанесенія на каждомъ планшетѣ пунктовъ сѣти, производится на немъ съемка подробностей и иллюминовка контуровъ планшета, послѣ чего, еще *не срѣзая листа съ доски,* съемщикъ измѣряетъ на немъ всѣ тѣ величины, которыя опредѣляютъ положенія переносимыхъ пунктовъ, и записываетъ ихъ; за симъ, по срѣзкѣ съ доски листа, покрытаго съемкой, и наклейки на нее чистой бумаги, строятъ въ ней квадратъ, равный квадрату перваго планшета, и наносятъ точки по сдѣланнымъ записямъ. Такая предосторожность необходима потому, что по срѣзкѣ бумаги съ доски, она сядетъ, вслѣдствіе чего, и измѣнится какъ относительное расположеніе пунктовъ сѣти между собою, такъ и положеніе ихъ относительно сторонъ рамки [2]).

Второй способъ нанесенія пунктовъ тріангуляціи участка, *не* помѣщающагося въ заданномъ масштабѣ на одномъ мензульномъ листѣ, основанъ на такомъ *измѣненіи заданнаго масштаба,* чтобы весь участокъ расположился на одномъ плашетѣ.

Самое нанесеніе сѣти въ этомъ масштабѣ производится такъ же, какъ и прежде, т. е. начавъ съ нанесенія на планшетъ базиса, постепеннымъ переходомъ изъ одной точки въ другую съ мензулою получаютъ засѣчками всѣ пункты тріангуляціи на одномъ листѣ.

Уменьшать масштабъ общей сѣти дозволяется не болѣе какъ въ 3 раза, ибо при перенесеніи пунктовъ съ общаго планшета на частные во сколько же разъ будутъ увеличены и неизбѣжныя погрѣшности измѣренія линій на планѣ, и тріангуляція не достигнетъ цѣли — дать вѣрныя опорныя точки для съемки подробностей. Положеніе перенесенныхъ пунктовъ сѣти необходимо провѣрить на мѣстности.

Если однако снимаемый участокъ настолько великъ, что требуется большое уменьшеніе масштаба общей сѣти, то это затрудненіе обходится тѣмъ, что, уменьшивъ масштабъ сѣти все-таки не болѣе какъ въ 3 раза, снимаютъ ее на нѣсколькихъ планшетахъ, которые затѣмъ и разбиваются на частные для съемки.

§ 278. Съемка контуровъ мензулою. Когда тріангуляція составлена и нанесена на планшетъ, тогда приступаютъ къ съемкѣ контуровъ. При этомъ, смотря

---

[1]) Перенесеніе дѣлается помощью координатъ, взятыхъ относительно рамки.

[2]) Интересующимся способами перенесенія пунктовъ сѣти съ одного планшета на другой рекомендуется просмотрѣть эту статью въ части I *Курса Низшей Геодезіи А. Бикъ.*

по условіямъ, представляемымъ мѣстностью, и удобствамъ, употребляютъ тотъ или другой изъ четырехъ способовъ, описанныхъ на стр. 186—194.

Способъ засѣчекъ весьма часто употребляется при мензульной съемкѣ въ открытой мѣстности.

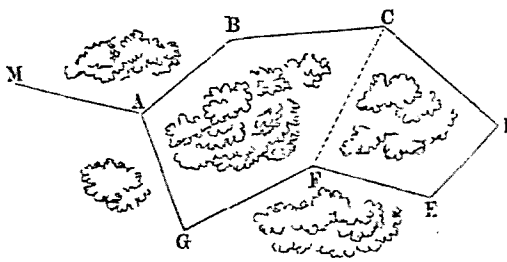
Способъ промѣровъ съ вѣхи на вѣху можно рекомендовать, между прочимъ, и съ цѣлію контроля сдѣланныхъ засѣчекъ и конечно въ мѣстности открытой. Этимъ способомъ (въ связи съ методомъ координатъ) нерѣдко поручаютъ помощнику снять селеніе, рѣчной берегъ и т. п. относительно оси, положеніе которой дано на мензулѣ.

Съемка полярнымъ способомъ производится изъ одной точки стоянія и состоитъ въ нанесеніи на планшетъ направленій на главнѣйшіе изгибы контура и въ отложеніи на этихъ направленіяхъ ихъ длинъ.

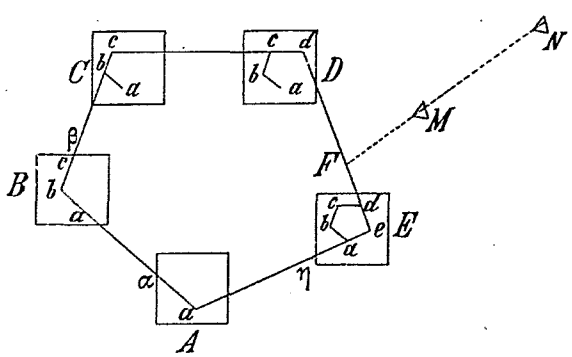
Этотъ способъ имѣетъ особое значеніе въ открытой мѣстности или при съемкѣ лужаекъ въ лѣсу въ томъ случаѣ, когда съемщикъ располагаетъ кипрегелемъ-*дальномѣромъ* съ рейкою. Очевидно, что онъ выгоденъ по отношенію къ быстротѣ съемки.

Полярный способъ хотя тоже требуетъ мѣстности открытой, но имѣетъ преимущество предъ способомъ засѣчекъ, состоящее въ томъ, что нерѣдко рѣшаетъ вопросъ *одною постановкою мензулы*.

Способъ обхода употребляется для съемки лѣса, кустарника, дороги или ручья, пролегающихъ въ лѣсу, и вообще контура закрытаго (черт. 503). Онъ основанъ на томъ, что съемщикъ, слѣдуя по контуру, опредѣляетъ положеніе каждой послѣдующей точки стоянія мензулы *направленіемъ и промѣромъ отъ точки предыдущей*. Положимъ, что для съемки контура кустарника положеніе точки *A* (черт. 504) на планшетѣ дано, пусть оно—*a*; если же этотъ контуръ долженъ быть снятъ отдѣльно, независимо отъ другихъ, то точка *a* выбирается на планшетѣ съемщикомъ такъ, чтобы весь контуръ по соображенію могъ помѣститься на планшетѣ. Вставъ съ мензулою въ эту точку, съемщикъ оріентируетъ планшетъ или по имѣющимся на немъ точкамъ, или въ крайнемъ случаѣ по буссоли, визируетъ вдоль границы контура на вѣху *B* и прочерчиваетъ линію *aa*. Затѣмъ снимаетъ мензулу, ставитъ въ *A* вѣху, измѣряетъ цѣпью линію *AB* и методомъ координатъ снимаетъ точки изгиба контура, причемъ ведетъ абрисъ. Придя въ *B*, съемщикъ откладываетъ на планшетѣ, по масштабу, длину *ab* линіи *AB*, устанавливаетъ мензулу въ *B* надлежащимъ



Черт. 503.

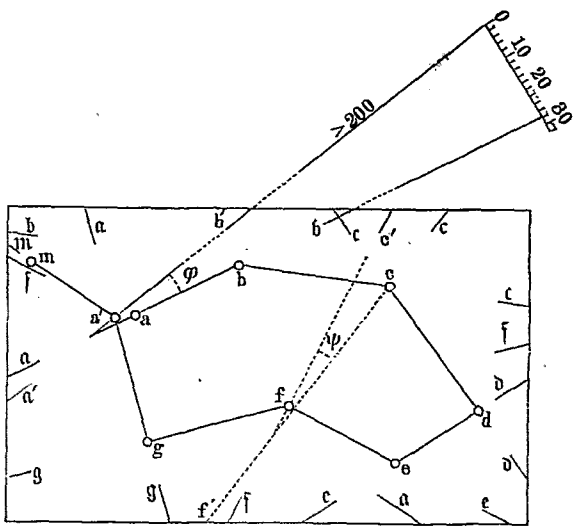


Черт. 504.

образомъ оріентируетъ планшетъ снова на A, визируетъ вдоль границъ контура на вновь избранную точку C, прочерчиваетъ линію $b\beta$, снявъ мензулу, ставитъ на B вѣху и промѣряетъ BC, опуская на нее перпендикуляры изъ главныхъ изгибовъ контура. Поступая такимъ же образомъ, съемщикъ доходитъ до E, гдѣ, поставя мензулу и оріентировавъ планшетъ по cd по вѣхѣ D, визируетъ чрезъ e на A и прочерчиваетъ линію $e\eta$. Послѣ этого измѣряетъ EA и откладываетъ ее по масштабу на $e\eta$.

Если бы съемка производилась съ совершенною точностью, то направленіе $e\eta$ должно было бы проходить чрезъ начальную точку a, и конецъ линіи EA, взятой по масштабу, долженъ былъ бы совпасть съ a; но *вслѣдствіе неизбѣжныхъ погрѣшностей*, сдѣланныхъ при построеніи угловъ на планшетѣ, а также при измѣреніи линій и при нанесеніи ихъ на планшетъ, конечная точка обхода въ большинствѣ случаевъ не совпадетъ съ начальною. Разстояніе ея отъ этой послѣдней, представляющее *невязку фигуры*, уничтожается по способу параллельныхъ линій, изложенному въ § 152, стр. 288 и 292, однако, предварительно убѣдившись въ томъ, что полученная невязка можетъ быть допущена; въ противномъ случаѣ надо обнаружить тотъ уголъ или ту сторону многоугольника, въ которыхъ слѣдуетъ предполагать грубую ошибку. За высшій предѣлъ невязки принимается при этомъ способѣ $\frac{1}{100}$ периметра.

Для устраненія значительнаго накопленія погрѣшностей нужно заботиться о полученіи длинныхъ линій оріентированія, для чего прочерчивать направленія на будущія точки стоянія и за сторонами рамки планшета (черт. 505); далѣе, если съ какой-нибудь точки стоянія, напр., c, виденъ другой пунктъ, напр., f, то проводятъ на мензулѣ діагональ cf (или fc'), повѣряя положеніе точки f по c. Если также виденъ одинъ, или, еще лучше, нѣсколько пунктовъ тріангуляціи, то необходимо провѣрять точку стоянія обратной засѣчкой или *вновь опредѣлять ее по тремъ даннымъ* и, уничтоживъ оказавшуюся при этомъ допускаемую невязку, продолжать обходъ; наконецъ, для устраненія накопленія погрѣшностей въ одну сторону, полезно обходить первую половину контура такъ, чтобы онъ былъ вправо, а потомъ вернувшись къ той же начальной точкѣ обхода, обходить другую половину, держа контуръ влѣво. Вообще при употребленіи этого способа нужно пользоваться всѣмъ, что можетъ уменьшить накопленіе погрѣшностей, ибо ошибка въ



Черт. 505.

положеніи какой-нибудь точки передается при этомъ способѣ цѣликомъ на точки послѣдующія

Нельзя также пренебрегать и повѣркою по створамъ предметовъ. Это производится такъ: положимъ, что M и N суть данныя на планшетѣ (черт. 504) точки; тогда при измѣреніи на мѣстности линіи DE замѣчаютъ разстояніе точки F, лежащей на створѣ предметовъ M и N и сравниваютъ эту длину съ соотвѣтственною по планшету, что и послужитъ повѣркою.

Разсмотримъ пріемъ увязки фигуры, рекомендуемый нѣмецкими практиками. Такъ какъ измѣреніе сторонъ обойденнаго полигона всегда возможно довести до такого совершенства, при которомъ неизбѣжныя ошибки измѣренія линій окажутся значительно меньше точности масштаба съемки, то невязку въ фигурѣ обойденнаго полигона можно разсматривать, какъ накопленіе только однѣхъ неизбѣжныхъ погрѣшностей, сопровождающихъ построеніе угловъ на мензулѣ. Пусть, наприм., получилась невязка $a'a$ (черт. 505), вслѣдствіе чего, при оріентировкѣ мензулы по $a'g$ и визированіи на точку B, линія $a'b'$ уклонилась влѣво отъ ab на уголъ φ. Для уничтоженія невязки aa' или, что то же самое, угла φ, распредѣлимъ величину φ на n угловъ полигона, и исправимъ каждый, уменьшая его на величину $\varphi : n$. Это выполнится само собою, если мы сторону ab повернемъ вправо на $\varphi : n$, сторону bc — на $2\,\varphi : n$ и т. д., и наконецъ сторону ga' — на φ. Съ этою цѣлью, приложивъ сперва кипрегель къ линіи $a'b'$, провизируемъ на выставленную въ разстояніи 75—100 саженей (200 метровъ) отъ мензулы горизонтальную рейку, при чемъ вращеніемъ планшета совмѣстимъ линію визированія съ нулемъ рейки. Послѣ чего переложимъ кипрегель къ линіи ab и, вновь визируя на рейку, сдѣлаемъ на ней отсчетъ ψ. Раздѣливъ затѣмъ ψ на n, мы снова вращаемъ доску до тѣхъ поръ, пока пересѣченіе нитей кипрегеля, приложеннаго къ ab, не придется на нуль рейки. Закрѣпивъ нажимательный (становой) винтъ мензулы, вращаемъ кипрегель около a до тѣхъ поръ, пока линія визированія не пройдетъ черезъ дѣленіе рейки $\psi : n$, на вновь прочерченной линіи отложимъ длину ab, чрезъ что получится новое исправленное положеніе точки (b). Теперь приложимъ кипрегель къ линіи bc, вращеніемъ доски направимъ кипрегель на нуль рейки и доску закрѣпимъ, затѣмъ вращаемъ по доскѣ кипрегель около (b) и проводимъ новое направленіе bc, при условіи, что крестъ нитей кипрегеля при этомъ покрываетъ на рейкѣ дѣленіе $2\,\psi : n$. На вновь прочерченной линіи откладываемъ мѣру линіи bc и получаемъ новое исправленное положеніе точки (c). Такимъ же пріемомъ продолжаемъ передвигать слѣдующія точки полигона на планшетѣ до тѣхъ поръ, пока не получится точка (a), совпадающая съ точкою a. При этомъ пріемѣ не требуется строгой центрировки мензулы.

При измѣреніи линій на покатой мѣстности слѣдуетъ, при способѣ обхода, какъ и всегда, наносить ихъ горизонтальныя проложенія.

Когда отъ способа обхода не требуется высшая возможная точность, какъ, напр., въ лѣсныхъ съемкахъ (при отдѣленіи участковъ одинаковой

породы, одинаковой густоты насажденія, одинаковаго возраста деревьевъ), тогда при съемкѣ границы *становятся съ мензулою черезъ вершину* многоугольника, оріентируя при этомъ планшетъ въ каждой точкѣ стоянія *по буссоли* и измѣряютъ послѣдовательно длины всѣхъ сторонъ полигона *попарно*, напр., *AB* и *AF*, *CB* и *CD*, *ED* и *EF* и т. д.

Относительно примѣнимости отдѣльныхъ изложенныхъ въ предыдущемъ способовъ съемки контуровъ надо сказать, что способы засѣчекъ и полярный должны по возможности предпочитаться способу обхода, потому что при двухъ первыхъ положеніе каждой точки опредѣляется совершенно независимо отъ предыдущихъ, тогда какъ при способѣ обхода на положеніе послѣдующей точки вліяетъ сумма неизбѣжныхъ погрѣшностей, вкравшихся въ опредѣленіе точекъ предыдущихъ. Кромѣ того, при способѣ засѣчекъ, получается горизонтальное проложеніе контура непосредственно, между тѣмъ способъ обхода требуетъ для этого введенія поправокъ во всѣ измѣренныя наклонныя линіи. Наконецъ, способъ промѣровъ съ вѣхи на вѣху, какъ наиболѣе точный, простой, удобный и дозволяющій работать даже и въ менѣе благопріятную погоду, слѣдуетъ предпочитать всѣмъ остальнымъ.

Съемка контуровъ въ общей связи на данномъ участкѣ, на которомъ имѣется тріангуляція, производится всѣми предыдущими способами, постепеннымъ переходомъ отъ одного контура къ другому, однако, точки каждаго контура опредѣляются по точкамъ сѣти по возможности, *независимо* отъ точекъ другихъ контуровъ, *во избѣжаніе накопленія погрѣшностей* [1]), причемъ иногда часть контура снимаютъ однимъ способомъ, а остальную часть его—другими способами, смотря по удобству и условіямъ, представляемымъ мѣстностью. На каждой точкѣ стоянія съемщикъ обязательно повѣряется на всѣ видимыя точки сѣти и вмѣстѣ съ тѣмъ располагаетъ свой ходъ съ инструментомъ такъ, чтобы можно было производить съемку вправо и влѣво и чтобы при меньшемъ числѣ переходовъ съ инструментомъ, то-есть, въ наименьшее время снять болѣе широкую полосу.

§ 279. **Съемка мензулою на основаніи тригонометрической сѣти.** Иногда на мѣстности, на которой составляется геометрическая сѣть, имѣется уже готовая, составленная тригонометрическая сѣть; тогда базисъ геометрической сѣти не измѣряется, и нанесеніе на планшетъ точекъ геометрической сѣти производится по предварительно наложеннымъ на него (по вычисленнымъ координатамъ) пунктамъ тригонометрической сѣти. Разстояніе между двумя изъ пунктовъ тригонометрической сѣти принимается за базисъ геометрической сѣти, самое же нанесеніе этой послѣдней ничѣмъ не отличается отъ изложеннаго въ предыдущемъ.

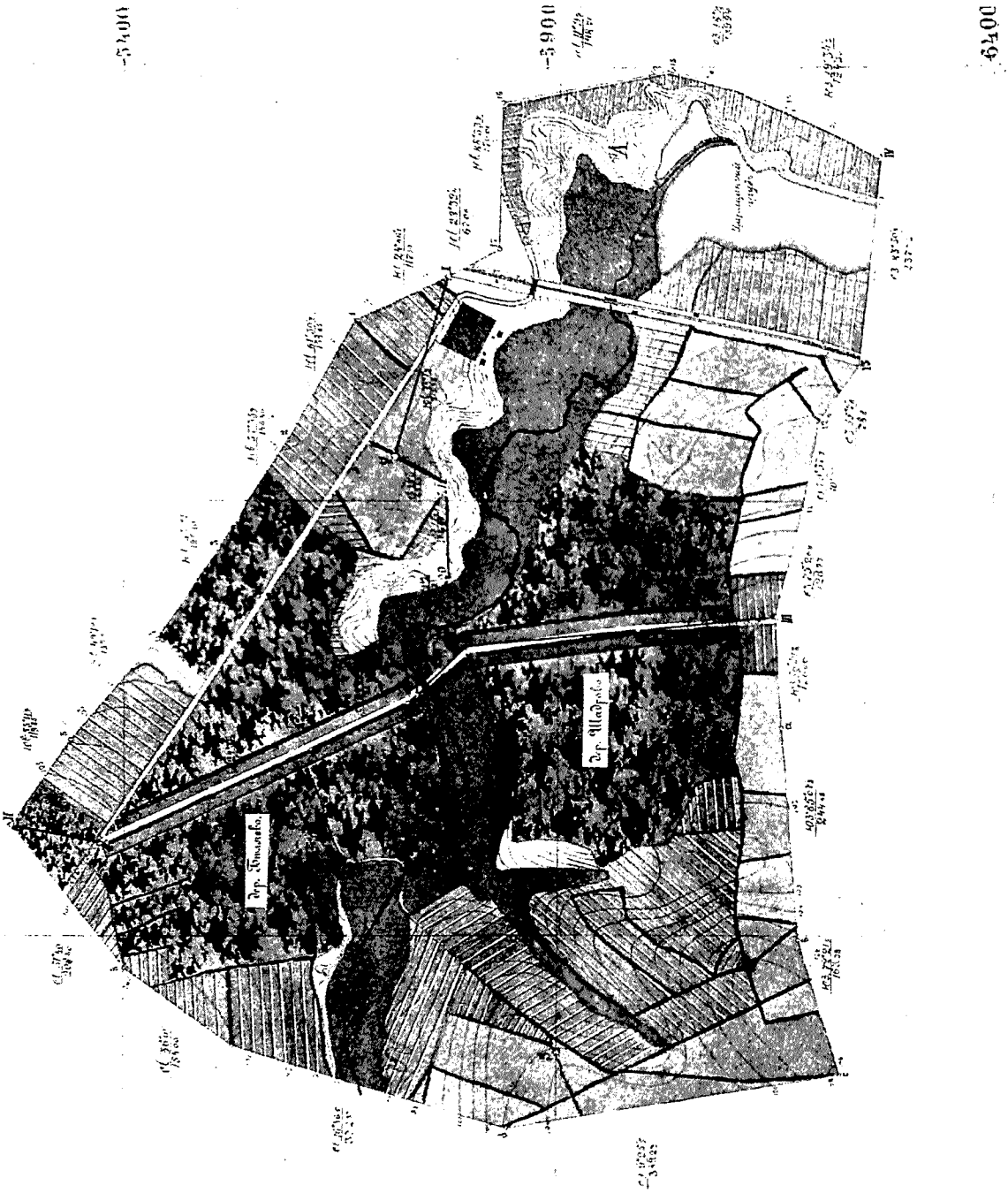
Мензульная съемка въ связи съ угломѣрной съемкой. Когда на мѣстности предварительно обойдена угломѣрнымъ инструментомъ граница даннаго участка (окружная межа), напр. II—5—4—3—2—1—17—16—15—14—

---

[1]) Для необходимой оріентировки и для засѣчекъ, а также для способа створовъ (промѣровъ), пользуются каждый разъ точками геометрической сѣти, расположенными вблизи контура.

Мензульная съемка,

основанная на угломѣрной съемкѣ сѣти многоугольниковъ.



Черт. 506.

IV — 13 — 12 — 11 — III — *a* — *b* — *c* — *d* — *l* — *k* — II, (черт. 506) а внутри проложены діагональные хода 1) II — 6 — 7 — 8 — 9 — 10 — III и 2) 18 — 19 — 20 — 21 — V — I, и когда для всѣхъ точекъ проложенныхъ полигоновъ *вычислены координаты*, тогда всѣ точки поворотовъ межи (вершины измѣренныхъ угловъ) или иначе стороны полигоновъ могутъ быть наложены на мензульный планшетъ; что же касается внутреннихъ контуровъ (внутренней ситуаціи) даннаго участка, то они могутъ быть сняты мензулой [1]). Для этого случая базиса не приходится мѣрить, такъ какъ любыя двѣ точки, нанесенныя на планшетъ, могутъ быть приняты за исходныя и, ставъ въ одну изъ нихъ, напр. 13, можно по другой (№ 2) точкѣ оріентировать планшетъ. Для удобства дальнѣйшей съемки, придя на мѣстность, необходимо провѣрить нанесенія на планшетъ точекъ межи и діагоналей, и затѣмъ послѣ того уже нѣкоторыя точки межи обозначаются высокими вѣхами, какъ напр., точки II, I, IV, III, такія же вѣхи могутъ быть выставлены и внутри участка, напр. въ точкахъ V, 18, *A* и *S* (къ востоку отъ линіи *cd*) и т. п. Положенія этихъ точекъ на планшетѣ опредѣляются засѣчками съ нѣсколькихъ точекъ полигоновъ. Очевидно, что, для того, чтобы воспользоваться точками межи, или діагональныхъ ходовъ, нужно предварительно на нихъ выставлять временно (во время съемки) дополнительныя (ручныя) вѣхи.

Для съемки же контуровъ допускается примѣнять любой изъ 4-хъ основныхъ способовъ по возможности комбинируя способъ засѣчекъ со способомъ промѣровъ и полярнымъ. Закрытые контуры — снимаютъ, конечно, или способомъ обхода, или засѣчками съ открытой части участка.

Если окружная межа и діагональные хода пронивеллированы, то высоты (см. слѣд. §) могутъ быть переданы точкамъ V, 18, *S* и *A*.

При нанесеніи горизонталей, разумѣется, предварительно вычисляются высоты опорныхъ точекъ 13, 2, II, *A*, III, IV, V, *S*, I, 18, 9, а затѣмъ уже станцій (съ инструментомъ), выбираемыхъ на болѣе возвышенныхъ или наиболѣе пониженныхъ точкахъ, напр. вдоль ручья или у береговъ пруда и т. п.

§ 280. Нанесеніе горизонталей при мензульной съемкѣ. Нерѣдко одновременно съ горизонтальною съемкою ведется на мензулѣ и назначеніе горизонталей.

Здѣсь всецѣло примѣнима статья о выраженіи неровностей мѣстности на планахъ, изложенная въ отдѣлѣ о тахеометрической съемкѣ, въ § 231, 237, 238, 248.

Сперва опредѣляются высоты точекъ геометрической сѣти, а потомъ высоты станцій и, наконецъ, пикетовъ.

При опредѣленіи превышенія h одной точки надъ другой, по формулѣ $h = D\,tg\,\alpha$, гдѣ D — горизонтальное проложеніе разстоянія между точками и α — уголъ наклоненія, не слѣдуетъ забывать, что ошибка W въ h прямо пропорціональна D (см. стр. 586), а потому слѣдуетъ заранѣе установить величину D для того, чтобы W не превосходило даннаго предѣла. Поэтому, если разстояніе D между точками геометрической сѣти значительно, напр.,

---

[1]) При рѣчныхъ изысканіяхъ вдоль береговъ рѣкъ прокладываются несомкнутые полигоны, и пользуясь длинами ихъ сторонъ, ведется съемка всѣхъ контуровъ вдоль береговъ и очертаніе самихъ береговъ.

болѣе версты, то между точками сѣти назначаются *станціи* [1]), положеніе которыхъ на мензулѣ опредѣляется или обратною засѣчкою, или по задачѣ Потенота; послѣ чего, взявъ первый пикетъ у воды, сперва опредѣляютъ альтитуду первой станціи, а затѣмъ уже альтитуду перваго сигнала (см. черт. 367, стр. 581).

При незначительныхъ разстояніяхъ (см. § 238c) между точками геометрической сѣти (отъ 150 до 350 саженей) *одновременно* съ визированіемъ на точку сѣти (во время засѣчекъ) стремятся опредѣлить кипрегелемъ-высотомѣромъ и уголъ наклоненія вершины того сигнала, или той вѣхи, на которую дѣлается визированіе. Углы наклоненія и высота инструмента [2]) записываются въ особый журналъ на каждой точкѣ стоянія съ мензулой. Обыкновенно рекомендуется измѣрять углы наклоненія точекъ сѣти какъ при *К. П.*, такъ и при *Кр. Л.*, слѣдя за пузырькомъ уровня на алидадѣ вертикальнаго круга и *за постоянствомъ* (въ предѣлахъ точности верньера) *мѣста нуля,* вычисляемомъ по каждой вѣхѣ, при этомъ необходимо, чтобы 1) наблюденія были *прямыми* и *обратными*, т. е. если, напр., измѣрялся уголъ наклоненія съ точки M на вершину сигнала точки O (черт. 500 и 502), то также былъ бы измѣренъ и уголъ наклона изъ точки O на вершину сигнала M, 2) съ каждой точки стоянія съ мензулой достаточно брать углы наклона на первую базисную точку M и на двѣ сосѣднія (съ точкой стоянія съ мензулой), 3) если первая M или вторая O базисныя вѣхи съ точки стоянія съ мензулой не видны, то слѣдуетъ ограничиваться такимъ подборомъ измѣренія угловъ наклоненія, чтобы образовался замкнутый многоугольникъ, для сторонъ котораго измѣрены прямые и обратные углы наклоненія. Напримѣръ: 1) изъ M на O, N, u, S, R, y, V, T, x, P, 2) изъ O на M, x, T, N, 3) изъ Q на O, N и S, 4) изъ N на Q, R, V, y, M, 5) изъ S на Q и M, 6) изъ R на M, N, y, 7) изъ V на M и R, 8) изъ T на M и O, 9) изъ P на M и Q.

При такомъ способѣ измѣренія угловъ, можно образовать или отдѣльные треугольники, MOT, MRV, OXM, YMR, OQN, MQS, или сомкнутый полигонъ $MOQNRVM$.

Журналъ наблюденія при назначеніи горизонталей на мензулѣ можетъ быть оставленъ тотъ же, что и для тахеометрической съемки, однако опустивъ въ немъ четвертую графу „отсчетъ на горизонтальномъ кругѣ“.

Для опредѣленія альтитудъ точекъ геометрической сѣти по формуламъ

$$h = D\,tg\,\alpha + i - V$$
$$H' = H + h$$

гдѣ h—превышеніе, i—высота инструмента, V—высота сигнала, H'—альтитуда подошвы сигнала и H—альтитуда точки стоянія съ инструментомъ, D—разстояніе, измѣренное на планшетѣ по масштабу циркулемъ (для базиса—измѣренное въ полѣ), конечно достаточно было бы однихъ прямыхъ наблюденій, но для контроля и для избѣжанія накопленія погрѣшностей дѣлаются избыточныя наблюденія. Такъ, если бы мы по первой указанной

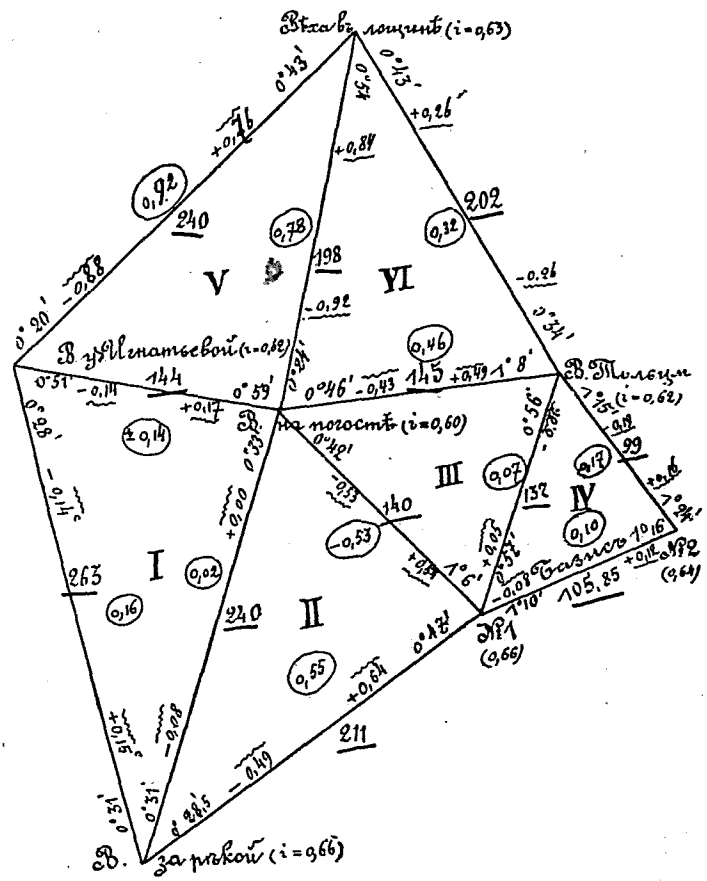
[1]) Т. е. взаимное разстояніе между опорными пунктами (станціями и точками сѣти уменьшается.

[2]) Отъ земли до горизонтальной оси вращенія кипрегеля.

формулѣ вычислили превышенія точекъ: 1) O надъ M и обратно, 2) Q надъ O и обратно и т. д., и взяли бы изъ прямыхъ и обратныхъ наблюденій для каждой пары точекъ среднее ариѳметическое [1]), а затѣмъ взяли бы сумму превышеній (среднихъ ариѳметическихъ) въ замкнутомъ полигонѣ $MOQNRVM$, то она должна бы быть ноль (см. § 194). Въ дѣйствительности этого не будетъ; если величина r, на которую при небольшихъ углахъ α сумма будетъ отличаться отъ нуля, не превыситъ величины $2\Sigma W = 2\Sigma D \,.\, x'' \,.\, Sin\ 1'' = x'' \,.\, Sin\ 1'' \,.\, 2P$ (гдѣ P — периметръ многоугольника), то погрѣшность r разлагается пропорціонально разстоянію [2]).

Для большаго ознакомленія обработаемъ слѣдующій числовой примѣръ.

Числовой примѣръ. Допустимъ, что при составленіи геометрической сѣти на мензулѣ, былъ взятъ базисъ въ юго-восточной сторонѣ участка и по измѣреніи оказался = 105,85 (черт. 507) саженъ. Въ составъ сѣти вошли, кромѣ концевъ базиса № 1 и № 2, еще слѣдующія точки, обозначенныя вѣхами: 1) В. за рѣкой, 2) В. у д. Игнатьевой, 3) В. въ лощинѣ, 4) В. Тольцмана и 5) В. на погостѣ, такъ что образовался шестиугольникъ съ центральною точкою (на погостѣ). При составленіи сѣти были одновременно измѣрены кипрегелемъ-высотомѣромъ Главнаго Штаба и углы наклоненія на вершины вѣхъ. Высоты вѣхъ, считая отъ земли до вершины, = 2,90 сажени. Горизонтальныя проложенія разстояній, взятыя съ плана, обозначены на чертежѣ болѣе крупными цифрами и подчеркнуты, напри-



Черт. 507.

[1]) Каждое обратное наблюденіе не должно разниться отъ прямого на величину γ большую $2W$ (см. стр. 585).

[2]) На 585 стр. мы имѣли $W = \frac{DxSn1''}{cos^2\alpha} + \Delta tg\alpha$. При $\alpha = 0^0 - 3^0$, можно принять $W = D \,.\, x'' \,.\, Sn1''$, полагая что Δ слишкомъ малая величина, близкая къ нулю, по сравненію съ $D \,.\, x \,.\, Sn1'' \,.\, \frac{1}{cos^2\alpha}$ — ошибкой въ опредѣленіи угловъ наклоненія.

мѣръ, *105,85*; *211*, *240*, *263*, *140* и т. д. Высота инструмента i для каждой точки стоянія съ мензулой и кипрегелемъ, считая ее отъ земли до горизонтальной оси вращенія трубы кипрегеля, показана цифрами въ скобкахъ; она колеблется отъ (0,60 саж.) до (0,66 саж.), какъ это видно изъ чертежа: станція у вѣхи № 1, станція у вѣхи на погостѣ. Измѣренные углы съ точностію до одной минуты также показаны на чертежѣ: напримѣръ, уголъ наклоненія, измѣренный въ точкѣ № 1 для В. за рѣкой, показанъ $= 0^0 47'$, а уголъ наклона со станціи у вѣхи за рѣкой для того же направленія на № 1 показанъ $= 0^0 28',5$; точно также съ вѣхи на погостѣ на вѣху Тольцмана уголъ $= 0^0 46'$, а для обратнаго направленія уголъ наклона $= 1^0 8'$. По измѣреннымъ разстояніямъ и угламъ наклоненія вычислены по формулѣ $h = i + D \,.\, tg\alpha - V$ превышеніе точекъ сѣти. Полученныя превышенія отмѣчены на чертежѣ зигзагообразными черточками, напр., отъ Игнатьевской вѣхи къ точкѣ земли у вѣхи на погостѣ показано $= -\,0{,}14$ саж., а для обратнаго направленія отъ погоста къ Игнатьевской вѣхи отмѣчено $+\,0{,}17$ саж. Величины эти получились такъ: взявъ у Игнатьевской вѣхи $i = 0{,}62$ с. и уголъ наклона $0^0 51'$, для разстоянія 144, находимъ $Dtg\alpha = 2{,}14$ с. и $h = 0{,}62 + 2{,}14 - 2{,}90 = -\,0{,}14$; для обратнаго наблюденія съ погоста $i = 0{,}60$, $Dtg\alpha = 2{,}47$, $i - V = -\,2{,}30$ саж. и $h = 2{,}47 - 2{,}30 = +\,0{,}17$ саж. Подобнымъ же образомъ вычислены всѣ остальныя превышенія. Всѣ полученныя величины размѣщены въ таблицѣ, помѣщаемой на стр. 772.

Здѣсь для разложенія полученнаго избытка въ $+\,0{,}08$ саж., пришедшаго на периметръ полигона $= 1121$ саженямъ, прежде всего установимъ, — возможна ли такая ошибка въ суммѣ приращеній высотъ. Для этого примѣняемъ формулу $W = \Sigma D \,.\, x \, Sin\, 1'$, гдѣ $x = 1'$ точность верньера вертикальнаго круга кипрегеля, находимъ $W = \frac{\Sigma D}{3438} = \frac{1121}{3438} = 0{,}33$. Такъ какъ S не превышаетъ $2W$, то разлагаемъ полученную погрѣшность пропорціонально разстояніямъ. Вводя поправки въ „среднее h изъ двухъ наблюденій“, получаемъ „исправленныя превышенія h“. Получимъ затѣмъ непосредственно изъ наблюденій превышеніе H станціи у „вѣхи за рѣкой“ надъ водой (см. чертежъ 367), равное $+\,3{,}40$ саж., находимъ, по формулѣ $H' = H + h$, отмѣтки надъ уровнемъ рѣки всѣхъ остальныхъ точекъ, показанныя въ послѣдней графѣ приведенной таблицы [1]).

Для полученія отмѣтки станціи у „вѣхи на погостѣ“ имѣемъ, согласно среднихъ изъ указанныхъ на чертежѣ превышеній, пять значеній: 1) $+\,3{,}40 - 0{,}04 = +\,3{,}36$ саж., 2) $+\,3{,}53 - 0{,}16 = +\,3{,}37$, 3) $+\,2{,}69 + 0{,}88 = +\,3{,}57$, 4) $+\,2{,}94 + 0{,}46 = 3{,}40$ и 5) $+\,2{,}77 + 0{,}54 = +\,3{,}31$. Среднее изъ этихъ пяти значеній даетъ окончательное значеніе для отмѣтки точки у вѣхи на погостѣ $+\,3{,}40$.

---

[1]) *Всѣ отмѣтки* можно было бы вычислять до увязки превышеній, а затѣмъ полученное разногласіе для отмѣтки начальной точки разложить пропорціонально разстоянію, какъ это мы дѣлали въ нивеллирныхъ ходахъ.

Если же потребуемъ, чтобы сумма превышеній въ каждомъ треугольникѣ, отъ I до VI включительно, была бы нуль, то уравновѣшенныя (исправленныя) превышенія получили бы значенія, указанныя на чертежѣ цифрами, поставленными въ кружкахъ. Вычисленіе отмѣтокъ началось бы отъ точки за рѣкой въ такомъ порядкѣ: 1) В. за рѣкой — 3,40, 2) В. у д. Игнат.—3,56, 3) В. на погостѣ—3,38, 4) В. баз. № 1—2,83, 5) В. баз. № 2—2,73, 6) В. Тольцм.—2,90, 7) В. въ лощинѣ—2,64.

Эти отмѣтки хотя и отличаются отъ отмѣтокъ приведенныхъ въ таблицѣ, но различіе это не превыситъ точности $\gamma = 2W$ опредѣленія превышеній (изъ разстояній взятыхъ съ плана и угловъ, измѣренныхъ одноминутнымъ кипрегелемъ). Такъ, напр., вѣха Тольцмана имѣетъ по таблицѣ $H = 2{,}94$, а теперь 2,90; разность $0{,}04 < 2 \times 99 : 3438$, гдѣ 99 есть разстояніе отъ Баз. в. № 2 до вѣхи Тольцмана.

§ 281. Повѣрка мензульной съемки. При всѣхъ своихъ работахъ съемщикъ долженъ удостовѣряться въ правильномъ ихъ производствѣ. Хорошій результатъ повѣрки подбодряетъ съемщика къ производству болѣе затруднительной части работы, а неблагопріятный — обращаетъ своевременно вниманіе съемщика на существованіе недопускаемыхъ въ работѣ ошибокъ, которыя можно своевременно исправить и заставляетъ его относиться въ будущемъ къ съемкѣ съ большимъ тщаніемъ. Вслѣдствіе этого повѣрка съемки должна производиться не только по окончаніи, но и во время хода ея.

Повѣрка мензульной съемки въ мѣстности открытой состоитъ въ опредѣленіи на планшетѣ двухъ или нѣсколькихъ точекъ посредствомъ засѣчекъ съ данныхъ или, еще лучше, по тремъ даннымъ и въ *измѣреніи на мѣстности линій, соединяющихъ эти точки.* Промѣривъ каждую изъ этихъ линій и замѣтивъ на абрисѣ всѣ пересѣченія контуровъ, сравниваютъ полученныя измѣренія съ соотвѣтственными длинами на планшетѣ. Если полученныя при этомъ разницы не превышаютъ $\frac{1}{200}$ доли соотвѣтственной длины, то съемка считается удовлетворительною. Для болѣе же легкой, но менѣе обстоятельной, повѣрки ставятъ мензулу въ какомъ-нибудь хорошо опредѣленномъ на планшетѣ пунктѣ и визируютъ чрезъ него на дальномѣрную рейку, выставляемую въ различные пункты контуровъ. Уклоненіе прочерченной линіи визированія отъ соотвѣтственнаго пункта контура не должно превышать того же предѣла. Обыкновенно при повѣркѣ употребляютъ одновременно тотъ и другой пріемъ.

Повѣрка мензульной съемки въ мѣстности закрытой, какъ, напр., въ лѣсахъ, садахъ, селеніяхъ и т. п., состоитъ въ постановкѣ мензулы въ данный пунктъ и въ употребленіи способа обхода для опредѣленія имѣющихся на планшетѣ пунктовъ. Допускаемое уклоненіе есть $\frac{1}{100}$ пройденнаго хода.

ПРЕВЫШЕНІЕ h			Обратно.	Среднее h изъ двухъ наблюденій.	Разстояніе.	Поправки.	Исправленныя превышенія h.	Отмѣтки (альтитуды) надъ уровнемъ рѣки.
точки	надъ							
					саж.	саж.		
Вѣха за рѣкой	надъ водой. . . .	+3,40	—	—	—	—	—	В. за рѣкой +3,40 саж.
В. у д. Игнатьевой . .	В. за рѣкой . . .	+0,15	—0,14	+0,15	263	—0,02	+0,13	В. у д. Игн. +3,53 „
В. въ лощинѣ	В. у д. Игнатьев. .	—0,88	+0,76	—0,82	240	—0,02	—0,84	В. въ лощ. +2,69 „
В. Тольцмана	В. въ лощинѣ . .	+0,26	—0,26	+0,26	202	—0,01	+0,25	В. Тольцм. +2,94 „
Базисная № 2.	В. Тольцмана . .	—0,19	+0,16	—0,17	99	—0,00	—0,17	Базис. № 2 +2,77 „
Базисная № 1.	Баз. № 2.	+0,12	—0,08	+0,10	105,85	—0,01	+0,09	Базис. № 1 +1,86 „
Вѣха за рѣкой	Баз. № 1.	+0,64	—0,49	+0,56	211	—0,02	+0,54	В. за рѣкой +3,40 „
	СУММА S =			+0,08	1120,85	—0,08	0,00	
	Для сомкнутаго полигона должно быть . .			0,00				
	Разность r = суммѣ поправокъ =			—0,08				

§ 282. Достоинства и недостатки мензульной съемки. Важное достоинство мензульной съемки состоитъ въ томъ, что планъ снимаемаго участка получается тутъ же, при производствѣ самой работы, не требуя для своего составленія особаго времени; далѣе, достоинствомъ служитъ также и то, что изъ всѣхъ инструментовъ мензула, и въ особенности въ соединеніи съ дальномѣромъ, наиболѣе удобна для съемки въ томъ отношеніи, что не требуетъ отъ съемщика умѣнья производить вычисленіе, которымъ въ большей или меньшей степени сопровождается работа съ угломѣрнымъ инструментомъ.

Недостаткомъ мензулы нужно прежде всего считать: 1) малую точность, что видно изъ того, что предѣльная ошибка [1]) графическаго построенія ею угла мѣстности есть 7 минутъ [2]). Точность изображенія длины линіи на мензулѣ выражается дробью, которая не менѣе $\frac{1}{200}$, т. е. каждыя 20 саженъ на планшетѣ могутъ быть ошибочны на 1 саж. Эти числовыя точности могутъ, вслѣдствіе накопленія погрѣшностей, еще увеличиться по мѣрѣ удаленія отъ базиса, такъ что на различныхъ мѣстахъ планшета онѣ различны. На точность также вліяетъ измѣняемость гигроскопическаго состоянія бумаги, происходящая отъ большей или меньшей влажности воздуха и посадки бумаги съ теченіемъ времени. Затѣмъ 2) къ недостаткамъ надо отнести то, что при перерисованіи мензульнаго плана копіи получаются разъ отъ раза менѣе точныя. Это перерисовываніе можетъ быть допущено только при сохраненіи масштаба или при его уменьшеніи, а никакъ не при увеличеніи. Далѣе 3) необходимость употреблять при мензулѣ ея принадлежности, отдѣльныя отъ самаго инструмента, а также 4) бо́льшая громоздкость и вѣсъ сравнительно съ угломѣрными инструментами, транспортъ которыхъ гораздо удобнѣе, тоже не говорятъ въ пользу мензулы.

ГЛАВА VI.

Быстрыя съемки небольшой точности.

ГЛАЗОМѢРНАЯ СЪЕМКА.

§ 283. Цѣль глазомѣрной съемки. Знаніе *современнаго* состоянія мѣстности важно во многихъ отношеніяхъ, между тѣмъ, мѣстность можетъ сильно разниться отъ *существующихъ* ея изображеній. Изданныя карты, будучи мелкаго масштаба, обыкновенно не могутъ дать всѣхъ необходимыхъ о

---

[1]) См. статью объ ошибкахъ.

[2]) Предѣльная ошибка равна утроенной средней ошибкѣ. Средняя ошибка въ построеніи направленія длиною въ 20 дюймовъ будетъ $tgx = 0{,}01^{\text{дюйм.}} : 20_{\text{д.}} = \frac{1}{2000}$ или $x' \,.\, Sin\ 1' = \frac{1}{2000}$, откуда $x' = \frac{1}{2000} \times 3438$. Для угла ср. ошибка $y = x\sqrt{2}$, а предѣльная $3y = 3\,.\sqrt{2}.\ \frac{1}{2000} \times 3438 = 6{,}85 = 7'$.

мѣстности свѣдѣній. Да и самые лучшіе и подробные планы, хотя бы и въ весьма крупномъ масштабѣ, но составленные заранѣе, часто также не могутъ удовлетворять этому требованію, такъ какъ въ заранѣе составленныхъ и изданныхъ картахъ могутъ случиться несогласія съ дѣйствительностью вслѣдствіе перемѣнъ, произшедшихъ на мѣстности отъ естественныхъ причинъ и отъ дѣятельности человѣка.

Вслѣдствіе этого, если на данную мѣстность нѣтъ подробной современной карты и плановъ или достать такіе затруднительно, а между тѣмъ необходимо имѣть *общее понятіе о расположеніи* предметовъ мѣстности, съ приблизительнымъ указаніемъ разстояній отъ одного предмета до другого, *въ возможно короткій промежутокъ времени*, тогда снимаютъ планъ тѣми способами *и съ тою точностью и подробностью, какъ это позволяютъ средства и время*; при недостаткѣ времени такими же пріемами пополняютъ и исправляютъ существующія карты мѣстности. Такого рода быстрыя съемки небольшой точности называются *глазомѣрными*, ибо данныя, необходимыя для составленія плана, получаются не только *приближенно,* но даже иногда *просто на глазъ*. При такой съемкѣ выражается *только общее расположеніе предметовъ, не входя въ мелкія подробности контуровъ*, а потому и помѣщаютъ изъ нихъ только тѣ, которые необходимы въ цѣляхъ, преслѣдуемыхъ съемкою.

Хотя глазомѣрная съемка можетъ производиться съ различными цѣлями и иногда даже примѣняется для съемки малонаселенныхъ обширныхъ пространствъ (какъ напр. въ Сибири), но основною задачею глазомѣрной съемки служитъ осмотръ мѣстности или, какъ говорятъ, *рекогносцировка, и пополненіе существующихъ топографическихъ картъ*. Глазомѣрная съемка ведется обыкновенно въ мелкомъ масштабѣ, напр., 200 саженъ или 1 верста въ дюймѣ.

§ 284. Общій характеръ работъ. Первое условіе, которому должна удовлетворять глазомѣрная съемка, это—*быстрота* ея производства. На военно-глазомѣрной съемкѣ снимаются только тѣ предметы, которые имѣютъ значеніе въ военномъ отношеніи; при этомъ предметы, имѣющіе важное значеніе, снимаются съ большею точностью и подробностью, а второстепенные—приближенно. Напр., *пути сообщенія* (дороги, бичевники, рѣки, ручьи, каналы и т. п.) *или предметы, имѣющіе значеніе въ стратегическомъ отношеніи* [мѣста переправы (бродъ, мостъ), деревня, лѣсъ, расположеніе непріятельскихъ войскъ и т. п., препятствія: овраги, обрывы, болота....], *предметы, способствующіе ориентированію* [отдѣльныя деревья, столбы, сараи, большіе камни, слѣды стоянокъ и т. п.] *особенно тщательно наносятся на планъ.*

Выразить условно *общій характеръ рельефа мѣстности* составляетъ также одно изъ важныхъ требованій глазомѣрной съемки.

Особенность дѣйствій при военно-глазомѣрной съемкѣ заключается въ слѣдующемъ. Недостатокъ времени не позволяетъ дѣлать передъ съемкой предварительной тріангуляціи, а потому съемка совершается безъ предва-

---

[1]) Планъ глазомѣрной съемки, составленной вчернѣ, называется *брульономъ*, а отдѣланный набѣло—*кроки.*

рительно опредѣленныхъ основныхъ пунктовъ, вмѣсто которыхъ съ картъ мелкаго масштаба на *кроки* [1]) слегка наносятъ общія направленія и положенія нѣкоторыхъ предметовъ, какъ напр., дорогъ, рѣкъ, горъ, селеній и т. п., чтобы потомъ можно было ихъ исправить. При неимѣніи же картъ приступаютъ прямо къ производству съемки. *Успѣхъ производства* глазомѣрной съемки зависитъ *какъ отъ умѣнья отличать* необходимое отъ ненужнаго, *такъ и отъ умѣнья выбирать направленія, по которымъ нужно пройти мѣстность.* Если съемка производится безъ строго опредѣленной цѣли, то мѣстность проходятъ обыкновенно *по дорогамъ*, которыя сами по себѣ имѣютъ весьма важное значеніе и, кромѣ того, представляютъ собою мѣста, самыя удобныя для прохожденія участка, а потому движеніе по нимъ содѣйствуетъ быстротѣ производства съемки. При недостаткѣ дорогъ проходятъ по мѣстамъ болѣе доступнымъ и удобнымъ для движенія и обозрѣнія. Уклоненіе въ сторону отъ дороги, бичевника и тропинки совершается только тогда, когда нѣкоторыя направленія или мѣстные предметы имѣютъ особенную важность въ практическомъ отношеніи.

При слѣдованіи по избраннымъ направленіямъ наносятъ на бумагу предметы, встрѣчающіеся какъ на пути слѣдованія, такъ и по сторонамъ его, при чемъ ихъ дѣйствительные размѣры, форма и видъ выражаются настолько подробно, насколько это необходимо для уясненія значенія этихъ предметовъ, тогда какъ на инструментальной топографической съемкѣ всѣ находящіеся на мѣстности предметы выражаются въ томъ видѣ, какъ только позволяетъ масштабъ съемки. Нѣкоторые же предметы, какъ имѣющіе особенно важное значеніе, какъ, напримѣръ, такіе, по *которымъ удобно* узнавать мѣстность и *ориентироваться* на ней [1]), изображаются на военно-глазомѣрныхъ планахъ съ особенною ясностью и не только въ большемъ масштабѣ, но *даже въ перспективномъ видѣ*, какъ кажутся на мѣстности. Такимъ образомъ, *глазомѣрная съемка имѣетъ двѣ существенныя особенности*: 1) *быстро давать результаты съемки и* 2) *давать крайне приближенную и неравномѣрную точность и полноту.*

Виды глазомѣрной съемки. На военно-глазомѣрной съемкѣ съ пользою могутъ употребляться легкіе, удобопереносимые и прочные инструменты, примѣненіе которыхъ вмѣстѣ съ тѣмъ просто. Всего лучше, если есть легкая мензула или *ручной планшетъ съ прикрѣпленнымъ компасомъ*; за неимѣніемъ ихъ употребляютъ ручныя буссоли или производятъ съемку безъ инструментовъ, поэтому съемки называютъ: 1) инструментальными, 2) полуинструментальными и 3) исключительно глазомѣрными. Съемки, произведенныя по дорогамъ, бичевникамъ, берегамъ рѣкъ и другимъ путямъ сообщенія, принято называть *маршрутными.*

§ 285. Основные пріемы глазомѣрной съемки. Основные пріемы глазомѣрной съемки тѣ же, что и пріемы точной инструментальной съемки: они состоятъ въ опредѣленіи направленій и измѣреніи разстояній.

---

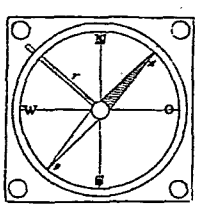
[1]) Такіе предметы носятъ названіе *ориентировочныхъ* предметовъ и пунктовъ. Въ этомъ отношеніи особенно важны отдѣльные высокіе предметы, видимые издалека, какъ церкви, указатели дорогъ, отдѣльныя деревья, столбы и т. п. и имѣющіе вообще отличительный видъ, *бросающійся въ глаза.*

а) *Опредѣленіе направленій.* При глазомѣрной съемкѣ направленія линій опредѣляются или просто на глазъ, или наносятся графически или измѣряются при помощи ручныхъ буссолей. При графическомъ нанесеніи направленій, планъ оріентируютъ по ранѣе нанесеннымъ съ карты направленіямъ или по приближенно опредѣленнымъ странамъ свѣта и затѣмъ уже прочерчиваютъ на планѣ новыя линіи, параллельно направленіямъ, идущимъ на мѣстности; при этомъ употребляется или легкая, ручная мензула, или чаще замѣняющая ее простая картонная папка съ прикрѣпленнымъ къ ней компасомъ; при примѣненіи угломѣрнаго способа, пользуясь ручной буссолью, *измѣряютъ азимуты отдѣльныхъ направленій.* Иногда же просто оцѣниваютъ *на глазъ* градусную величину угловъ, составляемыхъ разными направленіями между собою и строятъ на планѣ эти углы также на глазъ, безъ помощи транспортира. По большей части при глазомѣрной съемкѣ употребляются оба пріема графическій и угломѣрный вмѣстѣ. Нанося направленіе графически, смотрятъ, составляютъ ли они на планѣ тѣ углы, какіе представляются на мѣстности по оцѣнкѣ ихъ на глазъ и наоборотъ,— нанося ихъ по опредѣляемымъ угламъ, наблюдаютъ, чтобы они имѣли на планѣ направленія, соотвѣтствующія направленіямъ на мѣстности.

б) *Измѣреніе разстояній* совершается на военно-глазомѣрныхъ съемкахъ грубо, преимущественно *шагами человѣка*; но иногда разстояніе опредѣляется *дальномѣромъ, шагами лошади, временемъ, скоростью звука и глазомѣромъ.*

Лучшій изъ указанныхъ пріемовъ есть измѣреніе посредствомъ дальномѣровъ.

§ 286. Графическій способъ нанесенія на брульонъ направленій. Компасъ. Наиболѣе *распространенный* пріемъ нанесенія на планъ глазомѣрной съемки (брульонъ) направленій,—это *графическій.* Для оріентировки планшета (папки) служитъ *компасъ.* Онъ состоитъ изъ мѣдной круглой коробки (черт. 508) діаметромъ нѣсколько болѣе одного дюйма. Въ центрѣ коробки помѣщается шпиль, на которой повѣшена магнитная стрѣлка *ns* и надѣтъ рычагъ *r*, прижимающій стрѣлку во время перенесенія инструмента къ стеклу, которымъ закрыта коробка. На днѣ коробки проведены двѣ перпендикулярныя линіи *NS* и *WO.* Коробка прикрѣплена къ квадратной мѣдной дощечкѣ, имѣющей въ углахъ круглыя отверстія, чрезъ которыя проходятъ винты, прикрѣпляющіе компасъ къ папкѣ, на которой чертится планъ мѣстности. Папка имѣетъ размѣръ немногимъ болѣе размѣра полулиста писчей бумаги, 7×10 вершковъ (черт. 513, стр. 780). Изъ этого описанія видно, что компасъ отличается отъ буссоли тѣмъ, что не имѣетъ градуснаго кольца и слѣдовательно не можетъ служить для опредѣленія градусной величины азимута; онъ служитъ *только для оріентированія по магнитному меридіану* обыкновенно длиннаго края папки, для чего



Черт. 508.

компасъ прикрѣпляютъ въ одномъ изъ угловъ *P* папки *PQ* (черт. 513) такъ, *чтобы его линія NS была параллельна или краю папки или меридіану, проведенному на бумагѣ* папки. При оріентировкѣ папку вращаютъ до тѣхъ поръ, пока сѣверный конецъ стрѣлки совпадетъ съ концомъ *N* линіи *NS* или, все равно, когда южный конецъ стрѣлки совпадетъ съ концомъ *S*; послѣ этого папка будетъ оріентирована по магнитному меридіану. Чтобы затѣмъ, стоя на концѣ данной линіи мѣстности, начертить на бумагѣ ея направленіе при данной на папкѣ точкѣ *m*, повертываются лицомъ въ ту сторону, куда идетъ линія мѣстности и, наблюдая затѣмъ, чтобы стрѣлка не уклонялась отъ линіи *NS* компаса, прикладываютъ къ точкѣ *m* или ручную алидаду, или просто обыкновенную трехгранную *масштабную линейку* [1]), которую поворачиваютъ около данной точки до тѣхъ поръ, пока верхній край линейки будетъ находиться въ вертикальной плоскости линіи мѣстности; линія *mp* (черт. 513), прочерченная карандашемъ по ребру линейки, есть требуемое направленіе линіи мѣстности. Для болѣе точнаго нанесенія линіи указаннымъ путемъ хорошо, если боковая поверхность коробки компаса не мѣдная, а стеклянная, на которой назначены штрихами направленія линій *NS* и *WO*; тогда съемщикъ при визированіи будетъ одновременно видѣть какъ предметъ, такъ и стрѣлку. Наконецъ покажемъ, какъ на бумагѣ прочертить направленіе линіи мѣстности *при помощи карандаша*. Для этого оріентировавъ папку на глазъ по странамъ свѣта [2]), устанавливаютъ карандашъ, (перемѣщая его на папкѣ) такъ, чтобы онъ находился въ плоскости, проходящей чрезъ данную на папкѣ точку и предметъ мѣстности; послѣ этого, нажавъ карандашъ, назначаютъ точку, соединивъ которую съ данною точкою прямою линіею отъ руки или по линейкѣ, получаютъ на папкѣ искомое направленіе линіи мѣстности. Поступая обратнымъ порядкомъ, по данному на папкѣ направленію, можно оріентировать папку, а именно: находясь въ концѣ данной линіи и поставивъ карандашъ въ начальной ея точкѣ, поворачиваютъ папку настолько, чтобы карандашъ находился въ плоскости точки стоянія и начальной точки линіи.

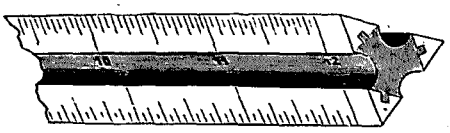
Для нанесенія измѣренныхъ (или опредѣленныхъ на глазъ) разстояній на планъ при глазомѣрной съемкѣ употребляется только что упомянутая *масштабная линейка*, (черт. 508a и 508b) замѣняющая собою алидаду. Она представляетъ собою въ сѣченіи, перпендикулярномъ къ длинѣ, равносторонній треугольникъ и сдѣлана изъ твердаго, напримѣръ, пальмоваго дерева. На боковыхъ граняхъ линейки назначены дюймы и сотыя доли сажени и болѣе мелкія подраздѣленія. На одномъ концѣ линейки сдѣлано круглое отвер-

---

[1]) Имѣющую въ поперечномъ сѣченіи видъ треугольника.

[2]) Обыкновенно если повернуть планъ такъ, чтобы можно было читать на немъ надписи, верхъ плана представляетъ сѣверъ. Если, слѣд., имѣемъ компасъ, то стоитъ только повернуть планъ такъ, чтобы лѣвый край его былъ параллеленъ стрѣлкѣ и верхъ обращенъ къ сѣверу, тогда всѣ линіи плана будутъ въ томъ же положеніи относительно меридіана, какъ и соотвѣтствующія линіи мѣстности.

стіе, проходящее чрезъ боковыя грани. Чрезъ это отверстіе пропускается шнурокъ, навѣшиваемый на себя съемщикомъ. Употребленіе этой линейки съ цѣлью нанесенія разстояній безъ посредства циркуля состоитъ въ непосредственномъ приложеніи граней ея съ дѣленіями къ прочерченной на бумагѣ линіи.



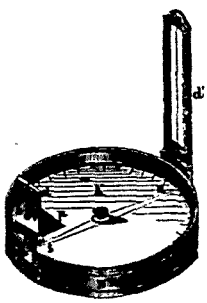
Черт. 508a.



Черт. 508b.

§ 287. Ручныя буссоли Шмалькальдера и Бюрнье. Изъ *малыхъ буссолей*, употребляемыхъ при рекогносцировкахъ мѣстности и при глазомѣрныхъ съемкахъ, приведемъ здѣсь буссоли: 1) *Шмалькальдера* [1]) и 2) *Бюрнье*.

Буссоль Шмалькальдера состоитъ изъ мѣдной цилиндрической коробки B (черт. 509), на днѣ которой укрѣпленъ шпиль, съ висящею на немъ магнитною стрѣлкою ns; къ верхней плоскости ея приклеенъ бумажный или тонкій латунный кругъ k такимъ образомъ, что ось стрѣлки совпадаетъ съ его діаметромъ $0^0 — 180^0$, причемъ нуль дѣленій находится при южномъ концѣ стрѣлки, а шляпка стрѣлки выходитъ наружу. Кругъ k раздѣленъ по своей окружности на 360^0, и дѣленія, располагающіяся *слѣва направо*, по ходу часовой стрѣлки, подписаны цифрами въ обратномъ видѣ. Коробка закрыта стекломъ и имѣетъ мѣдную крышку, употребляющуюся при переноскѣ. На одномъ изъ концовъ діаметра коробки B придѣланъ къ шарнирѣ предметный діоптръ d', а на другомъ концѣ того же діаметра вращается такъ же на шарнирѣ глазной діоптръ d, движущійся, кромѣ того, вверхъ и внизъ между двумя брусочками b, b. Прорѣзъ a діоптра d оканчивается внизу круглою скважиною, противъ которой, по другую сторону діоптра, прикрѣплена прямоугольная хрустальная призма p съ выпуклымъ катетомъ, обращеннымъ къ кругу k, и гипотенузою, обращенною къ дредметному діоптру d'. При такомъ устройствѣ діоптра d получается возможность видѣть въ одно и то же время волосъ діоптра d' и дѣленія кружка k въ увеличенномъ видѣ.



Черт. 509.

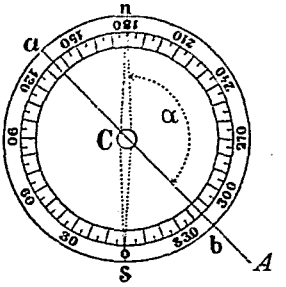
Для разсматриванія дѣленій кружка k съ надлежащею ясностью глазной діоптръ подвигается между брусочками b, b. Для болѣе быстраго приведенія стрѣлки въ равновѣсіе, съ боку коробки B имѣется пуговка, при прижиманіи которой къ коробкѣ, на ободокъ кружка k дѣйствуетъ маленькая пружинка, тормозящая вращеніе кружка. При переноскѣ буссоли предметный діоптръ наклоняется къ стеклу, причемъ онъ нажимаетъ

[1]) Лондонскій механикъ.

на вертикальную пластинку, проходящую вблизи ободка коробки B и дѣйствующую на конецъ рычага, находящагося внутри коробки. Этотъ рычагъ прижимаетъ стрѣлку къ стеклу. Глазной діоптръ наклоняется при переноскѣ въ обратную сторону.

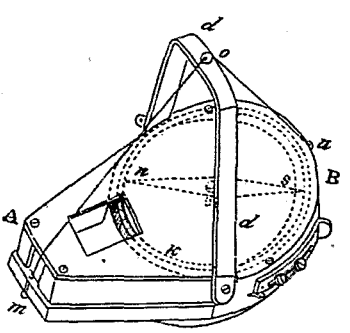
Что касается условій, требуемыхъ отъ буссоли Шмалькальдера, то въ ней достаточно повѣрить: хорошъ ли шпиль, хорошо ли намагничена стрѣлка и не содержитъ ли въ себѣ инструментъ желѣза.

Для опредѣленія на мѣстности азимута линіи CA (черт. 510) буссолью Шмалькальдера втыкаютъ штативъ (палку) ея въ точку C или держатъ буссоль въ рукѣ отвѣсно надъ этою точкою такъ, чтобы плоскость круга была на глазъ горизонтальна, и направляютъ волосъ предметнаго діоптра на A. Затѣмъ, давъ стрѣлкѣ успокоиться, замѣчаютъ чрезъ отверстіе глазного діоптра градусное значеніе того штриха круга буссоли, который совпадаетъ съ направленіемъ волоса; этотъ отсчетъ и выразитъ величину азимута линіи CA. Въ самомъ дѣлѣ, если a есть глазной діоптръ, b — предметный и ns — направленіе стрѣлки, приклеенной снизу, то, послѣ направленія на A, въ отверстіи глазного діоптра увидимъ шрихъ, напр., 135°, помѣщающійся въ коллимаціонной плоскости ab. Это и выразитъ азимутъ линіи CA, ибо уголъ $sCa = uCb = \alpha$. Буссолью Шмалькальдера азимуты опредѣляются съ точностью до 1°.



Черт. 510.

Буссоль Бюрнье (*Burnier*) состоитъ изъ мѣдной овальной коробки AB (черт. 511), внутри которой сдѣлано два углубленія: одно круглое, въ центрѣ котораго на заостренномъ шпилѣ помѣщается металлическое кольцо k съ прикрѣпленною къ нему магнитною стрѣлкою ns, и другое продолговатое, вблизи наружнаго конца котораго вставлено сферическое стекло, служащее окуляромъ и увеличивающее дѣленія, которыя назначены на боковой цилиндрической поверхности кольца k. Эта поверхность раздѣлена на градусы (отъ 0° до 360°), подписанные слѣва направо и имѣющіе нуль при южномъ концѣ стрѣлки. Верхъ коробки закрывается мѣдною крышкою, а продолговатое отверстіе слюдою, пропускающею лучи свѣта для освѣщенія дѣленій кольца k. Къ верхней части коробки прикрѣплена дуга dd, вращающаяся на штифтахъ, пропущенныхъ вблизи концовъ дуги, и могущая при перенесеніи инструмента пригибаться къ боковой поверхности коробки AB. Чрезъ дугу dd перетянутъ перпендикулярно къ ней конскій волосъ mou. Снизу инструментъ навинчивается на баксу M



Черт. 511.

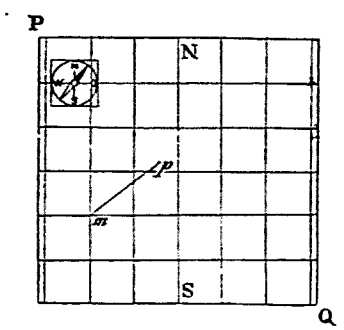


Черт. 512.

(черт. 512), которая дозволяетъ наклонять его на бокъ и которая надѣвается на штативъ-палку. Вмѣсто дуги *dd* и волоса *тои* буссоль Бюрнье имѣетъ иногда діоптры, которые могутъ быть пригибаемы къ крышкѣ коробки.

Для опредѣленія посредствомъ этой буссоли азимута линіи мѣстности становятся на одномъ концѣ ея, держатъ буссоль приблизительно горизонтально и поворачиваютъ ее въ горизонтальной плоскости настолько, чтобы плоскость, проходящая чрезъ волосъ *тои*, совпала съ направленіемъ линіи мѣстности; послѣ этого градусное значеніе штриха кольца *k*, находящагося въ плоскости волоса, выразитъ искомый азимутъ. Иногда къ дну коробки присоединяется зеркало, въ которое съ обратной стороны и ввертывается бакса *M*, а на днѣ коробки для измѣренія угловъ наклона устраивается *эклиметръ* (дуга съ градусными дѣленіями въ центрѣ которой движется въ видѣ радіуса линеечка). Въ зеркалѣ отражается эклиметръ.

§ 288. Нанесеніе на бумагу линій по измѣренному азимуту. Для нанесенія на бумагу линіи подъ даннымъ азимутомъ, полученнымъ изъ измѣренія его буссолью или на глазъ, бумага дѣлится на квадраты (черт. 513), (имѣющіе стороны длиною въ одинъ дюймъ или сотку съ болѣе мелкими подраздѣленіями). Самое нанесеніе линіи дѣлается посредствомъ маленькаго, напр., рогового транспортира, но *безъ помощи треугольника и линейки*. А именно: транспортиръ накладывается на бумагу такъ, чтобы наружное ребро линейки его проходило чрезъ данную на бумагѣ точку *m*, а центръ и штрихъ, градусное значеніе котораго выражаетъ измѣренный азимутъ, должны находиться на меридіанѣ, проходящемъ чрезъ *m*; послѣ этого по наружному ребру линейки транспортира прочерчиваютъ карандашемъ линію *mp*. Нерѣдко допускается нанесеніе направленія по оцѣнкѣ на глазъ.

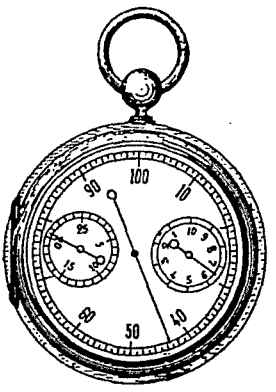


Черт. 513.

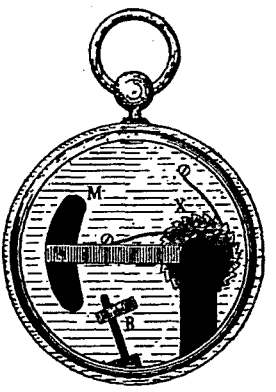
§ 289. Масштабы шаговъ и времени. *Масштабъ шаговъ.* Наиболѣе часто употребляемый пріемъ для опредѣленія разстояній въ глазомѣрной съемкѣ это измѣреніе разстояній шагами (см. § 37). Зная длину своего шага (при различныхъ мѣстныхъ условіяхъ длина шага мѣняется: на горизонтальной и ровной мѣстности длина шага нормальна, на наклонной и особенно поросшей высокой травою мѣстности шагъ измѣняется; въ первомъ случаѣ длина шага увеличивается, когда приходится спускаться съ горы, а во второмъ—уменьшается), можно измѣрять длину прямой длиною шага. Для удобства счетъ числа шаговъ въ измѣряемой линіи рекомендуютъ производить *парами* (шаговъ), ведя счетъ *подъ одну*, напримѣръ, правую *ногу*, или же пользоваться при проходѣ по линіи *шагомѣромъ*.

Въ послѣднее время шагомѣру стали придавать форму и видъ карман-

ныхъ часовъ (черт. 514). Обыкновенно при употребленіи шагомѣръ вѣшаютъ на особомъ металлическомъ крючкѣ за бортъ верхняго кармана жилета или за петлицу застегнутаго сюртука. Дѣйствіе его основано на устройствѣ въ немъ слѣдующаго механизма, видимаго черезъ стекло, замѣняющее нижнюю крышку (черт. 515): металлическій тяжелый маятникъ, имѣющій видъ молоточка *M*, занимаетъ (въ свободно подвѣшенномъ за крючекъ шагомѣрѣ) обыкновенно горизонтальное положеніе, въ которомъ и удерживается особою пружиною (не обозначенной на чертежѣ; эта пружина идетъ отъ гнѣзда винтика *B* и упирается снизу въ рукоятку молоточка. При сотрясеніи (толчкѣ сверху) молоточекъ опускается и ударяется въ гнѣздо винтика *B*, въ это время вторая пружинка, прикрѣпленная къ ручкѣ молоточка сверху и упирающаяся правымъ (на чертежѣ) концомъ въ зубчатое колесо (храповичекъ) *X*, перемѣстится на одинъ зубецъ. Подъ дѣйствіемъ нижней пружины молоточекъ вернется въ горизонтальное положеніе, а храповичекъ повернется на одинъ зубецъ вправо и передастъ свое движеніе другимъ зубчатымъ колесамъ, которыя подвигаютъ большую стрѣлку циферблатта на одно дѣленіе. Для подсчета полныхъ оборотовъ большой стрѣлки (каждый оборотъ соотвѣтствуетъ 100 шагамъ) или *для подсчета сотенъ шаговъ служитъ правый маленькій кружокъ*, подписанный цифрами отъ 0 до 10, въ центрѣ котораго перемѣщается 2-я малая стрѣлка. Лѣвый маленькій кружочекъ, съ подписью отъ 0 до 25, ведетъ по 3-й стрѣлкѣ счетъ полныхъ оборотовъ 2-й стрѣлки (кружка—сотенъ) и можетъ быть названъ кружкомъ тысячъ. На чертежѣ 518 большая стрѣлка даетъ отсчетъ = 43, правая малая — 6, т.-е. 600, и лѣвая маленькая стрѣлка указываетъ 20 (или 20.000), полный отсчетъ по шагомѣру будетъ $43 + 600 + 20000 = 20643$ шага.



Черт. 514.



Черт. 515.

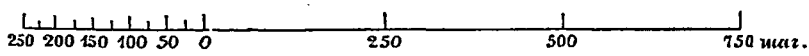
Для каждаго экземпляра слѣдуетъ установить ту постоянную погрѣшность, которую онъ даетъ. Съ этою цѣлію устанавливаютъ всѣ стрѣлки на нули, а для этого достаточно надавить на шляпку штифта, помѣщающагося въ кольцѣ оправы и, повѣсивъ, на петлицу шагомѣръ, проходятъ на шоссе или по бровкѣ полотна дороги линіи отъ 100 до 1000 шаговъ и замѣчаютъ погрѣшность, даваемую инструментомъ. Иногда, вмѣсто шаговъ, циферблатты показываютъ сажени, ихъ сотни и версты.

При переводѣ шаговъ въ сажени, строится *масштабъ шаговъ*, по которому измѣренныя шагами разстоянія наносятся на планъ непосредственно.

Построеніе масштаба шаговъ *зависитъ отъ принятаго масштаба съемки*, выражаемаго обыкновенно нѣкоторымъ круглымъ числомъ саженъ, соотвѣтствующихъ одному дюйму, и *отъ отношенія шага къ сажени*, т. е

отъ дѣйствительной величины шага. Для удобства употребленія такого масштаба въ его основаніи должно заключаться *круглое число паръ шаговъ*; почему обыкновенно его приходится строить не на цѣломъ дюймѣ, а на величинѣ, нѣсколько большей или меньшей дюйма.

Для примѣра построенія масштаба положимъ, что съемка производится въ масштабѣ 200 саж. въ одномъ дюймѣ и что 50 саженямъ соотвѣтствуетъ 142 шага или 71 пара шаговъ. При данныхъ условіяхъ одному дюйму на планѣ соотвѣтствуетъ 200 саж., а двумстамъ саженямъ будутъ соотвѣтствовать $71 \times 4 = 284$ пары шаговъ. Чтобы не принимать въ основаніи масштаба числа 284, неудобнаго для счета и раздѣленія, найдемъ, какая часть дюйма соотвѣтствуетъ ближайшему круглому числу, напр. 250 парамъ шаговъ. Величина эта найдется изъ пропорціи $x : 1 = 250 : 284$; откуда $x = 0{,}88$ дюйма. Затѣмъ остается построить линейный масштабъ, принимая за основаніе x. Масштабъ шаговъ строится въ видѣ простого линейнаго масштаба съ раздѣленіемъ основанія не болѣе какъ на 10 частей. Масштабъ шаговъ, построенный на величинѣ x, представится въ такомъ видѣ:



Черт. 516.

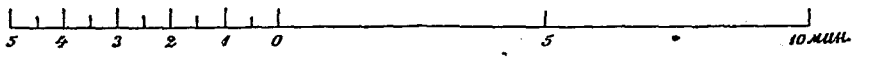
Когда, при измѣреніи разстояній шагами, шагъ принимается равнымъ аршину, тогда можно совершенно избѣжать перевода числа шаговъ въ число саженей, считая разстоянія прямо саженями черезъ два шага на третій. При этомъ нѣтъ надобности строить особыхъ масштабовъ шаговъ. Разстоянія могутъ измѣряться шагами съ точностью отъ $\frac{1}{50}$ до $\frac{1}{100}$ доли ихъ величины.

Разстоянія измѣряются не только шагами человѣка, но и шагами лошади, которые можно сосчитывать, производя съемку верхомъ. Шаги лощади должны быть вывѣрены относительно сажени, и въ остальномъ поступаютъ совершенно такъ же, какъ это было объяснено выше. Понятно, что измѣреніе разстояній этимъ способомъ менѣе точно, чѣмъ предыдущимъ.

Масштабъ времени. Разстоянія могутъ опредѣляться приблизительно *временемъ, употребленнымъ на ихъ прохожденіе или проѣздъ*. Для этого нужно знать разстояніе, проходимое или проѣзжаемое *въ единицу времени*; умножая его на время, употребленное на какое-нибудь передвиженіе, получимъ длину пройденнаго пути. Чтобы не дѣлать вычисленій, предпочитаютъ употреблять графическій способъ, заключающійся въ построеніи *масштаба времени*, на томъ же основаніи, какъ строится масштабъ шаговъ. Сдѣлаемъ примѣръ подобнаго построенія. Положимъ, что съемщикъ, ѣдущій верхомъ на лошади, для измѣренія разстояній шагомъ лошади, испытываетъ ходъ своей лошади и пусть онъ опредѣлилъ, что она ровною и тихою рысью пробѣгаетъ одну версту въ $7\frac{1}{2}$ минутъ. Положимъ еще, что масштабъ съемки есть въ 1 дюймѣ полверсты, т. е. 250 саженъ; тогда

одному дюйму на планѣ соотвѣтствуетъ время проѣзда въ $3^3/_4$ минуты. Такимъ образомъ, дюйму соотвѣтствуетъ некруглое число единицъ измѣренія, и потому за основаніе масштаба слѣдуетъ принять не дюймъ, а такую величину, которой бы соотвѣтствовало 4 или, что еще удобнѣе, 5 минутъ проѣзда. Величина эта x найдется изъ пропорціи $x : 1 = 5 : 3^3/_4$, откуда: $x = 1^1/_3 = 1{,}33$ дюйма.

Масштабъ строится по величинѣ x и представится въ слѣдующемъ видѣ:



Черт. 517.

Измѣреніе разстояній временемъ совершается только при съемкѣ въ весьма мелкомъ масштабѣ—не крупнѣе, какъ въ 1 дюймѣ полверсты; при этомъ временемъ измѣряются только большія разстоянія, небольшія же лучше опредѣлять по глазомѣру.

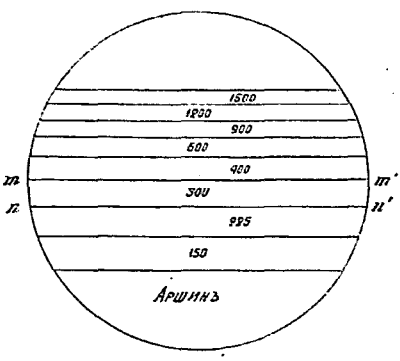
Величина шага съемщика и ходъ лошади могутъ быть удобно повѣрены по верстовымъ столбамъ, находящимся на большихъ дорогахъ; за неимѣніемъ ихъ можно пользоваться разстояніями, которыхъ протяженія могутъ быть опредѣлены по точнымъ планамъ или картамъ

Если ходъ человѣка или лошади не вывѣренъ, то принимаютъ среднія цифры разстояній, проходимыхъ въ единицу времени.

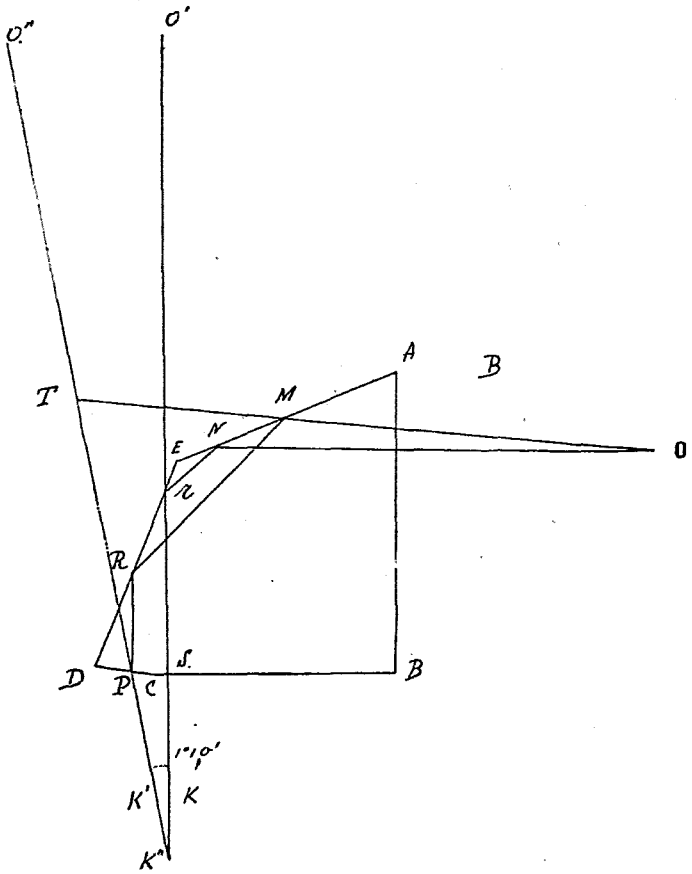
§ 290. Опредѣленіе разстояній по глазомѣру. Разстояніе на мѣстности можетъ быть опредѣлено также на глазъ или, какъ говорятъ, *глазомѣрно*. Оцѣнка разстояній на глазъ пріобрѣтается навыкомъ, для чего *опредѣленныя на глазъ разстоянія повѣряются или непосредственнымъ ихъ измѣреніемъ цѣпью, лентою или дальномѣромъ или, наконецъ, по плану при помощи циркуля и масштаба.* На правильность оцѣнки разстоянія на глазъ имѣютъ вліяніе: a) *видимая величина предмета*,—при одной и той же его величинѣ онъ кажется менѣе, чѣмъ болѣе разстояніе до него: b) *большая или меньшая ясность*, съ которою виденъ предметъ,—болѣе освѣщенный предметъ кажется ближе; c) *мѣсто нахожденія предмета*,—если онъ на вершинѣ горы или за рѣкою, то кажется ближе, чѣмъ тогда, когда отъ внизу горы или за разнообразными мѣстными контурами; d) *время наблюденія*,—предметы въ сумерки кажутся дальше, а огонь ночью кажется ближе; e) *разстояніе по водѣ* и даже по лугу, поросшему невысокою травою, всегда кажется меньше дѣйствительной его величины.

§ 291. Дальномѣры, употребляющіеся при глазомѣрной съемкѣ. Такъ какъ при глазомѣрной съемкѣ нѣтъ времени для употребленія дальномѣровъ съ постоянными углами, которые требуютъ раздѣленныхъ реекъ, а иногда употребленіе ихъ даже и невозможно (напр., при опредѣленіи разстоянія до непріятеля), то при этой съемкѣ могутъ быть употребляемы: 1) дальномѣры съ измѣняющимися углами, причемъ вмѣсто реекъ опредѣленной величины, пользуются какими-нибудь предметами на мѣстности, имѣющими извѣстную высоту, напр., среднимъ ростомъ человѣка, лошади, постройки

и т. п. и 2) дальномѣры безъ реекъ. Къ дальномѣрамъ перваго рода принадлежитъ *дальномѣръ Рослини*. Онъ представляетъ собою зрительную трубу съ сѣткою изъ нѣсколькихъ параллельныхъ не равно отстоящихъ нитей (черт. 518); нити находятся въ такомъ взаимномъ разстояніи, что между каждою парою смежныхъ нитей можетъ помѣщаться изображеніе одного и того же предмета извѣстной высоты, при удаленіи его отъ трубы на различныя разстоянія. При такомъ дальномѣрѣ имѣется или табличка, или рядъ надписей на стеклѣ, замѣняющемъ сѣтку нитей; онѣ показываютъ, какому разстоянію отъ предмета до трубы соотвѣтствуетъ помѣщеніе его между каждою парою смежныхъ нитей. Эта табличка получена изъ непосредственныхъ измѣреній на мѣстности. Для опредѣленія разстоянія до предмета нужно направить на него трубу, посмотрѣть, между какими смежными нитями (штрихами) онъ помѣщается и по табличкѣ найти соотвѣтствующее разстояніе; напр., если человѣкъ средняго роста помѣщается между нитями mm' и nn', то разстояніе до него равно 300 аршинамъ или 100 саж.



Черт. 518.



Черт. 519.

Къ дальномѣрамъ второго рода, т. е. къ дальномѣрамъ безъ реекъ, принадлежитъ, между прочими, и *дальномѣръ Сушье*; онъ состоитъ изъ пятиугольной стеклянной призмы (черт. 519), съ хорошо отполированными боковыми гранями, составляющими слѣдующіе углы:

$$A = 67^0 30', \quad B = 90^0,$$
$$C = 177^0 50', \quad D = 69^0 40'$$
и $$E = 135^0.$$

Высота призмы между параллельными гранями (основаніями) достигаетъ 8—9 миллиметровъ. Вся призма покрыта латунью, за исключеніемъ двухъ частей: одной по грани AB, близъ угла A, и другой DS по гра-

нямъ DC и CB, служащихъ для пропуска лучей свѣта. Такъ, если грань AB повернута къ освѣщенному предмету, находящемуся въ точкѣ O, то лучи, идущіе отъ точки O, упадутъ близъ угла A на грань AB и выйдутъ близъ угла C или грани CB, или изъ грани CD. Прослѣдимъ ходъ двухъ лучей — одного ON, перпендикулярно падающаго на грань AB и выходящаго безъ преломленія изъ грани CB по направленію SK, и другого — OM, почти параллельнаго ON (по удаленности предмета O отъ призмы), и выходящаго преломленнымъ изъ грани DC по направленію PK'. Первый лучъ ON, войдя безъ преломленія въ призму, встрѣчаетъ внутреннюю поверхность грани AE. Здѣсь онъ составитъ съ нормалью къ грани AE въ точкѣ N уголъ, который превыситъ величину предѣльнаго угла преломленія для стекла; а потому лучъ ON претерпитъ полное внутреннее отраженіе, принявъ направленіе Nr. Въ точкѣ r лучъ Nr встрѣтитъ грань ED при тѣхъ же условіяхъ (относительно предѣльнаго угла преломленія), а потому вновь отразится и приметъ направленіе rS, причемъ на пути встрѣтитъ грань BC въ точкѣ S. Дѣйствительно, такъ какъ уголъ $ANO = 90^0 - A = 90^0 - 67^0 30' = 22^0 30'$, то лучъ ON съ нормалью въ точкѣ N къ грани AE образуетъ уголъ, равный $(90^0 - 22^0 30') = 67^0 30'$, большій предѣльнаго [1]), а потому произойдетъ полное внутреннее отраженіе, и уголъ $ENr = 22^0 30'$. Далѣе, уголъ $E = 135^0$, вслѣдствіе этого въ треугольникѣ ENr уголъ $ErN = 22^0 30'$. Уголъ DrS также равенъ $22^0 30'$. Четыреугольникъ $rDCS$ даетъ:

$$r + D + C + S = 360^0$$

или

$$22^0 30' + 69^0 40' + 177^0 50' + S = 360^0.$$

Откуда

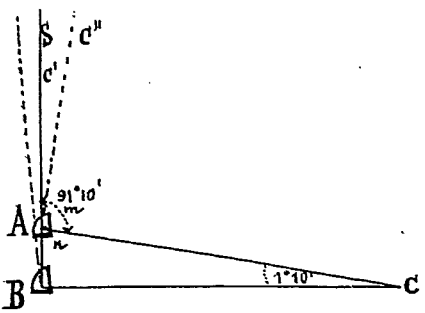
$$S = 360^0 - 270^0 = 90^0;$$

слѣдовательно лучъ rS упадетъ на грань CB подъ прямымъ угломъ, а потому выйдетъ, не преломляясь, по направленію SK. Глазъ, помѣщенный въ точкѣ K, увидитъ изображеніе предмета O въ точкѣ O'. Если, по удаленности отъ призмы точки O, принять, для упрощенія вывода, $OM \parallel ON$, то лучъ OM на томъ же основаніи, какъ и лучъ ON, долженъ дважды отразиться въ точкахъ M и R отъ граней AE и ED; но, падая на грань DC въ точкѣ P, дастъ уголъ $RPD = 180^0 - (69^0 40' + 22^0 30') = 180^0 - 92^0 10' = 87^0 50'$. Слѣдовательно, съ нормалью въ точкѣ P къ грани DC тотъ же лучъ дастъ уголъ $= 2^0 10'$; лучъ RP преломится и приметъ направленіе PK'. Глазъ, помѣщенный въ точкѣ K', увидитъ второе изображеніе предмета O въ точкѣ O''. Уголъ $PK''S$, подъ которымъ лучи пересѣкутся въ точкѣ K'', опредѣлится въ зависимости отъ угла x, составляемаго нормалью въ точкѣ P къ грани DC съ преломленнымъ лучемъ PK'. Этотъ же послѣдній найдется, если примемъ показатель преломленія стекла призмы $= 1{,}538$ (для кроунгляса онъ $= 1{,}534$), изъ равенства $\frac{Sin\ x}{Sin\ 2^0 10'} = 1{,}538$, а

[1]) Предѣльный уголъ преломленія для хрусталя $= 39^0 34'$, а для кроунгляса $= 41^0 49'$.

именно $x = 3^0 20'$. На основаніи чего $\sphericalangle TK''O' = 360^0 - (PCS + CSK + CPK'') = 360^0 - (182^0 10' + 90^0 + 86^0 40') = 1^0 10'$. Уголъ же $O''TO = 90^0 + 1^0 10$.

Предположимъ теперь, что AC (черт. 520) есть искомое разстояніе. Для опредѣленія его помѣщаются въ точкѣ A и, держа передъ глазомъ призму, согласно чертежа 519-го, т.-е. такъ, чтобы грань mn была обращена къ предмету C, замѣчаютъ на мѣстности точку S, куда проектируется лѣвое изображеніе C' предмета C, до котораго ищется разстояніе. Послѣ этого отступаютъ по линіи $SC'A$ назадъ до тѣхъ поръ, пока правое изображеніе C'' не совпадетъ съ точкою S. Вслѣдствіе этого, въ точкѣ B уголъ CBS будетъ равенъ 90^0, а уголъ $ACB = 1^0 10'$. Искомое разстояніе AC найдется изъ треугольника ABC; оно будетъ



Черт. 520.

$$AC = \frac{AB}{Sin\ 1^0 10'} = 50\,AB,$$

такъ какъ $Sin\ 1^0 10'$ приблизительно $= 0{,}02$ или $\frac{1}{50}$. Понятно, что искомое разстояніе AC опредѣлится если мы измѣримъ длину (*базисъ*) AB и умножимъ ее на 50.

Число 50 называется коеффиціентомъ дальномѣра.

Примѣчаніе 1. Коеффиціентъ никогда почти не бываетъ точно равенъ пятидесяти. Вслѣдствіе чего приходится для каждаго дальномѣра по измѣреннымъ AB и AC находить величину коеффиціента и на самомъ инструментѣ помѣщать (во избѣжаніе умноженія) табличку разстояній AC, расположенныхъ по аргументу AB.

Примѣчаніе 2. При употребленіи инструмента можно: 1) вмѣсто того, чтобы двигаться назадъ и отмѣрять базисъ AB, тотъ же базисъ отмѣрить, двигаясь впередъ и 2) держать предметъ C, до котораго опредѣляется разстояніе, не вправо отъ себя, а передъ собою, справа же (или слѣва) отъ себя выбирать на мѣстности вспомогательный предметъ и въ призмѣ замѣчать два его изображенія; причемъ одно изъ этихъ изображеній совмѣщается съ предметомъ C, а затѣмъ уже начинается движеніе по линіи направленія на предметъ C.

Примѣчаніе 3. Во избѣжаніе ошибокъ въ выборѣ изображеній въ призмѣ, въ инструментахъ послѣдняго изготовленія сдѣлана подвижная заслонка, дозволяющая открывать не болѣе одной грани, а потому и видѣть не болѣе одного изображенія предмета. На одномъ изъ параллельныхъ основаній награвированы двѣ буквы: A (avancer) ближе къ серединѣ инструмента и R (reculer) ближе къ краю. При движеніи впередъ должна быть открыта грань съ буквою A, при движеніи назадъ—грань съ буквою R.

Примѣчаніе 4. При глазомѣрныхъ съемкахъ, производимыхъ съ лошади, съ удобствомъ можно примѣнять *стереоскопическій дальномѣръ Цейса* (Stereoskopischer Entfernungsmesser von *Carl Zeiss* in Jena), состоящій изъ двойной зрительной трубы, внутри которой помѣщается въ плоскости изображенія стереоскопическая шкала разстояній. Разстояніе между центрами объективовъ (базисъ) 0,5 метра. Шкала позволяетъ *непосредственно* прочитывать разстоянія до опредѣляемаго предмета въ метрахъ; она представляетъ изъ себя рядъ точекъ (въ видѣ треугольныхъ язычковъ), расположенныхъ по зигзагообразной ламанной линіи [1]); нижняя линія даетъ разстоянія $_{90,}$ $1_{(100),}$ ..... $2_{(200),\ 225,\ 250,\ 275.}$ $3_{(300)}$, причемъ цифры 1, 2, 3 подписаны отъ правой руки къ лѣвой. Средняя діагональная линія, подписанная слѣва направо, даетъ разстояніе отъ 300 до 800 метровъ: $3_{(300),\ 350,}$ $4_{(400),\ 450,}$ $5_{(500),}$ $6_{(600),}$ $7_{(700),}$ $8_{(800)}$. Верхняя линія предназначена для опредѣленія разстояній отъ 800 до 3000 метровъ и такъ же, какъ и средняя, подписана слѣва направо, а именно: $8_{(300),}$ $9_{(900),}$ $1_{(1000,\ (1250),\ (1500),}$ $2_{(2000)}$ и $3_{(3000)}$.

Какъ и во всякомъ стереоскопѣ, въ дальномѣрѣ Цейса двойныя изображенія сводятся глазами наблюдателя въ одно-рельефное; при чемъ надъ каждымъ предметомъ, видимымъ въ трубѣ наблюдатель ясно видитъ надпись разстоянія, считаемаго отъ наблюдателя до предмета; оно выражено условными цифрами въ метрахъ.

§ 292. Опредѣленіе розстояній по звуку. Наконецъ, разстоянія могутъ быть опредѣляемы по скорости распространенія звука, которая, какъ извѣстно, равна 330,7 метра [2]), или почти 155 саженямъ въ секунду, при чемъ отъ вліянія вѣтра скорость эта можетъ измѣняться на величину, равную 5—15 саж. (во время бури) въ секунду. Между тѣмъ скорость свѣта опредѣлена въ 300400 [3]) километровъ или почти въ 281595 верстъ въ секунду. На основаніи этого можно сказать, что свѣтъ по сравненію съ звукомъ распространяется мгновенно. А потому для опредѣленія разстоянія D отъ съемщика до стрѣляющаго орудія достаточно сосчитать число секундъ t, протекшихъ отъ момента появленія огня или клуба дыма выстрѣла до раздавшагося звука и вычислить формулу

$$D = (155 \pm k)\ t \text{ саж.}$$

гдѣ k есть число, зависящее отъ силы вѣтра и равное 5—15 саж. Для избѣжанія вычисленія этой формулы бельгійскій артиллеристъ Буланже предложилъ употреблять особый приборъ. Онъ состоитъ изъ стеклянной герметически закупоренной трубки, діаметромъ около 1 сантиметра, наполненной сѣрнымъ эфиромъ, въ которую нагруженъ небольшой металлическій стержень. При вертикальномъ положеніи прибора стержень постепенно опускается и проходитъ по шкалѣ дѣленій, награвированныхъ на поверхности трубки. Штрихи этой шкалы назначаются изъ опытовъ, соотвѣтственно различнымъ разстояніямъ, измѣреннымъ цѣпью.

---

[1]) Въ сущности на параллельныхъ линіяхъ. (см. дальше статью „О стереофотограмметріи").

[2]) По опытамъ Реньо.

[3]) По опытамъ Корню (французскій физикъ).

Вслѣдствіе этого, самый процессъ опредѣленія разстоянія состоитъ въ слѣдующемъ: поставивъ стержень на нуль шкалы, держатъ приборъ горизонтально до тѣхъ поръ, пока появится огонь или дымъ отъ выстрѣла, послѣ чего ставятъ его быстро вертикально и дожидаются звука выстрѣла, въ моментъ появленія котораго ставятъ приборъ опять горизонтально и отсчитываютъ по шкалѣ искомое разстояніе, показываемое стержнемъ.

§ 293. Нанесеніе на планъ различныхъ предметовъ. Нанесеніе на планъ различныхъ предметовъ и контуровъ производится тѣми самыми способами, которые употребляются въ инструментальной съемкѣ и преимущественно способами: 1) обхода или визированія впередъ, 2) кругового визированія (полярный), 3) засѣчекъ и 4) по створамъ (промѣровъ съ вѣхи на вѣху); въ болѣе рѣдкихъ случаяхъ примѣняется пріемъ координатъ. Но такъ какъ значеніе глазомѣрной съемки нѣсколько иное, то и примѣненіе всѣхъ перечисленныхъ способовъ, дѣлается въ нѣсколько иной формѣ, чѣмъ при точной съемкѣ, соотвѣтственно тѣмъ условіямъ, при которыхъ ихъ приходится обыкновенно примѣнять. Способы визированія впередъ (обхода несомкнутыхъ полигоновъ) и засѣчекъ употребляются при глазомѣрной съемкѣ преимущественно, для нанесенія главныхъ направленій и точекъ мѣстности. *Главныя направленія суть тѣ дороги, по которымъ проходится мѣстность, а главныя точки—видимыя изъ далека ориентировочные предметы.* Такія направленія и точки, составляющія основаніе всей съемки, наносятся съ возможною тщательностью при помощи имѣющихся инструментовъ. Остальные способы съемки,—круговымъ визированіемъ и по створамъ, а также въ рѣдкихъ случаяхъ пріемъ координатъ—употребляются для нанесенія предметовъ, лежащихъ по сторонамъ проходимыхъ направленій и совершаются, по большей части, безъ помощи инструментовъ по одному глазомѣру.

Особенно способъ координатъ и способъ измѣренія съ вѣхи на вѣху не имѣютъ самостоятельнаго значенія; они употребляются только какъ вспомогательные при способѣ обхода, и особенно, *когда есть хорошая карта:* перенеся съ нея на планъ важнѣйшіе пункты мѣстности, по опредѣляемымъ ими направленіямъ проходятъ съемкою только тамъ, гдѣ эти направленія совпадаютъ съ дорогами и соотвѣтствуютъ предположенному ходу работъ.

§ 294. Съемка маршрута и участка. Глазомѣрныя съемки, какъ уже было ранѣе замѣчено, раздѣляются на два вида: 1) съемка узкой полосы *по одному заданному направленію,* опредѣляемому обыкновенно крайними пунктами; такая съемка называется маршрутною или просто маршрутомъ, и 2) съемка цѣлыхъ участковъ мѣстности, имѣющихъ болѣе или менѣе значительное протяженіе какъ въ длину, такъ и въ ширину. Разсмотримъ каждый родъ съемки въ отдѣльности.

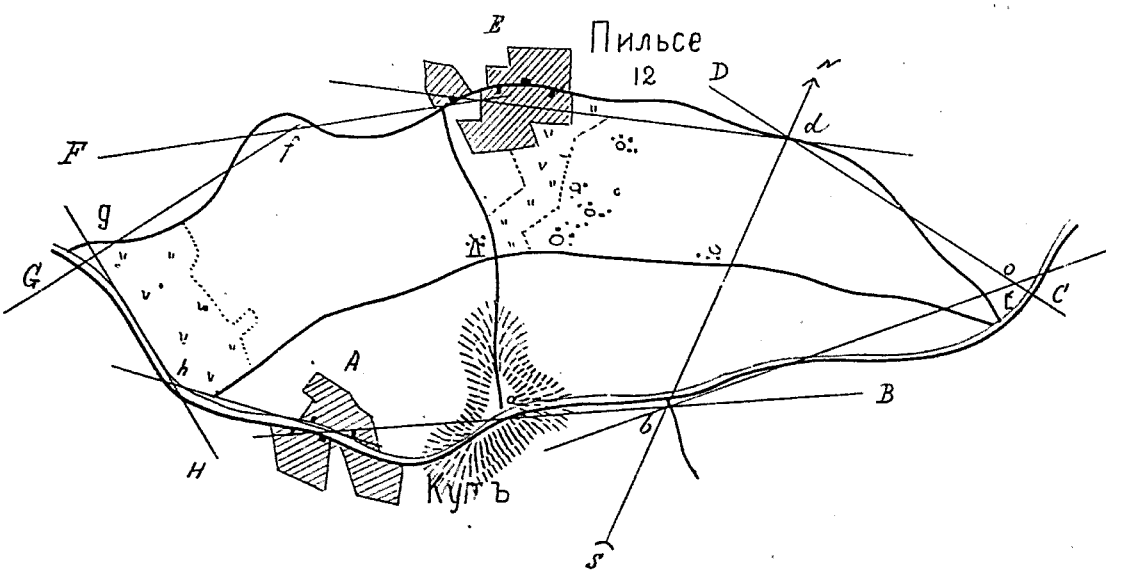
1. Если требуется *снять на планъ мѣстность* между какими-нибудь двумя пунктами, или вообще *въ данномъ направленіи,* то для этого всего лучше произвести *съемку дороги,* идущей въ этомъ направленіи отъ одного пункта до другого, при этомъ наносятъ на планъ (брульонъ) всѣ пред-

меты, важные въ отношеніи съемки, лежащіе какъ непосредственно у самой дороги, такъ и въ сторонѣ отъ нея на разстояніи 50—100 саженей. Если такихъ дорогъ, идущихъ въ желаемомъ направленіи, нѣтъ, то съемку производятъ, идя не по дорогамъ, а по какому-либо иному направленію, напр., вдоль ручья по его берегамъ; при этомъ порядокъ съемки остается тотъ же самый, хотя является большая трудность для преодолѣнія встрѣчаемыхъ препятствій и для производства промѣровъ по пути слѣдованія. Направленіе дороги или вообще пути съемщика наносится на брульонъ при помощи имѣющагося инструмента сколь возможно точнѣе (или по предварительно измѣренному буссолью азимуту, или графически при помощи оріентировки папки по компасу). Затѣмъ по опредѣленному направленію совершается промѣръ до его конца и измѣренная длина откладывается въ масштабѣ на брульонѣ. *Для точности и успѣшности съемки надо выбирать болѣе длинныя направленія и избѣгать короткихъ, отъ которыхъ происходитъ усложненіе работы и накопленіе ошибокъ.* Поэтому, если, снимая дорогу, замѣчаютъ, что она дѣлаетъ небольшіе изгибы по кривой, то сначала находятъ ея *среднее направленіе*, которое наносятъ съ возможною точностью на брульонъ. Выбранное для нанесенія направленіе должно быть замѣчено какимъ-нибудь видимымъ предметомъ, находящимся на его концѣ. Такими предметами служатъ обыкновенно находящіеся у дороги постройки, столбы, деревья и даже болѣе мелкіе предметы, какъ, напримѣръ, кусты, высокая трава и проч., лишь бы они были совершенно опредѣленны и не смѣшивались съ другими. За неимѣніемъ такихъ предметовъ у дороги визируютъ на видимые вдали за дорогою предметы, но брать направленія по самому полигону дороги можно только въ крайнемъ случаѣ, такъ какъ при этомъ легко впасть въ ошибку, въ особенности, если дорога постепенно измѣняетъ свое направленіе въ одну сторону. Предметы, лежащіе въ сторонѣ отъ дороги, какъ, напр., колокольни церквей въ селеніяхъ, поляны въ лѣсу и вообще всѣ контуры наносятся, не сходя съ дороги, основными способами съемки (засѣчками, полярнымъ, промѣрами по створамъ уже нанесенныхъ на брульонъ предметовъ и т. п.). *Когда оріентировочные пункты (церкви, верстовые столбы, мельницы, деревья) далеки и не могутъ получиться на брульонѣ, на послѣднемъ наносятъ только направленія на эти пункты.* Съемка, какъ уже сказано, ведется не сходя съ избранной дороги.

Въ каждой точкѣ стоянія наблюдается обыкновенно слѣдующій порядокъ работъ. *Назначивъ точку стоянія на планѣ, прежде всего прочерчиваютъ черезъ нее съ возможною точностью главныя направленія какъ по линіи слѣдованія, такъ и оріентировочные пункты; относительно этихъ направленій наносятъ уже болѣе приближенно направленія на окружающіе мѣстные предметы, которые и снимаются различными способами.*

2. *Для съемки участка* его надо пройти по тѣмъ его дорогамъ, которыя обрисовываютъ всѣ главнѣйшіе его контуры, а если ихъ мало, то и безъ дорогъ, по нѣкоторымъ избраннымъ направленіямъ. Для того же, чтобы получить связь отдѣльныхъ съемокъ по разнымъ направленіямъ и повѣрку исполненныхъ работъ, а также избѣжать накопленія ошибокъ,

совершаются обходы сомкнутыхъ фигуръ (прилегающихъ другъ къ другу полигоновъ) или такъ называемыхъ круговъ, болѣе или менѣе значительнаго размѣра. Эти обходы производятся на слѣдующемъ основаніи. Начиная съемку отъ селенія Кутъ въ точкѣ *A* (черт. 521), наносятъ ее на планъ (бруль-



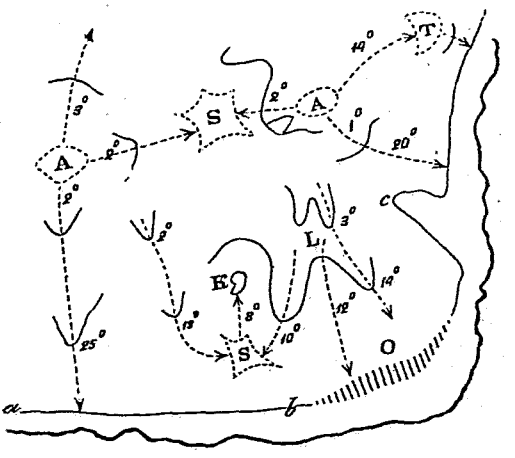
Черт. 521.

онъ), оріентируютъ планшетъ по компасу, проводятъ на брульонѣ направленіе *ab*, соотвѣтствующее *AB*, послѣ того идутъ по этому направленію *AB*, промѣриваютъ его и наносятъ извѣстными способами всѣ предметы и контуры, лежащіе какъ на пути слѣдованія, такъ и по сторонамъ его. Дойдя до точки *B*, откладываютъ измѣренную длину *ab* и выбираютъ новое направленіе на указатель дорогъ *C*, которое, оріентировавъ планшетъ, наносятъ точно на планъ и, измѣряя длину *BC*, зарисовываютъ окрестные предметы. Отъ точки *c* и прямой *bc* (отложенной отъ точки *b*), наносятъ *cd* по направленію *CD*, затѣмъ идутъ на околицу деревни Пильсе и наносятъ *de*, *ef*,... соотвѣтственно *DE*, *EF* и т. д., продолжая работу такъ, чтобы, уклоняясь въ одну сторону, обойти сомкнутую могоугольную фигуру *ABCDEFGHA* и прійти въ начальную точку *A*. Обыкновенно, фигура эта бываетъ криволинейная, такъ какъ обходъ совершается по дорогамъ, которыя имѣютъ большею частью видъ кривыхъ линій. Замыканіемъ круга получается повѣрка произведенныхъ работъ. Въ самомъ дѣлѣ, нанеся въ точкѣ *h* направленіе *ha*, съемщикъ увидитъ несогласіе положенія точки *a*, полученнаго изъ обхода, съ первоначальнымъ. Если это несогласіе, называемое невязкою, будетъ очень велико, напр., $^1/_{25}$ пройденнаго периметра, то это укажетъ на грубую ошибку, случившуюся при съемкѣ. Если невязка не болѣе $^1/_{50}$ периметра, то ее раскладываютъ, измѣняя на брульонѣ всѣ точки пройденнаго полигона, причемъ снятыя глазомѣрно мелкія подробности оставляютъ безъ измѣненія, а исправляютъ лишь точки, имѣющія значеніе для дальнѣйшаго производства съемки. Затѣмъ продол-

жаютъ съемку, идя по дорогѣ отъ *H* на *C*, направляясь на вѣтряную мельницу и нанося на брульонъ близъ лежащіе контуры.

§ 295. Съемка неровностей безъ предварительнаго опредѣленія высотъ точекъ мѣстности. Если при съемкѣ нѣтъ инструментовъ, которыми могутъ опредѣляться высоты точекъ мѣстности или на это недостаетъ времени, то неровности наносятся на планъ безъ предварительнаго опредѣленія высотъ слѣдующимъ образомъ.

Одновременно съ съемкою различныхъ мѣстныхъ предметовъ и контуровъ выражаютъ на брульонѣ путемъ *замѣтокъ* положеніе и форму всѣхъ характерныхъ частей рельефа, т. е. вершинъ, подошвъ, сѣдловинъ и проч., очерчивая ихъ такъ называемыми *натуральными линіями*, показанными на чертежѣ пунктиромъ (см. черт. 522). Къ этимъ очертаніямъ прибавляютъ еще коротенькія *горизонтальки* и стрѣлки, называемыя *бергштрихами*, выражающія направленія покатостей; около нихъ пишется число градусовъ угловъ наклоненія, оцѣниваемыхъ обыкновенно на глазъ, а иногда эклиметрами простѣйшаго устройства. Такими обозначеніями представлены неровности на чертежѣ, а именно: вершины *A*, сѣдловины *S*, терассы *T*; оси хребтовъ и оси лощинъ вычерчены пунктирными линіями, а подошвы *abcd*, котловина *K* и лощина *L* — сплошными. Срѣзъ или обрывъ *O* вычерченъ частыми короткими штрихами.

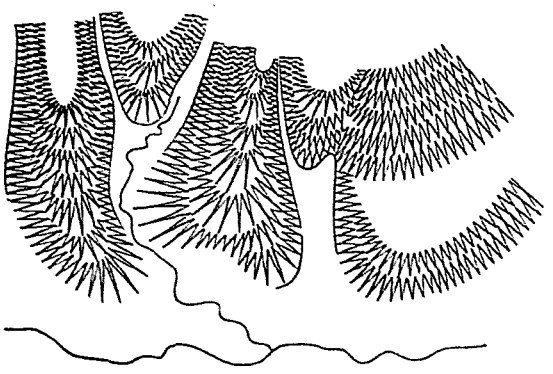


Черт. 522.

Горизонтальки проводятся перпендикулярно къ назначеннымъ бергштрихамъ; онѣ выражаютъ лишь отдѣльныя формы неровностей, но безъ общей ихъ связи; по нимъ, при отдѣлкѣ кроки, проводятся горизонтали. Горизонтали надо проводить перпендикулярно къ назначеннымъ бергштрихамъ и параллельно съ горизонтальками. Разстояніе между горизонталями должно согласовать съ подписанными углами наклоненія, причемъ эти разстоянія надо увеличивать съ уменьшеніемъ угла наклоненія и наоборотъ. Для соблюденія относительной вѣрности нужно проводить горизонтали на мѣстности, а не дома; въ особенности это необходимо при мѣстности волнообразной, сложной. Понятно, что можно назначать горизонтали на мѣстности также прямо, безъ предварительныхъ замѣтокъ, но это требуетъ отъ съемщика большого навыка. Надо имѣть въ виду, что *эти горизонтали* не могутъ служить для оцѣнки относительныхъ высотъ, т. е. быть разсматриваемы какъ сѣченія мѣстности, равноотстоящими горизонтальными плоскостями, онѣ суть *не болѣе какъ кривыя, выражающія характеръ неровностей мѣстности*. Но для нѣкоторыхъ выдающихся частей поверхности, какъ, напр., вершинъ горъ, краевъ овраговъ и долинъ необходимо дѣлать оцѣнку ихъ относительныхъ превышеній, чтобы затѣмъ по ихъ высотамъ горизонталями выразить, *по возможности, весь* рельефъ мѣстности.

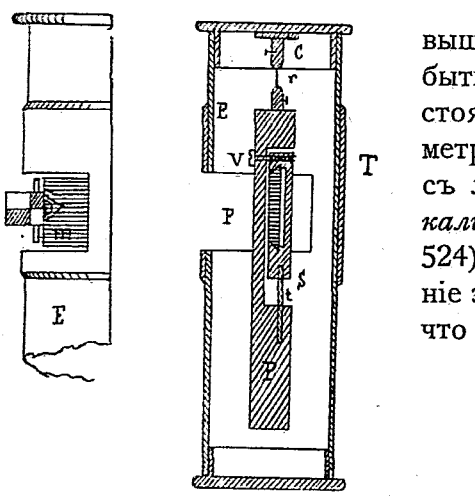
Проведеніе горизонталей не требуетъ большой тщательности отдѣлки въ томъ случаѣ, когда имѣется въ виду заполнить промежутки между ними штрихами. При ситуаціонномъ черченіи на глазомѣрныхъ планахъ промежутки между горизонталями заполняются штрихами, *перпендикулярными* къ горизонталямъ; при этомъ нельзя требовать соблюденія одной изъ извѣстныхъ шкалъ (Лемана или Болотова) [1]). Здѣсь ограничиваются шкалою болѣе грубою, а именно всѣ покатости до 5° совсѣмъ не различаются, а покатости отъ 5° до 45° дѣлятся на четыре разряда по 10° въ каждомъ. Къ первому разряду принадлежатъ покатости отъ 5° до 15°; онѣ изображаются тонкими и рѣдкими штрихами. Покатости отъ 15° до 25°, принадлежащія ко второму разряду, изображаются штрихами утолщенными, но настолько, чтобы промежутки между ними были болѣе толщины штриховъ. При покатостяхъ третьяго разряда отъ 52° до 35° толщина штриха должна быть равна промежутку. Наконецъ, покатости четвертаго разряда отъ 35° до 45° изображаются штрихами, толщина которыхъ болѣе ширины промежутка. Ситуаціонное черченіе производится для скорости такъ называемымъ *вязаннымъ штрихомъ*, изображеннымъ на черт. 523).

Черт. 523.

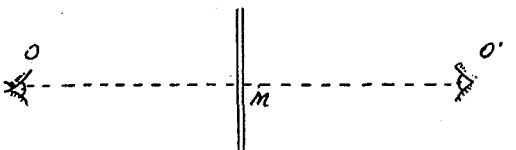


Ручей.

Оцѣнка *относительныхъ высотъ* (превышеній, командованія) двухъ точекъ можетъ быть сдѣлана или *тахеометрически* по разстоянію и углу наклона, измѣренному эклиметромъ, или *приближенною нивеллировкою* съ легкимъ *ручнымъ* нивеллиромъ, напр. *зеркальнымъ нивеллиромъ, системы Бюреля* (черт. 524), или даже просто на глазъ. Употребленіе зеркальнаго нивеллира основано на томъ, что глазъ *O* (черт. 525), помѣщенный передъ



Черт. 524.

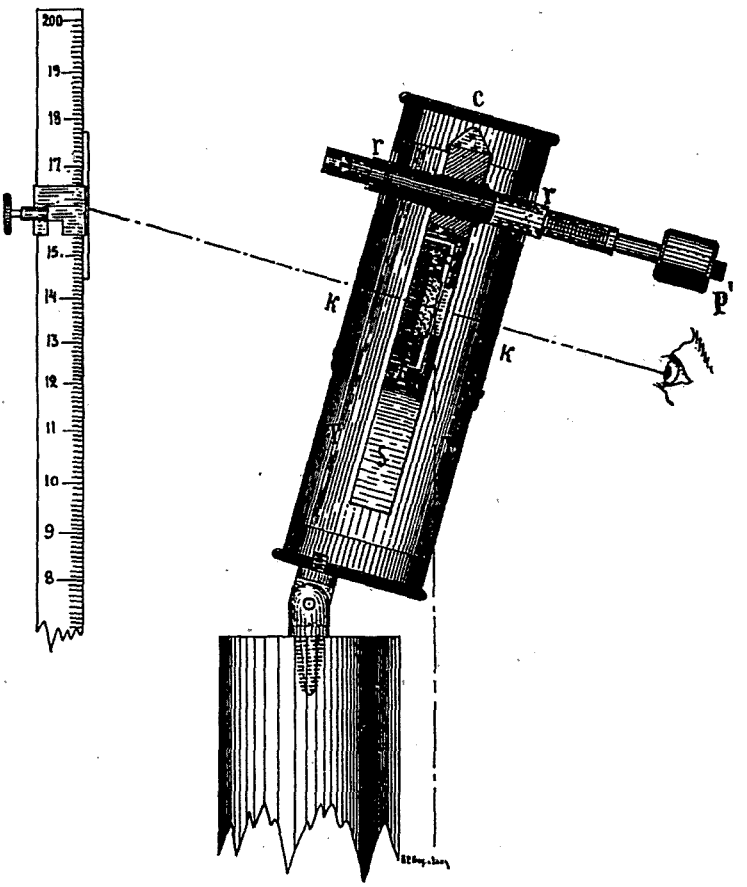


Черт. 525.

вертикальнымъ зеркаломъ *M*, увидитъ въ немъ свое изображеніе *O'* по направленію перпендикуляра *OM*, на разстояніи $O'M = OM$, причемъ

[1]) См. ниже статью о картахъ.

линія OO' будетъ *горизонтальна.* Помѣщая глазъ такъ, чтобы его изображеніе дѣлилось вертикальнымъ краемъ зеркала пополамъ и замѣчая на краю зеркала *изображеніе зрачка глаза* въ видѣ черной точки, мы получимъ *горизонтальный* лучъ зрѣнія, проходящій черезъ эту точку. Проектируя лучъ зрѣнія на поверхность земли (по подъему горы) и замѣчая ту точку, въ которую приходится этотъ лучъ, можно, зная ростъ наблюдателя (высоту его глаза надъ землею), получить *превышеніе* замѣченной визированіемъ точки надъ точкою стоянія съ инструментомъ. Самый приборъ Бюреля состоитъ изъ мѣдной трубки E (черт. 524), въ которую сверху входитъ плотно пригнанная пробка съ подвѣшеннымъ къ ней на шарнирѣ и съ находящимся внутри трубки тяжелымъ маятникомъ-пластинкою P. Къ маятнику-пластинкѣ прикрѣплено небольшое зеркало m, вставленное въ мѣдную оправу S, соединяющуюся съ маятникомъ пружиной t и винтомъ V. Трубка E имѣетъ сбоку вырѣзъ, прикрывающійся второю вращающеюся трубкою T, надѣтою сверху на трубку E. Снизу трубки въ дно ея вдѣланъ винтъ, ввертывающійся въ голову штатива-палки (черт. 526).

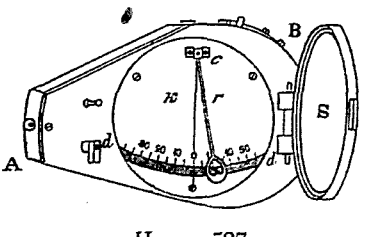


Черт. 526.

При употребленіи прежде всего, вращая трубку T, открываютъ вполнѣ отверстіе E, затѣмъ вращеніемъ верхней пробки повертываютъ зеркало такъ, чтобы оно совершенно закрыло внутреннюю часть трубки, видимую

черезъ отверстіе F. Помѣстивъ затѣмъ глазъ въ 30—40 сантиметрахъ отъ инструмента, наблюдатель приводитъ изображаніе зрачка на край зеркала и, получивъ горизонтальную прямую, вращаетъ нѣсколько инструментъ и замѣчаетъ ту точку земной поверхности, на которую проектируется *изображеніе зрачка*; если при нивеллирѣ вмѣсто роста человѣка употребляется рейка съ цѣлью, то цѣль по подаваемымъ наблюдателемъ знакамъ поднимается или опускается до тѣхъ поръ, пока средина цѣли не придется на горизонтальную линію визированія.

Для повѣрки инструмента зеркало сдѣлано двустороннимъ и амальгамировано относительно вертикальной линіи на половину. Отъ обоихъ зеркалъ нужно требовать, чтобы они были параллельны между собою и при наблюденіи занимали отвѣсное положеніе. Чтобы убѣдиться въ правильности положенія зеркалъ, достаточно замѣтить цѣлью на рейкѣ одинъ отсчетъ по одному зеркалу, а затѣмъ, давъ верхней пробкѣ полуоборотъ, повторить наблюденіе по второму зеркалу. При правильности зеркалъ на вертикально стоящей рейкѣ получается два отсчета одинаковыми. Въ противномъ случаѣ исправленіе положенія зеркалъ дѣлается винтомъ V, а для этого, взявъ полусумму отсчетовъ на рейкѣ и установивъ на нее цѣль, вращаютъ винтъ V до тѣхъ поръ, пока лучъ визированія не пройдетъ черезъ середину цѣли. Въ нивеллирахъ новѣйшаго устройства вверху трубки T имѣются два діаметрально противоположныя продолговатыя отверстія, черезъ которыя и черезъ часть C маятника, находящуюся ниже шарнира, проходитъ полая трубочка rr, ввинчивающаяся въ верхнюю часть C маятника (черт. 526). Черезъ эту, ввинченную перпендикулярно къ плоскости маятника, трубочку проходитъ стержень съ дѣленіями и грузомъ P' на концѣ. При наклонной линіи визированія kk, параллельной линіи мѣстности — (когда на рейкѣ съ помощію цѣли намѣчена высота глаза наблюдателя), стержень, снабженный противовѣсомъ P', можно выдвинуть настолько въ трубочкѣ, чтобы зеркало S приняло положеніе, перпендикулярное къ линіи мѣстности (черт. 526), тогда отсчетъ, сдѣланный по стержню, даетъ уклонъ линіи, выраженный въ процентахъ; причемъ 1% соотвѣтствуетъ превышеніе въ 1 сажень на 100 саженъ горизонтальнаго проложенія разстоянія между инструментомъ и рейкою. Изъ чертежа легко усмотрѣть, что уголъ отклоненія плоскости зеркала отъ отвѣсной линіи равенъ углу наклоненія линіи мѣстности (къ горизонтальной прямой).

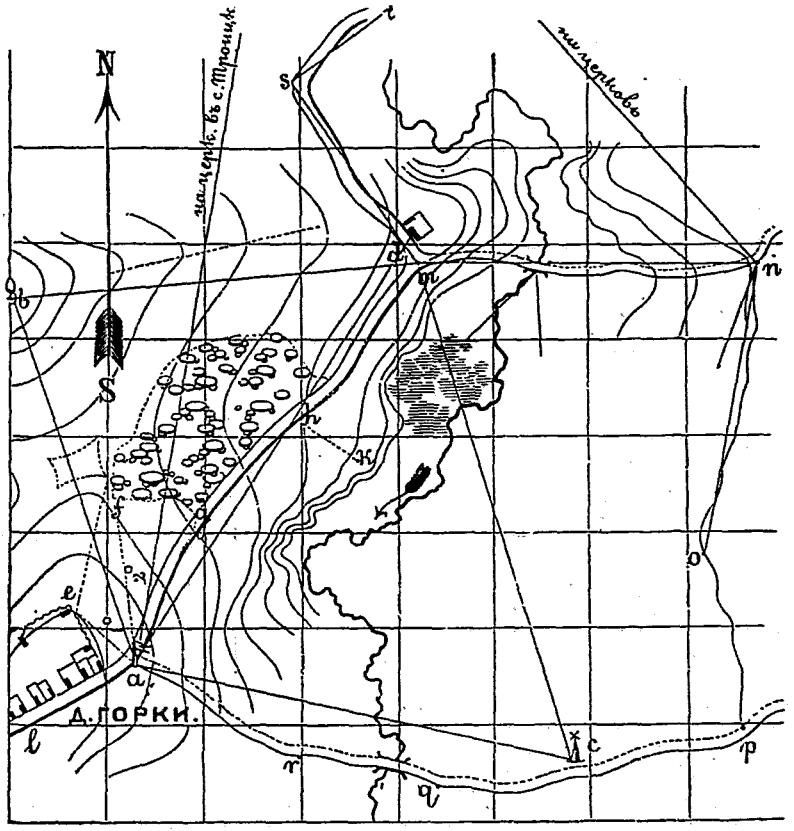


Черт. 527.

Углы наклоненія удобно опредѣляются эклиметромъ Бюрнье. Эклиметръ Бюрнье (черт. 527) устроенъ на наружной сторонѣ дна буссоли того же изобрѣтателя. При употребленіи этой буссоли, какъ эклиметра, она привинчивается къ той же баксѣ (черт. 512) боковой своею стѣнкою. Самый эклиметръ представляетъ собою посеребренный кругъ k, на которомъ назначена дуга dd съ градусными дѣленіями, имѣющими нуль въ серединѣ. Въ центрѣ c дуги свободно вращается на подобіе маятника

рычагъ r, оканчивающійся внизу грузомъ заставляющимъ его принимать отвѣсное положеніе при вертикальности плоскости AB дна всей коробки. Эта тяжесть имѣетъ маленькій зубецъ, служащій указателемъ. Чтобы этимъ эклиметромъ опредѣлить уголъ наклоненія линіи мѣстности, становятся съ привинченнымъ надлежащимъ образомъ инструментомъ на одинъ конецъ линіи, а на другой выставляютъ вѣху съ мѣткою высоты глаза съемщика, направляютъ на эту мѣтку конскій волосъ, замѣняющій діоптры, и дѣлаютъ по показателю отсчетъ на дугѣ dd. Понятно, что этотъ отсчетъ, представляющій градусную величину дуги между ея нулемъ и указателемъ, выражаетъ искомый уголъ наклоненія линіи мѣстности. Наконецъ, надо прибавить, что для удобства и ускоренія отсчета при инструментѣ имѣется зеркало S, которое можно наклонять къ инструменту настолько, что наблюдатель, стоящій при окулярѣ A, увидитъ, на какомъ дѣленіи дуги стоитъ указатель рычага r.

§ 296. **Примѣръ съемки маршрута.** Положимъ, что требуется снять при помощи ручного планшета (папки) съ компасомъ нѣкоторую часть мѣстности, лежащей къ сѣверо-востоку отъ деревни Горки (черт. 528). Если



Черт. 528.

съемка начинается отъ названной деревни, то, выйдя къ востоку отъ нея, съемщикъ останавливается у раздвоенія дорогъ около ихъ указателя a, который можетъ служить основнымъ пунктомъ. Назначивъ начальную точ-

ку на планшетѣ *съ расчетомъ, чтобы снимаемая мѣстность помѣстилась на листѣ папки*, съемщикъ выбираетъ рѣзко опредѣленные предметы и принимаетъ ихъ за основаніе съемки; таковы пункты: *b*, *c*, *d* и др. Затѣмъ находитъ въ направленіи дороги какой-нибудь рѣзкій предметъ, пусть это будетъ домъ *d*. Избравъ главныя направленія, съемщикъ приступаетъ къ ихъ нанесенію на планшетъ съ особенною точностью. Для этого онъ оріентируетъ планшетъ и визируетъ черезъ имѣющуюся на немъ точку стоянія по избраннымъ направленіямъ, которыя и прочерчиваетъ на планшетѣ по линейкѣ карандашемъ. Назначивъ главныя направленія съемщикъ приступаетъ къ съемкѣ подробностей вокругъ точки стоянія, для этого онъ уже съ меньшею точностью наноситъ направленія ближайшихъ колѣнъ дороги и улицы деревни, а также направленіе на край плетня (*e*) и край кустовъ *f*, послѣ чего опредѣляетъ по тѣмъ направленіямъ разстоянія на глазъ и зарисовываетъ изгибы контуровъ. Послѣ всего начинается нанесеніе неровностей. При этомъ сначала опредѣляютъ направленіе покатостей мѣстности къ западу отъ линіи *ad* относительно нанесенныхъ предметовъ *по замыткамъ* (такова ось *ef* хребта и западнѣе конца *f* сѣдловина), перпендикулярно къ этимъ направленіямъ должны проходить горизонтали; подписавъ на соотвѣтствующихъ мѣстахъ опредѣленные углы наклоненія, пропорціонально имъ сближаютъ между собою горизонтали; снявъ все вокругъ точки *a* и зачертивъ окончательно все находящееся южнѣе и западнѣе ея, съемщикъ идетъ по дорогѣ къ *d*, считаетъ шаги и наноситъ ее. Дойдя до какого-нибудь предмета, какъ начало кустарника въ точкѣ *g*, онъ откладываетъ разстояніе и зачерчиваетъ находящіеся вокругъ предметы и неровности мѣстности. Подобнымъ же образомъ онъ доходитъ (отъ *a*) до *h*, сворачиваетъ съ дороги изъ *h* въ *k*, откуда зарисовываетъ крутой откосъ къ ручью, болото подъ горою и направленіе самого ручья и, возвратясь на дорогу, доходитъ до строенія въ точкѣ *d*. Въ точкѣ *d* съемщикъ повѣряетъ нанесенныя имъ точки *g* и *h* кустарника, сличая положенія ихъ на брульонѣ съ положеніемъ на мѣстности: такъ какъ точка *h* непосредственно лежитъ въ створѣ точекъ *d* и *a* въ разстояніи $^1/_3$ *da* отъ точки *d*, а также *g* лежитъ къ западу отъ направленія *da* въ разстояніи $^2/_3$ *da* отъ точки *d*. Изъ *d* засѣчками наносятъ мельницу *c* и дерево *d*, и изъ *d*, давъ на брульонѣ направленіе *ds*, идутъ далѣе въ *s* и затѣмъ въ *t*.

Если бы кромѣ маршрута *adst*, нужно было снять участокъ *dp* къ востоку отъ линіи *ad*, то та же точка *g* могла бы быть повѣрена, „по створамъ“: съемщикъ хорошо заснявъ точку стоянія мельницы *c*, замѣтитъ, что точка *g* лежитъ почти въ створѣ *bc*, и, придя дорогою *dn* и тропинкою *nop* въ точку *c*, свѣритъ положеніе точки *g*, нанесенной при слѣдованіи по дорогѣ изъ *a* въ *d*.

Изъ точки *d* съемщикъ дѣлаетъ замѣтки для выраженія неровностей мѣстности, а именно наноситъ ось *bd* хребта и горизонталями изображаетъ спускъ къ излучинѣ ручья.

Маршрутная съемка [1]), или съемка по одному направленію, отличается отъ съемки участка тѣмъ, что въ ней не приходится дѣлать обходовъ сомкнутыхъ фигуръ. Въ остальномъ порядокъ у нея остается тотъ же, что и при съемкѣ участка (см. § 294).

§ 297. Вычерчиваніе кроки и видъ оконченной глазомѣрной съемки. По окончаніи съемки, т. е. собственно работы въ полѣ, приступаютъ къ отдѣлкѣ снятаго плана (брульона) и приведенію его въ такой видъ, при которомъ было бы удобно съ плана получать всѣ необходимыя свѣдѣнія о мѣстности.

Вычерчиваніе плана дѣлается всегда хотя и спѣшно, но тщательно, и носитъ названіе *крокированія*—поэтому и планы глазомѣрной съемки называются также „*кроки*“ [2]).

Обыкновенно *прежде всего вычерчиваютъ дороги и селенія*, затѣмъ другіе мѣстные предметы. Тѣ предметы, которые могутъ служить для оріентированія, должны быть вычерчены особенно *рѣзко*, чтобы они бросались въ глаза; послѣ чѣтко подписываютъ названія селеній, дорогъ, рѣкъ и т. д.; *послѣ всего вычерчиваютъ неровности мѣстности* или штрихами или оставляютъ въ горизонталяхъ. Крокированіе производится *всегда обыкновеннымъ одноцвѣтнымъ карандашемъ. Вычерчиваніе же кроки тушью и иллюминованіе ихъ красками никогда не производится.* На оконченномъ кроки долженъ быть начерченъ *линейный* (но не поперечный) масштабъ и обозначено направленіе странъ свѣта. Внизу листа должна находиться подпись снимавшаго съ обозначеніемъ *времени* производства съемки, а также приложена таблица условныхъ знаковъ.

Барометрическое нивеллированіе.

§ 298. Цѣль барометрическаго нивеллированія, его основы и существенное отличіе отъ другихъ видовъ нивеллировки. Въ геодезіи различаютъ 3 вида нивеллированія, а именно: *топографическое, геодезическое* и *барометрическое.* Изъ нихъ топографическое по отношенію къ степени точности даваемыхъ результатовъ еще раздѣляется на простое топографическое или иначе *геометрическое нивеллированіе* и точное топографическое или иначе *прецизіонное* нивеллированіе; подобно этому и геодезическое нивеллированіе дѣлятъ на простое геодезическое нивеллированіе или *тахеометрическое* нивеллированіе и на точное *геодезическое нивеллированіе*, обыкновенно исполняемое при составленіи тригонометрической сѣти.

Барометрическое нивеллированіе называютъ иногда также *физическимъ* нивеллированіемъ. Барометрическое нивеллированіе основывается на опре-

---

[1]) Преимущественно производящаяся для пополненія существующихъ картъ и плановъ.

[2]) Croquer—набросать, начертать.

дѣленіи давленія воздуха въ тѣхъ точкахъ, разность уровней которыхъ желаютъ опредѣлить, такъ какъ извѣстно, что въ различныхъ слояхъ атмосферы, окружающей земную поверхность, давленіе воздуха различно. Изъ метеорологіи извѣстно, что давленіе воздуха въ одной и той же точкѣ атмосферы не есть величина постоянная, а подвержено непрерывнымъ измѣненіямъ, строгихъ числовыхъ законовъ о которыхъ не выработано: а потому барометрическое нивеллированіе носитъ *приближенный характеръ* и примѣнимо только тамъ, гдѣ *не* требуется знанія точныхъ величинъ относительныхъ высотъ точекъ земной поверхности. Однако, когда надобно возможно *быстро опредѣлить разность уровней двухъ удаленныхъ точекъ земной поверхности,* барометрическое нивеллированіе оказываетъ большую услугу. Такъ 1) при всѣхъ *предварительныхъ соображеніяхъ* въ инженерныхъ работахъ, когда достаточно знать приблизительную высоту одной точки надъ другой, болѣе или менѣе удаленной отъ первой, какъ-то: при предварительныхъ изысканіяхъ путей сообщенія, съ цѣлью проведенія дорогъ и каналовъ, при осушеніи болотъ, водоснабженіи, построеніи запрудъ и т. п., 2) при рекогносцировкахъ и маршрутныхъ съемкахъ, 3) при географическихъ изслѣдованіяхъ, наприм., при опредѣленіи высоты горы или средней высоты плоскогорія надъ уровнемъ моря, когда доли фута и даже цѣлые футы въ разностяхъ высотъ сколько-нибудь отдаленныхъ пунктовъ не могутъ имѣть значенія, барометрическое нивеллированіе можетъ быстро привести къ желаемой цѣли. Въ гористой мѣстности уклоны мѣняются такъ быстро, что задача нивеллированія нерѣдко сводится къ опредѣленію профиля лишь въ крупныхъ, характерныхъ чертахъ и въ этихъ случаяхъ барометрическое нивеллированіе, по быстротѣ и дешевизнѣ, какъ не требующее *ни* установки инструмента, *ни* реекъ, а только знанія величины атмосфернаго давленія, ничѣмъ не замѣнимо.

Барометрическое нивеллированіе основано на гипотезѣ, что, при спокойномъ состояніи атмосферы, 1) *давленіе воздуха во всѣхъ точкахъ одного и того же уровня одинаково,* 2) *давленіе на уровняхъ низшихъ точекъ больше чѣмъ на высшихъ* и 3) *высшіе слои атмосферы обладаютъ меньшею плотностью, а низшіе—большею плотностью.* А потому, рѣшая вопросъ о разности уровней двухъ точекъ земной поверхности по имѣющемуся (найденному изъ наблюденій) въ нихъ давленію воздуха, прежде всего (хотя и не совсѣмъ точно) принимаютъ, что *разность высотъ двухъ точекъ земной поверхности пропорціональна разности давленій воздуха въ этихъ точкахъ.* Разность же давленій двухъ точекъ равна *вѣсу воздушнаго столба,* имѣющаго высоту равную разности уровней данныхъ точекъ. Такъ какъ вѣсъ равенъ произведенію объема на плотность, а плотность зависитъ отъ давленія и температуры, то прежде чѣмъ сказать что-либо о способахъ измѣренія давленія, приведемъ нѣкоторые законы о газахъ, которые вполнѣ примѣнимы къ воздуху.

Законъ Маріотта. При одной и той же температурѣ объемы газа обратно пропорціональны давленіямъ, а плотность газа прямо пропорціональна давленію.

Выражая этотъ законъ аналитически, будемъ имѣть:

	Температура.	Объемъ.	Давленіе.	Плотность.
Начальное состояніе . . .	t_0	v_0	p_0	Δ_0
Конечное состояніе . . .	t_0	v	p	Δ

$$\frac{v}{v_0}=\frac{p_0}{p}\ldots(1);\qquad \frac{p_0}{p}=\frac{\Delta_0}{\Delta}\ldots(2);\qquad \frac{v}{v_0}=\frac{\Delta_0}{\Delta}\ldots\ldots\ldots(3)$$

$$\frac{v}{v_0}=\frac{p_0}{p}=\frac{\Delta_0}{\Delta}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3')$$

Законъ Гей-Люссака. Измѣненіе *объема* газа *при постоянномъ давленіи прямо пропорціонально* измѣненію температуръ.

	Давленіе.	Объемъ.	Температура.
Если начальное состояніе .	p_0	v_0	t_0
а конечное состояніе . . .	p_0	v	t_1

то $v-v_0=k(t_1-t_0)$; полагая $t_1-t_0=t$, найдемъ $v-v_0=kt$, гдѣ k есть коэффиціентъ пропорціональности, зависящій отъ коэффиціента ε — расширенія газа, а именно — $k=\varepsilon v_0$; въ самомъ дѣлѣ, если ε есть измѣненіе единицы объема на 1^0C, то

$$v-v_0=\varepsilon v_0 t \text{ и } k=\varepsilon v_0.$$

Такимъ образомъ:

$$v=v_0(1+\varepsilon t)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

ε для воздуха $=0{,}003665$ (по Реньо).

Результатъ соединенія законовъ Маріотта и Гей-Люссака.

	Объемъ.	Давленіе.	Температура.	Плотность.
Если начальное состояніе. . .	v_0	p_0	$t_0=0$	Δ_0
конечное состояніе. . .	v	p	t	Δ (послѣ измѣненія давленія и темп.)

то, полагая, что температура пока еще не измѣнилась, по закону Маріотта находимъ:

$$v'=v_0\frac{p_0}{p},$$

принимая же во вниманіе измѣненіе температуры по закону Гей-Люссака, будемъ имѣть:

$$v=v'(1+\varepsilon t)$$

или, окончательно:

$$v = v_0 \frac{p_0}{p}(1 + \varepsilon t) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

Принимая во вниманіе, что объемы обратно пропорціональны плотностямъ, т. е.

$$\frac{v}{v_0} = \frac{\Delta_0}{\Delta}$$

находимъ:

$$\Delta = \Delta_0 \cdot \frac{p}{p_0} \cdot \frac{1}{1 + \varepsilon t} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

Законы Дальтона. 1) Въ пространствѣ, наполненномъ газомъ, количество образующихся паровъ, необходимыхъ для его насыщенія, равно тому количеству пара, которымъ наполнилось бы то же пространство, при той же температурѣ, если бы оно было пустое.

2) Давленіе пара, находящагося въ смѣси съ газомъ, химически *не* соединяющимся съ этимъ паромъ, равно суммѣ парціальныхъ давленій каждаго изъ нихъ.

Такъ что, если давленіе пара $= p$, а давленіе газа $= p_1$, то общее давленіе:

$$P = p + p_1.$$

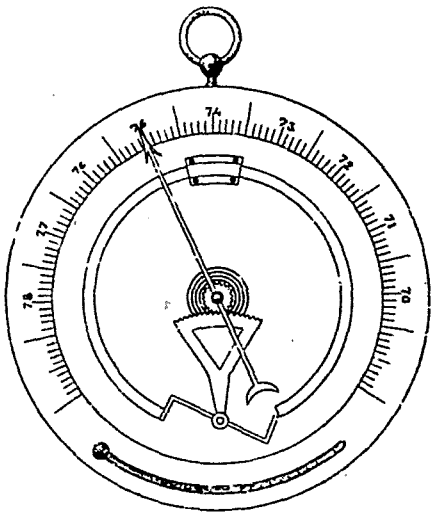
§ 299. Приборы для барометрическаго нивеллированія. Изъ физики извѣстно, что давленіе атмосферы измѣряется барометрами; *чѣмъ выше точка наблюденія надъ уровнемъ океана, тѣмъ меньше* высота слоя воздуха, надъ нею находящагося и тѣмъ, слѣдовательно, меньше *давленіе*, а потому *съ поднятіемъ на высоту надъ уровнемъ моря высота ртутнаго столба* (*или, что то же самое, показаніе барометра*) *должна уменьшаться*. Изъ опытовъ—Араго и Біо пришли къ заключенію, что пониженіе барометра на одинъ миллиметръ соотвѣтствуетъ поднятію на высоту въ 4,9 сажени (10463 милл.). *Делюкъ* былъ первый, установившій (изъ наблюденій въ Альпахъ) связь между высотою мѣста надъ уровнемъ моря и показаніемъ барометра. Формулу, устанавливающую эту связь, онъ опубликовалъ въ 1772 году, въ Женевѣ. Она послужила основаніемъ для дальнѣйшихъ работъ Лапласа, Рюльмана и др.

Барометры раздѣляются на два типа: *ртутные* и *пружинные* или *анероиды* (т. е. безъ жидкости). Первые разбираются подробно въ физикѣ, и мы на нихъ не будемъ останавливаться, а лишь замѣтимъ, что *показаніе ртутнаго барометра подлежитъ ряду поправокъ*, а именно: 1) *отъ температуры ртути и шкалы* 2) *капиллярности трубки* и 3) *напряженія силы тяжести* (въ зависимости отъ широты мѣста и его высоты надъ уровнемъ моря). Поправки эти находятся обыкновенно по барометрическимъ таблицамъ (напр. А. Бика). На анероидахъ же, преимущественно употребляющихся при барометрическомъ нивеллированіи, остановимся болѣе подробно; изъ нихъ разсмотримъ, главнымъ образомъ, два вида: одинъ — системы Ноде, и другой—системы Гольдшмидта. Помимо анероидовъ, существуютъ

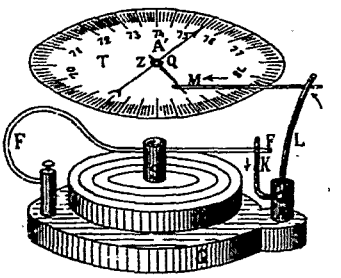
еще и другіе приборы для наблюденій надъ давленіемъ атмосферы, это — *барографы*, автоматически отмѣчающіе давленіе атмосферы; они, преимущественно, употребляются на метеорологическихъ станціяхъ.

Кромѣ того, существуетъ малораспространенный по своей сложности, дифференціальный барометръ Менделѣева (съ жидкостью)[1]).

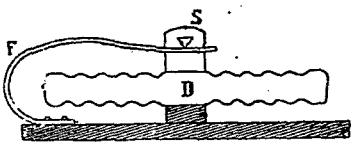
§ 300. Анероиды. Устройство анероидовъ основано на измѣняемости высоты и формы *тонкостѣнныхъ, пустыхъ внутри* металлическихъ сосудовъ, вслѣдствіе перемѣнъ давленія наружнаго воздуха. Сосуды имѣютъ или видъ изогнутой трубки (черт. 529) или коробочки — безвоздушной капсюли *D* (черт. 530 и 531). При увеличеніи давленія воздуха сосудъ сжимается, а при уменьшеніи давленія расширяется. Для приданія верхней поверхности капсюли наибольшей чувствительности — подвижности, площадь ея стараются увеличить, для чего ей придаютъ видъ волнообразно изогнутыхъ, круглыхъ по формѣ пластинокъ (черт. 531). Существующія



Черт. 529.



Черт. 530.



Черт. 531.

системы анероидовъ различаются видомъ капсюли и механизмовъ, передающихъ движеніе стѣнокъ капсюли указателю, по которому дѣлаются отсчеты на шкалѣ анероида.

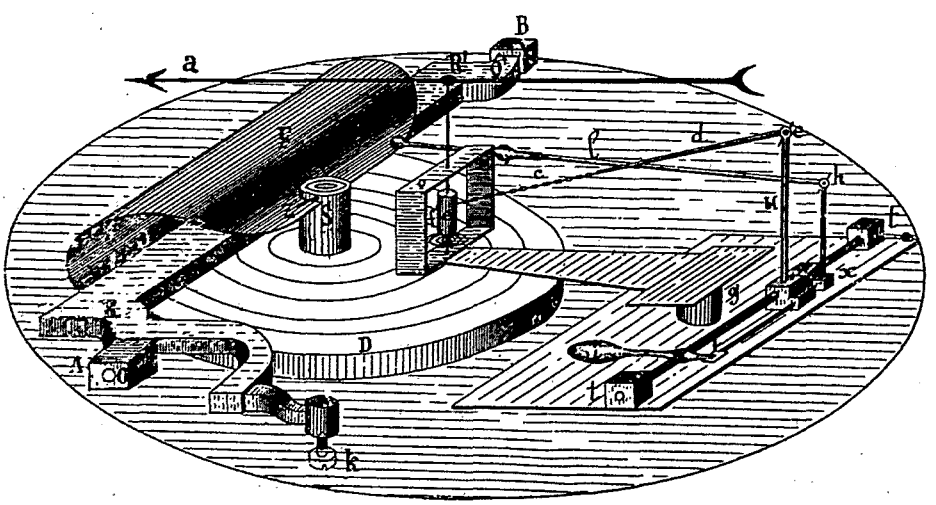
На чертежѣ 529 полая внутри, тонкостѣнная трубка изогнута въ видѣ кольца или подковы; она по ея серединѣ прикрѣплена (при помощи особой пластинки на четырехъ винтахъ) наглухо къ дну коробки анероида. Концы подковообразной трубки связаны между собою рычагомъ въ видѣ буквы *Z*, имѣющимъ въ своей серединѣ ось вращенія; ось укрѣплена въ днѣ коробки пружиннаго барометра и проходитъ черезъ центръ окружности зубчатаго сектора, составляющаго одно цѣлое съ рычагомъ *Z*. При измѣненіи давленія воздуха концы полой трубки перемѣщаются и заставляютъ вращаться зубчатый секторъ; зубцы сектора задѣваютъ за

[1]) См. Д. Менделѣевъ. „О барометрическомъ нивеллированіи и примѣненіи для него высотомѣра". СПб. 1876 г.

шестерню, наглухо соединенную съ указателемъ анероида, имѣющимъ видъ стрѣлки. Вращеніе стрѣлки происходитъ вокругъ оси шестерни, находящейся въ центрѣ дна круглой коробки анероида, причемъ конецъ стрѣлки перемѣщается влѣво по направленію возрастающей подписи циферблата анероида при увеличеніи давленія воздуха и вправо — при его уменьшеніи.

Изъ чертежей 530 и 531 можно усмотрѣть иное устройство анероида: безвоздушная коробка *D* утверждается на днѣ *G* коробки анероида и имѣетъ сверху колонку *S*, подъ штифтомъ (*носикомъ*) которой проходитъ пружина *F*. Главнѣйшая часть внутренняго устройства анероида, какъ уже сказано, есть металлическая, съ волнообразнымъ верхомъ, безвоздушная коробка *D*. Чтобы тонкія стѣнки этой коробки были въ состояніи выдержать давленіе наружнаго воздуха, оставаясь всегда эластичными, и служитъ упругая пружина *F*, уравновѣшивающая давленіе воздуха и не позволяющая коробкѣ сплющиться. Передача колебаній коробки *S* совершается такъ: конецъ пружины *F* прикрѣпленъ къ концу изогнутаго рычага *KA* (черт. 530); если давленіе воздуха увеличивается, то верхняя поверхность коробки опускается, съ нею вмѣстѣ опускается колонка *S* и сжимаетъ пружину *F*. Съ уменьшеніемъ давленія воздуха пружина разжимается. Вслѣдствіе этого, повышеніе и пониженіе конца пружины *F* можетъ служить мѣрою измѣненія воздушнаго давленія. Для измѣренія этого измѣненія давленія пружина *F* и соединена съ рычагомъ *KAL*, вращающимся на оси *A*. Вертикальный рычагъ *L* соединяется съ горизонтальнымъ *MQ*, дѣйствующимъ на указатель *A'Z*, вращающійся около оси *Z* по циферблату *T*. Движеніе рычаговъ обозначено на чертежѣ стрѣлками.

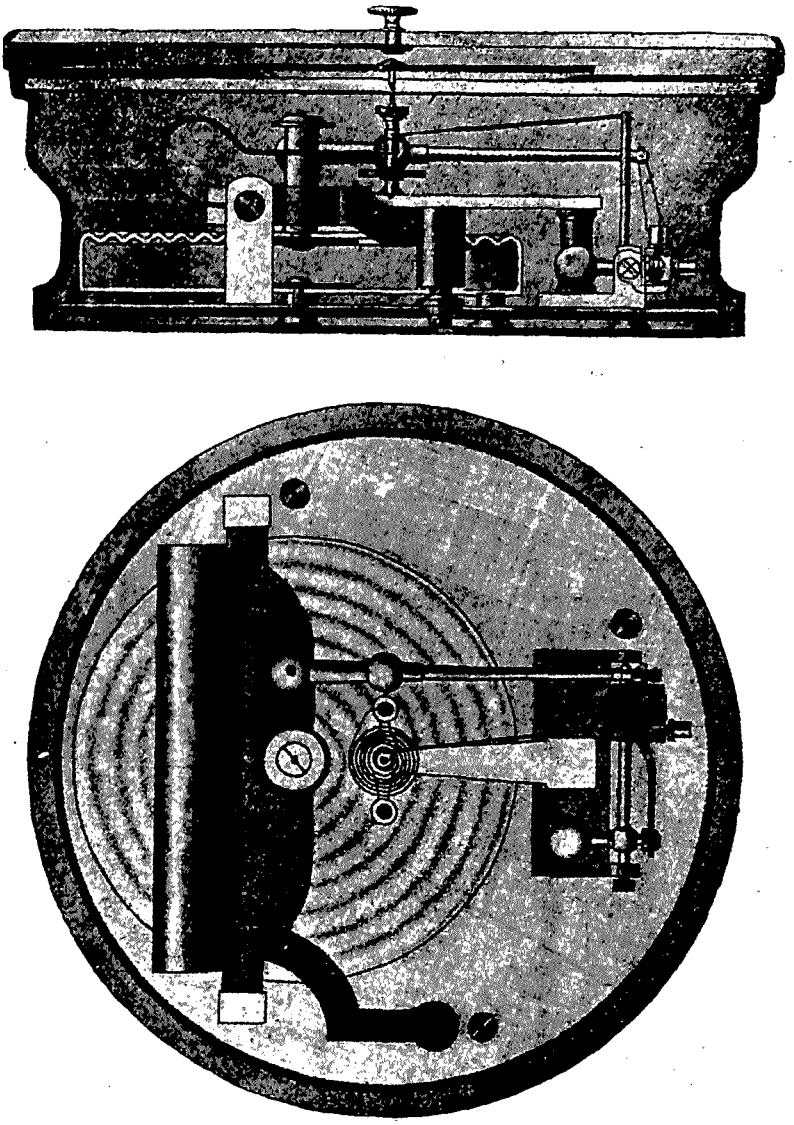
Анероидъ Ноде. Общій видъ внутренняго устройства барометра показанъ



Черт. 532.

на чертежѣ 532-мъ; чертежъ же 533 вверху представляетъ вертикальный разрѣзъ, а внизу планъ того же анероида. Главнѣйшая часть внутрен-

няго устройства есть металлическая, съ волнообразнымъ верхомъ, безвоздушная коробка D, съ колонкою S, скрѣпленной штифтомъ Z съ упругою пружиною F, уравновѣшивающей давленіе воздуха. Верхній конецъ пружины F прикрѣпленъ къ концу горизонтальнаго рычага lh, а другой ея нижній конецъ соединенъ съ горизонтальной пластинкою RR', могущей

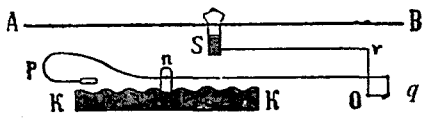


Черт. 533.

вращаться (при вывѣркѣ анероида около оси OO', имѣющей гдѣзда въ кубикахъ A и B дна коробки анероида. Рычагъ l, имѣя шарниръ h, соединенъ съ перпендикулярнымъ къ нему рычагомъ tt помощью стержня hx и муфты xw. Концы рычага tt помѣщаются въ отверстіяхъ кубиковъ tt дна коробки и вращаются въ нихъ подъ дѣйствіемъ рычага lhx и шарика-противовѣса i. Горизонтальный рычагъ tt муфтою xw связанъ съ верти-

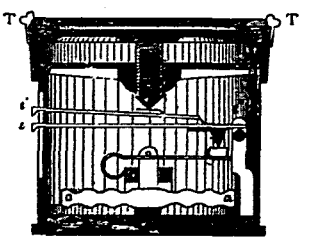
кальнымъ рычагомъ u, имѣющимъ шарниръ e. Отъ шарнира e идетъ горизонтальный стержень d, соединенный цѣпочкою c съ вертикальнымъ валикомъ e', находящимся въ четыреугольной рамѣ o; рама o помѣщается на концѣ широкой эластичной T-образной пластины, подпертой колонкой g.

На оси вращающагося валика сидитъ стрѣлка a, которая двигается по циферблату анероида. Вотъ въ общихъ чертахъ описаніе внутренняго устройства анероида Ноде. Изъ него видно, что движеніе колонки S передается въ увеличенномъ видѣ, посредствомъ системы рычаговъ, стрѣлкѣ a, вращающейся по циферблату. Надо прибавить, что спиральная пружина f уничтожаетъ мертвый ходъ валика e'; для той же цѣли служитъ и шарикъ i, дѣйствующій надлежащимъ образомъ, однако, только при горизонтальномъ положеніи инструмента. Поэтому *при наблюденіи барометръ должно всегда держать горизонтально.* Для вывѣрки анероида служитъ исправительный винтъ k, передвигающій стрѣлку a по кольцу циферблата. На чертежѣ 533а *схематически* указано расположеніе рычаговъ, передающихъ движеніе пустотѣлой коробки KK при помощи стойки n, подпираемой изогнутой упругой пружиной pq. Колѣнчатый рычагъ $qOrS$, вращающійся около оси O, соединяется, при помощи цѣпочки, съ валикомъ S, на который насажена стрѣлка AB анероида, и передаетъ движеніе коробки K стрѣлкѣ AB.

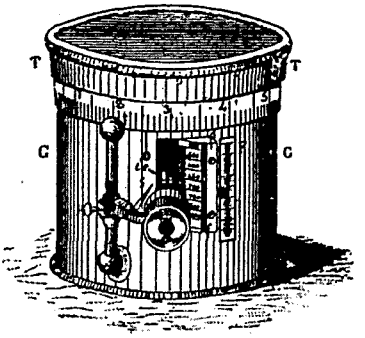


Черт. 533а.

Въ нижней части циферблата врѣзанъ термометръ Цельсія, служащій для опредѣленія температуры анероида. Весь механизмъ заключенъ въ мѣдную круглую коробку, покрытую сверху стекломъ (черт. 533 верхъ). Въ футлярѣ, въ который вкладывается анероидъ, имѣется также термометръ, для опредѣленія температуры наружнаго воздуха. Подъ стекломъ коробки имѣется дополнительная короткая стрѣлка, вращающаяся отъ руки, при помощи гайки-грифа; она служитъ для замѣтки начальнаго положенія большой стрѣлки, относительно котораго опредѣляютъ измѣненіе давленія; очевидно, что разность отсчетовъ по стрѣлкамъ выразитъ искомое измѣненіе.



Черт. 534



Черт. 535.

Анероидъ Гольдшмидта-Гёттингера [1]) изображенъ на чертежѣ 534 въ вертикальномъ разрѣзѣ, а на чертежѣ 535 въ перспективномъ видѣ, какимъ

[1]) Имѣющійся въ Институтѣ Инженеровъ пут. сообщ. Имп. Николая II-го экземпляръ *не* вынимается изъ футляра.

онъ является снаружи. Безвоздушная капсюль *a* съ упругою пружиною заключены въ цилиндрическую коробку, прикрытую сверху крышкою *TT*. По направленію образующей цилиндра *Gg* укрѣплена вертикальная шкала *ff*, съ дѣленіями, по которой двигается пластинка, имѣющая горизонтальный штрихъ-индексъ *e* (черт. 534); эта вертикальная пластинка соединена горизонтальнымъ рычагомъ *ee''* (на чертежѣ нижнимъ) и упругой пружиной съ безвоздушною коробкою *a*. Шкала *ff* раздѣлена *на десятки миллиметровъ*, соотвѣтственно показаніямъ ртутнаго барометра, вслѣдствіе чего по индексу *e* измѣряется давленіе воздуха только грубымъ образомъ до десятковъ миллиметровъ. Для полученія отдѣльныхъ миллиметровъ и долей ихъ служитъ *микрометренный* винтъ *M*, ободокъ котораго въ видѣ крышки *TT*, раздѣленъ на 100 равныхъ частей. Винтъ *M* долженъ увеличивать точность отсчета, и остріе его должно было бы лишь соприкасаться съ нижнимъ рычагомъ *ee''*, но наощупь отъ руки это было бы трудно сдѣлать, а потому онъ дѣйствуетъ на второй горизонтальный (верхній) рычагъ *e'' e'*. Полный оборотъ барабана соотвѣтствуетъ перемѣщенію указателя *e'* на 10 миллиметровъ по шкалѣ *ff*; каждое дѣленіе окружности барабана равно 0,1 миллиметра, а десятая доля его, оцѣниваемая на-глазъ, соотвѣтствуетъ 0,01 доли миллиметра. Для отсчетовъ по окружности барабана на ней сдѣлана надпись, а цилиндръ *GG* имѣетъ показатель, обозначенный нулемъ *O* [1]).

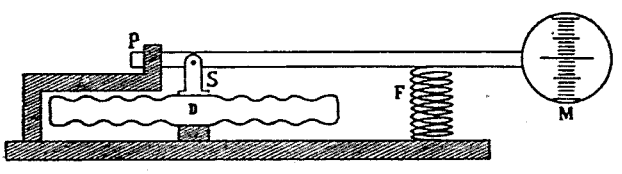
Конецъ винта *M* давитъ на чувствительный рычагъ *e'e''*; на концѣ *e'* этого рычага сдѣланъ горизонтальный штрихъ; его можно привести въ совпаденіе (на одну горизонтальную прямую) со штрихомъ указателя *e*. Отсчетъ, сдѣланный, послѣ совмѣщенія штриховъ, по окружности барабана, выразитъ единицы, десятыя и сотыя доли миллиметра, такъ какъ одинъ оборотъ винта *M* заставляетъ указатель *e'* перемѣщаться по шкалѣ *ff* на одно дѣленіе, т. е. на 10 mm, а при совпаденіи индекса *O* цилиндра *GG* съ нулемъ барабана *TT*, штрихъ указатель *e'* всегда стоитъ противъ какого-нибудь штриха шкалы *ff*. Такимъ образомъ, если, напр., на шкалѣ *ff* штрихъ *e* стоитъ между 720 и 730, а показатель *O* цилиндра послѣ совмѣщенія *e'* съ *e* даетъ 2,56, то полный отсчетъ будетъ: $720+2{,}56=722{,}56$ *mm*. Для лучшей видимости совпаденія штриховъ *e* и *e'* служитъ лупа *p*, передвигающаяся по вертикальному круглому стержню *S*, къ которому она можетъ быть прикрѣплена винтомъ *H*. Къ ремню футляра анероида привѣшивается термометръ, для измѣренія температуры наружнаго воздуха. Температура анероида опредѣляется по внутреннему термометру *F*.

Въ дорогѣ, для устраненія соприкосновенія вертикальнаго носика рычажка *e''e* и изогнутой пружины внутренней капсюли *a*, крышку *TT* отвинчиваютъ на нѣсколько оборотовъ (вращая ее по направленію награвированной снаружи стрѣлки),—чтобы капсюль анероида свободно могла расширяться, а затѣмъ еще передвигаютъ задвижечку, находящуюся влѣво отъ вырѣза въ наружномъ цилиндрѣ, гдѣ движутся концы рычаж-

[1]) На чертежѣ 535 см. лѣвѣе продольнаго вырѣза въ цилиндрѣ, въ которомъ перемѣщаются указатели *e* и *e'* по шкалѣ *ff*, находящейся справа отъ этого вырѣза.

ковъ e и e'. Цѣль пружинки e'' e'—1) предохранить капсюль отъ рѣзкихъ давленій винта M, которыя могутъ послѣдовать въ случаѣ неосторожнаго вращенія крышки TT болѣе, чѣмъ до соприкосновенія съ рычагомъ ee'' и 2) давать возможность производить отсчеты при нѣкоторомъ *опредѣленномъ* надавливаніи рычажка $e''e$ на носикъ капсюли, а именно, при надавливаніи, соотвѣтствующемъ совмѣщенію указателей. Если допустить, что при нѣкоторомъ опредѣленномъ давленіи воздуха, напр., въ 760 миллиметровъ, — оба индекса e и e' установлены до совпаденія ихъ горизонтальныхъ штриховъ, причемъ нуль-указатель цилиндра GG совмѣщенъ съ нулемъ шкалы барабана TT, то, при измѣнившемся давленіи воздуха лепестокъ e отойдетъ отъ первоначальнаго своего положенія. Для того, чтобы опредѣлить новое показаніе анероида, необходимо будетъ, прочтя по шкалѣ ff показаніе штриха e, вновь совмѣстить e' съ e, а для этого потребуется отпустить или завернуть винтъ M; съ этою цѣлью вращаютъ барабанъ TT до новаго совпаденія штриховъ e и e' и дѣлаютъ по нулю цилиндра GG отсчетъ на шкалѣ TT.

Наконецъ, упомянемъ, что существуетъ еще одна система анероидовъ, особенно рекомендуемая для плоскихъ странъ покойнымъ профессоромъ Іорданомъ. Она предложена *Рейтцемъ* и изготовлялась механикомъ *Дейтшбейномъ* [1]). Главное его отличіе отъ анероида Ноде заключается въ томъ, что колебанія колонки S капсюли D (черт. 536) передается длинной эластичной пластинкѣ PM, подпираемой спиральной пружиной F. На концѣ этой пластинки насажена на матовомъ стеклѣ шкала M, дѣленія которой фотографически нанесены на стекло и имѣютъ видъ рейки. Для разсматриванія дѣленій, въ деревянномъ четырехугольномъ ящикѣ, въ которомъ помѣщается коробка D, въ вертикальной стѣнкѣ, противъ стекла M, помѣщается зрительная трубочка съ крестомъ нитей, по которому и дѣлаются на рейкѣ M отсчеты. Сзади, въ противоположной стѣнкѣ, для освѣщенія шкалы, вставлено собирательное стекло.



Черт. 536.

§ 301. Переводъ показаній анероида на показанія ртутнаго барометра. Показанія анероида *не* согласуются вполнѣ съ показаніями ртутнаго барометра, исправленными отъ температуры, капиллярности трубки и напряженія силы тяжести, а потому по-временамъ (передъ выѣздомъ и по окончаніи экспедиціи) необходимо показанія анероида сравнивать съ показаніями нормальнаго барометра. Для этого въ центральныхъ метеорологическихъ учрежденіяхъ, какъ, напр., въ главной физической обсерваторіи въ С.-Петербургѣ, имѣются особыя камеры съ воздушными насосами, манометрами и съ приспособленіемъ для измѣненія температуры. Въ эти камеры помѣщаются изслѣдуемые анероиды и производятся отсчеты ихъ показаній

[1]) Одинъ экземпляръ такого прибора, принадлежавшій профессору Іордану, имѣется въ геодезическомъ музеѣ Межевого института.

при различныхъ давленіяхъ, опредѣляемыхъ по ртутному манометру, и при разной температурѣ. Изъ такихъ отсчетовъ составляются *таблички поправокъ* каждаго анероида, т. е. числа, которыя должно прибавлять, съ соотвѣтствующимъ знакомъ, къ показаніямъ анероида для разныхъ по нему отсчетовъ и разныхъ температуръ, чтобы получить показанія нормальнаго ртутнаго барометра. Если поправки оказываются очень большими, то нѣкоторыя изъ нихъ можно уменьшить вращеніемъ особыхъ исправительныхъ винтиковъ, имѣющихся въ оправахъ анероидовъ. Такія таблички прилагаются у гольдшмидтовскихъ анероидовъ на его крышкѣ или въ футлярѣ.

За неимѣніемъ камеръ возможно сдѣлать опредѣленіе *коэффиціентовъ* поправокъ изъ параллельныхъ наблюденій надъ показаніями анероида и барометра при разныхъ температурахъ и при различныхъ давленіяхъ атмосферы.

Если N есть нѣкоторое начальное показаніе шкалы анероида, согласное съ показаніемъ ртутнаго барометра, напр., 760 миллиметровъ, а A есть какое-либо произвольное показаніе анероида, то допускаютъ, что

$$A_1 = A + c(N - A)$$

будетъ отсчетъ, исправленный *за невѣрность дѣленій шкалы.* Невѣрность дѣленій шкалы состоитъ въ томъ, что всѣ они нанесены равными между собою, между тѣмъ они должны быть различны по длинѣ. Дѣйствительно, стрѣлка перемѣщается по шкалѣ согласно измѣненію формы капсюли D; измѣненіе же формы капсюли не пропорціонально измѣненію ея упругости (т. е. не пропорціонально измѣненію давленія воздуха), такъ какъ съ увеличеніемъ давленія воздуха измѣненіе формы стѣнокъ идетъ (согласно закона деформаціи) все медленнѣе и медленнѣе, стрѣлка замедляетъ свой ходъ, *и дѣленія должны были бы идти, уменьшаясь,* а при уменьшеніи давленія измѣненіе формы стѣнокъ идетъ все быстрѣе и быстрѣе и дѣленія должны бы идти, увеличиваясь, между тѣмъ онѣ по всей шкалѣ назначены равными. Поправка $c(N - A)$ называется *поправкою за неправильность дѣленій шкалы анероида,* а c — коэффиціентомъ этой поправки.

Если A_1 есть исправленное за дѣленія шкалы показаніе анероида и t — показаніе термометра для температуры анероида, то показаніе A_1 анероида сводятъ на показаніе его A_0 при нулѣ градусовъ термометра, т. е. при $t^0 = o^0$, для чего вводятъ нѣкоторый коэффиціентъ у показанія t, т. е. допускаютъ, что $A_0 = A_1 + bt$, гдѣ b есть *температурный* коэффиціентъ *поправки* bt *за температуру.*

Точно также, если B_0 есть исправленное показаніе нормальнаго ртутнаго барометра, то разность

$$B_0 - A_0 = a$$

называютъ постоянною поправкою или *поправкою за стояніе* анероида, т. е. найденное A_0 сводятъ на B_0 причемъ $B_0 = A_0 + a$.

Имѣя въ виду всѣ эти три поправки, окончательно можно сказать, что если бы по анероиду былъ сдѣланъ отсчетъ A, то въ это время исправленное показаніе ртутнаго барометра было:

$$B_0 = A_0 + a = A_1 + bt + a = A + c(N - A) + bt + a.$$

Для опредѣленія коеффиціентовъ a, b и c соотвѣтствующихъ поправокъ дѣлаютъ цѣлый рядъ повторныхъ наблюденій: A — по анероиду, а одновременно B_0 — по барометру и t по внутреннему термометру; затѣмъ, по „способу наименьшихъ квадратовъ", находяхъ a, b и c. Если бы наблюденія давали безошибочныя величины A, t и B_0, то для отысканія a, b и c[1]) достаточно было бы сдѣлать три наблюденія при различной температурѣ (показанія внутренняго термометра t) и различномъ давленіи (различныя показанія A и B_0 барометровъ анероида и ртутнаго); но наблюденія будутъ сопровождаться неизбѣжными погрѣшностями, и мы увидимъ, что при n наблюденіяхъ каждыя три равенства будутъ приводить къ новымъ значеніямъ a, b и c. Это будетъ происходить оттого, что въ дѣйствительности наблюденныя величины B_0 не будутъ равны соотвѣтственнымъ значеніямъ суммы $A + bt + a + c(N - A)$, т. е. получатся уравненія погрѣшностей Δ, а именно:

$$\left.\begin{aligned}
\Delta_1 &= B'_0 - A' - bt' - a - c(N - A') \\
\Delta_2 &= B''_0 - A'' - bt'' - a - c(N - A'') \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\Delta_n &= B_0^{(n)} - A^{(n)} - bt^{(n)} - a - c(N - A^{(n)}).
\end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots (I)$$

Найдемъ изъ этихъ уравненій коэффиціенты a, b, c. Они найдутся лучше всего по способу наименьшихъ квадратовъ, но они могутъ быть найдены и приближенно, если примемъ всѣ $\Delta = 0$ и рѣшимъ *цѣлый рядъ системъ* трехъ уравненій (комбинируя данныя уравненія по три), изъ найденныхъ значеній неизвѣстныхъ (для каждаго изъ нихъ) составимъ среднее ариѳметическое, которое и примемъ за окончательное.

Рѣшеніе по способу наименьшихъ квадратовъ состоитъ въ слѣдующемъ. Основное требованіе способа наименьшихъ квадратовъ заключается въ томъ, чтобы сумма квадратовъ ошибокъ была minimum, т. е. чтобы $\Delta^2_1 + \Delta^2_2 + \ldots + \Delta^2_n$ была minimum. Обозначая эту сумму черезъ 2Ω, для нахожденія значеній искомыхъ величинъ a, b и c, удовлетворяющихъ требованію minimum'а, беремъ производныя отъ 2Ω по перемѣннымъ a, b, c и приравниваемъ ихъ нулямъ[2]). Черезъ это получимъ три уравненія съ тремя искомыми неизвѣстными a, b и c. Полагая $N = 760$ *mm* и

---

[1]) Для каждаго новаго экземпляра анероида будутъ новыя числовыя значенія коеффиціентовъ a, b и c.

[2]) Число производныхъ равно числу неизвѣстныхъ. Для составленія функціи 2Ω необходимо сперва возвести въ квадратъ правыя части равенствъ (I), а затѣмъ ихъ суммировать.

припоминая Гауссово обозначеніе суммы, найдемъ эти три уравненія для n наблюденій въ видѣ

$$\left.\begin{array}{l} na+[t]b+[760-A]c=[B_0-A] \\ [t]a+[t^2]b+[(760-A)t]c=[t(B_0-A)] \\ [760-A]a+[t(760-A)]b+[(760-A)^2]c=[(760-A)\ (B_0-A)] \end{array}\right\} \ldots\ldots \text{(II)}$$

Рѣшивъ эти уравненія, найдемъ искомыя числовыя значенія для a, b и c.

Уравненіе (II) представляютъ частный случай нормальныхъ уравненій съ тремя неизвѣстными:

$$\begin{array}{l} [a^2]x+[ab]y+[ac]z+[am]=0 \\ [ab]x+[b^2]y+[bc]z+[bm]=0 \\ [ac]x+[bc]y+[c^2]z+[cm]=0; \end{array}$$

здѣсь надо только положить $a=1$, $b=t$, $c=(760-A)$ и $m=-(B_0-A)$, а за неизвѣстныя x, y и z соотвѣтственно принять искомыя поправки a, b и c.

Примѣчаніе. Здѣсь не надо смѣшивать коеффиціентовъ нормальныхъ уравненій a, b и c съ искомыми поправками a, b и c для анероида.

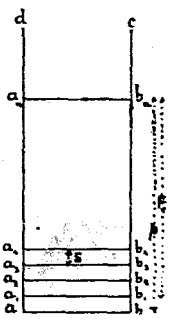
И такъ прочтенное по шкалѣ анероида показаніе A *переводятъ на показаніе* B_0 *ртутнаго барометра* по формулѣ

$$A+c\,(N-A)+bt+a=B_0,$$

въ которой t есть прочтенное показаніе *внутренняго* термометра анероида.

Чтобы не вычислять каждый разъ B_0 по даннымъ коеффиціентамъ a, b и c и показаніямъ t и A, составляютъ таблички для члена bt по аргументу t и для $a+c\,(N-A)$ — по аргументу A.

§ **302. Гипсометрическая формула.** Пусть $abcd$ (черт. 537) — столбъ воздуха произвольнаго, но одинаковаго поперечнаго сѣченія на всемъ его протяженіи ad, т.-е. отъ уровня океана ab до крайнихъ предѣловъ dc атмосферы.



Черт. 537.

Пусть далѣе aba_1b_1, $a_1b_1a_2b_2$, $a_2b_2a_3b_3$, ... слои воздуха въ столбѣ $abcd$ съ одной и той же высотой s. Эти слои столь тонки (т.-е s выбрано столь малымъ), что въ каждомъ изъ нихъ можно принять плотность постоянной величиной на всемъ протяженіи слоя. Однако плотность воздуха въ каждомъ слоѣ по сравненіи съ сосѣдними будетъ различна; пусть она соотвѣтственно будетъ α, β, γ,... Назовемъ далѣе вѣса постепенно уменьшающихся по высотѣ и плотности столбовъ воздуха $abcd$, a_1b_1cd, a_2b_2cd,.... соотвѣтственно черезъ p, p_1, p_2..., тогда вѣса слоевъ одинаковой высоты s послѣдовательно выразятся, начиная съ нижняго, такъ: $p-p_1$, p_1-p_2, p_2-p_3,.... Вѣсъ, какъ мы замѣтили выше — (передъ формулировкою закона Маріотта), равенъ массѣ, умноженной на ускореніе силы

тяжести $P = mg$; но масса равна произведенію объема v на плотность Δ, т.-е. $m = v \cdot \Delta$; а потому $P = v \cdot \Delta \cdot g$. Поэтому, при равныхъ объемахъ *плотности пропорціональны вѣсамъ*, если полагать что напряженіе силы тяжести не измѣняется: дѣйствительно, $P_1 = v_1 \cdot \Delta_1 \cdot g_1$; $P_2 = v_2 \cdot \Delta_2 \cdot g_2$; при $v_1 = v_2$ и $g_1 = g_2$ имѣемъ $P_1 : P_2 = \Delta_1 : \Delta_2$. Вслѣдствіе чего для разсматриваемыхъ слоевъ воздуха можно, *принявъ ускореніе силы тяжести постояннымъ*, написать рядъ пропорцій:

$$\left.\begin{array}{l} \alpha : \beta = (p - p_1) : (p_1 - p_2) \\ \beta : \gamma = (p_1 - p_2) : (p_2 - p_3) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(I)}$$

Съ другой стороны, по закону Маріотта, плотности, при постоянной температурѣ, пропорціональны давленіямъ, а въ данномъ случаѣ, *принявъ температуру на различныхъ уровняхъ атмосферы постоянною*, пропорціональны вѣсамъ, т.-е.

$$\left.\begin{array}{l} \alpha : \beta = p_1 : p_2 \\ \beta : \gamma = p_2 : p_3 \\ \ldots\ldots \\ \ldots\ldots \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(II)}$$

Изъ системъ равенствъ (I) и (II), находимъ:

$$\begin{array}{lll} p_1 : p_2 = (p - p_1) : (p_1 - p_2) & \text{или} & p_1 (p_1 - p_2) = p_2 (p - p_1) \\ p_2 : p_3 = (p_1 - p_2) : (p_2 - p_3) & \text{„} & p_2 (p_2 - p_3) = p_3 (p_1 - p_2) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & & \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & & \ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}$$

Откуда, по раскрытіи скобокъ и по сокращеніи, имѣемъ:

$$\begin{array}{lll} p_1^2 = p \cdot p_2, & \text{то-есть} & \dfrac{p}{p_1} = \dfrac{p_1}{p_2} \\ p_2^2 = p_1 \cdot p_2 & \text{„} & \dfrac{p_1}{p_2} = \dfrac{p_2}{p_3} \\ \ldots\ldots & & \ldots \\ \ldots\ldots & & \ldots \end{array}$$

Такимъ образомъ получаемъ рядъ равныхъ геометрическихъ отношеній въ видѣ

$$\frac{p}{p_1} = \frac{p_1}{p_2} = \frac{p_2}{p_3} = \ldots\ldots = \frac{p_{n-1}}{p_n}; \text{ откуда слѣдуетъ } :: p : p_1 : p_2 : p_3 : p_4 \ldots\ldots \text{(III)}$$

Но рядъ (III) представляетъ геометрическую убывающую прогрессію, такъ какъ ея члены p, p_1, p_2 . . . (см. черт. 537) идутъ, постепенно уменьшаясь съ увеличеніемъ высоты слоевъ надъ уровнемъ моря. Поэтому можно сказать, что *если высоты* s, $2s$, $3s$, $4s$, . . . *столбовъ воздуха надъ уровнемъ моря идутъ, увеличиваясь въ ариѳметической прогрессіи, давленіе остающихся надъ ними столбовъ атмосферы уменьшается въ прогрессіи геометрической.*

Давленіе измѣряется высотою ртутнаго столба въ барометрѣ; поэтому, называя показанія барометра, соотвѣтствующія давленіямъ $p, p_1, p_2, \ldots\ldots$, черезъ $B, B_1, B_2, \ldots$, можно рядъ (III) замѣнить слѣдующимъ рядомъ

$$\frac{B}{B_1}=\frac{B_1}{B_2}=\frac{B_2}{B_3}=\ldots=\frac{B_{n-1}}{B_n}\ ^{1}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (B).$$

Обозначая черезъ $\frac{1}{r}$, гдѣ $r>1$, — неизвѣстный пока знаменатель этой убывающей прогрессіи, получимъ:

$$B_1=\frac{B}{r},\ B_2=\frac{B_1}{r}=\frac{B}{r^2},\ B_3=\frac{B_2}{r}=\frac{B}{r^3},\ \ldots\ldots B_n=\frac{B_{n-1}}{r}=\frac{B}{r^n}.$$

Если число взятыхъ слоевъ въ столбѣ воздуха съ высотою h есть n, то $s\,.\,n=h$ будетъ высотою поверхности уровня $a_n\,b_n$ надъ уровнемъ ab океана; причемъ давленіе на уровнѣ океана равно B, а на уровнѣ $a_n\,b_n=B_n$.

Такъ какъ

$$r^n=\frac{B}{B_n},\ \text{то}\ n.lgr=lg\frac{B}{B_n};$$

откуда находимъ:

$$n=\frac{1}{lgr}\,.\,lg\frac{B}{B_n},$$

и, слѣдовательно, искомая альтитуда $h=ns$ будетъ:

$$h=s\frac{1}{lgr}\cdot lg\frac{B}{B_n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (IV).$$

Здѣсь $s\frac{1}{lgr}$ есть величина постоянная; дѣйствительно, при всякомъ h и разъ выбранномъ, *постоянномъ* весьма маломъ s (высотѣ отдѣльнаго слоя воздуха), при *гипотезѣ спокойнаго состоянія атмосферы*, величины B, B_1, $B_2\ \ldots\ B_n$ на соотвѣтствующихъ высотахъ o, s, $2s$, $\ldots\ h$ мѣняться не будутъ, а потому и r въ знаменателѣ геометрической прогрессіи (B) останется постояннымъ; полагая $s\frac{1}{lgr}=A$, будемъ имѣть:

$$h=A\cdot lg\frac{B}{B_n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (V).$$

Если теперь одновременно съ первымъ столбомъ возьмемъ второй съ абсолютною высотою (или иначе альтитудою) h_1, то найдемъ

$$h_1=A\cdot lg\frac{B}{B'_n};$$

относительная высота, т. е. разность альтитудъ h_1 и h двухъ точекъ (на-

---

[1]) Такъ-какъ вѣсъ P ртутнаго столба равенъ $P=a\,.\,B\,.\,\lambda\,.\,g$, гдѣ a — площадь основанія столба и B его высота, то $P:P_1=B:B_1$.

примѣръ двухъ вершинъ горъ), лежащихъ въ различныхъ слояхъ воздуха будетъ

$$h_1 - h = A \cdot lg \frac{B_n}{B'_n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(VI)},$$

предполагая, что $h_1 > h$ и слѣдовательно $B'_n < B_n$.

§ 303. **Опредѣленіе постоянной величины A гипсометрической формулы.** Если разность $h_1 - h$ хорошо извѣстна, напримѣръ, изъ точнаго геометрическаго нивеллированія, то постоянная A можетъ быть найдена изъ равенства

$$h_1 - h = Alg \frac{B_n}{B'_n}, \text{ откуда } A = \frac{h_1 - h}{lgB_n - lgB'_n},$$

въ которомъ B_n и B'_n представляютъ среднія величины изъ цѣлаго ряда *одновременныхъ* надлежащимъ образомъ исправленныхъ показаній барометра на верхней и нижней точкахъ.

Постоянное A можетъ быть также найдено изъ отношенія k плотности Δ_1 ртути и плотности Δ воздуха при извѣстныхъ давленіяхъ и температурѣ. По опытамъ *Араго и Біо* это отношеніе, при давленіи 760 mm и температурѣ 0° равно 10463, т. е. $k = \frac{\Delta_1}{\Delta} = 10463$; по закону Маріотта, при постоянной температурѣ,

$$\frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{p_1}{p} = \frac{v}{v_1},$$

гдѣ v и v_1 объемы столбовъ воздуха и ртути съ одинаковыми основаніями; но при равныхъ основаніяхъ отношеніе объемовъ $\frac{v}{v_1} = \frac{h}{H}$, т. е. равно отношенію ихъ высотъ h и H; слѣдовательно, полагая высоту H ртутнаго столба равной 1 mm, найдемъ $10463 = h$. Такимъ образомъ, чтобы ртуть въ барометрѣ понизилась на 1 mm, надо подняться на высоту 10463 миллиметровъ или приблизительно на 4,9 сажени; вслѣдствіе чего

4,9 с. $= A\ (lg\ 760 - lg\ 759)$ и $A = 18356$ метровъ, т. е. около $= 8600$ саж.

§ 304. **Введеніе поправки за температуру. Формула Бабине.** Формулы (V) и (VI) выведены въ предположеніи, что температура и напряженіе силы тяжести во всѣхъ слояхъ воздушнаго столба, а слѣдовательно на обѣихъ точкахъ наблюденія — одинаковы. Въ дѣйствительности же физическія условія на нихъ различны. Поэтому въ послѣднюю формулу нужно ввести поправки. Эти *поправки вводятся въ видѣ множителей*, почему и называются поправочными множителями. Самый важный изъ нихъ — поправка за температуру воздуха: онъ вводится на основаніи закона *Гей-Люссака*. Прежде всего остановимъ наше вниманіе на формулѣ Бабине, гдѣ температурный множитель принятъ во вниманіе, а прочіе — влажность и напряженіе силы тяжести отброшены.

Пусть B_0 есть исправленное показаніе барометра по нижней, а b_0 — на верхней станціи, такъ что $(B_0 - b_0)$ — высота ртутнаго столба, уравно-

вѣшивающаго вѣсъ воздушнаго столба между обѣими станціями съ высотою h и основаніемъ, равнымъ основанію ртутнаго столба барометра. Обозначая плотность ртути черезъ q и среднюю плотность столба воздуха черезъ Δ, напишемъ вѣса столбовъ ртути и воздуха.

Вѣсъ, какъ извѣстно, равенъ объему, умноженному на плотность и на напряженіе силы тяжести, т. е. $P = v \cdot \Delta \cdot g$.

Такъ какъ барометръ можно сравнить съ вѣсами, на одной чашкѣ которыхъ лежитъ столбъ воздуха, а на другой уравновѣшивающій его столбъ ртути съ одинаковымъ съ нимъ основаніемъ, напримѣръ a, то приравнивая вѣса столбовъ воздуха и ртути, получаемъ

$$a \cdot h \cdot \Delta \cdot g = a(B_0 - b_0) \cdot q \cdot g.$$

Здѣсь *мы допускаемъ попрежнему, что влажность и напряженіе силы тяжести съ высотою не мѣняются*, вслѣдствіе чего изъ послѣдняго равенства находимъ

$$h = \frac{q}{\Delta}(B_0 - b_0)\ ^{1}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(VII)}.$$

Если температуру воздуха будемъ считать на разныхъ слояхъ различною, то по закону Маріотта-Гей-Люссака напишемъ равенство

$$\Delta = \Delta_0 \cdot \frac{p}{p_0} \cdot \frac{1}{1 + E \cdot t};$$

причемъ будемъ полагать, что Δ_0 есть плотность воздуха при давленіи $p_0 = 760$ миллиметр. и температурѣ $t = o^0$, а Δ — средняя плотность разсматриваемаго столба воздуха при среднемъ давленіи $p = \frac{B_0 + b_0}{2}$ и средней температурѣ $t = \frac{T + T'}{2}$ на верхней и нижней станціяхъ, или

$$\Delta = \Delta_0 \cdot \frac{B_0 + b_0}{2} \cdot \frac{1}{760\,\text{mm.}} \cdot \frac{1}{1 + E \cdot \frac{T + T'}{2}}.$$

Вставляя это выраженіе Δ въ формулу (VII), найдемъ

$$h = 1{,}52 \frac{q}{\Delta_0}\left(1 + E\frac{T + T'}{2}\right) \cdot \frac{B_0 - b_0}{B_0 + b_0}.$$

Принимая плотность ртути $q = 13{,}6$, плотность воздуха $\Delta_0 = 0{,}0013$ и для коеффиціента расширенія воздуха, согласно Бабине, $\frac{E}{2} = 0{,}002$, найдемъ h въ метрахъ

$$h = 16010\ [1 + 0{,}002\ (T + T')]\frac{B_0 - b_0}{B_0 + b_0}.$$

---

[1]) Эта же формула непосредственно вытекаетъ изъ условія равновѣсія разнородныхъ жидкостей въ сообщающихся сосудахъ: высоты столбовъ жидкостей обратно пропорціональны плотностямъ.

При обочначеніи $16010 = C$ и $0{,}002 = \delta$, получимъ формулу Бабине въ видѣ:

$$h = C[1 + \delta(T + T')]\frac{B_0 - b_0}{B_0 + b_0} \quad \ldots\ldots\ldots \text{(VIII)}$$

Для превращенія h изъ метровъ въ сажени необходимо полученный результатъ умножить на 0,4687. Сравнивая формулу Бабине съ гипсометрической формулой $h = Alg\frac{B_0}{b_0}$, покажемъ, что $\frac{B_0 - b_0}{B_0 + b_0}$ можно привести къ виду $lg\frac{B_0}{b_0}$. Дѣйствительно, положивъ $B_0 - b_0 = r$ и $B_0 + b_0 = s$, замѣтимъ, что $lg\frac{B_0}{b_0}$, взятый по системѣ Брига, можно представить по системѣ Непера такъ: $lg\frac{B_0}{b_0} = M \cdot l\frac{B_0}{b_0} = 0{,}43429 \cdot l\frac{B_0}{b_0}$; но $l\frac{B_0}{b_0} = l\left(1 + \frac{B_0 - b_0}{B_0 + b_0}\right) - l\left(1 - \frac{B_0 - b_0}{B_0 + b_0}\right) = l\left(1 + \frac{r}{s}\right) - l\left(1 - \frac{r}{s}\right)$ . . . . . (1).

Разлагая въ ряды два послѣднія выраженія лагариѳмовъ, получимъ

$$l\left(1 + \frac{r}{s}\right) = \frac{r}{s} - \frac{r^2}{2s^2} + \frac{r^3}{3s^3} - \frac{r^4}{4s^4} + \ldots\ldots$$

$$l\left(1 - \frac{r}{s}\right) = -\frac{r}{s} - \frac{r^2}{2s^2} - \frac{r^3}{3s^3} - \frac{r^4}{4s^4} - \ldots\ldots$$

или, по вычитаніи, найдемъ

$$l\left(1 + \frac{r}{s}\right) - l\left(1 - \frac{r}{s}\right) = 2\frac{r}{s} + 2\frac{r^3}{3s^3} + \ldots$$

Ограничиваясь здѣсь первымъ членомъ $2\frac{r}{s}$, такъ какъ разность r показаній барометра значительно меньше ихъ суммы s, имѣемъ

$$l\left(1 + \frac{r}{s}\right) - l\left(1 - \frac{r}{s}\right) = 2\frac{r}{s} = 2\frac{B_0 - b_0}{B_0 + b_0} \quad \ldots\ldots\ldots (2),$$

но первая часть (2) равенства согласно (1) есть $l\frac{B_0}{b_0}$, а потому дѣйствительно видимъ, что $\frac{B_0 - b_0}{B_0 + b_0} = \frac{1}{2}l\frac{B_0}{b_0} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{0{,}43429}lg\frac{B_0}{b_0}$. Подстановка этого выраженія въ формулѣ *Бабине* приведетъ къ основной гипсометрической формулѣ.

§ 305. Выводъ полной формулы барометрическаго нивеллированія. Разсмотримъ вертикальный воздушный цилиндръ съ площадью Q поперечнаго сѣченія, равной произвольной квадратной единицѣ, заключенный между двумя уровенными поверхностями (верхней и нижней станцій наблюденія), отстоящими другъ отъ друга на разстояніи $h = H' - H$, и пусть на нѣкоторой высотѣ H надъ поверхностью океана давленіе воздуха въ этомъ цилиндрѣ будетъ p, тогда на высотѣ $(H + dH)$ давленіе уменьшится и будетъ $(p - dp)$.

Величину dp, на которую измѣняется давленіе p съ измѣненіемъ высоты H на безконечно малую высоту dH, можно опредѣлить, если будемъ знать плотность Δ и ускореніе g силы тяжести въ разсматриваемомъ мѣстѣ воздушнаго столба, т. е. на высотѣ H. Это измѣненіе давленія равно вѣсу воздушнаго столба съ высотою dH.

Такъ какъ поперечное сѣченіе разсматриваемаго цилиндра равно 1, то объемъ элементарнаго цилиндра $dv = dH$, масса $dm = \Delta . dH$, а вѣсъ равенъ $\Delta . g . dH$; такъ что

$$dp = - \Delta . g . dH.$$

Обозначая черезъ Δ_0 — плотность, p_0 — давленіе и t_0 — температуру воздуха на поверхности океана и принимая во вниманіе формулу

$$\Delta = \Delta_0 \frac{p}{p_0} \cdot \frac{1}{1+Et}$$

найдемъ:

$$dp = - \Delta_0 g \frac{p}{p_0} \cdot \frac{1}{1+Et} \cdot dH.$$

Здѣсь Δ — плотность столба воздуха съ весьма малою высотою dH, при давленіи p, температурѣ t на высотѣ H.

Ускореніе g силы тяжести также мѣняется съ высотою H, а именно по закону всемірнаго тяготѣнія Ньютона — обратно пропорціонально квадратамъ разстояній отъ центра земли такъ что, если r есть радіусъ земли и g_0 — ускореніе силы тяжести на поверхности океана, то g на высотѣ H будетъ

$$g = g_0 \frac{r^2}{(r+H)^2}$$

$$\text{или } g = g_0 \left(\frac{1}{1+\frac{H}{r}} \right)^2 = g_0 \left(1+\frac{H}{r} \right)^{-2}$$

$$g = g_0 \left(1 - \frac{2H}{r} \right) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (g)$$

Вставляя въ послѣднее равенство для dp эту величину g, получимъ:

$$\frac{dp}{p} = - \Delta_0 \frac{g_0}{p_0} \cdot \frac{1}{1+Et} \left(1 - \frac{2H}{r} \right) \cdot dH \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (1)$$

Для того, чтобы получить измѣненіе давленія воздуха при переходѣ отъ нижняго основанія къ верхнему для вертикальнаго воздушнаго столба, заключающагося между уровнями верхней станціи наблюденій съ альтитудою H' и нижнею—съ альтитудою H, т. е. для цилиндра съ высотой $H' - H$, должно взять отъ обѣихъ частей уровня (1) интегралъ въ соотвѣтствующихъ предѣлахъ P и p, H' и H. Для первой части будемъ имѣть

$$\int_p^P \frac{dp}{p} = lP - lp = l\frac{P}{p} = \frac{1}{M} lg \frac{P}{p} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (2)$$

гдѣ M — модуль Бригговой системы логарнѳмовъ, равный $lge = lg\ 2{,}71828\ldots. = 0{,}434294$.

Для второй части получимъ:

$$\int_H^{H'} \left(1 - \frac{2H}{r} \right) dH = \left[\left(H - \frac{H^2}{r} \right) \right]_H^{H'} = H' - H + \frac{H^2 - H'^2}{r} = (H' - H) \left(1 - \frac{H+H'}{r} \right) \ldots (3)$$

Уравненіе (1), вслѣдствіе равенствъ (2) и (3), по интегрированіи даетъ

$$\frac{1}{M} lg \frac{P}{p} = -\frac{\Delta_0}{p_0} \cdot \frac{g_0}{1+Et} \cdot \left[(H' - H)\left(1 - \frac{H+H'}{r}\right)\right] \quad \ldots\ldots\ldots (4)$$

Если положимъ, что $\frac{H+H'}{2} = H_m$, то, рѣшая уравненіе (4) относительно $h = H' - H$, найдемъ разность высотъ:

$$h = -\frac{1}{M} lg \frac{P}{p} \cdot \frac{p_0}{\Delta_0} \cdot \frac{1+Et}{g_0}\left(1 - \frac{1}{\frac{2H_m}{r}}\right)$$

$$\text{или } h = \frac{1}{M} lg \frac{P}{p} \cdot \frac{p_0}{\Delta_0} \cdot \frac{1+Et}{g_0}\left(1 + \frac{2H_m}{r}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

Температура t воздуха во всякомъ случаѣ мѣняется съ высотой H; но такъ какъ законъ измѣненія температуры съ измѣненіемъ высоты строго не установленъ, то для практическихъ цѣлей совершенно достаточно за температуру t воздуха при производствѣ нивеллированія принять среднее ариѳметическое изъ показаній термометра на высотахъ H' и H.

Такъ какъ давленія P и p измѣряются показаніями барометра, *исправленными отъ вліянія температуры, капиллярной депрессіи* (волосности) *и измѣненія напряженія силы тяжести*, то замѣняя p и P соотвѣтственно черезъ B_0 и b_0 пропорціональными имъ показаніями барометра (B_0 — на нижней и b_0 — на верхней станціи) найдемъ:

$$h = \frac{p_0}{\Delta_0 g_0 M}(1 + E.t)\left(1 + \frac{2H_m}{r}\right) lg \frac{B_0}{b_0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

Въ этой формулѣ Δ_0 и g_0 обыкновенно замѣняются черезъ $\Delta_0^{(45)}$ и $g_0^{(45)}$, т. е. плотностью воздуха и напряженіемъ силы тяжести на уровнѣ моря при $t = o$ и давленіе 760^{mm} подъ широтой 45^0, т. е. h приводятъ *къ нормальной плотности и нормальному давленію воздуха.*

Нормальная плотность воздуха зависитъ отъ нормальнаго давленія, за которое принимается давленіе 760^{mm} ртутнаго столба подъ широтою 45^0 на уровнѣ океана.

По закону Маріотта Δ_0 и $\Delta_0^{(45)}$ связаны равенствомъ:

$$\frac{\Delta_0}{\Delta_0^{(45)}} = \frac{p_0}{\text{вѣсъ } 760^{mm} \text{ ртути}} = \frac{p_0}{0{,}76^m\ g_0^{(45)} q} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

гдѣ $q = 13{,}59593$ есть плотность ртути при $t = o$.

Изъ механики извѣстно, что

$$g_0 = g_0^{(45)}\ (1 - \beta . Cos\ 2\varphi) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

гдѣ $\beta = 0{,}00265$ (по Гельмерту) есть функція сжатія земли, а φ — широта данной точки земного элипсоида, къ которой относится ускореніе g_0.

Вслѣдствіе равенствъ (7) и (8) находимъ, что въ формулѣ (6) постоянный коэффиціентъ,

$$\frac{p_0}{\Delta_0 g_0 M} = \frac{p_0\ 0{,}76^m\ g_0^{(45)} q}{\Delta_0^{(45)} g_0^{(45)}\ (1 - \beta . Cos\ 2\varphi)\ M p_0} = \frac{0{,}76^m q}{\Delta_0^{(45)} M\ (1 - \beta . Cos\ 2\varphi)} \quad \ldots\ldots (9)$$

$$h = A \frac{1}{\Delta_0^{(45)}}\ (1 + Et)\ (1 + \beta . Cos\ 2\varphi)\left(1 + \frac{2H_m}{r}\right) lg \frac{B_0}{b_0} \quad \ldots\ldots\ldots (10)$$

гдѣ

$$A = \frac{0{,}76^m\ q.}{M}$$

Формулу (10) и называютъ *полною барометрическою формулою,* которая впервые выведена *Лапласомъ.*

§ 306. Вліяніе влажности воздуха. Въ послѣдней формулѣ (10) величина $\Delta_0^{(45)}$ представляетъ плотность сухого воздуха подъ широтою 45°, при температурѣ 0°C и давленія ртутнаго столба, высотою 0,76^m съ основаніемъ $= 1$. При этихъ условіяхъ $\Delta_0^{(45)}$ называется нормальною плотностью воздуха. Однако атмосфера, кромѣ сухого воздуха, содержитъ еще и водяные пары, количество которыхъ измѣняется съ измѣненіемъ времени года и часа дня; сухой воздухъ содержитъ, кромѣ того, въ своемъ составѣ углекислый газъ. Реньо опредѣлилъ плотность сухого воздуха, свободнаго отъ углекислаго газа,—найдя сперва для Парижа вѣсъ 10 литровъ воздуха, свободнаго отъ углекислаго газа при 0° и давленіи 760^{mm}, а затѣмъ вѣсъ 10 литровъ воды и опредѣлилъ плотность D_p такого воздуха изъ отношенія вѣсовъ.

$$D_p = 0{,}00129319.$$

Эту плотность сухого воздуха для Парижа приведемъ къ широтѣ 45° и нормальному уровню моря $H = 0$ широты 45°, т. е. къ $D_0^{(45)}$.

Вслѣдствіе уравненій (g) и (8) имѣемъ:

$$g = g_0^{(45)}\,(1 - \beta\ Cos\ 2\varphi)\left(1 - \frac{2H_m}{r}\right) = g_0^{(45)}\left(1 - \beta\ Cos\ 2\varphi - \frac{2H_m}{r}\right),$$

гдѣ для Парижа $\varphi_p = 48°50'$ и $H = 60^m$.

По закону Маріотта, можемъ написать:

$$\frac{D_0^{(45)}}{D_p} = \frac{p_0^{(45)}}{p_p} = \frac{760^{mm} q g_0^{(45)}}{760^{mm} q g_p}, \text{ но}$$

$$g_p = g_0^{(45)}\left(1 - \beta\ Cos\ 2\varphi - \frac{2H_m}{r}\right), \text{ а потому}$$

$$\frac{D_0^{(45)}}{D_p} = \frac{1}{1 - \beta\ Cos\ 2\varphi - \frac{2H_m}{r}}, \text{ т. е. } D_0^{(45)} = \frac{D_p}{1 - \beta\ Cos\ 2\varphi - \frac{2H_m}{r}}, \text{ или же}$$

$$D_0^{(45)} = D_p\left(1 + \beta\ Cos\ 2\varphi + \frac{2H_m}{r}\right).$$

Отсюда, подставляя значенія величинъ, находимъ:

$$D_0^{(45)} = 0{,}00129319\left(1 + \beta\ Cos\ 2\varphi + \frac{2H_m}{r}\right) =$$

$$= 0{,}00129319\left(1 + \beta\ Cos\ 2.48°50' + \frac{2.60}{6370000}\right) = 0{,}00129277.$$

Перейдемъ теперь къ выводу *поправки за влажность* воздуха; положимъ, что

при плотности сухого воздуха Δ' давленіе воздуха есть $= p'$
„ „ водяныхъ паровъ Δ'' „ паровъ „ $= e$
„ „ смѣси воздуха и паровъ Δ „ смѣси „ $= p$

Замѣтимъ еще, что, *если давленіе сухого воздуха будетъ равно давленію смѣси p, то плотность его будетъ уже иная, чѣмъ при p'*, пусть, напр., она будетъ D.

По закону Дальтона:

$$p = p' + e \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (I)$$

$$\Delta = \Delta' + \Delta'' \text{ или } \frac{\Delta}{\Delta'} = 1 + \frac{\Delta''}{\Delta'} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (II)$$

Изъ опыта найдено, что при давленіи 760 мм. и температурѣ 0°C *отношеніе плотности паровъ къ плотности воздуха есть величина постоянная:*

$$\frac{\Delta''_{760}}{\Delta'_{760}} = 0{,}623 = d.$$

По закону Маріотта:

$$\frac{\Delta'}{\Delta'_{760}} = \frac{p'}{\text{вѣсъ } 760};\ \frac{\Delta''}{\Delta''_{760}} = \frac{e}{\text{вѣсъ } 760};\ \frac{\Delta'}{D} = \frac{p'}{p} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (III)$$

Отсюда слѣдуетъ:

$$\left.\begin{aligned}\Delta' &= \Delta'_{760}\cdot\frac{p'}{\text{вѣсъ }760}\\ \Delta'' &= \Delta''_{760}\cdot\frac{e}{\text{вѣсъ }760}\end{aligned}\right\}\quad \frac{\Delta''}{\Delta'}=\frac{\Delta''_{760}}{\Delta'_{760}}\cdot\frac{e}{p'}=d\cdot\frac{e}{p'}\quad\ldots\ldots\ldots\text{(IV}$$

Опредѣлимъ отношеніе $\frac{\Delta}{D}$. Уравненія (II) и (IV) дадутъ:

$$\frac{\Delta}{\Delta'}=1+\frac{\Delta''}{\Delta'}=1+\frac{e}{p'}\cdot d\quad\ldots\ldots\ldots\quad\ldots\ldots\text{(V)}$$

Умножая (III) на (V), найдемъ:

$$\frac{\Delta}{D}=\left(1+\frac{e}{p'}\cdot d\right)\frac{p'}{p}\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\text{(VI)}$$

Изъ уравненія (I) имѣемъ $p'=p-e$, а потому (VI) даетъ:

$$\frac{\Delta}{D}=(p'+de)\frac{1}{p}=(p-e+de)\frac{1}{p}=1-(1-d)\frac{e}{p}\quad\ldots\ldots\text{(VII)}$$

$$\Delta=\left\{1-(1-d)\frac{e}{p}\right\}D\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\text{(VIII)}$$

Равенство (VIII) показываетъ, что плотность смѣси найдется, если будемъ знать плотность D сухого воздуха, свободнаго отъ углекислаго газа. Поправка отъ углекислаго газа найдется подобнымъ же образомъ, если для углекислаго газа найдемъ соотвѣтственныя величины d'' и e';

но $d''=1.529$; отношеніе $\frac{e'}{p}=0.0004$.

И окончательное отношеніе $\frac{\Delta}{D}$ будетъ:

$$\frac{\Delta}{D}=\left\{1-(1-d)\frac{e}{p}\right\}\cdot\left\{1-(1-d')\frac{e'}{p}\right\}$$

А въ числахъ:

$$\frac{\Delta}{D}=\left(1-0.377\frac{e}{p}\right)(1+0.00021)\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\text{(IX)}$$

Само собой разумѣется, что подобное отношеніе будетъ существовать при произвольномъ давленіи, такъ что:

$$\frac{\Delta_0^{(45)}}{D_0^{(45)}}=\left(1-0.377\frac{e}{p}\right)(1.00021).$$

Вслѣдствіе этого, барометрическая формула принимаетъ видъ:

$$h=\frac{A\left(1+0.377\frac{e}{p}\right)}{D_0^{(45)}.1.00021}(1+Et)(1+\beta\ Cos\ 2\varphi)\left(1+\frac{2H_m}{r}\right)lg\frac{B_0}{b_0}$$

гдѣ $D_0^{(45)}=0.00129277$ или

$$h=K\left((1+0{,}377\frac{e}{p}\right)(1+Et)(1+\beta\ Cos\ 2\varphi)\left(1+\frac{2H_m}{r}\right)lg\frac{B_0}{b_0}\quad\ldots\ldots(h)$$

гдѣ K, называемое *барометрическимъ постояннымъ, равно*:

$$K=\frac{0.76}{M}\cdot\frac{13.59593}{0.00129277}\cdot\frac{1}{1.00021}=18400\text{ метр.}$$

Значеніе же остальныхъ коэффиціентовъ слѣдующее:

$E = 0.003665$,

t = средней температурѣ воздуха по Цельсію на верхней и нижней станціи,

e = средней плотности водяныхъ паровъ,

p = среднему давленію воздуха:

$$p = \frac{P + p}{2} = \frac{B_0 + b_0}{2} = B$$

$\varphi = {}^1/_2(\varphi_1 + \varphi_2)$ = средней широтѣ верхней и нижней станцій,

и тогда формула (h) будетъ:

$$h = 18400\ (1 + Et)\left(1 + 0.377\frac{e}{B}\right)(1 + \ Cos\ 2\varphi)\left(1 + \frac{2H_m}{r}\right) lg\frac{B_0}{b_0}. \ . \ . \ . \ . \ (h$$

§ 307. Выводъ сокращенной формулы барометрическаго нивеллированія. Полная барометрическая формула рѣдко употребляется при нивеллированіи; она замѣняется такою формулою, которая, *соотвѣтствуя опредѣленной мѣстности*, представляется въ болѣе простомъ видѣ и даетъ результаты съ точностью, достаточною для многихъ случаевъ практики. Полная формула можетъ быть получена изъ извѣстной намъ гипсометрической формулы $h = Alg\frac{B_0}{b_0}$ черезъ введеніе поправочныхъ биномовъ-множителей, а именно

$$h = K(1 + Et)\left(1 + \gamma\frac{e}{B}\right)(1 + \beta . Cos 2\varphi)\left(1 + \frac{2H_m}{R}\right) lg\frac{B_0}{b_0}. \ . \ . \ . \ . \ . \ (1)$$

гдѣ $K = 18400$ метр. есть постоянная для полученія h въ метрахъ, $E = 0{,}003665$ — коэффиціентъ расширенія воздуха, t—среднее изъ показаній наружнаго термометра на обѣихъ станціяхъ, φ—средняя широта мѣста наблюденія, $R = 6370000$ метр. — радіусъ земли, H_m—средняя высота мѣста (въ метрахъ) надъ уровнемъ океана, B_0 и b_0—исправленныя показанія барометра, e—упругость водяныхъ паровъ, она опредѣляется по гигрометру или психрометру, $\gamma = 0{,}377$ и $\beta = 0{,}00265$—постоянныя величины.

Чтобы судить о величинѣ поправокъ—множителей, входящихъ въ эту формулу, приведемъ ихъ значенія при

$$H = 1000 \text{ метр.},$$
$$t = +20^0,$$
$$\frac{e}{B} = 0{,}04,$$
$$\varphi = 55^0.$$

Поправка за температуру равна $Klg\frac{B_0}{b_0}.\ Et$ и составляетъ около 7% высоты h, вычисленной по формулѣ $h = Klg\frac{B_0}{b_0}$; поправка за влажность, равная $Klg\frac{B_0}{b_0}.\gamma.\frac{e}{B}$, составляетъ 1,5% высоты h, поправка за среднюю широту мѣстъ наблюденія, равная $Klg\frac{B_0}{b_0}.\beta.\ Cos\ 2\varphi$ составляетъ 0,1%; по-

правка отъ измѣненія ускоренія силы тяжести съ высотою мѣста надъ уровнемъ океана, равная $Klg\frac{B_0}{b_0}\cdot\frac{2H}{R}$, составляетъ 0,03% отъ $h=Klg\frac{B_0}{b_0}$.

Такъ какъ три послѣдніе множителя мало вліяютъ на результатъ, то для полученія сокращенной формулы, *соотвѣтствующей извѣстной мѣстности*, подставимъ вмѣсто этихъ множителей ихъ среднія числовыя значенія. Такъ для магнитно-метеорологической обсерваторіи Константиновскаго Межевого Института среднія влажность и показаніе барометра за десять лѣтъ (съ 1868 по 1877 г.) суть:

$$c=5{,}9\text{ mm и }B=747{,}5\text{ mm},$$

высотъ H обсерваторіи надъ моремъ $=142{,}9$ m [1]) и широта $\varphi=55^0 46$

Подставивъ эти величины, формулу (1) обратимъ въ слѣдующую

$$h=M(1+Et)\,lg\frac{B_0}{b_0}\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\quad(2)$$

гдѣ M постоянная величина, въ которую входятъ и среднія значенія трехъ вышеуказанныхъ множителей.

Эта формула (2), вполнѣ согласная съ формулою Бабине, и съ основной гипсометрической формулой, въ которую введена поправка за температуру, можетъ быть представлена въ другомъ, болѣе удобномъ, видѣ *для расположенія ея въ таблицы*. Напишемъ сначала формулу (2) въ видѣ:

$$h=M(1+Et_0)\frac{1+Et}{1+Et_0}lg\frac{B_0}{b_0},\text{ введя }1+Et_0\text{ множителемъ и дѣлителемъ,}$$

гдѣ t_0 есть произвольная температура; обыкновенно, за нее принимаютъ нѣкоторую *среднюю температуру, свойственную въ извѣстное время года данной мѣстности.*

Преобразуемъ теперь дробь, стоящую въ правой части равенства, разлагая $(1+Et_0)$ по биному Ньютона, ограничиваясь четвертымъ членомъ разложенія, имѣемъ:

$$\frac{1+Et}{1+Et_0}=(1+Et)\,(1+Et_0)^{-1}=(1+Et)\,.\,(1-Et_0+E^2t_0^2-E^3t_0^3).$$

Сдѣлавъ перемноженіе и собирая попарно члены, найдемъ

$$1+Et-Et_0-E^2tt_0+E^2t_0^2+E^3tt_0^2-E^3t_0^3-\ldots=1+E(t-t_0)-E^2t_0(t-t_0)+$$
$$+E^3t_0^2(t-t_0)=1+(E-E^2t_0+E^3t_0^2)\,(t-t_0).$$

---

[1]) Это число получено изъ соединенія точною геометрическою нивеллировкою репера на паровозномъ зданіи Николаевской желѣзной дороги въ Москвѣ, высота котораго вычислена надъ нулемъ Ревельскаго футштока, съ нулемъ дѣленій шкалы барометра обсерваторіи Межевого Института.

Положивъ здѣсь $E = 0{,}00365$ и $t = +15^0$, такъ какъ $+15^0$ есть средняя лѣтняя температура, при которой обыкновенно и производится нивеллированіе, получимъ: $E - E^2 t_0 + E^3 t_0^2 = \lambda = 0{,}003475$

$$\text{и } \frac{1+Et}{1+Et_0} = 1 + \lambda(t - 15^0), \text{ а потому:}$$

$$h = M\,(1 + E\,.\,15^0)\,[1 + \lambda(t - 15^0)]\,lg\frac{B_0}{b_0}.$$

Обозначаемъ $M\,(1 + E\,.\,15^0)$ черезъ K_1, будемъ имѣть:

$$h = K_1[1 + \lambda(t - 15^0)]\,lg\frac{B_0}{b_0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

гдѣ $K_1 = 19454$. Продолжая преобразованіе далѣе, пишемъ

$$lg\frac{B_0}{b_0} = lg\,762\,\text{mm} - lg\,b_0 + lg\,B_0 - lg\,762\,\text{mm}$$

$$\text{и } h = K_1[(lg\,762\,\text{mm} - lg\,b_0) - (lg\,762\,\text{mm} - lg\,B_0)]\,.\,[1 + \lambda(t - 15^0)];$$

здѣсь 762 mm есть давленіе воздуха на уровнѣ моря въ средней Европѣ.

Вводя обозначенія

$$K_1\,(lg\,762\,\text{mm} - lg\,b_0) = H_2$$
$$K_1\,(lg\,762\,\text{mm} - lg\,B_0) = H_1,$$

получимъ *сокращенную барометрическую формулу*

$$h = (H_2 - H_1) + \lambda(H_2 - H_1)\,.\,(t - 15^0) \quad \ldots\ldots\ldots (4)$$

Величины H_2 и H_1 называются *приблизительными альтитудами* [1]), а послѣдній членъ второй части $\lambda\,(H_2 - H_1)\,.\,(t - 15^0)$ — *поправкою отъ температуры*. Она получится при $H_2 > H_1$ со знакомъ $+$, если $t > 15^0$ и со знакомъ $-$, если $t < 15^0$. Для облегченія вычисленія h по этой формулѣ составлены таблицы, изъ которыхъ по наблюденнымъ и исправленнымъ показаніямъ b_0 и B_0 барометра непосредственно получаются H_2 и H_1, а по аргументамъ *средней на обѣихъ станціяхъ* температуры t воздуха и $(H_2 - H_1)$ берется изъ другой таблицы поправка отъ температуры. Приложивъ эту послѣднюю къ разности $H_2 - H_1$, получимъ h. Такія таблицы имѣются въ изданной А. Бикомъ брошюрѣ („Таблицы для барометрическаго нивеллированія"). Въ ней собраны и всѣ другія таблицы, требующіяся при барометрическомъ нивеллированіи. Таблицы эти сходны съ таблицами Іордана.

Примѣчаніе 1. Таблица для приблизительныхъ альтитудъ вычислена въ брошюрѣ при $K_1 = 19452$, тогда какъ по позднѣйшимъ даннымъ $K_1 = 19454$. Эта разница не оказываетъ ощутительнаго вліянія на результатъ вычисленія h.

---

[1]) $H_2 = K_1 lg\frac{762}{b_0}$ и H_1 соотвѣтствуютъ гипсометрической формулѣ (V).

Примѣчаніе 2. Для опредѣленія температуры воздуха при барометрическомъ нивеллированіи служитъ обыкновенный термометръ со шкалою Цельсія. Если же термометръ имѣетъ шкалу Реомюра, то надо сдѣлать переводъ градусовъ съ одной шкалы на другую; для этого градусы Реомюра умножаютъ на 5 и произведеніе дѣлятъ на 4. Въ брошюрѣ имѣется также особая таблица 1-ая, помощью которой можно по аргументу градусовъ одной изъ шкалъ получить градусы другой шкалы.

Примѣчаніе 3. Передъ употребленіемъ термометръ нужно вывѣрить. Проще всего это сдѣлать путемъ сравненія изслѣдуемаго термометра съ нормальнымъ при различныхъ температурахъ.

Примѣчаніе 4. Обыкновенный способъ измѣренія температуры воздуха состоитъ въ томъ, что термометръ вѣшаютъ въ тѣни и дѣлаютъ отсчетъ тогда, когда ртуть въ трубкѣ перестанетъ передвигаться. Но такой способъ весьма продолжителенъ, вслѣдствіе чего поступаютъ такъ: къ термометру привязываютъ шнурокъ и заставляютъ термометръ описывать въ воздухѣ круги. Замѣчено, что не менѣе 100 такихъ круговъ достаточно для того, чтобы термометръ показывалъ температуру окружающаго воздуха.

Примѣчаніе 5. На русскомъ языкѣ еще имѣются таблицы: напр. изданія Имп. Рус. Геогр. Общ. *Шарнгорстъ* — таблицы для вычисленія высотъ изъ барометрическихъ наблюденій 1887. *Срезневскій*—Инструкція для опредѣленія высотъ помощію барометрическихъ наблюденій 1891 г. *Пѣвцовъ*—О барометрическомъ нивеллированіи 1895.

§ 308. Числовые примѣры на употребленіе таблицъ. Употребленіе 8 и 9 таблицъ А. Бикъ, служащихъ для вычисленія разности высотъ по сокращенной барометрической формулѣ, основано на томъ, что первая изъ нихъ даетъ H_2 и H_1, т.-е. приближенныя альтитуды по аргументамъ B_0 и b_0 — наблюденнымъ и исправленнымъ показаніямъ барометра или по показанію A анероида, переведенному на показаніе барометра по формулѣ $B_0 = A + a + bt + c(N - A)$, а вторая—температурную поправку $= 0{,}003475 \times (H_2 - H_1)\ (t - 15^0)$, по аргументу t *равному среднему ариѳметическому изъ показаній наружнаго термометра на обѣихъ станціяхъ* и по найденной разности $H_2 - H_1$.

Вычисленіе величины h ведется и располагается въ нижеслѣдующемъ порядкѣ:

Показанія анероида, переведенныя на показанія барометра.	Показанія наружнаго термометра.
1. Верхняя станція $b_0 = 654{,}7$ mm . . . . . $t = +15{,}3$	среднее
Нижняя станція $B_0 = 679{,}6$ mm . . . . . $t = +20{,}7$	$+18^0 > 15^0$

По таблицѣ VIII для 654,7 приближенная альтитуда H_2 . . . 1282,1 metr.
для 679,6 приближенная альтитуда H_1 . . . 966,8 metr.
По таблицѣ IX для $H_2 - H_1 = 315{,}3$ и температуры . . . . . $18^0 > 15^0$
поправка . . . . . $+3{,}3$
Искомое $h = 318{,}6$ metr. $= 149,5$ саж.

2. Если средняя температура $= +6^0,4$; т.-е. менѣе 15^0, то поправка будетъ со знакомъ минусъ; такъ при $(H_2 - H_1) = 119,9$ находимъ ее

$$-3,6 \text{ метр.}$$

а искомое $h = 116,3$ metr. $= 55$ саж.

3. Верхняя станція баром. $b_0 = 760,3$ mm. . . . . $t = 31,7$
Нижняя станція баром. $B_0 = 765,8$ mm. > 762. . . . $t = 33,5$ } среднее $32^0,6$

$760,3 \ldots H_2 = +18,9$ m $765,8 \ldots H_1 = -42,0$ m 60,9 m	поправка $+3,7$	$h = 64,6$ metr. $= 30$ саж.

Въ таблицѣ 9-й два крайнихъ столбца, озаглавленные C^0, служатъ для нахожденія аргумента t. Очевидно, что поправки для $t = 14^0$ и $t = 16^0$ будутъ одинаковы по абсолютной величинѣ, но противоположны по знаку. Сообразно съ этимъ и расположена таблица, и въ ней t сопровождается то знакомъ $+$, то знакомъ $-$.

Вмѣсто вычислительныхъ таблицъ для приближенныхъ высотъ можно пользоваться діаграммами Фоглера (Graphische Barometertafeln), на которыхъ предполагается давленіе на уровнѣ моря 780 mm. На нихъ начертены три ряда прямыхъ: 1) отъ правой руки къ лѣвой назначены наклонныя прямыя давленія воздуха въ миллиметрахъ, 2) вертикально нанесены прямыя температуръ на станціи и 3) наклонныя прямыя отъ лѣвой руки къ правой представляютъ приближенныя альтитуды. Въ точкѣ пересѣченія линій давленій и температуры отсчитываютъ приближенную альтитуду [1]).

Діаграмма построена на слѣдующихъ соображеніяхъ:
ранѣе мы имѣли (на стр. 820, форм. (2), что

$$h = M\,(1 + Et)\,lg\,\frac{B_0}{b_0}.$$

это выраженіе можно замѣнить слѣдующимъ:

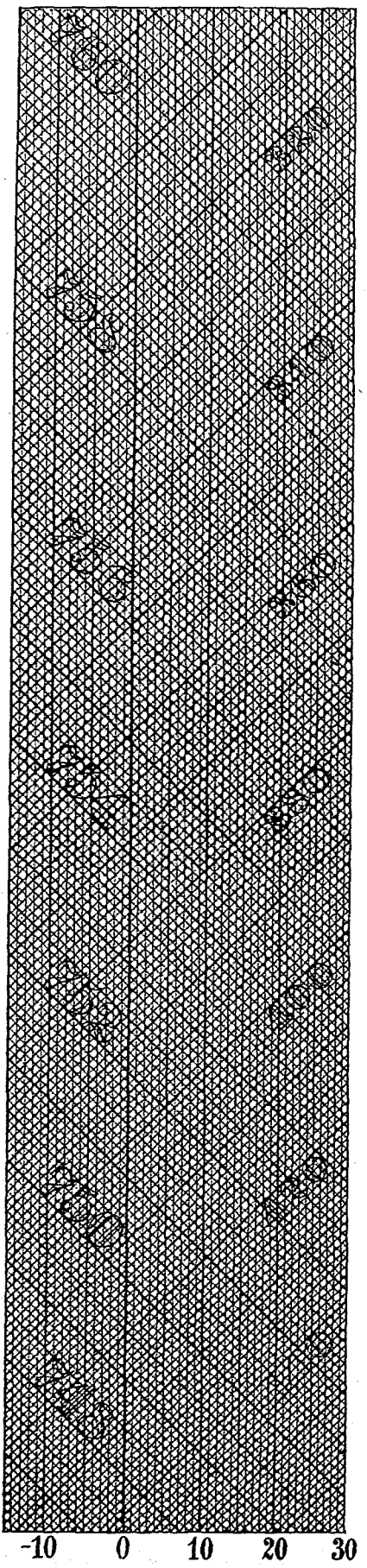
$$h = M\,(1 + Et)\,lg\,\frac{780}{b_0} - M\,(1 + Et)\,lg\,\frac{780}{B_0} = H_2 - H_1;$$

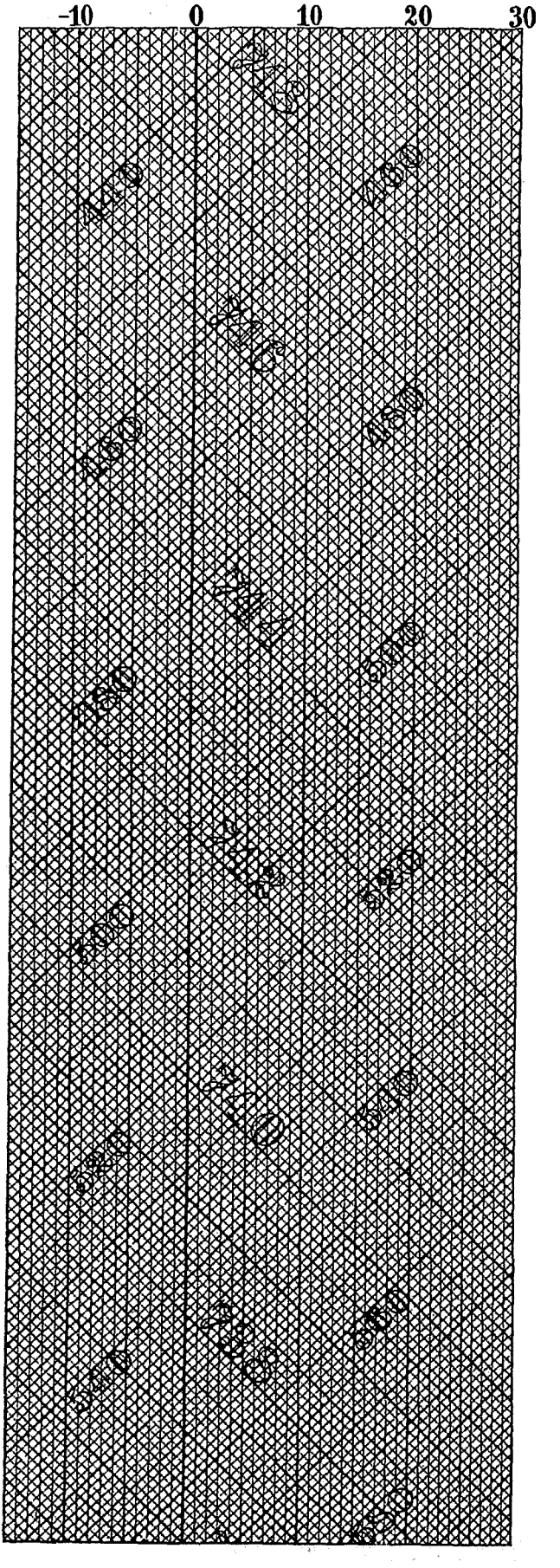
$$\text{здѣсь } H = M\,(1 + Et)\,lg\,\frac{780}{b} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (H)$$

представляетъ абсолютную высоту надъ уровнемъ моря съ давленіемъ воздуха $= 780$ mm. при $b = 780$ высота $H = 0$.

Для удобства построенія діаграммы желательно, чтобъ H при $b = 780$ было не 0, а 100, а потому будемъ считать H отъ новаго уровня, лежащаго на 100 метровъ ниже уровня моря, для чего замѣнимъ въ формулѣ (H) высоту H черезъ $H_n = (100 + H)$, и найдемъ давленіе z, соотвѣтствующее новому уровню; оно очевидно болѣе 780, и мы

[1]) На стр. 824 помѣщаемъ образецъ такой таблицы (черт. 538).


-10
0
10
20
30


-10
0
10
20
30

можемъ написать: $100 = M\,(1 + Et)\,lg\,\frac{z}{780}$; откуда, при $t = 0$ и $M = 18400$, получимъ $z = 789{,}8$; слѣдовательно

$$H_n = M\,(1 + Et)\,lg\,\frac{789{,}8}{b} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (H^*)$$

Логариѳмируя, находимъ:

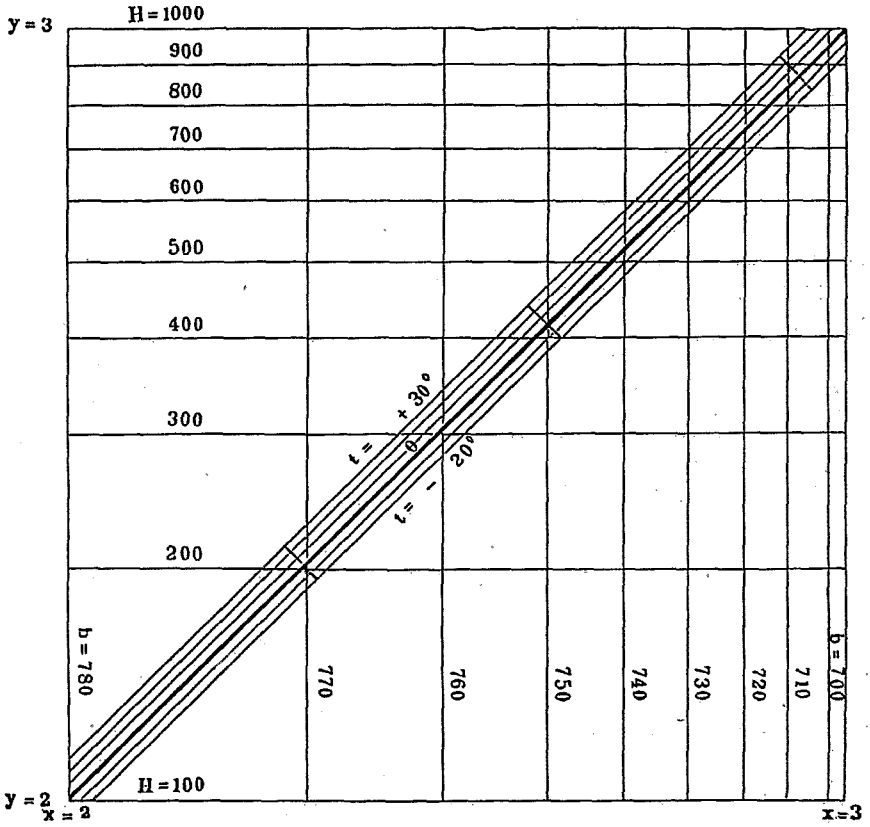
$$lg\,H_n = lg\left(M \,.\, lg\,\frac{789{,}8}{b}\right) + lg\,(1 + Et)$$

или, полагая $lgH_n = y$, $\quad lg\left(M \,.\, lg\,\frac{789{,}8}{b}\right) = x$ и $lg\,(1 + Et) = a$, получаемъ

$$y = x + a$$

уравненіе прямой, отнесенной къ прямоугольнымъ осямъ координатъ, которое и дастъ намъ *при построеніи* вышеупомянутую діаграмму. Въ уравненіи $y = x + a$ въ сущности три перемѣнныхъ a, x и y; давая двумъ изъ нихъ произвольныя значенія, можно находить соотвѣтствующія значенія третьяго, а слѣдовательно, по даннымъ t и b можно находить H_n. Дѣйствительно, при $t = o$, отрѣзокъ на оси y-овъ $a = o$, и прямая пройдетъ черезъ начало координатъ подъ угломъ 45^0 къ оси x-овъ. Для $t + 30^0, + 20^0, + 10^0, \ldots\ldots$ и $t = -10^0, -20^0$ получимъ прямыя, параллельныя первой, отсѣкающія соотвѣтствующія отрѣзки a на оси y-овъ.

Полагая затѣмъ въ равенствѣ $y = lgH_n$ послѣдовательно H_n равнымъ 100, 200, 300....., получимъ при построеніи параллели къ оси x-овъ. Подобнымъ же образомъ, положивъ въ равенствѣ $x = log\left(M.log\frac{789{,}8}{b}\right)$ давленіе воздуха $b = 780, 770, 760\ldots\ldots$,



Черт. 539.

получимъ рядъ прямыхъ, параллельныхъ (но неравно отстоящихъ) оси y-овъ (черт. 539).

Въ пересѣченіи эти три рода параллельныхъ прямыхъ дадутъ искомую діаграмму.

Для удобства расположенія чертежа діаграммы на стр. 824 прямыя температуры поставлены на ней вертикально, а прямыя давленій наклонно подъ угломъ 135° къ оси x-въ, а прямыя абсолютныхъ высотъ изображены наклонными подъ угломъ 45° къ оси x-овъ. Прямыя температуръ на діаграммѣ подписаны черезъ каждыя 10 единицъ. Пр. Фоглеръ, дѣлая цифры сквозными по серединѣ, рекомендуетъ однѣ изъ нихъ (давленія) окрасить въ синій цвѣтъ, а другія (высоты) — въ красный цвѣтъ, что сообщитъ нѣкоторую наглядность и удобство (при употребленіи) діаграммѣ. При $t = +16^0$ и $b = 745{,}2$ по діаграммѣ находимъ $H = 495{,}5$.

Вмѣсто того, чтобы помѣщать приближенныя альтитуды въ таблицахъ, за послѣднее время нѣкоторые механики стали помѣщать ихъ на шкалѣ самаго анероида; при этомъ альтитуды считаются отъ нѣкотораго условнаго уровня, соотвѣтствующаго максимальному давленію на шкалѣ анероида. На такихъ анероидахъ имѣется двѣ шкалы: одна обыкновенная для показанія давленія воздуха въ миллиметрахъ и другая, концентрическая съ первой, показывающая приближенныя альтитуды въ гектометрахъ съ точностью до 1 метра. Альтитуды вычисляются (для шкалы) для нѣкоторой средней температуры воздуха, соотвѣтствующей данной мѣстности и для нѣкоторой средней широты; въ нихъ введены поправки за температуру, причемъ принятъ опредѣленный законъ убыванія температуры съ высотою, выведенный на основаніи метеорологическихъ наблюденій. Къ числу такихъ анероидовъ принадлежитъ анероидъ французскаго полковника *Гулье* (*Goulier*) [1]). Для опредѣленія превышеній такимъ анероидомъ достаточно сдѣлать по одному отсчету на каждой станціи по шкалѣ альтитудъ и составить ихъ разность, такъ, напр., если на станціяхъ прочтено $B_0 = 722{,}5^{mm}$.... $H_2 = 1570^{metr.}$ и $b_0 = 698{,}3^{mm}$.... $H_1 = 1278^{metr.}$, то искомая разность будетъ $H_2 - H_1 = 292^{metr.}$.

Замѣчаніе. Вычисляя приближенныя альтитуды по таблицамъ, мы предполагали, что для обѣихъ станцій, не значительно удаленныхъ другъ отъ друга, напр., 10—15 и даже до 25 верстъ, давленіе на уровнѣ моря остается одно и то же, равное 762 мм. Случается же, что давленіе на уровнѣ моря понижается до 700 мм. и повышается выше 800 мм., колебанія же на 20 миллиметровъ вверхъ и внизъ довольно обыкновенны; между тѣмъ ошибка въ приближенныхъ высотахъ отъ этихъ 20 мм. дойдетъ до 200 метровъ и болѣе. Вслѣдствіе чего при большихъ разстояніяхъ, доходящихъ до 150 верстъ, желательно вводить поправку за измѣненіе давленія на уровнѣ моря; нахожденіе давленія на уровнѣ моря можетъ быть сдѣлано по синоптическимъ картамъ съ *изобарами* (см. конецъ § 309).

§ 309. Способы барометрическаго нивеллированія. Барометрическія наблюденія, имѣющія цѣлію разности высотъ точекъ земной поверхности, зави-

---

[1]) Гулье принимаетъ среднее давленіе на уровнѣ моря = 760 mm. и температуру 20°; убываніе температуры считаетъ на 1° съ возрастаніемъ высоты на 165 метровъ. Образецъ барометра Гулье имѣется въ геодезическомъ кабинетѣ Института Инж. п. с. Имп. Николая II-го.

сятъ отъ количества анероидовъ и отъ разстоянія между конечными точками. Они бываютъ *соотвѣтствующія и абсолютныя*.

1. *Соотвѣтствующія*, когда наблюденія на обѣихъ станціяхъ (удаленныхъ на 5, 10 и не свыше 25 верстъ) производятъ по двумъ барометрамъ (или анероидамъ) *одновременно (или почти одновременно)* и *затѣмъ выводится относительное превышеніе* (или разность высотъ) *обѣихъ точекъ*, или же когда на обѣихъ станціяхъ сдѣланы наблюденія въ разное время, даже однимъ и тѣмъ же барометромъ, однако ихъ возможно перевести на одновременныя, т. е. соотвѣтствующія. Такимъ образомъ для соотвѣтствующихъ наблюденій сперва будемъ различать два случая,

a) въ распоряженіи имѣется *не менѣе двухъ* экземпляровъ анероидовъ или барометровъ или вообще приборовъ для наблюденія давленія и

b) въ распоряженіи имѣется одинъ экземпляръ,

а затѣмъ первый случай нѣсколько осложнимъ тѣмъ, что разстояніе между конечными точками возьмемъ свыше 25 верстъ.

2. *Абсолютныя* наблюденія — когда наблюдаютъ лишь величину давленія b_0 на одной точкѣ и вычисляютъ затѣмъ прямо *высоту этой точки надъ уровнемъ океана*, пользуясь метеорологической картой, относящейся ко дню наблюденій, съ которой берутъ B_0 — давленіе на уровнѣ моря, соотвѣтствующее точкѣ, находящейся на одной вертикали съ наблюдаемой.

Способъ соотвѣтствующихъ наблюденій. Пусть требуется опредѣлить разность высотъ двухъ точекъ A и B, удаленныхъ другъ отъ друга *на сравнительно короткое разстояніе*, въ 10—15 верстъ, *которое можно пройти или проѣхать въ теченіе одного дня*, и положимъ, что: а) *работаютъ два наблюдателя*. Оба наблюдателя снабжены вывѣренными барометрами, термометрами и *часами*. Въ начальной точкѣ наблюдатели № 1 и № 2 дѣлаютъ сравненіе своихъ приборовъ, для чего записываютъ показанія анероидовъ, внутреннихъ и наружныхъ термометровъ и часовъ; такія записи дѣлаютъ неоднократно и одновременно. Затѣмъ № 2 отправляется въ точку B и производитъ тамъ одно или нѣсколько наблюденій, записывая по часамъ моменты наблюденій и возвращается снова въ точку A и здѣсь оба наблюдателя снова дѣлаютъ одновременно рядъ отсчетовъ по своимъ приборамъ. *Въ отсутствіи № 2-го, оставшійся въ начальной точкѣ наблюдатель № 1-й, обязывается дѣлать наблюденія, т. е. записывать показанія анероида, термометровъ и часовъ черезъ опредѣленные промежутки времени, по уговору съ наблюдателемъ № 2, напр., черезъ каждыя 15 минутъ.* При благопріятныхъ условіяхъ состоянія атмосферы, а именно въ тихую и ясную погоду, отсчеты наблюдателя, остающагося на мѣстѣ, мѣняются незначительно и въ правильной постепенности, такъ что простымъ интерполированіемъ легко вычислить показанія анероида, соотвѣтствующія моментамъ отсчетовъ наблюдателя въ точкѣ B; при этомъ получаются *какъ бы одновременныя наблюденія* на обѣихъ точкахъ. Результаты по исправленіи подставляются въ формулу. Если бы при этомъ требовалось опре-

дѣлить относительныя высоты нѣсколькихъ точекъ A, a, b, c, B, въ данномъ направленіи, то *по пути слѣдованія изъ A въ B* наблюдатель № 2 дѣлаетъ на анероидѣ, часахъ и термометрахъ наблюденія *на всѣхъ тѣхъ точкахъ a, b, c.... земной поверхности, которыя представляютъ значительные перегибы мѣстности*; на каждомъ изъ этихъ пунктовъ дѣлаетъ, по возможности, не одно наблюденіе, а нѣсколько.

b) *Если* за недостаткомъ помощника или за неимѣніемъ второго экземпляра анероида *нивеллированіе нужно произвести одному лицу*, то послѣ ряда наблюденій въ начальной точкѣ A идутъ съ анероидомъ по направленію AB и дѣлаютъ наблюденія въ тѣхъ точкахъ, a, b, c,.... B, разность уровней которыхъ съ начальной желаютъ опредѣлить и *чрезъ возможно непродолжительный промежутокъ времени возвращаются въ начальную точку и вновь записываютъ здѣсь показанія часовъ, анероида и термометровъ.*

Если показаніе анероида при второмъ его нахожденіи въ начальной точкѣ не отличается отъ таковыхъ же показаній, сдѣланныхъ въ началѣ работы, то принимаютъ, что давленіе воздуха въ начальной точкѣ не измѣнилось. Если же между этими показаніями окажется разница, то по ней *вычисляютъ показанія анероида для начальной точки, соотвѣтствующія тѣмъ моментамъ, когда наблюденія надъ анероидомъ дѣлались въ другихъ точкахъ a, b, c,....B.*

При этомъ предполагается, что показанія анероида, если бы онъ не сдвигался съ начальной точки, измѣнялись *пропорціонально времени.* Чтобы имѣть право сдѣлать подобное предположеніе и вычислить *измѣненіе показанія барометра за единицу времени*, напр., *за 10 минутъ*, т. е. чтобы подобное предположеніе возможно ближе соотвѣтствовало дѣйствительнымъ измѣненіямъ давленія атмосферы въ природѣ, необходимо, чтобы промежутокъ времени между наблюденіями въ a и A, b и A, c и A и т. д. былъ возможно меньше. Пусть въ A сдѣлано въ первый разъ наблюденіе въ моментъ t_1 и показаніе анероида, перечисленное на показаніе барометра было B_0', въ точкѣ a—въ моментъ t_2 въ точкѣ b — t_3 и т. д. вновь въ точкѣ A записано B_0'' въ моментъ t_n, тогда измѣненіе показанія барометра за единицу времени будетъ $\Delta B = \frac{B_0'' - B_0'}{t_n - t_1}$. Образовавъ разности $t_2 - t_1$, $t_3 - t_1$ и придавая къ B_0' поправки ΔB $(t_2 - t_1)$, ΔB $(t_3 - t_1)$ съ ихъ знаками, получимъ показанія барометра въ точкѣ A, соотвѣтствующія показаніямъ барометра въ точкахъ a, b, c... въ моменты t_2, t_3...

Такой пріемъ съ однимъ барометромъ или анероидомъ удобно примѣнять при глазомѣрной съемкѣ [1]).

Пусть теперь разстояніе отъ начальной точки A до конечной таково, что его *нельзя проѣхать или пройти въ одинъ день.* Въ этомъ случаѣ избранное разстояніе (при изысканіяхъ путей сообщенія, нивеллированіи горныхъ долинъ) *дѣлятъ на участки такой длины (30—50 верстъ), чтобы*

[1]) (Студентамъ Института какъ зимой, такъ и лѣтомъ, рекомендуется продѣлать соотвѣтствующее упражненіе).

каждый участокъ можно было пройти или проѣхать въ теченіе одного дня. Число приборовъ для наблюденія должно быть не менѣе двойного комплекта. Въ начальной точкѣ *A* оба наблюдателя производятъ отсчеты своихъ приборовъ, затѣмъ первый наблюдатель отправляется въ дорогу и на всѣхъ достойныхъ опредѣленія высотъ точкахъ *a*, *b*, *c* . . ., напр., на *перевалахъ*, *въ долинахъ*, *у рѣкъ*, *на мостахъ и т. п.* производитъ отсчеты своихъ барометра, термометровъ и часовъ.

Пріѣхавъ въ точку *B*, первый наблюдатель останавливается здѣсь *на два дня*, причемъ систематически отсчитываетъ приборы днёмъ, напр., черезъ каждые полчаса. Второй наблюдатель, оставаясь въ точкѣ *A* цѣлыя сутки, также отсчитываетъ и записываетъ показанія своихъ приборовъ каждые полчаса и затѣмъ на слѣдующій день отправляется по тому же маршруту въ точку *B*, производя наблюденія на тѣхъ же точкахъ *a*, *b*, *c*.. ранѣе намѣченныхъ (напр. по картѣ), какъ и первый наблюдатель. Пріѣхавъ въ *B*, второй наблюдатель остается здѣсь на ночлегъ, свѣряетъ свои приборы съ приборами перваго наблюдателя и на слѣдующее утро ѣдетъ дальше въ *C*, т.-е. по направленію отъ *B* къ *C* онъ играетъ роль 1-го наблюдателя. Въ точкѣ *C* онъ останавливается на 2 дня, первый же наблюдатель переѣзжаетъ изъ *B* въ *D* съ остановкою въ *C* и т. д. Изъ такихъ наблюденій на каждомъ участкѣ получается все, что нужно для *двукратнаго* вывода разности высотъ. При этомъ способѣ исключаются и личныя ошибки наблюденій. Экспедицію полезно закончить въ исходной точкѣ *A*, пріѣхавъ туда той же или иной дорогой, черезъ это получается новая независимая *повѣрка нивеллированія по замкнутому полигону*. При большихъ *несомкнутыхъ* полигонахъ необходимо (если возможно) начальную и конечную, а гдѣ можно и промежуточныя, точки привязать барометрическою нивеллировкою къ точкамъ, высоты которыхъ надъ уровнемъ моря извѣстны (реперы или метеорологическія станціи).

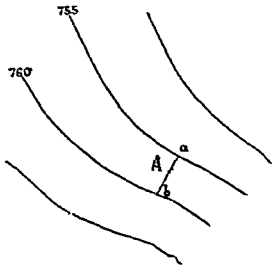
Раздѣляя на участки весь путь отъ начальной до конечной точки, выгодно въ концахъ участковъ сперва въ *A* и *B*, потомъ *B* и *C*, наконецъ въ *C* и *D* имѣть постоянно установленные барометры, а въ промежуткахъ между ними ѣздить съ анероидомъ; тогда нужно для послѣдовательной нивеллировки участковъ имѣть 3 наблюдателя.

Барометрическое нивеллированіе слѣдуетъ производить лѣтомъ (съ апрѣля по октябрь) преимущественно въ первыхъ числахъ мѣсяца и въ послѣдніе четыре часа дня.

Способъ абсолютныхъ наблюденій. *Отысканіе абсолютныхъ высотъ (альтитудъ) производится* такъ: на синоптическую (метеорологическую) карту для наблюденій наносятъ избранную точку по ея широтѣ и долготѣ, на этой картѣ проведены *изобары и изотермы*, т.-е. кривыя одинаковаго давленія и одной температуры (подобно тому, какъ проводятся *изогипсы*, т.-е. *горизонтали* по отмѣткамъ на планѣ). Тогда не трудно узнать показанія баро-

метра и термометра въ точкѣ, представляющей проекцію точки наблюденія на уровень моря.

Пусть точка наблюденія A (черт. 540) оказалась между изобарами 755 и 760; проведя чрезъ точку A линію ab приблизительно перпендикулярную къ обѣимъ названнымъ изобарамъ, составляютъ отношеніе длинъ Aa къ ab; пусть $\frac{Aa}{ab}=\frac{2}{5}$, показаніе барометра въ точкѣ A будетъ:



Черт. 540.

$$755+\frac{2}{5}(760-755)=757 \text{ mm.}$$

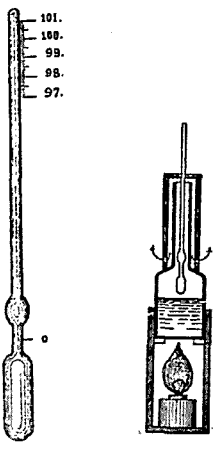
Такимъ же образомъ по изотермамъ получается соотвѣтствующее показаніе термометра. Дѣйствительные исправленные отсчеты на точкѣ наблюденія по барометру b_0 и термометру t_1 и найденныя по изобарамъ B_0 и изотермамъ t_2 для воображаемой проекціи точки A на уровень моря вставляютъ въ формулу и обрабатываютъ ихъ, какъ соотвѣтствующія наблюденія.

§ 310. Гипсотермометры или термобарометры. Для нивеллировокъ высокихъ странъ (выше 2000 метровъ) анероиды не пригодны и ихъ слѣдуетъ въ такихъ странахъ замѣнять или ртутными барометрами, или такъ называемыми гипсотермометрами. Въ невысокихъ же мѣстностяхъ выгоднѣе употреблять анероиды, показывающіе давленіе воздуха отъ 600 до 800 миллиметровъ. Весьма вѣроятно, что на большихъ высотахъ будутъ дѣйствовать гораздо лучше анероиды, дающіе давленіе только отъ 400 до 600 миллим. Устройство гипсотермометровъ основано на слѣдующемъ. Атмосферное давленіе можно опредѣлить, помимо барометровъ, также и *по температурѣ кипѣнія воды*. Это видно изъ сопоставленія слѣдующихъ чиселъ, добытыхъ изъ опыта,

давленіе	темп. кипѣнія
746,5	99,5
749,2	99,6
751,9	99,7
754,6	99,8
757,3	99,9
760,0	100,0

Такъ что, съ измѣненіемъ давленія на 2,7 mm, температура кипѣнія измѣняется на 0,1°, т. е. при измѣненіи на 0,27 mm температура измѣнится на 0,01°. А потому, чтобы по температурѣ кипѣнія опредѣлить давленіе воздуха, нужно имѣть *термометръ, дающій по крайней мѣрѣ, сотыя доли градуса*. Для такого точнаго опредѣленія служитъ особый снарядъ, состоящій изъ термометра и кипятильнаго аппарата. Снарядъ этотъ называется *термобарометромъ*, а также *гипсотермометромъ*. Главная часть его есть термометръ, шкала котораго раздѣлена до $^1/_{50}$ и даже $^1/_{100}$ доли градуса,

которыя оцѣниваются на глазъ и тѣмъ съ большею точностью, чѣмъ болѣе промежутки между отдѣльными штрихами. Такіе термометры имѣютъ большіе шарики и очень узкія трубки *съ расширеніемъ по срединѣ;* на шкалѣ обыкновенно ограничиваются назначеніемъ только 0^0 и дѣленій отъ 97^0 до 101^0, какъ это показано на черт. 541.



Черт. 541. Черт. 542.

Кипятильный аппаратъ состоитъ изъ сосуда (черт. 542), въ который вливается вода, а въ цилиндрическую его трубку вставляется термометръ такъ, чтобы шарикъ съ ртутью помѣщался въ парахъ кипящей воды [1]), нагрѣваемой спиртовою лампою. Весь снарядъ вкладывается въ футляръ и очень удобенъ для переноски.

Имѣя температуру кипѣнія на низшей и высшей станціяхъ, можно по таблицѣ получить соотвѣтственныя ей давленія воздуха. Подставя ихъ въ барометрическую формулу, возможно найти относительную высоту обѣихъ станцій [2]). При этомъ полезно также, хотя бы и приближенно, знать температуру и влажность воздуха и широту станціи. Сравнивая этотъ способъ опредѣленія атмосфернаго давленія съ опредѣленіемъ его барометромъ, необходимо отмѣтить сравнительно меньшую его точность: опытъ показалъ, что средняя ошибка опредѣленія давленія посредствомъ кипяченія есть $\pm$ 0,25 mm, а по анероиду $\pm$ 0,15—0,20 mm. Это происходитъ отчасти отъ того, что гипсотермометръ даетъ температуру, зависящую не только отъ величины давленія воздуха на данномъ пунктѣ, но и *отъ того давленія, при которомъ назначены постоянныя точки термометра 0^0 и 100^0, а по нимъ уже нанесена и вся шкала гипсотермометра.* Съ другой стороны, меньшіе размѣры и большая портативность гипсотермометра сравнительно съ ртутнымъ барометромъ говорятъ въ его пользу. Въ исключительныхъ случаяхъ, а именно *при путешествіяхъ, гипсотермометръ вслѣдствіе постоянства своихъ показаній можетъ служить также для опредѣленія коэффиціентовъ анероидовъ или повѣрки ихъ.*

Въ заключеніе надо сказать, что 1) для гипсотермометра необходимо брать воду чистую или дождевую, 2) *защищать его при кипяченіи воды отъ движенія воздуха*, 3) необходимо слѣдить за тѣмъ, чтобы въ кипятильный аппаратъ было налито достаточное количество воды, ибо при недостаткѣ ея онъ можетъ согрѣться настолько сильно, что термометръ лопнетъ, а при избыткѣ—брызги воды при кипѣніи будутъ попадать на шарикъ термометра. 4) Въ случаѣ, если приборъ не употреблялся нѣсколько дней, то первый отсчетъ по термометру не принимается во вниманіе, а послѣ

---

[1]) На чертежѣ входящіе пары указаны стрѣлками.

[2]) См. таблицу V-ю курса геодезіи А. Бикъ. Часть III. (Таблица взята изъ сочиненія „Handbuch der Vermessungskunde, von Dr. V. Jordan“). Она составлена по „Travaux et mémoires du bureau international des poids et mesures“.

охлажденія аппарата наблюденіе повторяется еще разъ. 5) До отсчета по термометру вода должна кипѣть не менѣе 10 минутъ.

§ 311. **Точность барометрическаго нивеллированія.** Среднюю ошибку барометрическаго нивеллированія при употребленіи анероидовъ считаютъ въ 1—2 метр. для высотъ до 200 метр. [1]). Предѣльную же ошибку можно принять равною 3% опредѣляемой разности уровней. Вообще же точность барометрическихъ опредѣленій высотъ въ разныхъ случаяхъ различна и зависитъ отъ обстоятельствъ, при которыхъ оно производилось [2]). Во всякомъ случаѣ двѣ сосѣднія точки должны быть другъ отъ друга не далѣе 25 верстъ, а разность высотъ не должна превосходить 500 метровъ. Максимальное разстояніе между конечными точками, при желѣзнодорожныхъ изысканіяхъ, по рекомендаціи Р. Н. Савельева, не должно достигать 150 верстъ, дабы состояніе атмосферы было въ нихъ по возможности одинаково. Вѣтряная и пасмурная погода не благопріятна для барометрическихъ наблюденій.

---

[1]) Не надо забывать, что ошибка въ 0,1 mm въ отсчётѣ по анероиду соотвѣтствуетъ ошибкѣ въ абсолютной высотѣ опредѣляемой точки на 1 metr.

[2]) Не слѣдуетъ также упускать изъ вида числовыхъ величинъ поправокъ для отсчетовъ по анероиду: онѣ могутъ давать иногда десятыя доли миллиметровъ (по высотѣ 0,5 и болѣе сажени).

БУССОЛЬНАЯ и ЭКЕРНАЯ СЪЕМКИ.

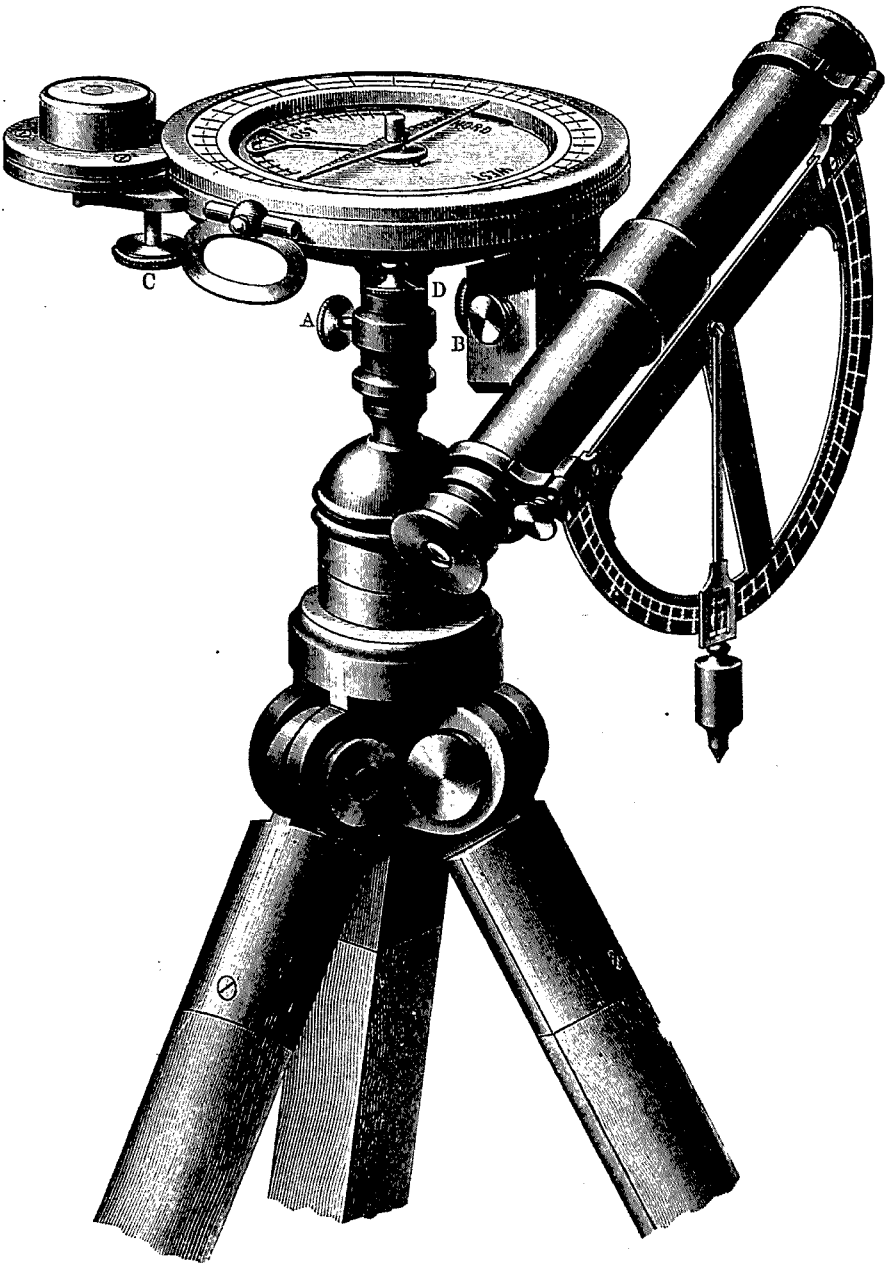
Буссольная съемка.

§ 332. Общее замѣчаніе. Къ разряду быстрыхъ съ небольшою точностію (получаемыхъ результатовъ) съемокъ можно отнести также и съемку буссолью. Ко всему ранѣе изложенному о буссоли, магнитной стрѣлкѣ, азимутахъ и румбахъ и примѣненіи буссоли къ съемкѣ, въ §§ 110—113, 119—126, 131—134, 150 и 153 (на стр. 292—293), а также и въ статьяхъ о тахеометріи, мензульной и глазомѣрной съемкахъ, прибавимъ здѣсь 1) описаніе буссоли съ зрительной трубою и 2) сдѣлаемъ лишь нѣкоторыя дополнительныя замѣчанія относительно примѣненія буссоли къ съемкѣ.

Такъ какъ опредѣленіе азимутовъ линій мѣстности по буссоли, вслѣдствіе суточнаго колебанія магнитной стрѣлки, не можетъ быть произведено съ точностью большею чѣмъ до $^1/_4{}^0$, то, при примѣненіи буссоли, вполнѣ достаточно было бы производить визированіе на точки мѣстности діоптрами: точность отсчитыванія соотвѣтствовала бы точности визированія. Тѣмъ болѣе имѣетъ значеніе это замѣчаніе, если имѣть въ виду, что *буссоль наиболѣе примѣнима для съемки полигоновъ съ большимъ числомъ короткихъ линій.* Дѣйствительно, если линіи коротки, то при визированіи 1) вполнѣ достаточно, да и болѣе удобно довольствоваться діоптрами, 2) измѣряя азимуты (или румбы), т. е. углы между каждою изъ данныхъ линій мѣстности и *однимъ и тѣмъ же направленіемъ магнитнаго меридіана* (не измѣняющимся въ короткій промежутокъ времени съемки), мы, хотя и дѣлаемъ неизбѣжную погрѣшность въ измѣреніи этихъ угловъ, но погрѣшность, сдѣланная въ измѣреніи одного какого-либо азимута, не оказываетъ такого вреднаго вліянія на положеніе послѣдующихъ точекъ на планѣ, какъ такая же ошибка, сдѣланная теодолитомъ въ измѣреніи угла поворота между двумя данными линіями на мѣстности (см. „преимущество накладки по румбамъ передъ накладкою по внутреннимъ угламъ"), особенно, когда число измѣренныхъ угловъ поворотовъ значительно. Однако въ тѣхъ случаяхъ, когда приходится вѣшить длинныя линіи (по узкимъ просѣкамъ въ лѣсу) или визировать вдоль линій съ большими углами наклоненія (напр,, въ горахъ или при съемкѣ въ рудничныхъ шахтахъ), діоптры являются уже малопригоднымъ визирнымъ снарядомъ, и ихъ приходится замѣнять зрительною трубою.

Буссоль съ зрительною трубою, работы механиковъ *„Брейтгаупта и сынъ"* въ Касселѣ, изображена на чертежѣ 543; она обращаетъ на себя вниманіе небольшими своими размѣрами и разносторонностію примѣненія ея къ съемкамъ. Благодаря простотѣ устройства и возможности вполнѣ

разобрать ее на составныя ея части, она является весьма удобнымъ инструментомъ въ путешествіи или при прохожденіи малодоступныхъ мѣстностей, (какъ, напримѣръ, при предварительныхъ изысканіяхъ путей со-



Черт. 543.

общенія), такъ какъ можетъ замѣнить собою цѣлый рядъ другихъ инструментовъ. Само собою разумѣется, что, отличаясь разносторонностью своего примѣненія, она въ то же время даетъ результаты небольшой точности. Длина ея стрѣлки равна приблизительно 45 миллиметрамъ, т. е. около 1,5 дюйма, и не многимъ короче діаметра градуснаго кольца, въ плоскости

котораго она находится, помѣщаясь на остромъ шпилѣ, ввернутомъ въ центръ кольца. Кольцо закрывается стеклянною крышкою и раздѣлено на отдѣльные градусы, подписанные отъ правой руки къ лѣвой, т. е. подпись дѣленій кольца сдѣлана *противъ хода часовой стрѣлки*. На днѣ коробки сдѣлана надпись странъ свѣта (nord, west, sud, ost) въ обратномъ порядкѣ (см. чертежъ); благодаря чему румбы читаются непосредственно по буссоли, при нахожденіи трубы вправо отъ наблюдателя. Дно коробки буссоли привернуто четырьмя винтиками къ мѣдному кругу съ втулкою, которою инструментъ насаживается на баксу подставки англійскаго штатива и удерживается на ней нажимательнымъ винтомъ *A*. Бакса подставки оканчивается яблокомъ, помѣщеннымъ въ двухъ полыхъ свернутыхъ винтами полушаріяхъ, изъ которыхъ нижнее находится во втулкѣ, навертываемой на винтовую низенькую нарѣзку головки штатива. Ножки штатива вверху имѣютъ гайки, напоминающія устройство ножекъ циркуля.

Внутреннія двѣ плоскости каждой ножки сходятся подъ угломъ 120°, верхняя же поверхность сложенныхъ вмѣстѣ ножекъ даетъ поверхность конической палки съ едва замѣтнымъ уклоненіемъ ея поверхности отъ поверхности цилиндра. На сложенныя ножки при перевозкѣ надвигается мѣдное кольцо.

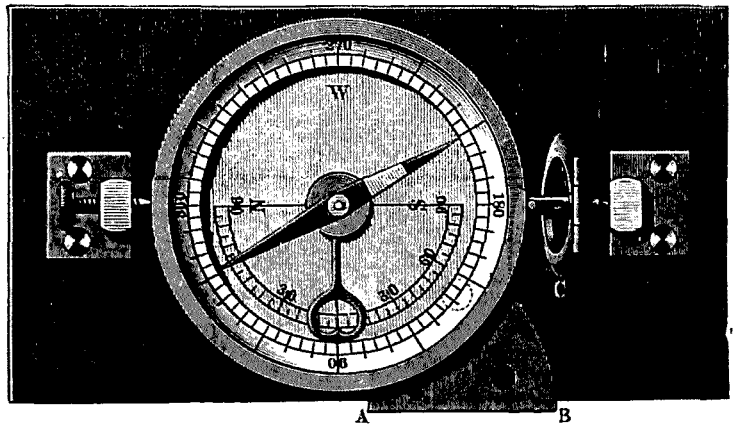
Снизу буссоли привернутъ параллелепипедъ, служащій гнѣздомъ для горизонтальной оси вращенія трубы; ось оканчивается винтовой нарѣзкой съ гайкой *D* для закрѣпленія. Сбоку того же параллелепипеда имѣется нажимательный винтъ *B*. Самъ параллелепипедъ не плотно привернутъ къ кругу для возможности регулировать положеніе горизонтальной оси вращенія трубы относительно вертикальной оси вращенія инструмента. Труба имѣетъ увеличеніе до $4^1/_2$ разъ и снабжена простымъ окуляромъ Кеплера, передвигающимся отъ руки внутри объективнаго колѣна. Иногда въ трубѣ помѣщаются дальномѣрныя нити. Труба охватывается двумя кольцами, въ плоскостяхъ которыхъ помѣщаются концы оси вращенія *полукруга—высотомѣра* съ діаметромъ въ 9 сантиметровъ. Въ его центрѣ закрѣплена алидада съ отвѣсомъ. Полукругъ раздѣленъ на полуградусы, и дѣленія подписаны отъ нуля до 90° въ обѣ стороны. Полукругъ-высотомѣръ по желанію можетъ быть отвернутъ отъ трубы при помощи винта, находящагося вблизи окуляра. Для приведенія плоскости кольца буссоли въ горизонтальное положеніе служитъ круглый уровень, привертываемый къ дну коробки буссоли винтомъ *C*.

Для исправленія уровня служитъ помѣщенная подъ нимъ обычная въ видѣ лапки плоская пружина (см. вертикальный разрѣзъ теодолита Бамберга), на которую дѣйствуютъ при помощи трехъ винтиковъ, находящихся въ оправѣ уровня. Коробка буссоли, отвернутая отъ мѣднаго круга и втулки *DA*, можетъ, какъ видно изъ чертежа 544, замѣнять собою *эклиметръ*, для чего нужно только плоскость кольца привести въ вертикальное положеніе. На днѣ коробки буссоли нанесена дуга въ 180° концентрическая съ кольцомъ буссоли, также подраздѣленная на отдѣльные градусы и подписанная отъ 0° до 90° въ обѣ стороны. Въ центрѣ этой полуокруж-

ности на остріе магнитной стрѣлки надѣтъ язычекъ съ указателемъ и тяжестію, движущимися параллельно дѣленіямъ полуокружности.

Ребро *AB* пластинки, служащей для прикрѣпленія круглаго уровня, замѣняетъ собою визирный снарядъ; оно принимаетъ горизонтальное положеніе въ то время, когда указатель язычка показываетъ на ноль полуокружности. Пластинка съ ребромъ *AB* можетъ, по желанію, быть вдвинута внутрь коробки, такъ какъ вращается на особой оси (на чертежѣ 544 ось сдѣлана въ видѣ пунктирнаго кружка на кольцѣ буссоли у дѣленій 140°—145°). Вслѣдствіе чего буссоль съ помощію кольца *C* можетъ носиться въ видѣ карманныхъ часовъ.

Сверхъ этого отдѣленная отъ подставки коробка буссоли можетъ еще вкладываться въ особую *въ видѣ линейки подставку* (черт. 544) *и служитъ*



Черт. 544.

транспортиромъ для нанесенія азимутовъ на бумагу. Подставка-линейка снабжена двумя кубиками-колонками, изъ которыхъ одна имѣетъ углубленіе, а другая винтъ, оканчивающійся остріемъ, соотвѣтственно чему коробка буссоли имѣетъ остріе у кольца *C* и углубленіе на діаметрально противоположной сторонѣ. Для нанесенія азимутовъ необходимо чертежъ предварительно оріентировать, т. е., приложивъ къ линіи, изображающей меридіанъ, скошенный край линейки (подставки), вращать его до тѣхъ поръ, пока сѣверный конецъ стрѣлки совпадетъ съ дѣленіемъ 0°, а южный — со 180°. Самое же нанесеніе азимутовъ состоитъ въ томъ, что заставляютъ вращеніемъ буссоли по бумагѣ сѣверный конецъ стрѣлки совпасть съ дѣленіемъ кольца, равнымъ числу градусовъ въ азимутѣ, и въ то же время скошенный край линейки удерживаютъ у той точки, черезъ которую желаютъ провести линію подъ даннымъ азимутомъ, послѣ чего по ребру линейки прочерчиваютъ прямую линію.

Отъ такой буссоли нужно требовать выполненія условій, свойственныхъ буссоли тахеометра, изъ которыхъ самыя существенныя.

1) параллельность коллимаціонной плоскости трубы къ діаметру 0°—180° градуснаго кольца,

2) совпаденіе магнитной и геометрической осей стрѣлки,

3) параллельность ребра AB визирной пластинки діаметру $0^0 — 0^0$ концентрической полуокружности на днѣ буссоли (сличи съ повѣркою эклиметра § 33).

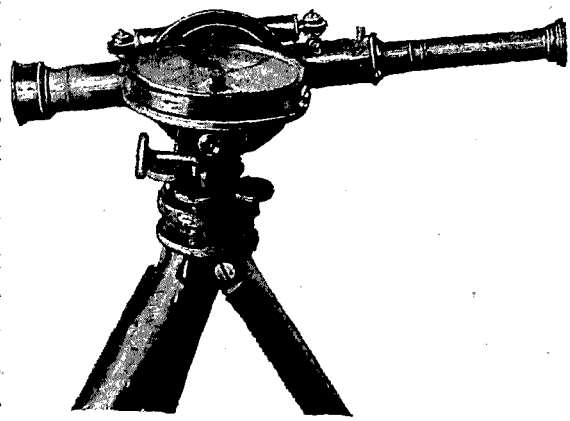
и 4) параллельность скошеннаго ребра линейки — подставки діаметру $0^0 — 180^0$ кольца буссоли (см. повѣрки мензульной буссоли).

Несомнѣнно, что выполненіе всѣхъ условій должно быть соблюдено въ предѣлахъ точности отсчитыванія по буссоли азимутовъ, т. е. до $\frac{1^0}{4}$.

Буссоль съ трубою Брейтгаупта съ успѣхомъ *можетъ быть примѣнена для тахеометрической съемки*, особенно когда не требуется большой точности отъ плана съемки.

Приводимъ чертежъ англійской буссоли съ трубой (черт. 543а) [1]).

§ **333. Съемка буссолью.** Очевидно, что буссолью, какъ угломѣрнымъ инструментомъ (по которому всякій уголъ опредѣляется разностію азимутовъ его сторонъ) возможно рѣшать задачи и производить съемку, какъ и теодолитомъ. При этомъ не надо упускать изъ вида, что точность измѣренія разстояній должна соотвѣтствовать точности t отсчитыванія отдѣльныхъ направленій. Если ее допустить равною для буссолей на штативахъ отъ $15'$ до $20'$, то соотвѣтственно этому точность измѣренія линій будетъ $\frac{1}{200}$, а для ручныхъ буссолей при $t = 1^0$ она выйдетъ около $\frac{1}{60}$ [2]).



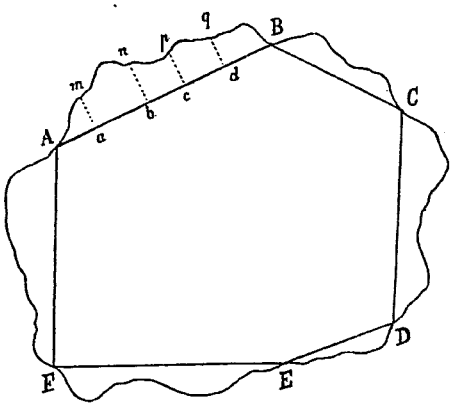
Черт. 543а.

---

[1]) Въ послѣднее время фирмой Г. Герляхъ въ Варшавѣ, согласно моихъ указаній, выпущена буссоль на треножникѣ, съ вертикальнымъ кругомъ и дальномѣрной трубой на американской подставкѣ, позволяющей безпрепятственно дѣлать отсчеты по магнитной стрѣлкѣ. Благодаря небольшимъ своимъ размѣрамъ инструментъ съ успѣхомъ можетъ служить для быстрыхъ съемокъ, напр., для съемки внутренней ситуаціи при землеустроительныхъ проектахъ, а также для тахеометрической съемки при рекогносцировкахъ. (См. также стр. 233, черт. 163 bis).

[2]) Дѣйствительно, положимъ, что нѣкоторая точка C опредѣляется съ базиса — гипотенузы AB — прямою засѣчкою, происходящею подъ угломъ въ 90^0. Пусть въ острыхъ углахъ A и B сдѣланы ошибки въ $\pm$ (15 — 20) минутъ. Послѣ этого сдѣлаемъ допущеніе, что стороны — катеты AC и BC промѣрены. Отъ ошибки въ измѣреніи угловъ точка C измѣняетъ свое положеніе: новое ея положеніе C' или C'', отодвинется отъ дѣйствительнаго C, смотря по знаку ошибокъ въ углахъ, въ ту или другую сторону на величину CC' или CC''. Если допустимъ теперь, что точка C опредѣлена промѣрами отъ A и B, то ошибки въ длинахъ AC и BC также не должны превышать той же величины CC' или CC''. Изъ треугольника $CC'A$, въ которомъ уголъ $CAC' = 15' — 20'$ имѣемъ $CC' = AC \,.\, tg\, CAC'$; откуда по малости угла CAC' найдемъ $\frac{CC'}{AC} = tg\ CAC' = CAC' \,.\, Sin\ 1'$ (далѣе см. примѣчаніе на слѣдующ. стр.).

Съемка полигона (многоугольника) буссолью можетъ быть произведена двояко; или становясь съ инструментомъ въ каждую вершину полигона, или *становясь черезъ вершину*. Въ первомъ случаѣ (черт. 545) измѣряютъ послѣдовательно азимуты (AB), (BC), ... (DE) и (FA), а также длины всѣхъ сторонъ полигона цѣпью и ихъ углы наклоненія эклиметромъ, а во второмъ случаѣ, стоя въ точкѣ A измѣряютъ (AB) и (AF), въ точкѣ C опредѣляютъ (CB) и (CD) и въ точкѣ E— азимуты (ED) и (EF) и, какъ въ первомъ случаѣ, опредѣляютъ мѣру линій и углы наклона всѣхъ сторонъ полигона, но только вмѣсто прямыхъ азимутовъ (FA), (BC) и (DE) измѣряютъ обратные (AF), (CB) и (ED).



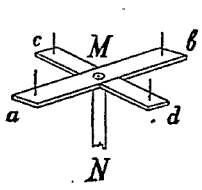
Черт. 545.

Вмѣсто азимутовъ, конечно, можно отсчитывать румбы сторонъ полигона.

Составленіе плана, снятаго буссолью, производится согласно указаній, сдѣланныхъ въ §§ 147, 149—153.

Экерная съемка.

§ 334. Простѣйшіе экеры и ихъ устройство. Назначеніе на мѣстности линій взаимно перпендикулярныхъ производится посредствомъ простѣйшаго прибора—*экера*. Экеры бываютъ *простые* и *отражательные*. Самый простой экеръ состоитъ изъ крестообразно сложенныхъ линеекъ ab и cd, имѣющихъ на концахъ заостренные шпеньки (черт. 546). Въ точкѣ M пересѣченія прямыхъ ab и cd, соединяющихъ подошвы перпендикулярно стоящихъ на линейкахъ шпеньковъ, помѣщается центръ просверленной дыры въ которую приходится верхушка (шейка) кола N, заостреннаго снизу. Крестъ иногда замѣняется полнымъ металлическимъ кругомъ съ четырьмя діоптрами на концахъ двухъ взаимноперпендикулярныхъ діаметровъ. Діоптры замѣняютъ шпеньки.

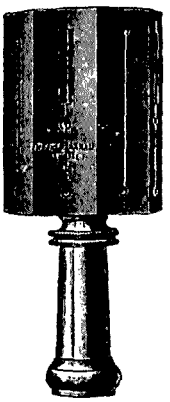


Черт. 546.

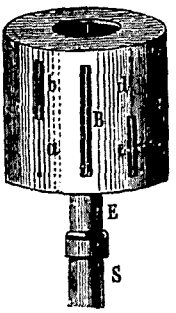
Для возможности визировать по двумъ противоположнымъ направленіямъ, не измѣняя положенія экера, въ каждой парѣ діоптровъ размѣщаются двѣ или три коллимаціонныя плоскости; причемъ глазныя отверстія и предметные волоски въ каждомъ діоптрѣ находятся на одной прямой или же на предметномъ діоптрѣ дѣлается, вмѣсто широкого прорѣза съ волосомъ, узкій прорѣзъ, какъ и на глазномъ.

Если $CAC' = 15' - 20'$, то точность измѣренія линіи AC, т. е. ея относительная ошибка $CC' : AC$ будетъ $= \pm(15' - 20')\cdot\frac{1}{3438}$, т. е. около $\frac{1}{200}$. При $CAC' = 1^0$, найдемъ $\frac{CC'}{AC} = tg\ 1^0 =$ около $\frac{1}{60}$.

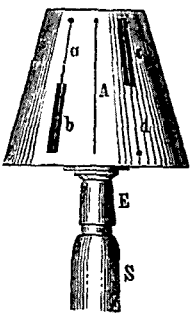
Діоптры экеровъ располагаютъ иногда такъ, что ими можно на мѣстности назначить, кромѣ прямого угла, также и углы въ 180°, 45° и 135°. Съ этою цѣлью діоптры располагаются на боковой поверхности восьмигранной призмы, цилиндра, конуса и сферы, а экеры соотвѣтственно называютъ *восьмигранный, цилиндрическій, коническій* и *сферическій*. Видъ такихъ экеровъ указанъ на чертежахъ 547—550.



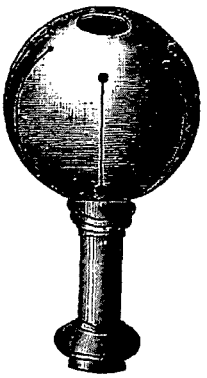
Черт. 547.



Черт 548.



Черт. 549.

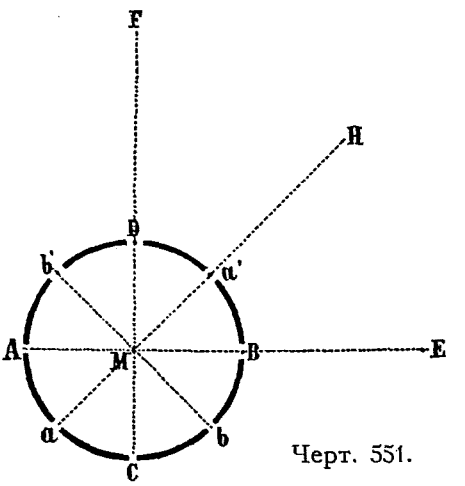


Черт. 550.

Коническій и сферическій экеры употребляются для наклонныхъ визированій въ горныхъ странахъ.

§ 335. Повѣрка простыхъ экеровъ. Отъ крестообразнаго экера слѣдуетъ требовать, чтобы его *плоскости визированія пересѣкались подъ прямымъ угломъ*, а у остальныхъ, помимо этого, согласно съ ихъ устройствомъ,— чтобы *коллимаціонныя плоскости образовали углы въ 45°, 90°, 180° и 135°*.

Повѣрка перпендикулярности плоскостей производится такъ (черт. 551). Воткнувъ отвѣсно палку экера *M*, направляютъ коллимаціонную плоскость *AB* на точку *E*, вращая экеръ около вертикальной оси, и по направленію другой плоскости *CD* выставляютъ вѣху *F*. Повернувъ затѣмъ экеръ на четверть оборота около вертикальной оси, придаютъ новое расположеніе его діоптрамъ.



Черт. 551.

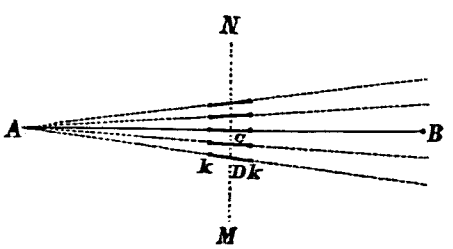
Если оба діоптра глазной и предметный имѣютъ только узкіе прорѣзы и дозволяютъ визировать по взаимнопротивоположнымъ направленіямъ, то направляютъ коллимаціонную плоскость діоптровъ *DC* на вѣху *E* и смотрятъ, пройдетъ ли черезъ вѣху *F* первая коллимаціонная плоскость *BA*. Если да, то условіе выполнено, т. е. экеръ даетъ прямой уголъ.

Подобнымъ же образомъ провѣряется взаимное положеніе коллимаціонныхъ плоскостей восьмигранаго, коническаго, цилиндрическаго и

сферическаго экеровъ. Пусть, напр., повѣряется цилиндрическій экеръ. Въ немъ, вмѣсто одной, устроены двѣ коллимаціонныя плоскости, помѣщенныя одна надъ другою. Поэтому прежде всего убѣждаются въ томъ, что *каждая пара коллимаціонныхъ плоскостей взаимно совмѣщается*. Для этого провѣшиваютъ прямую AB (черт. 552) и на мѣсто вѣхи C ставятъ палку экера; направивъ одну коллимаціонную плоскость на вѣху A, смотрятъ, проходитъ ли другая черезъ вѣху B.

Убѣдившись въ совпаденіи парныхъ коллимаціонныхъ плоскостей, выставляютъ по направленію каждыхъ діоптровъ вѣхи E, F и H, какъ указано на чертежѣ 551, затѣмъ даютъ верхней части экера на палкѣ M одну восьмую полнаго оборота, т. е. плоскость AB наводятъ на вѣху H и смотрятъ проходятъ ли плоскости aa', черезъ F и bb' черезъ E. Если да, то условіе выполнено, т. е. дѣйствительно на мѣстности возможно съ помощію повѣряемаго экера *сразу* строить по желанію углы въ 45°, 90°, 135° и 180°.

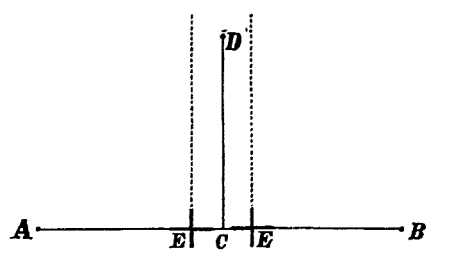
Если возможно визировать экеромъ по двумъ взаимно противоположнымъ направленіямъ, то помощію такого экера возможно найти точку c, принадлежащую данной прямой AB (черт. 552). Достигнуть сразу, безъ вѣшенія линіи, чтобы подошва палки экера пришлась на данную прямую AB— трудно, но возможно: для этого нужно лишь сдѣлать *рядъ послѣдовательныхъ попытокъ*, пока не обнаружится такая точка c стоянія экера, въ которой будетъ казаться, что взаимно противоположныя коллимаціонныя плоскости покрываютъ вѣхи A и B, какъ это видно изъ чертежа 552.



Черт. 552.

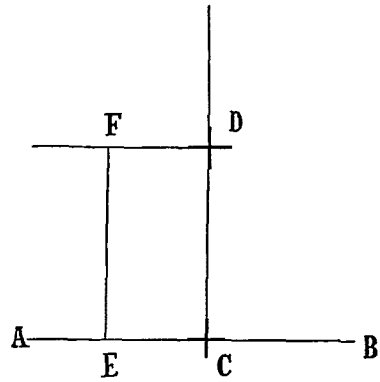
§ **336. Употребленіе простыхъ экеровъ** весьма несложно. Чтобы возстановить перпендикуляръ CD къ прямой AB (черт. 553) въ данной на ней точкѣ C, надо, ставъ на нее съ экеромъ направить одну коллимаціонную плоскость діоптровъ по данной прямой на вѣху A или B, а по направленію другой перпендикулярной коллимаціонной плоскости выставить вѣху D.

Чтобы изъ данной точки D (черт. 553) опустить перпендикуляръ DC на данную прямую AB, становятся по указанію помощника (или при помощи двойного противоположнаго визированія) на данную прямую AB и *двигаются по ней* изъ E къ C то вправо, то влѣво до тѣхъ поръ, пока, смотря въ перпендикулярно стоящую коллимаціонную плоскость діоптровъ, не увидятъ вѣху D на волосѣ предметнаго діоптра, въ то время какъ первая коллимаціонная плоскость будетъ проходить черезъ вѣху A,—тогда точка стоянія C будетъ искомою подошвою перпендикуляра CD.



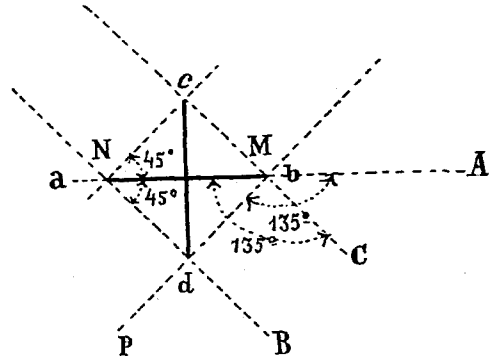
Черт. 553.

Съ помощію экера можно провести на мѣстности линію параллельную данной. Пусть даны прямыя AB (черт. 554) и точка D; надо провести черезъ D линію, параллельную AB. Задача будетъ рѣшена, если изъ D опустимъ перпендикуляръ DC и изъ D возставимъ къ перпендикуляру CD новый — второй перпендикуляръ DF. Если точка D не доступна, то на прямой AB берутъ точку E, возставляютъ перпендикуляръ EF и на него изъ точки D опускаютъ перпендикуляръ DF.

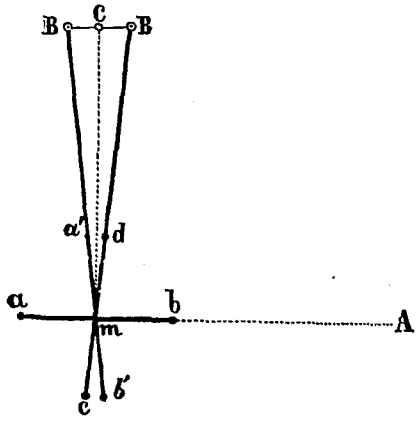


Черт. 554.

Если четыре шпенька крестообразнаго экера a, b, c и d (черт. 555) отстоятъ отъ средины M на равномъ разстояніи, то и съ помощью него можно (какъ и коническимъ или цилиндрическимъ экерами) провести на мѣстности прямыя, пересѣкающіяся подъ углами въ 45° и 135°, чертежъ 555 показываетъ, что достаточно съ такимъ экеромъ встать надъ данною точкою N данной прямой NA такъ, чтобы шпенекъ a находился надъ точкою N и направить плоскость ab на вѣху A, а по направленію ad выставить вѣху B; линіи NA и NB пересѣкутся подъ угломъ 45°, ибо треугольникъ aMd равнобедренный—прямоугольный треугольникъ. Если же надъ точкою N установить передній шпенекъ b, то можно по направленіямъ cb и bd выставить вѣхи C и P, которыя опредѣлятъ линіи bC и bP, пересѣкающія линію bA подъ угломъ въ 135°.



Черт. 555.



Черт. 556.

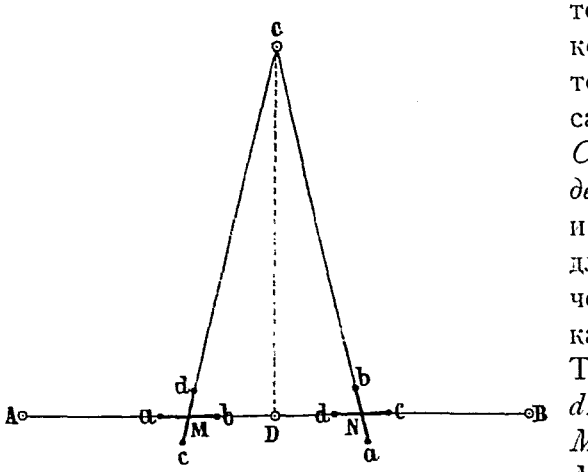
§ 337. Употребленіе невѣрнаго экера основано на свойствахъ равнобедреннаго треугольника. Если экеръ не даетъ прямого угла (черт. 556), то при возставленіи перпендикуляра изъ данной точки m къ прямой Am, устанавливаютъ плоскость діоптровъ ab на вѣху A, а по направленію плоскости cd выставляютъ вѣху B, даютъ экеру четверть полнаго оборота, т. е. плоскость cd ставятъ на мѣсто плоскости ab. Діоптры ab займутъ положеніе $a'b'$, по направленію ихъ выставляютъ вѣху B' и отмѣряютъ по направленіямъ mB и mB', равныя длины (напр., 15—20 саж.), измѣряютъ BB', полученный результатъ дѣлятъ пополамъ, и отъ B вновь отмѣряютъ

$BC = {}^1/_2\ BB'$. Линія mC будетъ искомый перпендикуляръ, такъ какъ углы Cma и Cmb составлены изъ

$$+\begin{cases} amB' = BmA \text{ и} \\ B'mC = CmB, \end{cases}$$

складывая которыя, получаемъ $amB' + B'mC = AmB + BmC$ или $amC = CmA$.

Если надо изъ точки C *опустить перпендикуляръ* на прямую AB *невѣрнымъ экеромъ*, то (черт. 557) на прямой AB находятъ точку M, въ которой одна коллимаціонная плоскость ab проходитъ черезъ данныя точки A и B, а другая cb — въ то же самое время черезъ данную точку C; *послѣ того какъ точка* M *найдена, экеру даютъ четверть оборота* и ищутъ на прямой AB точку N, для которой плоскость cd пройдетъ черезъ прямую AB въ то время, какъ плоскость ab—черезъ точку C. Такъ какъ при основаніи MN углы dMb и dNb равны, то треугольникъ MCN съ равными при основаніи MN углами будетъ равнобедренный. Измѣривъ MN и отложивъ отъ N линію $ND = {}^1/_2\ MN$, находятъ искомую подошву (черт. 557) D перпендикуляра CD.

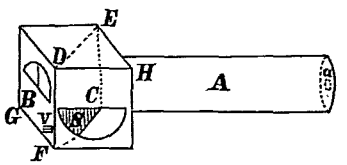


Черт. 557.

§ **338. Отражательные экеры** бываютъ зеркальные и призменные. Среди первыхъ встрѣчаются однозеркальные, двухзеркальные и трехзеркальные.

Однозеркальный экеръ состоитъ изъ одного зеркала, помѣщеннаго въ мѣдную оправу, напр., слѣдующаго вида.

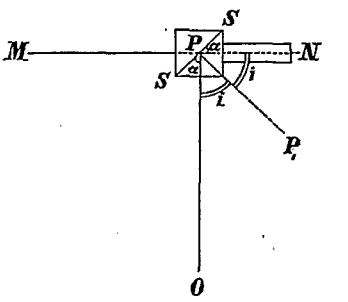
Мѣдный полый внутри (черт. 558) кубикъ содержитъ въ нижней части діагональной своей плоскости EF зеркало S, вращающееся на шарнирѣ около одного изъ реберъ FD кубика. Боковая поверхность кубика имѣетъ три отверстія: одно съ ввернутою въ него трубочкою A, другое полукруглое B съ натянутымъ конскимъ чернымъ волосомъ — противоположное трубочкѣ A, имѣющей круглую скважину a въ центрѣ крышки трубочки, и третье C также полукруглое въ нижней части грани FH, противъ полированной поверхности зеркала S. Скважина a и волосъ B служатъ для визированія данной прямой линіи. Зеркало устанавливается такъ, что его поверхность съ линіей aB образуетъ уголъ въ 45°. Установка зеркала въ должное положеніе къ линіи aB совершается помощію исправительнаго винта V у зеркала.



Черт. 558.

Если экеръ находится на линіи MN (черт. 559) въ точкѣ P и его коллимаціонная плоскость Ba совпадаетъ съ линіею MN, то лучъ OP,

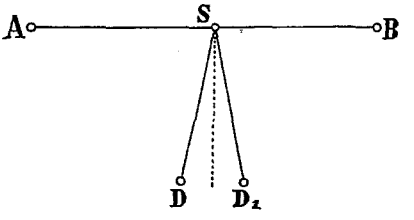
идущій черезъ отверстіе C отъ предмета O и падающій подъ угломъ $\alpha = SPO$ на зеркало S, отразится отъ зеркала подъ угломъ $\alpha = SPN$. Пусть PP_1 перпендикуляръ въ точкѣ P къ плоскости SS зеркала, тогда изъ чертежа 559 видно, что отраженный лучъ PN совпадаетъ съ линіею визированія aB вдоль линіи MN въ томъ только случаѣ, когда плоскость SS будетъ наклонна къ линіи aB подъ угломъ α. Лучи же падающій и отраженный образуютъ уголъ $OPN = 180^0 - 2\alpha$. Если OPN долженъ быть въ 90^0, то $\alpha = 45^0$.



Черт. 559.

На основаніи этого *употребленіе однозеркальнаго экера* состоитъ въ слѣдующемъ: пусть въ точкѣ P прямой MN нужно возставить перпендикуляръ PO, тогда становятся въ точку P и визируютъ (черезъ отверстіе a и волосъ B экера) на вѣху M, обернувъ отверстіе C въ ту сторону, въ которую нужно возставить перпендикуляръ. Въ ту же сторону посылаютъ рабочаго съ вѣхою O. Подвигая рабочаго, стоящаго лицомъ къ P, вправо или влѣво достигаютъ того, что отраженіе вѣхи O въ зеркалѣ будетъ продолженіемъ волоса B, покрывающаго вѣху M. *Встать на данную прямую съ однозеркальнымъ экеромъ безъ вышенія линіи нельзя*, поэтому при опусканіи перпендикуляра OP на линію MN *нужно, чтобы помощникъ удерживалъ съемщика на данной прямой* MN, а съемщикъ двигался бы постепенно по линіи MN до тѣхъ поръ, пока на линіи MN найдется такая точка P, въ которой лучъ OP, идущій изъ данной точки O, лежащей внѣ прямой MN, отразится и попадетъ въ глазъ наблюдателя, визирующаго по линіи MN, и онъ наконецъ увидитъ въ зеркалѣ S вѣху O, какъ продолженіе вѣхи M, закрываемой волосомъ B.

Повѣрка однозеркальнаго экера основана на слѣдующемъ: пусть изъ точки S къ прямой AB возставленъ перпендикуляръ SD (черт. 560) испытуемымъ экеромъ, причемъ съемщикъ былъ обернутъ лицомъ къ точкѣ A: послѣ этого онъ обращается лицомъ къ точкѣ B и, стоя въ точкѣ S, вторично возставляетъ перпендикуляръ SD_1. Если SD_1 сольется съ SD или что то же самое изображеніе въ зеркалѣ вѣхи D будетъ служить продолженіемъ вѣхи B, въ то время какъ B покрывается волосомъ экера, то экеръ вѣренъ. Въ противномъ случаѣ винтомъ V (черт. 558) зеркало повертывается около шарнира и тѣмъ исправляется невѣрный уголъ между поверхностью зеркала S и осью aB визированія экера.

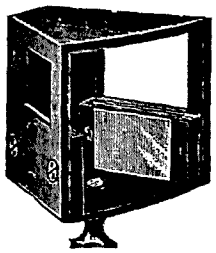


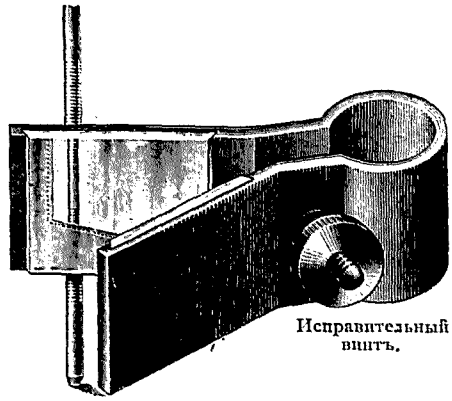
Черт. 560.

Черт. 560 показываетъ, что невѣрнымъ экеромъ достаточно дважды повторить пріемъ возстановленія перпендикуляра и построить на мѣстности *равнобедренный треугольникъ* DSD', т. е. отмѣрить $SD_1 = SD$, и, раздѣливъ DD_1 пополамъ, отложить отъ точки D_1 по направленію къ D половину DD_1; высота построеннаго треугольника и будетъ истиннымъ перпендикуляромъ.

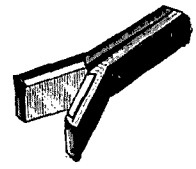
То же самое можно замѣтить и объ опущеніи перпендикуляра изъ точки, лежащей внѣ данной прямой *AB*, см. черт. 557.

Въ *двузеркальномъ* экерѣ, предложенномъ *Адамсомъ* (черт. 561), оба





Черт. 562a.



Черт. 562b.



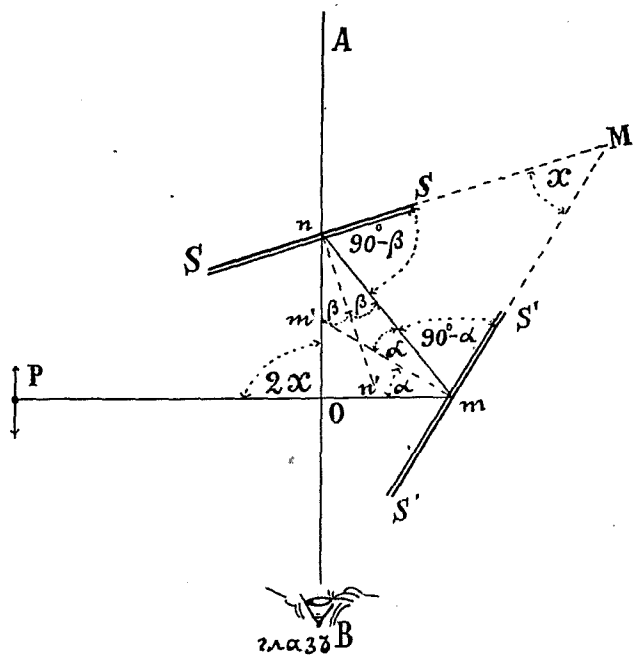
Черт. 561.

зеркала прикрѣплены въ внутренней поверхности двуграннаго угла мѣдной оправы. Надъ зеркалами находятся два отверстія для визированія черезъ нихъ на точки мѣстности. Въ одной изъ двухъ перпендикулярныхъ къ сторонамъ двуграннаго угла пластинкѣ (нижней) ввинчивается рукоятка (черт. 561) съ крючкомъ для отвѣса [1]). Зеркала образуютъ между собою уголъ въ 45°, причемъ установка зеркалъ достигается *исправительными* винтами, помѣщаемыми снаружи оправы (на чертежѣ см. слѣва).

За послѣднеее время экеру придаютъ малые размѣры и болѣе простую форму, указанную на чертежѣ 562b, помѣщая инструментъ при переноскѣ въ жилетный карманъ.

Употребленіе экера основано на слѣдующемъ:

Пусть зеркала образуютъ между собою уголъ x, (черт. 563) точка O принадлежитъ прямой AB, надъ которою по отвѣсу установленъ экеръ такъ, что глазъ наблюдателя помѣщается въ растворѣ между зеркалъ SS и $S'S'$ противъ вырѣза, находящагося надъ



Черт. 563.

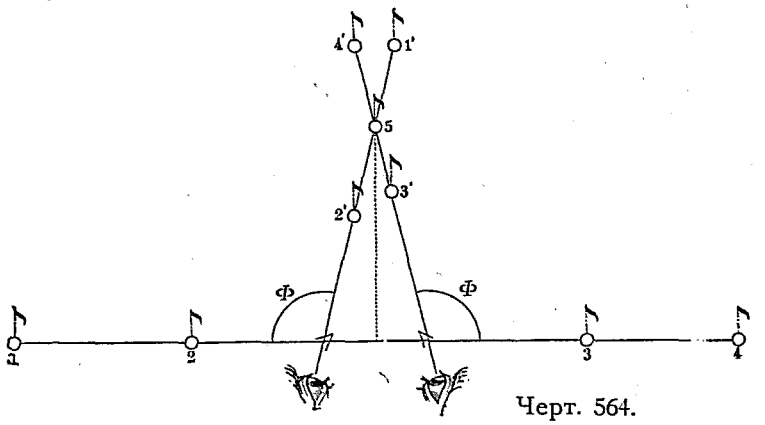
[1]) Ручка съ отвѣсомъ, въ случаѣ надобности, можетъ быть ввернута и въ верхнюю дощечку, для чего въ ней дѣлается соотвѣтствующее отверстіе (см. черт. 561).

зеркаломъ SS, и пусть возможенъ лучъ зрѣнія OnA вдоль данной прямой BA. Лучъ свѣта Pm, идущій отъ вѣхи P, отразится сперва отъ зеркала S', приметъ направленіе mn, а затѣмъ вторично отразится отъ зеркала S. Лучи, падающій Pm и дважды отраженный nO, пересѣкутся подъ угломъ $POn = 2x$. Чтобы доказать это, возставимъ къ поверхностямъ SS и $S'S'$ обоихъ зеркалъ перпендикуляры mm' и nn' и обозначимъ углы паденія луча Pm на зеркало S' черезъ α, а луча mn отраженнаго отъ S' и падающаго на зеркало S — черезъ β. Изъ чертежа видно, что уголъ POn какъ внѣшній для треугольника Omn равенъ:

$POn = Onm + nmO = 2\alpha + 2\beta = 2(\alpha + \beta)$, а изъ треугольника nMm слѣдуетъ, что: $x = 180^0 - [(90 - \alpha) + (90 - \beta)] = \alpha + \beta$, слѣдовательно уголъ $POn = 2x$. При $x = 45^0$, уголъ $POn = 90^0$.

Изъ теоріи двузеркальнаго экера становится понятнымъ и употребленіе его. Чтобы изъ точки O прямой AB возставить перпендикуляръ OP нужно стать съ экеромъ въ данную точку O такъ, чтобы остріе отвѣса приходилось въ точку O, лицо наблюдателя было бы обращено къ одной изъ данныхъ точекъ, напр., A, причемъ глазъ съемщика помѣщался бы въ растворѣ между зеркалъ, затѣмъ черезъ прорѣзъ надъ зеркаломъ S слѣдуетъ смотрѣть на вѣху A и послать рабочаго въ ту сторону, въ которую желаютъ возставить перпендикуляръ, приказывая ему перемѣщаться съ вѣхою P вправо или влѣво до тѣхъ поръ, пока вѣха P покажется своимъ изображеніемъ въ зеркалѣ S (см. черт. 562а) *и станетъ какъ бы продолженіемъ вѣхи A, видимой простымъ глазомъ* черезъ прорѣзъ (или поверхъ) оправы (черт. 562).

Замѣтивъ совпаденіе, даютъ знать рабочему, чтобы онъ отвѣсно воткнулъ вѣху P. Линія PO будетъ требуемый перпендикуляръ. Помощникъ съемщика, стоя за вѣхою A, наблюдаетъ, чтобы нить съ отвѣсомъ покрывала вѣху B, т. е. чтобы съемщикъ не сдвинулся съ данной прямой.



Черт. 564.

При опущеніи перпендикуляра PO на данную прямую AB изъ точки P, лежащей внѣ прямой AB, *съемщикъ* подъ наблюденіемъ помощника *двигается по прямой AB* до тѣхъ поръ, пока не дойдетъ до точки O, въ которой, наконецъ, увидитъ въ зеркалѣ S изображеніе вѣхи P подъ вѣхою A, на которую смотритъ онъ черезъ прорѣзъ оправы.

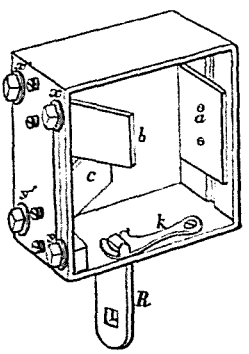
Повѣрка экера заключается въ томъ, что изъ точки 5 (черт. 564) внѣ

данной прямой 1234 опускаютъ на нее два перпендикуляра,—одинъ, обернувши зеркала къ вѣхамъ 1 и 2 и другой — къ вѣхамъ 3 и 4. Для вѣрнаго экера оба перпендикуляра должны сливаться въ одинъ.

Невѣрность положенія зеркалъ исправляется (сличи черт. 564 съ черт. 557) винтами при зеркалахъ, почему ихъ и называютъ *исправительными*.

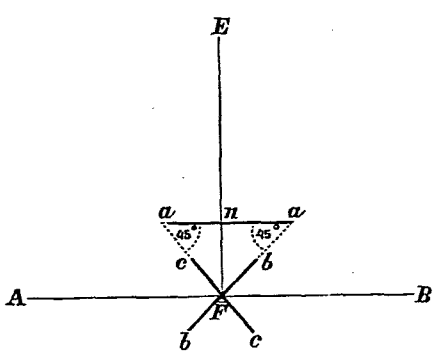
Трехзеркальный экеръ обладаетъ тѣмъ преимуществомъ передъ одно— и двузеркальнымъ экерами, что, благодаря присутствію въ немъ третьяго зеркала, онъ не требуетъ при съемщикѣ помощника (роль котораго ограничивалась удерживаніемъ съемщика на данной прямой).

У французскаго геометра *Кутюро* — три зеркала помѣщаются въ оправѣ такъ, что два изъ нихъ *b* и *c* (черт. 565) образуютъ между собою прямой уголъ, а третье зеркало *a* съ каждымъ изъ зеркалъ *b* и *c* даетъ уголъ въ 45°. Такое расположеніе зеркалъ (черт. 566) даетъ *комбинацію двухъ двузеркальныхъ экеровъ*: одного *aabb* и другое *aacc*. Для визированія въ оправѣ (черт. 565) сдѣланы два прорѣза — одинъ между винтами *x* и *y* — глазной и другой предметный, прикрытый зеркаломъ *a* съ двумя круглыми въ немъ отверстіями. Внизу оправы вставляется рукоятка *R*, запирающаяся крючкомъ *k* и служащая ключемъ къ винтамъ *x* и *y*.



Черт. 565.

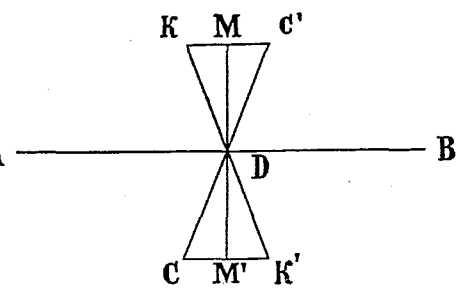
Для съемщика, стоящаго въ точкѣ *F* прямой *AB* и держащаго передъ собою зеркало *aa* въ положеніи, параллельномъ *AB* (черт. 566), возможно будетъ увидать *оба изображенія вѣхъ A и B сливающимися въ одно*. Дѣйствительно, если лучъ *AF*, отразившійся отъ зеркалъ *b* и *a*, даетъ направленіе *nF* перпендикулярное къ *AF*, то и лучъ *BF*, дважды отразившись отъ зеркалъ *c* и *a*, приметъ то же направленіе *nF*, такъ какъ *AF* и *BF* лежатъ на одной прямой *AB*. Такое совпаденіе изображеній вѣхъ *A* и *B* непремѣнно должно послѣдовать, такъ какъ зеркало *a* образуетъ съ каждымъ изъ зеркалъ *b* и *c* двузеркальный экеръ, при чемъ углы *aabb* и *aacc* по 45°. Справедливо и обратное заключеніе: для вѣрнаго экера *совпаденіе изображеній вѣхъ A и B, стоящихъ въ концахъ данной прямой AB, въ зеркалѣ a, находящемся въ положеніи параллельномъ AB, служитъ признакомъ того, что точка F стоянія съ экеромъ принадлежитъ прямой AB*, а лучъ зрѣнія *FnE* будетъ перпендикуляренъ къ прямой *AB*. Вслѣдствіе этого *употребленіе и провѣрка* трехзеркальнаго экера заключаются въ слѣдующемъ. Чтобы *возставить* къ прямой *AB* въ точкѣ *F* перпендикуляръ *FnE*, становятся съ экеромъ въ точку *F*, обернувшись лицомъ въ ту сторону, *куда желаютъ направить перпендикуляръ*, и передвигаются впередъ и назадъ до тѣхъ поръ, пока стоящія по обѣимъ сторонамъ наблюдателя



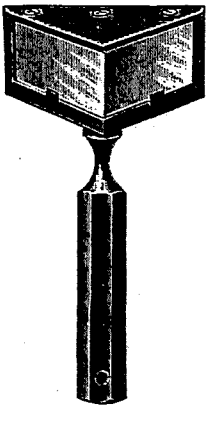
Черт. 566.

вѣхи A и B дадутъ въ зеркалѣ изображенія, сливающіяся въ одно,—это сліяніе изображеній подтвердитъ то, что точка стоянія съ экеромъ принадлежитъ прямой AB и лучъ зрѣнія Fn (черт. 566) перпендикуляренъ къ данной прямой, а потому, выставивъ вѣху E по направленію Fn, получаютъ искомый перпендикуляра FE. При *опусканіи* изъ точки E, лежащей внѣ прямой, перпендикуляра EF на прямую AB (черт. 566), достаточно, ставъ приблизительно въ то мѣсто, гдѣ на глазъ должна получиться подошва F перпендикуляра, и обернувшись лицомъ къ точкѣ E, передвигаться *вправо и влѣво* до тѣхъ поръ, пока слившіяся изображенія вѣхъ A и B будутъ казаться въ зеркалѣ a продолженіемъ вѣхи E, видимой въ прорѣзы экера простымъ глазомъ.

При повѣркѣ трехзеркальнаго экера поступаютъ такъ же, какъ и при провѣркѣ двузеркальнаго, причемъ провѣряютъ въ отдѣльности сначала уголъ между зеркалами *aa* и *bb*, а затѣмъ между зеркалами *aa* и *cc*; эти углы должны быть по 45°; тогда въ случаѣ невѣрности, исправляютъ положеніе каждаго изъ зеркалъ *bb* и *cc* вращеніемъ винтовъ xx' и yy' при помощи ключа-рукоятки R. Чтобы послѣ этого убѣдиться еще,—дѣйствительно ли уголъ между зеркалами q и c равенъ 90°, поступаютъ такъ: оставаясь въ точкѣ D прямой AB и обернувшись лицомъ сперва къ вѣхѣ A, выставляютъ двѣ вѣхи C и C' (черт. 567), принадлежащія прямой CDC', а затѣмъ повертываются лицомъ къ вѣхѣ B, *повертываютъ экеръ рукояткою вверхъ*, и смотрятъ, не сдвигаясь съ точки D, сливаются ли въ одну прямую вѣха B и изображеніе вѣхъ C и C'. Если да, то уголъ равенъ 90°. Если же нѣтъ, то разбиваютъ новую прямую KDK' (черт. 567). Отмѣривъ $DK=DC'$ и $DC=DK'$, намѣчаютъ середины M и M' прямыхъ KC и CK' и получаютъ перпендикуляръ MM' къ AB (черт. 567). Пользуясь имъ, вновь поправляютъ положеніе зеркалъ.



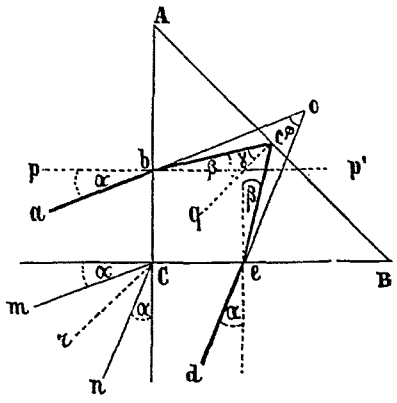
Черт. 567.


Черт. 568.

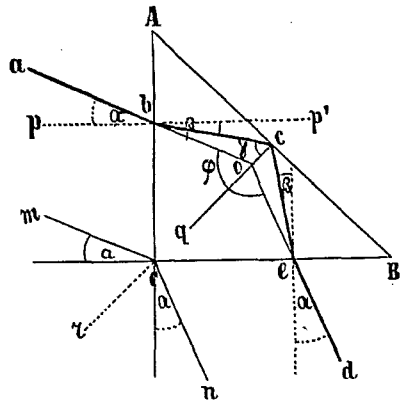
Однопризменный экеръ, предложенный профессоромъ Бауернфейндомъ въ Мюнхенѣ, состоитъ изъ *равнобедренной* прямоугольной стеклянной призмы (черт. 568), заключенной въ мѣдную оправу съ рукояткою; нить съ отвѣсомъ проходитъ черезъ отверстіе рукоятки. Оправа оставляетъ свободными только два катета призмы, изъ которыхъ одинъ обращается къ глазу съемщика, а другой—къ одной изъ вѣхъ, обозначающихъ данную прямую.

Употребленіе призменнаго экера основано на ходѣ лучей въ прямоугольной призмѣ. Разсмотримъ слѣдующіе три случая.

1 и 2. Лучъ падаетъ на катетъ, преломляется и упадаетъ на гипотенузу, отражается отъ гипотенузы, падаетъ на второй катетъ (черт. 569),

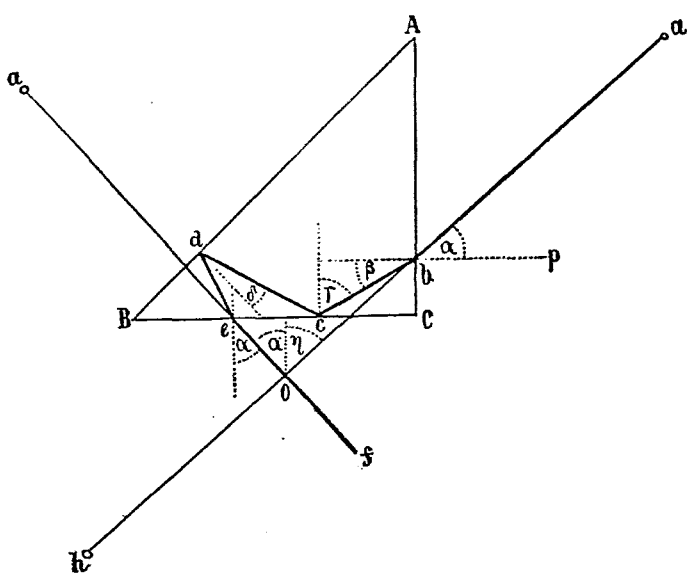


Черт. 569.



Черт. 570.

преломляется и выходитъ изъ призмы. Чертежи 569 и 570 указываютъ упомянутый ходъ луча *abced*, полагая, что лучъ *ab* въ первомъ случаѣ падаетъ со стороны прямого угла, т. е. ниже перпендикуляра *pb* къ катету *AC*, а во второмъ случаѣ лучъ *ab* падаетъ со стороны остраго угла *A*, т. е. выше перпендикуляра *pb*. Изъ чертежа 569 видно, что уголъ, составленный падающимъ на призму лучемъ и выходящимъ изъ нея, т. е. $aod = mCn = \varphi = 90 - 2\alpha$.



Черт. 571.

Изъ чертежа 570 слѣдуетъ, что уголъ $aod = \varphi = mcn = 90 + 2\alpha$.

Равенства $\varphi = 90 \pm 2\alpha$ указываетъ, что отраженный лучъ съ первоначальнымъ составляетъ уголъ, отличающійся отъ прямого угла на двойной уголъ паденія α.

Въ третьемъ случаѣ лучъ падаетъ близъ прямого угла *C*, но со стороны остраго угла на катетъ *AC* подъ угломъ α (черт. 571), преломляется подъ угломъ β, падаетъ на второй катетъ *CB* подъ угломъ γ, отражается отъ катета *CB*, падаетъ на гипотенузу *BA* подъ угломъ δ, отражается отъ гипотенузы, падаетъ на второй катетъ вторично подъ угломъ ε и, преломляясь, выходитъ изъ призмы подъ угломъ $= \alpha$.

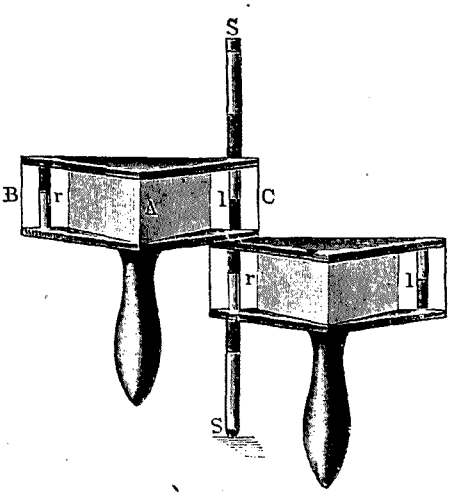
Изъ чертежа видно, что уголъ паденія при точкѣ *c* будетъ $\gamma = 90 - \beta$,

далѣе, по равному ему углу отраженія γ, подобнымъ же образомъ найдется уголъ паденія при точкѣ d $\measuredangle\delta = \gamma - 45^0 = 90^0 - \beta - 45^0 = 45^0 - \beta$, при точкѣ e уголъ $\varepsilon = 45^0 - \delta = 45^0 - 45^0 + \beta = \beta$, т. е. $\varepsilon = \beta$, а слѣдовательно и уголъ, подъ которымъ лучъ de выйдетъ изъ призмы, будетъ $= \alpha$, т. е. дважды отраженный лучъ выходитъ изъ призмы подъ тѣмъ же угломъ α, подъ которымъ онъ упалъ на первый катетъ. Уголъ между первоначальнымъ направленіемъ луча ab и направленіемъ ef луча *дважды отраженнаго и преломленнаго*, т. е. уголъ $a\acute{o}f$ равенъ 90^0,—дѣйствительно, параллель черезъ вершину O къ катету AC разлагаетъ уголъ aOa' на двѣ части: α и $\eta = 90^0 - \alpha$, ибо лучъ aO пересѣкаетъ параллельныя линіи bp и cC подъ угломъ α.

Замѣчаніе. Мы разсмотрѣли ходъ луча $abcdef$, идущаго отъ точки a данной прямой ah, но такой же точно путь можно было бы составить и для луча, идущаго отъ другой точки h той же прямой ha, а слѣдовательно найти на прямой ha точку O_1, обладающую тѣмъ же свойствомъ что и O. Точка O_1 будетъ весьма близка къ точкѣ O.

Въ третьемъ случаѣ лучъ ae претерпѣваетъ двойное внутреннее отраженіе и теряетъ свою яркость, ибо часть свѣта во время отраженія выходитъ вонъ изъ призмы. Слѣдовательно, сравнительно съ первыми двумя случаями, когда лучъ подвергается только ординарному отраженію, въ призмѣ получается изображеніе менѣе яркое; оно *неподвижно*, такъ какъ уголъ O въ 3-мъ случаѣ не зависитъ отъ α. Неподвижное изображеніе будетъ оставаться на мѣстѣ при вращеніи призмы около рукоятки какъ около вертикальной оси.

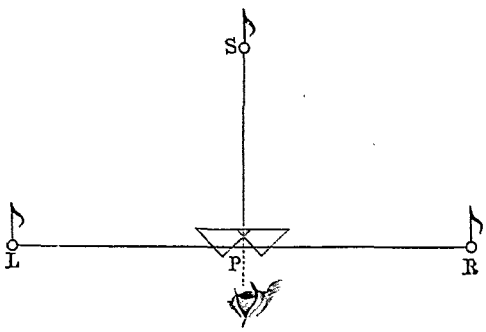
Вслѣдствіе этого для возставленія перпендикуляра fOe, (черт. 571) изъ точки O прямой ah однопризменнымъ экеромъ становятся съ нимъ надъ данною точкою O и, обернувшись лицомъ въ ту сторону, куда желаютъ направить перпендикуляръ, держатъ экеръ такъ, чтобы катетъ AC былъ повернутъ къ точкѣ a, а гипотенуза AB — въ сторону, куда направляется перпендикуляръ, затѣмъ вращаютъ въ рукѣ около вертикальной линіи плоскость ACB, замѣчаютъ близъ угла B неподвижное изображеніе e вѣхи a. Смотря поверхъ призмы, посылаютъ рабочаго съ вѣхою a' по направленію луча Oe и устанавливаютъ вѣху такъ, чтобы она стала въ одной отвѣсной плоскости съ неподвижнымъ изображеніемъ вѣхи a, т. е. вѣха a' казалась бы продолженіемъ изображенія e вѣхи a. Благодаря только что сдѣланному замѣчанію, на практикѣ передъ глазомъ держатъ ребро A (прямой уголъ см. черт. 572) и замѣчаютъ въ призмѣ BC неподвижныя изображенія r (отъ правой R) и l (отъ лѣвой L) вѣхъ, стоящихъ на концахъ данной прямой и по направленію одного



Черт. 572.

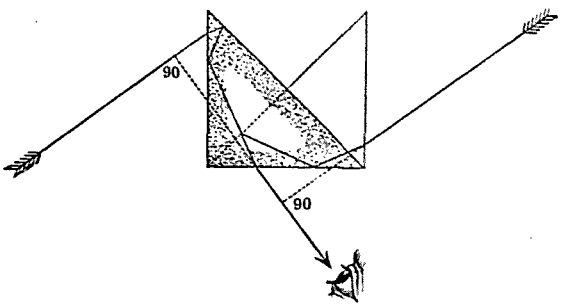
изъ нихъ (что вполнѣ безразлично по незначительности размѣровъ призмы) выставляютъ вѣху S.

Чтобы опустить перпендикуляръ SP (черт. 573) изъ точки S на прямую LR, нужно двигаться по линіи LR, *подаваясь, напр. вправо*, до тѣхъ поръ, пока найдется точка P, въ которой неподвижное изображеніе вѣхи L (или, при незначительномъ передвиженіи призмы, вѣхи R), сольется съ вѣхою S, видимою поверхъ призмы При этомъ нить съ отвѣсомъ (съемщикъ) должна удерживаться въ отвѣсной плоскости данной прямой LR, согласно указаній слѣдящаго за этимъ по мощника.

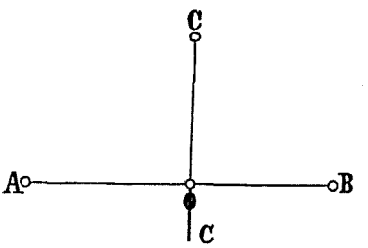


Черт. 573.

Для устраненія помощника достаточно имѣть двѣ призмы, т.-е. *двупризменный экеръ*, у котораго глазные катеты обѣихъ призмъ лежатъ въ



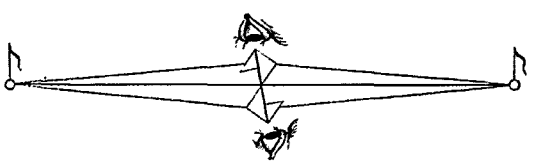
Черт. 574.



Черт. 575.

одной плоскости (черт. 574). Чертежъ указываетъ намъ, что двупризменный экеръ, можетъ быть поставленъ въ такое положеніе, при которомъ лучъ, идущій отъ лѣвой вѣхи, упадетъ на предметный катетъ лѣвой призмы, а лучъ, идущій отъ правой вѣхи, на предметный катетъ правой призмы, при этомъ оба луча, по выходѣ изъ призмъ, сольются въ глазѣ наблюдателя въ одинъ (лучъ), перпендикулярный къ начальнымъ. При этомъ оба начальныя направленія предполагаются параллельными другъ другу.

Повѣрка однопризменнаго и двупризменнаго экеровъ понятна изъ ихъ теоріи и употребленія. Для повѣрки однопризменнаго экера достаточно, стоя на данной прямой AB, (черт. 575) возставить къ ней изъ точки стоянія перпендикуляръ OC въ одну сторону, а затѣмъ, повернувшись на 180°, возставить второй перпендикуляръ въ противоположную сторону. Если обѣ выставленныя вѣхи вмѣстѣ съ точкою стоянія экера дадутъ прямую линію, то экеръ вѣренъ; иначе призма невѣрно шлифована.


Черт. 576.

Если на мѣстѣ разбиты двѣ взаимно перпендикулярныя линіи, то по нимъ можно провѣрить установку и шлифовку двупризменнаго экера (черт. 576).

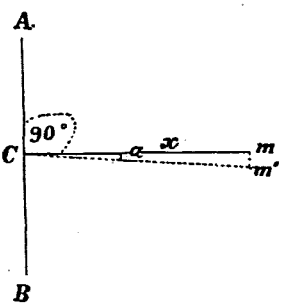
§ 339. Сравненіе достоинствъ различныхъ экеровъ. Сравнивая *достоинства различныхъ экеровъ* между собою, нужно отмѣтить, что отражательные экеры портативнѣе, т.-е. болѣе удобны по своимъ размѣрамъ и легкости для переноски. За то простымъ экеромъ вѣшеніе длинныхъ линій болѣе удобно, чѣмъ зеркальнымъ. Съ отражательнымъ экеромъ можно быстрѣе двигаться по прямой при опусканіи перпендикуляра, чѣмъ съ простымъ, а слѣдовательно ими достигается быстрота съемки и экономія во времени. Простымъ экеромъ болѣе точно намѣчается помощію кола-штатива точка (подошва), обозначающая перпендикуляръ.

Призменный экеръ, разъ повѣренный относительно вѣрности шлифовки граней, не требуетъ повтореній повѣрки, зеркала же требуютъ установки отъ времени до времени.

§ 340. Средняя ошибка, даваемая экеромъ. Если на мѣстности разбить точнымъ угломѣрнымъ инструментомъ, (т.-е. дающимъ углы съ точностію до секундъ, напр., теодолитъ и универсальный снарядъ) прямой уголъ и сличать углы, даваемые экерами съ точно разбитымъ на мѣстности прямымъ угломъ, то оказывается, что экеры не даютъ, *строго говоря*, прямого угла, а лишь острые и тупые углы. Разность a между прямымъ угломъ и угломъ, построеннымъ экеромъ (черт. 577), можетъ достигать *среднимъ числомъ* до 2,5 минутъ, а наибольшее (предѣльное) уклоненіе доходитъ до 7,5 минутъ.

Изслѣдовать экеръ значитъ опредѣлить его ошибку a. Зная ошибку a, можно рѣшить такого рода вопросъ,—какой длины можно строить перпендикуляры даннымъ экеромъ подъ условіемъ, чтобы *уклоненіе* $z = mm'$ (черт. 577) *конца* m' *перпендикуляра отъ истиннаго его мѣста* m не превышало заранѣе даннаго предѣла, напр., 0,01 саж. Изъ чертежа видно, что

$$\tfrac{1}{2}\, mm' = x \,.\, Sin\ \tfrac{1}{2}\, a.$$



Черт. 577.

Такъ какъ a очень малый уголъ, то можно принять, что

$cos\ \tfrac{1}{2}\, a = 1$ и $Sin\ a = a' \,.\, Sin\ 1'$, вслѣдствіи чего

$$mm' = x \,.\, a' Sin\ 1',$$

а потому

$$x = \frac{mm'}{a' Sin\ 1'} = \frac{z}{a'} \,.\, \rho', \text{ гдѣ } z = mm'.$$

Пусть $a = 7'{,}5$. Зная $\rho' = 3438'$, найдемъ, при $mm' = 0{,}01$ саж.,

$$x = \frac{0{,}01\ \text{с.}}{7{,}5} \,.\, 3438 = \frac{343{,}8}{75}\ \text{саж.} = 4{,}6\ \text{саж.},$$ т.-е. около 5 саженъ.

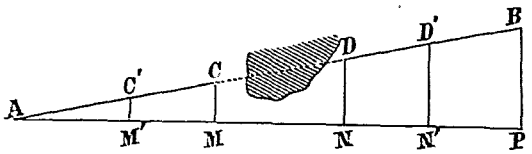
§ 341. Значеніе экера при съемкахъ. На практикѣ экеръ рѣдко употребляется, какъ самостоятельный инструментъ; чаще его приходится примѣнять *какъ вспомогательный при другихъ инструментахъ*, дающихъ величину угла *въ доляхъ градуса или графически.*

Экеромъ, помимо перпендикуляровъ, можно рѣшать еще рядъ задачъ, напр., проводить линіи, параллельныя данной прямой, черезъ точки доступныя и недоступныя; съ помощью его также можно опредѣлять непри-

ступныя разстоянія, если онъ даетъ углы въ 45°, строя, напр., равнобедренный треугольникъ съ углами при основаніи въ 45°.

Укажемъ на двѣ наиболѣе характерныя изъ этихъ задачъ.

I) Пусть, напримѣръ, требуется провѣшить линію AB (черт. 578) черезъ мѣстное препятствіе, находящееся между точками A и B—въ частномъ случаѣ—проложить просѣкъ черезъ лѣсъ.



Черт. 578.

Для рѣшенія этой задачи поступаютъ на мѣстности такъ: намѣчаютъ направленіе AP, болѣе или менѣе близко подходящее къ AB: въ лѣсу вѣшать линію AP *на голосъ* человѣка, стоящаго въ P или на поднимающійся дымъ отъ костра, разложеннаго въ P, вечеромъ на свѣтъ фонаря, стоящаго въ P. Изъ точки B опускаютъ перпендикуляръ BP и измѣряютъ 1) длину линіи AP по первоначально (осторожно) намѣченному узкому просѣку AP, а 2) длину перпендикуляра BP. Затѣмъ на линіи AB ищутъ точки C и D, принадлежащія искомому направленію AB. Для чего, взявъ на прямой AP, отъ точки A два разстоянія: AM и AN, возставляютъ въ концахъ ихъ M и N два перпендикуляра MC и MD и на нихъ откладываютъ длины:

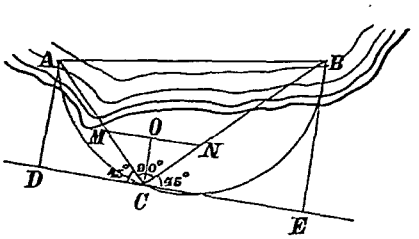
$$MC = \frac{BP}{AP} \cdot AM \text{ и } ND = \frac{BP}{AP} AN,$$

вычисляемыя изъ подобныхъ треугольниковъ

1) APB и AMC и 2) APB и AND.

Для контроля обыкновенно, кромѣ точекъ C и D, находятъ аналогичнымъ путемъ еще точки C' и D' на прямой AB. Если всѣ дѣйствія правильны, то точки A, C и C' такъ же, какъ и D, D' и B, *должны* лежать на одной прямой (AC и DB) $ACDB$.

II) Требуется *опредѣлить длину неприступнаго разстоянія* AB чертежъ 579).



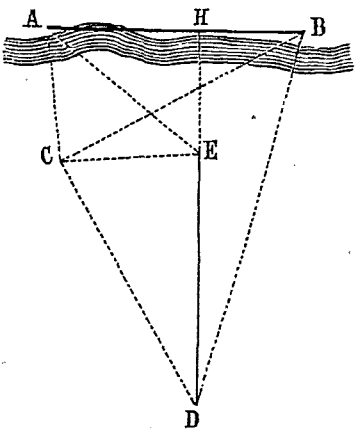
Черт. 579.

Взявъ произвольную точку C, двигаются по линіи AC до тѣхъ поръ съ экеромъ, пока не найдутъ подошву C перпендикуляра BC, опущеннаго изъ B на AC, т. е. дѣлаютъ AB діаметромъ окружности, проходящей черезъ C. Затѣмъ на сторонахъ прямого угла ACB отмѣриваютъ произвольной длины, но равные между собою, катеты CM и CN и, измѣривъ гипотенузу MN, намѣчаютъ ея средину O, послѣ чего къ линіи OC изъ C проводятъ перпендикуляры CD и CE, очевидно, образующіе 1) прямую DCE и 2) съ прямыми AC и CB углы DCA и BCE по 45°. Изъ A и B опускаютъ на прямую DCE перпендику-

ляры AD и BE, длины которыхъ будутъ $AD = DC$ и $BE = CE$. Измѣривъ DC и CE, имѣемъ $AC^2 = 2DC^2$ и $BC^2 = 2CE^2$, а потому искомое разстояніе

$$AB = \sqrt{2(DC^2 + CE^2)}$$

Имѣя подъ руками простой экеръ, дающій углы въ 45°, ту же задачу можно рѣшить проще, а именно: взявъ произвольную точку C, (черт. 580) къ сторонамъ AC и BC въ точкѣ C возставляютъ перпендикуляры: $CE \perp AC$ и $CD \perp BC$. На линіяхъ CE и CD находятъ точки E и D, въ которыхъ углы CEA и CDB равны 45°. Измѣривъ длину $DE = AB$, найдемъ искомое неприступное разстояніе. Равенство сторонъ DE и BA вытекаетъ изъ равенства треугольниковъ ABC и CDE, у которыхъ стороны $AC = CE$ и $CB = CD$, а сверхъ того углы $ACB = 90^0 - BCE = DCE$.

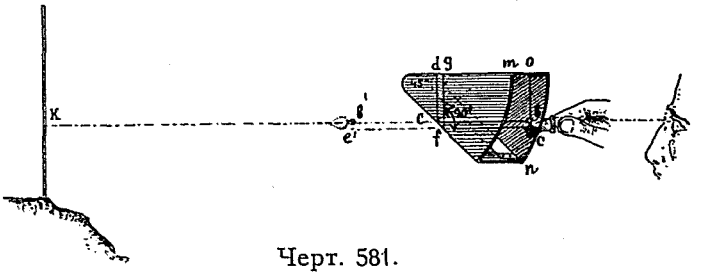


Черт. 580.

Линія DEH, какъ легко показать, перпендикулярна къ AB, что ясно слѣдуетъ изъ разсмотрѣнія четыреугольника $ACEH$, въ которомъ уголъ $CAB = CED$. Сумма угловъ $CED + CEH = 180^0$, а потому и $CAB + CEH = 180^0$; вслѣдствіе чего и $ACE + AHE = 180^0$, но $ACE = 90^0$; слѣдовательно, и AHE также равенъ 90^0.

Изъ изложеннаго слѣдуетъ, что изъ любой точки на неприступное разстояніе можно опустить перпендикуляръ. Для чего достаточно сперва изъ произвольной точки C опустить перпендикуляръ, а затѣмъ чрезъ данную точку провести къ нему параллель.

Примѣненіе двузеркальнаго экера къ геометрическому нивеллированію. Для возможности произвести геометрическую нивеллировку необходимо

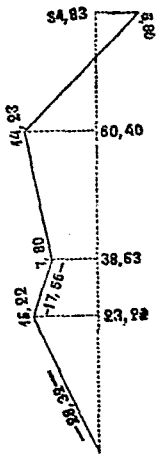


Черт. 581.

имѣть горизонтальный лучъ зрѣнія. Зная, что горизонтальная линія перпендикулярна къ вертикальной, можно, исходя изъ теоріи двузеркальнаго экера (черт. 563), повернуть экеръ такъ, что прямой уголъ получится въ вертикальной плоскости: дѣйствительно, если держать экеръ такъ, какъ указано на чертежѣ 581, т. е. чтобы одно изъ зеркалъ (верхнее) было горизонтально, и передъ растворомъ mn зеркалъ помѣстить отвѣсъ obe, то лучи bc и cf, упавъ на наклонное зеркало, отразятся и упадутъ на горизонтальное зеркало, вновь отразятся по линіямъ dc и gf и дадутъ въ наклонномъ зеркалѣ горизонтальное изображеніе $b'e'$ отвѣса. Линія bb'

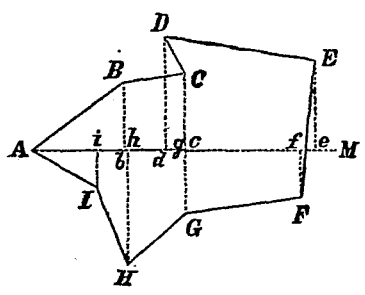
будетъ горизонтальна, и глазъ наблюдателя спроектируетъ шпицъ отвѣса въ точку *K* на рейкѣ, по которой и сдѣлаетъ соотвѣтствующій отсчетъ. Разность между сдѣланнымъ по рейкѣ отсчетомъ и высотою глаза наблюдателя надъ землею дастъ превышеніе пятки рейки надъ точкою, находящеюся подъ ногами наблюдателя (нивеллированіе впередъ).

§ 342. **Съемка экеромъ.** Наиболѣе свойственный экеру пріемъ съемки,— это *способъ координатъ*; такъ, если бы относительно нѣкоторой прямой (на чертежѣ 582 — вертикальной) нужно было снять разомкнутую ломанную линію, влѣво расположенную отъ данной прямой, то *абсциссами точекъ перегиба* ломанной линіи были бы непосредственно измѣренныя разстоянія 23,22; 38,63; 60,40 и 84,83 отъ начала прямой (магистрали или *оси абсциссъ*), относительно которой ведется съемка, до подошвъ *опущенныхъ на нее перпендикуляровъ* (ординатъ) 15,22; 7,80; 14,23 и 5,80, записанныхъ у ихъ вершинъ (на абрисѣ). Длины прямыхъ, составляющихъ ломанную, также измѣряются, напр., — 28,32—; 17,56—и т. д. и записываются на абрисѣ при самыхъ прямыхъ. (Сличи замѣчаніе на стр. 188).

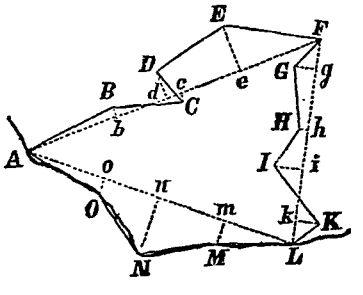


Черт. 582.

Тотъ же способъ координатъ можно рекомендовать какъ для съемки рельсъ (путей) на станціи, такъ и для съемки небольшихъ сомкнутыхъ контуровъ (черт. 583), ограниченныхъ прямыми линіями, въ мѣстности открытой (напр. для съемки лужайки внутри лѣса), а равно и для съемки криволинейныхъ границъ (черт. 584); хотя въ послѣднемъ случаѣ придется еще озаботиться опредѣленіемъ величины угловъ *FAL*, *AFL* и *ALF* между магистралями *AF*, *FL* и *LA*. Впрочемъ въ томъ случаѣ, когда магистрали образуютъ треугольникъ, можно и избѣжать измѣренія угловъ.



Черт. 583.

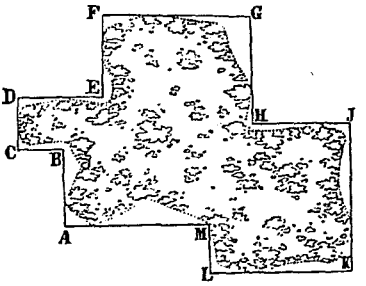


Черт. 584.

Въ первомъ случаѣ для съемки контура *ABCDEFGHIA* (черт. 583) достаточно черезъ точку *A* провѣшить прямую *AM*, приблизительно дѣлящую данный контуръ пополамъ, опустить на нее изъ всѣхъ вершинъ *A*, *B*, *C* и *l* контура перпендикуляры *Ii*, *Bb*, *Hh*, *Dd*, *Cc*, *Gg*, *Ff* и *Ee* и, замѣтивъ подошвы *i*, *b*, *h*, *d*, *c*, *g*, *f* и *e*, измѣрить какъ абсциссы *Ai*, *Ab*, *Ah*, ..., *Ae*, направивъ ленту вдоль прямой *AM*, такъ и одновременно соотвѣтствующія имъ ординаты *Ii*, *Bb*, *Hh*, . . . и *Ee*, пользуясь второй лентой или рулеткой.

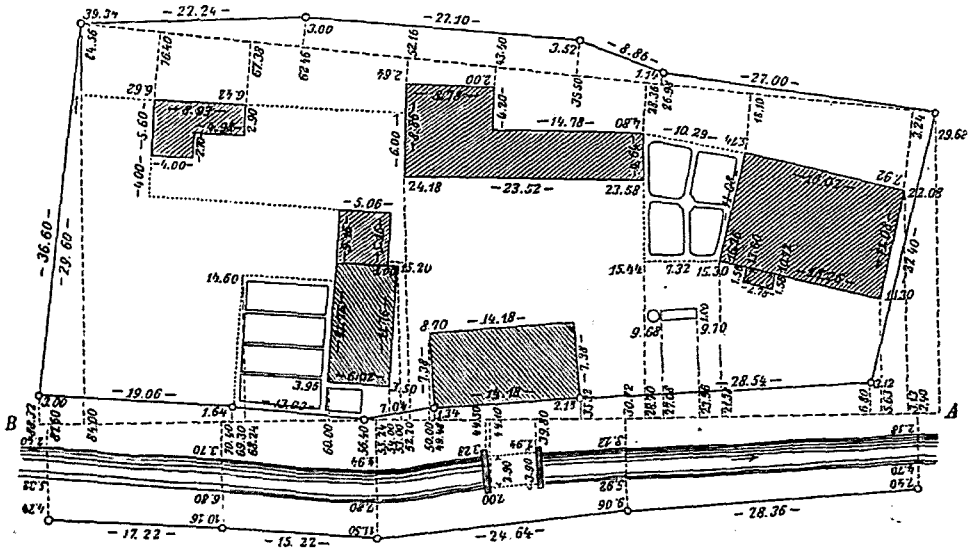
Во второмъ случаѣ положеніе контура *ABC* . . . *NOA* (черт. 584) опредѣляется относительно трехъ магистралей *AF*, *FL* и *LA* тѣмъ же

способомъ координатъ, причемъ взаимное положеніе линій *AF, FL* и *LA* получится построеніемъ на бумагѣ треугольника *AFL* по тремъ измѣреннымъ на мѣстности его сторонамъ. При съемкѣ закрытаго контура (черт. 583 bis) методомъ координатъ, предварительно вокругъ него прокладывается замкнутый многоугольникъ съ прямыми углами *A, B, C,.... L, M.*

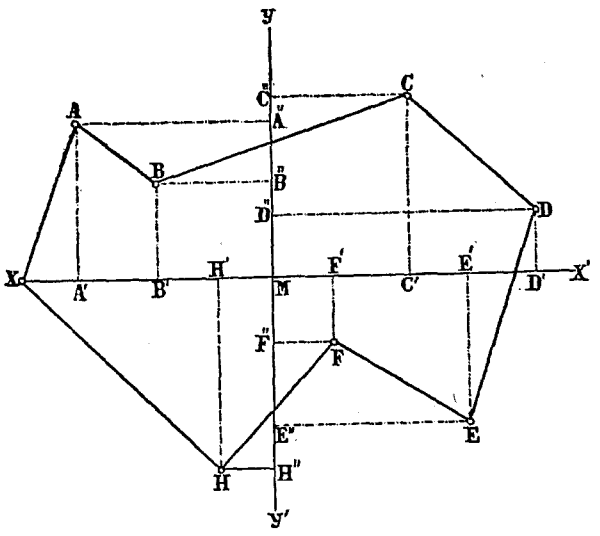


Черт. 583 bis.

Съемка экеромъ селенія*) (Основная линія съемки AB).



Черт. 582 bis.

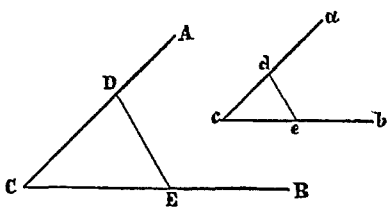


Черт. 584 bis.

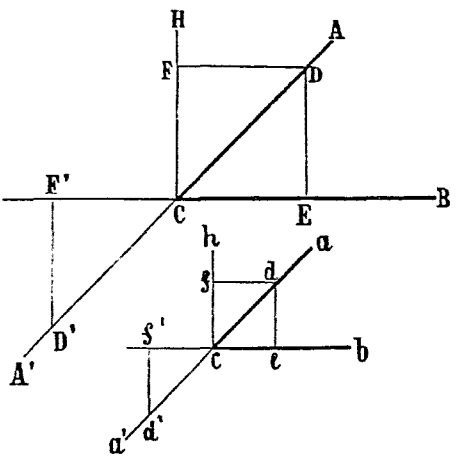
Иногда для съемки контура бываетъ достаточно посреди его провѣшить двѣ взаимно перпендикулярныя линіи, и относительно ихъ опредѣлять положеніе изгибовъ линій контура (черт. 584 bis). Что же касается *до опредѣленія угловъ* поворотовъ между магистралями, то они могутъ быть получены на бумагѣ путемъ построенія или косоугольныхъ, или прямоугольныхъ треугольниковъ. Такъ уголъ *ACB* (черт. 585) легко построится на бумагѣ, если на мѣстности будутъ

*) Учащимся рекомендуется постепенно прослѣдить съемку по прилагаемому чертежу и построить снятый планъ селенія въ масштабѣ 10 (или 5) саженъ въ дюймѣ.

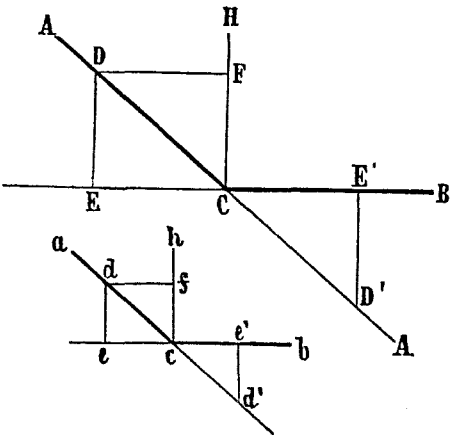
измѣрены лентой три линіи *DC*, *CE* и *ED*. При *построеніи на бумагѣ сторонъ cd, ce и ed, рекомендуется брать ихъ увеличенными въ одно и то же число*, напр., въ 5 или 10 *разъ*. Съ помощію же экера уголъ *ACB*, если онъ острый (черт. 586), опредѣлится построеніемъ на бумагѣ треугольника *dce* по двумъ катетамъ *de* и *ce*, если въ полѣ изъ какой-либо точки *D* стороны *AC* опустимъ перпендикуляръ *DE* на сторону *CB* и измѣримъ *DE* и *EC*. Если внутри угла опустить перпендикуляра нельзя, то стороны *AC* и *CB* продолжаются, и на ихъ продолженіи строится прямоугольный треугольникъ *F'CD'*. Въ случаѣ же, когда данный уголъ *ACB* — тупой (черт. 587), то въ смежныхъ съ нимъ углахъ,



Черт. 585.

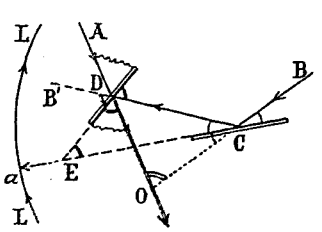


Черт. 586.



Черт. 587

смотря по удобству, или въ *ACE*, или въ равномъ ему вертикальномъ *E'CD'*, строятъ прямоугольные треугольники *ECD* или *CD'E'*, или же, наконецъ, внутри даннаго тупого угла, изъ точки *C*, возставля ютъ къ линіи *CB* перпендикуляръ *CH* и на него изъ точки *D* стороны *CA* опускаютъ второй перпендикуляръ *DF*. На бумагѣ въ послѣднемъ случаѣ строятъ сперва прямой уголъ *bch*, а затѣмъ на сторонѣ его *ch* — прямоугольный треугольникъ *cfd*.



Черт. 588.

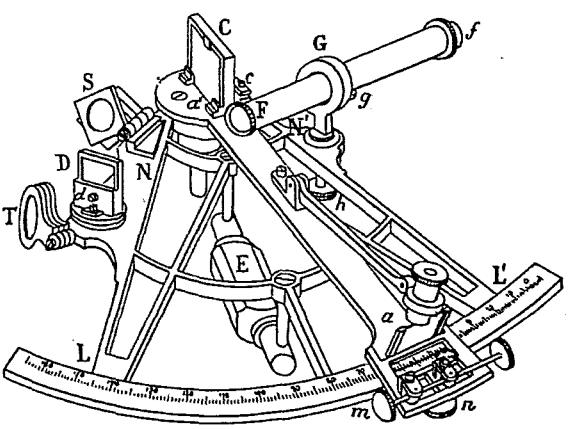
§ **343** bis. **Краткая замѣтка о секстантѣ и объ измѣреніи имъ угловъ съ лодки.** Въ теоріи двузеркальнаго экера (§ 338, черт. 563) нами было отмѣчено свойство системы двухъ плоскихъ зеркалъ, стоящихъ подъ угломъ другъ къ другу, заключающееся въ томъ, что всякій лучъ *BC* (черт. 588), лежащій въ плоскости, перпендикулярной къ плоскости зеркалъ, послѣ двукратнаго отраженія отъ нихъ принимаетъ направленіе *DO*, образующее въ точкѣ *O* пересѣченія съ

первоначальнымъ лучемъ (или его продолженіемъ) уголъ DOB, *вдвое большій* угла DEC между плоскостями зеркалъ [1]).

Если бы одно изъ зеркалъ, напр., въ точкѣ D, оставалось неподвижнымъ, а другое въ точкѣ C вращалось около вертикальной оси, то уголъ AOB въ точкѣ O между двумя направленіями на совершенно произвольные, но заранѣе данные предметы A и B, можно было бы получить при посредствѣ угла DEC между зеркалами, измѣряя его по дугѣ круга, лишь бы двукратно отраженный лучъ DO отъ одного предмета B совпалъ съ направленіемъ OA на другой предметъ A, ибо тогда искомый уголъ AOB (DOC) непосредственно прочелся бы по дугѣ LL, если бы на ней подписи дѣленій были сдѣланы *вдвое болѣе* истинныхъ и въ центрѣ ея C находилось подвижное зеркало, на алидадѣ Ca, а зеркало D, оставаясь неподвижнымъ, было бы закрѣплено перпендикулярно (такъ же, какъ и зеркало C) съ плоскости лимба LL'. Искусство измѣренія угла AOB заключалось бы тогда лишь въ умѣньи свести съ непосредственно видимымъ предметомъ A дважды отраженное изображеніе предмета B.

По этой идеѣ устраивается *отрожательный угломѣрный инструментъ*— секстантъ.

Секстантъ имѣетъ длину дуги LL' лимба около $^1/_6$ всей окружности лимба, а именно около 70°, почему и получилъ свое названіе. При употребленіи секстанта обыкновенно обходятся безъ штатива, и инструментъ просто держатъ въ рукѣ за деревянную рукоятку. Секстантъ—спеціально морской инструментъ, но его также съ успѣхомъ употребляютъ тогда, когда не требуется отъ результата большой точности и въ тѣхъ случаяхъ, когда обычный угломѣрный инструментъ (теодолитъ) нѣтъ возможности прочно установить со штативомъ въ данной точкѣ, напр., на днѣ лодки или судна, находящагося на рѣкѣ, озерѣ или на морѣ.



Черт. 589.

Общій видъ устройства секстанта указанъ на чертежахъ 589 и 590.

Онъ состоитъ: 1) изъ мѣднаго сектора NL' съ дугою LL', подраздѣленной на $^1/_{12}$ доли градуса (по 5′ каждое съ надписью 10 каждое); 2) на неподвижномъ радіусѣ NL сектора находится *малое неподвижное* зеркало D, верхняя часть котораго свободна отъ амальгамы; 3) противъ зер-

[1]) Уголъ $B'DO = 2EDO$, а уголъ $DCO = 2DCE$, а потому $\sphericalangle B'DO$ треугольника DOC, равный суммѣ угловъ $DOC + DCO$, представится въ видѣ:

$$2EDO = DOC + 2DCE.$$

Откуда

$$\sphericalangle DOC = 2(EDO - DCE).$$

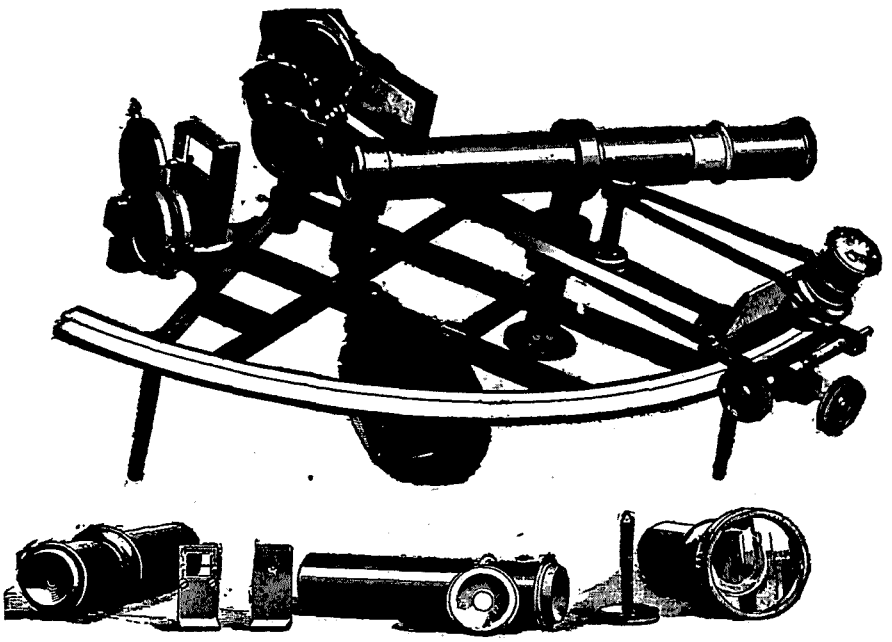
Но $EDO = EDB'$, а потому $\sphericalangle DOC = 2(EDB' - DCE)$. Изъ ΔEDC слѣдуетъ, что $EDB' - DCE = DEC$. Вслѣдствіе чего $\sphericalangle DOC = 2DEC$.

кала D помѣщается небольшая зрительная труба F (увеличеніе 10—12) на кольцѣ G, въ которое труба и ввинчивается; 4) изъ вращающейся около оси, въ центрѣ C лимба LL' алидады aa' съ большимъ подвижнымъ зеркаломъ C на одномъ концѣ и съ нажимательнымъ n и микрометреннымъ m винтами и верньеромъ — на другомъ; надъ верньеромъ лупа для отсчитыванія минутъ и десятковъ секундъ; точность верньера $t = 10''$ или $20''$; 5) изъ цвѣтныхъ стеколъ T и S, расположенныхъ передъ зеркалами для ослабленія силы свѣта при наблюденіяхъ солнца (или луны) и 6) изъ рукоятки E.

Повѣрка секстанта. Передъ употребленіемъ секстанта для измѣренія угловъ, надо его вывѣрить, т.-е. убѣдиться въ правильности расположенія зеркалъ и зрительной трубы относительно плоскости лимба.

Согласно теоріи оба зеркала должны быть перпендикулярны къ плоскости лимба и параллельны между собою при совпаденіи нуля ноніуса съ нулемъ лимба, т.-е. въ отсутствіи такъ называемой *коллимаціонной ошибки*

(Механикъ Г. Герляхъ, въ Варшавѣ).



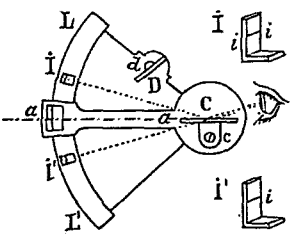
Черт. 590.

секстанта. Сверхъ того, разумѣется, должны быть вѣрны дѣленія лимба и верньера, какъ во всякомъ угломѣрномъ инструментѣ, и алидада не должна имѣть эксцентрицитета. Наконецъ, зеркала и каждое цвѣтное стекло должны имѣть параллельныя между собою ограничивающія ихъ плоскости.

Оптическая ось должна быть параллельна плоскости лимба.

Для повѣрки перпендикулярности большого зеркала C къ плоскости лимба LL',—смотрятъ въ зеркало подъ острымъ угломъ и замѣчаютъ,—представляетъ ли отраженная въ немъ часть лимба точное продолженіе прямовидимой. Обнаруженный изломъ укажетъ на отсутствіе требуемой перпендикулярности. Еще рѣзче можно обнаружить тоже самое, употреб-

ляя особые діоптрики (черт. 591). I и I′, которые ставятся на плоскость лимба секстанта симметрично по обѣимъ сторонамъ алидады *aa′*: горизонтальная черточка *ii*, непосредственно видимая на діоптрикѣ I′, должна быть точнымъ продолженіемъ отраженія въ зеркалѣ черточки *ii* второго діоптрика I. Ошибка (наклонъ зеркала) исправляется винтикомъ *c*.



Черт. 591.

Послѣ этого достаточно убѣдиться, что малое зеркало параллельно большому, а для этого въ свою очередь нужно убѣдиться въ отсутствіи коллимаціонной ошибки секстанта.

Для этого лучше всего пользоваться солнцемъ, дважды приводя въ соприкосновеніе внѣшніе края прямо видимаго и отраженнаго его дисковъ; причемъ въ одномъ случаѣ получится отсчетъ, большій коллимаціонной ошибки *c* на угловой діаметръ солнечнаго диска, а въ другомъ—на столько же меньшій; такъ что полусумма отсчетовъ и дастъ искомую величину *c*. При наблюденіяхъ солнца (чтобы не сжечь глаза и ослабить яркость изображеній) употребляютъ цвѣтныя стекла.

Если при опредѣленіи коллимаціонной ошибки замѣтимъ, что прямо видимое въ трубу изображеніе предмета проходитъ мимо отраженнаго, не точно съ нимъ совпадая, то это значитъ, что самое зеркало не параллельно большому; тогда исправленіе дѣлается винтикомъ *d*.

Для повѣрки параллельности оптической оси [1]) плоскости лимба, устанавливаютъ секстантъ на прочную подставку въ горизонтальномъ положеніи и, при помощи вышеупомянутыхъ діоптриковъ или на-глазъ, замѣчаютъ отдаленный на горизонтѣ предметъ, приходящійся на уровнѣ плоскости лимба и смотрятъ, показываетъ ли средина нитей тотъ же предметъ. Если нѣтъ, то наклонъ исправляютъ винтикомъ *g* кольца *G* трубы.

Вѣрность дѣленій лимба и верньера повѣряется такъ же, какъ и въ другихъ угломѣрныхъ инструментахъ. Что же касается до изслѣдованій внѣцентренности алидады, призматичности зеркалъ стеколъ, то проще всего установить совокупное вліяніе этихъ ошибокъ на измѣряемые углы путемъ измѣренія заранѣе хорошо извѣстныхъ и точно измѣренныхъ угловъ: располагая величины угловъ и ихъ ошибки въ рядъ можно путемъ интерполированія или графически составить таблицу поправокъ [2]).

Стоя въ лодкѣ и мѣряя съ нея два угла α и β на три заранѣе данные постоянные предмета, можно опредѣлить положеніе лодки по тремъ даннымъ (задача Потенота).

---

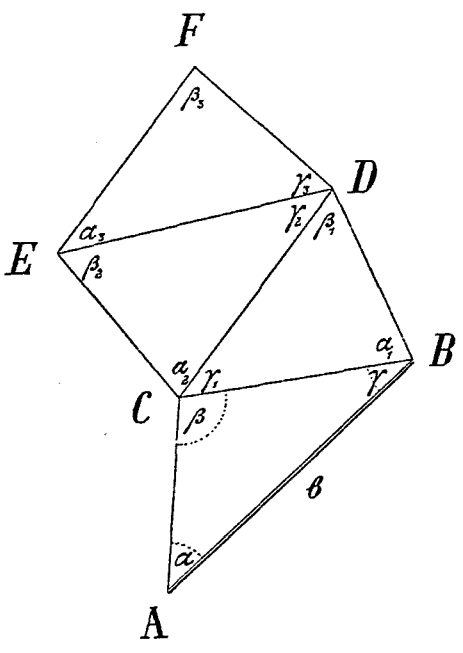
[1]) Опредѣляемой срединою двухъ нитей въ трубѣ, устанавливаемыхъ на глазъ параллельно плоскости лимба.

[2]) Болѣе подробно смотр. главу IX (части практической) Курса Астрономіи *Н. Цингера.*

ГЛАВА VII.

Тригонометрическая сѣть *).

§ 343. Основная идея тріангуляціи. Въ началѣ настоящаго курса мы указывали, что геодезія имѣетъ цѣлью опредѣленіе какъ вида и размѣра всей земли, такъ и ея болѣе или менѣе значительныхъ частей. Намъ извѣстно, что земля имѣетъ видъ весьма близко подходящій къ элипсоиду вращенія, грубо же ее можно считать шаромъ. Для опредѣленія размѣровъ земли намъ необходимо знать ея радіусъ; для опредѣленія вида ея поверхности необходимо знать видъ опредѣленной сѣти кривыхъ, проведенныхъ на этой поверхности. Если принимать земную поверхность за поверхность сферическую, то ея радіусъ можно легко опредѣлить, если извѣстна *линейная величина* какой-нибудь дуги большого круга этой поверхности и извѣстенъ соотвѣтствующій ей *центральный уголъ*. Если далѣе мы будемъ имѣть въ различныхъ мѣстахъ земной поверхности длины одного градуса ея опредѣленной кривой, то можно будетъ опредѣлить и дѣйствительный видъ земли. Одними изъ кривыхъ, длину градуса которыхъ обычно опредѣляютъ, являются меридіаны; въ другомъ направленіи измѣряются параллели. Совокупность всѣхъ дѣйствій, необходимыхъ для опредѣленія длины градуса меридіана или параллели, носитъ названіе *градуснаго измѣренія*. Градусное измѣреніе, какъ явствуетъ изъ сказаннаго выше, состоитъ изъ двухъ частей: 1) *измѣреніе длины* нѣкоторой дуги (меридіана или параллели) и 2) *опредѣленіе градусной* ея *величины* или, какъ говорятъ, амплитуды. Первое изъ этихъ дѣйствій относится къ области геодезіи, второе — астрономіи.



Черт. 564a.

Чтобы сколь-нибудь точно опредѣлить длину градуса меридіана [1]) и параллели, необходимо измѣрить дугу весьма значительную, но непосредственное измѣреніе такихъ значительныхъ разстояній фактически невозможно. Вслѣдствіе этого прибѣгаютъ къ помощи такъ называемой *тріангуляціи*.

Идея тріангуляціи заключается въ слѣдующемъ. Пусть имѣемъ рядъ примыкающихъ другъ другу треугольниковъ (черт. 564a), въ которыхъ измѣрены всѣ три угла, α, β и γ, а кромѣ того измѣрена непосредственно одна изъ сторонъ, напр. $AB = b$. Принимая наши треугольники плоскими, мы будемъ имѣть:

$$a_1 = b\frac{Sin\alpha}{Sin\beta}$$

$$a_2 = a_1\frac{Sin\alpha_1}{Sin\beta_1}$$

и т. д.

*) Статья переработана при содѣйствіи *Э. В. Вархаловскаго.*

1) См. стр. 19, гдѣ дано при $R = 600$ с. длина l одного градуса $= 104{,}2$ верст.

т.-е. мы можемъ найти длины всѣхъ сторонъ треугольниковъ. Далѣе, если намъ нужно найти разстояніе между двумя какими-нибудь точками, отдѣленными другъ отъ друга рядомъ треугольниковъ, напр. AF, то можемъ послѣдовательно найти: AD изъ треугольника ACD, въ которомъ будутъ извѣстны изъ предыдущаго вычисленія стороны AC и CD и уголъ между ними, равный суммѣ измѣренныхъ угловъ $(\gamma_1 + \beta)$; затѣмъ изъ треугольника ADE по AD и DE и углу между ними найдется AE; наконецъ изъ треугольника AEF по AE, EF и углу между ними найдемъ AF. Если допустить, что A и F лежатъ на одномъ и томъ же меридіанѣ или параллели, то AF представляла бы длину этой дуги.

Изъ сказаннаго слѣдуетъ, что для опредѣленія взаимнаго положенія сѣти точекъ нужно измѣрить 1) углы между сторонами треугольниковъ и 2) по крайней мѣрѣ одну изъ сторонъ или *основаніе* сѣти. Кромѣ того необходимо, чтобы каждый послѣдующій треугольникъ имѣлъ съ предыдущими не менѣе *одной* общей стороны, а изъ каждой точки видно было бы не менѣе двухъ сосѣднихъ. Сѣть такихъ точекъ носитъ названіе *тригонометрической сѣти* [1]).

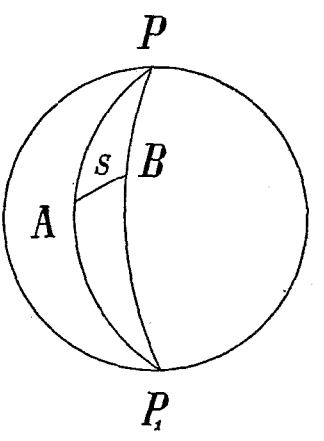
Тригонометрическая сѣть въ зависимости отъ длины ея сторонъ дѣлится на слѣдующіе 4 класса:

I	классъ	со сторонами	отъ	20	верстъ	до 50	верстъ и болѣе [2])
II	„	„	„	10	„	„ 20	„
III	„	„	„	3	„	„ 10	„
IV	„	„	„	1	„	„ 3	„

Тригонометрическая сѣть I и II классовъ называется еще *основной тріангуляціей* а сѣть III и IV классовъ — *малой тріангуляціей*.

Для цѣлей градусныхъ измѣреній составляется только тріангуляція основная.

§ 343 bis. Градусныя измѣренія. Въ предыдущемъ §-ѣ мы указали, что для опредѣленія размѣровъ земли, полагая ее шаромъ, достаточно знать длину S части дуги большого круга и грудусную ея величину σ. Пусть на черт. 564b даны двѣ точки A и B, для которыхъ извѣстны широты ихъ и долготы и измѣрена (или получена изъ тріангуляціи) длина $AB = S$. Тогда, если P есть полюсъ земли, градусныя величины меридіанныхъ дугъ AP и BP будутъ дополненія широтъ до 90^0, а сферическій уголъ APB представитъ разность долготъ тѣхъ же точекъ.



Черт. 564b.

Рѣшивъ сферическій треугольникъ APB, можемъ найти градусную величину σ дуги s, которая съ другой стороны связана съ величиной радіуса R равенствомъ

$$\sigma^0 : 360^0 = s : 2\pi R$$

откуда также легко найти, выражая σ въ секундахъ дуги,

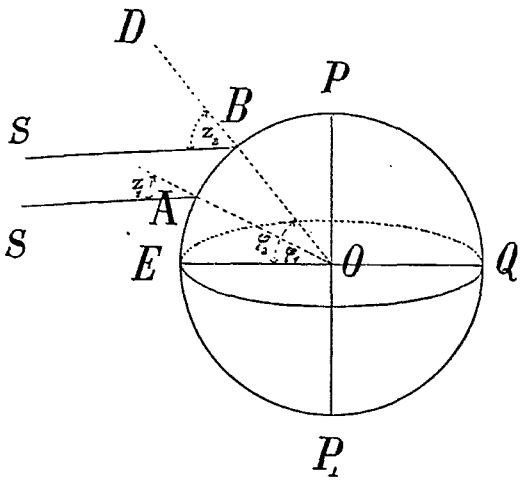
$$R = \frac{360 \cdot 60 \cdot 60}{2\pi} \cdot \frac{s}{\sigma} = \rho \cdot \frac{s}{\sigma}.$$

---

[1]) Если углы *не* измѣрены, а *графически построены*, напр. *на мензулѣ*, то такая сѣть треугольниковъ въ отличіе отъ тригонометрической носитъ названіе *геометрической*.

[2]) Наибольшая сторона тріангуляціи встрѣчается въ Калифорніи—Діабло-Шаста = = 367 вр.

Болѣе просто опредѣлится величина σ, если обѣ крайнія точки A и B лежатъ въ одномъ меридіанѣ. Въ этомъ случаѣ достаточно измѣрить высоты одного и того же свѣтила въ точкахъ A и B во время прохожденія свѣтила черезъ общій меридіанъ этихъ точекъ. Это ясно изъ черт. 564c. Если PP — ось земли, EQ — экваторъ, то φ_1 и φ_2 будутъ широты A и B и градусная величина дуги $AB = s$ выразится черезъ $(\varphi_2 - \varphi_1)$. Направленія AS и BS на свѣтило можно считать параллельными, вслѣдствіе весьма значительнаго удаленія свѣтила отъ земли, поэтому, если углы, составленные этими направленіями съ соотвѣтствующей вертикальной линіей, назовемъ z_1 и z_2, то можемъ найти разность широтъ по равенству:



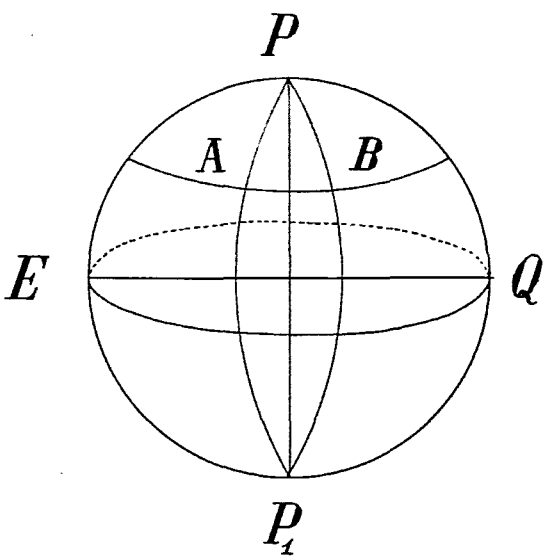
Черт. 564 c.

$$z_2 - z_1 = \varphi_2 - \varphi_1 = \sigma.$$

и длина одного градуса найдется изъ равенства

$$D = \frac{s}{(\varphi_2 - \varphi_1)^0}.$$

Если бы обѣ точки лежали на одной параллели, то необходимо знать разность долготъ конечныхъ точекъ. Очевидно, что градусная величина дуги $AB = s$ въ этомъ случаѣ будетъ равняться разности долготъ λ точекъ A и B (черт. 564d), а поэтому длина одного градуса параллели получится какъ



Черт. 564d.

$$D_1 = \frac{s}{\lambda^0}.$$

Зная широту параллели, не трудно найти и радіусъ шара.

Указавъ на сущность градуснаго измѣренія, перейдемъ къ краткому историческому очерку этихъ измѣреній.

Первымъ градуснымъ измѣреніемъ, о которомъ сохранились историческія указанія, было измѣреніе, произведенное александрійскимъ ученымъ *Эратосѳеномъ* (276 — 195 до Р. Х.). Онъ воспользовался тѣмъ обстоятельствомъ, что во время лѣтняго солнцестоянія въ г. Ассуанѣ (нынѣ Сіена), въ верхнемъ. Египтѣ, лучи солнца освѣщали дно глубокаго колодца, т.-е. солнце находилось въ зенитѣ, въ это же время въ Александріи лучи солнца съ вертикальной линіей составляли уголъ $^1/_{50}$ окружности (360^0). Разстояніе между Александріей и Сіеной было опредѣлено Эратосѳеномъ по времени прохожденія этого пути караванами купцовъ въ 5000 стадій. По этимъ даннымъ и была найдена имъ длина меридіана, въ томъ предположеніи, что оба конечныхъ пункта лежали на меридіанѣ. По Эратосѳену длина четверти меридіана = 11562500 метровъ.

Подобнымъ же образомъ опредѣленіе длины меридіана было произведено *Посси-доніемъ* (135—51 до Р. Х.), при чемъ онъ взялъ конечными пунктами своего измѣренія Александрію и Родосъ. Разстояніе между этими пунктами, вычисленное по времени прохожденія его судами, оказалось такимъ же, какъ у Эратосѳена, а амплитуда, найден-

ная по звѣздѣ Canopus (эта звѣзда въ Родосѣ видна была на горизонтѣ, а въ Александріи на 1/48 окружности надъ горизонтомъ) оказалась 7°30′. Найденная отсюда четверть меридіана, въ предположеніи, что конечныя точки лежатъ на одномъ меридіанѣ, оказазалась 11100000 метровъ.

Слѣдующее градусное измѣреніе было произведено арабами около 827 г. послѣ Р. Х. въ долинѣ Синджаръ по приказанію калифа *Аль-Манунъ*. Результатъ этого градуснаго измѣренія далъ четверть меридіана въ 10359000 метровъ.

Затѣмъ въ теченіе 700 лѣтъ никакихъ градусныхъ измѣреній не производилось. Только въ 1525 г. франнузскій врачъ *Фернель* измѣрилъ дугу между Парижемъ и Амьеномъ. Амплитуда дуги была имъ получена изъ измѣренія помощью квадранта высотъ солнца въ меридіанѣ Парижа и Амьена, а линейное разстояніе онъ измѣрилъ помощью колеса своей повозки. Результатъ его измѣренія далъ для четверти меридіана величину 10011000 метровъ.

Переворотъ въ производствѣ градусныхъ измѣреній произвелъ голландецъ *Виллебрордъ Снелліусъ* (1580—1626), примѣнившій впервые тріангуляцію къ геодезическимъ измѣреніямъ. Градусное измѣреніе Снелліуса особенной цѣнности не имѣетъ, но оно важно какъ начало новой эры въ геодезической наукѣ.

Съ этого времени градусныя измѣренія стали производиться по методу предложенному Снелліусомъ.

Въ 17 и 18 вѣкахъ главнѣйшія градусныя измѣренія по этому методу были произведены *французскими* учеными въ разныхъ мѣстахъ земной поверхности. Первымъ точнымъ градуснымъ измѣреніемъ нужно считать измѣреніе *Пикара*, который впервые примѣнилъ для визированія трубы съ сѣткой нитей. Измѣреніе было произведено между Парижемъ и Амьеномъ. Какъ продолженіе работъ Пикара нужно считать градусное измѣреніе *Лапра, Д. Кассини и Ж. Кассини*, произведенное къ сѣверу отъ Амьена до Дюнкирхена и къ югу до Колліура. Такъ какъ согласно градусныхъ измѣреній французскихъ ученыхъ оказалось, что земля имѣетъ видъ заостреннаго у полюсовъ элипсоида, а по теоретическимъ изслѣдованіямъ Ньютона она должна быть у полюсовъ приплюснута, то Парижской академіей были снаряжены двѣ научныя экспедиціи въ 1735 и и 1736 годахъ одна въ Перу, а другая въ Лапландію. *Перуанское* и *Лапландское* градусныя измѣренія подтвердили правильность Ньютоновской теоріи.

Наиболѣе важнымъ изъ градусныхъ измѣреній конца 18 и начала 19 вѣка было градусное измѣреніе, произведенное съ цѣлью установленія новой линейной единицы—метра. Это измѣреніе произведено *Деламбромъ* и *Мешенемъ* съ небывалою до того времени точностью.

Не останавливаясь болѣе подробно на цѣломъ рядѣ градусныхъ измѣреній, которые были произведены въ 19 вѣкѣ, укажемъ на нѣкоторыя главнѣйшія. Къ такимъ относятся *британское, остъ-индское* измѣреніе; *ганноверское* измѣреніе знаменитаго *Гаусса*; *прусское* измѣреніе *Бесселя*.

Самымъ грандіознымъ градуснымъ измѣреніемъ было *русское* измѣреніе *В. Струве* и *Теннера*; продолженіе русской дуги—въ *Швеціи* и *Норвегіи* измѣрено въ то же время подъ руководствомъ *Зеландера* и *Ганстина*.

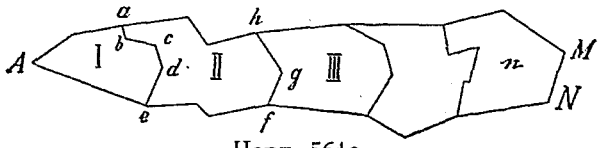
Всѣ перечисленныя градусныя измѣренія велись вдоль меридіана. Кромѣ этихъ, велись и градусныя измѣренія по параллелямъ; укажемъ напримѣръ на измѣреніе по параллели 52° сѣв. шир., большая часть котораго приходится въ предѣлахъ Россіи.

Въ 1899—1901 г.г. русскими и шведскими учеными произведено меридіанное градусное измѣреніе на *Шпицбергенѣ* [1]).

§ 344. Значеніе тріангуляціи для съемокъ. Когда на мѣстности приходится снимать одинъ участокъ за другимъ, а затѣмъ накладывать ихъ на бумагу съ цѣлью полученія *общаго плана* снимаемой, болѣе—менѣе *значительной*, части земной поверхности, то пріемъ *прикладыванія* одного участка къ

[1]) Болѣе подробныя указанія можно найти: *В. Витковскій* „Практическая геодезія“ или *Jordan*. „Handbuch d. Vermessungskunde Bd. III.

другому въ этомъ случаѣ допущенъ быть не можетъ, такъ какъ это приведетъ къ постепенному *накопленію неизбѣжныхъ ошибокъ*, получающихся какъ при измѣреніяхъ, такъ и при построеніи на бумагѣ. Такъ напримѣръ, на чертежѣ 564е линія участка I—*abcde* будетъ занимать *не истинное* положеніе, а то, которое получится для нея послѣ аналитическаго или графическаго уравновѣшиванія ошибокъ измѣреній для участка I. Слѣдовательно, прикладывая къ I участку II-й, мы цѣликомъ ошибки перваго вводимъ въ опредѣленіе положенія точекъ II-го участка, и линія *hgf* будетъ занимать положеніе ошибочное, зависящее отъ совокупности погрѣшностей I-го и II-го участковъ. Иначе говоря, чѣмъ дальше мы будемъ удаляться отъ I-го участка, тѣмъ сильнѣе будетъ искаженіе въ положеніи того участка, который разсматриваемъ. Поэтому, если возьмемъ какую-нибудь точку *A* начальнаго и точку *M* *n*-го участка (полигона) то полученная нами по плану (или же вычисленная послѣ такой послѣдовательной увязки) величина линіи *AM* и ея азимута будутъ весьма значительно отличаться отъ дѣйствительныхъ. Между тѣмъ, точное знаніе длины линіи и ея направленія, можетъ какъ разъ представляться для насъ самымъ важнымъ, напр. при проведеніи тоннеля, проведеніи просѣка черезъ лѣсъ и т. п., при чемъ работа должна вестись съ обоихъ конечныхъ пунктовъ *A* и *M* другъ другу навстрѣчу.



Черт. 564е.

Изъ сказаннаго слѣдуетъ, что такой путь составленія плана болѣе значительнаго пространства есть путь весьма несовершенный. Наоборотъ, если мы сначала хорошо опредѣлимъ взаимное расположеніе нѣкоторыхъ основныхъ точекъ, *равномѣрно* расположенныхъ (въ сравнительно небольшомъ числѣ) по всему снимаемому пространству, то детали съемки контуровъ можно будетъ легко, такъ сказать, втиснуть въ ту канву, сѣть, которую представятъ эти — *опорныя*—точки; иначе говоря, нужно при съемкахъ переходить *не* отъ *частнаго къ общему*, а обратно, **отъ общаго къ частному**.

Опорныя точки для съемки выбираются такъ, чтобы онѣ могли составить воображаемую сѣть треугольника (или полигоновъ).

Такимъ образомъ видимъ, что тріангуляція имѣетъ весьма большое значеніе и для чисто практическихъ задачъ,—съемокъ. Для съемокъ составляются обычно *малыя* тріангуляціи т. е., III и IV классовъ; при этомъ онѣ могутъ быть иногда самостоятельными, иногда же основываются на *основной* тріангуляціи. Такъ какъ точки тригонометрической сѣти являются основными, то необходимо, чтобы число ихъ было возможно меньшимъ на данной площади [1]), причемъ, конечно, оно должно быть вмѣстѣ съ тѣмъ *достаточнымъ*. Далѣе, для опредѣленія взаимнаго расположенія точекъ, мы прибѣгаемъ къ вычисленіямъ, поэтому нужно потребовать, чтобы погрѣшности въ опредѣленіи этого взаимнаго расположенія точекъ были бы наи-

[1]) Чѣмъ меньше треугольниковъ, — тѣмъ меньше потребуется измѣрить угловъ. Чѣмъ меньше измѣреній, тѣмъ меньше неизбѣжныхъ ошибокъ ихъ сопровождающихъ.

меньшими. Отсюда и возникаютъ вопросы съ одной стороны о *величинѣ*, а съ другой о *формѣ* треугольниковъ. О размѣрахъ сторонъ треугольниковъ мы уже говорили въ § 343, перейдемъ ко второму вопросу.

§ 345. Видъ треугольниковъ сѣти. Для того, чтобы на данной площади число треугольниковъ было наименьшимъ, нужно, чтобы площади треугольниковъ были наибольшими. Поэтому, для разрѣшенія вопроса о формѣ треугольниковъ, мы должны рѣшить такую задачу: какой изъ треугольниковъ при данномъ периметрѣ имѣетъ наибольшую площадь?

Называя стороны черезъ x, y и z, а данный периметръ черезъ $2p$, мы будемъ имѣть такое выраженіе для площади

$$s = \sqrt{p\ (p-x)\ (p-y)\ (p-z)}$$

Приравнивая нулю частныя производныя отъ этого выраженія по независимымъ перемѣннымъ x и y (т. к. $z = 2p-(x+y)$, то она зависима) получимъ такія условія maximum'а

$$\frac{ds}{dx} = \frac{p\ (p-y)\ [(p-x)-(x+y-p)]}{2\sqrt{p\ (p-x)\ (p-y)\ (x+y-p)}} = \frac{p\ (p-y)\ (2p-2x-y)}{2\sqrt{p\ (p-x)\ (p-y)\ (x+y-p)}} = 0$$

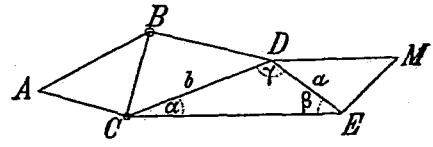
$$\frac{ds}{dy} = \frac{p\ (p-x)\ [(p-y)-(x+y-p)]}{2\sqrt{p\ (p-x)\ (p-y)\ (x+y-p)}} = \frac{p\ (p-x)\ (2p-2y-x)}{2\sqrt{p\ (p-x)\ (p-y)\ (x+y-p)}} = 0$$

Рѣшеніе этихъ двухъ уравненій даетъ намъ

$$x = y = {}^2/_3\ p;$$

слѣдовательно

$$x = y = z$$



Черт. 565.

т. е. треугольникъ *равносторонній*.

Къ тому же результату придемъ, если будемъ предполагать, что ошибки въ измѣренныхъ углахъ одинаковы.

Пусть намъ напр. нужно найти сторону треугольника сѣти $DE = a$ (черт. 565), если извѣстна $CD = b$, а также углы α, β и γ.

Имѣемъ соотношеніе

$$a = b \cdot \frac{Sin\ \alpha}{Sin\ \beta}$$

Если ошибки въ углахъ будутъ $d\alpha$ и $d\beta$, а въ сторонѣ b ошибка $= db$, то сторона a, найденная по предыдущей формулѣ, тоже будетъ заключать нѣкоторую погрѣшность da.

Чтобы найти зависимость между ошибкою da и другими ошибками, логариѳмируемъ написанное выраженіе

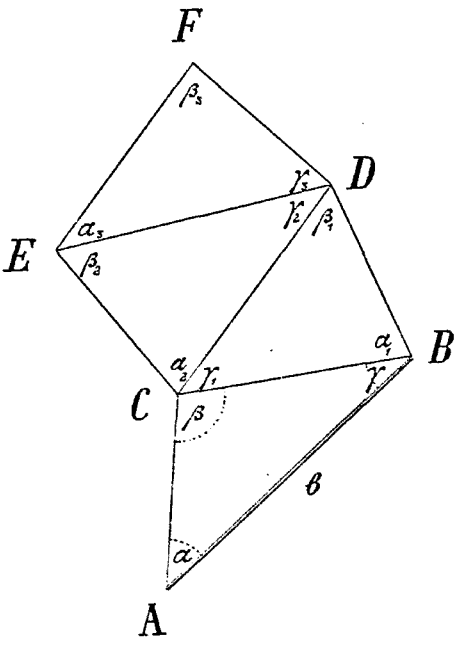
$$lg\ a = lg\ b + lg\ Sin\ \alpha - lg\ Sin\ \beta.$$

Дифференцируя это логариѳмическое выраженіе, получимъ

$$\frac{da}{a} = \frac{db}{b} + d\alpha\ Ctg\ \alpha - d\beta\ Ctg\ \beta.$$

Это равенство показываетъ, что относительная ошибка вычисленной стороны будетъ только тогда равняться относительной ошибкѣ данной стороны, когда $d\alpha\ Ctg\,\alpha - d\beta\ Ctg\,\beta = 0$. А это возможно, если 1) $d\alpha\ Ctg\,\alpha = d\beta\ Ctg\,\beta$ и 2) $d\alpha\ Ctg\,\alpha = 0$ и $d\beta\ Ctg\,\beta = 0$. Полагая, что ошибки угловъ одинаковы, т. е. $d\alpha = d\beta$, мы имѣемъ въ 1) случаѣ, что $Ctg\,\alpha = Ctg\,\beta$ или, что

$$\alpha = \beta.$$



Черт. 564а.

Примѣняя то же разсужденіе къ сторонѣ CE, найдемъ, что должно быть

$$\gamma = \beta.$$

Или иначе, $\alpha = \beta = \gamma$, т.-е. треугольникъ будетъ *равноугольный*, а значитъ и *равносторонній*.

§ 345 bis. Ошибка геометрической связи, форма треугольника. Если имѣемъ рядъ слѣдующихъ другъ за другомъ треугольниковъ, (черт. 564а) то, полагая, что $AB = b$ есть основаніе сѣти, легко получить всѣ стороны, *связывающія* каждый послѣдующій треугольникъ съ предыдущимъ, а также и тѣ *промежуточныя* стороны, которыя съ дальнѣйшими непосредственной связи не имѣютъ.

Называя связующія стороны черезъ $a_1, a_2 \ldots$, промежуточныя—$c_1, c_2 \ldots$ а основаніе черезъ b имѣемъ согласно черт. 564а:

$$a_1 = b \cdot \frac{Sin\,\alpha}{Sin\,\beta} \qquad c_1 = b \cdot \frac{Sin\,\gamma}{Sin\,\beta}$$

$$a_2 = b \cdot \frac{Sin\,\alpha\ Sin\,\alpha_1}{Sin\,\beta\ Sin\,\beta_1} \qquad c_2 = b \cdot \frac{Sin\,\alpha\ Sin\,\gamma_1}{Sin\,\beta\ Sin\,\beta_1}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$a_n = b \cdot \frac{Sin\,\alpha\ Sin\,\alpha_1 \ldots Sin\,\alpha_{n-1}}{Sin\,\beta\ Sin\,\beta_1 \ldots Sin\,\beta_{n-1}} \qquad c_n = b \cdot \frac{Sin\,\alpha\ Sin\,\alpha_1 \ldots Sin\,\gamma_{n-1}}{Sin\,\beta\ Sin\,\beta_1 \ldots Sin\,\beta_{n-1}}$$

Изъ этихъ равенствъ мы видимъ, что въ вычисленіе какой-нибудь связующей стороны, входятъ всѣ предшествующіе углы α и β, которые назовемъ тоже *связующими;* въ вычисленіе же какой-нибудь промежуточной стороны входитъ *только одинъ промежуточный уголъ* γ. Отсюда слѣдуетъ, что наиболѣе важно изслѣдованіе значенія связующихъ угловъ. Чтобы сдѣлать тѣ или иные выводы относительно связующихъ угловъ, возьмемъ выраженіе для n-ой связующей стороны въ логарифмическомъ видѣ:

$$lg\ a_n = lg\ b + (lg\ Sin\,\alpha - lg\ Sin\,\beta) + (lg\ Sin\,\alpha_1 - lg\ Sin\,\beta_1) + \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Положимъ теперь, что ошибки угловъ будутъ соотвѣтственно $d\alpha, d\alpha_1 \ldots, d\beta, d\beta_1 \ldots$, а lg основной стороны ошибоченъ на $\Delta\ lg\ b$, тогда будемъ имѣть такое равенство:

$$lg\ a_n + \Delta\ lg\ a_n = lg\ b + \Delta\ lg\ b + \left\{ lg\ Sin\,(\alpha + d\alpha) - lg\ Sin\,(\beta + d\beta) \right\} + \ldots\ldots (2)$$
$$+ \left\{ lg\ Sin\,(\alpha_1 + d\alpha_1) - lg\ Sin\,(\beta_1 + d\beta_1) \right\} +$$

Такъ какъ ошибки угловъ вообще малы, то можно положить:

$$lg\ Sin\,(\alpha + d\alpha) = lg\ Sin\,\alpha + \lambda . d\alpha. \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$
$$lg\ Sin\,(\beta + d\beta) = lg\ Sin\,\beta + \mu . d\beta \text{ и т. д.}$$

Коэффиціенты λ и μ представляютъ измѣненія *lg Sin* угловъ α и β на 1″, а $d\alpha$ и $d\beta$ выражены въ секундахъ дуги.

На основаніи равенствъ (1), (2) и (3) можемъ написать:

$$\Delta lg\, a_n = \Delta lg\, b + (\lambda\, d\alpha - \mu\, d\beta) + (\lambda_1 d\alpha_1 - \mu_1 d\beta_1) + \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Ошибка основной стороны b настолько мала по сравненію съ другими, что можно положить ее равной нулю, а потому равенство (4) можно переписать въ такомъ видѣ

$$\Delta lg\, a_n = (\lambda\, d\alpha - \mu\, d\beta) + (\lambda_1 d\alpha_1 - \mu_1 d\beta_1) + \ldots\ldots$$

Такъ какъ знаки ошибокъ $d\alpha$ и $d\beta$ могутъ быть различны, то переходимъ къ средней квадратической ошибкѣ по формулѣ:

$$d\, lg\, a_n = \pm\sqrt{(\lambda\, d\alpha - \mu\, d\beta)^2 + (\lambda_1 d\alpha_1 - \mu_1 d\beta_1)^2 + \ldots\ldots}$$

или, обозначая $(\lambda\, d\alpha - \mu\, d\beta)^2 = \delta^2$, а кромѣ того $\delta = \delta_1 = \delta_2 = \ldots\ldots$,
получимъ окончательно

$$d\, lg\, a_n = \pm\delta\sqrt{n}$$

т.-е. *ошибка какой-нибудь связующей стороны возрастаетъ прямо пропорціонально корню квадратному изъ числа треугольниковъ, отдѣляющихъ эту сторону отъ основанія.*

Опредѣлимъ теперь, отъ чего зависитъ величина

$$\delta^2 = (\lambda\, d\alpha - \mu\, d\beta)^2$$

Въ треугольникахъ мы измѣряемъ всѣ три угла α, β и γ; получившуюся вслѣдствіе ошибокъ измѣреній невязку въ углахъ мы распредѣляемъ поровну на всѣ измѣренные углы, поэтому, если измѣренныя непосредственно величины угловъ назовемъ α_0, β_0 и γ_0, а исправленныя — α, β и γ, то будемъ имѣть:

$$\alpha = \alpha_0 - \frac{\alpha_0 + \beta_0 + \gamma_0 - (180° + \varepsilon)}{3} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

при чемъ мы полагаемъ треугольники сферическими, т. е. ε сферическій избытокъ.

Какъ измѣренные, такъ и исправленные углы будутъ заключать въ себѣ нѣкоторыя ошибки, вслѣдствіе чего мы получимъ:

$$\alpha + d\alpha = \alpha_0 + d\alpha_0 - \frac{\alpha_0 + d\alpha_0 + \beta_0 + d\beta_0 + \gamma_0 + d\gamma_0 - (180 + \varepsilon)}{3} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

А изъ (5) и (6) слѣдуетъ

$$d\alpha = \frac{2}{3} d\alpha_0 - \frac{1}{3} d\beta_0 - \frac{1}{3} d\gamma_0 .$$

Точно такъ же найдемъ

$$d\beta = \frac{2}{3} d\beta_0 - \frac{1}{3} d\alpha_0 - \frac{1}{3} d\gamma_0$$

А поэтому выраженіе для δ^2 приметъ такой видъ:

$$\delta^2 = \left\{ d\alpha_0 \left(\frac{2}{3}\lambda + \frac{1}{3}\mu \right) - d\beta_0 \left(\frac{1}{3}\lambda + \frac{2}{3}\mu \right) - d\gamma_0 \left(\frac{1}{3}\lambda - \frac{1}{3}\mu \right) \right\}^2 .$$

Такъ какъ неизбѣжныя погрѣшности измѣреній угловъ $d\alpha_0$, $d\beta_0$ и $d\gamma_0$ могутъ быть и положительны и отрицательны, то безъ особо-чувствительной погрѣшности можно положить, что, послѣ возведенія въ квадратъ правой части предыдущаго равенства, сумма удвоенныхъ произведеній равняется нулю. Далѣе, такъ какъ углы въ тріангуляціи (однородной) измѣряются одинаково тщательно, то среднія квадратическія ошибки угловъ равны между собою, т.-е.

$$d\alpha_0^2 = d\beta_0^2 = d\gamma_0^2 = m^2$$

Слѣдовательно на основаніи всего сказаннаго будемъ имѣть

$$\delta^2 = m^2 \frac{1}{3} \left\{ \lambda^2 + \mu^2 + (\lambda + \mu)^2 \right\}$$

Величина $$\frac{1}{3}\left\{\lambda^2+\mu^2+(\lambda+\mu)^2\right\}=\sigma$$

носитъ названіе *ошибки геометрической связи треугольника.*

Такимъ образомъ, ошибка вычисленной стороны можетъ быть получена теперь въ видѣ:

$$d\,lg\,a_n=\pm\sqrt{(\Delta\,lg\,b_1)^2+m^2\Sigma\sigma}$$

Для опредѣленія наиболѣе выгодной формы треугольника напишемъ, чему равняются среднія ошибки связующей и промежуточной сторонъ, а именно

$$d\,lg\,a=\pm\sqrt{(\Delta\,lg\,b)^2+m^2\sigma}$$
$$d\,lg\,c=\pm\sqrt{(\Delta\,lg\,b)^2+m^2\sigma_1}$$

при этомъ

$$\sigma=\frac{1}{3}\left\{\lambda^2+\mu^2+(\lambda+\mu)^2\right\}$$
$$\sigma_1=\frac{1}{3}\left\{(\mu^2+\upsilon^2+(\mu+\upsilon)^2\right\}$$

Такъ какъ нѣтъ основанія одну сторону опредѣлять точнѣе, чѣмъ другую, то $\sigma=\sigma_1$, а чтобы ошибка стороны была наименьшей, необходимо, чтобы σ было minimum.

Выше мы говорили, что λ и μ суть измѣненія логариѳмовъ синусовъ угловъ при измѣненіи угла на $1''$, но значенія эти могутъ быть представлены и иначе.

Разлагая въ рядъ выраженіе $lg\,Sin\,(\alpha+d\alpha)$ и ограничиваясъ первыми степенями разложенія, получаемъ

$$lg\,Sin\,(\alpha+d\alpha)=lg\,Sin\,\alpha+d\alpha\times\frac{d}{d\alpha}\,lg\,Sin\,\alpha$$

Но $lg\,Sin\alpha$ данъ при основаніи 10, поэтому, беря производную, нужно перейти къ натуральнымъ логариѳмамъ, вслѣдствіе чего войдетъ множителемъ модуль M; выражая же $d\alpha$ въ секундахъ дуги, нужно ввести переходный множитель отъ радіальной мѣры къ угловой, т.-е. $Sin\,1''$. Поэтому будемъ имѣть

$$lg\,Sin\,(\alpha+d\alpha)=lg\,Sin\,\alpha+d\alpha\,.\,M\,.\,Ctg\,\alpha\,.\,Sin\,1''$$

т.-е.

$$\lambda=M\,.\,Cotg\,\alpha\,.\,Sin\,1''.$$

Такое же значеніе можно найти для коэфиціентовъ μ и υ.

Вслѣдствіе этого выраженіе для ошибки геометрической связи σ представится въ видѣ

$$\sigma=\frac{1}{3}\left\{\lambda^2+\mu^2+(\lambda+\mu)^2\right\}=\frac{M^2Sin^2\,1''}{3}\left\{Ctg^2\alpha+Ctg^2\beta+(Ctg\,\alpha+Ctg\,\beta)^2\right\}$$

Мы выше поставили условіе $\sigma=\sigma_1$, что возможно, когда $\lambda=\upsilon$, или иначе, когда $\alpha=\gamma$, т.-е. треугольникъ долженъ быть равнобедреннымъ. Если такъ, то

$$\beta=180^\circ-2\alpha$$

и мы получимъ:

$$\sigma=\frac{M^2Sin^2\,1''}{3}\left\{Ctg^2\alpha+Ctg^2\,2\alpha+(Ctg\,2\alpha-Ctg\,2\alpha)^2\right\}$$

Величина σ достигнетъ minimum'а тогда, когда выраженіе въ скобкахъ будетъ наименьшимъ, т.-е. когда

$$\left\{Ctg^2\alpha+Ctg^2\beta+(Ctg\,\alpha-Ctg\,2\alpha)^2\right\}=\frac{3\,Ctg^4\,\alpha+1}{2\,Ctg^2\alpha}=\text{minimum.}$$

А это случится при $\alpha=52^0\,46'\,16''.1$.

Итакъ, теоретически наиболѣе выгоднымъ будетъ *равнобедренный* треугольникъ съ углами при основаніи $52^\circ.8$.

Однако, если бы мы стали строго проводить это правило, то стороны въ каждомъ послѣдующемъ треугольникѣ должны бы все уменьшаться по сравненію съ предыдущимъ, и, начавъ съ основанія въ 25 верстъ, мы уже въ десятомъ треугольникѣ получили бы сторону въ 3.7 версты. Кромѣ того число n треугольниковъ въ этомъ случаѣ возросло бы, а вмѣстѣ съ этимъ возросло бы и Δlgd_n.

Въ виду всего этого *нормальнымъ* треугольникомъ считается *равносторонній*. Что касается размѣровъ сторонъ, то для первоклассной тріангуляціи нормальнымъ размѣромъ считается около 25 верстъ, хотя весьма часты отступленія отъ этой цыфры.

§ 346. Сравнительныя достоинства треугольниковъ сѣти. Въ виду того, что разбить на земной поверхности сѣть идеальныхъ треугольниковъ не представляется совершенно возможнымъ, то приходится отступать отъ теоретическихъ соображеній, какъ въ отношеніи длинъ сторонъ, такъ и въ отношеніи величинъ угловъ.

Въ первоклассныхъ тріангуляціяхъ стараются однако углы не дѣлать меньшими 40^0; длины же сторонъ колеблются въ весьма большихъ предѣлахъ. Вслѣдствіе этого возникаетъ необходимость учитывать сравнительное достоинство различнаго рода треугольниковъ. Сравнительной *мѣрою достоинства* треугольниковъ считаются ихъ *вѣса: геометрическій, тригонометрическій и общій*. За *нормальный* треугольникъ при этомъ принимаютъ *равносторонній со сторонами въ 25 верстъ* [1]).

Намъ извѣстно, что чѣмъ больше длина промежуточной стороны c, тѣмъ меньшимъ числомъ треугольниковъ мы соединимъ удаленныя другъ отъ друга точки. Половина промежуточной стороны называется поэтому подвѣгомъ треугольника. Съ другой стороны, треугольникъ будетъ тѣмъ лучше, чѣмъ меньше ошибка геометрической его связи.

Вслѣдствіе сказаннаго мѣрою достоинства треугольника можетъ служить дробь

$$\frac{1/2\, c}{\sigma}.$$

Если для нормальнаго треугольника эта величина будетъ

$$\frac{1/2\, c_0}{\sigma_0}$$

то, беря отношеніе къ ней такой же мѣры достоинства другого треугольника, мы получимъ его *геометрическій вѣсъ*:

$$G = \frac{1/2\, c}{\sigma} : \frac{1/2\, c_0}{\sigma} = \frac{c\, \sigma_0}{c_0\, \sigma}.$$

Одинъ геометрическій вѣсъ однако не можетъ дать окончательнаго указанія относительно достоинствъ даннаго треугольника, такъ какъ и форма и размѣры его могутъ быть прекрасными, но угловыя измѣренія могутъ быть произведены грубо. Судить о томъ, насколько точно мѣрились углы, можно по тѣмъ несогласіямъ, какія получаются между теоретической и измѣренной суммами угловъ, т.-е. по величинѣ

$$v = \alpha_0 + \beta_0 + \gamma_0 - (180^0 + \varepsilon).$$

Откуда средняя квадратическая ошибка одного измѣреннаго угла можетъ быть принятой

$$m = \pm\sqrt{\frac{v^2}{3}}$$

и вторымъ мѣриломъ достоинства треугольника считать его *тригонометрическій вѣсъ*, равный

$$T = \frac{1}{m^2}.$$

---

[1]) В. Струве принималъ 15.000 тоазовъ, т.-е. нѣсколько больше.

Имѣя геометрическій и тригонометрическій вѣса треугольника, нетрудно судить и объ общихъ его достоинствахъ, для чего составляемъ *общій вѣсъ* треугольника, выражающійся черезъ

$$P = G \cdot T.$$

Изъ изложеннаго слѣдуетъ, что если форма треугольника неудовлетворительна, то тѣмъ не менѣе можно общее его достоинство увеличить, увеличивъ точность угловыхъ измѣреній (такъ сказать восполнить нарушенную идеальную форму треугольника точностью измѣренія его узловъ).

Для сравненія достоинствъ цѣлыхъ тріангуляцій можно пользоваться средними вѣсами ихъ треугольниковъ, найденными по формуламъ

$$G = \frac{\sigma_0}{c_0} \cdot \frac{\Sigma c}{\Sigma \sigma}$$

$$T = \frac{n}{\Sigma m^2},$$

гдѣ n число треугольниковъ тріангуляціи.

§ 347. Перечень работъ на тріангуляціяхъ. Какъ видно изъ предыдущаго изложенія, работы по составленію тригонометрической сѣти могутъ быть подраздѣлены на слѣдующія отдѣльныя части:

1) Осмотръ или рекогносцировка (развѣдка) мѣстности съ цѣлью выбора и временнаго обозначенія точекъ, которыя будутъ затѣмъ служить вершинами треугольниковъ сѣти.

2) Постановка на выбранныхъ точкахъ тригонометрическихъ знаковъ или сооруженій, дѣлающихъ эти точки далеко видимыми и удобными для наблюденій, а также закладка *центровъ*, обезпечивающихъ долговременное сохраненіе точекъ тріангуляціи.

3) Измѣреніе основаній или базисовъ.

4) Измѣреніе горизонтальныхъ, а также и вертикальныхъ угловъ на тригонометрическихъ пунктахъ.

5) Опредѣленіе элементовъ приведеній, т.-е. данныхъ, позволяющихъ измѣренный внѣ центра уголъ (направленіе) привести къ центру, или направленіе, измѣренное визированіемъ не на центръ сигнала, привести къ центру сигнала.

6) Вычисленіе сѣти, т.-е. опредѣленіе длинъ сторонъ треугольниковъ, а затѣмъ и координатъ пунктовъ сѣти. Вычисленіе координатъ точекъ тригонометрической сѣти возможно только въ томъ случаѣ, когда извѣстенъ азимутъ по крайней мѣрѣ одной изъ сторонъ и координаты одного какого-либо пункта.

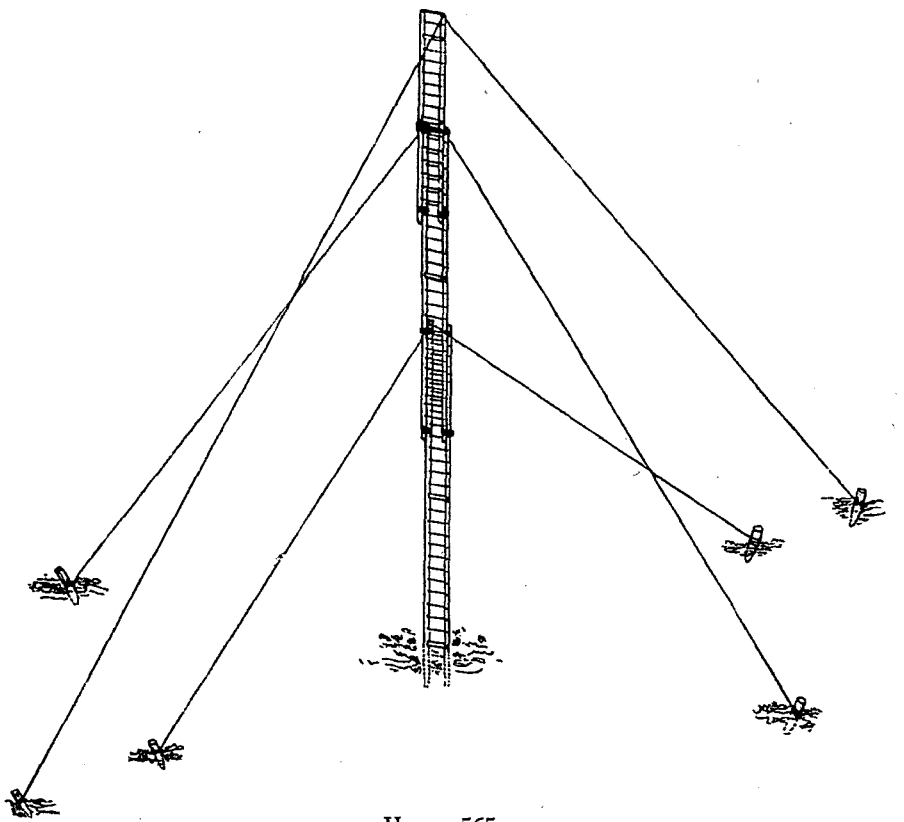
Опредѣленіе азимута и географическихъ координатъ составляетъ астрономическую задачу, поэтому этого вопроса мы коснемся впослѣдствіи только вскользь.

§ 348. Рекогносцировка. Если бы мѣстность, на которой предстоитъ произвести тріангуляціонныя работы, была открытой и ровной, то выборъ точекъ, вершинъ треугольниковъ, не представлялъ бы особыхъ затрудненій: мы могли бы свободно составить сѣть образцовыхъ треугольниковъ. Однако въ дѣйствительности мы встрѣчаемъ цѣлый рядъ затрудненій и препятствій: лѣса, возвышенности и долины и т. п. Вслѣдствіе всего этого выборъ точекъ тригонометрической сѣти значительно затрудняется, и для

того, чтобы получить сѣть, возможно ближе подходящую къ образцовой, необходимо предварительно изучить мѣстность будущихъ работъ, т.-е. произвести детальную рекогносцировку (развѣдку). Развѣдки необходимы при составленіи всякой тріангуляціи, но въ особенности онѣ необходимы для основныхъ тріангуляцій.

При производствѣ развѣдокъ нужно имѣть въ виду слѣдующіе случаи: 1) въ данной мѣстности тріангуляція никогда не производилась, и она должна быть совершенно самостоятельной; 2) имѣются нѣсколько точекъ прежней тріангуляціи, и ее нужно дополнить; 3) нужно соединить двѣ или нѣсколько существующихъ уже тріангуляцій. Кромѣ того, тріангуляціи могутъ представлять или цѣпь послѣдовательныхъ треугольниковъ, слѣдующихъ въ какомъ-либо направленіи (вдоль меридіана или параллели), или же покрываютъ сплошь нѣкоторую площадь. Вторыя собственно и служатъ для цѣлей съемокъ, и ими покрыты почти всѣ государства Западной Европы, въ Россіи же не всѣ мѣста покрыты тригонометрической сѣтью.

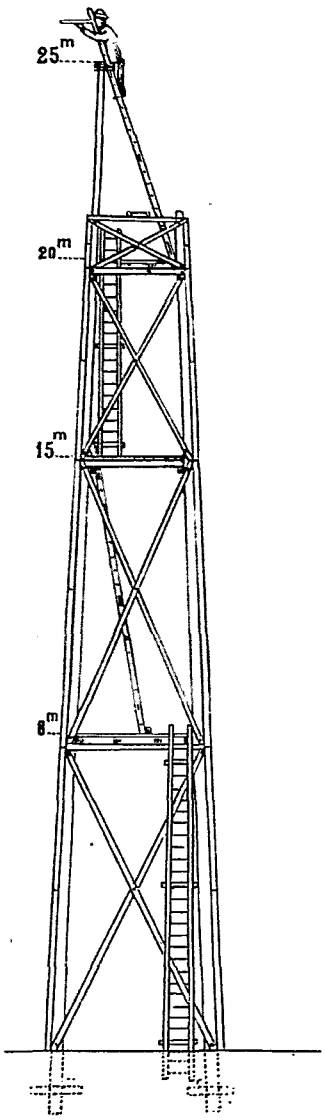
Въ первомъ изъ указанныхъ нами случаевъ рекогносцировка должна начаться съ выбора мѣста для измѣренія базиса. Такимъ мѣстомъ можетъ служить ровная поверхность, на всемъ протяженіи доступная непосредственному измѣренію.



Черт. 565а.

Дальнѣйшія развѣдки для всѣхъ перечисленныхъ случаевъ приблизительно одинаковы и состоятъ въ отысканіи такихъ пунктовъ, которые были бы видны на возможно большомъ разстояніи, могли бы быть легко найдены и

съ которыхъ видно было бы не менѣе двухъ другихъ пунктовъ. Эти точки, кромѣ того, должны удовлетворять тому требованію, чтобы углы, образуемые сторонами треугольниковъ были возможно ближе къ 60°, а на основныхъ тріангуляціяхъ связующіе углы не должны быть менѣе 40°; въ тріангуляціяхъ малыхъ они могутъ быть и меньше, но не ниже по возможности 30°; а также нужно, чтобы лучи зрѣнія съ пункта на пунктъ шли высоко надъ поверхностью. Вслѣдствіе сказаннаго, слѣдуетъ пользоваться наиболѣе выдающимися точками въ данномъ мѣстѣ (вершины холмовъ и горъ, высокія сооруженія, какъ напр., колокольни, башни и т. п.), и выбирать изъ нихъ тѣ, которыя наиболѣе соотвѣтствуютъ поставленной задачѣ. Если такихъ естественныхъ примѣтныхъ точекъ нѣтъ, напр. въ лѣсистой мѣстности, то необходимо строить соотвѣтствующее сооруженіе, — сигналъ. При сооруженіи такихъ сигналовъ нужно напередъ опредѣлять и ихъ минимальную высоту, для чего при развѣдкахъ въ такихъ мѣстахъ нужно пользоваться деревьями или вертикально поставленными и укрѣпленными канатами лѣстницами (черт. 565а), а въ болѣе трудныхъ случаяхъ даже и легкими разборными сооруженіями (черт. 566). Осматривая мѣстность, нужно вмѣстѣ съ тѣмъ составлять чертежи съ указаніемъ расположенія пунктовъ, измѣряя или азимуты направленій съ пункта на пунктъ, или углы малымъ инструментомъ. Отысканіе наиболѣе высокихъ мѣстъ облегчаетъ употребленіе анероида, а оріентированіе на мѣстѣ облегчаютъ имѣющіяся подъ руками карты.



Черт. 566.

Въ заключеніе перечислимъ вкратцѣ всѣ требованія, о которыхъ мы говорили:

1) Связующіе углы не должны быть меньше 40° для основной, и 30° для малой тріангуляцій;

2) визирный лучъ долженъ итти возможно выше надъ почвой;

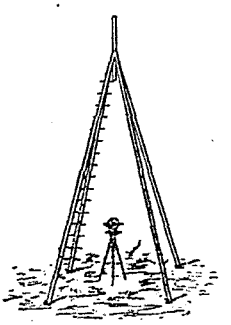
3) наблюденія предпочтительно дѣлать съ земли, или съ платформъ невысокихъ сигналовъ; прочныя сооруженія (башни, колокольни) также довольно надежны для наблюденій;

4) точка должна лежать на такомъ мѣстѣ, чтобы она скоро не могла затеряться, т.-е. избѣгать точекъ, расположенныхъ въ селеніяхъ, на обрабатываемыхъ участкахъ и т. д.

5) точка тригонометрическая должна быть удобной для начала (примычки) съемочныхъ работъ [1]).

[1]) Подробныя указанія см. *В. Витковскій.* „Практическая геодезія“, стр. 223—231. *W. Jordan.* „Handbuch der Vermessungskunde“ Bd. III. S. 11—18

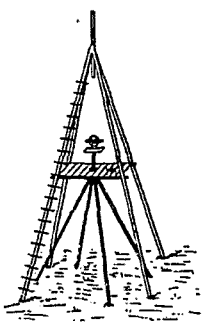
§ 349. Тригонометрическіе знаки, закладка центровъ, отысканіе старыхъ центровъ. Такъ какъ точки тригонометрической сѣти должны быть видимы на болѣе или менѣе значительномъ разстояніи, и такъ какъ это точки опорныя, то обозначеніе ихъ на мѣстности должно соотвѣтствовать ихъ значенію. Для обозначенія пунктовъ тріангуляціи служатъ тригонометрическіе знаки: надземные и подземные. Надземные знаки служатъ для наблюденія угловъ, подземные — служатъ для закрѣпленія пунктовъ на долгое время; первые представляютъ обычно деревянныя сооруженія, вторыя—камни и монолиты съ отмѣченной на нихъ точкой, изображающей вершину треугольника (центръ знака). Если тригонометрическимъ пунктомъ служитъ какое-нибудь постоянное сооруженіе (колокольня, башня), то центромъ въ этомъ случаѣ считается центръ сооруженія, если оно математически симметрично, или его опредѣленную точку, напр. шарикъ подъ крестомъ, основаніе шпиля и т. п.



Черт. 567.

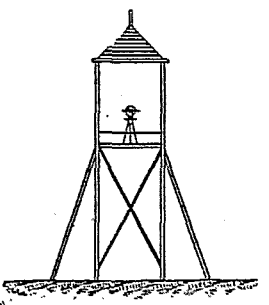
На открытой мѣстности, когда съ высоты штатива можно увидѣть сосѣднія точки тріангуляціи, совершенно достаточно построить *простую пирамиду*, состоящую изъ четырехъ бревенъ, соединенныхъ у вершины съ вертикальнымъ визирнымъ цилиндромъ (бабкой) (черт. 567). Такая пирамида симметрична со всѣхъ сторонъ, поэтому легко установить вертикальную ось инструмента въ одной вертикальной прямой съ осью визирнаго цилиндра. Простая пирамида имѣетъ высоту въ среднемъ около 4 саженъ.

Въ тѣхъ случаяхъ, когда съ земли нельзя видѣть сосѣднія точки, но, поднявшись на небольшую высоту 2—4 саж., намъ открывается достаточный горизонтъ, то въ этихъ случаяхъ сооружается *двойная пирамида* (черт. 568), состоящая изъ двухъ пирамидъ: наружная большая служитъ для визированія съ сосѣднихъ точекъ, а нижняя внутренняя служитъ мѣстомъ для установки инструмента. Очевидно, что двойная пирамида должна быть построена такимъ образомъ, чтобы полъ, на которомъ помѣщается наблюдатель, былъ изолированъ отъ нижней пирамиды, на бабкѣ которой стоитъ инструментъ. Бабки верхней и нижней пирамидъ должны помѣщаться по одной вертикальной линіи, одна подъ другой, хотя это и не такъ существенно. Для того, чтобы можно было взбираться на нѣкоторую высоту, на одной изъ ногъ пирамиды прибивается шведская лѣстница.



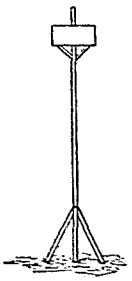
Черт. 568.

Бываютъ такіе случаи, когда поднятіе на незначительную высоту не даетъ намъ ничего, и приходится съ инструментомъ помѣщаться на болѣе значительной высотѣ—10 саж. и болѣе. Въ такихъ случаяхъ двойной пирамиды недостаточно, и сооружаютъ болѣе *сложный сигналъ*, въ два-три и болѣе яруса, простѣйшій видъ его изображенъ на черт. 569 и 569а. Во всѣхъ случаяхъ сложныхъ сигналовъ особенное вни-



Черт. 569.

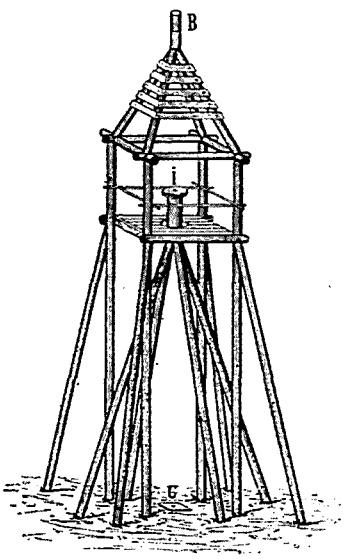
маніе нужно обращать на то, чтобы мѣсто постановки инструмента было достаточно прочнымъ и не было подвержено колебаніямъ отъ передвиженія на сигналѣ наблюдателей. Высоты сложныхъ сигналовъ весьма различны и доходятъ до 23 саж., напр. въ С. Америкѣ. Въ Россіи самые высокіе сигналы были при тріангуляціи Теннера въ Западномъ краѣ. Иногда по мѣстнымъ разнымъ условіямъ строить знаки, указаннаго нами типа не представляется возможнымъ, — тогда, конечно, видоизмѣняютъ въ той или иной степени основной типъ, примѣнительно къ мѣстнымъ почвеннымъ и другимъ условіямъ.



Черт. 570.

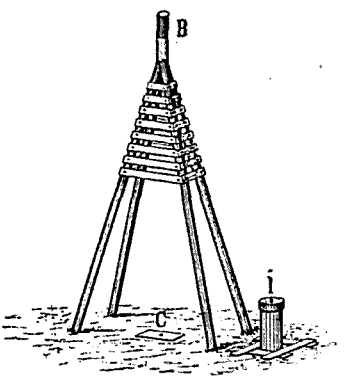
На чертежѣ 570 изображенъ знакъ, который можно ставить только въ точкахъ 4 класса, опредѣляемыхъ обычно засѣчкою впередъ.

Инструментъ, какъ уже неоднократно было замѣчено, долженъ на пунктѣ стоять прочно и не имѣть колебаній. Поэтому, если инструментъ можетъ быть поставленъ просто на штативѣ, то ножки штатива должны быть врыты въ землю и укрѣплены вбитыми въ землю кольями. Но лучше конечно было бы имѣть каменный столбъ, и даже деревянный чурбанъ, забитый въ землю на значительную глубину



Черт. 569а.

B — *бабка* (визирный цилиндръ).
C — *центръ* сигнала.
I — мѣсто для инструмента.

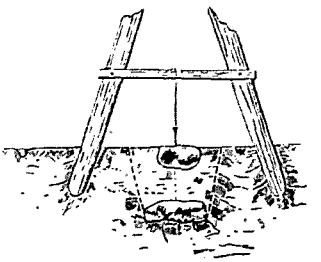


Черт. 571.

(черт. 571). Въ тѣхъ пунктахъ, на которыхъ производится много наблюденій, а къ такимъ въ особенности принадлежатъ астрономическія точки сѣти (т.-е. тѣ, гдѣ производятся и астрономическія наблюденія), такіе каменные столбы обыкновенно и воздвигаются.

Мы уже упомянули, что кромѣ надземной части знака имѣется и подземный. Этотъ послѣдній называется *центромъ* тригонометрическаго знака. Въ зависимости отъ значенія тригонометрическаго пункта и отъ мѣстныхъ условій, центры имѣютъ различный видъ. Наиболѣе распространенными у насъ являются центры, приготовленные изъ гранитныхъ валуновъ. Такъ

какъ назначеніе центра — сохранить пунктъ на возможно долгое время,— то соотвѣтственно этой цѣли обыкновенно закладываются два центра: *нижній* на глубинѣ около 2-хъ и болѣе аршинъ, а *наружный*—на уровнѣ почвы (черт. 570а). Для нижняго центра выбираютъ камень вѣсомъ въ 5—10 пуд. На наиболѣе ровной грани камня выбивается отверстіе глубиною до 1 дюйма, и затѣмъ это отверстіе заливается свинцомъ; на свинцѣ ножомъ дѣлаютъ двѣ взаимно перпендикулярныя черты, пересѣченіе которыхъ и должно представлять центръ. Кромѣ того, на камнѣ выбиваютъ еще иногда годъ постройки, наименованіе тріангуляціи и т. п. Иногда центръ представляетъ сооруженіе изъ кирпича на цементномъ растворѣ, причемъ на поверхности одного изъ кирпичей намѣчается указаннымъ образомъ центръ.



Черт. 570а.

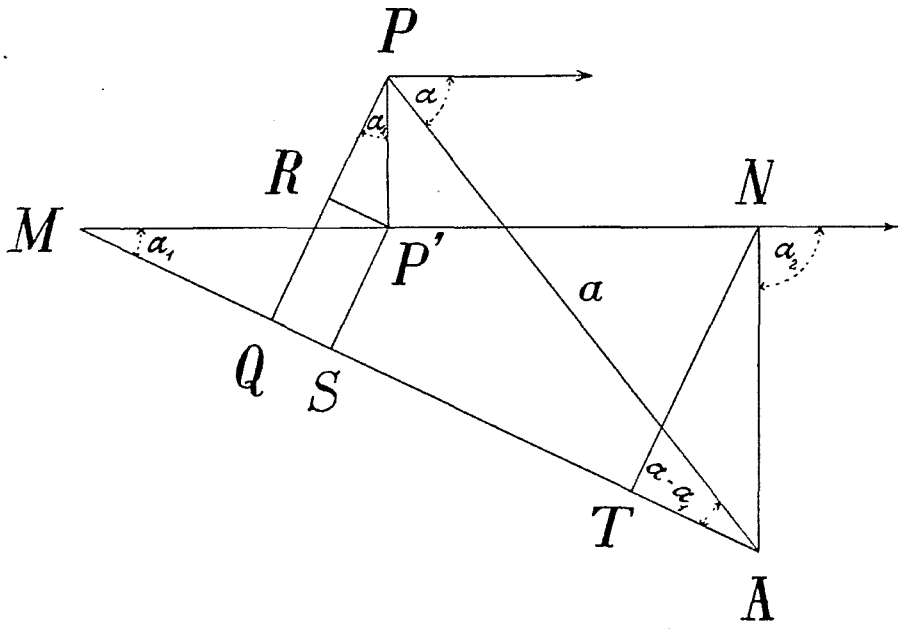
Для базисныхъ точекъ часто сооружаются цѣлыя кирпичныя кладки, въ которыя вмурованы на цементѣ монолиты, а на верхней части этихъ послѣднихъ намѣчены крестообразно двѣ линіи. Когда центры зарываются въ землю, то особенное вниманіе нужно обратить на то, чтобы центръ пришелся съ осью цилиндра на одной вертикальной линіи. Дѣлается это съ той цѣлью, чтобы, визируя на цилиндръ, мы тѣмъ самымъ получали направленіе на центръ, который собственно и есть тригонометрическая точка. Для того, чтобы это можно было сдѣлать, необходимо найти проекцію оси визирнаго цилиндра на землѣ. *Проектированіе* вершины сигнала производится слѣдующимъ образомъ. Съ теодолитомъ (или особымъ проектировочнымъ инструментомъ) становятся послѣдовательно въ трехъ точкахъ въ 10—20 саж. отъ сигнала, при чемъ точки стоянія выбираютъ такъ, чтобы направленія на нихъ изъ центра образовали бы углы въ 120°. Установивъ надлежащимъ образомъ инструментъ, при чемъ особое вниманіе обращается на то, чтобы горизонтальная ось вращенія трубы была бы горизонтальна,—наводятъ пересѣченіе нитей на ось визирнаго цилиндра (если визирный цилиндръ занимаетъ въ полѣ зрѣнія слишкомъ большое пространство, то наводятъ на оба края цилиндра и дѣлаютъ по лимбу каждый разъ отсчеты, средній отсчетъ будетъ соотвѣтствовать направленію на ось цилиндра, а затѣмъ опускаютъ трубу и подъ пирамидой (сигналомъ) забиваютъ два кола съ гвоздями, которые должны быть поставлены въ точности по линіи визированія; колья забиваются такъ, чтобы проекція вершины сигнала приходилась между ними.

Чтобы исключить вліяніе инструментальныхъ ошибокъ (наклонъ горизонтальной оси, коллимаціонной ошибки), проектированіе нужно произвести при двухъ положеніяхъ трубы, при чемъ конечно на каждомъ изъ кольевъ получимъ двѣ точки. Если возьмемъ прямую, соединяющую середины линій между парами этихъ точекъ, то она будетъ лежать въ вертикальной плоскости, проходящей черезъ ось визирнаго цилиндра, что нетрудно сообразить. Имѣя двѣ такихъ пересѣкающихся прямыхъ, мы очевидно получимъ проекцію оси цилиндра, въ пересѣченіи этихъ прямыхъ. Третья линія

проектированія служитъ для повѣрки и уравниванія ошибокъ наблюденій. Когда на землѣ намѣчена проекція вершины, то къ ногамъ пирамиды, расположеннымъ по діагонали, прибиваютъ не очень высоко надъ землею поперечную планку, и на ней подвѣшиваютъ тяжелый отвѣсъ такъ, чтобы остріе его приходилось какъ разъ надъ намѣченной точкою (черт. 570a). Затѣмъ вырывается яма и въ нее закладываютъ сначала нижній центръ такъ, чтобы крестъ насѣчки пришелся на остріѣ отвѣса, опущеннаго изъ точки его прикрѣпленія на планкѣ внизъ; центръ покрываютъ доской или хворостомъ, а затѣмъ засыпаютъ яму землей, плотно ее трамбуя. Такимъ же точно образомъ закладывается и верхній центръ, съ той разницей, что верхнюю его поверхность не засыпываютъ. Измѣряя длину отвѣса до нижняго и верхняго центровъ, находимъ превышеніе одного надъ другимъ.

Мы отмѣтили, что для удобства и упрощенія тріангуляціонной работы, центры должны лежать на одной вертикали съ осью визирнаго цилиндра. Если сигналъ построенъ изъ сухого, выдержаннаго дерева, если онъ правильно собранъ, т.-е. оси визирнаго цилиндра и ногъ находятся въ однѣхъ и тѣхъ же плоскостяхъ, и наконецъ, если отъ момента постройки сигнала до момента закладки центра прошло нѣкоторое время, и сооруженный сигналъ успѣлъ прочно осѣсть, то имѣется полное основаніе думать, что и во время работъ положеніе вершины сигнала не измѣнится. Но для того, чтобы имѣть увѣренность въ неизмѣнности вершины сигнала и соотвѣтствіи ея съ центромъ, нужно при всякомъ удобномъ случаѣ производить проектированіе и полученные результаты отмѣчать.

Здѣсь, кстати, укажемъ пріемъ отысканія стараго центра, когда приблизительное мѣсто его постановки намъ извѣстно.



Черт. 570b.

Наиболѣе простой способъ отысканія старыхъ затерявшихся центровъ предложилъ проф. *Марекъ*. Способъ этотъ состоитъ въ томъ, что на двухъ

произвольно выбранныхъ неподалеку отъ предполагаемаго мѣста центра точкахъ измѣряются углы между предметами, направленія на которые были измѣрены изъ центра при его закладкѣ; такихъ направленій должно быть не менѣе трехъ.

Итакъ, пусть M и N избранныя для наблюденій точки, ρ—разстояніе между ними, а P—искомое мѣсто центра (черт. 570b). Положимъ, что A есть одинъ изъ предметовъ, на который было взято изъ центра направленіе; пусть это направленіе, считаемое отъ линіи параллельной MN, будетъ α, а разстояніе до нея отъ P пусть будетъ a. Пусть, далѣе, мы въ точкѣ M измѣрили уголъ α_1 между MN и направленіемъ на A, а въ точкѣ N измѣрили уголъ α_2 между направленіемъ MN и направленіемъ NA. Опустивъ изъ точки P перпендикуляръ PQ на MA, будемъ имѣть изъ треугольника PQA:

$$PQ = a \,.\, Sin\ (\alpha - \alpha_1) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Опустивъ перпендикуляръ PP' на MN, мы линіи MP' и PP' можемъ принять за прямоугольныя координаты точки P относительно линіи MN и начальной точки M. Назовемъ эти координаты черезъ x и y. Тогда, проведя перпендикуляры $P'S$ къ MA и $P'R$ къ PQ, имѣемъ

$$PQ = P'S + PR = x \,.\, Sin\alpha_1 + y\ Cos\alpha_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Изъ (1) и (2) можемъ написать

$$x \,.\, Sin\alpha_1 + y\ Cos\alpha_1 = a \,.\, Sin\,(\alpha - \alpha_1) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

Если возьмемъ, кромѣ точки A, еще двѣ точки B и C, то очевидно и по отношенію къ нимъ можно будетъ написать:

$$x \,.\, Sin\beta_1 + y\ Cos\beta_1 = b \,.\, Sin\ (\beta - \beta_1)$$
$$x \,.\, Sin\gamma_1 + y\ Cos\gamma_1 = c \,.\, Sin\ (\gamma - \gamma_1)$$

Намъ значенія сторонъ a, b и c могутъ быть неизвѣстны, а кромѣ того неизвѣстны также углы α, β и γ, поэтому наши формулы преобразуемъ такъ, чтобы это неудобство устранить.

Если опустимъ перпендикуляръ NT на MA и положимъ $NA = a$, то изъ треугольниковъ NTA и NTM можемъ написать

$$NT = a \,.\, Sin\ (\alpha_2 - \alpha_1) = \rho \,.\, Sin\alpha_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (I)$$

Точно также найдемъ

$$b \,.\, Sin\ (\beta_2 - \beta_1) = \rho \,.\, Sin\,\beta_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$
$$c \,.\, Sin\ (\gamma_2 - \gamma_1) = \rho \,.\, Sin\,\gamma_1$$

Такъ какъ разности $(\alpha - \alpha_1)$, $(\beta - \beta_1)$ и т. д. вообще невелики, то Sin можно разложить, ограничиваясь первой степенью, и мы будемъ имѣть вмѣсто (3) и (4):

$$a \,.\, (\alpha - \alpha_1)\ Sin\ 1'' = x\, Sin\alpha_1 + y\ Cos\alpha_1$$
$$b \,.\, (\beta - \beta_1)\ Sin\ 1'' = x\, Sin\beta_1 + y\ Cos\beta_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$
$$c \,.\, (\gamma - \gamma_1)\ Sin\ 1'' = x\, Sin\gamma_1 + y\ Cos\gamma_1$$

а изъ равенствъ вида (I) три уравненія

$$\begin{aligned} &a\ (\alpha_2 - \alpha_1)\ Sin\ 1'' = \rho\,.\,Sin\alpha_1 \\ &b\ (\beta_2 - \beta_1)\ Sin\ 1'' = \rho\,.\,Sin\beta_1 \\ &c\ (\gamma_2 - \gamma_1)\ Sin\ 1'' = \rho\,.\,Sin\gamma_1 \end{aligned} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

Дѣля почленно уравненія (5) на (6) мы получимъ:

$$\alpha - \alpha_1 = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\rho}(x + y\,.\,Ctg\,\alpha_1)$$

$$\beta - \beta_1 = \frac{\beta_2 - \beta_1}{\rho}(x + y\,.\,Ctg\,\beta_1)$$

$$\gamma - \gamma_1 = \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\rho}(x + y\,.\,Ctg\,\gamma_1)$$

Намъ извѣстны углы, измѣренные изъ центра, между направленіями на A, B и C, поэтому $(\beta - \alpha)$ и $(\gamma - \beta)$ намъ извѣстны; беря поэтому разность первыхъ двухъ и второго съ третьимъ уравненій, будемъ имѣть:

$$[(\beta - \alpha) - (\beta_1 - \alpha_1)]\ \rho = [(\beta_2 - \alpha_2) - (\beta_1 - \alpha_1)]\ x + [(\beta_2 - \beta_1)\ Ctg\,\beta_1 - (\alpha_2 - \alpha_1)\ Ctg\,\alpha_1]\ y.$$

$$[(\gamma - \beta) - (\gamma_1 - \beta_1)]\ \rho = [(\gamma_2 - \beta_2) - (\gamma_1 - \beta_1)]\ x + [(\gamma_2 - \gamma_1)\ Ctg\,\gamma_1 - (\beta_2 - \beta_1)\ Ctg\,\beta_1]\ y.$$

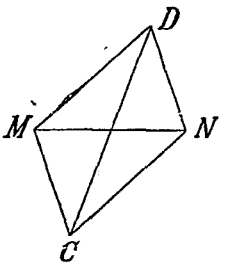
Въ этихъ двухъ уравненіяхъ неизвѣстными являются только x и y, найдя которые не трудно отыскать и точку P, построивъ на мѣстности найденныя координаты.

§ 350. Опредѣленіе основаній, базисныя сѣти. Какъ намъ уже извѣстно, въ тріангуляціи должна быть измѣрена по крайней мѣрѣ одна сторона—*основаніе сѣти*. Однако непосредственное измѣреніе стороны треугольника, имѣющей весьма значительное протяженіе, фактически невозможно въ громадномъ большинствѣ случаевъ, вслѣдствіе мѣстныхъ препятствій. Кромѣ того, измѣреніе такой стороны, которое должно быть произведено весьма точно, заняло бы слишкомъ много времени и средствъ. Въ виду этихъ соображеній отказываются отъ *непосредственнаго* измѣренія основанія и замѣняютъ его *посредственнымъ* опредѣленіемъ изъ такъ называемыхъ *базисныхъ сѣтей*, въ которыхъ непосредственно измѣряется весьма тщательно *базисъ* (длина котораго въ нѣсколько разъ короче основной стороны) и кромѣ того углы между сторонами базисной сѣти. Идея базисныхъ сѣтей родилась вмѣстѣ съ примѣненіемъ тріангуляціи. Уже Виллебрордъ Снелліусъ при составленіи своей сѣти въ Лейденѣ примѣнилъ для опредѣленія основанія базисную сѣть, форма которой и въ настоящее время считается лучшей.

Но собственно творцомъ базисныхъ сѣтей нужно считать проф. *Шверда* изъ Шпейера. Онъ первый показалъ теоретически, что лучшая форма базисной сѣти *ромбическая*, и что *острые углы*, противолежащіе базису, нужно вымѣрять съ особою тщательностью, такъ какъ отъ точности ихъ опредѣленія зависитъ точность вычисленнаго основанія. Теоретическими изслѣдованіями относительно базисныхъ сѣтей много занимался также проф.

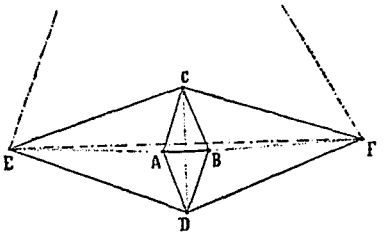
Гельмертъ, а нѣкоторыя интересныя соображенія были высказаны *Бесселемъ*.

Всѣ составленныя до настоящаго времени базисныя сѣти можно вообще раздѣлить на два вида: 1) *ромбическія* и 2) *цѣпныя*.



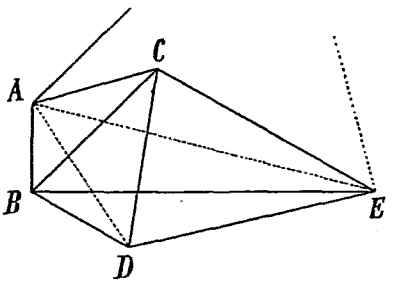
Черт. 571а.

Ромбическая сѣть имѣетъ видъ представленный на чертежѣ 571а; здѣсь *MN*—представляетъ непосредственно измѣренный базисъ, а *CD* есть основная сторона. Иногда нельзя сразу перейти отъ базиса къ основной сторонѣ; тогда приходится дѣлать сначала переходъ отъ малаго базиса *AB* (чертежъ 572) къ большому *CD*, а отъ этого послѣдняго къ основной сторонѣ *EF* [1]). Въ ромбической базисной сѣти измѣряются всѣ 8 угловъ, при этомъ размѣры базиса должны быть таковы, чтобы углы $C = D = E = F =$ около $33\frac{1}{2}°$.



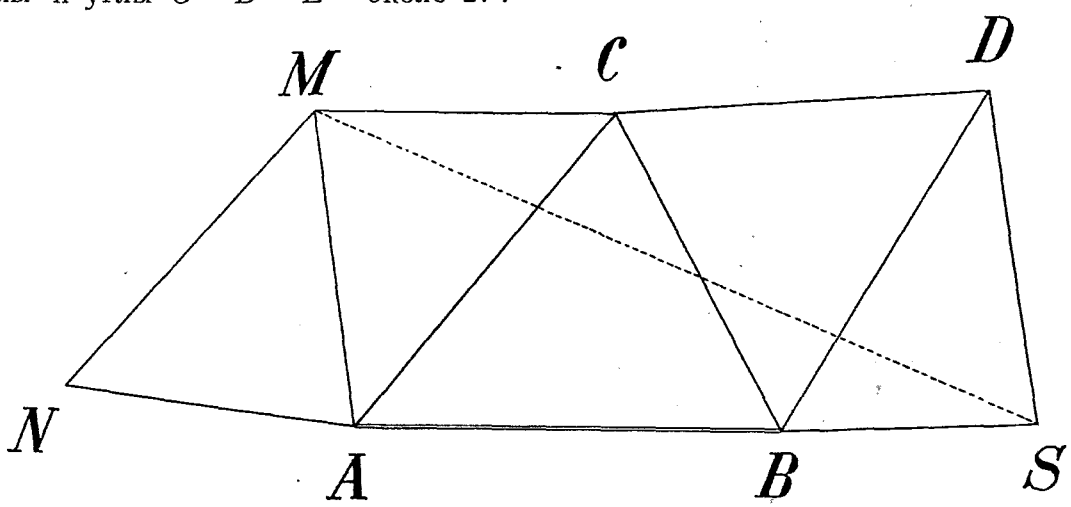
Черт. 572.

Цѣпныя базисныя сѣти представляютъ цѣпи примыкающихъ другъ къ другу треугольниковъ, причемъ базисъ есть сторона одного изъ нихъ. Здѣсь можетъ быть два случая: или каждый послѣдующій треугольникъ больше предыдущаго, какъ указано на чертежѣ 573, или же всѣ треугольники равны по величинѣ, а основная сторона есть или діагональное направленіе *MS* или общее направленіе сторонъ *ABS*, и даже *NS* (черт. 573а).



Черт. 573.

Первый изъ этихъ случаевъ будетъ наиболѣе выгоднымъ въ томъ случаѣ, когда треугольники *ABC*, *BCD*, *CDE* прямоугольны и углы $C = D = E =$ около 27^0.

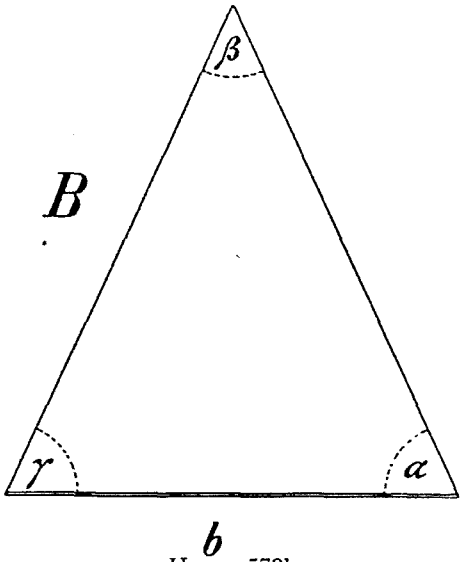


Черт. 573а.

Во второмъ случаѣ треугольники должны быть равносторонними и чѣмъ меньше ихъ численно, тѣмъ конечно лучше.

[1]) См. также *О. Г. Дитцъ* „Базисная сѣть на остр. Кимито" (въ финляндск. шхерахъ).

Докажемъ теперь, что *уголъ, противолежащій базису, долженъ быть измѣренъ особенно точно.* Пусть на чертежѣ 573b линія b представляетъ измѣренный базисъ, α, β и γ — три измѣренныхъ угла; пусть, далѣе, базисъ b малъ сравнительно со стороной B, т.-е. уголъ β — острый. Уравнявъ измѣренные углы до 180^0. мы сторону B, принимая b безошибочнымъ, найдемъ по формулѣ



Црте. 573b.

$$B = b \cdot \frac{Sin\ [\alpha]}{Sin\ [\beta]} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

гдѣ $[\alpha]$ и $[\beta]$ уравновѣшенные углы.

Найдемъ, каковъ вѣсъ стороны B, вычисленной по формулѣ (1).

Условіе, которому должны удовлетворять наши углы, слѣдующее:

$$+[\alpha]+[\beta]+[\gamma]-180^0=0.$$

Изъ способа наименьшихъ квадратовъ намъ извѣстно, что для нахожденія вѣса функціи (1), нужно найти частныя производныя f отъ этой функціи по α и т. д., умножить ихъ соотвѣтственно на коэффиціенты a условнаго уравненія, а затѣмъ составить $(ff)-\frac{(af)^2}{(aa)}$.

Коэффиціенты a нашего условнаго ур-ія имѣютъ видъ:

$$a_1=+1;\ a_2=+1;\ a_3=+1.$$

Производныя отъ B по α, β и γ будутъ имѣть значенія

$$\frac{dB}{d\beta}=f_1=-\frac{b\,Sin\alpha}{Sin^2\beta}Cos\beta=-B\,Ctg\beta.$$

$$\frac{dB}{d\alpha}=f_2=+\frac{b\,Cos\alpha}{Sin\beta}=\frac{b\,.\,Sin\alpha}{Sin\beta}\cdot\frac{Cos\alpha}{Sin\alpha}=+B\,Ctg\alpha$$

$$\frac{dB}{d\gamma}=f_3=o.$$

Если для краткости обозначимъ

$$Ctg\beta=c_1;\ Ctg\alpha=c_2 \text{ и } Ctg\gamma=c_3,$$

то

$$f_1=-Bc_1;\ f_2=+Bc_2;\ f_3=o.$$

А если вѣса измѣренныхъ угловъ были p_1, p_2 и p_3, то вѣсъ стороны B послѣ уравновѣшиванія будетъ, принимая b безошибочнымъ,

$$\frac{1}{P}=\left[\frac{ff}{p}\right]-\frac{\left[\frac{af^2}{p}\right]}{\left[\frac{aa}{p}\right]}$$

или, послѣ подстановки вмѣсто f и a ихъ значеній,

$$\frac{1}{P}=B^2\left(\frac{c_1^2}{p_1}+\frac{c_2^2}{p_2}\right)-\frac{B^2}{\left[\frac{1}{p}\right]}\left(\frac{c_1}{p_1}-\frac{c_2}{p_2}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2).$$

Это выраженіе можетъ быть представлено еще въ другомъ видѣ:

$$\frac{1}{P}=B^2\frac{p_1c_2^2+p_2c_1^2+p_3(c_1+c_2)^2}{p_1p_2+p_1p_3+p_2p_3} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

для чего нужно равенство (2) раскрыть и сдѣлать приведенія.

Если намъ извѣстна средняя ошибка $\pm\mu$ наблюденія съ вѣсомъ $= 1$, то средняя ошибка стороны B выразится такъ

$$m_B = \frac{\mu}{\rho\sqrt{P}} = \frac{\mu}{\rho} \cdot B\sqrt{\frac{p_1 c_2^2 + p_2 c_1^2 + p_3 (c_1 + c_2)^2}{p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3}} \quad \ldots\ldots\ldots (4)$$

Здѣсь ρ есть Гауссова постоянное. $= \frac{1}{Sin\,1''}$.

Если вѣса угловъ одинаковы и $p_1 = p_2 = p_3 = 1$, то формула (4) приметъ такой простой видъ:

$$m_B = \frac{\mu}{\rho} B\sqrt{\frac{2}{3}(c_1^2 + c_2^2 + c_1 c_2)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

Если уголъ β острый, какъ это и бываетъ въ базисныхъ сѣтяхъ, то коэффиціентъ $c_1 = Ctg\beta$ будетъ очень большой, и для того, чтобы этотъ острый уголъ не имѣлъ вреднаго вліянія на сторону B, нужно, какъ видно изъ формулы (2), увеличить и вѣсъ p_1 угла β, т.-е. измѣрять его болѣе точно. Этимъ доказывается наше первое положеніе.

Второй вопросъ, который былъ выдвинутъ *Бесселемъ*, слѣдующій: *если длина основной стороны есть l, а длина базиса, по которому опредѣляется основная сторона, въ m разъ меньше l, то, не принимая во вниманіе ошибокъ угловъ базисной сѣти, для того, чтобы точность опредѣленія основной линіи по базису равнялась точности однократнаго измѣренія ея непосредственно, нужно измѣрить базисъ m разъ* [1]). Дѣйствительно, намъ извѣстно, что случайная ошибка измѣренія линіи пропорціональна корню квадратному изъ ея длины; поэтому, называя коэффиціентъ пропорціональности ε, для линій $\frac{l}{m}$ и l будемъ имѣть такія среднія ошибки:

$$\varepsilon\sqrt{\frac{l}{m}} \text{ и } \varepsilon\sqrt{l}.$$

Такъ какъ базисъ придется увеличить въ m разъ, чтобы получить основную сторону, то ошибка въ послѣдней выразится въ этомъ случаѣ такъ

$$m \cdot \varepsilon\sqrt{\frac{l}{m}} = \varepsilon\sqrt{l \cdot m}$$

т.-е въ $\sqrt{m}$ разъ больше, чѣмъ при непосредственномъ измѣреніи.

Но если бы мы базисъ $\frac{l}{m}$ измѣрили m разъ, то среднее ариѳметическое изъ m измѣреній имѣло бы ошибку

$$\frac{\varepsilon\sqrt{\frac{l}{m}}}{\sqrt{m}} = \frac{\varepsilon\sqrt{l}}{m}.$$

Поэтому увеличивая эту линію въ m разъ, мы получимъ среднюю ошибку произведенія равной

$$\frac{\varepsilon\sqrt{l}}{m} \times m = \varepsilon\sqrt{l}$$

т.-е. такую же, какъ и при однократномъ непосредственномъ измѣреніи .

Это положеніе будетъ справедливо только въ томъ случаѣ, когда тріангуляція, связывающая базисъ съ основной стороной, безошибочна.

Перейдемъ теперь къ опредѣленію выгоднѣйшей формы базисной сѣти, для чего будемъ опредѣлять среднія ошибки основной стороны, полученной тѣмъ или инымъ путемъ. Очевидно, что меньшая ошибка соотвѣтствуетъ лучшей сѣти.

Допустимъ сначала, что основная сторона опредѣлялась изъ цѣпи треугольниковъ, изображенной на черт. 573. Если въ этой цѣпи $AB = b$ есть базисъ, и мы послѣдова-

[1]) *Bessel.* Gradmessung in Ostpreussen. § 9.

тельно будемъ находить $BC = B_1$ $CD = B_2$; $CE = B_3$ и т. д. до тѣхъ поръ, пока не найдемъ основную сторону B_n, то, какъ мы выше указали (равенство 5), средняя ошибка стороны B_n будетъ выражаться формулой

$$m_{Bn} = \frac{\mu}{\rho} B_n \sqrt{\frac{2}{3}\left([c_1^2] + [c_2^2] + [c_1 c_2]\right)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

гдѣ

$$[c_1^2] = Ctg^2\beta_1 + Ctg^2\beta_2 + \ldots Ctg^2\beta_n$$
$$[c_2^2] = Ctg^2\alpha_1 + Ctg^2\alpha_2 + \ldots Ctg\alpha_n$$

μ есть средняя ошибка угловаго измѣренія, а кромѣ того вѣса всѣхъ угловъ одинаковы и равны единицѣ.

Положимъ далѣе, что *форма* нашихъ треугольниковъ вездѣ одинакова, т.-е. $\alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_n$ и $\beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta_n$; тогда равенство (6) очевидно упростится, и его можно написать такъ

$$m^2_{Bn} = \left(\frac{\mu}{\rho}\right)^2 B^2_n \cdot \frac{2}{3} \cdot n \cdot (c_1^2 + c_2^2 + c_1 c_2) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

Кромѣ того, сторона B_n въ этомъ случаѣ опредѣлится просто такъ

$$B_n = b \cdot \left(\frac{Sin\alpha}{Sin\beta}\right)^n$$

Откуда, полагая, что $\frac{B_n}{b} = k$ задано, можно найти n:

$$n = \frac{lgk}{lg\left(\frac{Sin\alpha}{Sin\beta}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

Если мы теперь положимъ $\alpha = 90°$, то каждая послѣдующая сторона B будетъ увеличиваться, и при этомъ ошибка ея m_B, какъ видно изъ равенства (7), будетъ меньше сравнительно съ другими случаями, такъ какъ въ этомъ случаѣ

$$c_2 = Ctg\alpha = o \quad \text{и} \quad c_1 c_2 = o.$$

и кромѣ того будетъ:

$$n = \frac{lgk}{lg\ Cosec\beta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

Сдѣлаемъ еще одно ограниченіе: пусть всѣ n угловъ β измѣрены s пріемами, т.-е. каждый уголъ измѣренъ $\frac{s}{n}$ пріемами, а поэтому, если μ_0 есть средняя ошибка угла, измѣреннаго однимъ пріемомъ, то

$$\mu = \frac{\mu_0}{\sqrt{\frac{s}{n}}}.$$

Принимая всѣ приведенныя соображенія, равенство (7) можемъ теперь написать въ такомъ видѣ:

$$m_{Bn} = \frac{2}{3} \frac{\mu_0}{\rho\sqrt{s}} \cdot B_n\, lg\, k \frac{Ctg\,\beta}{lg\ Cosec\,\beta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

Выраженіе (10) будетъ наименьшимъ при постоянныхъ μ_0, B_n и k тогда, когда $\frac{Ctg\,\beta}{lg\ Cosec\,\beta}$ будетъ имѣть наименьшее значеніе.

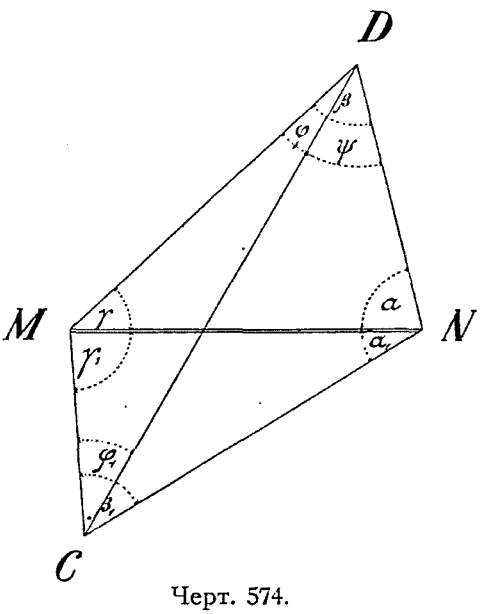
А это будетъ при

$$lg\ Cosec\,\beta = Cos^2\beta$$

или при

$$\beta = 27°.$$

Положимъ теперь, что базисная сѣть имѣетъ видъ ромбоида, въ которомъ меньшая діагональ есть базисъ, а большая — основная сторона. Докажемъ, что наиболѣе выгодной формой четыреугольника будетъ ромбъ. Пусть (черт. 574) $MN = b$ есть базисъ, $\angle MDN = \beta$; $\angle DNM = \alpha$ и $\angle DMN = \gamma$; соотвѣтственные углы треугольника MNC пусть будутъ β_1, α_1 и γ_1; пусть еще $\angle MDC = \varphi$ и $\angle CDN = \psi$. Найдемъ, чему равна средняя ошибка діагонали $CD = B$, найденная изъ тріангуляціи.



Черт. 574.

Будемъ поступать точно такъ же, какъ мы поступали при опредѣленіи средней ошибки стороны треугольника.

Линія CD опредѣлится, если мы на базисѣ $MN = b$ построимъ треугольникъ MDN и MNC, поэтому отъ точности, съ какой будутъ получены стороны этихъ треугольниковъ, зависитъ точность CD.

Обозначая $MD = a$ и $MC = a_1$, а также $ND = c$ и $NC = c_1$, мы имѣемъ:

$$a = b \cdot \frac{Sin\alpha}{Sin\beta} \text{ и } a_1 = b \cdot \frac{Sin\alpha_1}{Sin\beta_1} \cdot \ldots\ldots\ldots (11)$$

такія же формулы найдутся и для другихъ двухъ сторонъ.

Далѣе можемъ написать:

$$B^2 = a^2 + a_1^2 - 2a\,a_1\,Cos\,(\gamma + \gamma_1) \cdot \ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

Углы нашихъ двухъ треугольниковъ должны удовлетворять условіямъ

$$\begin{aligned} &a)\quad +\alpha + \beta + \gamma - 180^\circ = o \\ &b)\quad +\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 - 180^\circ = o. \end{aligned}$$

Находимъ теперь, какъ это мы дѣлали выше, производныя отъ выраженія (12) по α и т. д., принимая во вниманіе (11):

$$2B\frac{dB}{d\alpha} = b^2\,\frac{2\,Sin\alpha\,Cos\alpha}{Sin^2\beta} - 2b^2\,\frac{Cos\alpha\,Sin\alpha_1}{Sin\beta\,Sin\beta_1}\,Cos\,(\gamma + \gamma_1).$$

Это выраженіе послѣ приведеній превращается въ такое:

$$B\frac{dB}{d\alpha} = b\,\frac{Cos\alpha}{Sin\beta}\left\{a - a_1\,Cos\,(\gamma - \gamma_1)\right\}.$$

Заключенное въ скобкахъ выраженіе можно привести къ весьма простому виду, а именно: изъ треугольника CMD пишемъ

$$\begin{aligned} B\,.\,Sin\varphi &= a_1\,Sin\,(\gamma + \gamma_1) \\ B\,Sin\,(\varphi + \gamma + \gamma_1) &= a\,Sin\,(\gamma + \gamma_1). \end{aligned}$$

Изъ этихъ двухъ выраженій весьма легко получить

$$B\,Cos\varphi = a - a_1\,Cos\,(\gamma + \gamma_1).$$

И подставляя это значеніе въ выраженіе производной, будемъ имѣть

$$B\frac{dB}{d\alpha} = b\,\frac{Cos\alpha}{Sin\beta}\cdot\frac{Sin\alpha}{Sin\alpha}\cdot B\,Cos\varphi$$

или окончательно

$$\frac{dB}{d\alpha} = f_2 = +a\,Cos\varphi\,Ctg\alpha.$$

Такимъ же точно путемъ найдемъ и остальныя производныя, которыя будутъ имѣть значенія:

$$\frac{dB}{d\beta} = f_1 = -a\,Cos\varphi\;Ctg\,\beta$$
$$\frac{dB}{d\alpha_1} = f_2' = +a_1\,Cos\varphi_1\,Ctg\,\alpha_1$$
$$\frac{dB}{d\beta_1} = f_1' = -a_1\,Cos\varphi_1\,Ctg\,\beta_1$$
$$\frac{dB}{d\gamma} = f_3 = +a\,Sin\varphi$$
$$\frac{dB}{d\gamma_1} = f_3' = +a_1\,Sin\varphi_1$$

Зная производныя и коэффиціенты условныхъ ур—ій a) и b) можемъ найти вѣсъ діагонали B по формулѣ

$$\frac{1}{P} = (ff) - \frac{(af)^2}{(aa)} + (f'f') - \frac{(bf)^2}{(bb)} = \text{I} + \text{II}.$$

Намъ достаточно найти только значеніе выраженія $\text{I} = (ff) - \frac{(af)}{(aa)}$, такъ какъ II составится такимъ же образомъ; коэффиціенты a и b всѣ $= +1$.

Итакъ пишемъ:

$$\text{I} = \left[\frac{ff}{p_1}\right] - \frac{\left[\frac{af}{p}\right]}{\left[\frac{aa}{p}\right]} = \left\{\frac{a^2\,Cos^2\varphi\;Ctg^2\beta}{p_1} + \frac{a^2\,Cos^2\varphi\;Ctg^2\beta}{p_2} + \frac{a^2\,Sin^2\varphi}{p_3}\right\} - \frac{\left(-\frac{aCos\varphi Ctg\beta_1}{p_1} + \frac{a\,Cos\varphi\;Ctg\alpha}{p_2} + \frac{a\,Sin\varphi}{p_3}\right)}{\left(\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_3}\right)}$$

Произведя всѣ указанныя дѣйствія и группируя затѣмъ члены, мы придемъ къ такому выраженію

$$\text{I} = a^2\,\frac{p_1(Sin\varphi - Cos\varphi\;Ctg\alpha)^2 + p_2\,(Sin\varphi + Cos\varphi\;Ctg\beta)^2 + p_3\,Cos^2\varphi\,(Ctg\beta + Ctg\alpha)^2}{p_1p_2 + p_1p_3 + p_2p_3}.$$

Числитель этого выраженія для удобства преобразуемъ слѣдующимъ образомъ: первое слагаемое можетъ быть написано такъ:

$$p_1\left\{\frac{a\,(Sin\varphi\;Sin\alpha - Cos\varphi\;Cos\alpha)}{Sin\alpha}\right\}^2 = p_1\left\{\frac{a\,Cos\,(\varphi+\alpha)}{Sin\alpha}\right\}^2$$

Подобнымъ путемъ найдутся и другіе члены, и мы числитель представимъ въ видѣ:

$$p_1\left\{\frac{a\,Cos\,(\varphi+\alpha)}{Sin\alpha}\right\}^2 + p_2\left\{\frac{a\,Cos\,(\beta-\varphi)}{Sin\beta}\right\}^2 + p_3\left\{\frac{a\,Cos\varphi\,Sin\,(\alpha+\beta)}{Sin\alpha\,Sin\beta}\right\}^2$$

Эти выраженія можно еще иначе представить, а именно, полагая уголъ между базисомъ и діагональю равнымъ θ, мы будемъ имѣть изъ соотвѣтствующаго треугольника (черт. 574)

$$\varphi = 180 - (\theta + \gamma)$$

и еще

$$\frac{a}{Sin\alpha} = \frac{b}{Sin\beta}$$

такъ что предыдущая формула можетъ быть написана такъ:

$$p_1\left\{\frac{b}{Sin\beta}Cos(\gamma-\alpha+0)\right\}^2+p_2\left\{\frac{a}{Sin\beta}Cos(\beta-\varphi)\right\}^2+p_3\left\{\frac{c}{Sin\beta}Cos\varphi\right\}$$

Къ такому же виду приведется и второй членъ—II.

Поэтому выраженіе для средней ошибки діагонали B получится, если угловая ошибка была μ, въ такомъ видѣ

$$m^2_B=\left(\frac{\mu}{\rho}\right)^2\left\{\frac{p_1b^2Cos^2(\gamma-\alpha+0)+p_2a^2Cos(\beta-\varphi)+p_3c^2Cos^2\varphi}{Sin^2\beta(p_1p_2+p_1p_3+p_2p_3)}+\frac{p_1'b^2.....}{Sin^2\beta_1....}\right\}$$

Ошибка m_B будетъ наименьшей въ томъ случаѣ, когда положимъ

$$0=90^\circ$$

и

$$\gamma=\alpha$$

такъ какъ тогда пропадутъ первые члены числителя ($p_1b^2\,Cos^2(\gamma-\alpha+0)$ и

$$p_1'b^2\,Cos^2\gamma_1-\alpha_1+0_1).$$

И такимъ образомъ наивыгоднѣйшая форма сѣти въ этомъ случаѣ *ромбическая*.

При этихъ условіяхъ можно положить также $p_3=p_2$, и тогда наша формула превратится въ такую:

$$m^2_B=\left(\frac{\mu}{\rho}\right)^2\left\{\frac{2h^2}{Sin^2\beta\ (2p_1+p_2)}+\frac{2h^2}{Sin^2\beta_1(2p_1'+p_2')}\right\}$$

Здѣсь $h=\frac{B}{2}$, а кромѣ того $\beta=\beta_1$ и $p_1=p_1'$, $p_2=p_2'$.

Поэтому

$$m^2_B=\left(\frac{\mu}{\rho}\right)^2\left\{\frac{4h^2}{Sin^2\beta\ (2p_1+p_2)}\right\}.$$

А такъ какъ $4h^2=B^2$, то

$$\frac{m_B}{B}=\frac{\mu}{\rho}\ \frac{1}{Sin\beta}\sqrt{\frac{1}{2p_1+p_2}}\qquad(13)$$

Если теперь положимъ, что для перехода отъ базиса къ основной сторонѣ нужно сначала найти діагональ B_1, по ней найти B_2 и т. д., и при этомъ всѣ ромбы *подобны* между собою, то ошибка основной стороны при n переходахъ будетъ

$$\frac{m_{Bn}}{B_n}=\frac{\mu}{\rho}\ \frac{1}{Sin\beta}\sqrt{\frac{1}{2p_1+p_2}}\,m.\qquad(14)$$

Чтобы найти, какой уголъ β въ этомъ случаѣ будетъ наиболѣе соотвѣтствовать, найдемъ при какомъ условіи выраженіе (14) будетъ наименьшимъ.

Такъ какъ вообще будетъ

$$\frac{B}{2}=\frac{b}{2}\cdot Ctg\frac{\beta}{2}\quad\text{или}\quad B=b\ Ctg\frac{\beta}{2}$$

$$B_1=B.Ctg\frac{\beta}{2}$$

$$.\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .$$

$$B_n=B_{n-1}Ctg\frac{\beta}{2}$$

то, перемноживъ эти равенства, получимъ

$$B_n=b\ Ctg^n\frac{\beta}{2}$$

или иначе

$$\frac{B_n}{b} = k = Ctg^n \frac{\beta}{2}$$

откуда находимъ

$$n = \frac{lg\, k}{lg\, Ctg \frac{\beta}{2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (15)$$

Если для измѣренія $2n$ угловъ β употребили всего s пріемовъ, то каждый уголъ измѣренъ $\frac{s}{2n}$ пріемами. Поэтому, если ошибка измѣренія угла однимъ пріемомъ есть μ_0, то будемъ имѣть

$$\mu = \frac{\mu_0}{\sqrt{\frac{s}{2n}}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (16)$$

Подставляя (15) и (16) въ (14) находимъ:

$$\frac{m_{Bn}}{B_n} = \frac{\mu_0}{\sqrt{s}} lg\, k \sqrt{\frac{2}{2p_1 + p_2}} \cdot \frac{1}{Sin\beta\, lg\, Ctg \frac{\beta}{2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (17)$$

Выраженіе (17) достигаетъ наименьшаго значенія тогда, когда

$$\frac{1}{Sin\beta\ lg\ Ctg \frac{\beta}{2}} = \text{minimum}$$

т.-е. при $\beta = 33° 32'$.

Если сравнить (m_{Bn}) minim., вычисленное по формуламъ (17) и (10), то окажется, что въ случаѣ *ромбической сѣти* ошибка основной стороны будетъ *меньше*, чѣмъ въ случаѣ *цѣпной* сѣти. Конечно при этомъ должны быть одинаковы: число пріемовъ s и увеличеніе базиса k.

§ 327. Измѣреніе базиса. Смотря по тому, съ какой цѣлью составляется тріангуляція, т. е. является-ли она основной или малой тріангуляціей, измѣреніе базиса производится съ большей или меньшей степенью точности. Для весьма точныхъ линейныхъ измѣреній существуютъ особые базисные приборы, конструкція которыхъ весьма различна. Всѣ эти приборы преслѣдуютъ одну цѣль — *свести случайныя ошибки измѣреній къ minimum'y* и *дать учетъ систематическихъ вліяній температуры, наклонности къ горизонту*. Точная длина такого прибора, состоящаго изъ *мѣрныхъ* жезловъ [1]; выводится изъ сравненія его съ *нормальной мѣрой*, которая обычно хранится въ особыхъ государственныхъ учрежденіяхъ, у насъ напр. въ „Главной палатѣ мѣръ и вѣсовъ„ въ Петербургѣ. Частое употребленіе нормальной мѣры,— *прототипа*, для цѣлей сравненій весьма вредно отозвалось бы на ея состояніи, поэтому обычно дѣлаютъ еще нѣсколько *копій* съ нея.

При учрежденіяхъ, вѣдающихъ съемками и градусными измѣреніями, [2] имѣются мѣры сравненныя съ нормальной, которая и служитъ *только для послѣдующихъ сравненій*, хранится съ особой тщательностью, *а для цѣлей измѣреній никогда не употребляется*. Такія мѣры тоже носятъ названіе нормальныхъ (копіи). Наконецъ, при базисныхъ приборахъ также имѣются нормальные жезлы, форма которыхъ различна.

---

[1]) Каждый жезлъ долженъ быть устроенъ такъ, чтобы его легко и удобно можно было бы устанавливать въ вертикальной плоскости и измѣрять его наклонъ къ горизонту.

[2]) Въ Россіи нынѣ при Пулковской обсерваторіи, которая однако къ съемкамъ не имѣетъ непосредственнаго отношенія.

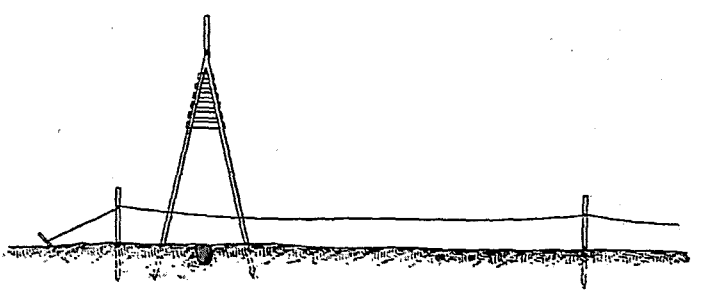
Устройство нормальной мѣры различно, обычно она представляетъ металлическій брусъ, поперечное сѣченіе котораго имѣетъ видъ или прямоугольника или, *въ прототипахъ*, на подобіе буквы *X*. Вторая изъ этихъ формъ отличается тѣмъ свойствомъ, что обладаетъ нѣкоторой нейтральной поверхностью, не измѣняющейся при гнутіи.

Въ указанной формѣ жезла эта нейтральная поверхность открыта и на ней можно намѣтить единицу длины, для чего поверхность должна быть хорошо отшлифована. Имѣя такой или иной формы металлическій брусъ, на немъ можно принять за опредѣленную длину или разстояніе между концами, или разстояніе между двумя штрихами, нанесенными на его поверхности недалеко отъ концовъ. Въ первомъ случаѣ будемъ имѣть *концевую*, во второмъ — *штриховую* мѣру. Такъ какъ отъ внѣшнихъ условій, въ которыхъ находится жезлъ, зависитъ его физическое состояніе, а слѣдовательно и длина, мы должны точно фиксировать, при какихъ внѣшнихъ условіяхъ длину жезла принимаемъ за *нормальную*.

Такихъ условій обычно дается *два*: 1) температура и 2) опредѣленный способъ расположенія. Такъ напримѣръ, жезлъ въ 2 тоаза, хранящійся въ Пулковской обсерваторіи, имѣетъ опредѣленную длину при температурѣ 13° R, и когда онъ лежитъ горизонтально на двухъ подставкахъ, отстоящихъ отъ его концовъ на разстояніи $^1/_4$ длины жезла. Новыя нормальныя мѣры даются обыкновенно при 0°. Такъ какъ съ увеличеніемъ температуры тѣла расширяются, съ уменьшеніемъ ея — сжимаются, то для полнаго опредѣленія длины жезла, представляющаго мѣру, необходимо знать еще коэффиціентъ линейнаго расширенія, зная который, легко длину, извѣстную при опредѣленной температурѣ, свести къ другой температурѣ.

Для непосредственныхъ измѣреній употребляются *мѣрные* жезлы, составляющіе базисный приборъ; длина ихъ получается изъ сравненія съ нормальной мѣрой. Сравненіе производится при помощи такъ называемаго *компаратора*, устройство котораго зависитъ отъ устройства жезловъ базиснаго прибора.

Для малыхъ тріангуляцій достаточно, если базисъ будетъ измѣренъ не базиснымъ приборомъ, а деревяннымъ жезломъ, укладываемымъ по натянутой въ линіи базиса веревкѣ или проволокѣ. Этотъ способъ былъ предложенъ въ 1836 году В. Струве и впервые примѣнялся при работахъ при опредѣленіи разности уровней Чернаго и Каспійскаго морей.



Черт. 575.

Способъ Струве *измѣренія базиса по бечевѣ* состоитъ, какъ только что было указано, въ томъ, что на ровной, по возможности ничѣмъ не пересѣченной, горизонтальной мѣстности намѣчается базисъ, вдоль этой линіи натягивается просмоленная веревка,— бечева, (черт. 575) и измѣряется собственно длина этой

бечевы между проекціями на нее концовъ базиса. Измѣреніе производится путемъ послѣдовательнаго наложенія деревяннаго жезла длиною въ 1 саж. или $1^1/_2$ саж., при чемъ подъ длиною жезла понимается разстояніе между штрихами, нанесенными на особыхъ мѣдныхъ пластинкахъ, вдѣланныхъ на концахъ жезла въ его тѣло. Для удобства сравненія по длинѣ жезла вдѣлываются еще одна или двѣ такихъ же пластинокъ. Жезлъ, конечно, долженъ быть сдѣланъ изъ выдержаннаго дерева, чтобы онъ не могъ коробиться.

Опредѣленіе длины мѣрнаго жезла производится при помощи *компаратора Лебедева*[1]), состоящаго изъ собственно компаратора, имѣющаго видъ штангенъ-циркуля и принадлежащей къ нему нормальной мѣры.

Нормальная мѣра представляетъ изъ себя 45 дюймовую мѣдную линейку, раздѣленную на цѣлые дюймы; крайніе промежутки, по 2 дюйма каждый, нарѣзанные на обонхъ концахъ линейки, на впаянныхъ въ мѣдь серебряныхъ пластинкахъ, раздѣлены еще на *сотыя* доли дюйма.

Компараторъ же состоитъ изъ мѣдной трубки, достаточно крѣпкой, оправленной въ дерево. По ней передвигаются двѣ муфты *съ ножками въ видѣ пластинокъ*, образующихъ вмѣстѣ съ трубкой видъ штангенъ-циркуля. На высеребреныхъ концахъ пластинокъ нанесены дѣленія, представляющія верньеръ для дюймовой линейки, при этомъ промежутокъ въ 0.49 дюйма раздѣленъ на 50 частей, поэтому точность верньера будетъ $t = 0.01 : 50 = 0.0002$ дюйма. Отсчеты по верньерамъ дѣлаются при помощи имѣющихся при нихъ лупъ. Муфты имѣютъ нажимательные винты, а одна изъ нихъ и микрометренный винтъ. Сравненіе производится слѣдующимъ образомъ. Мѣрный жезлъ кладутъ горизонтально и тутъ же поблизости укладывается нормаль. Затѣмъ два наблюдателя берутъ компараторъ и прикладываютъ его къ жезлу такимъ образомъ, чтобы нуль одной изъ пластинокъ пришелся на одинъ концевой штрихъ, а нуль второй пластинки пришелся бы на первый промежуточный штрихъ; при этомъ для точной установки пользуются микрометреннымъ винтомъ.

Само собою понятно, что передъ окончательной установкой необходимо закрѣпить зажимательные винты муфтъ. Послѣ того, какъ точное наведеніе сдѣлано, компараторъ осторожно переносятъ на нормаль и прикладываютъ къ ней такимъ образомъ, чтобы одинъ изъ нулей компаратора совпалъ въ точности съ дюймовымъ штрихомъ, а второй конецъ его пришелся бы на мелкомъ дѣленіи. Затѣмъ дѣлаютъ отсчетъ по нормали до нуля пластинки компаратора, пользуясь при этомъ верньеромъ. Потомъ наблюдатели мѣняются ролями, т. е. тотъ, который отсчитывалъ, совмѣщаетъ нуль со штрихомъ нормали, а второй теперь дѣлаетъ по своему концу отсчетъ. Температура, при которой дѣлается сравненіе, тоже записывается, для чего рядомъ съ нормальной линейкой долженъ быть помѣщенъ термометръ.

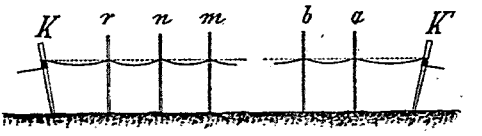
Такъ же, какъ первый, вымѣряются и остальные промежутки жезла, а сумма полученныхъ результатовъ дастъ его длину при температурѣ

[1]) Подобный компараторъ имѣется въ Московскомъ Институтѣ путей сообщенія Императора Николая II.

сравненія, если конечно предварительно длину нормали привести къ этой температурѣ по равенству $l = l_0 + kl_0\ (t - t_0)$, гдѣ l_0 длина нормали при температурѣ t_0, k — коэффиціентъ расширенія мѣди и t — темпратура сравненія. Температурную поправку можно вводить и прямо въ результатъ измѣренія базиса, о чемъ будетъ сказано впослѣдствіи.

Мы выше указали, что по линіи базиса натягивается бечева. Конечно натянуть ее непосредственно съ конца въ конецъ дѣло невозможное, поэтому по линіи базиса нужно установить рядъ кольевъ, между которыми и производится постепенное натягиваніе. Далѣе необходимо, чтобы точки подвѣса бечевы находились на одной прямой линіи по всей длинѣ базиса, а если мѣстность имѣетъ переломы, то по длинѣ каждаго однороднаго участка. Это нужно для того, чтобы можно было легко опредѣлить наклоненіе линіи узловъ бечевы (т. е. прямой, ихъ соединяющей) къ горизонту съ цѣлью приведенія наклонно измѣренной линіи къ горизонтальному положенію. Такимъ образомъ дѣйствія по измѣренію этимъ способомъ слѣдующія: 1) *провѣшиваніе линіи базиса съ забивкой кольевъ*, 2) *натягиваніе бечевы и выравниваніе узловъ ея*, 3) *измѣреніе длины бечевы* и 4) *опредѣленіе наклоненія линіи базиса* (т. е. линіи узловъ) *къ горизонту*.

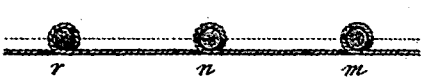
Вѣшеніе линіи базиса начинаютъ съ дальняго конца K' (черт. 576) съ помощью трубы теодолита, поставленнаго въ точкѣ K. Колья (вѣхи) $a, b \ldots m, n, r$, разложенные предварительно черезъ каждыя 10—15 саж., теперь тщательно устанавливаютъ по линіи и крѣпко забиваютъ въ землю, наблюдая при этомъ, чтобы вѣхи стояли отвѣсно. Когда забиты всѣ колья, помѣщающіеся *между* концами базиса, тогда забиваютъ еще два кола сзади каждаго изъ центровъ — одинъ отвѣсный, другой наклонный. Послѣдній служитъ упоромъ при натягиваніи



Четр. 576.

Послѣ забивки кольевъ намѣчаются на нихъ мѣста будущихъ узловъ бечевы. Для этой цѣли становятся съ теодолитомъ немного сбоку линіи и, установивъ оптическую ось трубы такъ, чтобы она пересѣкала всѣ колья на высотѣ не слишкомъ большой (примѣрно на высотѣ груди человѣка) и не слишкомъ низко, и при этомъ была бы по возможности мало наклонена къ горизонту, намѣчаютъ на кольяхъ мѣста пересѣченія ихъ визирной линіей, дѣлая небольшія нарѣзки или инымъ способомъ.

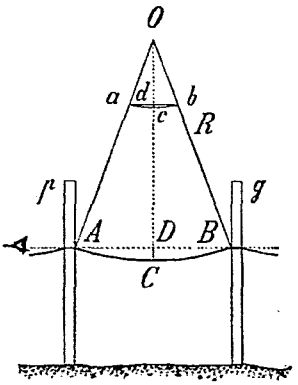
Затѣмъ приступаютъ къ натягиванію. Завязавъ около кола K (черт. 577) конецъ *тонкой* (2—3 линіи толщины) *просмоленой* бечевы, натягиваютъ ее до вѣхи r, обматываютъ вѣху бечевою *одинъ* разъ, протягиваютъ бечеву до слѣдующей вѣхи n, обматываютъ ее бечевою, *дѣлая узелъ въ ту же сторону*; и такъ продолжаютъ далѣе съ такимъ расчетомъ, чтобы веревка $m\ nr$ послѣ натяженія приняла видъ прямой, *параллельной провѣшенной линіи центровъ*. (Черт. 577). Очевидно, что при натягиваніи, узлы нужно дѣлать на намѣченныхъ ранѣе мѣстахъ. Какъ бы туго ни натягивали бечеву, она всегда



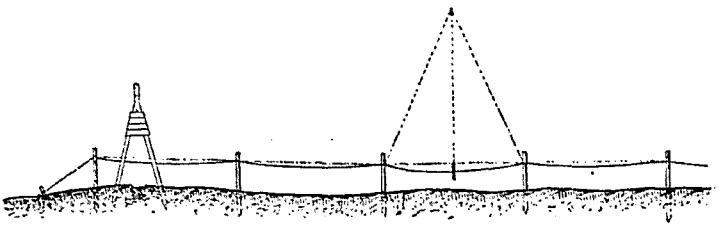
Черт. 577.

будетъ нѣсколько *провисать* и приметъ между каждой парой смежныхъ кольевъ видъ кривой *ACB* (черт. 578), а весь базисъ будетъ имѣть видъ, указанный на черт. 579.

Чѣмъ меньше провисаніе бечевы, тѣмъ лучше. Длину базиса представляетъ собственно приведенная къ горизонту длина прямой, проходящей черезъ узлы бечевы; измѣрить же мы можемъ только длину кривой бечевы.



Черт. 578.



Черт. 579.

Измѣреніе производится двумя наблюдателями, которые должны имѣть острые перочинные или иные ножички. Въ началѣ измѣренія нужно предварительно спроектировать на бечеву базисный центръ, съ котораго начинается измѣреніе. Проектированіе производится при помощи теодолита, устанавливаемаго саженяхъ въ 4—5 отъ линіи базиса, по перпендикулярному къ ней направленію, такимъ образомъ: установивъ теодолитъ надлежащимъ образомъ, наводятъ пересѣченіе нитей на базисный центръ, поднимаютъ трубу и на бечевѣ ножикомъ замѣчаютъ точку, лежащую на визирной линіи; затѣмъ трубу переводятъ черезъ зенитъ и повторяютъ наблюденіе,—средняя между намѣченными точка и будетъ проекціей. Въ этомъ мѣстѣ дѣлаютъ на бечевѣ легкій надрѣзъ, а для видимости и удобства отысканія начала перевязываютъ веревку тоненькимъ цвѣтнымъ шнурочкомъ. Когда конецъ спроектированъ, то одинъ изъ наблюдателей прикладываетъ конецъ жезла къ намѣченной точкѣ такимъ образомъ, чтобы концевой его штрихъ совпалъ съ лезвіемъ ножа, находящагося въ начальной точкѣ. Въ то же время второй наблюдатель дѣлаетъ надрѣзъ на бечевѣ противъ другого концевого штриха жезла, и *не снимаетъ ножа*. Конечно передній надрѣзъ долженъ быть сдѣланъ въ то время, когда задній штрихъ совмѣщался съ началомъ. Когда передній наблюдатель сдѣлалъ надрѣзъ, жезлъ отдается для переноски дальше рабочимъ, *передній* наблюдатель остается на мѣстѣ, а *задній* заходитъ впередъ и будетъ исполнять ту роль, какую на первомъ промежуткѣ исполнялъ передній. Второй разъ жезлъ укладывается такимъ же образомъ, какъ и первый, и такъ до конца. Наблюдатель, переходящій отъ задняго конца впередъ записываетъ въ то же время отмѣренный жезлъ. Такъ что, одинъ наблюдатель запишетъ всѣ нечетные, другой — четные номера. Минуя каждую вѣху, на ней надписываютъ число цѣлыхъ жезловъ отъ начала базиса до этой вѣхи.— Подходя къ концу базиса, проектируютъ его на бечеву такъ же, какъ и начало, а затѣмъ разстояніе между проекціей и послѣдней нарѣзкой на бечевѣ, отмѣчающей количество цѣлыхъ жезловъ, переносится на самый

жезлъ, дѣлая на немъ тоненькія нарѣзки. Этотъ *остатокъ* вымѣряется потомъ помощью компаратора или просто штангенъ-циркуля.

Такъ какъ измѣреніе мы вели по кривой, то для приведенія ея къ прямой нужно еще имѣть *стрѣлку провѣса CD каждой дуги* (черт. 578).

Опредѣленіе стрѣлокъ провѣса производится слѣдующимъ образомъ. Одинъ изъ наблюдателей визируетъ съ узла на узелъ (см. черт. 578), а другой въ это время выдвигаетъ, стоя по серединѣ между вѣхами, маленькую линеечку, раздѣленную на дюймы и ихъ части, до тѣхъ поръ, пока верхній (нулевой) ея конецъ не совпадетъ съ линіей визированія. Дѣлая отсчетъ по линейкѣ противъ бечевы, получаемъ величину стрѣлки провѣса $CD = b$.

Измѣреніе угла наклона линіи узловъ къ горизонту производится помощью вертикальнаго круга теодолита, при двухъ его положеніяхъ, одновременно съ намѣчаніемъ точекъ узловъ.

Вычисленіе базиса. Если число полныхъ жезловъ, уложенныхъ по длинѣ бечевы назовемъ черезъ n, длину жезла черезъ l и остатокъ назовемъ r, то длина бечевы между концами базиса выразится такъ

$$L' = nl + r.$$

Величина эта дастъ длину базиса, если введемъ слѣдующія *поправки:*

1) поправка за невѣрность нормали;
2) поправка за температуру сравненія;
3) поправка за провѣсъ;
4) поправка за наклонъ къ горизонту.

Разберемъ каждую изъ этихъ поправокъ отдѣльно.

1) Нормальная линейка при компараторѣ должна быть сравнена съ какой-нибудь нормальной мѣрой. Допустимъ, что сравненіемъ этимъ установлено, что 42 дюйма линейки (0—42), т.-е. та ея часть, которая обычно употребляется при сравненіи жезловъ, на самомъ дѣлѣ равняются 42 д. $+ q$, гдѣ q — весьма малая часть дюйма. Слѣдовательно каждая полсажень, отмѣренная жезлами уменьшена на величину q, а вся длина L', выраженная въ дюймахъ на величину

$$I = \frac{L'}{42} \cdot q.$$

2) Длина нормали $42^{д.} + q$ извѣстна для вполнѣ опредѣленной температуры t_0; сравненіе же жезловъ съ ней было произведено при нѣкоторой другой температурѣ t. Принимая во вниманіе, что коэффиціентъ расширенія дерева ничтоженъ, мы будемъ имѣть измѣненіе только въ длинѣ нормальной мѣдной линейки. Если коэффиціентъ расширенія мѣди назовемъ k, то длина нормали для температуры t будетъ

$$(42 + q) \cdot k \cdot (t - t_0) \equiv 42 \cdot k \ (t - t_0)$$

А такъ какъ полусаженей въ длинѣ L' будетъ $\frac{L'}{42}$, то поправка за температуру сравненія выразится такъ:

$$II = L' \cdot k \cdot (t - t_0)$$

3) Введя въ измѣренную длину L' поправки I и II, мы получимъ дѣйствительную длину бечевы между крайними точками. Намъ однако нужно знать длину *прямой* между этими точками. Поэтому необходимо теперь найти разность между кривой бечевы и прямой линіей, соединяющей точки привѣса. Вѣсомая нить, какъ извѣстно, будучи прикрѣплена двумя своими точками неподвижно, принимаетъ положеніе цѣпной линіи; слѣдовательно каждая изъ частей бечевы, заключающаяся между двумя смежными колами, будетъ цѣпная линія. Эту цѣпную линію, въ виду малаго ея изгиба, безъ особой погрѣшности можно будетъ принять за дугу круга нѣкотораго радіуса R.

Пусть на черт. 578 длина дуги $ACB = a$, радіусъ круга $R = OB$ и стрѣлка провѣса $CD = b$, искомая длина хорды $AB = h$.

Изъ треугольника DOB можемъ написать:

$$BD = \frac{1}{2} h = R \,.\, Sin \;\; BOC$$

Но уголъ BOC, выраженный въ радіальной мѣрѣ, представится такъ:

$$BOC = \frac{1}{2} a : R$$

Вслѣдствіе этого будемъ имѣть:

$$h = 2R \,.\, Sin \frac{a}{2R}$$

Вмѣсто того, чтобы находить самую величину h, обыкновенно находимъ *разность* x между a и h, которая будетъ:

$$x = a - h = a - 2R \, Sin \frac{a}{2R} \;\; . \;\; . \;\; . \;\; . \;\; . \;\; . \;\; . \;\; . \;\; . \;\; . \;\; (x)$$

Очевидно, что если поправка x будетъ извѣстна для каждой изъ дугъ a, то длина общей прямой выразится какъ

$$L_1 = \Sigma a - \Sigma x$$

при чемъ поправки I и II во вниманіе не приняты.

Для нахожденія поправки x поступаемъ слѣдующимъ образомъ: разлагаемъ выраженіе Sin равенства (x) въ рядъ Маклорена:

$$Sin \frac{a}{2R} = \frac{a}{2R} - \frac{1}{3!} \left(\frac{2}{2R} \right)^3 + \frac{1}{5!} \left(\frac{a}{2R} \right)^5 \;\; . \;\; . \;\; . \;\; . \;\; . \;\; . \;\; . \;\; . \;\; .$$

Ограничиваясь въ разложеніи членомъ $\frac{1}{6} \left(\frac{a}{2R} \right)^3$, найдемъ поправку въ видѣ

$$x = a - 2R \left\{ \frac{a}{2R} - \frac{1}{6} \frac{a^3}{8R^3} \right\} = \frac{1}{24} \frac{a^3}{R^2} \;\; . \;\; . \;\; . \;\; . \;\; . \;\; . \;\; . \;\; . \;\; (x')$$

Остается теперь найти только радіусъ R въ функціи извѣстныхъ величинъ a и b. Допустимъ, что длина половины хорды $CB = \frac{1}{2} a$. Эта половина хорды есть стредняя пропорціональная между діаметромъ $2R$ и его отрѣзкомъ b, т.-е.

$$2R \,.\, b = \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

откуда

$$R = \frac{a^2}{8b}.$$

Величина R, при $a = 10$ саж. и $b = 1$ дюйму (наибольшая стрѣлка), будетъ 1050 саж., почему при разложеніи можно было ограничиться первыми двумя членами.

Подставляя значеніе R въ равенство (x'), находимъ окончательно

$$x = \frac{8}{3}\frac{b^2}{a}$$

А поэтому, полагая, что всѣ промежутки между кольями одинаковы, т.-е. всѣ a одинаковы, будемъ имѣть:

$$III = -\frac{8}{3a} \Sigma b^2$$

4) Какъ было указано выше пройти линіей одного уклона весь базисъ можно только въ рѣдкихъ случаяхъ. Въ большинствѣ же приходится дѣлать переломы. Называя длину каждаго прямолинейнаго участка d, а уголъ наклона его къ горизонту i, мы поправку за наклонъ получимъ по формулѣ $-2d \; Sin^2 \frac{i}{2}$. Но такъ какъ уголъ i въ этихъ случаяхъ весьма малъ, то можно ограничиться только первымъ членомъ разложенія Sin, и поправку представить такъ: $-\frac{Sin^2 1'}{2} \,.\, d \,.\, i'$.

Суммируя поправки по всѣмъ участкамъ, найдемъ общую поправку базиса

$$IV = -\frac{Sin^2 1'}{2} \Sigma d i'.$$

Итакъ, исправленная длина базиса выразится слѣдующимъ образомъ

$$L = L' + \frac{L'}{42} \cdot q + L' \,.\, k \,(t - t_0) - \frac{8}{3a} \Sigma b^2 - \frac{Sin^2 1'}{2} \Sigma d i'$$

Обыкновенно тріангуляціи проектируются на поверхность, совпадающую съ поверхностью океана. Дѣлается это для того, чтобы всѣ работы, гдѣ бы онѣ ни производились, были отнесены къ одной вполнѣ опредѣленной поверхности. Въ виду сравни-

тельно незначительнаго поднятія надъ уровнемъ океана, на величину угловъ оно значенія имѣть не будетъ, поэтому приведеніе тріангуляціи къ уровню океана будетъ достигнуто, если мы приведемъ къ этому уровню только базисъ.

Положимъ, что средняя высота базиса надъ уровнемъ океана извѣстна и равна H. Пусть далѣе радіусъ, соотвѣтствующій поверхности океана, будетъ R. Такъ какъ дуги пропорціональны радіусамъ, то, если длина базиса на высотѣ H была L, а на поверхности океана будетъ имѣть значеніе L_0, мы можемъ написать такое соотношеніе

$$L : L_0 = (R + H) : R$$

Отсюда можемъ еще найти

$$\frac{L - L_0}{L} = \frac{R + H - R}{R + H} = \frac{H}{R}\left(\frac{1}{1 + \frac{H}{R}}\right) = \frac{H}{R}\left(1 + \frac{H}{R}\right)^{-1}$$

Разлагая по Биному Ньютона выраженіе $\left(1 + \frac{H}{R}\right)^{-1}$ и ограничиваясь только первымъ членомъ разложенія по малости H сравнительно съ R, мы окончательно получимъ:

$$L - L_0 = \frac{L \cdot H}{R}.$$

Длина базиса, приведенная къ уровню океана будетъ

$$L_0 = L - L\frac{H}{R}.$$

Базисный приборъ Іедерина.[1]) Наиболѣе простымъ базиснымъ приборомъ, измѣреніе которымъ производится весьма быстро и съ точностью достаточной и для первоклассныхъ работъ, является базисный приборъ, предложенный около 1884 г. Стокгольмскимъ профессоромъ *Іедеринымъ*. Первоначально приборъ Іедерина представлялъ двѣ проволоки, одна изъ мѣди, другая изъ стали, длиною каждая въ 25 метровъ, снаружи проволоки никиллированы. На концахъ проволокъ были придѣланы шкалы длиною въ 1 дециметръ (черт. 580), раздѣленныя на миллиметры.

При измѣреніи проволоки натягиваются съ одной и той же силой 10 килограммовъ. Собственно говоря, сила, съ которой нужно натягивать проволоку должна быть такова, чтобы длина ея, когда проволока вся лежитъ на горизонтальной прямой, равнялась длинѣ хорды, когда проволока при натяженіи концами своими подвѣшена. Такое натяженіе называется *нормальнымъ*. Измѣряются собственно промежутки между особыми мѣтками на головкахъ штативовъ, — цѣликами, разстояніе между которыми немножко больше или меньше 25 метровъ.

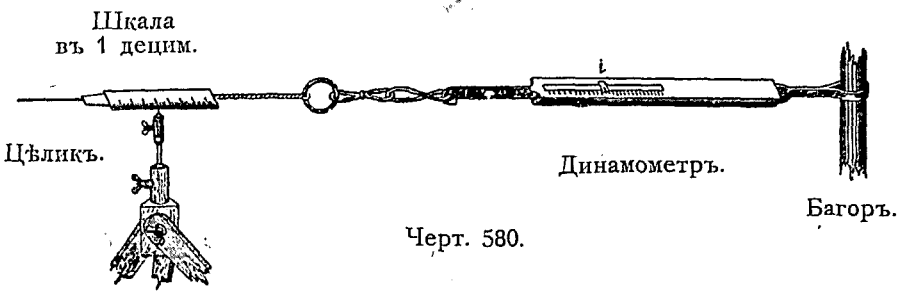
Штативы устанавливаются по линіи базиса, при этомъ для надлежащей ихъ разстановки пользуются металлическимъ канатикомъ 25 м. длины. Такъ какъ цѣлики имѣютъ передвиженіе по азимуту независимо отъ штатива, то установка ихъ въ линіи базиса, производимая на глазъ, можетъ быть быстро достигнута. Для того, чтобы проволоки могли быть

[1]) См. также *О. Г. Дитцъ* — Базисная сѣть на островѣ Кимито.

Павловъ — Измѣреніе Омскаго базиса по усовершенствованному способу Едерина въ 1909 году.

Гедеоновъ — Измѣреніе Казалинскаго базиса по усовершенствованному способу Едерина въ 1907 году.

натянуты съ постоянной силой, къ концамъ ихъ прикрѣплялись динамометры со шкалами и указателемъ i, а для удобства натягиванія динамометры надѣвались на багры (черт. 580).



Черт. 580.

Штативовъ у прибора имѣется 10.

Порядокъ измѣренія слѣдующій: прицѣпивъ одну изъ проволокъ (напр. мѣдную) къ надѣтымъ на багры динамометрамъ два наблюдателя становятся около штативовъ съ цѣликами и, взявъ багры подъ мышку, а концы ихъ уперевъ въ правую ногу, натягиваютъ проволоку до тѣхъ поръ, пока динамометръ не будетъ показывать 10 кгр. Въ это время два другихъ наблюдателя, расположенныхъ у цѣликовъ слѣдятъ за шкалами проволокъ. Именно, наблюдатель, находящійся у задняго конца, беретъ шкалу рукой и устанавливаетъ ее надъ мѣткой цѣлика такъ, чтобы съ этой мѣткой совпадало дѣленіе 5 сант.; въ то же самое время передній наблюдатель отсчитываетъ свою шкалу съ точностью до 0.1 милл., записывая отсчеты въ журналъ. Послѣ этого мѣдная проволока отстегивается, отдается рабочимъ для переноски дальше, а пристегивается вторая, — стальная, — проволока, и тотъ же промежутокъ вымѣряется вторично. На слѣдующемъ промежуткѣ измѣреніе *начинается стальной проволокой*, и такъ поперемѣнно. Первый штативъ устанавливается точно надъ началомъ базиса, а разстояніе, меньшее 25 м. отъ послѣдняго цѣлика до конца базиса измѣряется стальной лентой.

Для опредѣленія наклонности каждаго промежутка, цѣлики при ихъ разстановкѣ нивеллируются. Съ этой цѣлью въ сторонѣ отъ линіи базиса ставится нивеллиръ, а на цѣлики штативовъ послѣдовательно ставится рейка.

Разность отсчетовъ по рейкѣ на задній и передній штативъ даетъ разность ихъ высотъ. — Нивеллиръ ставится съ такимъ расчетомъ, чтобы съ одной станціи можно было пронивеллировать штативовъ 6. Переходя на новую станцію, рейку нужно ставить на послѣдній штативъ предыдущей станціи.

Длина базиса, *измѣреннаго по способу проф. Іедерина*, получается такъ. Пусть при температурѣ t_0 длина мѣдной проволоки будетъ l, стальной — l_1; коэффиціенты линейнаго расширенія соотвѣтственно k и k_1; пусть далѣе измѣреніе производилось при температурѣ t и число проволокъ, уложившихся въ длинѣ базиса n, сумма всѣхъ отсчетовъ по шкалѣ мѣдной проволоки была Σe, стальной — Σe_1. Обозначая неисправленную длину базиса L', мы будемъ имѣть по мѣдной проволокѣ:

$$L' = nl + \Sigma e + k \,.\, nl \,.\, (t - t_0) + r$$

по стальной проволокѣ будетъ

$$L' = nl_1 + \Sigma e_1 + k_1\ nl_1\ (t - t_0) + r$$

здѣсь r остатокъ, измѣренный лентой.

Обозначая

$$nl + \Sigma e = S;\quad nl_1 + \Sigma e_1 = S_1$$

мы оба предыдущіе равенства можемъ замѣнить такимъ

$$S + k\,.\,nl\ (t - t_0) = S_1 + k_1\ nl_1\ (t - t_0).$$

Отсюда найдемъ неизвѣстную величину $(t - t_0)$, полагая $nl = nl_1$

$$(t - t_0) = \frac{S - S_1}{nl\ (k_1 - k)}.$$

Подставляя это значеніе въ выраженіе длины базиса, мы получимъ:

$$L' = S + \frac{k}{k_1 - k}\ (S - S_1) + r = S_1 + \frac{k_1}{k_1 - k}\ (S - S_1) + r$$

Или окончательно:

$$L' = \frac{k_1}{k_1 - k}\ S - \frac{k}{k_1 - k}\ S_1 + r.$$

Величину эту слѣдуетъ только исправить за наклонъ къ горизонту. Обозначая превышеніе передняго штатива надъ заднимъ черезъ h (причемъ беремъ его *абсолютную* величину, независимо отъ знака), мы горизонтальное проложеніе l_0 проволоки l найдемъ по формулѣ

$$l_0 = \sqrt{l^2 - h^2} = (l^2 - h^2)^{1/2}.$$

Разлагая въ ряды правую часть этого равенства, будемъ имѣть:

$$(l^2 - h^2)^{1/2} = l\left[1 - \left(\frac{h}{l}\right)^2\right]^{1/2} = l\left[1 - \frac{1}{2}\ \frac{h^2}{l^2} - \frac{1}{4\,.\,2}\frac{h^4}{l^4} - \ldots\right]$$

По малости h сравнительно съ l можно ограничиться членомъ порядка h^2, и тогда будемъ имѣть поправку за наклонъ въ видѣ:

$$l - l_0 = l - l\left[1 - \frac{1}{2}\frac{h^2}{l^2}\right] = \frac{1}{2}\frac{h^2}{l}$$

И для всей длины базиса будетъ

$$\Sigma\frac{h^2}{2l}$$

Приведеніе къ уровню океана производится такъ же, какъ было указано выше.

Сравненіе длины проволоки съ нормальной мѣрой производится *при посредствѣ базиса* въ 25 м. длиною, который вымѣряется сначала нормальной мѣрой, а затѣмъ проволокой при нормальномъ ея натяженіи. Существуютъ также и особые компараторы, о которыхъ мы скажемъ ниже.

Быстрота измѣренія приборомъ Іедерина превосходитъ быстроту измѣренія по бечевѣ, а точность получаемыхъ при этомъ результатовъ получается много выше.

Впослѣдствіи базисный приборъ Іедерина подвергся нѣкоторымъ измѣненіямъ и улучшеніямъ. Весьма существенное измѣненіе произошло со времени изобрѣтенія французскимъ ученымъ *Guillaume* особаго сплава, названнаго *инваромъ* (неизмѣннымъ).

Инваръ представляетъ собою сплавъ изъ никкеля 36% и стали 64% и отличается тѣмъ, что коэффиціентъ линейнаго его расширенія ничтоженъ. Приготовляемыя изъ инвара проволоки имѣютъ длину 24 метра, для удобства сравненія ихъ съ 4 метровой нормальной мѣрой. Штативы съ цѣликами усовершенствованы такимъ образомъ, что цѣлики имѣютъ цилиндрическій уровень для приведенія цѣлика въ положеніе вертикальное, а также винты при помощи которыхъ можно цѣликъ передвигать какъ въ направленіи длины базиса, такъ и въ направленіи перпендикулярномъ, кромѣ того имѣется еще шнуръ съ отвѣсомъ для центрированія штатива надъ намѣченной заранѣе точкой. На сферической верхней поверхности цилиндрика намѣчены двѣ взаимно перпендикулярныя линіи, между точками пересѣченія которыхъ и производится измѣреніе. Натягиваніе проволокъ производится не руками, а помощью гирь, опредѣленнаго вѣса которыя подвѣшиваются къ особымъ стальнымъ ленточкамъ, прицѣпляемымъ къ проволокѣ и перекинутымъ черезъ подвижной блокъ треножнаго штатива. Штативы эти имѣютъ одну ногу немного длиннѣе, — для упора; — они ставятся сзади штативовъ съ цѣликами. И тутъ одна изъ шкалъ (задняя) можетъ быть установлена на нуль или другое опредѣленное дѣленіе, но обычно дѣлаются отсчеты въ одно и то же время по обѣимъ шкаламъ. Такъ какъ въ случаѣ обѣихъ инварныхъ проволокъ учесть вліяніе температуры безъ непосредственнаго ея опредѣленія невозможно, то въ этихъ случаяхъ обычно измѣряется по термометру температура воздуха черезъ каждые 10 штативовъ. Слѣдовательно, употребленіе здѣсь второй проволоки имѣетъ цѣлью только увеличеніе точности результата измѣренія, взятаго какъ среднее изъ двухъ.

Въ Сѣверной Америкѣ въ работахъ U. S. Coast and geodetic Survey примѣнялись, кромѣ проволокъ длиною въ 50 и даже 100 m., также особыя инварныя ленты не очень большой ширины.

Преимущество такихъ лентъ передъ проволоками состоитъ въ томъ, что онѣ при сматываніи не крутятся.

Какъ проволоки, такъ и ленты, сохраняются и перевозятся въ смотанномъ видѣ. При этомъ въ послѣднее время проволоки наматываются на особые барабаны, вслѣдствіе чего не можетъ происходить сгибанія, а происходящаго при наматываніи и разматываніи крученія можно избѣжать.

Обращаясь къ общей идеѣ базиснаго двуметалическаго прибора Іедерина, мы видимъ, что въ основаніе ея положены слѣдующіе принципы:

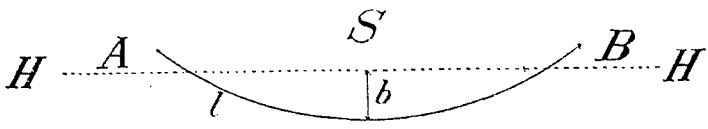
1) принципъ *механическій* — примѣненіе нормальнаго натяженія;

2) принципъ *физическій* — исключеніе вліянія температуры примѣненіемъ двухъ металловъ;

3) принципъ собственно *геодезическій* — a) замѣна *подвижныхъ* по существу *концовъ* жезловъ базисныхъ приборовъ — *неподвижными цѣликами* и b) *экономія въ наблюденіяхъ* при незначительномъ ущербѣ въ точности (новѣйшія наблюденія даютъ поводъ сомнѣваться даже въ томъ, уменьшается ли точность измѣренія сравнительно съ лучшими приборами), а о 2) и 3) принципахъ мы уже достаточно говорили.

Переходя къ первому изъ указанныхъ нами принциповъ, остановимся на вопросѣ о вліяніи измѣненія силы натяженія на длину проволоки.

Пусть на черт. 581 длина горизонтально развернутой безъ натяженія проволоки $AB = S$, та же проволока, подвергнутая натяженію, при условіи неподвижности конечныхъ точекъ A и B, пусть будетъ L, и при томъ подъ дѣйствіемъ своего вѣса займетъ положеніе цѣпной линіи, весьма малаго изгиба.



Черт. 581.

Назовемъ горизонтальную слагающую силу натяженія P черезъ H, а вѣсъ погонной единицы проволоки черезъ g; стрѣлка провѣса пусть будетъ b, и $l =$ половинѣ длины проволоки.

Въ виду очень малаго изгиба цѣпной, можно положить также просто $H = P$ и $l = \frac{S}{2}$. Тогда, принимая за начало координатъ низшую точку кривой, за ось x-овъ горизонтальную, а — y-овъ вертикальную линію, направленную внизъ, изъ условій равновѣсія можно написать такое равенство:

$$P \cdot b = \frac{1}{2} l \cdot gl.$$

Или, полагая, вѣсъ всей проволоки G, и замѣняя l черезъ $\frac{L}{2}$:

$$P \cdot b = \frac{1}{2} \frac{L}{2} \cdot \frac{G}{2}$$

Откуда

$$b = \frac{LG}{8P}.$$

Намъ извѣстно также, что разность $(L - S')$ можетъ быть представлена такъ:

$$L - S' = \Delta s = \frac{8}{3} \frac{b^2}{L}.$$

А подставляя вмѣсто b его значеніе, полученное выше, можемъ написать

$$\Delta S = \frac{L}{24} \cdot \frac{G^2}{P^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\Delta)$$

Такимъ образомъ мы получили выраженіе для удлиненія проволоки опредѣленнаго вѣса G и опредѣленной длины, являющагося слѣдствіемъ натяженія ея съ силою P.

Желая знать, какъ отразится измѣненіе силы натяженія P на величину Δs, продифференцируемъ выраженіе (Δ) по P:

$$d(\Delta s) = \pm \frac{LG^2}{24} \cdot \frac{2dP}{P^3} = \pm \Delta s \frac{2dP}{P}.$$

Знакъ $\pm$ стоитъ потому, что съ увеличеніемъ P уменьшается Δs и обратно.

Если напримѣръ положить $L = 25$ m., $G = 0.39$ klg. и $P = 10$ klg., то получимъ $\Delta s = -1.6$ m m.; для этихъ же данныхъ измѣненіе P на 0.1 kgr. дастъ $d(\Delta s) = + 0{,}03$ m/m.

Въ виду того, что дѣйствіе силы натяженія вызываетъ дѣйствіе силъ упругости, зависящихъ также и отъ поперечнаго сѣченія проволоки, то общая картина получается

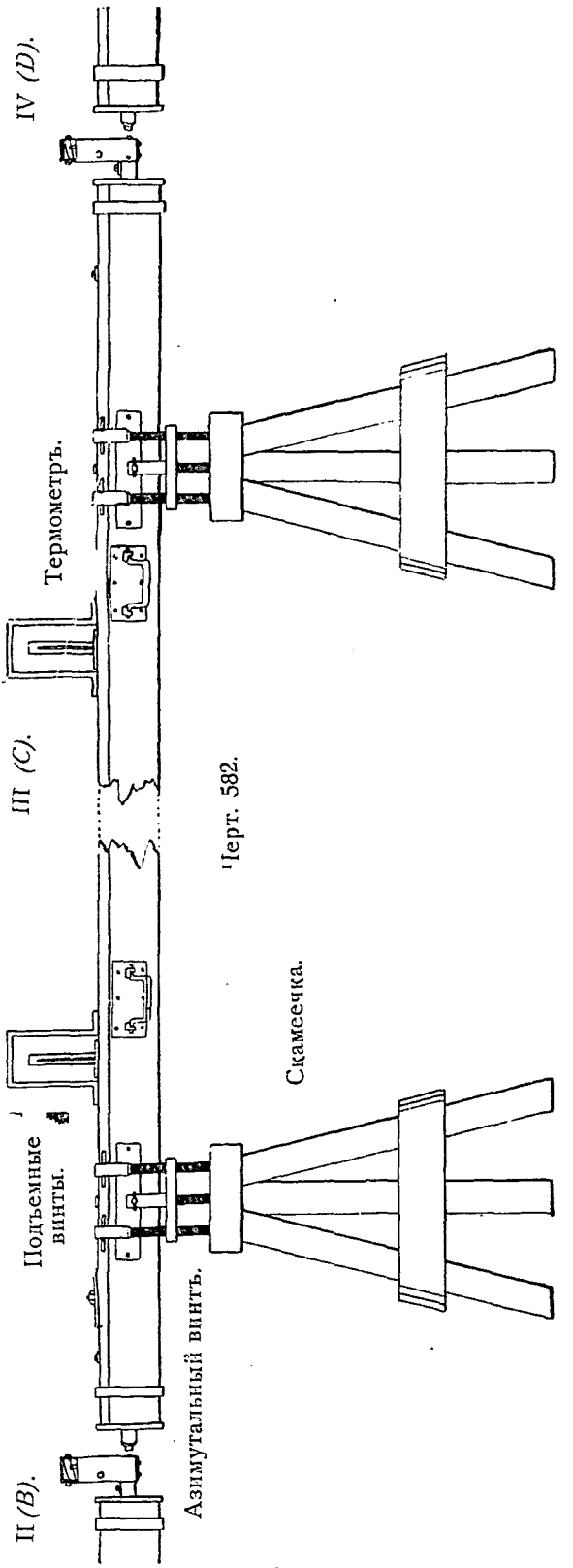
довольно сложной. Не вдаваясь въ изложеніе всѣхъ подробностей[1]), отсылаемъ читателя къ спеціальнымъ по этому вопросу изслѣдованіямъ французскихъ ученыхъ *Benoit* и *Guillaume*[2]).

Компараторъ для сравненія проволокъ съ нормальной мѣрой имѣетъ слѣдующее устройство. Внутри каменнаго зданія вдоль стѣны укрѣпляются прочно черезъ каждые 3 метра 9 микроскоповъ съ микрометрами. Подъ микроскопами прокладываются особые рельсы, по которымъ легко передвигается телѣжка-платформа, имѣющая подъемные и азимутальные винты. На телѣжку кладется трехметровая инварная нормальная мѣра, которой и вымѣряется разстояніе между нульпунктами крайнихъ микроскопъ-микрометровъ. Съ этой цѣлью нормальная мѣра подводится своими концами подъ первый и второй микроскопъ и, послѣ отсчетовъ по микрометрамъ, подводится подъ 2-ой и 3-ій микроскопы и т. д. Зная длину нормальной мѣры и цѣну дѣленія барабана микрометра, легко получить разстоянія между нульпунктами смежныхъ микроскоповъ, а затѣмъ и все разстояніе между нульпунктами крайнихъ микроскоповъ. Такое измѣреніе производится въ прямомъ и обратномъ направленіяхъ. Послѣ этого подъ крайніе микроскопы подводятъ шкалы проволокъ, натяженіе которыхъ должно быть такимъ, какое употребляется при измѣреніи.

По шкаламъ при этомъ дѣлаются отсчеты, пользуясь микрометрами. Вліяніе температуры учитывается извѣстнымъ намъ образомъ, для чего нужно знать температуру сравненія, отсчитываемую по термометру, а также температуру при которой дана длина нормали.

Измѣреніе базиса производится еще разъ послѣ подведенія проволокъ.

Базисный приборъ В. Струве состоитъ изъ четырехъ мѣрныхъ (черт. 582) жезловъ и одного нор-

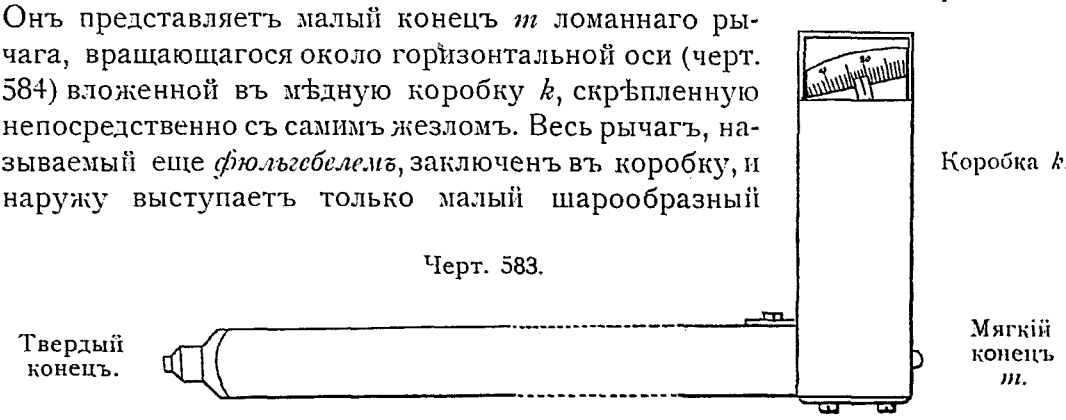


[1]) Нѣкоторыя указанія можно найти у *Jordan'a*: Handbuch d. Vermess. Bd. III. Auf. V.

[2]) Mesure rapide des bases géodésiques. 4-me éd.

мальнаго. На чертежѣ показаны (*B*, *C* и *D*) или II, III и IV мѣрные жезлы. Жезлы сдѣланы изъ кованнаго желѣза и представляютъ брусья длиною по 2 тоаза, съ квадратнымъ поперечнымъ сѣченіемъ, сторона котораго около $1^1/_2$ дюйма. Концы нормальнаго жезла представляютъ слегка выпуклые, тщательно полированные цилиндрики.

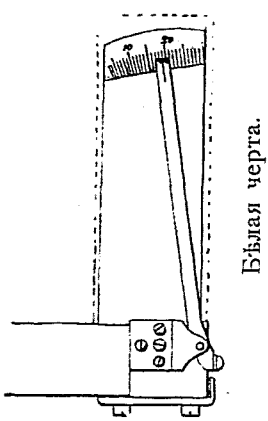
Мѣрные жезлы имѣютъ неодинаковые концы. Одинъ конецъ сдѣланъ такъ же, какъ и у нормальнаго жезла и носитъ названіе *твердаго* конца. Другой конецъ, называемый *мягкимъ*, имѣетъ видъ, показанный на черт. 583. Онъ представляетъ малый конецъ *m* ломаннаго рычага, вращающагося около горизонтальной оси (черт. 584) вложенной въ мѣдную коробку *k*, скрѣпленную непосредственно съ самимъ жезломъ. Весь рычагъ, называемый еще *фюльгебелемъ*, заключенъ въ коробку, и наружу выступаетъ только малый шарообразный



Черт. 583.

Мѣрный жезлъ.

конецъ. Къ стѣнкѣ коробки придѣлана пружина, упирающаяся своимъ концомъ въ фюльгебель. Длинный конецъ рычага, имѣющій на своемъ концѣ указатель (черточку) можетъ передвигаться по дугѣ, на которой нанесено 30 дѣленій (черт. 584). На передней (боковой) части коробки намѣчена по серединѣ бѣлая черта, служащая для установки жезла въ линіи базиса. Для того, чтобы подъ дѣйствіемъ пружины шарообразный конецъ фюльгебеля не выдавался слишкомъ наружу при храненіи жезла, переноскахъ его и т. п. имѣется особая задержка съ выступающей наружу пуговкой.



Фюльгебель (чувствительный рычагъ).

Черт. 584.

Подъ длиною *нормальнаго* жезла понимаютъ разстояніе между центрами его конечныхъ цилиндриковъ. Для опредѣленной температуры жезла обычно $13° R = 16° . 25 C.$) эта величина дана изъ сравненія съ нормальной мѣрой. Длиною же *мѣрнаго* жезла называютъ разстояніе между центромъ твердаго конца и центромъ шарообразнаго выступа мягкаго конца при томъ его положеніи, когда указатель фюльгебеля совмѣщается съ 15-ымъ дѣленіемъ шкалы.

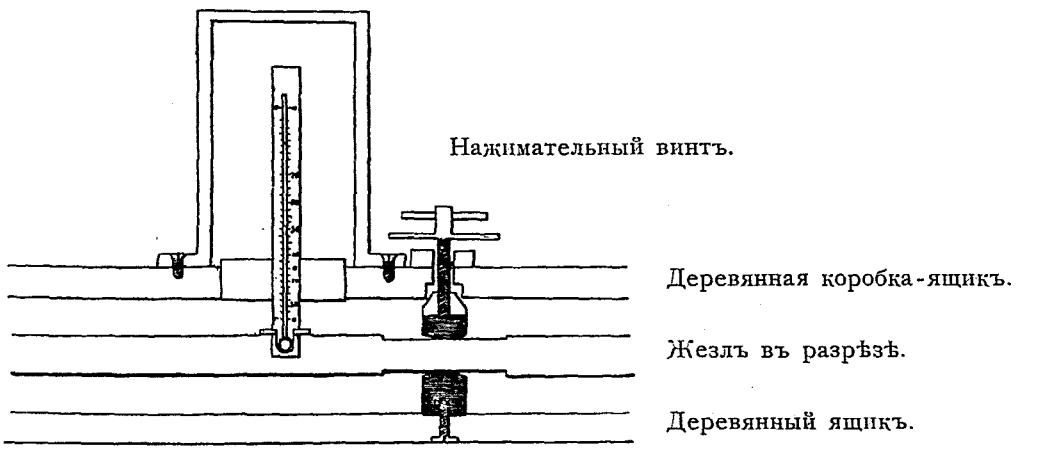
Для опредѣленія температуры жезла при измѣреніяхъ и сравненіяхъ, въ тѣлѣ каждаго жезла сдѣланы 2 углубленія, въ которыя вставляются шарики ртутныхъ термометровъ, сверху засыпаемые желѣзными опилками. Шкала термометра нижнимъ концомъ привинчена къ жезлу, причемъ трубка термометра скрѣплена со шкалой. Весь термометръ закрытъ деревяннымъ ящикомъ со стекляннымъ окошкомъ, черезъ которое можно сдѣлать отсчеты по шкалѣ (черт. 585).

Чтобы защитить жезлъ отъ внѣшнихъ вліяній, онъ плотно обматывается ватой и поверхъ нея холщевыми лентами, а кромѣ того заключается въ деревянный ящикъ, покрытый бѣлой масляной краской. Жезлъ укладывается въ ящикѣ такимъ образомъ, что онъ подпирается на разстояніи $^1/_4$ длины отъ обоихъ концовъ, а изъ ящика выступаютъ только его твердый и мягкій концы.

Подпорки, на которыя опирается жезлъ имѣютъ въ сѣченіи видъ: одна квадрата, другая круга. Въ мѣстахъ подставокъ жезлъ не обмотанъ на протяженіи 3 дюймовъ и въ сѣченіи также представляетъ кругъ и квадратъ. Жезлъ внутри ящика можетъ имѣть перемѣщеніе въ ту и другую сторону по своей оси въ предѣлахъ около дюйма. Такія передвиженія достигаются дѣйствіемъ особаго ключа съ длиннымъ прорѣзомъ, надѣваемымъ на стержни: одинъ скрѣпленный съ жезломъ, а другой съ ящикомъ. Для неподвижнаго закрѣпленія жезла внутри ящика служитъ закрѣпительный (нажимательный) винтъ.

Для опредѣленія расположенія оси жезла относительно горизонта служитъ уровень, который ставится на *столики*, представляющіе двѣ полированныя площадки, выступающія надъ ящикомъ и соединенныя непосредственно съ жезломъ.

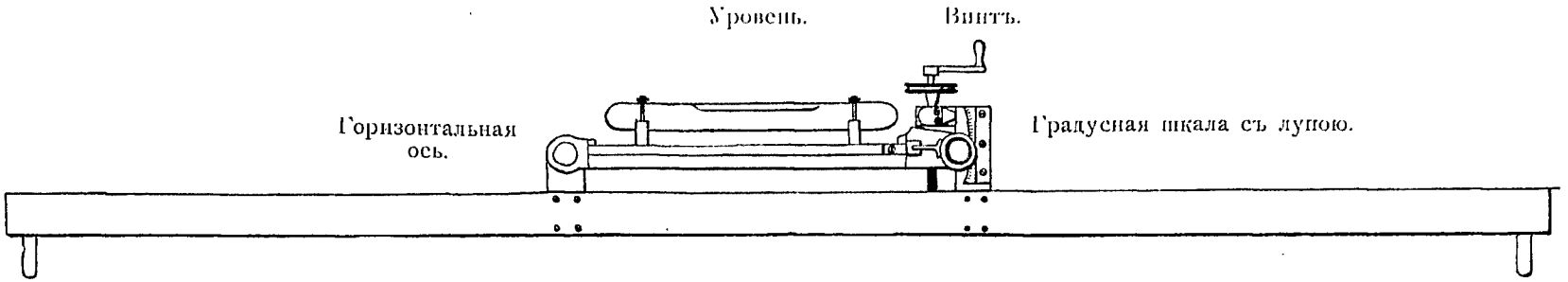
Ящикъ съ жезломъ ставится на подставки, имѣющія три подъемныхъ (вертикальныхъ) и два азимутальныхъ (горизонтальныхъ) винта. Располагать подставки нужно такъ, чтобы на каждую сторону жезла было по три подъем-



Черт. 585. Подпорка.

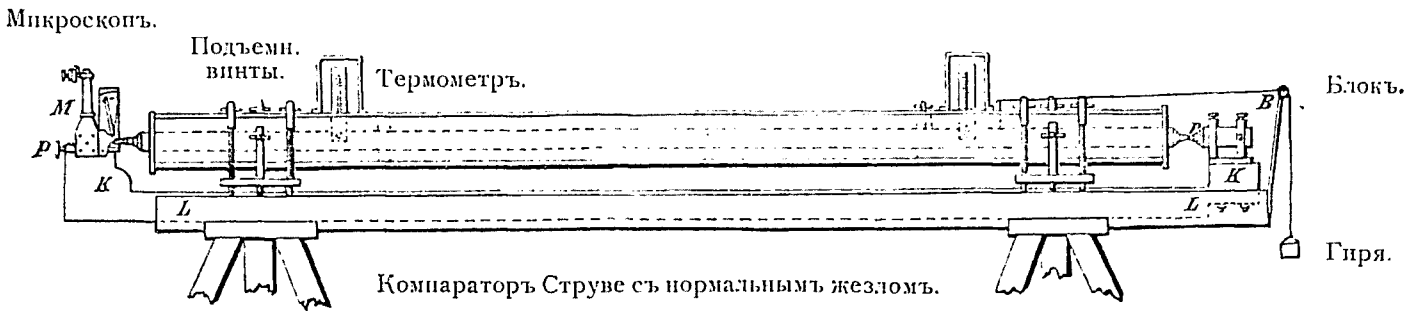
ныхъ винта: Подставки устанавливаются на небольшія скамеечки на трехъ ножкахъ; скамеечки располагаются тоже такъ, чтобы съ каждой стороны было по три ножки. Такимъ образомъ, общій видъ продольнаго разрѣза жезла представится въ видѣ, представленномъ на чертежѣ 585.

Подставокъ и скамеечекъ имѣется при каждомъ приборѣ по 100 штукъ. Мы упоминали, что для предѣленія угла наклоненія оси жезла къ горизонту, употребляется уровень. Устройство этого уровня слѣдующее (черт. 586). Нижняя подставка уровня имѣетъ видъ буквы *T* съ тремя точками опоры. Къ длинному рычагу, ближе къ поперечной части, прикрѣплена невысокая



Ножки уровня, которыми онъ ставится на столики жезла.

Черт. 586.



Компараторъ Струве съ нормальнымъ жезломъ.

Черт. 587.

подставочка, оканчивающаяся вилкообразно. Въ этотъ вилкообразный разрѣзъ вкладывается конецъ металлической линеечки, располагающейся вдоль длиннаго рычага нижней подстановки; линеечка укрѣпляется въ этомъ разрѣзѣ на горизонтальной оси, около которой она и можетъ вращаться. На другомъ концѣ этой линейки продѣлано отверстіе съ винтовой нарѣзкой, и черезъ него проходитъ винтъ; на самомъ же концѣ линеечки имѣется шрихъ-указатель. При дѣйствіи винта линеечка передвигается въ вертикальной плоскости около названной горизонтальной своей оси, а указатель передвигается по дугообразной шкалѣ съ дѣленіями, прикрѣпленной къ длинному рычагу нижней подставки. Къ этой передвижной линеечкѣ и прикрѣпляется трубка цилиндрическаго уровня, на который тоже нанесены дѣленія. Дѣйствуя винтомъ, отводятъ пузырекъ на середину трубки, а уголъ наклона при этомъ учитывается по шкалѣ.

Компараторъ Струве при посредствѣ котораго производится сравненіе мѣрныхъ жезловъ съ нормальнымъ имѣетъ видъ, представленный на черт. 587. Основную его часть представляетъ массивный дубовый брусъ L въ одномъ концѣ котораго имѣется массивная желѣзная оправа K съ привинченнымъ къ ней желѣзнымъ брускомъ, оканчивающимся небольшимъ цилиндромъ съ полированнымъ выпуклымъ *твердымъ* концомъ, т.-е. такимъ, какъ и у жезловъ (на чертежѣ см. справа). На второмъ концѣ бруса прочно привинченъ микроскопъ съ микрометромъ M. Подъ микроскопомъ расположена продольная горизонтальная шкала съ мелкими дѣленіями, которая можетъ быть передвигаема безконечнымъ винтомъ P съ мелкою нарѣзкой. На концѣ пластинки-шкалы придѣлана коробка съ фюльгебелемъ, на дугѣ котораго имѣется только одинъ штрихъ. По обѣимъ сторонамъ главнаго бруса параллельно ему, но не касаясь его, расположены еще два такихъ же бруска, назначеніе которыхъ быть опорой для подставокъ жезловъ. Вся система лежитъ на двухъ треножныхъ табуреткахъ на подобіе тѣхъ, какія имѣются у жезловъ.

Сравненіе жезловъ состоитъ въ томъ, что на компараторъ послѣдовательно укладываются нормальный и мѣрные жезлы, и при помощи шкалы микроскопа и его микрометра вымѣряются разности между длиной нормальнаго и мѣрныхъ жезловъ. Укажемъ болѣе подробно весь ходъ сравненія.

Кладемъ на компараторъ нормальный жезлъ N, при чемъ, какъ уже упоминалось, кладется онъ на свои подставки, поставленныя обычнымъ образомъ на дополнительныя брусья компаратора. Затѣмъ подъемными и азимутальными винтами ось жезла (т.-е. линія, соединяющая центры конечныхъ цилиндриковъ) совмѣщается съ осью компаратора (линія, соединяющая центръ неподвижнаго цилиндрика и центръ подвижнаго, когда указатель фюльгебеля совмѣщенъ со штрихомъ шкалы). Когда оси совмѣщены, тогда ключемъ передвигаютъ жезлъ въ ящикѣ настолько, чтобы конецъ его подошелъ близко къ твердому концу цилиндрика. Полное же соприкосновеніе достигается такъ: на стерженекъ, соединенный съ жезломъ, надѣвается петелька веревки, перекинутой черезъ блокъ, придѣланный къ компаратору, а къ веревкѣ подвѣшивается небольшая гиря, подъ дѣйствіемъ которой жезлъ плавно и мягко придвинется къ концу компаратора. Легкій ударъ, который при этомъ произойдетъ, покажетъ что

соприкосновеніе случилось. Послѣ этого безконечнымъ винтомъ подвижной конецъ компаратора пододвигается ко второму концу жезла такъ, чтобы указатель фюльгебеля совмѣстился со штрихомъ шкалы. Этимъ закончена установка жезла на компараторѣ. Теперь дѣлаютъ отсчеты по термометрамъ для опредѣленія температуры жезла, и отсчетъ по шкалѣ подвижнаго конца компаратора, пользуясь микрометромъ микроскопа. Когда отсчеты сдѣланы и записаны, подвижной конецъ отодвигается, нормальный жезлъ снимается, а на его мѣсто кладется *мѣрный* жезлъ *A*.

Мѣрный жезлъ кладутъ такъ, чтобы его *мягкій* конецъ былъ обращенъ къ *неподвижному*, *а твердый*—къ *подвижному* концамъ компаратора. Соприкосновеніе мягкаго конца жезла съ неподвижнымъ концомъ компаратора достигается передвиженіемъ жезла при помощи ключа, при этомъ указатель фюльгебеля ставятъ на 15-ый штрихъ. Подвижной конецъ компаратора подводится къ твердому концу жезла точно такъ же, какъ и у нормальнаго. Здѣсь также отсчитываютъ термометры и шкалу компаратора.

Затѣмъ въ такомъ же порядкѣ производятся наблюденія надъ жезлами *B*, *C* и *D*, и опять надъ нормальнымъ *N*; послѣ этого идутъ снова мѣрные жезлы, но въ обратномъ порядкѣ: *D*, *C*, *B*, *A* и опять *N*. Такая симметричность въ наблюденіяхъ служитъ для исключенія ошибокъ, пропорціональныхъ времени.

Результаты наблюденій записываются въ такую таблицу:

Время.	Терм.	Микроск.-микр.	Среднее.	Жезлы.	Время.	Терм.	Микр.	Среднее.
$Th\ M_1{}^m$	$_0t'_n$ $_0t''_n$	$_0a'_n$ $_0a''_n$	$_0a_n$	N ↓	$M_{12}{}^m$	$_3t_n{}'$ $_3t''_n$	$_3a'_n$ $_3a''_n$	$_3a_n$
$M_2{}^m$	t'_a t''_a	a'_a a''_a	a_a	A ↓	$M_{11}{}^m$	$_1t'_a$ $_1t''_a$	$_1a'_a$ $_1a''_a$	$_1a_a$
$M_3{}^m$	t'_b t''_b	a'_b a''_b	a_b	B	$M_{10}{}^m$	$_1t'_b$ $_1t''_b$	$_1a'_b$ $_1a''_b$	$_1a_b$
$M_4{}^m$	t'_c t''_c	a'_c a''_c	a_c	C	$M_9{}^m$	$_1t'_c$ $_1t''_c$	$_1a'_c$ $_1a''_c$	$_1a_c$
$M_5{}^m$	t'_d t''_d	a'_d a''_d	a_d	D ↑	$M_8{}^m$	$_1t'_{d'}$ $_1t''_d$	$_1a'_d$ $_1a''_d$	$_1a_d$
$M_6{}^m$	$_1t'_n$ $_1t''_n$	$_1a'_n$ $_1a''_n$	$_1a_n$	N ↑	$M_7{}^m$	$_2t'_n$ $_2t''_n$	$_2a'_n$ $_2a''_n$	$_2a_n$

Отсчеты по микрометру дѣлаются въ дѣленіяхъ его барабана, поэтому затѣмъ ихъ нужно еще перевести въ линейную величину, для чего пользуются извѣстной цѣной дѣленія одного дѣленія барабана.

Такъ какъ при измѣреніяхъ въ линіи укладываются подъ рядъ всѣ четыре жезла, то для простоты опредѣляютъ разность между суммой четырехъ жезловъ и учетвереннымъ нормальнымъ жезломъ, которая найдется, какъ:

$$4N = 4\,\frac{{}_0a_n + {}_1a_n}{2} = 2\,({}_0a_n + {}_1a_n),$$ а потому $4N - S$ будетъ

$$4N - S = \frac{2({}_0a_n + {}_1a_n) - (a_a + a_b + a_c + a_d) + 2({}_2a_n + {}_3a_n) - ({}_1a_a + {}_1a_b + {}_1a_c + a_d)}{2}.$$

Здѣсь $S = A + B + C + D$. Результатъ $(4N - S)$ относится къ температурѣ средней, взятой по показаніямъ всѣхъ термометровъ, и выраженъ въ дѣленіяхъ барабана микрометра. — Переводя его въ линейную величину и введя поправку за температуру сравненія, (если она не совпадаетъ съ той, при которой извѣстна длина N), мы и получимъ окончательную величину разности $(4N - S)$, а значить и значитъ величину S. Само собою понятно, что можно легко получить также и величину разности N и любого жезла, а слѣдовательно, и длину любого отдѣльнаго жезла.

На этомъ сравненіе заканчивается. Но, какъ видно изъ описанія устройства жезловъ, компаратора, сравненія жезловъ,—мы молчаливо признавали, что входящіе въ составъ прибора части *не имѣютъ никакихъ погрѣшностей*. Такого предположенія дѣлать вообще нельзя, и нужно предварительно *изслѣдовать* приборъ съ цѣлью опредѣленія *тѣхъ поправокъ*, которыя нужно будетъ вводить, дабы сказанное до сихъ поръ оставалось въ силѣ, а кромѣ того, опредѣлить тѣ постоянныя, значеніе которыхъ нужно при опредѣленіи длины базиса.

Изслѣдованіе базиснаго прибора Струве должно касаться съ одной стороны жезловъ, собственно отдѣльныхъ ихъ частей, съ другой стороны компаратора.

Первая половина задачи разбивается на такія части: 1) изслѣдованіе термометровъ, 2) изслѣдованіе уровня, 3) опредѣленіе наклонности столиковъ съ осью жезла и 4) опредѣленіе цѣны одного дѣленія шкалы фюльгебеля.

Вторая половина изслѣдованія, касающаяся компаратора, состоитъ въ опредѣленіи правильности дѣленій шкалы и изслѣдованіи ошибокъ микрометрическаго винта микроскопа.

Изслѣдованіе термометровъ состоитъ въ сравненіи показаній ихъ съ *нормальнымъ термометромъ* для различныхъ температуръ; температуры должны быть взяты такъ, чтобы изслѣдовалась возможно вся шкала. Для такого сравненія термометровъ служитъ особый приборъ, позволяющій создавать искусственно различныя температуры.

Приборъ этотъ представляетъ цилиндрическій сосудъ съ двойными стѣнками, или же иначе защищенный отъ вліяній внѣшней температуры; къ дну его придѣлана вертикальная стойка, которая помощью особой рукоятки можетъ быть вращаема. На стойкѣ, въ верхней ея части, имѣются приспособленія для укрѣпленія изслѣдуемыхъ термометровъ (между которыми помѣщается также и нормальный), въ вертикальномъ положеніи и при томъ такъ, чтобы шарики находились на одной и той же высотѣ. Сосудъ наполняется черезъ боковые краны водою различной температуры, начиная съ болѣе высокой и постепеннымъ прибавленіемъ холодной воды, уменьшая ее. Когда сосудъ наполненъ водой опредѣленной температуры, ее предварительно перемѣшиваютъ, вращая стойку съ термометрами, а затѣмъ быстро дѣлаютъ отсчеты всѣхъ испытуемыхъ и нормальнаго термометровъ. Охлаждая (или подогрѣвая) воду постепенно черезъ опредѣленное (приблизительно) число градусовъ, изслѣдуютъ такимъ образомъ всю

шкалу термометровъ или ту часть, которая намъ нужна. *Разность показаній испытуемыхъ термометровъ и нормальнаго, исправленнаго своей поправкой, дастъ намъ величины поправокъ шкалъ термометровъ, которыя придется вычитать изъ даннаго показанія термометра, чтобы получить вѣрную температуру.* Поправки могутъ быть одинаковы на всемъ протяженіи испытанія, могутъ быть и разными. Переходъ отъ одной поправки къ другой, если изслѣдовалось *не каждое* дѣленіе шкалы, нужно дѣлать постепеннымъ, разлагая разности поправокъ пропорціонально промежутку.

Изслѣдованіе уровня должно касаться правильности его шлифовки, правильности дѣленій шкалы и наконецъ опредѣленія цѣны дѣленія уровня и шкалы въ угловой мѣрѣ, а также нульпункта шкалы.

Такъ какъ уровни базисныхъ приборовъ вообще грубы, то изслѣдованіе правильности ихъ шлифовки не имѣетъ особаго значенія. Не имѣетъ она важнаго значенія еще и потому, что при измѣреніи угловъ наклона пузырекъ уровня всегда приводится помощью винта на середину трубки, а отсчеты дѣлаются только по шкалѣ. Цѣна одного дѣленія уровня опредѣляется на экзаменаторѣ уровней.

Равенство дѣленій шкалы провѣряется одновременно съ опредѣленіемъ цѣны одного ея дѣленія. Дѣлается это такъ: къ трубѣ большого универсальнаго инструмента, по вертикальному кругу котораго отсчеты дѣлаются помощью микроскопъ-микрометровъ, прикрѣпляется уровень.

Приведя его пузырекъ на середину трубки дѣлаютъ по шкалѣ уровня и по вертикальному кругу отсчеты; измѣнивъ положеніе трубы по высотѣ, вновь продѣлываютъ то же самое. Разность отсчетовъ шкалы даетъ уголъ между двумя положеніями оси трубы въ дѣленіяхъ шкалы, разность отсчетовъ вертикальнаго круга—угловую величину этого же угла. Отсюда легко найти и цѣну одного дѣленія. Если перестановки дѣлать черезъ одинаковые промежутки по высотѣ, то можно изслѣдовать такимъ путемъ правильности дѣленій шкалы.

Опредѣленіе нульпункта шкалы уровня производится такъ.

На гладкой поверхности (напр. столики жезла) ставятъ уровень и, приведя пузырекъ на середину трубки, по шкалѣ дѣлаютъ отсчетъ; затѣмъ уровень переставляютъ на 180° и продѣлываютъ то же самое. Среднее изъ отсчетовъ шкалы и будетъ ея нульпунктомъ.

Опредѣленіе наклонностей столиковъ къ оси жезла нужно для того, чтобы можно было впослѣдствіи опредѣлять наклонность самаго жезла къ горизонту, такъ какъ по уровню мы можемъ опредѣлить только наклонъ къ горизонту плоскости столиковъ.

Уголъ между плоскостью столиковъ, на которые ставится уровень, и осью жезла опредѣляется такимъ путемъ: пусть на черт. 588 I—IV. *l* представляетъ ось жезла, мягкій конецъ котораго выше твердаго, *s*—плоскость столиковъ, расположенная такимъ образомъ, что образуетъ съ осью жезла уголъ *m*, и при этомъ *мягкій конецъ жезла ближе* къ *s*, чѣмъ твердый; *u* — уровень со шкалою, находящійся въ горизонтальномъ положеніи. Называя уголъ наклона оси жезла къ горизонту черезъ *i*, нуль-

пунктъ шкалы уровня черезъ M и отсчетъ по шкалѣ черезъ a, соотвѣтствующій положенію I, мы будемъ имѣть такое соотношеніе:

$$M - a = -m + i$$

Переложивъ уровень на 180°, мы для положенія II, если отсчетъ по шкалѣ былъ b, найдемъ

$$b - M = -m + i.$$

Переложимъ теперь жезлъ своими концами вмѣстѣ съ уровнемъ; тогда получимъ III положеніе, которое дастъ, называя отсчетъ шкалы черезъ c

$$M - c = m + i.$$

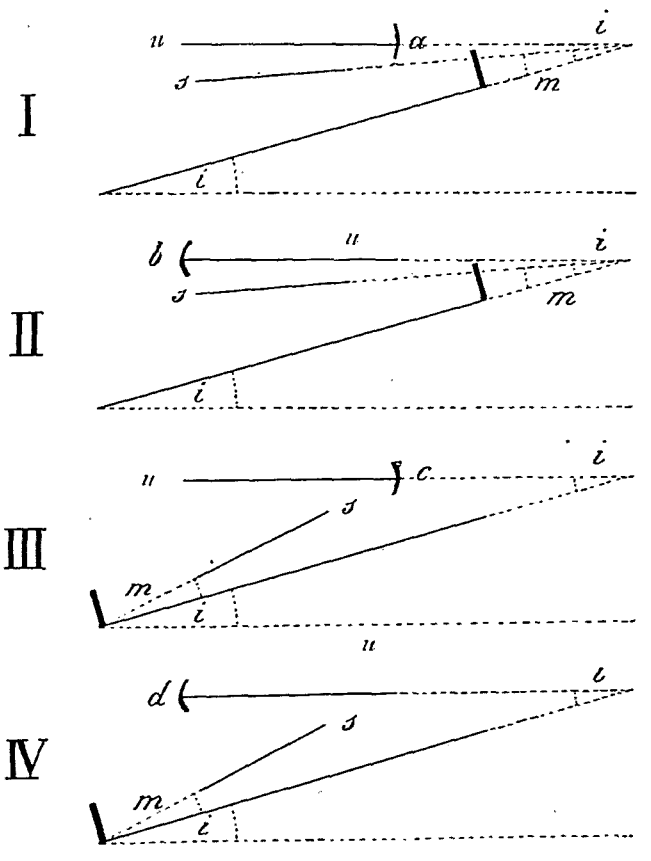
А переложивъ въ III только уровень, мы получимъ IV положеніе, изъ котораго слѣдуетъ, если отсчетъ шкалы будетъ d

$$d - M = m + i.$$

Изъ написанныхъ 4-хъ равенствъ находимъ:

$$M = \frac{a+b}{2} = \frac{c+d}{2}$$

$$i = \frac{b-c}{2} = \frac{d-a}{2}$$



Черт. 588.

И наиболѣе нужная намъ величина

$$m = \frac{(a-c)+(d-b)}{4}.$$

Опредѣленіе m по указанному плану весьма удобно производить на компараторѣ.

При измѣреніи жезлъ укладывается мягкимъ концомъ впередъ, а уровень—шкалой впередъ, поэтому уголъ наклоненія будетъ всегда получаться по формулѣ:

$$i = (M + m) - a.$$

Опредѣленіе цѣны дѣленія фюльгебеля производится на компараторѣ такъ. Мягкій конецъ жезла устанавливается въ соприкосновеніе съ неподвижнымъ концомъ компаратора такъ, чтобы фюльгебель показывалъ 13 и 17 дѣленія (или иныя, близкія къ 15 и симметричныя), а по шкалѣ компаратора отмѣчается каждый разъ положеніе его подвижнаго конца. Разность отсчетовъ шкалы по микроскопъ-микрометру дастъ линейную величину этихъ 2-хъ (или иного числа дѣленій фюльгебеля, а слѣдовательно, легко получить и величину одного дѣленія.

Измѣренію базиса приборомъ Струве должна предшествовать надлежащая подготовка линіи. Подготовка эта состоитъ въ томъ, что линію базиса расчищаютъ отъ кустовъ, засыпаютъ канавы и иныя углубленія и снимаютъ дернъ полосою шириною около аршина.

Это послѣднее дѣлается для того, чтобы табуреты могли быть прочно установлены, и ходьба наблюдателей и прислуги вдоль линіи не производила бы сотрясеній табуретокъ, а значитъ и жезловъ.

Когда линія приготовлена, приступаютъ къ измѣренію. Одинъ изъ наблюдателей становится съ теодолитомъ точно на линіи базиса въ 100 саж. отъ начала его, при чемъ пользуется для установки инструмента въ линію визирными цилиндрами базисныхъ пирамидъ (если они находятся точно надъ центрами, въ противномъ случаѣ нужно прибивать къ сигнамъ доски съ проведенной на нихъ чертой, при чемъ черты должны лежать въ плоскости базиса). Другой наблюдатель становится съ теодолитомъ саженяхъ въ 3—4 отъ центра по направленію, перпендикулярному къ базису. Жезлы устанавливаются (послѣ того какъ скамеечки съ подставками разставлены), мягкимъ концомъ впередъ въ порядкѣ *A*, *B*, *C*, *D*. Первый жезлъ, *A*, твердымъ своимъ концомъ устанавливается по возможности надъ самымъ базиснымъ центромъ по отвѣсу; мягкій передній конецъ вводится въ линію по указанію наблюдателя, стоящаго съ теодолитомъ на линіи, который для этой цѣли пользуется бѣлою чертой на передней сторонѣ коробки фюльгебеля. Затѣмъ устанавливается второй жезлъ *B* такъ, чтобы его твердый конецъ прикасался къ мягкому *A*, фюльгебель котораго долженъ показывать 15; далѣе такимъ же образомъ будутъ поставлены всѣ 4 жезла. Послѣ этого на жезлъ ставится уровень, шкалой впередъ, и измѣряется уголъ наклона къ горизонту плоскости столиковъ. Уровень переносится на слѣдующій жезлъ, а на жезлѣ *A* отсчитывается показаніе фюльгебеля и термометровъ.

Въ это же время измѣряется горизонтальный уголъ между базиснымъ центромъ и цилиндрикомъ помощью теодолита, поставленнаго въ сторонѣ отъ базиса, а также и горизонтальное разстояніе отъ базиснаго центра до вертикальной оси теодолита. Эти данныя служатъ для вычисленія разстоянія между базиснымъ центромъ и началомъ перваго жезла. Высота твердаго конца жезла надъ базиснымъ центромъ также измѣряется, — до производства отсчетовъ на жезлѣ. Послѣ этого, отсчитавъ уровень на жезлѣ *B*, переносятъ его на жезлъ *C* и здѣсь его вновь отсчитываютъ, и только тогда уже на жезлѣ *B* отсчитываются фюльгебель и термометры. Затѣмъ, отодвинувъ осторожно ключемъ жезлъ *A*, снимаютъ его, передаютъ прислугѣ, которая переноситъ жезлъ впередъ, идя по правой сторонѣ базисной линіи; онъ устанавливается впереди точно такъ же, какъ это уже было описано относительно жезла *B*.

Установивъ жезлъ, наблюдатели возвращаются назадъ, отсчитываютъ уровень, который теперь находится на жезлѣ *D*, а затѣмъ отсчитываютъ фюльгебель и термометры жезла *C*. Послѣ этого переносится жезлъ *B*, и работа продолжается въ томъ же порядкѣ, какой мы привели. Такимъ образомъ *наклонъ къ горизонту измѣряется для передняго по ходу (треть-*

яго) жезла, а фюльгебель и термометры отсчитываются на заднемъ по ходу (второмъ) жезлѣ.

Наблюдателей должно быть 4: одинъ съ теодолитомъ на линіи, одинъ устанавливаетъ по линіи табуреты и подставки, и два устанавливаютъ жезлы и производятъ всѣ отсчеты.

Когда съ измѣреніемъ подходятъ къ наблюдателю, устанавливающему жезлы въ линіи базиса по теодолиту, то онъ снова передвигается впередъ по линіи сажень на 100.

Въ виду того, что измѣреніе базиса приборомъ Струве подвигается весьма медленно и продолжается нѣсколько дней, то для перерыва измѣренія на ночь (иногда вслѣдствіе другихъ причинъ),—употребляется желѣзный колъ (черт. 589) около 3 футовъ длиною, забиваемый въ землю фута на два. Къ верхней части кола, подъ прямымъ къ нему угломъ придѣлана планка съ прорѣзомъ; къ этой полосѣ привинчивается мѣдная марка съ подвижнымъ кубикомъ, на верхней части котораго намѣченъ кружокъ и точка. Колъ забивается такъ, чтобы планка приходилась перпендикулярно къ базису, а микрометренные винты кубика вдоль базиса. Когда предполагаютъ дѣлать перерывъ работы, колъ забивается жезла за два. Жезлы укладываются дальше до тѣхъ поръ, пока по обѣимъ сторонамъ кола будетъ по два жезла. Тогда точку соприкосновенія второго и третьяго жезловъ проектируютъ помощью поставленнаго въ сторонѣ отъ линіи теодолита на кубикъ марки кола, при этомъ микрометренными винтами точку въ кружкѣ приводятъ въ совмѣщеніе съ проекціей точки соприкосновенія. Жезлы покрываются брезентомъ и *не снимаются*. При возобновленіи работы теодолитъ ставится въ ту же точку, и провѣряютъ, не произошло ли смѣщенія. Если смѣщеніе произошло, то измѣряютъ уголъ между точкой кубика и точкой соприкосновенія жезловъ, а также разстояніе до теодолита, и по этимъ даннымъ получаютъ линейную величину смѣщенія, которую затѣмъ прибавляютъ (или вычитаютъ) къ длинѣ базиса.



Черт. 589.

При опредѣленіи *остатка* базиса также пользуются коломъ, на который проектируютъ *послѣднее соприкосновеніе*. Положивъ ровный брусъ по линіи базиса, проектируютъ затѣмъ на него базисный центръ и точку кола. Измѣреніе этого разстоянія по брусу штангенъ циркулемъ дастъ величину *остатка* r базиса.

Вычисленіе длины базиса, измѣреннаго приборомъ Струве, ведется такимъ образомъ. Пусть изъ результатовъ сравненія выяснилось, что при температурѣ t_0, длина четырехъ мѣрныхъ жезловъ $A+B+C+D=S_0$.

Если въ базисѣ уложилось число жезловъ кратное четыремъ, то длина его выразилась бы, какъ произведеніе S на четверть этого числа, если же число жезловъ было не кратнымъ четырехъ, то придется отдѣльно вводить эти добавочные жезлы и еще остатокъ.

Кромѣ того, это было бы такъ въ томъ случаѣ, если бы фюльгебеля всегда указывали 15, жезлы лежали бы строго горизонтально, а самое измѣреніе велось бы на уровнѣ океана и при температурѣ t_0. Вслѣдствіе

того, что этого нѣтъ, мы полученную выше длину должны еще поправить за: 1) *температуру*. Если измѣреніе велось при температурѣ жезла t, то поправка его длины выразится какъ $+k.l\ (t-t_0)$, гдѣ l — длина жезла при температурѣ t_0.

2) *наклонъ къ горизонту*. Полагая, что длина жезла равна l, мы поправку отдѣльнаго жезла за его наклонъ къ горизонту найдемъ по формулѣ

$$-l\frac{Sin^2 1'}{2}.i'^2$$

гдѣ i есть уголъ наклоненія.

3) *Поправка за фюльгебель* будетъ для каждаго жезла равняться

$$+(15-f)v$$

гдѣ f показаніе фюльгебеля, а v — цѣна одного дѣленія его шкалы.

4) *Приведеніе къ уровню океана* выражается, какъ намъ извѣстно, величиной

$$-\frac{LH}{R}$$

гдѣ L — длина базиса, H — его средняя высота надъ уровнемъ океана и R радіусъ земли.

Суммируя каждую изъ поправокъ для всѣхъ жезловъ и полагая длины жезловъ одинаковыми, мы получимъ окончательное выраженіе для длины базиса въ такомъ видѣ:

$$L_0 = n.S + k.l\Sigma(t-t_0) - l\frac{Sin^2 i'}{2}.\Sigma i'^2 + v\Sigma(15-f) \pm r - \frac{LH}{R}$$

Точность измѣренія линіи базиснымъ приборомъ Струве зависитъ отъ 1) точности сравненія мѣрныхъ жезловъ съ нормальнымъ, 2) точности установки жезловъ по линіи, 3) точности опредѣленія наклонности жезла къ горизонту, 4) точности отсчитыванія фюльгебелей, 5) точности опредѣленія температуры жезла при измѣреніи и 6) личныхъ ошибокъ наблюдателей.

Наибольшее вліяніе имѣетъ *неточность опредѣленія температуры*. Совокупность всѣхъ указанныхъ причинъ вліяетъ такимъ образомъ, что *относительная ошибка въ длинѣ линіи менѣе одной милліонной доли самой длины* [1]).

Другіе базисные приборы. Описанные нами два базисныхъ прибора (Струве и Іедерина) имѣютъ, кромѣ другихъ, такія отличительныя черты. Приборъ Іедерина есть мѣра *штриховая* съ принципомъ *биметаллизма*. Приборъ Струве есть мѣра *концевая* и *однометаллическая*.

Почти во всѣхъ странахъ, гдѣ производились тріангуляціонныя работы съ цѣлью ли градуснаго измѣренія, съ цѣлью ли дать рядъ опорныхъ точекъ для составленія карты страны, — предлагался для измѣренія свой базисный приборъ.

Приборы эти могутъ быть раздѣлены во первыхъ на приборы съ *концевыми* жезлами, къ каковымъ принадлежатъ базисные приборы: русскіе *Струве*, *Теннера* и *Шуберта*, американскіе *Бага* и *Скотта*, французскій *Борда*, нѣмецкій *Бесселя*. Отличіе

[1]) Подробности объ изслѣдованіи базиснаго прибора Струве можно найти въ III-емъ томѣ отчета о Шпицбергенской научной экспедиціи. Статья *А. С. Васильева* „Mensuration des bases avec l'appraille de Struwe".

этихъ приборовъ другъ отъ друга главнымъ образомъ заключается въ способѣ ихъ соприкосновенія.

Второй родъ приборовъ имѣетъ жезлы *штриховые*, къ каковымъ относятся испанскій приборъ *Иваньеса-Бруннера*, приборъ *Репсольда*, приборъ *Вудварда*. Съ другой стороны, базисные приборы можно раздѣлить на *простые* (однометаллическіе), *биметаллическіе* и *компенсаціонные*.

Примѣръ *простого* прибора мы имѣли въ аппаратѣ Струве.

Биметаллическіе жезлы сдѣланы изъ двухъ полосъ различныхъ металловъ, скрѣпленныхъ въ одномъ концѣ, въ другомъ свободныхъ. Такъ, напр., жезлы *Борда* состоятъ изъ платины и мѣди, *Бесселя* — изъ желѣза и цинка, *Репсольда* — изъ стали и мѣди и т. д.

Компенсаціонные жезлы имѣютъ устройство, основанное на томъ же принципѣ, какъ уравнительные маятники.

Они состоятъ тоже изъ двухъ металловъ и устроены такъ, что имѣютъ на концахъ двѣ точки, разстояніе между которыми остается *неизмѣннымъ при всякой температурѣ*.

Примѣромъ такого прибора можетъ служить приборъ *Скотта*.

§ 327 bis. **Необходимая точность измѣренія базиса.** Мы имѣли такое выраженіе для n-ой стороны сѣти треугольника

$$a_n = b.\frac{Sin\alpha_1\ Sin\alpha_2 \ldots Sin\alpha_n}{Sin^2\beta_1\ Sin^2\beta_2 \ldots Sin^2\beta_n}$$

Отсюда мы получали ошибку въ сторонѣ a, зависящую только отъ угловыхъ измѣреній, при этомъ полагали, что базисъ b измѣренъ безошибочно. Такъ какъ базисъ тоже заключаетъ въ себѣ нѣкоторую ошибку, то полная относительная ошибка стороны a выразится теперь такъ

$$\frac{da_n^2}{a_n^2} = \frac{db^2}{b^2} + \mu^2(\Sigma\, Ctg^2\alpha + \Sigma\, Ctg^2\beta).$$

гдѣ μ средняя ошибка угловыхъ измѣреній. Если бы у насъ была цѣпь равностороннихъ треугольниковъ, то мы имѣли бы

$$\frac{da_n}{a_n} = \sqrt{\left(\frac{db}{b}\right)^2 + \left(\mu\sqrt{\frac{2n}{3}}\right)^2}$$

Положивъ $\mu = \pm 0''.5$, что и имѣетъ мѣсто въ лучшихъ тріангуляціяхъ, и вычисляя $\mu\sqrt{\frac{2n}{3}}$ для $n = 1, 2, 3 \ldots 10$, мы найдемъ, что при $n = 10$ эта величина, переведенная въ линейную, будетъ равняться $\frac{1}{150.000}$, при $n = 1$ она будетъ $= \frac{1}{500.000}$

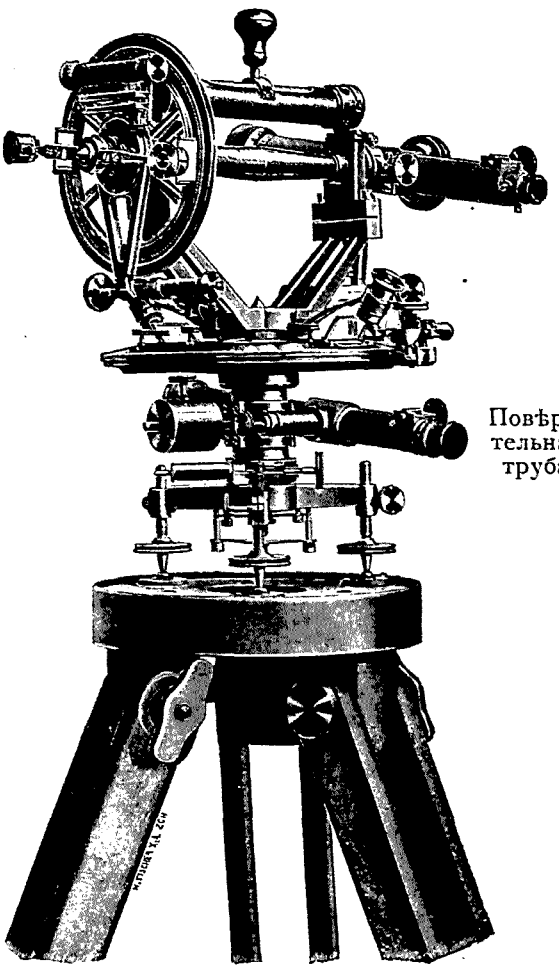
Такъ какъ ошибки угловыхъ измѣреній такъ сильно вліяютъ на результатъ вычисленной стороны, то стремиться къ черезмѣрному уменьшенію перваго члена $\frac{db}{b}$ — безполезно. Если базисъ будетъ измѣренъ съ относительной ошибкой $\frac{1}{500.000}$, то вліяніе ея будетъ совершенно неощутительно сравнительно со второй ошибкой — угловой уже при $n = 10$.

Поэтому измѣреніе базиса съ такой средней ошибкой нужно признать вполнѣ достаточнымъ.

§ 328. **Угломѣрные инструменты, ихъ изслѣдованіе и юстировка** (вывѣрка и установка). Изъ предыдущаго изложенія мы съ несомнѣнностью видимъ, что измѣреніе угловъ въ тріангуляціяхъ должно вестись съ особой тщательностью и точностью.

Само собою очевидно, что здѣсь не могутъ быть примѣнены тѣ инструменты, о которыхъ была рѣчь въ отдѣлѣ угломѣрной съемки.

Угломѣрные инструменты, употребляющіеся при тріангуляціонныхъ работахъ, отличаются отъ малыхъ теодолитовъ большими размѣрами лимбовъ, сильными трубами, приборами для болѣе точнаго отсчитыванія по лимбу, а кромѣ того солиднымъ устройствомъ вертикальныхъ осей вращенія алидадной части и лимба. Они имѣютъ также вертикальные круги и относятся къ типу *универсальныхъ инструментовъ*.



Повѣрительная труба.

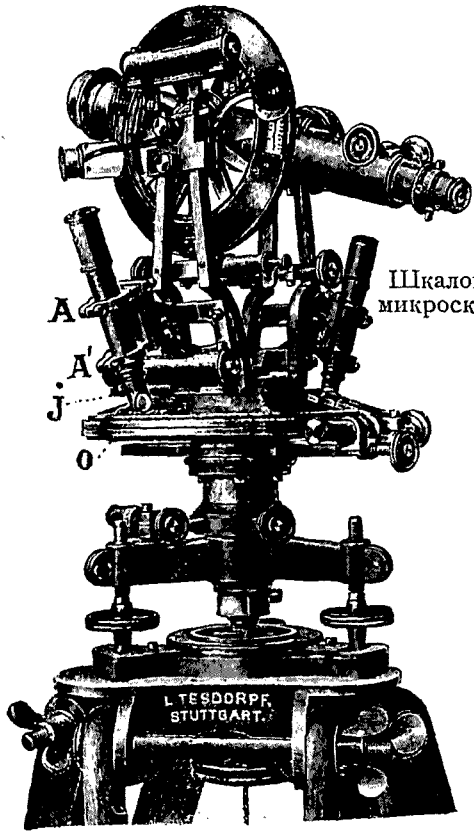
Черт. 590.

Наиболѣе простымъ изъ такихъ инструментовъ, который можно примѣнять въ тріангуляціяхъ только низшихъ разрядовъ, является универсалъ съ верньерами работы механика *Керна*, изображенный на черт. 590. Закрытый горизонтальный лимбъ этого инструмента раздѣленъ черезъ 10′, верньеры имѣютъ 60 дѣленій, т.-е. точность верньера равняется 10″. Верньеровъ два, расположенныхъ по діаметру. Вертикальный кругъ, также закрытый, такихъ приблизительно размѣровъ, какъ и горизонтальный, раздѣленъ черезъ 10′ съ двумя верньерами 10″ точности. Вертикальный кругъ и труба прикрѣплены къ концамъ горизонтальной оси вращенія, и труба такимъ образомъ *внѣцентренная*. На горизонтальной оси вращенія трубы помѣщается съемный цилиндрическій уровень. Съ вертикальной осью вращенія лимба соединяется такъ называемая *повѣрительная* труба, помѣщаемая подъ лимбомъ, назначеніе которой обнаруживать малѣйшія сдвиженія лимба, когда послѣдній закрѣпленъ.

Устройство осей въ этомъ универсалѣ такое же, какъ и въ малыхъ теодолитахъ съ той разницей, что онѣ длиннѣе.

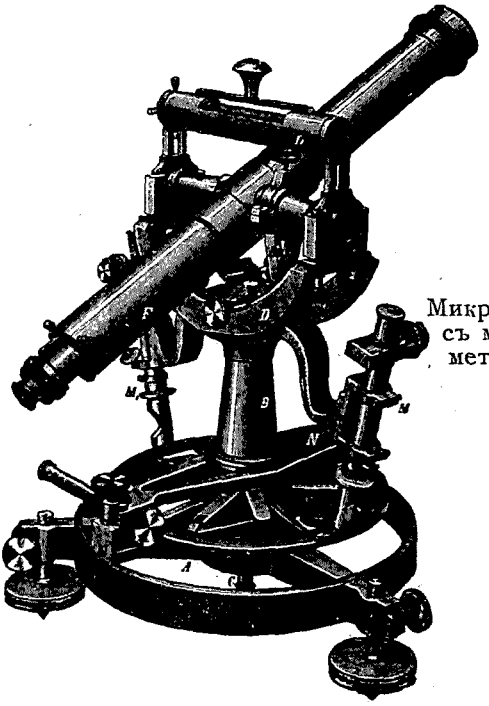
Грубость отсчетовъ, производимыхъ при помощи верньеровъ, заставила обратиться къ другому болѣе совершенному прибору для отсчитыванія, какимъ является микроскопъ. Микроскопы, смотря по ихъ устройству, раздѣляютъ на *микроскопы со шкалою* и *микроскопы съ микрометрами*. Въ инструментахъ съ микроскопами представляется еще одно существенное преимущество: тамъ можетъ не быть алидаднаго круга, а поэтому уничтожается возможность тренія лимба съ алидаднымъ кругомъ, вслѣдствіе чего неизмѣнность лимба дѣйствительнѣе.

Инструментъ, въ которомъ верньеры замѣнены *шкаловыми микроскопами,* теодолитъ съ вертикальнымъ кругомъ *Тесдорпфа,* изображенъ на черт. 591. Микроскопы привинчены къ особымъ выступамъ, составляющимъ одно цѣлое съ трегеромъ трубы. Оси микроскоповъ должны быть перпендикулярны къ плоскости, на которой нанесены дѣленія. Труба инструмента — центральная; съ горизонтальной осью вращенія трубы соединяется вертикальный кругъ съ верньерами, (другой видъ инструмента также имѣетъ и на вертикальномъ кругѣ микроскопы).



Шкаловой микроскопъ.

Черт 591.



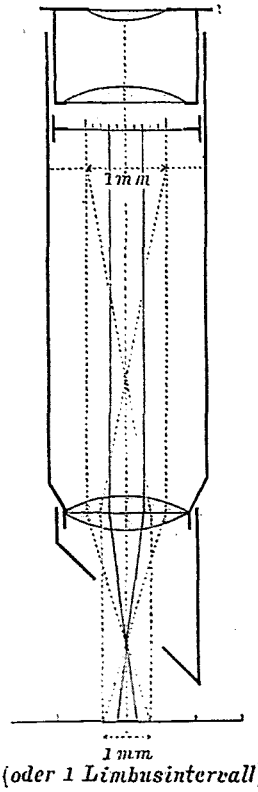
Микроскопъ съ микрометромъ.

Черт. 591 bis.

Третій видъ инструмента, который приведемъ, — теодолитъ *Ваншаффа,* изображенъ на черт. 591bis. Особенности устройства этого инструмента слѣдующія. Подставка представляетъ солидный кругъ съ тремя радіусами на подъемныхъ винтахъ. Закрѣпительный винтъ лимба имѣетъ видъ шарового сегмента, насаженнаго на ось вращенія лимба, съ винтовой нарѣзкой. Завинчивая этотъ винтъ, мы производимъ равномѣрное давленіе на всѣ части лимба вокругъ его оси вращенія, и вслѣдствіе тренія движеніе останавливается. Микрометреннаго движенія лимбъ не имѣетъ. Самъ лимбъ представляетъ не сплошной металлическій кругъ, а не широкую круговую полосу съ идущими отъ нея къ центру радіусами. Вертикальная ось вращенія трубы имѣетъ коническій видъ и совершенно независима отъ лимба. Къ подставкѣ трубы привинчены два *микроскопа съ микрометрами.*

Труба центральная, переводящаяся черезъ зенитъ, при чемъ для этого ее вмѣстѣ съ горизонтальной осью вынимаютъ изъ лагеръ, переводятъ

черезъ зенитъ и опять вкладываютъ въ лагеры. Вертикальный кругъ обычно имѣется, (на черт. 505 его нѣтъ), отсчитываніе по нему дѣлается помощью 10″ — верньеровъ. На горизонтальную ось накладывается большой уровень.

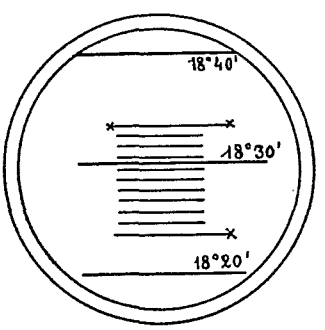


Черт. 592.

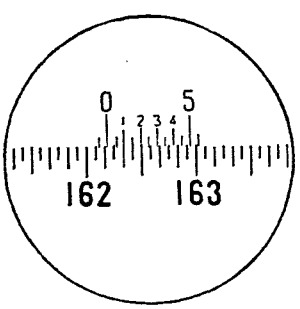
Кромѣ указанныхъ здѣсь инструментовъ можно привести еще цѣлый рядъ другихъ, которые всегда можно отнести къ одной изъ трехъ указанныхъ категорій. Такъ, напр., имѣются десятисекундные универсалы *съ верньерами* механиковъ *Эртеля*, *Брейтгаупта*, *Герляха* и др.; теодолиты со *шкаловыми* микроскопами *Рейсса*; универсалы съ *микроскопъ-микрометрами Гильдебрандта*, *Бамберга* и др.

Остановимся теперь на болѣе детальномъ разсмотрѣніи той части приведенныхъ инструментовъ, которая встрѣчается у насъ вновь, — на микроскопахъ.

Шкаловой микроскопъ представленъ въ разрѣзѣ на черт. 592. Отъ обыкновеннаго микроскопа, состоящаго изъ объектива и окуляра, онъ отличается тѣмъ, что въ томъ мѣстѣ, гдѣ получается дѣйствительное изображеніе предмета, (въ нашемъ случаѣ дѣленій лимба), помѣщается особая шкала, нанесенная на тонкомъ стеклѣ [1]). Если шкала установлена такъ, что ея штрихи ясно и безъ параллакса видны, то остается только потребовать, чтобы одно дѣленіе лимба, изображеніе котораго получится въ плоскости шкалы, равнялось опредѣленному *цѣлому* числу дѣленій шкалы. На шкалѣ обычно нанесено 10 или 20 дѣленій. Поэтому, если наименьшее дѣленіе лимба будетъ 10′, то одно дѣленіе шкалы соотвѣтствуетъ 1′ или $^1/_2$′, а оцѣниваемыя „наглазъ“ десятыя доли дѣленія дадутъ 0′.1 или 0′.05.



Черт. 593.



Отсчетъ 162° 11′ 30″.

Черт. 593bis.

Пользуются при отсчитываніи шкаловымъ микроскопомъ такъ. Пусть на черт. 593 представлено поле зрѣнія микроскопа, съ изображенными въ немъ двумя интервалами лимба, по 10′ каждый. Мелкія дѣленія изображаютъ шкалу, указателемъ которой служитъ отмѣченный двумя крестиками штрихъ ×——×.

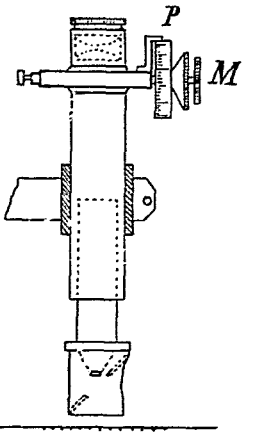
[1]) Шкала эта предложена *Гензольдомъ*.

Какъ видно изъ чертежа, указатель помѣщается между штрихами 18°30′ и 18°40′, при этомъ онъ передвинулся за штрихъ 18° 30′ на 3 дѣленія съ небольшимъ. Оцѣнивая *„на глазъ"* эту часть дѣленія, находимъ, что она равняется 0.4 дѣленія. Вслѣдствіе этого, такъ какъ шкала имѣетъ 10 дѣленій, отсчетъ въ градусной мѣрѣ окажется $18°30′+3\times1′+0.4\times1′=18°33′.4$. Чертежъ 593bis — представляетъ нѣсколько иное устройство шкаловаго микроскопа.

Какъ видно изъ чертежа 590, микроскопъ можетъ быть придвигаемъ или отодвигаемъ отъ лимба для цѣлей правильной установки, если предварительно открѣпить винты *A* и *A′*.

Изъ черт. 592 мы видимъ, что окулярная система можетъ также имѣть собственное передвиженіе.

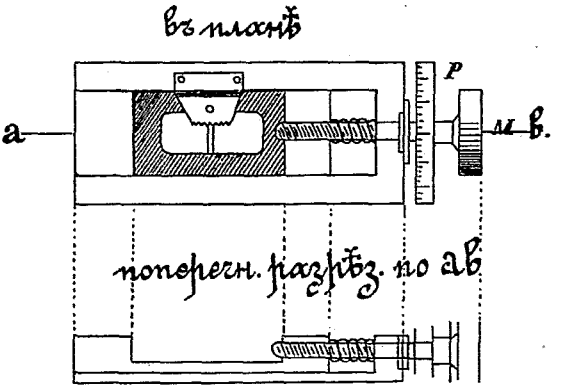
Для цѣлей освѣщенія служитъ иллюминаторъ *I* (черт. 590), представляющій вращающуюся трубку, въ которой помѣщается отражатель свѣта, въ видѣ бѣлой гипсовой пластинки съ отверстіемъ въ серединѣ. Трубочка имѣетъ отверстіе *O*, черезъ которое падаютъ лучи свѣта. Пластинка наклонена къ оси микроскопа подъ угломъ въ 45° и имѣетъ очертанія эллипса (черт. 592).



Черт. 594.

Микроскопъ-микрометръ, изображенный въ общемъ видѣ на черт. 594, отличается отъ шкалового микроскопа тѣмъ, что вмѣсто шкалы въ плоскости изображенія здѣсь помѣщается особая рамка съ подвижной парой нитей. Передвиженіе рамки съ нитями достигается помощью микрометрическаго винта *M*, на ось котораго насажено колесико, — *барабанъ P*, — съ нанесенными на его ободкѣ дѣленіями. Подробности устройства коробки съ микрометрическимъ винтомъ представлены на черт. 595.

Къ коробкѣ, противъ вырѣза подвижной рамки, прикрѣплена особая пластинка съ зубчиками, — *гребенка*, — одинъ изъ зубцовъ которой отмѣченъ круглымъ отверстіемъ и расположенъ такимъ образомъ, что находится на оси микроскопа. Онъ называется нульпунктомъ микрометра. Разстояніе между зубцами соотвѣтствуетъ передвиженію микрометрическаго винта на одинъ полный оборотъ. Для уничтоженія мертваго хода винта служитъ спиральная пружина, благодаря которой пластинка съ нитями всегда надавливается въ одну сторону. На верхней части коробки прикрѣпленъ изогнутый стержень, на которомъ помѣщается указатель для барабана. Въ то время, когда биссекторъ нитей наведенъ на нульпунктъ, индексъ барабана долженъ совмѣщаться съ нулемъ дѣленій, Такимъ образомъ, если мы бу-



Черт. 595.

демъ вымѣрять разстояніе между нульпунктомъ и ближайшимъ *младшимъ* [1]) штрихомъ лимба, то величина эта будетъ слагаться изъ числа полныхъ оборотовъ, отсчитываемыхъ по гребенкѣ, и числа частей оборота, отсчитываемыхъ по барабану. Чтобы эту величину выразить въ угловой мѣрѣ нужно опредѣлить цѣну дѣленія барабана, а значитъ, и цѣну цѣлаго оборота.

Положимъ наименьшее дѣленіе лимба будетъ 5′, барабанъ микрометра раздѣленъ на 120 частей, а кромѣ того извѣстно, что передвиженіе нитей микрометра съ одного штриха лимба на сосѣдній достигается $2^1/_2$ оборотами винта. Изъ этихъ данныхъ мы имѣемъ: одинъ оборотъ винта соотвѣтствуетъ 2′, а одно дѣленіе барабана 1″. Если поэтому нульпунктъ нашего микрометра расположенъ между штрихами 23°15′ и 23°20′, и, наводя на младшій штрихъ 23°15′, мы отсчитали по гребенкѣ 1 оборотъ, а по барабану 20.7 дѣленій, то отсчетъ нашъ будетъ равняться $23°15′ + 1 \times 2′ + 20.7 \times 1″ = 23°17′\,20″.7$.

Для того, чтобы избѣжать перемноженій обычно подписи дѣленій барабана даютъ прямо угловую величину отсчета въ минутахъ и секундахъ, иногда же подписи числа *секундъ* вдвое меньше.

Изъ описанія микрометра ясно, что отсчетъ по барабану, соотвѣтствующій наведенію бисектора нитей на старшій (у насъ 23°20′) штрихъ долженъ отличаться отъ перваго отсчета на такое число оборотовъ, заключающихся въ одномъ дѣленіи лимба, которое вмѣстѣ съ сдѣланнымъ, при наведеніи на младшій штрихъ, даетъ $2^1/_2$ оборота, или 5′, т. е. тоже на 1 съ небольшимъ оборотъ $2′39″3$, ибо $23°20′ - 2′39″,3 = 23°17′20″,7$ т. е. *число дѣленій барабана, прочитываемое противъ индекса, всегда должно быть одно и то же, наводится-ли бисекторъ нитей на младшій или старшій штрихъ лимба.*

Въ дѣйствительности этого почти никогда не бываетъ какъ вслѣдствіе ошибокъ наблюденій, такъ и вслѣдствіе неточности установки микрометра. Разность между намѣченной цѣною дѣленія барабана микрометра (1″, 2″ и т. п.) и той, какая получается вслѣдствіе указанной причины носитъ названіе „*run*“ микрометра.

Точно также и въ шкаловомъ микроскопѣ не всегда длина шкалы равняется длинѣ изображенія одного дѣленія лимба.

Всѣ приведенныя выше соображенія о пользованіи микроскопами для цѣлей отсчитыванія по лимбу имѣли въ виду безупречную установку микроскоповъ.

Обратимся теперь къ вопросу объ изслѣдованіи инструментовъ и ихъ установкѣ.

Начнемъ съ установки микроскоповъ и опредѣленія поправокъ, которыя необходимо вводить, если микроскопъ имѣетъ „run“.

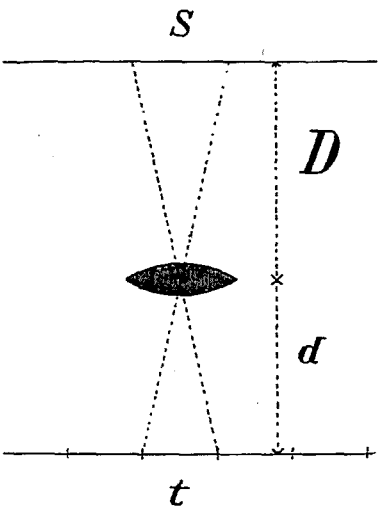
Установка микроскопа. Изъ изложеннаго выше мы видимъ, что микроскопъ долженъ быть поставленъ относительно лимба такъ, чтобы изображеніе черточекъ послѣдняго получалось въ плоскости, гдѣ помѣщается шкала или подвижныя нити микрометра. Съ другой стороны, это изображеніе, а также и шкалу (или нити), мы разсматриваемъ черезъ окуляръ, поэтому нужно потребовать, чтобы мы шкалу и изображеніе видѣли ясно

[1]) Штрихъ, имѣющій меньшую подпись.

и безъ парралакса. Наконецъ нужно еще потребовать, чтобы величина изображенія интервала лимба въ точности равнялась величинѣ шкалы или опредѣленному цѣлому [1]) числу оборотовъ микрометрическаго винта.

Кромѣ того нужно, чтобы штрихи шкалы (или нити) были параллельны черточкамъ лимба.

Въ зависимости отъ этихъ требованій установка начинается съ того, что передвиженіемъ *окулярной трубочки* въ объективной добиваются того, чтобы ясно видѣть шкалу микроскопа или нити его микрометра. Когда это будетъ достигнуто, тогда стремятся къ осуществленію второго требованія,—получить изображеніе черточекъ лимба черезъ объективъ въ плоскости шкалы (или нитей). Достигается это передвиженіемъ *всего* микроскопа до тѣхъ поръ, пока не получатъ яснаго рѣзкаго изображенія, видимаго въ окуляръ безъ парралакса. Передвиженій это возможно только послѣ открѣпленія соотвѣтствующихъ винтовъ, которые послѣ произведенной установки вновь закрѣпляются. Если исполненія первыхъ двухъ требованій мы добились, то остается убѣдиться въ томъ, выполняется ли третье требованіе. Когда у насъ имѣется шкаловой микроскопъ, то нужно совмѣстить указатель шкалы съ какимъ-нибудь штрихомъ лимба и смотрѣть,— совмѣщается ли послѣдній штрихъ ея со слѣдующимъ штрихомъ лимба. Если нѣтъ, то могутъ быть два случая: или изображеніе интервала меньше длины шкалы, или наоборотъ больше. Въ первомъ случаѣ говорятъ, что *увеличеніе микроскопа недостаточно*, во второмъ, что оно *излишне*. Въ первомъ случаѣ нужно добиться того, чтобы величина изображенія стала больше, во второмъ — обратно. Достигается это передвиженіемъ *одного объектива микроскопа,* при чемъ въ первомъ случаѣ его нужно *приблизить* къ лимбу, во второмъ — *отодвинуть*.



Черт. 596.

Но измѣнивъ положеніе объектива, мы нарушили ясность изображенія, поэтому теперь вновь нужно передвигать весь микроскопъ до тѣхъ поръ, пока не увидимъ въ окуляръ яснаго изображенія. Очевидно, что когда объективъ передвигали къ лимбу, то весь микроскопъ нужно отодвинуть и обратно. Иначе говоря, *объективъ и весь микроскопъ должны имѣть взаимно противоположныя движенія*. Такая установка производится послѣдовательными приближеніями.

Сказанное нами объ установкѣ микроскопа явствуетъ еще изъ слѣдующаго. Пусть на черт. 596-мъ t представляетъ одно дѣленіе лимба, s — его изображеніе, d и D — разстоянія лимба и изображенія отъ центра объектива и наконецъ f — фокусное разстояніе объектива. Тогда будемъ имѣть такія соотношенія

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{D}=\frac{1}{f}$$

$$\frac{s}{t}=\frac{D}{d}.$$

[1]) Иногда цѣлое число $+1/2$ оборотовъ.

Изъ этихъ равенствъ легко найти

$$D = f \cdot \frac{s}{t}\left(1 + \frac{t}{s}\right)$$

$$d = f \cdot \frac{t}{s}\left(1 + \frac{s}{t}\right)$$

Если измѣнить положеніе объектива, то и величина изображенія измѣнится, но написанныя соотношенія для новыхъ d', D' и s' останутся конечно въ силѣ, т. е. будемъ тогда имѣть:

$$D' = f\,\frac{s'}{t}\left(1 + \frac{t}{s'}\right)$$

$$d' = f\,\frac{t}{s'}\left(1 + \frac{s'}{t}\right)$$

А поэтому

$$D - D' = f\frac{s}{t}\left(1 + \frac{t}{s}\right) - f\frac{s'}{t}\left(1 + \frac{t}{s'}\right) = \frac{fs}{t}\left(1 - \frac{s'}{s}\right)$$

$$d - d' = f\frac{t}{s}\left(1 + \frac{s}{t}\right) - f\frac{t}{s'}\left(1 + \frac{s'}{t}\right) = -\frac{ft}{s'}\left(1 - \frac{s'}{s}\right)$$

Изъ этихъ равенствъ мы видимъ, что, желая получить изображеніе большимъ, т. е. $s' > s$, нужно сдѣлать

$$d' < d \quad \text{и} \quad D' > D$$

т. е. объективъ *придвинуть* къ лимбу.

Чтобы теперь опредѣлить измѣненіе разстоянія изображенія отъ лимба, составимъ разность $(D + d) - (D' + d')$.

Такъ какъ $f = \frac{Dd}{D+d}$ и $\frac{s}{t} = \frac{D}{d}$, то, положивъ также $\frac{t}{s'} = \frac{d}{D}$, будемъ имѣть:

$$\frac{fs}{t} = \frac{D^2}{D+d} \text{ и } + \frac{ft}{s'} = \frac{d^2}{D+d}.$$

Поэтому

$$(D + d) - (D' + d') = \left(1 - \frac{s'}{s}\right) \cdot \left(\frac{fs}{t} - \frac{ft}{s'}\right) = \left(1 - \frac{s'}{s}\right)(D - d),$$

Отсюда видимъ, что при $s' > s$ нужно, чтобы было

$$(D' + d) > (D + d)$$

т. е. весь микроскопъ нужно *удалить* отъ лимба.

Если нужно сдѣлать $s' < s$, то, очевидно, дѣйствовать нужно обратно.

Если бы у насъ былъ микроскопъ съ микрометромъ, то мы должны бы послѣ первыхъ двухъ установокъ (окулярной трубки и изображенія), сдѣлать наведеніе на ближайшій къ нульпункту младшій штрихъ, отсчитать по барабану, затѣмъ навести на старшій штрихъ и тоже отсчитать барабанъ.

Такъ какъ при наведеніи на младшій штрихъ винтъ вращается такъ, что подписи барабана возрастаютъ, то при наведеніи на старшій штрихъ будетъ обратное явленіе, — подписи будутъ убывать. Поэтому, *если отсчетъ младшаго штриха больше, чѣмъ старшаго, то увеличеніе микроскопа излишне; если отсчетъ младшаго штриха меньше, чѣмъ старшаго, то уве-*

личеніе недостаточно. Исправленіе производится такъ же, какъ и у шкалового микроскопа. Установка штриховъ шкалы и нитей параллельно черточкамъ лимба достигается вращеніемъ трубки микроскопа.

Конечно, добиться того, чтобы микроскопы совершенно точно выполняли послѣднее требованіе, невозможно, и мы всегда будемъ имѣть нѣкоторую небольшую величину *rim.*

Задача состоитъ въ томъ, чтобы ввести въ произведенные отсчеты такія поправки, которыя уничтожили бы вліяніе *rim'a.*

Такъ какъ въ каждомъ инструментѣ имѣется два микроскопа, то отъ нихъ требуется еще выполненіе такого условія — нульпункты должны отстоять другъ отъ друга на 180°. Эта установка достигается соотвѣтственной установкой рычаговъ, къ которымъ прикрѣплены микроскопы, и исправительными винтами у коробокъ микрометровъ.

Поправки шкалового микроскопа. Положимъ, что одно дѣленіе лимба имѣетъ угловую величину w. Пусть далѣе число дѣленій въ шкалѣ микроскопа будетъ n, и пусть дѣленіе w соотвѣтствуетъ не n, а $(n \pm \nu)$ дѣленій шкалы. Величина ν, представляющая небольшую дробь, опредѣляется такимъ путемъ. Указатель шкалы совмѣщается со штрихомъ лимба, а по другому конечному штриху шкалы опредѣляютъ, насколько онъ не совмѣщается съ сосѣднимъ штрихомъ лимба, выражая величину этого несовмѣщенія въ дѣленіяхъ шкалы. Такія наблюденія должны быть расположены по всей окружности лимба равномѣрно.

Имѣя величину $(n \pm \nu)$ и w, легко найти величину дѣйствительнаго отсчета.

Дѣйствительная цѣна одного дѣленія шкалы выразится очевидно такъ

$$\mu' = \frac{w}{(n \pm \nu)} = w\,(n \pm \nu)^{-1}.$$

Но такъ какъ ν малая величина, то, разлагая въ ряды двучленъ $(n \pm \nu)^{-1}$ можно ограничиться первой степенью ν, т. е. написать:

$$(n \pm \nu)^{-1} = \frac{1}{n}\left(1 \mp \frac{\nu}{n}\right)$$

А поэтому

$$\mu' = \frac{w}{n} \mp \frac{w}{n} . \nu.$$

Такъ какъ $\frac{w}{n} = \mu$ есть теоретическая цѣна дѣленія, выражаемая цѣлымъ числомъ, то, если по шкалѣ былъ сдѣланъ отсчетъ въ a дѣленій, дѣйствительный отсчетъ будетъ

$$\mu' a = \mu . a \mp \mu a \nu.$$

Для извѣстнаго ν по аргументу a можно составить табличку поправокъ $\times \mu a \nu$.

Поправка за *run*. Мы уже указали, какъ опредѣлить величину, на которую отличается намѣченное число оборотовъ въ одномъ интервалѣ лимба отъ дѣйствительнаго ихъ числа, именно нужно дѣлать наведенія на младшій и старшій штрихи лимба, составлять разность ρ отсчетовъ по барабану, которая и дастъ искомую величину. И здѣсь опредѣленія должны быть размѣщены симметрично по всему лимбу, а среднее изъ всѣхъ опредѣленій дастъ среднее значеніе искомой разности для даннаго микрометра.

Положимъ, что одному дѣленію лимба соотвѣтствуетъ m оборотовъ винта, а кромѣ того извѣстно, что барабанъ раздѣленъ на n частей. Тогда число дѣленій барабана, заключающееся въ одномъ дѣленіи лимба будетъ nm. Пусть далѣе отсчетъ при наведеніи на младшій штрихъ s былъ a, при наведеніи на старшій — b; кромѣ того, намѣченная механикомъ цѣна дѣленія барабана пусть будетъ k, а дѣйствительная — μ; интерваллъ между смежными черточками лимба въ секундахъ пусть будетъ i. Величину *run'a* микрометра назовемъ черезъ r.

Согласно этихъ обозначеній будемъ имѣть:

$$\mu = k + r$$
$$n \,.\, m = \frac{i}{k}.$$

Далѣе

$$\mu = \frac{i}{nm - \rho} = i\,(nm - \rho)^{-1}.$$

Такъ какъ ρ вообще малая величина сравнительно съ nm, то можно ограничиться въ разложеніи первой степенью ρ, т. е. написать:

$$\mu = i\left(\frac{1}{nm} + \frac{\rho}{(nm)^2}\right) = \frac{i}{nm}\left(1 + \frac{\rho}{nm}\right)$$

А такъ какъ $\mu = k + r$ и $k = \frac{i}{nm}$, то

$$r = \frac{k\rho}{nm}.$$

Когда дѣлаемъ наведеніе на младшій штрихъ, то угловое его разстояніе отъ нульпункта микрометра выразится такъ

$$a \times \mu.$$

Угловое же разстояніе старшаго штриха отъ нульпункта будетъ

$$(nm - b)\,\mu.$$

Поэтому отсчеты, соотвѣтствующіе наведеніямъ на младшій и старшій штрихи, будутъ:

$$A_1 = s + a\mu$$
$$A_2 = s + i - (nm - b)\,\mu.$$

Или, подставляя вмѣсто ρ его значеніе, найденное выше, получимъ:

$$A_1 = s + a\frac{i}{nm - \rho}$$

$$A_2 = s + i - (mn - b)\frac{i}{nm - \rho} = s + (b - \rho)\frac{i}{nm - \rho}$$

Отсюда среднее, свободное отъ вліянія $rm'a$, будетъ:

$$A = s + \left(\frac{a+b}{2} - \frac{1}{2}\rho\right)\frac{i}{nm - \rho}.$$

Вслѣдствіе малости ρ сравнительно съ nm, предыдущее выраженіе можетъ быть представлено такъ

$$A = s + \left(\frac{a+b}{2} - \frac{1}{2}\rho\right)\left(\frac{i}{mn} + \frac{i\rho}{(nm)^2}\right)$$

или

$$A = s + \frac{a+b}{2}k\left(1 + \frac{\rho}{nm}\right) - \frac{1}{2}\rho k$$

Послѣдній членъ этой формулы при измѣреніи угловъ не имѣетъ значенія, какъ входящій во всѣ отсчеты, а поэтому можно ограничиться такимъ выраженіемъ

$$A = s + \frac{1}{2}(a+b)k\left(1 + \frac{\rho}{nm}\right)$$

Такъ какъ въ инструментахъ имѣемъ два одинаковыхъ микроскопа, расположенныхъ по діаметру, то по второму микрометру отсчетъ получится

$$A' = s + \frac{1}{2}(a' + b')k\left(1 + \frac{\rho'}{nm}\right)$$

Если для краткости положимъ

$$\frac{1}{2}(a+b) = \alpha$$

$$\frac{1}{2}(a' + b') = \alpha'$$

то средній по двумъ микроскопамъ отсчетъ будетъ:

$$A_m = s + \frac{1}{2}(\alpha + \alpha')k + \frac{1}{2m}k(\alpha\rho + \alpha'\rho')$$

Величины ρ и ρ' вообще малы, поэтому можно ихъ замѣнить среднимъ значеніемъ $\rho_m = \frac{\rho + \rho'}{2}$, и тогда наша предыдущая формула приметъ такой видъ

$$A_m = s + \frac{1}{2}(\alpha + \alpha').k + \frac{1}{mn}.k.\rho_m\left(\frac{\alpha + \alpha'}{2}\right)$$

Для опредѣленнаго ρ_m можно составить таблицу поправокъ по аргументу $\frac{1}{2}(\alpha + \alpha')$ [1]).

Повѣрки инструментовъ. Въ главѣ объ угломѣрной съемкѣ мы подробно говоримъ о томъ, какимъ требованіямъ долженъ удовлетворять угломѣрный инструментъ. Тамъ же были указаны пріемы повѣрокъ инструментовъ, а также были выведены вліянія нѣкоторыхъ инструментальныхъ ошибокъ на результатъ измѣренія.

Здѣсь мы вкратцѣ повторимъ то, что было сказано раньше.

1) Ось цилиндрическаго уровня, соединеннаго съ алидаднымъ кругомъ, должна быть перпендикулярна вертикальной оси вращенія инструмента. (Повѣряется перестановкою алидаднаго круга съ уровнемъ на 180° [2]).

2) Ось цилиндрическаго уровня, накладывающагося на горизонтальную ось вращенія трубы, должна быть параллельна этой оси. — Повѣрка производится перестановкой уровня на 180°, а исправленіе винтами у оправы уровня. Такъ какъ совершенно точная установка уровня достигнута быть не можетъ, то обычно опредѣляется еще (послѣ предварительной установки), нульпунктъ уровня, т.-е. тотъ отсчетъ трубки уровня, съ которымъ нужно совмѣстить середину пузырька, чтобы горизонтальная ось вращенія трубы была горизонтальна. Для этого достаточно опредѣлить наклонность оси трубы при двухъ положеніяхъ оси уровня [3]).

3) Оптическая ось трубы должна быть перпендикулярна къ горизонтальной оси вращенія. Если труба помѣщена въ центрѣ, то достаточно для повѣрки измѣрить направленіе на удаленный предметъ, находящійся въ горизонтѣ, при двухъ положеніяхъ трубы, а исправленіе произвести винтами при сѣткѣ [4]). Если труба внѣцентренная, то на нѣкоторомъ разстояніи отъ инструмента, (саж. 50), забивается вѣха, къ которой прикрѣпляютъ доску съ намѣченными на ней черными кружками на бѣломъ фонѣ, при чемъ разстояніе между этими кружками должно равняться двойному разстоянію оптической оси трубы отъ вертикальной оси вращенія инструмента, а сами кружки располагаются на одинаковой высотѣ. Чтобы при разсматриваніи въ трубу не перепутать кружковъ, они надписываются буквами *Л* и *П*, соотвѣтственно положенію трубы *К. Л.* и *К. П.* Затѣмъ при *К. Л.* наводимъ трубу на кружокъ *Л*, а по лимбу дѣлаемъ отсчетъ; переводимъ трубу черезъ зенитъ и при *К. П.* наводимъ на *П.* и также дѣлаемъ отсчетъ. Разность отсчетовъ даетъ двойную величину коллимаціонной ошибки, если, конечно, лучъ зрѣнія былъ горизонталенъ. — Исправленіе производится также винтами при сѣткѣ.

4) Горизонтальная ось вращенія трубы должна быть параллельна плоскости лимба. Если имѣются уровни при лимбѣ и на оси вращенія трубы, то требуемое условіе будетъ выполняться, если ось каждаго

---

[1]) Болѣе подробно см. *А. А. Витраммъ*: Объ отсчетахъ круговъ помощью микроскоповъ. Записки В. Т. Отд. Гл. Шт. томъ LIV.

[2]) См. § 89.

[3]) См. §§ 56 и 94.

[4]) См. § 90.

изъ этихъ уровней будетъ перпендикулярна къ вертикальной оси вращенія инструмента и при томъ будетъ выполнено условіе 2). Если же имѣется только уровень на горизонтальной оси, то, послѣ установки 2), нужно его ось поставить перпендикулярно къ вертикальной оси. А для этого, приведя уровень въ горизонтальное положеніе, поворачиваемъ горизонтальную ось вращенія вмѣстѣ съ уровнемъ на 180° и, если пузырекъ сошелъ съ середины, исправительными винтами подставокъ трубы отодвигаемъ его назадъ на половину дуги отклоненія.

5) Правильность установки микроскоповъ мы уже разсмотрѣли; что же касается верньера, то, какъ извѣстно, n его дѣленій должны соотвѣтствовать $(n-1)$ дѣленіямъ лимба. Въ инструментахъ, употребляемыхъ въ тріангуляціяхъ лимбъ обычно раздѣленъ черезъ 10′, а точность верньера 10″; слѣдовательно, если указатель совмѣщается съ какимъ-либо штрихомъ лимба, отсчетъ по конечному штриху верньера долженъ быть 10′. Допустимъ, однако, что это требованіе не выполняется, и мы будемъ имѣть отсчетъ 9′50″, при чемъ это число выведено, какъ среднее изъ цѣлаго ряда наблюденій. Тогда, очевидно, всякій отсчетъ по верньеру a долженъ быть исправленъ на величину

$$\frac{a'}{10'} + 10''$$

Можно составить таблицу поправокъ по аргументу a и пользоваться ею для исправленія отсчетовъ.

Ошибки черточекъ лимба. При нанесеніи дѣленій на лимбахъ употребляются особыя дѣлительныя машины, которыя представляютъ точно раздѣленный кругъ — оригиналъ, надъ которомъ помѣщается микроскопъ и приспособленіе съ рѣзцомъ. Кругъ, который требуется раздѣлить, скрѣпляютъ съ оригиналомъ, при чемъ центры обоихъ круговъ должны совпадать, подъ нити микроскопа точно подводятъ послѣдовательно штрихи оригинала (черезъ 5′,10′ и т.д.), а помощью рѣзца намѣчаютъ черточки на новомъ кругѣ.

Конечно, при такомъ порядкѣ нарѣзки штриховъ возможны двоякаго рода погрѣшности: *систематичекія*, происходящія отъ эксентрическаго расположенія круговъ, отъ ошибокъ самаго оригинала, отъ перемѣнъ температуры и другихъ причинъ; *случайныя* ошибки обусловливаются нѣкоторымъ неизбѣжнымъ шатаніемъ оси оправы рѣзца, не одинаковой твердостью матеріала, изъ котораго сдѣланъ кругъ, неточностью подведенія подъ нити микроскопа черточекъ оригинала.

При тріангуляціонныхъ работахъ, гдѣ требуется производить измѣренія угловъ весьма точно, необходимо знать, какова величина ошибокъ перваго и второго рода.

Систематическія ошибки дѣленій можно представить въ видѣ нѣкоторой періодической функціи, зависящей отъ номера штриха, т.-е. отъ углового удаленія его отъ начала. Поэтому, если имѣемъ какой-нибудь отсчетъ по лимбу α, то его систематическая ошибка представляется въ видѣ

$$\begin{aligned} k_0 = A_0 + A_1\ Cos\alpha + A_2\ Cos\,2\alpha + A_3\ Cos\,3\alpha + \ldots\ldots \\ + B_1\ Sin\alpha + B_2\ Sin\,2\alpha + B_3\ Sin\,3\alpha + \ldots\ldots \end{aligned} \qquad (1)$$

Коэфиціенты A_0, A_1,...., B_1,.... опредѣляются путемъ особаго изслѣдованія инструмента. Прежде, чѣмъ перейти къ указанію способовъ такого изслѣдованія, остановимся на вопросѣ о томъ, какъ повліяютъ систематическія ошибки дѣленій на среднее изъ отсчетовъ, сдѣланныхъ по n, верньерамъ или микроскопамъ, расположеннымъ по лимбу симметрично. Въ этомъ случаѣ, если отсчетъ перваго верньера или микроскопа назовемъ черезъ α, то по второму верньеру отсчетъ будетъ $\alpha+\frac{360}{n}$, по i-му верньеру —— $\alpha+i\frac{360}{n}$. Ошибка i-го отсчета примѣнительно къ формулѣ (1) выразится такъ

$$k_i = A_0+A_1\ Cos\left(\alpha+i\frac{360}{n}\right)+A_2\ Cos2\left(\alpha+i\frac{360}{n}\right)+\ldots\ldots$$
$$+B_1\ Sin\left(\alpha+i\frac{360}{n}\right)+B_2\ Sin2\left(\alpha+i\frac{360}{n}\right)+\ldots\ldots$$

Слѣдовательно, беря среднее ариѳметическое по всѣмъ n верньерамъ, мы результатъ будемъ имѣть ошибочнымъ на величину

$$k_n = A_0+\frac{A_1}{n}\sum_{i=0}^{i=n-1} Cos\left(\alpha+i\frac{360}{n}\right)+\frac{A_2}{n}\sum_{i=0}^{i=n-1} Cos\,2\left(\alpha+i\frac{360}{n}\right)+\ldots+$$
$$+\frac{A_m}{n}\sum_{i=0}^{i=n-1} Cos\,m\left(\alpha+\frac{360}{n}\right)\ldots\ldots\ldots\ldots+$$
$$+\frac{B_1}{n}\sum_{i=0}^{i=n-1} Sin\left(\alpha+i\frac{360}{n}\right)+\frac{B_2}{n}\sum_{i=0}^{i=n-1} Gos\,2\left(\alpha+i\frac{360}{n}\right)+\ldots+$$
$$+\frac{B_m}{n}\sum_{i-0}^{i=n-1} Sinm\left(\alpha+i\frac{360}{n}\right)\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Это выраженіе можемъ преобразовать слѣдующимъ порядкомъ.

Возьмемъ пару m-ыхъ членовъ, въ которыхъ затѣмъ разложимъ Cos и Sin суммы угловъ, тогда будемъ имѣть;

$$\frac{A_m}{n}\sum_{i=0}^{i=n-1} Cos\,m\left(\alpha+i\frac{360}{n}\right)+\frac{B_m}{n}\sum_{i=0}^{i=n-1} Sin\,m\left(\alpha+i\frac{360}{n}\right)=\left(\frac{A_m}{n}\ Cos\,m\alpha+\frac{B_m}{n}\cdot\right.$$
$$\left.\cdot\ Sin\,m\alpha\right)\sum_{i=0}^{i=n-1} Cos\,mi\frac{360}{n}+\left(\frac{B_m}{n}\ Cos\,m\alpha-\frac{A_m}{n}\ Sin\ m\alpha\right)\sum_{i=0}^{i=n-1} Sin\,mi\frac{360}{n}.$$

Здѣсь $Cos\,m\alpha$ и $Sin\,m\alpha$ можно вынести изъ подъ знака Σ, такъ какъ они постоянны. Но извѣстно, что

$$\sum_{i=0}^{i=n-1} Sin\,mi\frac{360}{n}=0\ ^{1})$$
$$\sum_{i=0}^{i=n-1} Cos\,mi\frac{360}{n}=0\ ^{1})$$

для всѣхъ значеній m, *некратныхъ* n и

$$\sum_{i=0}^{i=n-1} Cos\,mi\frac{360}{n}=n$$

---

[1]) Доказательство основано на томъ, что берутъ правильный многоугольникъ съ n сторонами и проектируютъ его стороны на оси x-овъ и y-овъ.

для всѣхъ m, *кратныхъ* n. Поэтому каждая пара членовъ вида (3) будетъ или *нуль* или $(A_m \, Cos\, m\alpha + B_m \, Sin\, m\alpha)$. Вслѣдствіе этого въ формулѣ (2) останутся только члены, въ которыхъ m кратно n, а значитъ ошибка k_n въ среднемъ изъ n отсчетовъ будетъ меньше.

Обычно въ инструментахъ имѣется 2 прибора для отсчитыванія, поэтому въ этомъ случаѣ формула (2) приметъ видъ:

$$k_2 = A_0 + A_2 \, Cos\, 2\alpha + A_4 \, Cos\, 4\alpha + \ldots\ldots \\ + B_2 \, Sin\, 2\alpha + B_4 \, Sin\, 4\alpha + \ldots\ldots$$

Если бы мы направленіе на какой-нибудь предметъ измѣряли не одинъ, а r разъ и при этомъ переставляли бы лимбы каждый разъ на $\frac{360^0}{nr}$, то отсчеты по лимбу были бы у насъ α, $\alpha + \frac{360}{nr}$, $\alpha + 2\frac{360}{nr}$ —,.....

Подставляя эти величины въ формулу (2), мы величину ошибки k_n еще уменьшили бы. Такъ, напримѣръ, если имѣемъ два прибора для отсчитыванія, $n = 2$, и направленіе на предметъ измѣрили 6 разъ, $r = 6$, то формула (2) приметъ такой видъ:

$$k_{2\cdot 6} = A_0 + A_{12} \, Cos\, 12\alpha + A_{24} \, Cos\, 24\alpha + ... \\ + B_{12} \, Cos\, 12\alpha + B_{24} \, Cos\, 24\alpha + ...$$

Отсюда видимъ, что при надлежащемъ расположеніи наблюденій, величина систематической ошибки имѣетъ весьма малое вліяніе.

Случайныя ошибки дѣленій вообще меньше ошибокъ систематическихъ, но онѣ никакому опредѣленному закону не подчиняются. Само собою понятно, что если мы имѣемъ большое число отсчетовъ при измѣреніи извѣстнаго направленія, то среднее изъ отдѣльныхъ результатовъ будетъ заключать вообще меньшую часть случайной ошибки дѣленій, чѣмъ одинъ отсчетъ. Такъ что вліяніе случайныхъ ошибокъ черточекъ лимба на результатъ измѣренія будетъ меньше вліянія ошибокъ систематическихъ.

Опредѣленіе средней величины случайной ошибки дѣленій производится такимъ образомъ. Помощью микроскопъ-микрометра многократно вымѣряются разстоянія между смежными штрихами лимба, расположенными симметрично по всей окружности. Имѣя много такихъ измѣреній, мы можемъ опредѣлить среднее разстояніе между штрихами лимба въ дѣленіяхъ микрометра, а затѣмъ и величину средней случайной ошибки.

Если измѣренія дали результаты l_1, l_2, l_3... l_n, то среднее изъ нихъ будетъ вѣроятнѣйшимъ значеніемъ величины промежутка

$$l_0 = \frac{[l]}{n}.$$

А разности $v_1 = l_0 - l_1$, $v_2 = l_0 - l_2$.... будутъ вѣроятнѣйшими разностями, по которымъ средняя ошибка отдѣльнаго результата найдется по формулѣ

$$m^2 = \frac{[vv]}{n-1}$$

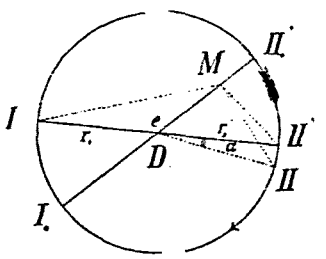
Величина m будетъ заключать въ себѣ случайную ошибку штриха и ошибку наблюденія (наведенія и отсчитыванія); называя послѣднюю m_1, мы случайную ошибку штриха найдемъ, какъ

$$\varepsilon^2 = m^2 - m_1^2$$

Величина m_1 опредѣляется изъ многократнаго наведенія на одинъ и тотъ же штрихъ, по тому же плану, какъ и m.

Опредѣленіе элементовъ эксцентрицитета алидады и средней систематической ошибки діаметра. Въ § 88 мы уже говорили объ эксцентрическомъ положеніи алидады и указывали, что отсчитываніе по двумъ діаметрально противоположнымъ верньерамъ уничтожаетъ вліяніе внѣцентреннаго положенія оси вращенія алидады. Здѣсь мы укажемъ, какъ опредѣлить элементы внѣцентренности, а именно, линейное разстояніе e между центромъ лимба и осью вращенія алидады и направленіе того діаметра, по которому располагаются обѣ названныя точки. Отсюда попутно можно сдѣлать нѣкоторыя заключенія объ ошибкахъ дѣленій.

Пусть на черт. 597 M представляетъ центръ лимба, D — центръ вращенія алидады,[1]) I и II два прибора для отсчитыванія по лимбу, нульпункты которыхъ расположены не на одной прямой; $e = MD$ — эксцентрицитетъ; r_1 и r_2 радіусы круговъ, описываемыхъ соотвѣтственно нульпунктами I и II. Если $I\,D\,II'$ прямая, то уголъ $II'\,D\,II = a$ будетъ угломъ между микроскопами; считать этотъ уголъ будемъ положительнымъ, если нульпунктъ II уклоняется отъ прямой $I\,D\,II'$ въ сторону возрастающей подписи, (какъ указано на чертежѣ стрѣлкой), отрицательнымъ въ обратномъ направленіи. Въ виду того, что величина e весьма мала сравнительно съ r_2, то можно также принять уголъ $II'\,M\,II = a$.



Черт. 597.

Съ этими обозначеніями будемъ имѣть

$$II - I = a + II' - I \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

гдѣ подъ II, I и II′ понимаются отсчеты лимба, соотвѣтствующіе данному положенію верньеровъ или микроскоповъ.

Для діаметра $I_0\,II_0'$, проходящаго черезъ точки D и M, будетъ имѣть равенство

$$II'_0 - I_0 = 180^0$$

Но такъ какъ

$$II' = II_0' + II_0\,M\,II'$$
$$I = I_0 + I_0\,M\,I$$

то равенство (1) можно представить въ видѣ

$$II - I = 180^0 + a + II_0'\,M\,II' - I_0\,M\,I \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

[1]) Разстояніе MD на чертежѣ преувеличено.

Далѣе можемъ съ достаточной степенью приближенія написать:

$$II_0' M II' = II_0 D II' + \frac{e}{r_2 Sin\, 1''} Sin\, II_0' D II$$

$$I_0 M I = I_0 D I - \frac{e}{r_1 Sin\, 1''} Sin\, I_0 D I$$

А такъ какъ

$$II_0 D II' = I_0 D I$$

то (2) приметъ такой видъ

$$II - I = 180^0 + a + \frac{1}{Sin\, 1''}\left(\frac{e}{r_2} Sin\, II'_0 D II + \frac{e}{r_1} Sin\, I_0 D I\right) \ldots . \quad (3)$$

Длины радіусовъ r_1 и r_2 можно принять одинаковыми и положить

$$r_1 = r_2 = r$$

гдѣ r — радіусъ лимба.

Точно также можно принять безъ особой погрѣшности

$$II_0' D II = I_0 D I = I_0 M I$$

А вслѣдствіе этого равенство (3) можно переписать въ такомъ видѣ

$$II - I = 180^0 + a + \frac{2e}{r Sin\, 1''} Sin\, (I - I_0) \ldots \ldots \ldots . \quad (4)$$

Или, полагая

$$\left.\begin{aligned} \frac{2e}{r Sin\, 1''} Cos\, I_0 &= b \\ \frac{2e}{r Sin\, 1''} Sin\, I_0 &= c \end{aligned}\right\} \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

равенство (4) получитъ видъ

$$II - I = 180^0 + a + b\,.\,Sin\, I - c\,.\,Cos\, I \ldots \ldots \ldots . \quad (6)$$

Пользуясь уравненіями (5), легко найти

$$tg\, I_0 = \frac{c}{b}$$

а затѣмъ

$$e = \frac{b}{2r\, Sin\, 1''\ Cos\, I_0} = \frac{c}{2r\, Sin\, 1''\ Sin\, I_0}.$$

Равенство (6) будетъ справедливо для всякаго отсчета I, если центръ вращенія алидады есть точка неизмѣнная, т. е. когда не наблюдается колебаній вертикальной оси вращенія алидады.

Имѣя цѣлый рядъ наблюденій, расположенныхъ по всему лимбу, напр., черезъ 10^0, можно составить столько же уравненій (6), и отсюда найти вѣроятнѣйшія значенія a, b и c, а затѣмъ I_0 и e.

Равенство (6) написано въ томъ предположеніи, что штрихи лимба не имѣютъ никакихъ ошибокъ. Мы уже знаемъ, что такое предположеніе невѣрно, такъ какъ каждая черточка сопровождается систематической и случайной ошибками, а такъ какъ (II — I) есть результатъ наблюденія, то въ немъ содержится также случайная ошибка наблюденія.

Поэтому, если систематическую ошибку штриха назовемъ черезъ t, а совокупность случайныхъ ошибокъ черезъ ε, уравненіе (6) будетъ имѣть такой видъ

$$(\mathrm{II} + t'') - (\mathrm{I} + t') + \varepsilon - 180^0 = a + b\ Sin\ \mathrm{I} - c\ .\ Cos\ \mathrm{I}.$$

Или обозначая

$$\mathrm{II} - \mathrm{I} - 180^0 = l,$$

будемъ имѣть

$$\varepsilon + (t'' - t') = -l + a + b\ Sin\ \mathrm{I} - c\ .\ Cos\ \mathrm{I}\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (7)$$

Когда мы производимъ наблюденія, расположенныя по всему лимбу равномѣрно, то всегда будемъ имѣть два отсчета I, отличающіеся на 180^0, т. е. для этихъ двухъ наблюденій войдутъ однѣ и тѣ же ошибки t, поэтому для такихъ двухъ наблюденій можемъ написать:

$$\varepsilon_1 + (t_1'' - t_1') = -l_1 + a + b\ Sin\ \mathrm{I}_1 - c\ Cos\ \mathrm{I}_1$$
$$\varepsilon_2 - (t_1'' - t_1') = -l_2 + a + b\ .\ Sin\ \mathrm{I}_1 + c\ .\ Cos\ \mathrm{I}_1$$

Отсюда получаемъ

$$(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) = -(l_1 + l_2) + 2a$$
$$\{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) + 2\,(t_1'' - t_1')\} = -(l_1 - l_2) + 2\,b\ Sin\ \mathrm{I}_1 - 2\,c\ .\ Cos\ \mathrm{I}_1$$

Обозначая для краткости

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = v$$
$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + 2\,(t'' - t') = v'$$

предыдущія равенства можно переписать такъ:

$$v = -(l_1 + l_2) + 2a$$
$$v' = -(l_1 - l_2) + 2\,b\ .\ Sin\ \mathrm{I}_1 - 2\,c\ .\ Cos\ \mathrm{I}_1\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (8)$$

Если при изслѣдованіи мы устанавливали микроскопъ I черезъ 10^0, начиная съ 0^0, то получимъ такія системы ур-ій (8)

$$v_0 = -({}_0l_1 + {}_0l_2) + 2\,a$$
$$v_1 = -({}_1l_1 + {}_1l_2) + 2\,a$$
$$.\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .$$
$$v_{17} = -({}_{17}l_1 + {}_{17}l_2) + 2\,a$$
$$.\ .$$
$$v_0' = -({}_0l_1 - {}_0l_2) + 2\,b\ .\ Sin\ 0^0 - 2\,c\ Cos\ 0^0$$
$$v_1' = -({}_1l_1 - {}_1l_2) + 2\,b\ .\ Sin\ 10^0 - 2\,c\ Cos\ 10^0\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (9)$$
$$v_2' = -({}_2l_1 - {}_2l_2) + 2\,b\ Sin\ 20^0 - 2\,c\ Cos\ 20^0$$
$$.\ .$$
$$v_{17}' = -({}_{17}l_1 - {}_{17}l_2) + 2b\ Sin\ 170^0 - 2\,c\ Cos\ 170^0$$

Эти уравненія будутъ, какъ мы знаемъ, *начальными* уравненіями.

Для наблюденія вѣроятнѣйшихъ значеній неизвѣстныхъ $(2\,a)$, $(2\,b)$ и $(2\,c)$, рѣшаемъ ихъ подъ условіемъ minimum'a $[vv]$. Для этого переходимъ

къ нормальнымъ уравненіямъ, которыя будутъ имѣть для нашего случая такой видъ:

$$\begin{aligned} 18(2a) &= [l_1 + l_2] \\ [Sin^2\,\mathrm{I}]\ (2b)\ . &= [(l_1 - l_2)\ Sin\,\mathrm{I}] \\ [Cos^2\,\mathrm{I}]\ (2c) &= [(l_1 - l_2)\ Cos\,\mathrm{I}] \end{aligned} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

Найдя отсюда неизвѣстныя и подставивъ ихъ въ начальныя ур-ія (9), опредѣлимъ всѣ величины v и v'.

Зная v и v', можно найти и среднее значеніе квадрата (v) и (v'), по формулѣ

$$(v)^2 = \frac{[vv]}{18-1}$$
$$(v')^2 = \frac{[v'v']}{18-2}$$

Допустимъ, что среднее значеніе случайной ошибки ε будетъ μ, тогда согласно теоріи ошибокъ:

$$(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2 = 2\mu^2$$
$$(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 = 2\mu^2$$

Но $(v)^2$ есть среднее значеніе $(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2$, поэтому

$$\mu^2 = \frac{(v)^2}{2}$$

Далѣе имѣемъ $v' = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) + 2(t'' - t')$; поэтому, называя среднее значеніе $(t'' - t') = \triangle$, мы можемъ написать:

$$(v')^2 = 2\mu^2 + 4\triangle^2$$

Откуда, помня, что $2\mu^2 = (v)^2$, находимъ

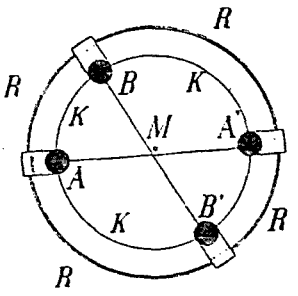
$$\triangle^2 = \frac{1}{4}\{(v')^2 - (v)^2\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

Формула (11) даетъ возможность опредѣлить среднее значеніе разности систематическихъ ошибокъ двухъ діаметральныхъ штриховъ. Ошибка каждаго штриха приблизительно можетъ быть представлена, какъ $\triangle : \sqrt{2}$.

Приведенный способъ изслѣдованія есть способъ приближенный, результаты котораго всецѣло зависятъ отъ постоянства центра вращенія алидады. Если такого постоянства нѣтъ, т. е. ось колеблется, тогда, конечно, такой способъ изслѣдованія не даетъ сколь-нибудь надежныхъ результатовъ. Вслѣдствіе этого нужно рекомендовать другой, болѣе цѣлесообразный способъ изслѣдованія.

Изслѣдованіе ошибокъ дѣленій можно произвести болѣе строго, если при лимбѣ имѣется 4 микроскопа, расположенныхъ попарно по двумъ діаметрамъ. Мы будемъ предполагать, что взаимное расположеніе обѣихъ паръ микроскоповъ можно измѣнять [1]). Изслѣдованіе будетъ состоять въ томъ, что уголъ, составленный діаметрами, по которымъ располагаются микроскопы, вымѣряется на разныхъ частяхъ лимба.

Пусть на черт. 598 A и A_1—одна пара микроскоповъ, B и B_1 — вторая, изслѣдованію подлежитъ кругъ K, имѣющій вращеніе около точки M, весьма близкой къ точкѣ пересѣченія прямыхъ AA_1 и BB_1.



Черт. 598.

Будемъ давать углу между этими прямыми значенія напр. 15°, 30°, 45° и т. д. При каждомъ такомъ расположеніи микроскоповъ будемъ подъ микроскопъ A подводить послѣдовательно дѣленія лимба, напр., 0°, 15°, 30° и т. д. до полной окружности сначала въ направленіи увеличивающейся подписи, а затѣмъ въ обратномъ порядкѣ; по всѣмъ микрометрамъ при этомъ дѣлаемъ тщательно отсчеты младшаго и старшаго штриховъ. Разность среднихъ по обѣимъ парамъ микроскоповъ будетъ давать значеніе угла между AA_1 и BB_1 на различныхъ частяхъ лимба. Если при другомъ углѣ между микроскопами, кратномъ числу, на которое переставляемъ лимбъ, мы опять произведемъ такое же наблюденіе, подводя подъ микроскопъ A тѣ же штрихи 0°, 15° и т. д., то остальные микроскопы попадутъ на штрихи, бывшіе уже при первомъ наблюденіи.

Имѣя рядъ такихъ наблюденій, можно вывести вѣроятнѣйшія поправки, вошедшихъ въ изслѣдованіе штриховъ. Поправки остальныхъ можно найти интерполированіемъ. Кстати замѣтимъ здѣсь же, что намъ важны собственно поправки для діаметровъ, а не для каждаго отдѣльно штриха, такъ какъ при измѣреніи угловъ отсчитываніе производится всегда по двумъ діаметрально расположеннымъ микроскопамъ.

Пусть изъ наблюденій мы нашли, что приближенные углы между микроскопами были u, u', u'' и u''', (напр. 15°, 30°, 45° и 60°). Эти числа получены, какъ среднее изъ всѣхъ отдѣльныхъ наблюденій на различныхъ частяхъ лимба (для нашего случая черезъ каждые 15°). Положимъ, что поправки этихъ величинъ будутъ (u), (u'), (u'') и (u'''); разности между значеніями u и каждымъ отдѣльнымъ наблюденіемъ пусть будутъ l съ соотвѣтствующимъ значкомъ. Поправки діаметровъ назовемъ такъ: 0°—180° черезъ (0°), 15° — 195° — (1) и т. д. 165° — 345° — (11). Называя случайныя ошибки наблюденій черезъ v, мы получимъ такія системы начальныхъ уравненій:

$$\left.\begin{aligned} v_1 &= l_1 + (u) + (0) - (1)\\ v_2 &= l_2 + (u) + (1) - (2)\\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\\ v_{12} &= l_{12} + (u) + (11) - (0) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$\left.\begin{aligned} v_1' &= l_1' + (u') + (0) - (2)\\ v_2' &= l_2' + (u') + (1) - (3)\\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\\ v_{12}' &= l_{12}' + (u') + (11) - (1) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$$\left.\begin{aligned} v_1'' &= l_1'' + (u'') + (0) - (3)\\ v_2'' &= l_2'' + (u'') + (1) - (4)\\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\\ v_{12}'' &= l_{12}'' + (u'') + (11) - (2) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

$$\left.\begin{aligned} v_1''' &= l_1''' + (u''') + (0) - (4)\\ v_2''' &= l_2''' + (u''') + (1) - (5)\\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\\ v_{12}''' &= l_{12}''' + (u''') + (11) - (3) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

[1]) Берлинскимъ механикомъ *Wanschaff*'омъ построенъ особый приборъ для изслѣдованія дѣленій круговъ главную часть котораго представляютъ двѣ пары микроскоповъ, уголъ между которыми можно мѣнять.

Начальную поправку (0) мы можемъ положить равной нулю, однако, для большей общности мы введемъ такое условіе

$$(0)+(1)+\ldots+(11)=0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

Вслѣдствіе этого условія всѣ поправки (u) будутъ нули, такъ какъ мы приближенныя значенія угловъ u взяли такими, что $[l]=0$.

Переходя отъ начальныхъ уравненій къ нормальнымъ, имѣя при этомъ въ виду условіе (5), мы получимъ такую систему нормальныхъ уравненій для взятаго нами случая:

$$\begin{array}{rrrrrrrrrrrrr}
8(0)- & (1)- & (2)- & (3)- & (4) & . & . & . - & (8)- & (9)- & (10)- & (11)+K=L_1\\
-(0)+8(1)- & (2)- & (3)- & (4)- & (5) & . & . & . - & (9)- & (10)- & (11)+K=L_2\\
-(0)- & (1)+8(2)- & (3)- & (4)- & (5)- & (6) & . & . - & (10)- & (11)+K=L_3\\
-(0)- & (1)- & (2)+8(3)- & (4)- & (5)- & (6)- & (7) & . & . - & (11)+K=L_4\\
-(0)- & (1)- & (2)- & (3)+8(4)- & (5)- & (6)- & (7)- & (8) & . & . & . +K+L_5\\
. - & (1)- & (2)- & (3)- & (4)+8(5)- & (6)- & (7)- & (8)- & (9) & . & . +K=L_6\\
. & . - & (2)- & (3)- & (4)- & (5)+8(6)- & (7)- & (8)- & (9)- & (10) & . +K=L_7\\
. & . & . - & (3)- & (4)- & (5)- & (6)+8(7)- & (8)- & (9)- & (10)- & (11)+K=L_8\\
-(0) & . & . & . - & (4)- & (5)- & (6)- & (7)+8(8)- & (9)- & (10)- & (11)+K=L_9\\
-(0)- & (1) & . & . & . - & (5)- & (6)- & (7)- & (8)+8(9)- & (10)- & (11)+K=L_{10}\\
-(0)- & (1)- & (2) & . & . & . - & (6)- & (7)- & (8)- & (9)-8(10)- & (11)+K=L_{11}\\
-(0)- & (1)- & (2)- & (3) & . & . & . - & (7)- & (8)- & (9)- & (10)+8(11)+K=L_{12}\\
+(0)+ & (1)+ & (2)+ & (3)+ & (4)+ & (5)+ & (6)+ & (7)+ & (8)+ & (9)+ & (10)+ & (11) & .\ =0.
\end{array}$$

Рѣшеніе этой системы уравненій дастъ намъ всѣ величины поправокъ. При рѣшеніи уравненій здѣсь возможны большія упрощенія, напримѣръ, возможно находить неизвѣстныя путемъ послѣдовательныхъ приближеній [1]).

Если послѣ нахожденія поправокъ представить графически ихъ ходъ, то съ очевидностью выразится ихъ періодичность.

Построеніе такого графика дѣлается такъ: на прямой откладываютъ послѣдовательно равные между собою отрѣзки, которые должны изображать интерваллы лимба; на перпендикулярѣ въ соотвѣтствующей точкѣ откладывается величина поправки.

Соединяя непрерывной кривой полученныя такимъ образомъ точки, мы въ результатѣ получимъ періодическую кривую, а это и покажетъ, что систематическія ошибки дѣленій лимба имѣютъ періодическій характеръ.

§ 329. Измѣреніе горизонтальныхъ и вертикальныхъ угловъ и направленій. Измѣреніе угловъ въ тріангуляціяхъ представляетъ весьма простую, но вмѣстѣ съ тѣмъ чрезвычайно важную часть работы.

Мы уже видѣли, что главныя ошибки въ опредѣленіи сторонъ треугольниковъ, а значитъ и координатъ пунктовъ сѣти, происходятъ отъ ошибокъ угловыхъ измѣреній. Слѣдовательно, на точность измѣренія угловъ приходится обращать самое серьезное вниманіе. Увеличеніе точности достигается, какъ мы знаемъ, многократнымъ измѣреніемъ, съ одной стороны, и надлежащимъ образомъ обставленными наблюденіями, съ другой. Въ виду того, что съ каждаго пункта приходится обычно измѣрять углы между направленіями на нѣсколько предметовъ, то тутъ могутъ быть примѣнены два способа наблюденій: 1) способъ круговыхъ пріемовъ и 2) способъ отдѣльныхъ угловъ.

Послѣдній способъ можетъ быть въ свою очередь раздѣленъ на два вида: a) измѣреніе собственно направленій на оба предмета и b) способы

[1]) *F. R. Helmert.* Ausgleichungsrechnung nach der Methode d. kl. Qu.

повторенiй. Сущность этихъ способовъ нами уже указана въ главѣ объ угломѣрной съемкѣ. Здѣсь намъ придется нѣсколько развить сказанное раньше и обратить вниманiе на нѣкоторыя детали.

Какимъ бы способомъ мы не измѣряли углы или направленiя, нужно прежде всего обратить самое серьезное вниманiе на прочность установки инструмента, такъ какъ, какъ бы тщательно мы не дѣлали наведенiя и отсчитыванiя, все это будетъ напраснымъ трудомъ, если инструментъ стоитъ неустоiчиво, а вслѣдствiе этого подверженъ колебанiямъ. Поэтому въ томъ случаѣ, когда наблюденiе возможно производить съ земли, ножки штатива инструмента должны быть вкопаны въ землю, а для упора забивать у основанiя ножекъ небольшiе колышки. Если инструментъ устанавливается на нѣкоторой высотѣ надъ поверхностью земли (двойная пирамида, сигналъ, колокольня и т. п.), то прежде всего нужно изолировать его отъ платформы, на которой помѣщается наблюдатель, затѣмъ—защитить инструментъ отъ вliянiя вѣтра, лучей солнца и т. д. Само собою понятно, что во время сильнаго порывистаго вѣтра лучше отказаться отъ наблюденiй.

Въ зависимости отъ способа, какимъ предполагается производить наблюденiя на данной точкѣ, а также и той точности, съ какой нужно имѣть угловыя данныя, передъ началомъ работы составляется планъ производства наблюденiй. Мы въ дальнѣйшемъ изложенiи будемъ касаться какъ самихъ способовъ наблюденiй, такъ и подготовки къ нимъ.

Способъ круговыхъ пpiемовъ былъ впервые введенъ *В. Струве* и состоитъ въ слѣдующемъ: при данномъ положенiи лимба и трубы послѣдовательно наводятъ ее на *всѣ* окружающiе пункты, начиная съ какого-нибудь изъ нихъ, принятаго за начальный, при чемъ наведенiя дѣлаются въ порядкѣ возрастанiя азимутовъ (т. е. по ходу часовой стрѣлки); верньеры или микроскопы отсчитываются послѣ наведенiя на каждый предметъ; заканчивается наблюденiе наведенiемъ (въ томъ же направленiи) на начальный предметъ, чтобы убѣдиться въ неизмѣнности положенiя инструмента. Совокупность всѣхъ этихъ дѣйствiй называется *первымъ полупpiемомъ*. Затѣмъ труба переводится черезъ зенитъ (или перекладывается въ лагерахъ) и при второмъ ея положенiи тѣ же наблюденiя производятся *въ обратномъ порядкѣ*, т. е. начинаютъ съ начальнаго предмета, а затѣмъ вращаютъ алидаду противъ хода часовой стрѣлки. Это будетъ *второй полупpiемъ*. Оба полупpiема при двухъ положенiяхъ трубы составляютъ *полный пpiемъ*. Среднее изъ отсчетовъ въ обоихъ полупpiемахъ будетъ свободно отъ вliянiя коллимацiонной ошибки и наклона горизонтальной оси вращенiя трубы. Разность между отсчетами при одномъ и другомъ положенiи трубы будетъ давать контроль правильности произведенныхъ наблюденiй, такъ какъ она при центральной трубѣ будетъ величиной двойной коллимацiонной ошибки и должна быть одинаковой для всѣхъ предметовъ. При внѣцентренной трубѣ эту разность предварительно нужно исправить за эксцентрическое положенiе трубы.

Когда первый пpiемъ законченъ, лимбъ переставляютъ на опредѣленное число градусовъ, зависящее отъ числа *пpiемовъ*, кототорымъ предпо-

лагается измѣрить всѣ направленія, и отъ числа верньеровъ или микроскоповъ, имѣющихся въ инструментѣ. Эти перестановки имѣютъ цѣлью, какъ это мы видѣли въ предыдущемъ §-ѣ, *уменьшеніе вліянія систематическихъ ошибокъ дѣленій*; тамъ же была дана и формула, по которой расчитывается уголъ перестановки, именно при n пріемахъ и m приборахъ для отсчитыванія — $\frac{360^0}{n.\ m.}$.

Переставивъ лимбъ, наблюдаютъ опять тѣ же предметы *вторымъ пріемомъ* и т. д. Обычно первый пріемъ начинается съ того положенія лимба, когда при наведеніи на начальный предметъ, отсчетъ по первому верньеру или микроскопу равенъ 0^0 (приблизительно). Для этой цѣли верньеръ устанавливается на нуль лимба, алидадный кругъ закрѣпляется, и наведеніе на начальный предметъ производится вращеніемъ лимба вмѣстѣ съ алидадой. Если же движеніе лимба и алидады другъ съ другомъ не связаны (напр. теодолитъ Ваншаффа), то сначала наводятъ трубу, а затѣмъ движеніемъ отъ руки подводятъ нуль лимба подъ нульпунктъ микроскопа, послѣ чего лимбъ закрѣпляютъ.

Если на данной точкѣ тріангуляціи должны быть измѣрены направленія на точки *различныхъ классовъ*, то, очевидно и число пріемовъ измѣреній должно быть различно, а слѣдовательно, различны углы перестановокъ лимба. Чтобы не задерживать работы на пунктѣ соображеніями, какія направленія мѣрить однимъ числомъ пріемовъ, какія другимъ, и какъ при этомъ переставлять лимбъ, обычно составляется таблица отсчетовъ на начальный предметъ и указывается какіе пункты наблюдать въ пріемѣ. Пусть напримѣръ на пунктѣ нужно измѣрять направленія на точки 1, 2 и 3 классовъ, при этомъ точки 1 класса наблюдаются 12 пріемами, точки 2-го класса — 6 пріемами и точки 3-го класса 3 пріемами.

Отсчитываніе производится по двумъ верньерамъ или микроскопамъ.

Тогда перестановки лимба должны быть для 12-ти пріемовъ черезъ $(360^0 : 12 \times 2) = 15^0$, для 6-и пріемовъ — 30^0 и для 3-хъ пріемовъ — 60^0. Поэтому отсчеты на начальный предметъ въ первомъ полупріемѣ будутъ: для точекъ 1-го класса 0^0, 15^0, 30^0,..... 60^0,..... 165^0, для точекъ 2-го класса 0^0, 30^0..... 150^0, для точекъ 3-го класса 0^0, 60^0, 120^0, т. е. точки 1-го класса нужно наблюдать *во всѣхъ 12-и* пріемахъ, точки 2-го класса въ *I, III.... XI* — пріемѣ, а точки 3-го класса въ *I, V и X* пріемахъ.

Для удобства пользованія можно составить по этимъ даннымъ табличку.

Въ томъ случаѣ, когда съ даннаго пункта нужно наблюдать *большое число* предметовъ, наблюдать ихъ *сразу всѣ* нельзя, такъ какъ каждый полупріемъ займетъ много времени, въ теченіе котораго могутъ произойти большія измѣненія въ состояніи инструмента.

Точно также иногда нельзя съ одной станціи измѣрить всѣ направленія вслѣдствіе ихъ невидимости.

Поэтому въ такихъ случаяхъ слѣдуетъ всѣ предметы разбить на группы, и наблюденія производить по группамъ предметовъ.

Не слѣдуетъ забывать при этомъ, что каждыя двѣ группы предме-

товъ должны имѣть при этомъ *одну общую точку*, дабы можно было направленія одной группы связать съ направленіями другой. Для поясненія возьмемъ примѣръ. Пусть съ какой-нибудь точки требуется измѣрить направленія на предметы *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, *H*, *I*. Для простоты допустимъ, что всѣ предметы слѣдуютъ по ходу часовой стрѣлки, считая отъ *A*.

Разобьемъ ихъ на три группы: *ABC*, *DEF* и *GHI*.

Если бы мы въ каждой группѣ измѣрили только тѣ три направленія, которыя написаны, то очевидно, что относительнаго положенія направленій, напр., *A* и *E*, мы отсюда получить не можемъ.

Для того, чтобы можно было получить взаимное расположеніе *всякой пары* направленій, необходимо въ первой группѣ наблюдать какой-нибудь предметъ второй или третьей группы, во второй группѣ — наблюдать предметъ третьей или первой группы.

Слѣдовательно, наблюдать мы должны такія, напр., группы предметовъ: *ABCD*; *DEFG*; *GHI*.

Измѣреніе каждаго направленія, какъ видно изъ предыдущаго изложенія, состоитъ изъ двухъ дѣйствій: 1) наведенія и 2) отсчитыванія верньеровъ или микроскоповъ. О второмъ дѣйствіи мы уже достаточно говорили, остановимся теперь на первомъ,— наведеніи.

Сѣтка нитей инструментовъ, употребляющихся въ тріангуляціяхъ состоитъ изъ двухъ близко расположенныхъ вертикальныхъ нитей и такихъ же двухъ горизонтальныхъ. Въ пересѣченіи этихъ нитей образуется прямоугольничекъ, центръ котораго соотвѣтствуетъ кресту нитей простыхъ инструментовъ. Изъ этого слѣдуетъ, что „навести" трубу значитъ поставить ее такъ, чтобы изображеніе визирнаго цилиндра сигнала помѣщалось между вертикальными нитями и занимало положеніе симметричное относительно обѣихъ нитей. Конечно, изображеніе должно помѣщаться близко къ горизонтальнымъ нитямъ и симметрично относительно нихъ въ обоихъ полупріемахъ, т. е. если въ первомъ полупріемѣ *ниже* нитей, то во второмъ — *выше*.

Движеніе алидадной части отъ предмета къ предмету должны быть плавными и при томъ въ одну сторону, т. е. не слѣдуетъ трубу поворачивать слишкомъ много, а затѣмъ возвращать ее назадъ.

Окончательная установка трубы производится помощью микрометреннаго винта. Тутъ надо твердо помнить, что *окончательное наведеніе дѣлается всегда положительнымъ движеніемъ микрометрическаго винта*, т. е. *ввинчивая его*. При такомъ дѣйствіи винта онъ будетъ надавливать на рычагъ алидады, вслѣдствіе чего движеніе ея будетъ непрерывнымъ и плавнымъ; при *вывинчиваніи* же винта труба будетъ двигаться только вслѣдствіе упругости пружины скачками, или же совершенно не будетъ пере-

двигаться вслѣдствіе мертваго хода винта. Установка трубы по высотѣ достигается грубымъ передвиженіемъ, а затѣмъ соотвѣтствующими винтами.

Сдѣлавъ наведеніе, необходимо нѣкоторое время смотрѣть въ трубу, не происходятъ ли *смѣщенія* изображенія. Если нѣтъ, — то приступаютъ къ производству отсчетовъ. Сдѣлавъ отсчеты, опять смотрятъ въ трубу, осталось ли изображеніе на мѣстѣ; если измѣненій не произошло, то переходятъ къ слѣдующему предмету, если же смѣщеніе произошло, то исправляютъ наведеніе и снова отсчитываютъ верньеры или микроскопы

Замѣтимъ кстати, что смѣщеніе изображенія часто происходитъ отъ поперечныхъ колебаній воздуха, но это всегда можно замѣтить по дрожащимъ изображеніямъ. Когда такія колебанія наблюдаются, то измѣреній не дѣлаютъ.

Выше мы видѣли, что нѣкоторые инструменты имѣютъ повѣрительную трубу, назначеніе которой — слѣдить за неизмѣнностью положенія лимба. Въ тѣхъ случаяхъ, когда имѣется повѣрительная труба, наблюденія главной трубой ведутся въ томъ же порядкѣ, повѣрительной же трубой пользуются такимъ образомъ.

Устанавливается на разстояніи напр. 500 саж. особая марка [1]), или же просто выбирается очень ясно видимый и рѣзко очерченный предметъ на не очень большомъ разстояніи, и на эту марку (или предметъ) направляется повѣрительная труба, которая затѣмъ закрѣпляется. Такъ какъ труба непосредственно связана съ лимбомъ, то въ случаѣ сдвиженія лимба и оптическая ось трубы будетъ сдвигаться съ того предмета, на который она направлена.

Если микрометреннымъ винтомъ лимба повѣрительную трубу вновь точто навести на предметы, то очевидно и лимбъ будетъ приведенъ въ первоначальное положеніе. При наблюденіяхъ инструментами повѣрительной трубой должны быть собственно два наблюдателя. Одинъ наблюдаетъ главной трубой, второй все время слѣдитъ за повѣрительной. Наведеніе считается произведеннымъ тогда, когда повѣрительная труба точно направлена на марку, а главная въ то же время на наблюдаемый предметъ. Можно и одному лицу производить наблюденія съ повѣрительной трубой, но тогда они идутъ, конечно, значительно медленнѣе.

Результаты измѣреній записываются въ журналъ, форма котораго зависитъ отъ того, какъ производились отсчеты: — по верньерамъ или по микроскопамъ.

Журналъ наблюденій универсаломъ съ верньерами можетъ имѣть такой видъ:

---

[1]) Напримѣръ бѣлый прямоугольникъ опредѣленныхъ размѣровъ на черномъ фонѣ.

Время наблюденій $4^h 30^m$ дня
16 іюня 1913 г.

Названіе пункта:

пирамида Новая, внѣ центра.
Ясно, тихо.

Инструментъ: универсалъ Керна № 19970.

Наблюдатель: N. N.

Названія предметовъ	I			II	Среднее			I			II	Среднее			$\frac{R+L}{2}$			$R-L$
	°	′	″	″	°	′	″	°	′	″	″	°	′	″	°	′	″	
I. Пріемъ:			R						L						0	1	48.1	
Восточная, пир.	0	2	10	20	0	2	15	180	1	10	30	180	1	20	0	1	47.5	$\frac{+55''}{(+48)}$
Капотня, колок.	86	40	55	50	86	40	52.5	266	40	0	5	266	40	2.5	86	40	27.5	$\frac{+50''}{(+43)}$
Братѣево, колок.	123	28	0	10	123	28	05	303	27	10	—10	303	27	0	123	27	32.5	$\frac{+65''}{(+57)}$
Сабурово, пир.	167	21	30	40	167	21	35	347	20	40	50	340	20	45	167	21	10	$\frac{+50''}{+(45)}$
Лагерь, шпиль	215	21	0	20	215	21	10	35	20	30	10	35	20	20	215	20	54	$\frac{+50''}{(+40)}$
Восточная, пир.	0	2	10	25	0	2	17.5	180	1	15	25	180	1	20	0	1	48.7	$\frac{+57''}{(+50)}$

Въ послѣдней графѣ приведеннаго нами журнала помѣщаются значенія разности кругъ право R минусъ кругъ лѣво L, написанныя надъ горизонтальной черточкой. Но такъ какъ труба была внѣцентренная, то для того чтобы можно было сличать другъ съ другомъ отдѣльныя разности, каждая изъ нихъ была исправлена. Исправленныя разности, представляющія двойную коллимаціонную ошибку [1]), написаны въ скобкахъ подъ чертой.

Такъ какъ послѣдняя графа, какъ мы уже замѣтили, является контрольной относительно правильности наблюденій, то ее нужно выводить сейчасъ же въ полѣ. Поэтому поправки за внѣцентренность трубы должны быть заранѣе подсчитаны. Это относится только къ тѣмъ случаямъ, когда разстоянія до наблюдаемыхъ предметовъ не велики. Если разстоянія значительны, то поправка за эксцентричность трубы будетъ величиной исчезающей.

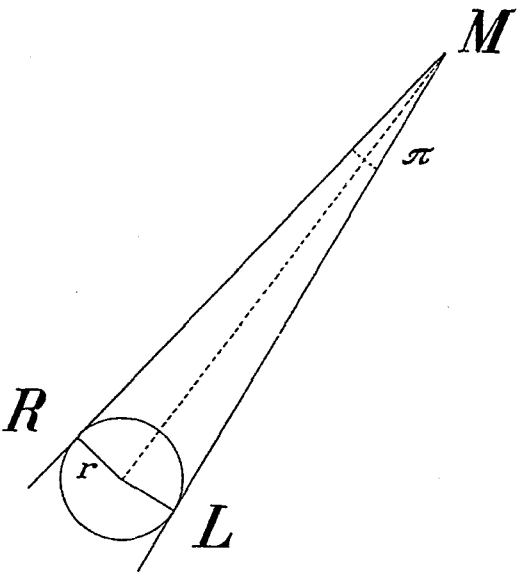
Дѣйствительно, пусть на черт. 599 M есть пунктъ сѣти, на который

[1]) Это не совсѣмъ вѣрно, такъ какъ на эту разность складываются вообще ошибки наблюденій и вліяніе коллимаціонной ошибки, наклона оси и т. п.

дѣлаемъ наведеніе, R и L два положенія трубы, r—разстояніе отъ вертикальной оси вращенія до оптической оси трубы и D—разстояніе между точкой стоянія и точкой M (оно можетъ быть извѣстно и грубо).

Если уголъ при точкѣ M, образуемый визирными лучами R и L назовемъ π, то, какъ видно изъ чертежа, приведенія измѣреннаго направленія при кругахъ R и L будутъ $-\frac{\pi}{2}$ и $+\frac{\pi}{2}$, если дѣленія возрастаютъ по ходу часовой стрѣлки, т. е.:

$$R' = R - \frac{\pi}{2} \text{ и } L' = L + \frac{\pi}{2}.$$



Черт. 599.

Слѣдовательно, разность приведенныхъ къ центру круговъ будетъ такая

$$R' - L' = R - L - \pi.$$

Но изъ чертежа 599 видно, что

$$\frac{\pi}{2} = \frac{r}{D\,Sin\,1''} \text{ или } \pi = \frac{d}{D\,Sin\,1''},$$

гдѣ $d = 2r$.

Если положить въ этой формулѣ $d = 0.1$ саж. и $D = 10$ верстъ, то получимъ $\pi \equiv 4''$. Уже при такихъ разстояніяхъ поправка за внѣцентренность трубы величина малая.

Колебанія разностей $(R - L)$ обусловливаются различнаго рода ошибками, имѣющими мѣсто при наблюденіяхъ. Однако колебанія эти не должны превышать извѣстныхъ предѣловъ.

Для универсаловъ съ верньерами предѣломъ такихъ колебаній считаютъ *тройную точность верньера*, т. е. 30″.

Графа $\frac{R+L}{2}$ выводится, если время позволяетъ, въ полѣ же, а потомъ провѣряется дома, или же только дома. Такъ какъ наведеній на начальный предметъ дѣлается два, то за окончательное принимается среднее изъ нихъ, которое и записано сверху 0°1′ 48″.1. Это число затѣмъ вычитаютъ изъ всѣхъ направленій, и такимъ образомъ получаются направленія на остальные предметы, считая начальное направленіе 0°0′0″.0.

Если бы у насъ былъ инструментъ съ микроскопъ-микрометромъ, то журналъ наблюденій можно было бы вести такой:

Время 5^h дня 18 іюня 1913.
Ясно, вѣтренно.
Инструментъ: теодолитъ Ваншаффа.

Названіе пункта:

пир. Орѣхова, въ центрѣ.
Наблюдатель: N N.

Названіе предмета	Микроскопы A	Микроскопы B	R	Попр. за *rin*	Исправлен. среднее	Микроскопы A	Микроскопы B	L	Попр. за *rin*	Исправлен. среднее	$\frac{R+L}{2}$ (испр.)	$R-L$
3-ій пріемъ												
Чортов. гор. шир. . . .	60°5′+0′ 17″.2	16.2	30.4	—0.1	60° 5′ 23″.0	240° 5′+0 40″.3	39.0	50.2	—0.2	240° 5′ 44″.7	60° 5′ 33″.8	—21.7
			28.5					50.0				
Перерва, соборъ . . .	38 50+4 0.5	—2.0	14.2	—0.8	38 54 5.5	218 50+4	21.0	36.3	—0.9	218 54 26.7	38 54 15.1	—21.2
			12.5				20.5	34.5				
Восточная, шир.	58 10+1	26.0 25.0	35.0	—0.3	58 11 29.7	238 10+1	47.0	51.0	—0.4	238 11 48.3	58 11 39.0	—18.6
			34.0				47.0	50.0				
Капотня, колок.	96 50+4	54.0 53.0	68.0	—1.0	96 54 59.7	276 55	15.0	30.0	—0.1	276 55 21.9	96 55 10.8	—22.2
			68.0				14.0	29.0				
Чортовъ городъ шир. .	60 5+0	20.1 20.0	32.0	—0.1	60 5 25.2	240 5+0	40.0	52.0	—0.2	240 5 45.5	60 5 35.3	—20.3
			31.0				40.0	51.0				

Отсчеты по микроскопу записаны здѣсь такъ: число градусовъ и пятковъ минутъ, взятыхъ непосредственно съ лимба + отсчетъ по барабану: минуты и секунды, причемъ верхняя запись секундъ соотвѣтствуетъ наведенію на младшій штрихъ, нижняя — на старшій. Поправки за *rin*, вычисленныя по формулѣ, данной нами выше, вводятся въ среднее изъ обоихъ микроскоповъ. Разности $(R-L)$ здѣсь могутъ колебаться въ предѣлахъ вообще большихъ, чѣмъ тройная точность отсчета барабана, такъ какъ вліяніе ошибки на веденія и неправильной рефракціи вообще превышаютъ эту величину.

Выводъ направленій, отнесенныхъ къ начальному, принятому за нуль, вычисляется здѣсь такъ же, какъ и въ случаѣ верньеровъ. Выводъ направленій по каждому пріему производится уже послѣ окончанія наблюденій.

Измѣреніе отдѣльныхъ угловъ способомъ повтореній было разсмотрѣно нами по существу въ § 98 стр. 144. Состоитъ этотъ способъ, какъ уже сказано, въ томъ, что вели-

чину измѣряемаго угла послѣдовательно откладываютъ на лимбѣ n разъ, начиная отъ какого-нибудь начальнаго положенія. Съ этой цѣлью наведеніе на одинъ изъ предметовъ (лѣвый) дѣлается всегда вращеніемъ лимба вмѣстѣ съ алидадной частью, наведеніе на второй (правый) достигается вращеніемъ одной алидады при неподвижномъ лимбѣ. Отсюда съ очевидностью вытекаетъ, что *не всѣми инструментами* измѣреніе этимъ способомъ возможно, а только тѣми, у которыхъ ось алидады можетъ быть скрѣплена съ осью лимба, а лимбъ можетъ вращаться около вертикальной своей оси. Къ такимъ инструментамъ относятся *всѣ универсалы съ верньерами*. Тѣ же инструменты, у которыхъ верньеры замѣнены микроскопъ-микрометрами, вертикальная ось вращенія алидадной части имѣетъ передвиженія, совершенно независимые отъ передвиженій лимба; поэтому такими инструментами измѣрять углы по способу повтореній нельзя.

Хотя по существу при этомъ способѣ измѣренія достаточно имѣть только отсчетъ начальный, т.-е. соотвѣтствующій первому наведенію на лѣвый предметъ, и конечный, соотвѣтствующій послѣднему наведенію (на правый предметъ), чтобы можно было получить величину угла, при чемъ, конечно, число повтореній n — извѣстно. Формула, опредѣляющая значеніе угла была нами дана такая

$$\alpha = \frac{a_2 + 360^0 + k - a_1}{n}$$

Здѣсь a_2 и a_1 — отсчеты лимба, а k — показываетъ сколько разъ мимо нуля верньера прошла цыфра 360^0.

Однако, если бы мы за все время производства наблюденія не имѣли никакихъ объективныхъ данныхъ для сужденія о неизмѣнности положенія инструмента, то полученный нами результатъ былъ бы недостаточно убѣдительнымъ. Въ виду этого при измѣреніяхъ угловъ способомъ повтореній дѣлаются также и *всѣ промежуточные отсчеты*, соотвѣтствующіе *каждому* наведенію алидады на правый предметъ. Само собою понятно, что каждый послѣдующій отсчетъ долженъ быть больше предыдущаго на величину угла (т.-е. перваго отсчета).

Если это условіе существуетъ, то состояніе инструмента неизмѣнно, и результатъ наблюденія вполнѣ надеженъ.

При выводѣ окончательной величины угла промежуточные отсчеты *не вводятся*. Конечно, такой способъ измѣренія не есть безусловный „способъ повтореній".

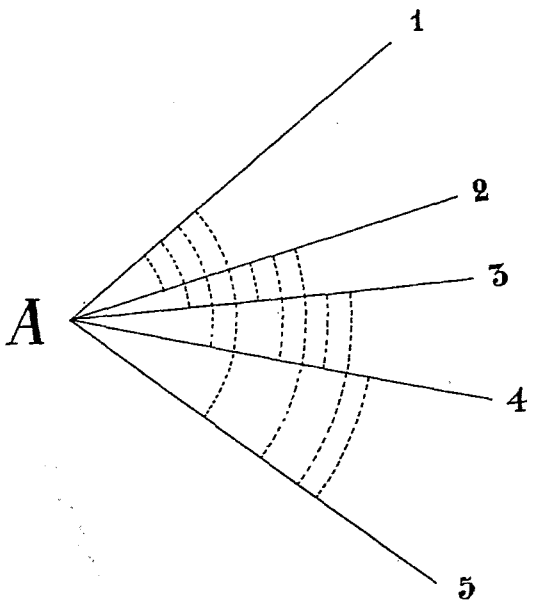
Журналъ наблюденій при этомъ методѣ измѣренія можно примѣнять тотъ, какъ и при круговыхъ пріемахъ, съ той разницей, что наблюдаться будутъ только два предмета, и отсчеты записываются противъ второго предмета (праваго), исключая, конечно, начальный отсчетъ; въ графѣ $(R - L)$ будутъ разности двухъ послѣдовательныхъ среднихъ отсчетовъ (только секунды).

Другой способъ измѣренія отдѣльныхъ угловъ состоитъ въ измѣреніи направленій на два предмета, при чемъ лимбъ переставляется здѣсь такъ же, какъ и при круговыхъ пріемахъ. Различіе со способомъ круговыхъ

пріемовъ то, что 1) наблюдаются только два пункта и 2) на начальный (лѣвый) предметъ дѣлается только одно наведеніе. Замыканія пріемовъ не дѣлается на томъ основаніи, что для измѣренія двухъ направленій нуженъ весьма небольшой промежутокъ времени, въ теченіе котораго въ состояніи инструмента не произойдетъ какихъ-либо измѣненій.

Измѣреніе угловъ по описанному способу можно производить въ какомъ угодно порядкѣ, только были бы измѣрены всѣ независимые углы на данномъ пунктѣ, а кромѣ того, съ той точностью, которая соотвѣтствуетъ точкамъ различныхъ классовъ. Однако и здѣсь рекомендуется наблюденія производить по опредѣленному заранѣе плану. Планъ этотъ касается главнымъ образомъ перестановокъ лимба въ связи съ комбинированіемъ различныхъ угловъ. Такой способъ перестановокъ и порядка комбинированія предметовъ былъ предложенъ прусскимъ геодезистомъ *Шрейберомъ* и носитъ его имя.

Способъ Шрейбера, примѣняющійся на основныхъ тріангуляціяхъ въ Пруссіи, состоитъ въ томъ, что между направленіями на n предметовъ, наблюдающихся съ данной станціи, измѣряются углы во *всевозможныхъ комбинаціяхъ* этихъ направленій, взятыхъ по два. При n направленіяхъ такихъ комбинацій будетъ очевидно $\frac{n(n-1)}{2}$. Такъ, напримѣръ, если съ данной точки A (черт. 600) нужно наблюдать 5 направленій, то эти направленія образуютъ всего 10 угловъ, которые можемъ обозначить такъ (1.2), (1.3), (1.4), (1.5); (2.3), (2.4), (2.5); (3.4), (3.5); (4.5).



Черт. 600.

Эти обозначенія показываютъ, между какими направленіями берется уголъ.

Допустимъ, что на станціи требуется измѣрить n направленій. Положимъ, что мы ихъ измѣрили по способу круговыхъ пріемовъ p полными пріемами [1]). Тогда, если вѣсъ однажды измѣреннаго направленія положить равнымъ единицѣ, вѣсъ ариѳметическаго средняго для каждаго направленія будетъ p.

Если бы мы каждый изъ $\frac{1}{2}n(n-1)$ угловъ измѣрили q пріемами, то принимая вѣсъ однажды (полупріемомъ) измѣреннаго угла за единицу, мы можемъ получить отсюда всѣ направленія, вѣсъ которыхъ будетъ $\frac{1}{2}nq$ [2]).

---

[1]) Т.-е. въ каждомъ пріемѣ наблюдались *всѣ* направленія.

[2]) Это положеніе будетъ очевиднымъ изъ послѣдующаго изложенія.

Поэтому если желаемъ, чтобы во второмъ случаѣ получился для направленія такой же вѣсъ, какъ и въ первомъ случаѣ, нужно положить

$$p = n \cdot q \text{ или } q = \frac{p}{n}.$$

Задаваясь опредѣленной величиной вѣса, можно отсюда найти сколькими пріемами долженъ быть измѣренъ каждый уголъ, такъ какъ число направленій n на каждой станціи извѣстно.

Когда число пріемовъ, которыми долженъ быть измѣренъ каждый уголъ извѣстно, то перестановки лимба отъ пріема къ пріему опредѣляются по извѣстному намъ правилу, именно $\Delta = \frac{180^0}{q}$. Если бы мы всѣ углы измѣряли на однихъ и тѣхъ же мѣстахъ лимба, то вліяніе систематическихъ ошибокъ дѣленій исключалось бы въ малой степени.

Поэтому нужно добиваться, чтобы при измѣреніяхъ вошло возможно большее число штриховъ, расположенныхъ по всему лимбу, т.-е. нужно кромѣ перестановокъ отъ пріема къ пріему дѣлать еще перестановки лимба, переходя отъ угла къ углу. Вопросъ заключается теперь въ томъ, какъ цѣлесообразнѣе это сдѣлать. Поставимъ такое требованіе: каждое направленіе не должно встрѣчаться болѣе одного раза на одномъ и томъ же мѣстѣ лимба, а число перестановокъ должно быть возможно меньшимъ. Очевидно, что намъ приходится составить планъ перестановокъ въ промежуткѣ Δ для $^1/_2\, n\,(n-1)$ угловъ.

Если n число *нечетное*, то промежутокъ Δ раздѣлимъ на n частей, и это будетъ величина угла перестановки при переходѣ отъ одного угла къ другому; если n — *четное* число, то Δ будемъ дѣлить на $(n-1)$ меньшихъ промежутковъ.

Примѣръ. Пусть съ данной станціи нужно измѣрить 5 направленій, а вѣсъ (p) долженъ быть 25. Тогда находимъ: $q = 5$, т.-е. каждый изъ 10 угловъ нужно измѣрять 5 пріемами. Перестановки отъ пріема къ пріему будутъ $\Delta = 180 : 5 = 36^0$. Интерваломъ перехода отъ угла къ углу будетъ $\Delta : 5 = 7^1/_4{}^0$. Слѣдовательно, углы между первымъ направленіемъ и всѣми послѣдующими будетъ измѣряться въ такихъ положеніяхъ круга:

1.2 . . . . 0^0, 36^0, 72^0, 108^0, 144^0.
1.3 . . . . $7^1/_4$, $43^1/_4$, $79^1/_4$, $115^1/_4$, $151^1/_4$.
1.4 . . . . $14^3/_8$, $50^3/_8$, $86^3/_8$, $122^3/_8$, $158^3/_8$.
1.5 . . . . $21^5/_8$, $57^5/_8$, $93^5/_8$, $129^5/_8$, $165^5/_8$.

Подобнымъ же образомъ для другихъ угловъ будемъ имѣть:

2.3 . . . . $14^3/_8{}^0$, $50^3/_8{}^0$ . . . .
2.4 . . . . $21^5/_8$, $57^5/_8$ . . . .
2.5 . . . . $28^3/_4$, $64^3/_4$ . . . .
3.4 . . . . $28^3/_4{}^0$, $64^3/_4{}^0$ . . .
3.5 . . . . 0^0, 36^0 . . . .
4.5 . . . . $7^1/_4{}^0$, $43^1/_4$ . . . .

Отсчеты эти относятся къ направленію начальному, т.-е. соотвѣтственно 1, 2, 3 и 4.

Если обозначимъ для краткости начальное положеніе лимба для перваго пріема соотвѣтственно черезъ I = 0°, II = $7^1/_4{}^0$, III — $14^3/_8{}^0$, IV = $21^5/_8$ и V = $28^3/_4$, то можно порядокъ перестановокъ отъ угла къ углу представить въ видѣ слѣдующей таблицы:

	2	3	4	5
1	I	II	III	IV
2		III	IV	V
3			V	I
4				II

Запомнить такую таблицу нетрудно, такъ какъ счетъ положеній круга идетъ непрерывно по горизонтальнымъ и вертикальнымъ столбцамъ.

Въ нѣкоторыхъ случаяхъ *непрерывности счета не бываетъ*. Напримѣръ, если число направленій будетъ 6, то число пріемовъ 4 (при вѣсѣ = 24), т.-е. Δ = 45°, а перестановки отъ угла къ углу дѣлаются черезъ 45 : 5 = 9°.

Таблица начальныхъ положеній будетъ имѣть такой видъ:

	2	3	4	5	6
1	I	II	III	IV	V
2		III	IV	V	II
3			V	I	IV
4				II	I
5					III

Въ этой таблицѣ послѣдній столбецъ имѣетъ счетъ черезъ одно положеніе. Условныя обозначенія такія: I = 0°, II = 9°, III = 18°, IV = 27°, V = 36°.

Приведенные два случая достаточно ясно опредѣляютъ сущность способа Шрейбера; однако, въ различныхъ частныхъ случаяхъ порядокъ перестановокъ можетъ и не подчиняться тому механическому правилу, которое мы указали, т.-е непрерывности счета по горизонтальнымъ и вертикальнымъ направленіямъ, *но общее требованіе всегда должно выполняться: одно и то же направленіе должно попадаться не болѣе одного раза на одномъ и томъ же мѣстѣ лимба.*

Мы указывали, что каждый уголъ измѣряется опредѣленнымъ числомъ *пріемовъ*, зависящимъ отъ того, какой вѣсъ направленія желательно получить, и отъ числа направленій.

Обычно вѣсъ принимаютъ 24, или близкое къ нему число.

Что касается понятія „пріемъ", то понимать его здѣсь можно такъ: уголъ измѣряется *при одномъ и томъ же положеніи трубы* дважды,—разъ, вращая трубу по ходу стрѣлки, второй—противъ хода на одномъ и томъ же мѣстѣ лимба. При такомъ условіи, очевидно, половина всѣхъ пріемовъ измѣряется при одномъ, другая половина при второмъ положеніи трубы. Такой способъ измѣренія имѣетъ цѣлью уменьшить число переводовъ трубы черезъ зенитъ.

Можно однако подъ пріемомъ разумѣть то самое понятіе, какое мы установили раньше, т. е. измѣреніе угла *при двухъ положеніяхъ трубы*.

Журналъ измѣренія угловъ по способу Шрейбера будетъ такой, какъ и при измѣреніи круговыми пріемами инструментомъ съ микроскопъ-микрометрами.

Порядокъ измѣренія угловъ можетъ быть произвольный, но должна строго соблюдаться только программа перестановокъ, т. е. если мы, напр., во второмъ приведенномъ нами примѣрѣ начнемъ измѣрять уголъ 3.6, то лимбъ долженъ занимать положеніе IV.

Измѣреніе вертикальныхъ угловъ производится всегда при двухъ положеніяхъ вертикальнаго круга, вслѣдствіе чего среднее изъ обоихъ результатовъ будетъ свободно отъ вліянія инструментальныхъ ошибокъ. Если кругъ можно переставлять, то измѣреніе производится на разныхъ мѣстахъ вертикальнаго круга, расположенныхъ симметрично тремя пріемами. Если же вертикальный кругъ не имѣетъ самостоятельнаго передвиженія, то измѣреніе производится также тремя пріемами, но, конечно, на одномъ и томъ же мѣстѣ круга.

Въ заключеніе настоящаго §-а скажемъ еще нѣсколько словъ о наиболѣе выгодномъ времени производства наблюденій и о тѣхъ приспособленіяхъ, которыя примѣняются при наблюденіи весьма отдаленныхъ или плохо видимыхъ предметовъ,—*о геліотропахъ*.

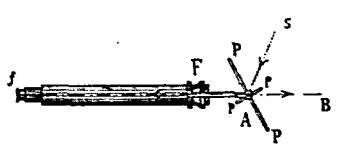
Время дня, наиболѣе удобное для измѣренія угловъ, оказывается далеко не безразличнымъ, такъ какъ въ теченіе дня изображеніе предмета въ трубѣ не остается спокойнымъ отъ нагрѣванія атмосферы солнцемъ: если тотчасъ послѣ восхода солнца навести трубу на предметъ и закрѣпить ее неподвижно при этомъ такъ, чтобы изображеніе занимало нижнюю часть поля зрѣнія, то оно начнетъ передвигаться и около полудня, достигая наибольшаго дрожанія, займетъ высшую точку своего суточнаго видимаго передвиженія; передъ вечеромъ, около 3—4 час. пополудни, изображеніе какъ бы остается спокойнымъ, но, несмотря на кажущееся спокойствіе, оно, *не мѣняя азимута*, начинаетъ опускаться въ полѣ зрѣнія.

Съ этого времени до заката солнца изображенія предмета въ трубѣ продолжаютъ казаться спокойными, т. е. *не колеблются по азимуту* и не дѣлаютъ рѣзкихъ скачковъ. Такимъ образомъ наблюдаются два момента, когда изображеніе не мѣняетъ своего относительнаго положенія: — около полудня *по высотѣ* и къ вечеру — *по азимуту*. Естественно поэтому измѣреніе вертикальныхъ и горизонтальныхъ угловъ пріурочивать къ этимъ моментамъ.

Практики приняли за правило *наблюдать горизонтальные углы отъ 4 до 7 часовъ вечера* (или, вообще, около времени, составляющаго $^2/_3$ промежутка отъ полдня до заката солнца); *вертикальные же углы наблюдать* во время наименьшей величины земного преломленія, т. е. *отъ 12 до 2 часовъ дня*. Ночью, употребляя масляныя или электрическія лампы, можно наблюдать съ успѣхомъ отъ заката до восхода солнца. Такія наблюденія были сдѣланы, напримѣръ, французами, при соединеніи тріангуляціей Алжира съ Испаніей, а также англичанами въ Остъ-Индіи, гдѣ примѣняли бенгальскіе огни.

Въ жаркіе лѣтніе дни случаются, такъ называемые, сухіе туманы, не позволяющіе днемъ видѣть на далекое разстояніе, да и вообще на разстояніяхъ 20 — 30 верстъ даже большіе сигналы не всегда хорошо видны; особенно рѣзко это сказывается по отношенію къ знакамъ, проектирующимся на темный фонъ. Въ этихъ случаяхъ, во время наблюденій угловъ, *съ того знака, который плохо виденъ* производятъ искусственное освѣщеніе атмосферы помощью такъ называемыхъ *геліотроповъ*, впервые предложенныхъ знаменитымъ Гауссомъ.

Геліотропъ Гаусса (черт. 601) состоитъ изъ системы двухъ зеркалъ: большого PP и малаго pp, расположенныхъ подъ прямымъ угломъ другъ къ другу. Система этихъ зеркалъ прикрѣпляется къ трубѣ Ff кольцомъ, надѣвающимся на объективъ, и имѣетъ шарниръ, съ помощью котораго зеркала могутъ принимать всевозможные наклоны къ оси трубы, сохраняя между собою уголъ 90^0, при употребленіи геліотропъ устанавливается на сигналѣ A, наблюдаемомъ изъ B; при чемъ труба наводится на тотъ пунктъ B, гдѣ стоитъ угломѣрный инструментъ, а малое зеркало pp (на чертежѣ горизонтальное) устанавливается такъ, чтобы въ трубѣ F геліотропа видно было отраженное отъ него изображеніе солнца S. Вслѣдствіе перпендикулярности зеркалъ, солнечные лучи, отразившись отъ большого зеркала, должны пойти по направленію FB (уголъ $FAP = PAS = BAP$.). Наблюдателю, находящемуся въ B, большое зеркало PP представится въ видѣ свѣтящейся точки. Такъ какъ видимый діаметръ солнца усматривается съ земли подъ угломъ около $^1/_2{}^0$, то нѣтъ надобности точно наводить крестъ нитей трубы геліотропа на солнце, достаточно, чтобы солнце не выходило изъ поля зрѣнія трубы; тѣмъ не менѣе, по мѣрѣ передвиженія солнца на небѣ, необходимо отъ времени до времени слѣдить за зеркалами и удерживать движущееся изображеніе солнца въ трубѣ.



Черт. 601.

Въ геліотропъ Струве (черт. 602), употреблявшемся въ Россіи, труба замѣнена діоптрами и вмѣсто двухъ взято одно зеркало, вращающееся около двухъ осей — горизонтальной и вертикальной. При визированіи діоптрами на точку B зеркало вынимается, а послѣ наведенія линіи діоптровъ Ff на сигналъ B, зеркало P устанавливается въ A такъ, чтобы ближайшій къ зеркалу діоптръ f отбрасы-



Черт. 602.

валъ свою тѣнь на другой діоптръ F, размѣщая ее на немъ симметрично около отверстія. Дискъ діоптра F нѣсколько болѣе діоптра f.

Кромѣ указанныхъ двухъ системъ геліотроповъ существуютъ и другіе, какъ напр., геліотропы *Бертрама, Рейтца, американскій* и другіе. Идея всѣхъ одна и та же, различіе въ практическомъ ея осуществленіи.

Примѣненіе геліотроповъ при наблюденіяхъ весьма существенно улучшаетъ результаты, такъ какъ въ значительной степени ослабляетъ ошибки наведенія. Въ виду этого геліотропы примѣняются во всѣхъ тѣхъ случаяхъ, когда желаютъ получить особенно точные результаты.

§ 330. Центрировки и редукціи. Опредѣленіе элементовъ этихъ приведеній. При наблюденіяхъ угловъ тріангуляціи весьма часто приходится становиться съ инструментомъ не точно надъ центромъ сигнала, а въ сторонѣ отъ него.

Бываетъ это по различнымъ причинамъ, напримѣръ, какой-нибудь столбъ сигнала закрываетъ наблюдаемый предметъ, или, если пунктомъ служитъ постоянное сооруженіе (колокольня и т. п.), въ центрѣ котораго вообще нельзя становиться съ инструментомъ, а приходится наблюдать съ окна. Точно также визированіе часто приходится дѣлать не на центръ сигнала, а на точку, лежащую въ сторонѣ отъ него, напр., когда ось визирнаго цилиндра не приходится въ точности на одной вертикальной линіи съ центромъ сигнала. Понятно, что для того, чтобы можно было пользоваться результатами измѣреній для вычисленія сторонъ треугольниковъ и координатъ ихъ вершинъ, необходимо предварительно ввести въ эти результаты поправки за внѣцентренное измѣреніе направленій (или угловъ), а также за уклоненіе визируемой точки отъ центра, или, какъ говорятъ, нужно *привести* наблюденія.

Поправка за внѣцентренное положеніе инструмента носитъ названіе *центрировки*, поправка за уклоненіе визирнаго луча называется *редукціей*, Посмотримъ, какъ опредѣляются эти поправки, т. е. какія данныя намъ при этомъ необходимы.

Допустимъ, что на чертежѣ 603 C представляетъ центръ сигнала. а I мѣсто постановки инструмента. Пусть направленіе на начальный предметъ A равняется нулю, (т. е. совпадаетъ съ нулевымъ діаметромъ лимба), а направленіе на какой-нибудь предметъ P пусть будетъ M (т. е. это будетъ уголъ между направленіями A и P).

Направленіе на центръ сигнала C, считая его отъ A, назовемъ θ, разстояніе отъ I до C назовемъ ρ, а разстояніе между пунктами сѣти C и P пусть будетъ D.

Если представимъ себѣ, что лимбъ, находившійся въ точкѣ I мы перенесемъ параллельно въ точку C, то измѣренное направленіе IP займетъ положеніе CK, а поэтому, чтобы привести его къ направленію CP нужно будетъ ввести поправку $KCP = c$, которая вслѣдствіе параллельности IP и CK равняется углу π, подъ которымъ видна линія ρ изъ точки P. Для случая, представленнаго на чертежѣ, эта поправка должна быть вычтена изъ измѣреннаго направленія, такъ какъ дѣленія лимба возрастаютъ въ направленіи часовой стрѣлки.

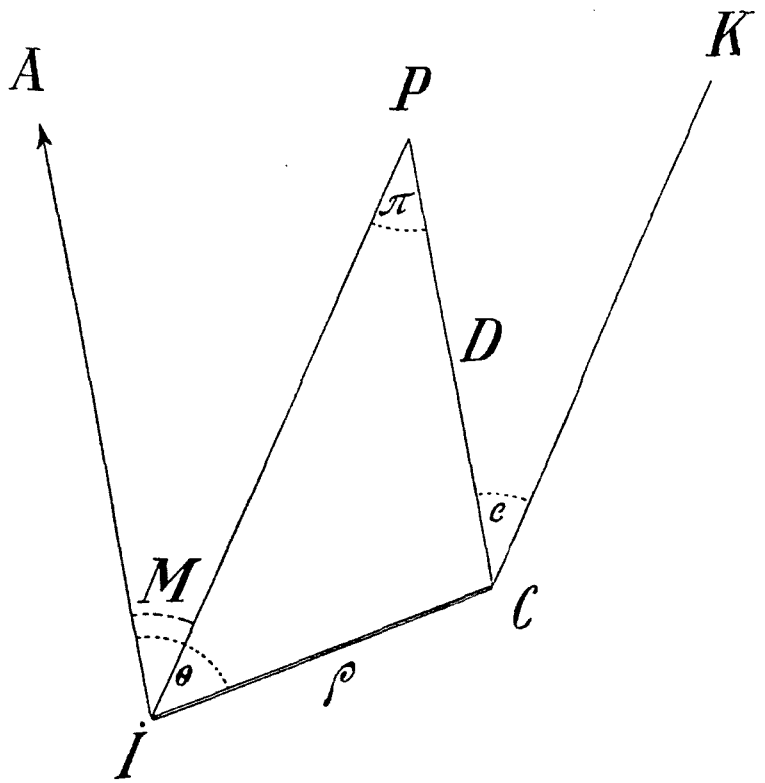
Величина угла π легко опредѣлится изъ треугольника IPC по равенству:

$$\frac{Sin\,\pi}{\rho} = \frac{Sin(0 - M)}{D}$$

Откуда

$$Sin\,\pi = \frac{\rho}{D} \cdot Sin(0 - M).$$

Такъ какъ ρ вообще мало сравнительно съ D, то уголъ π — весьма



Черт. 603.

малъ, и поэтому можно Sin разложить, ограничиваясь первой степенью, т. е. можно написать

$$\pi = \frac{\rho}{D \,.\, Sin\,1''} \cdot Sin\,(0 - M).$$

Такъ какъ π по абсолютной величинѣ равняется c, а знакъ, съ которымъ должно быть c введено, минусъ (для взятаго случая), то величина центрировки, а также и ея знакъ опредѣлятся, если мы у аргумента Sin перемѣнимъ знакъ на обратный, т. е. получимъ:

$$c = \frac{\rho}{D\,Sin\,1''}\ Sin\ (M - 0)\ .\ .\ .\ (C)$$

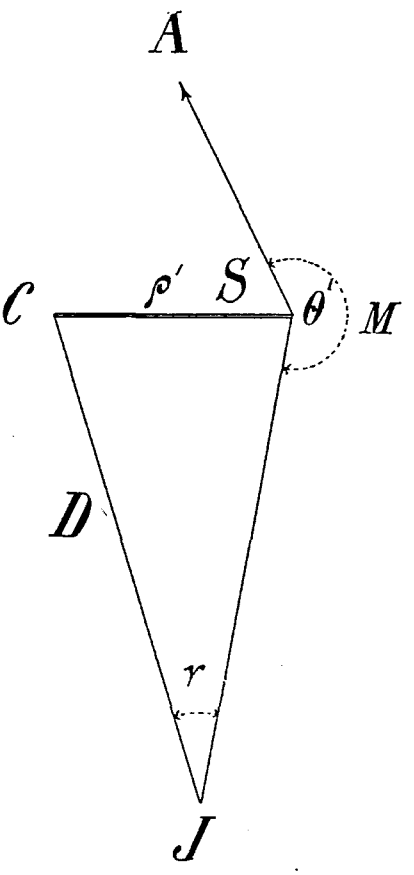
Нетрудно убѣдиться, что это будетъ *общая* формула, охватывающая всѣ случаи, для чего слѣдуетъ только составить чертежи по образцу приведеннаго нами, перемѣнивъ въ немъ мѣста C и I. (Сличи съ § 101 и замѣчаніемъ на стр. 150).

Изъ формулы (*c*) мы видимъ, что для опредѣленія центрировки намъ нужно знать разстояніе отъ инструмента до центра, а также направленіе θ на центръ, считая его отъ начальнаго нашего направленія, а кромѣ того и величину D.

Величина ρ и θ называются *элементами центрировки.*

Аналогичнымъ путемъ найдется и поправка измѣреннаго направленія за уклоненіе визирнаго луча,—(редукція).

Пусть, напримѣръ, на нѣкоторой точкѣ I (черт. 604.) при измѣреніи направленія IC наведенія дѣлались не на центръ C, а на точку S, находящуюся въ сторонѣ отъ центра, напр., вершину сигнала, проекція которой не совпадаетъ съ центромъ.—Изъ чертежа видно, что для полученія направленія IC, нужно измѣренное направленіе IS уменьшить на величину $SIC=r$. Если направленіе, *измѣренное съ точки S на I* назовемъ черезъ M, считая его отъ нулевого начальнаго A, а направленіе на центръ C съ той же точки S назовемъ θ', и положимъ, кромѣ того, $CS=\rho'$ и $IC=D$, то изъ треугольника ICS можемъ написать



Черт. 604.

$$\frac{Sin\, r}{\rho'} = \frac{Sin\,(\theta' - M)}{D}.$$

Откуда, по малости r, получимъ

$$r = \frac{\rho}{D \,.\, Sin\, 1''}\ Sin\ (\theta' - M).$$

А такъ какъ r должно имѣть знакъ минусъ, то окончательно получимъ поправку за редукцію въ такомъ видѣ

$$r = \frac{\rho'}{D \,.\, Sin\, 1''}\ Sin\,(M - \theta') \ .\ .\ .\ (r).$$

Формула (r) будетъ давать поправку за редукцію съ ея знакомъ, для всѣхъ возможныхъ случаевъ, въ чемъ нетрудно убѣдиться.

Величины ρ' и θ' называются *элементами редукціи.*

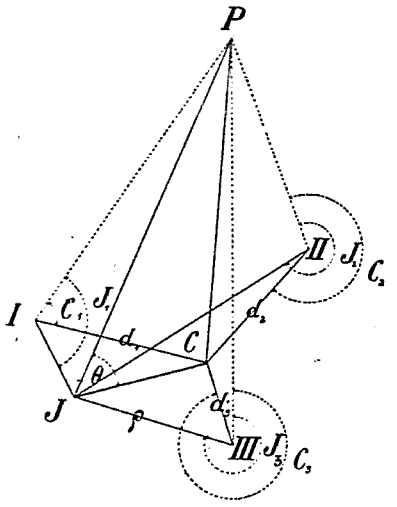
Изъ изложеннаго явствуетъ, что для полученія центрировокъ и редукціи необходимо знать ихъ элементы, а кромѣ того разстояніе D. Какъ опредѣляются разстоянія между пунктами тріангуляціи будетъ сказано ниже, теперь же приступимъ къ разсмотрѣнію способовъ опредѣленія элементовъ ρ и θ. Разсмотримъ три такихъ способа: непосредственное измѣреніе, графическое опредѣленіе и аналитическое опредѣленіе.

Непосредственное измѣреніе элементовъ центрировки или редукціи заключается въ томъ, что уголъ θ измѣряется помощью малаго теодо-

лита, поставленнаго надъ точкой, съ которой производились измѣренія, при двухъ положеніяхъ трубы. Наведенія при этомъ дѣлаются на начальный предметъ или на какой-нибудь другой, наблюдавшійся съ данной станціи и на центръ. Если наведеніе дѣлалось не на начальный предметъ, а на другой, то потомъ измѣренный уголъ θ, нужно привести къ начальному направленію, пользуясь результатами наблюденія угловъ. Разстояніе ρ измѣряется непосредственно при помощи рулетки.

Понятно, что этотъ способъ опредѣленія элементовъ ρ и θ возможенъ въ томъ случаѣ, когда можно сдѣлать наведеніе на центръ и непосредственно измѣрить разстояніе.

Графическое опредѣленіе элементовъ примѣняется въ тѣхъ случаяхъ, когда центръ сигнала и вертикальная ось инструмента очень близки другъ къ другу. Состоитъ этотъ способъ въ томъ, что на листѣ бумаги, прикрѣпленномъ къ горизонтально поставленной доскѣ особаго столика, проектируютъ какъ центръ сигнала, такъ и вертикальную ось вращенія угломѣрнаго инструмента. Проектированіе производится съ трехъ точекъ, какъ то было нами уже указано (см. закладка центровъ). Затѣмъ, пользуясь линейкой съ діоптрами, визируютъ на начальный предметъ (или иной, входящій въ число наблюдавшихся), причемъ ребро линейки должно проходить черезъ проекцію оси инструмента. Имѣя такое построеніе, уголъ θ измѣряютъ транспортиромъ, а разстояніе ρ циркулемъ по масштабу (выражая его, конечно, въ дюймахъ или доляхъ сажени).



Черт. 605.

Аналитическое опредѣленіе элементовъ состоитъ въ томъ, что съ трехъ точекъ I, II, III, взятыхъ неподалеку отъ сигнала (10—15 саж.), и расположенныхъ такъ, чтобы углы изъ центра C между направленіями на эти точки были близки къ 60^0 (или 120^0), измѣряются малымъ теодолитомъ направленія на начальный предметъ (или иной, входящій въ число наблюдаемыхъ) на центръ сигнала и на вертикальную ось инструмента. Если кромѣ того измѣрить разстоянія отъ точекъ стоянія до центра сигнала или до инструмента, то по этимъ даннымъ можно вычислить ρ и θ.

Разсмотримъ здѣсь два случая: измѣряются разстоянія отъ вспомогательныхъ точекъ 1) до центра сигнала и 2) до вертикальной оси инструмента.

Пусть на черт. 605 I есть точка стоянія инструмента, C— центръ сигнала, ρ и θ искомые элементы; въ точкахъ I, II и III измѣрены направленія на C и на J, считая ихъ отъ направленія на начальный предметъ P; разстоянія $IC = d_1$, $IIC — d_2$ и $IIIC = d_3$ измѣрены; разстояніе между пунктами тріангуляціи C и P извѣстно и равно D. Вслѣдствіе того, что разстояніе ρ вообще незначительно, можно положить также $IC = I\,I$; $IIC = II\,I$, $IIIC = III\,I$.

Тогда изъ треугольника I PI можно написать равенство

$$\frac{Sin\ \mathrm{I}\,PI}{\mathrm{I}\,I} = \frac{Sin\ I_1}{IP}.$$

Аналогичныя равенства дадутъ два другихъ треугольника II PI и III PI.

Такъ уголъ I PI вообще малъ вслѣдствіе малости разстоянія d_1 сравнительно съ D, то можно предыдущее равенство написать такъ

$$\mathrm{I}\,PI = \pi_1 = \frac{d_1}{D\,.\,Sin\ 1'}\ Sin\,(I_1 - C_1)$$

Далѣе изъ треугольника I CI имѣемъ:

$$\frac{\rho}{Sin\,(I_1 - C_1)} = \frac{d_1}{Sin\ \mathrm{I}\,IC}$$

Но такъ какъ

$$\mathrm{I}\,IC = 180^0 - (I_1 + \pi_1) + \theta = 180 - (I_1 + \pi_1 - \theta),$$

то получимъ

$$\frac{\rho}{Sin\,(I_1 - C_1)} = \frac{d_1}{Sin\ (I_1 + \pi_1 - \theta)}$$

Обозначая

$$I_1 + \pi_1 = R_1,$$

предыдущее равенство можемъ написать въ видѣ

$$\rho\,.\,Sin\ (R_1 - \theta) = d_1\ Sin\ (I_1 - C_1)$$

Или, полагая

$$\rho\ Cos\,\theta = x \qquad \text{и} \qquad \rho\ Sin\,\theta = y \ldots\ (a)$$

получимъ

$$x\ Sin\ R_1 - y\ Cos\ R_1 = d_1\ Sin\ (I_1 - C_1).$$

Такихъ же два равенства мы получимъ, пользуясь наблюденіями со станцій II и III. Изъ этихъ трехъ уравненій опредѣляемъ по способу наименьшихъ квадратовъ (или инымъ путемъ, см. дальше) величины x и y. Нормальныя уравненія будутъ такими

$$[Sin^2\,R]\ x + [Sin\,R\ Cos\,R]\ y = [r\,.\,Sin\,R]$$
$$[Sin\,R\ Cos\,R]\ x + [Cos^2\,R]\ y = [r\,.\,Cos\,R]$$

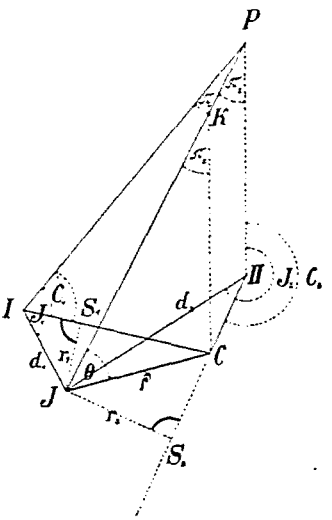
гдѣ $r = d\ Sin\ (I - C)$.

Найдя такимъ путемъ x и y, мы затѣмъ, пользуясь равенствами (a) находимъ:

$$tg\,0 = \frac{y}{x}$$

$$\rho = \frac{x}{Cos\,0} = \frac{y}{Sin\,0}$$

Опредѣлить, въ какой четверти долженъ быть взятъ 0, можно по знакамъ у x и y [см. рав. (a)].



Черт. 606.

Во второмъ случаѣ, когда измѣрены разстоянія до инструмента, будемъ поступать слѣдующимъ образомъ.

Пусть на чертежѣ 606 по прежнему I— точка стоянія инструмента, C — центръ и P — начальный предметъ, находящійся отъ C на разстояніи D. Со вспомогательныхъ станцій I и II измѣрены направленія на I и C, считая ихъ отъ направленія на P; а также разстоянія $I\,I = d_1$ и $II\,I = d_2$. Искомые элементы назовемъ по прежнему ρ и 0.

Условимся углы π при точкѣ P считать отъ направленія IP *влѣво положительными, вправо отрицательными*. Тогда будемъ имѣть изъ треугольниковъ $PI\,I$ и $PII\,I$:

$$Sin\,\pi_1 = \frac{d_1}{D}\,Sin\,I_1 \text{ или } \pi_1 = \frac{d_1}{D\,Sin\,1'}\,Sin\,I_1$$

$$Sin\,\pi_2 = \frac{d_2}{D}\,Sin\,I_2 \text{ или } \pi_2 = \frac{d_2}{D\,Sin\,1'}\,Sin\,I_2$$

Если теперь изъ точки I опустимъ перпендикуляры на $I\,C$ и на $II\,C$, и назовемъ ихъ соотвѣтственно r_1 и r_2, то легко усмотрѣть изъ треугольниковъ $I\,IS_1$ и $II\,IS_2$, что

$$r_1 = d_1\,Sin\,(I_1 - C_1)$$
$$r_2 = d_2\,Sin\,(I_2 - C_2)$$

Изъ треугольниковъ же IS_1C и IS_2C можно найти

$$\rho = \frac{r_1}{Sin\,S_1CI} = \frac{r_2}{Sin\,S_2CI} \quad \ldots\ (\rho)$$

Найдемъ выраженіе каждаго изъ входящихъ сюда угловъ:

$$\sphericalangle\, S_1CI = 180^0 - (C\,I\,I + CII) =$$
$$= 180^0 - \{(I_1 - C_1) + [180 - (\pi_1 + I_1) + 0]\} = C_1 + \pi_1 - 0.$$
$$\sphericalangle\, S_2CI = 360^0 - \{C_2 + [180 - (\pi_2 + 0)]\} = 180 - (C_2 + \pi_2 - 0)$$

Передъ π_2 поставленъ здѣсь $+$, т. к. мы его условились считать отрицательнымъ. Обозначая для краткости

$$C_1 + \pi_1 = R_1$$
$$C_2 + \pi_2 = R_2,$$

мы равенства (ρ) можемъ переписать такъ

$$\frac{r_1}{Sin\ (R_1 - \theta)} = \frac{r_2}{Sin\ (R_2 - \theta)} = \rho$$

Такъ какъ здѣсь θ входитъ подъ знакомъ Sin, то необходимо произвести преобразованіе съ цѣлью приведенія формулъ къ болѣе удобному виду. Мы можемъ написать такія производныя пропорціи:

$$\frac{r_1 + r_2}{r_1} = \frac{Sin\ (R_1 - \theta) + Sin\ (R_2 - \theta)}{Sin\ (R_1 - \theta)}$$
$$\frac{r_1 - r_2}{r_1} = \frac{Sin\ (R_1 - \theta) - Sin\ (R_2 - \theta)}{Sin\ (R_1 - \theta)}$$

Представивъ сумму и разность Sin черезъ произведеніе и обозначая

$$^1/_2\ (r_1 + r_2) = \sigma \qquad ^1/_2\ (R_1 + R_2) = \Sigma$$
$$^1/_2\ (r_1 - r_2) = \delta \qquad ^1/_2\ (R_1 - R_2) = \Delta,$$

мы получимъ, принимая во вниманіе, что

$$\frac{r_1}{Sin\ (R_1 - \theta)} = \rho$$

такія равенства

$$\rho\ .\ Sin\ (\Sigma - \theta) = \frac{\sigma}{Cos\ \Delta}$$
$$\rho\ Cos\ (\Sigma - \theta) = \frac{\delta}{Sin\ \Delta}$$

Откуда находимъ

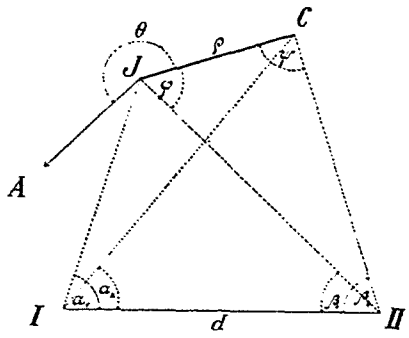
$$tg\ (\Sigma - \theta) = \frac{\sigma}{\delta}\ tg\ \Delta$$

А затѣмъ

$$\rho = \frac{\sigma}{Cos\ \Delta\ Sin\ (\Sigma - \theta)} = \frac{\delta}{Sin\ \Delta\ Cos\ (\Sigma - \theta)}$$

Имѣя наблюденія еще и на III станціи, можно комбинировать ихъ по двѣ, и три раза получить θ и ρ, а затѣмъ взять среднее.

Въ томъ случаѣ, когда нельзя измѣрять разстояній ни до центра сигнала, ни до инструмента (напр., при наблюденіяхъ съ башни или колокольни), наблюденія для опредѣленія элементовъ центрировки производятся съ двухъ концовъ базиса длиною около 20 саж. Изъ чертежа 607 видно, что въ точкахъ I и II базиса нужно измѣрить углы α_1, α_2 и β_1, β_2, а въ точкѣ I уголы отъ начальнаго направленія A до направленій на I и II. Имѣя эти данныя и длину базиса d, нетрудно отыскать ρ и θ.



Четр. 607.

Изъ треугольника I I II пишемъ:

$$I\text{II} = \frac{d}{Sin\,(\alpha_1 + \beta_1)} \cdot Sin\,\beta_1$$

$$I\text{III} = \frac{d}{Sin\,(\alpha_1 + \beta_1)} \cdot Sin\,\alpha_1$$

$$\sphericalangle\,\text{I}\;I\;\text{II} = 180^0 - (\alpha_1 + \beta_1)$$

Треугольникъ I C II даетъ:

$$C\text{II} = \frac{d}{Sin\,(\alpha_2 + \beta_2)} \cdot Sin\,\alpha_2$$

$$C\text{I} = \frac{d}{Sin\,(\alpha_2 + \beta_2)} \cdot Sin\,\beta_2$$

Далѣе въ треугольникѣ $I C$ II по извѣстнымъ сторонамъ III и CII и углу между ними $C\,\text{II}\,I = \beta_2 - \beta_1$, находимъ два другихъ угла:

$$\varphi + \psi = 180^0 - (\beta_2 - \beta_1)$$

$$tg\,{}^1\!/_2\,(\varphi - \psi) = \frac{C\text{II} - I\text{II}}{C\text{II} + I\text{II}}\, ctg\,\frac{\beta_2 - \beta_1}{2}$$

а затѣмъ найдется и ρ:

$$\rho = \frac{C\text{II}}{Sin\,\varphi} \cdot Sin\,(\beta_2 - \beta_1) = \frac{I\text{II}}{Sin\,\psi} \cdot Sin\,(\beta_2 - \beta_1)$$

Уголъ же θ найдется, какъ

$$\theta = 360^0 - (\varphi + \text{I}\,I\,\text{II} + A\,I\text{I}) = 360^0 - (\varphi + A\,I\text{II})$$

Рѣшая треугольникъ I I C по двумъ сторонамъ и углу между ними можно еще разъ найти величину ρ.

При изложеніи мы имѣли въ виду элементы центрировки. Но само собою понятно, что элементы редукціи могутъ быть получены совершенно такими же способами.

§ 331. Общее понятіе объ опредѣленіи азимута одной изъ сторонъ сѣти. Прежде чѣмъ перейти къ изложенію вопроса о вычисленіи тріангуляціи, остановимся въ нѣсколькихъ словахъ на опредѣленіи азимута какого-нибудь бока (стороны) треугольника. Тріангуляція будетъ только тогда вполнѣ опредѣлена по своему положенію, когда будутъ извѣстны широты и долготы ея пунктовъ, или же положеніе относительно странъ свѣта ея сторонъ и прямоугольныя координаты вершинъ. Для того, чтобы получить широты и долготы всѣхъ точекъ тріангуляціи, достаточно знать эти величины для одной какой-нибудь точки, а кромѣ того азимутъ одной изъ сторонъ, выходящихъ изъ этой точки. Опредѣленіе широты и долготы входитъ въ задачу астрономіи всецѣло, и мы на этомъ вопросѣ останавливаться не будемъ. Опредѣленіе же азимута, хотя также представляетъ задачу астрономическую, но для нашихъ цѣлей, — вычисленія прямоугольныхъ прямолинейныхъ координатъ пунктовъ сѣти, знаніе азимута хотя бы одного направленія необходимо. Дадимъ поэтому общее понятіе объ этомъ опредѣленіи. Въ главѣ объ угломѣрной съемкѣ даны простѣйшіе способы приближеннаго опредѣленія истиннаго азимута; понятно, что при составленіи тріангуляцій нужно примѣнять болѣе точные способы.

Если бы мы въ опредѣленный моментъ времени измѣрили горизонтальный линейный уголъ между вертикальными плоскостями, проходящими черезъ какое-нибудь свѣтило и земной предметъ, то, зная склоненіе свѣтила δ и зенитное его разстояніе z въ данный моментъ, а также широту φ точки наблюденія, можно вычислить *азимутъ свѣтила* для этого момента; зная же уголъ между свѣтиломъ и земнымъ предметомъ, не трудно найти и азимутъ направленія на земной предметъ.

Зенитное разстояніе z измѣряется помощью вертикальнаго круга универсала одновременно съ измѣреніемъ горизонтальнаго угла. Время наблюденій получается по хронометру, для котораго должна быть извѣстна *поправка*, т.-е. разность между показаніемъ хронометра и дѣйствительнымъ звѣзднымъ или солнечнымъ временемъ. Склоненіе свѣтила δ и прямое его восхожденіе α имѣется въ звѣздныхъ каталогахъ, издаваемыхъ на каждый годъ. Широта мѣста наблюденія φ получается изъ астрономическихъ наблюденій. Предполагая, что всѣ эти величины извѣстны, а зенитное разстояніе z измѣрено, мы азимутъ свѣтила можемъ опредѣлить по формулѣ сферической тригонометріи:

$$tg\,\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{Sin\,(p-\varphi)\;Cos\,(p-z)}{Sin\,(p-\delta)\;Cos\,p}}.$$

гдѣ $2p = \varphi + \delta + z$.

Наиболѣе выгодно опредѣляется азимутъ по близполюснымъ звѣздамъ, въ частности по *Полярной* звѣздѣ (α ursae minoris). Можно также опредѣлять азимутъ по *солнцу*, когда оно находится вблизи горизонта.

Приведенный здѣсь способъ опредѣленія азимута самый простой; при точныхъ работахъ примѣняются нѣсколько иные способы [1]).

[1]) См. напр. „Курсъ Астрономіи (часть практическая)" *Н. Цингера* объ азимутальныхъ наблюденіяхъ.

Опредѣливъ азимутъ A свѣтила по приведенной выше формулѣ, найдемъ теперь и азимутъ a предмета. Если уголъ между свѣтиломъ и предметомъ былъ U, то, какъ извѣстно

$$A - a = U$$

а поэтому

$$a = A - U.$$

Называя отсчетъ по лимбу при наведеніи на звѣзду черезъ P, а черезъ M_0 отсчетъ лимба, соотвѣтствующій положенію трубы въ плоскости меридіана, когда она объективомъ направлена на югъ [1]), и принимая во вниманіе, что въ астрономіи азимуты считаются отъ юга черезъ западъ, мы будемъ имѣть

$$M_0 = P - A$$

Поэтому, если отсчетъ по лимбу при наведеніи на предметъ былъ C, то азимутъ a опредѣлится изъ равенства:

$$a = C - M_0.$$

Этотъ азимутъ будетъ очевидно также считаться отъ юга. Одного наведенія на звѣзду и предметъ, конечно, мало, и обычно азимутъ получается изъ нѣсколькихъ отдѣльныхъ опредѣленій. Чтобы исключить вліяніе систематическихъ ошибокъ инструмента, наблюденія производятся при двухъ положеніяхъ трубы и опредѣляется по уровню наклонъ горизонтальной оси вращенія трубы. Наведеній на звѣзду дѣлаютъ не менѣе 4-хъ, наведеній на земной предметъ можетъ быть меньше (два). — Когда наблюденія производятся ночью, то вмѣсто визированія на пунктъ тріангуляціи, визируютъ на свѣтящуюся марку (лампу и т. п.), а затѣмъ днемъ измѣряютъ уголъ между этой маркой и какой-нибудь точкой тріангуляціи.

Порядокъ наведеній можно представить въ такой схемѣ:

$$К.\ П.\ .\ .\ \begin{cases} \text{звѣзда} \\ \text{марка} \end{cases}$$

$$К.\ Л.\ .\ .\ \begin{cases} \text{марка} \\ \text{звѣзда} \\ \text{звѣзда} \\ \text{марка} \end{cases}$$

$$К.\ П.\ .\ .\ \begin{cases} \text{марка} \\ \text{звѣзда.} \end{cases}$$

§ 332. Общія замѣчанія о вычисленіи тріангуляціи. Обработка журналовъ наблюденій и оцѣнка точности угловыхъ измѣреній. Когда наблюденія на тріангуляціи закончены, т.-е. измѣренъ базисъ, горизонтальные и вертикальные углы, опредѣленъ азимутъ какой-нибуь стороны, можно приступить къ вычисленію координатъ пунктовъ сѣти.

---

[1]) Этотъ отсчетъ M_0 называется *мѣстомъ юга.*

Въ дальнѣйшемъ изложеніи мы будемъ имѣть въ виду тріангуляціи небольшихъ размѣровъ, такъ что треугольники будемъ считать плоскими.

Опредѣленіе прямоугольныхъ прямолинейныхъ координатъ пунктовъ сѣти возможно тогда, когда будутъ извѣстны азимуты и длины сторонъ треугольниковъ.

Длины сторонъ не трудно получить, рѣшая послѣдовательно отдѣльные треугольники, начиная отъ измѣреннаго базиса. Азимуты тоже легко вычислить, когда извѣстенъ азимутъ одной изъ сторонъ.

Такая простота вычисленій могла бы имѣть мѣсто только въ томъ случаѣ, когда всѣ горизонтальные углы были бы измѣрены изъ центра сигнала и когда не было бы ни одного излишняго наблюденія. Но, вообще говоря, эти условія никогда не встрѣчаются. Такъ, напримѣръ, мы измѣряемъ всѣ три угла треугольника, различныя направленія могутъ образовать не только треугольники, но и болѣе сложныя фигуры съ діагоналями и т. д. Съ другой стороны, всякое наблюденіе заключаетъ въ себѣ нѣкоторую неизбѣжную погрѣшность, поэтому, вычисляя какую-нибудь сторону, мы будемъ получать для нея различныя значенія, смотря потому, какимъ путемъ подходимъ къ этой сторонѣ. Иначе говоря, не будетъ существовать единства рѣшенія задачи. Въ виду этого, прежде, чѣмъ вычислять окончательно стороны треугольниковъ, производятъ такъ называемое *уравновѣшиваніе* наблюденій съ цѣлью придать задачѣ полную опредѣленность. Обычно уравновѣшиваніе производится по способу наименьшихъ квадратовъ, однако, возможны и другіе, болѣе простые способы. Напримѣръ, мы можемъ сумму измѣренныхъ угловъ въ треугольникѣ исправить до 180^0, раскладывая невязку на всѣ три угла поровну, а затѣмъ вычислять какую-нибудь сторону разными путями нѣсколько разъ и брать среднее изъ всѣхъ результатовъ.

Такой пріемъ можно примѣнить для тріангуляцій самыхъ низкихъ разрядовъ.

Само собою разумѣется, что уравновѣшиваніе наблюденій можетъ быть производимо только тогда, когда эти наблюденія исправлены за центрировки и редукціи, такъ какъ только тогда можно говорить о треугольникахъ и многоугольникахъ въ геометрическомъ смыслѣ. Выше мы однако видѣли, что для вычисленія этихъ поправокъ намъ необходимо знать разстоянія между пунктами тріангуляціи. Такъ какъ величины центрировокъ и редукцій малы, то для нихъ вполнѣ достаточно знать разстоянія между пунктами, полученныя изъ рѣшенія треугольниковъ съ неисправленными величинами угловъ.

Такимъ образомъ вычисленіе тріангуляціи складывается изъ такихъ отдѣльныхъ дѣйствій:

1. Вычисленіе величинъ измѣренныхъ направленій, т. е. обработка журналовъ наблюденій, а также вычисленіе средней ошибки измѣреннаго направленія.
2. Предварительное вычисленіе сторонъ треугольниковъ сѣти.
3. Вычисленіе приведеній, т. е. центрировокъ и редукціи.
4. Уравновѣшиваніе ошибокъ наблюденій.

5. Окончательное вычисленіе сторонъ сѣти и ихъ азимутовъ.

6. Вычисленіе координатъ пунктовъ сѣти.

Обработка журналовъ наблюденій заключается въ томъ, что прежде всего вычисляются среднія значенія направленія или угла изъ обоихъ полупріемовъ. Затѣмъ, принимая начальное направленіе въ каждомъ пріемѣ за нуль, вычисляютъ остальныя направленія. Такой порядокъ вычисленій относится къ наблюденіямъ по способу круговыхъ пріемовъ и къ измѣренію отдѣльныхъ угловъ; о вычисленіи угла, измѣреннаго повтореніями, было уже сказано.

Когда выведены значенія направленій или угловъ по каждому пріему, приступаютъ къ вычисленію вѣроятнѣйшихъ величинъ этихъ направленій и угловъ. Вѣроятнѣйшее значеніе угла, измѣреннаго p пріемами, будетъ очевидно среднее ариѳметическое изъ всѣхъ отдѣльныхъ пріемовъ.

Тутъ предполагается, что измѣрены на станціи только *независимые углы*, а не всѣ комбинаціи. О послѣднемъ случаѣ будетъ сказано ниже.

Обращаясь къ случаю наблюденія направленій по способу круговыхъ пріемовъ, мы должны различать два случая: 1) во всѣхъ пріемахъ измѣрялись *всѣ* направленія, т. е. имѣемъ *полные пріемы* и 2) не всѣ направленія измѣрены полнымъ числомъ пріемовъ. Въ первомъ случаѣ вѣса всѣхъ пріемовъ будутъ одинаковы, и вѣроятнѣйшія значенія измѣренныхъ направленій получатся какъ среднее ариѳметическое изъ всѣхъ пріемовъ. Во второмъ случаѣ нужно производить, такъ называемое *уравновѣшиваніе на станціи* [1]). Но можно примѣнять и въ этомъ случаѣ приближенное вычисленіе [2]). Не останавливаясь на этомъ случаѣ подробнѣе, отсылаемъ читателя къ указаннымъ сочиненіямъ.

Вычисленіе вѣроятнѣйшихъ значеній направленій изъ полныхъ пріемовъ можно производить по такой, примѣрно, схемѣ:

пир. Орѣхово.

Пріемы.	Вышка.	Восточная пир.	Капотня кол.	Чорт. гор. пир.
I	0° 0′ 0″.0	19° 17′ 30″.0	58° 0′ 50″.0	321° 6′ 0″.0
II	„	25.0	55.5	10.0
III	„	30.5	54.5	5.0
IV	„	26.5	52.5	6.5
V	„	30.5	50.5	5.5
VI	„	25.5	55.0	2.5
Сумма. . .	0 0 0.0	168.0	318.0	29.5
Среднее. .	0° 0′ 0″.0	19° 17′ 28″.0	58° 0′ 53″.6	321° 6′ 4″.9

[1]) *Bessel.* Gradmessung in Ostpreussen. S. 69 — 71. *Iordan.* Handb. d. Vermess. Bd. 1, VI Aufl. S. 276 — 282.

[2]) *Helmert.* Ausgleichungsrechnung u. s. w. II Aufl. S. 199 — 204.

Если наблюденія угловъ производились по методу Шрейбера, то вычисленіе вѣроятнѣйшихъ значеній направленій, т. е. угловъ между 1-ымъ и остальными направленіями, получатся такимъ образомъ. Назовемъ средняя величины измѣренныхъ $^0/_0$— пріемами угловъ черезъ (1.2), (1.3) и т. д.; искомыя вѣроятнѣйшія величины черезъ [1.2], [1.3] и т. д. Если величины уклоненій измѣренныхъ угловъ отъ вѣроятнѣйшихъ ихъ значеній назовемъ черезъ $v_{i.k}$, то получимъ слѣдующую систему уравненій погрѣшностей, ограничиваясь 5-ью направленіями:

$$\begin{aligned}
v_{1.2} &= [1.2] - (1.2)\\
v_{1.3} &= [1.3] - (1.3)\\
v_{1.4} &= [1.4] - (1.4)\\
v_{1.5} &= [1.5] - (1.5)\\
v_{2.3} &= -[1.2] + [1.3] - (2.3)\\
v_{2.4} &= -[1.2] + [1.4] - (2.4)\\
v_{2.5} &= -[1.2] + [1.5] - (2.5)\\
v_{3.4} &= -[1.3] + [1.4] - (3.4)\\
v_{3.5} &= -[1.3] + [1.5] - (3.5)\\
v_{4.5} &= -[1.4] + [1.5] - (4.5)
\end{aligned} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (v)$$

Здѣсь всѣ углы (вѣроятнѣйшіе) выражены черезъ независимыя между собою величины [1.2], [1.3], [1.4] и [1.5].

Будемъ теперь отыскивать изъ системы 10 уравненій (v) четыре неизвѣстныхъ вѣроятнѣйшихъ угла [1.2] и т. д. Для этого отъ начальной системы (v) переходимъ къ нормальной системѣ уравненій, которая будетъ имѣть видъ:

$$\begin{aligned}
4[1.2] - [1.3] - [1.4] - [1.5] + (a\,l) &= 0\\
-[1.2] + 4[1.3] - [1.4] - [1.5] + (b\,l) &= 0\\
-[1.2] - [1.3] + 4[1.4] - [1.5] + (c\,l) &= 0\\
-[1.2] - [1.3] - [1.4] + 4[1.5] + (d\,l) &= 0
\end{aligned} \qquad \ldots\ldots\ldots (n)$$

Здѣсь для сокращенія введены обозначенія:

$$\begin{aligned}
(a\,l) &= -(1.2) + (2.3) + (2.4) + (2.5)\\
(b\,l) &= -(1.3) - (2.3) + (3.4) + (3.5)\\
(c\,l) &= -(1.4) - (2.4) - (3.4) + (3.5)\\
(d\,l) &= -(1.5) - (2.5) - (3.5) - (4.5)
\end{aligned} \qquad \ldots\ldots\ldots (m)$$

Рѣшеніе системы уравненій (n) поведемъ такимъ путемъ. Сложимъ всѣ уравненія, тогда, принимая во вниманіе обозначенія (m), получимъ

$$[1.2] + [1.3] + [1.4] + [1.5] - (1.2) - (1.3) - (1.4) - (1.5) = 0.$$

Складывая это уравненіе съ каждымъ изъ ур-ій (n), получимъ:

$$[1.2] = \frac{2.(1.2) + \{(1.3) - (2.3)\} + \{(1.4) - (2.4)\} + \{(1.5) - (2.5)\}}{5}$$

$$[1.3] = \frac{2.(1.3) + \{(1.4) - (3.4)\} + \{(1.5) - (3.5)\} + \{(1.2) + (2.3)\}}{5}$$

$$[1.4] = \frac{2\ (1.4) + \{(1.5) - (4.5)\} + \{(1.2) + (2.4)\} + \{(1.3) + (3.4)\}}{5}$$

$$[1.5] = \frac{2\ (1.5) + \{(1.2) + (2.5)\} + \{(1.3) + (3.5)\} + \{(1.4) + (4.5)\}}{5}$$

Изъ предыдущихъ равенствъ нетрудно усмотрѣть, что вѣсъ вѣроятнѣйшаго угла, какъ суммы, будетъ $^5/_2$ (или вообще при n направленіяхъ $^n/_2$), если принять вѣса среднихъ, полученныхъ изъ непосредственныхъ измѣреній, равными 1 [1]).

Но такъ какъ углы (1.2) и т. д. представляютъ среднее изъ g_1 пріемовъ, то если вѣсъ угла, измѣреннаго однимъ пріемомъ, назовемъ черезъ 1, вѣсъ средняго изъ g пріемовъ будетъ g_1, а поэтому вѣсъ вѣроятнѣйшаго значенія угла будетъ $^1/_2\ ng_1$. Для направленія этотъ вѣсъ очевидно будетъ равенъ ng_1 [2]).

Схематически выводъ вѣроятнѣйшихъ величинъ угловъ можетъ быть представленъ въ такомъ видѣ:

(1.2)	(1.3)	(1.4)	(1.5)
(1.2)	(1.3)	(1.4)	(1.5)
(1.3) — (2.3)	(1.2) + (2.3)	(1.2) + (2.4)	(1.2) + (2.5)
(1.4) — (2.4)	(1.4) — (3.4)	(1.3) + (3.4)	(1.3) + (3.5)
(1.5) — (2.5)	(1.5) — (3.5)	(1.5) — (4.5)	(1.4) + (4.5)
[1.2]	[1.3]	[1.4]	[1.5]

Чтобы отъ угловъ перейти теперь къ направленіямъ, достаточно положить, напр., направленіе на 1-й пунктъ равнымъ нулю, а остальныя направленія будутъ [1.2] и т. д.

Такъ какъ результаты измѣреній сопровождаются неизбѣжными ошибками, то для сужденія о достоинствѣ полученныхъ нами результатовъ необходимо найти ту среднюю величину ошибки, которая въ этомъ результатѣ можетъ заключаться. Предварительно мы разберемъ, какія причины вызываютъ эти ошибки, а для этого расчленимъ на отдѣльныя дѣйствія то, что называемъ „наблюденіемъ“ направленія.

Для того, чтобы измѣрить направленіе на какой-нибудь предметъ, мы должны: 1) установить инструментъ на станціи, 2) провизировать на данный предметъ и 3) отсчитать верньеры или микроскопы.

Мы предполагали, что лимбъ инструмента при измѣреніи совершенно неподвиженъ, однако, какъ бы прочно ни стоялъ инструментъ, всегда возможны нѣкоторыя случайныя колебанія, напр., отъ дѣйствія лучей солнца и т. п. причинъ. Пусть средняя величина такого колебанія будетъ μ_s.

При визированіи на предметъ мы изображеніе этого предмета устанавливаемъ на середину между вертикальными нитями, при чемъ, конечно, можемъ сдѣлать нѣкоторую ошибку въ оцѣнкѣ равенства промежутковъ между краями изображенія предмета и нитями. Далѣе, вслѣдствіе колеба-

[1]) Подробнѣе объ этомъ см. стр. 941 и 942.

[2]) См. также стр. 941.

ній атмосферы отъ нагрѣванія, изображеніе также занимаетъ не одно и то же положеніе, а разныя, вслѣдствіе чего наведенія дѣлаются не строго на одну и ту же точку. Точно также боковое освѣщеніе предмета не даетъ возможности наводить точно на центръ его.

Назовемъ среднее вліяніе всѣхъ этихъ причинъ случайнаго характера черезъ μ_v.

На величину отсчета имѣютъ вліяніе такія причины: случайныя и систематическія ошибки штриховъ, на которыхъ производится отсчитываніе и ошибки самого отсчитыванія. Когда отсчитываніе производится помощью микроскопъ-микрометровъ, то въ среднемъ изъ двухъ отсчетовъ ошибка отъ наведенія нитей микроскопа на штрихъ лимба и отъ отсчитыванія барабана весьма мала сравнительно съ ошибками самихъ дѣленій; если же мы имѣемъ верньеръ или шкаловые микроскопы, то ошибка отсчитыванія будетъ вообще значительной величиной.

Назовемъ среднюю величину случайной ошибки дѣленія v_z, такую же величину ошибки отсчитыванія v_a, а систематическую ошибку дѣленія t_r.

Тогда, принимая во вниманіе все сказанное, можно случайную ошибку измѣренія направленія представить въ слѣдующемъ видѣ, полагая, что инструментъ имѣетъ m микроскоповъ или верньеровъ:

$$\mu^2 = \mu_s^2 + \mu_v^2 + \frac{\mu_a^2}{m} + \frac{\mu_z^2}{m}.$$

При измѣреніи угла ошибка будетъ очевидно въ два раза больше, т.-е.

$$\mu_n^2 = 2\mu_s^2 + 2\mu_v^2 + \frac{2\mu_a^2}{m} + \frac{2\mu_z^2}{m} \ldots (\mu)$$

Чтобы получить полную ошибку измѣренія, нужно прибавить сюда еще вліяніе систематическихъ ошибокъ штриховъ. Если сумма ошибокъ всѣхъ штриховъ, входящихъ при измѣреніи одного направленія, была $[t'_r]$ а второго — $[t_r]$, то на уголъ вліяніе окажется равнымъ

$$\frac{[t'_r] - [t_r]}{m} \ldots (t)$$

Полагая $m = 2$, какъ это обычно и бываетъ, и принимая, что уголъ измѣренъ на одномъ и томъ же мѣстѣ лимба дважды (пріемомъ), мы величину квадрата средней ошибки измѣренія найдемъ изъ выраженія:

$$m_n^2 = \mu_s^2 + \mu_v^2 + \frac{1}{2}\mu_a^2 + \mu_z^2 + \left(\frac{[t'_r] - [t_r]}{2}\right)^2 \ldots (m)$$

Эта формула получена изъ (μ) и (t), при чемъ нужно имѣть въ виду, что послѣдній членъ формулы (μ) и величина (t) не измѣнятся вслѣдствіе того, что взято среднее изъ двухъ измѣреній, такъ какъ эти ошибки одинаково войдутъ въ оба измѣренія.

Если у насъ имѣется два прибора для отсчитыванія, то въ выраженіи систематической ошибки, какъ мы видѣли выше [1]), останутся только члены

[1]) См. объ ошибкахъ дѣленій стр. 923—926.

съ аргументами 2α, 4α и т. д., гдѣ α — отсчетъ по лимбу; поэтому обозначая среднее значеніе систематической ошибки двухъ діаметральныхъ штриховъ черезъ τ_2 (— два микроскопа), можемъ безъ особой погрѣшности въ послѣднемъ членѣ формулу (m) переписать такъ

$$\mu_n^2 = \mu_s^2 + \mu_v + \frac{1}{2}\mu_a^2 + \mu_z^2 + 2\tau_2^2.$$

А для отдѣльнаго направленія ошибка будетъ

$$m_n^2 = \frac{1}{2}(\mu_s^2 + \mu_v^2) + \frac{1}{4}\mu_a^2 + \frac{1}{2}\mu_z^2 + \tau_2^2$$

Когда мы направленіе измѣряемъ n пріемами на симметричныхъ мѣстахъ лимба, то среднее изъ этихъ n пріемовъ будетъ заключать очевидно среднюю ошибку, опредѣляемую равенствомъ:

$$m^2 = \frac{1}{2n}(\mu_s^2 + \mu_v^2) + \frac{1}{4n}\mu_a^2 + \frac{1}{2n}\mu_z^2 + \tau^2{}_{2n}.$$

Значокъ у послѣдняго члена показываетъ, что осталось вліяніе систематической части ошибки, зависящей отъ членовъ съ $2n\alpha$, $4n\alpha$ и т. д.

Если бы мы опредѣлили каждую изъ ошибокъ, вліяющихъ на величину измѣреннаго направленія, то нетрудно было бы получить и величину средней ошибки направленія m.

Такой способъ, однако, вслѣдствіе своей сложности примѣненъ быть не можетъ, такъ какъ наблюденія на станціяхъ ведутся не въ одинаковыхъ условіяхъ; съ другой стороны, для насъ важно имѣть только общую ошибку результата наблюденія, не расчленяя ее на элементарныя части. Вслѣдствіе этого при опредѣленіи среднихъ ошибокъ наблюденій исходятъ изъ тѣхъ соображеній, что измѣреніе каждаго угла или направленія производится многократно. Пользуясь формулами, данными въ теоріи ошибокъ [1]) и способѣ наименьшихъ квадратовъ [2]), найдемъ среднія квадратическія ошибки измѣренія угла или направленія для разсмотрѣнныхъ выше способовъ наблюденій.

I) Пусть на станціи измѣрялись отдѣльные углы, независимые между собою, при чемъ всѣхъ угловъ было $(n-1)$, т.-е. предметовъ наблюдали n, а каждый уголъ измѣренъ p пріемами. Вѣроятнѣйшее значеніе угла, какъ мы видѣли, получается, какъ среднее ариѳметическое изъ всѣхъ p опредѣленій, поэтому, обозначая уклоненія вѣроятнѣйшей величины отъ отдѣльныхъ результатовъ измѣреній черезъ v, среднюю ошибку одного измѣренія можемъ найти по формулѣ

$$m = \pm\sqrt{\frac{[vv]}{(p-1)(n-1)}}$$

[1]) См. первую вводную статью.

[2]) См. вторую вводную статью.

Знаменатѣль этой формулы полученъ такимъ образомъ: каждый уголъ измѣренъ p разъ, а всѣхъ угловъ было $(n-1)$, т.-е. всего измѣреній сдѣлано $p(n-1)$; для опредѣленія же $(n-1)$ угла необходимо было измѣрить каждый уголъ только одинъ разъ, т.-е. необходимыхъ измѣреній нужно $(n-1)$, а слѣдовательно, излишнихъ данныхъ окажется

$$p(n-1)-(n-1)=(p-1)(n-1).$$

Средняя ошибка вѣроятнѣйшаго угла будетъ очевидно

$$m_p=\pm\frac{m}{\sqrt{p}}$$

II. Подобнымъ же образомъ, какъ и въ предыдущемъ случаѣ, можно опредѣлить среднюю ошибку измѣренія направленія, когда наблюденія производились по способу круговыхъ пріемовъ. Положимъ, что наблюдались n предметовъ p полными пріемами. Для вывода вѣроятнѣйшихъ направленій мы принимали направленіе на начальный предметъ равнымъ $0^0\,0'\,0''.0$ въ каждомъ пріемѣ и получали соотвѣтствующія значенія направленій на остальные предметы, а затѣмъ брали ариѳметическое среднее изъ нихъ. Если теперь возьмемъ уклоненія v этихъ среднихъ отъ отдѣльныхъ результатовъ, при этомъ уклоненія для начальнаго предмета будутъ всѣ равны нулю, то среднюю ошибку направленія, измѣреннаго однимъ пріемомъ, найдемъ, какъ

$$m=\pm\sqrt{\frac{[v\,v]}{p(n-1)}}\quad\ldots\quad(v)$$

Знаменатель въ правой части формулы выводится изъ слѣдующихъ соображеній: n направленій измѣрялись p пріемами, слѣдовательно, всѣхъ данныхъ имѣемъ np; необходимо же имѣть только n данныхъ, т.-е. избыточныхъ измѣреній было сдѣлано $np-n=p(n-1)$.

Въ предыдущемъ разсужденіи мы не приняли во вниманіе разногласій различныхъ пріемовъ въ опредѣленіи направленія на начальный предметъ, принимая же это направленіе въ каждомъ пріемѣ равнымъ $0^0\,0'\,0''.0$, мы ошибку, заключающуюся въ этомъ измѣреніи, ввели цѣликомъ во всѣ направленія даннаго пріема. Вслѣдствіе этого средняя ошибка m, полученная нами, не вполнѣ соотвѣтствуетъ дѣйствительности. Съ другой стороны, ошибка начальнаго предмета намъ неизвѣстна, поэтому, чтобы въ окончательномъ результатѣ все-таки учесть ея вліяніе, мы поступимъ слѣдующимъ образомъ. Пусть мы наблюдали n предметовъ A, B, $C\ldots N$ p пріемами. Принимая направленіе A въ каждомъ пріемѣ за нуль, мы получимъ всѣ углы $(B-A)$, $(C-A)\ldots(N-A)$ по формуламъ

$$(B-A)=\frac{[B_i-A_i]}{p}$$
$$(C-A)=\frac{[C_i-A_i]}{p}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$(N-A)=\frac{[N_i-A_i]}{p}$$

гдѣ i принимаетъ значенія отъ 1 до p.

Слѣдовательно, уклоненія v, о которыхъ мы говорили выше, будутъ имѣть значенія

$$\begin{aligned} {}_iv_b &= (B_i-A_i)-(B-A)=(B_i-B)-(A_i-A)\\ {}_iv_c &= (C_i-A_i)-(C-A)=(C_i-C)-(A_i-A) \quad \ldots \quad (v)\\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\ {}_iv_n &= (N_i-A_i)-(N-A)=(N_i-N)-(A_i-A) \end{aligned}$$

Для начальнаго же предмета мы можемъ написать

$$0=(A_i-A_i)-(A-A)=(A_i-A)-(A_i-A)\ \ldots\ (0)$$

Складывая это тождество съ равенствами (v), мы получимъ *нѣкоторую среднюю величину уклоненія для i-аго пріема* по формулѣ

$$\frac{0+{}_iv_b+{}_iv_c+\ldots+{}_iv_n}{n}=\frac{(A_i-A)+(B_i-B)+(N_i-N)}{n}-(A_i-A)$$

Зная это среднее уклоненіе, можемъ теперь составить рядъ *вторичныхъ* уклоненій, для чего изъ тождества (0) и равенствъ (v) вычитаемъ найденное среднее уклоненіе. Тогда получимъ:

$$(W)\qquad \begin{aligned} {}_iw_a &= (A_i-A)-\frac{(A_i-A)+(B_i-B)+\ldots}{n}=\frac{(n-1)(A_i-A)-(B_i-B)-\ldots}{n}\\ {}_iw_b &= (B_i-B)-\frac{(A_i-A)+(B_i-B)+\ldots}{n}=\\ &=\frac{(n-1)(B_i-B)-(A_i-A)-(C_i-C)-\ldots}{n}\\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\ {}_iw_n &= (N_i-N)-\frac{(A_i-A)+(B_i-B)+\ldots}{n}=\\ &=\frac{(n-1)(N_i-N)-(A_i-A)-(B_i-B)-\ldots}{n} \end{aligned}$$

Здѣсь i принимаетъ значенія отъ 1 до p.

Положимъ теперь, что средняя ошибка какого-нибудь A_i будетъ μ_a.

Такъ какъ разность (A_i-A) обусловлена ошибками въ каждой изъ величинъ A_i, то, зная μ_a, легко получить и среднюю ошибку разности (A_i-A).

Мы имѣемъ

$$A_i - A = A_i - \frac{A_1 + A_2 + \ldots + A_i + \ldots + A_p}{p} = \frac{(p-1)\,A_i}{p} - \frac{A_1 + A_2 + \ldots A_{i-1} + A_{i+1} + \ldots A_p}{p}$$

Поэтому квадратъ средней ошибки $(A_i - A)$ будетъ

$$\frac{(p-1)^2}{p^2}\mu_a^2 + \frac{(p-1)}{p^2}\mu_a^2 = \frac{p-1}{p}\mu_a^2$$

Такъ какъ величины ${}_iw_a$ и т. д. являются слѣдствіемъ ошибокъ разностей $(A_i - A)$ и т. д., то безъ особой погрѣшности можно положить примѣнительно къ первому равенству (w):

$${}_iw_a^2 = \frac{(n-1)^2\frac{p-1}{p}\mu_a^2 + \frac{p-1}{p}\mu_b^2 + \ldots + \frac{p-1}{p}\mu_n^2}{n^2}$$

Представимъ это равенство въ такомъ видѣ:

$$\frac{{}_iw_a^2}{(p-1)} = \frac{n-2}{pn}\mu_a^2 + \frac{1}{n^2p}(\mu_a^2 + \mu_b^2 + \ldots + \mu_n^2)$$

Въ виду того, что мы ищемъ среднюю ошибку направленія *вообще для данной станціи*, то, называя ее черезъ m, мы будемъ имѣть такое соотношеніе:

$$m^2 = \frac{1}{n}(\mu_a^2 + \mu_b^2 + \ldots + \mu_n^2) \quad \ldots \quad (m)$$

вслѣдствіе чего предыдущее равенство приметъ видъ

$$\frac{{}_iw_a^2}{p-1} = \frac{n-2}{pn}\mu_a^2 + \frac{m^2}{pn}$$

Суммируя же всѣ ${}_iw_a^2$ по p даннымъ пріемамъ получимъ:

$$\frac{[w_a^2]}{p-1} = \frac{n-2}{n}\mu_a^2 + \frac{m^2}{n}$$

Точно такъ же получится

$$\frac{[w_b^2]}{p-1} = \frac{n-2}{n}\mu_b^2 + \frac{m^2}{n}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\frac{[w_n^2]}{p-1} = \frac{n-2}{n}\mu_n^2 + \frac{m^2}{n}$$

Слѣдовательно, суммируя всѣ эти равенства и имѣя въ виду соотношеніе (m), мы получимъ:

$$\frac{[w_a^2] + [w_b^2] + \ldots + [w_n^2]}{p-1} = (n-2)\,m^2 + m^2 = m^2(n-1)$$

Откуда легко найти

$$m^2 = \frac{\Sigma w^2}{(n-1)\ (p-1)} \quad \ldots\ (w)$$

Полученная по этой формулѣ величина m будетъ средней квадратической ошибкой направленія, измѣреннаго однимъ пріемомъ. Поэтому средняя ошибка результата изъ p пріемовъ будетъ, какъ обычно,

$$m_p^2 = \frac{m^2}{p}\ .$$

Для примѣра воспользуемся данными, приведенными нами на стр. 956, при чемъ вычисленія поведемъ по такой схемѣ:

Первыя уклоненія ${}_iv_k = (K_i - K)$.

Пріемъ. / Направ.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.
Вышка	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
Восточн.	+ 2.0	— 3.0	+ 2.5	— 1.5	+ 2.5	— 2.5
Капотня	— 3.6	+ 1.9	+ 0.9	— 1.1	— 3.1	+ 1.4
Чорт. гор. . . .	— 4.9	+ 5.1	+ 0.1	+ 1.6	+ 0.6	— 2.4
Среднее. . .	— 1.62	+ 1.00	+ 0.87	— 0.25	0.00	— 0.87

Вторичныя уклоненія ${}_iw_k = {}_iv_k - \frac{[v_k]}{n}$

Направ. / Пріемъ.	Вышка.		Восточная.		Капотня.		Чорт. гор.	
	w	w^2	w	w^2	w	w^2	w	w^2
I	+1.62	2.66	+3.62	13.10	—1.98	3.92	—3.28	10.76
II	—1.00	1.00	—4.00	16.00	+0.90	0.81	+4.10	16.81
III	—0.87	0.76	+1.63	2.66	+0.03	0.00	—0.77	0.59
IV	+0.25	0.06	—1.25	1.56	—0.85	0.72	+1.85	3.41
V	0.00	0.00	+2.50	6.25	—3.10	9.61	+0.60	0.36
VI	+0.87	0.76	—1.63	2.66	+0.53	0.28	—1.53	2.34
		5.24		42.23		15.34		34.27

Слѣдовательно, $\Sigma w^2 = 97.08$. А такъ какъ направленій у насъ было $n = 4$, а число пріемовъ $p = 6$, то средняя квадратическая ошибка направленія найдется, какъ

$$m = \pm\sqrt{\frac{97.08}{3 \times 5}} = \pm 2''.54.$$

Если бы мы пожелали находить среднюю ошибку, пользуясь первыми уклоненіями [формула (v)], то получили бы $[vv] = 122.87$ и поэтому

$$m = \pm\sqrt{\frac{122.87}{6 \times 3}} = \pm 2''.61.$$

Хотя полученныя обоими способами значенія m близки другъ къ другу, однако предпочтеніе нужно отдать той величинѣ, которая получена изъ *вторичныхъ* уклоненій, т. к. тамъ принята во вниманіе ошибочность начальнаго направленія.

Величину средней ошибки направленія для разсматриваемаго случая можно получить еще и по другимъ даннымъ, а именно, слѣдующимъ образомъ.

Измѣреніе направленій производится при двухъ положеніяхъ трубы; разности между полученными двумя результатами обусловлены двоякаго рода ошибками: систематическими и случайными. Главной изъ систематическихъ ошибокъ будетъ коллимаціонная ошибка, при чемъ предполагается, что труба центральная; если же труба была внѣцентренная, то поправка за ея внѣцентренность введена. Для простоты будемъ называть разность между „кругъ право“ R и „кругъ лѣво“ L двойной коллимаціонной ошибкой $2c$. Такъ какъ можно считать, что въ теченіе одного пріема сколь-нибудь замѣтныхъ измѣненій въ состояніи инструмента не произойдетъ, то и величина $2c = R - L$ для этого пріема должна быть постоянной. Но это было бы такъ, если бы само наблюденіе не сопровождалось неизбѣжными погрѣшностями.

Вслѣдствіе же этой послѣдней причины величины $2c$, найденныя для различныхъ направленій даннаго пріема будутъ различны.

Поэтому, если мы наблюдали n предметовъ A, B...N, то получили столько же различныхъ значеній коллимаціонной ошибки: $2c_a$, $2c_b$ и т. д. Вѣроятнѣйшее значеніе величины $2c$ найдется, какъ среднее изъ всѣхъ опредѣленій, т. е.

$$2c = \frac{2c_a + 2c_b + \ldots + 2c_n}{n}$$

Уклоненія этого средняго отъ отдѣльныхъ значеній назовемъ черезъ v, т. е.

$$v_i = 2c_i - 2c$$

Положимъ, что средняя ошибка какого-нибудь направленія, измѣреннаго полупріемомъ будетъ $\mu_i : \sqrt{2}$, тогда средняя ошибка разности $(R_i - L_i)$

будетъ просто μ_i. А слѣдовательно, средняя квадратическая ошибка разности

$$2c_i - 2c = (R_i - L_i) - \frac{(R_a - L_a) + (R_b - L_b) + \ldots (R_n - L_n)}{n}$$

окажется равной

$$\frac{1}{n^2}\left\{ (n-1)^2 \mu_i{}^2 + \mu_a{}^2 + \mu_b{}^2 + \ldots + \mu^2{}_{i-1} + \mu^2{}_{i+1} + \ldots + \mu_a{}^2 \right\}$$

Если среднюю ошибку направленія, измѣреннаго пріемомъ, для всѣхъ направленій будемъ ститать одинаковой и равной m, т.-е. положимъ

$$m^2 = \frac{1}{n}(\mu_a{}^2 + \mu_b{}^2 + \ldots + \mu_n{}^2),$$

то выраженіе средней ошибки разности $(2c_i - 2c)$ будетъ

$$\frac{n-2}{n}\mu_i{}^2 + \frac{m^2}{n}$$

Слѣдовательно, можно написать для какого-нибудь i-аго направленія

$$v_i{}^2 = \frac{n-2}{n}\mu_i{}^2 + \frac{m^2}{n}$$

Суммируя такія выраженія, найденныя для всѣхъ n направленій даннаго пріема, мы получимъ:

$$v_a{}^2 + v_b{}^2 + \ldots + v_n{}^2 = \frac{n-2}{n}(\mu_a{}^2 + \mu_b{}^2 + \mu_i{}^2 + \ldots \mu_n{}^2) + m^2 = (n-1)\, m^2$$

Откуда находимъ

$$m^2 = \frac{[v\, v]}{(n-1)}$$

Если измѣренія сдѣланы p пріемами, то, очевидно,

$$m^2 = \frac{[v_a{}^2] + [v_b{}^2] + \ldots + [v_n{}^2]}{p\,(n-1)} = \frac{\Sigma\, v^2}{p\,(n-1)} \quad \ldots (c)$$

гдѣ $[v_i{}^2]$ обозначаетъ сумму квадратовъ уклоненій коллимаціонной ошибки направленія I во всѣхъ p пріемахъ.

Для иллюстраціи обработаемъ по указанному плану наблюденія на той же станціи, что и въ предыдущемъ примѣрѣ. Замѣтимъ при этомъ, что наблюденія производились инструментомъ съ центральной трубою, такъ что величины $2c$ взяты прямо изъ журнала наблюденій согласно данныхъ графы $(R - L)$. Данныя и ихъ обработка помѣщены въ слѣдующей таблицѣ:

Пріемы / Направ.	I			II			III			IV			V			VI		
	2c	v	v²	2c	v	v²	2c	v	v²	2c	v	v²	2c	v	v²	2c	v	v²
Вышка	−12″.5	−3.8	14.44	−2″.5	+1.9	3.61	0″.0	+1.5	20.25	−2″.5	+0.6	0.36	−5″.0	0.0	0.0	+7″.5	+1.7	2.89
Восточная	−7.0	+1.7	2.89	−5.0	−0.6	0.36	−7.5	−2.0	9.00	−2.5	+0.6	0.36	−2.5	+2.5	6.25	−10.0	−0.8	0.64
Капотня	−10.0	−1.3	1.69	−7.5	−3.1	9.61	−5.0	−0.5	0.25	−5.0	−1.9	3.61	−5.0	0.0	0.00	−12.5	−3.3	10.84
Чорт. гор.	−5.5	+3.2	10.24	−2.5	+1.9	3.61	−5.5	−1.0	1.00	−2.5	+0.6	0.36	−7.5	−2.5	6.25	−7.0	+2.2	4.84
	−8.7		29.26	−4.4		17.19	−4.5		30.50	−3.1		4.69	−5.0		12.50	−9.2		19.21

Изъ этой таблицы мы получаемъ $\Sigma v^2 = 113.32$.

А такъ какъ у насъ направленій $n = 4$ и пріемовъ $p = 6$, то согласно формулѣ (*c*) получимъ

$$m = \pm\sqrt{\frac{113.32}{6 \times 3}} = \pm 2''.50$$

III) Когда наблюденія на станціи производились по методу Шрейбера, то вычисленіе средней ошибки наблюденія съ вѣсомъ единица, т.-е. угла, измѣреннаго однимъ пріемомъ, можно найти различными путями. Мы разсмотримъ два изъ этихъ способовъ.

а) Когда нами будутъ найдены вѣроятнѣйшія значенія угловъ [1.2], [1.3]...[1.*n*] [2.3]... т, д., то, составляя разности *непосредственно* измѣренныхъ угловъ 1.2, 1.3... и т. д. и ихъ вѣроятнѣйшихъ значеній, мы получимъ рядъ уклоненій.

$$1.2_1 - [1.2] = v'_{1.2}$$
$$1.2_2 - [1.2] = v''_{1.2}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$1.2_q - [1.2] = v_{1.2}{}^{(q)}$$

$$1.3_1 - [1.3] = v'_{1.3}$$
$$1.3_2 - [1.3] = v''_{1.3}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$1.3_q - [1.3] = v_{1.3}{}^{(q)}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$1.n_1 - [1.n] = v'_{1.n}$$
$$1.n_2 - [1.n] = v''_{1.n}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$1.n_q - [1.n] = v_{1.n}{}^{(q)}$$

$$2.3_1 - [2.3] = v'_{2.3}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$2.3_q - [2.3] = v_{2.3}{}^{(q)}$$

и т. д.

Такихъ уклоненій будетъ очевидно $\frac{1}{2} q\, n(n-1)$, такъ какъ всего угловъ измѣрялось непосредственно $\frac{1}{2} n(n-1)$, а каждый изъ нихъ q пріемами. Зная вѣроятнѣйшія

уклоненія v, нетрудно получить и величину средней квадратической ошибки, пользуясь формулой

$$m = \pm\sqrt{\frac{[v\,v]}{m-u}}$$

гдѣ подъ m подразумѣвается число всѣхъ произведенныхъ наблюденій, а u представляетъ число неизвѣстныхъ, которыя нужно было опредѣлить. Для нашего случая вмѣсто m нужно подставить $^1/_2\,qn\,(n-1)$, а вмѣсто u— $(n-1)$, такъ какъ n направленій составятъ только $(n-1)$, независимыхъ угловъ. Вслѣдствіе этого написанная выше формула будетъ имѣть для нашего случая видъ

$$m = \pm\sqrt{\frac{[v\,v]}{^1/_2\,q\,n\,(n-1)-(n-1)}} = \pm\sqrt{\frac{2\,.\,[v\,v]}{(n-1)\,(q\,n-2)}} \quad . \quad . \quad . \quad (S')$$

в) Величина непосредственно измѣреннаго угла какимъ-нибудь пріемомъ заключаетъ въ себѣ нѣкоторую систематическую ошибку, происходящую, напр., отъ ошибокъ дѣленій, вошедшихъ въ отсчеты. Если же мы возьмемъ среднее значеніе угла изъ q пріемовъ, то величина систематической части ошибки будетъ ничтожна. Поэтому разности между средними значеніями каждаго измѣреннаго угла и вѣроятнѣйшей его величиной можно считать происходящими исключительно отъ случайныхъ ошибокъ измѣреній. Такимъ образомъ мы будемъ имѣть

$$\begin{aligned}
w_{1\,.\,2} &= (1\,.\,2) - [1\,.\,2]\\
w_{1\,.\,3} &= (1\,.\,3) - [1\,.\,3]\\
&\cdots\cdots\cdots\\
w_{1\,.\,n} &= (1\,.\,n) - [1\,.\,n]\\
w_{2\,.\,3} &= (2\,.\,3) - [2\,.\,3]\\
&\cdots\cdots\cdots\\
&\cdots\cdots\cdots\\
w_{1\,.\,k} &= (i\,.\,k) - [i\,.\,k]\\
&\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}$$

Такихъ уклоненій w будетъ очевидно $^1/_2\,n\,(n-1)$, а такъ какъ нужно было опредѣлить $(n-1)$ угловъ, то средняя квадратическая ошибка угла, измѣреннаго q пріемами будетъ

$$m_q = \pm\sqrt{\frac{[w\,w]}{^1/_2\,n\,(n-1)-(n-1)}} = \pm\sqrt{\frac{2\,[w\,.\,w]}{(n-1)\;(n-2)}} \quad . \quad . \quad (S).$$

Вычисленія величинъ m или m_q затрудненій не представляютъ. Чтобы получить выраженіе для средней квадратической ошибки вѣроятнѣйшаго угла, мы опредѣлимъ его вѣсъ, принимая за единицу вѣсъ средняго изъ q пріемовъ непосредственно измѣреннаго угла. Какъ мы видѣли выше вѣ-

роятнѣйшее значеніе какого-нибудь угла, напр. [1.2], выводится, какъ среднее изъ непосредственнаго опредѣленія (1.2) и комбинацій другихъ непосредственно измѣренныхъ, образуя ихъ разности и суммы, напр. $\{(1.3)-(2.3)\}, \{(1.4)-(2.4)\}$ и т. д. Если вѣсъ каждаго непосредственнаго опредѣленія принимаемъ за 1, то вѣсъ суммы или разности будетъ $^1/_2$. Поэтому вѣсъ средняго изъ этихъ величинъ будетъ $\{1+{}^1/_2+{}^1/_2+\ldots\}$. Если предметовъ у насъ было n, т.-е. угловъ $(n-1)$, то, исключая отсюда одинъ непосредственно измѣренный уголъ, получимъ независимыхъ другъ отъ друга разностей и суммъ $(n-2)$, т.-е. вѣсъ $^1/_2$ будетъ повторяться $(n-2)$ раза. Отсюда слѣдуетъ, что вѣсъ вѣроятнѣйшаго угла будетъ равняться

$$1+{}^1/_2(n-2)=\frac{n}{2}$$

А поэтому средняя квадратическая ошибка этого угла найдется какъ

$$m_u=\pm\frac{m_q}{\sqrt{{}^1/_2 n}} \quad \ldots \quad (u).$$

IV) Въ томъ случаѣ, когда измѣреніе угловъ производилось по способу повтореній, для вычисленія средней ошибки измѣренія воспользуемся тѣмъ, что наблюденія производились при двухъ кругахъ съ одинаковымъ числомъ повтореній m въ каждомъ.

Пусть величина m — кратнаго угла, измѣреннаго при кругѣ право была R, при кругѣ лѣво L, при чемъ будемъ полагать, что эти значенія уже свободны отъ систематическихъ погрѣшностей, когда таковыя имѣли мѣсто. Если на станціи измѣрены по такому методу $(n-1)$ угловъ, то мы можемъ сказать, что имѣется рядъ двойныхъ измѣреній $(n-1)$ величинъ. А поэтому, если разности обоихъ результатовъ обозначимъ черезъ v, т.-е. положимъ.

$$R_k-L_k=v_k$$

то средняя квадратическая ошибка каждой изъ величинъ R и L будетъ:

$$\mu=\pm\sqrt{\frac{[vv]}{2\,(n-1)}}$$

Но такъ какъ уголъ мы вычисляемъ, какъ среднее

$$\frac{R+L}{2m},$$

то средняя квадратическая ошибка такого угла найдется по формулѣ

$$m_p=\pm\sqrt{\frac{[vv]}{4m\,(n-1)}} \quad \ldots \quad (p)$$

§ 333. Предварительное вычисленіе сторонъ треугольниковъ и вычисленіе приведеній. Какъ мы видѣли выше, для опредѣленія величинъ поправокъ къ измѣреннымъ угламъ и направленіямъ за внѣцентренное положеніе инструмента и визируемыхъ точекъ, требуется знаніе сторонъ тріангуляціи. Такъ какъ величины поправокъ за центрировки и редукціи вообще малыя величины, то вполнѣ достаточно при предварительномъ вычисленіи сторонъ треугольниковъ пользоваться измѣренными величинами угловъ, предполагая, что они измѣрялись изъ центра. Суть вычисленій сводится къ рѣшенію треугольниковъ по сторонѣ и двумъ прилежащимъ къ ней угламъ. Вычисленія производятся обычно 5-ти или 4-хъ значными логариѳмами и располагаются въ подходящей схемѣ. Послѣ того какъ будутъ найдены всѣ разстоянія, необходимыя для нахожденія центрировокъ и редукцій, приступаютъ къ вычисленію этихъ послѣднихъ величинъ по формуламъ, даннымъ нами выше на стр. 946 и 947. Само собою понятно, что элементы центрировокъ и редукцій должны быть предварительно переданъ этимъ вычислены, если они опредѣлялись аналитическимъ путемъ.

Найдя поправки за внѣцентренность инструмента и вершинъ сигналовъ, составляютъ затѣмъ для каждой станціи, такъ называемую *таблицу направленій*, въ которой помѣщаютъ: вѣроятнѣйшія величины измѣренныхъ направленій, величины центрировокъ и редукцій, приведенныя къ центру направленія и элементы приведеній.

Схемы для указанныхъ здѣсь вычисленій могутъ быть предложены такія:

Предварительное вычисленіе сторонъ треугольниковъ.

Названія пунктовъ.	Измѣренные углы.		*log Sin* угла.	*lg* стор.
			2.95631	
Новая пир. . .	96°	2′.5	9.99758	2.95389
Вышка въ лагерѣ	35	45.0	9.76658	2.72289
Сѣверная пир.	48	12.8	9.87251	2.82882
	180	0.3		

Подчеркнутый въ послѣдней графѣ логариѳмъ 2.82882 представляетъ *lg* извѣстной намъ въ данномъ треугольникѣ стороны Нов.-Выш. Въ первомъ треугольникѣ это будетъ очевидно базисъ, въ слѣдующихъ — сторона предыдущаго треугольника. Величина 2.95631 есть разность логариѳмовъ: данной стороны (2.82882) и синуса противолежащаго ей угла (9.87251). Чтобы получить логариѳмы остальныхъ сторонъ, нужно только прибавить къ этому числу *lg Sin* соотвѣтствующаго угла.

Вычисленіе центрировокъ.

Станція: пир. Орѣхово; $\rho = 0.132$ саж. $\theta = 124°34'$.

Назв. пунк.	Зюзино кол.	Чорт. гор. пир.	Донской колок.	Вышка шпиль.
M	0° 0′	22° 2′	26° 30′	60° 56′
$M - 0$	235 26	257 28	261 56	296 22
$lg\ Sin\ (M - 0)$.	9.91565 n	9.98953 n	9.99568 n	9.95229 n
$lg\ \rho$	9.12057	9.12057	9.12057	9.12057
$don\ lg\ Sin\ 1''$.	5.31443	5.31443	5.31443	5.31443
$don\ lg\ D$	6.33464	6.62749	6.20419	6.58899
$lg\ c$	0.68529 n	1.05202 n	0.63487 n	0.97628 n
c''	— 4″.84	— 11″.27	— 4″.31	— 9″.47

Величины измѣренныхъ направленій для вычисленія центрировокъ берутся только до минутъ.

Таблица направленій.

Названіе станцій.	Названіе направленій.	Измѣренныя направленія.	Центрировка.	Приведенныя направленія.	Элементы приведеній.
Пир. *Орьхово* .	Зюзино.	0° 0′ 0″.0	— 4″.84	0° 0′ 0″.0	$\rho = 0^c.132.$ $\theta = 124°34'.$
	Чортовъ гор. .	22 1 38.4	— 11.27	22 1 31.97	
	Донской	26 29 57.6	— 4.31	26 29 58.13	
	Вышка	60 55 41.4	— 9.47	60 55 36.77	
		и	т. д.		

§ 334. Уравновѣшиваніе сѣти. Условныя уравненія и ихъ виды. Какъ мы видѣли уже изъ предыдущаго изложенія, при составленіи тригонометрической сѣти измѣряются не только *необходимые* для полученія взаимнаго расположенія точекъ сѣти углы, но и *излишніе*, служащіе для контроля произведенной работы. Хотя измѣренія производятся со всей возможной тщательностью, однако результаты измѣреній сопровождаются неизбѣжными погрѣшностями.

Благодаря этимъ погрѣшностямъ и тому, что у насъ есть излишнія наблюденія, задача вычисленія координатъ точекъ сѣти становится неопре-

дѣленной, т. е. допускающей множество рѣшеній. Въ виду того, что пункты тригонометрической сѣти, вообще говоря, представляютъ вершины нѣкоторыхъ геометрическихъ фигуръ, въ которыхъ измѣрены всѣ углы, то величины этихъ угловъ должны удовлетворять опредѣленнымъ геометрическимъ условіямъ. Такъ, напримѣръ, если среди пунктовъ сѣти найдется цѣлый рядъ такихъ, которые служатъ вершинами треугольниковъ или многоугольниковъ, при чемъ всѣ углы этихъ фигуръ опредѣлены измѣреніемъ, то очевидно, что суммы такихъ угловъ должны быть 180^0 или $180^0\ (n-2)$, если фигуры принимать за плоскія. Вслѣдствіе же ошибокъ измѣреній наши углы этимъ условіямъ не будутъ удовлетворять. Если теперь предположимъ, что полученныя разности между теоретической и практической суммой угловъ треугольниковъ и многоугольниковъ мы съ соотвѣтствующимъ знакомъ разложимъ поровну на всѣ измѣренные углы, т. е. сумму ихъ уравняемъ до теоретической, то все-таки при вычисленіи *одной и той же* стороны какого-нибудь треугольника мы будемъ получать *различныя величины*, въ зависимости отъ того, какими промежуточными величинами угловъ будемъ при вычисленіи пользоваться, исходя, конечно, отъ одной и той же данной стороны. Возможность различныхъ путей при вычисленіи обусловливается *излишними* измѣреніями, а различіе полученныхъ результатовъ тѣмъ, что исправленные нами произвольнымъ способомъ углы *не удовлетворяютъ всѣмъ геометрическимъ условіямъ*, какія могутъ въ данномъ случаѣ имѣть мѣсто. Поэтому, чтобы устранить эти разногласія, *необходимо къ измѣреннымъ угламъ найти такія поправки, чтобы исправленныя величины угловъ удовлетворяли всѣмъ геометрическимъ условіямъ данной сѣти.*

Кромѣ этого условія, на искомыя поправки налагается еще одно: *сумма квадратовъ поправокъ должна быть наименьшей.*

Иначе говоря, вопросъ объ уравновѣшиваніи сѣти сводится къ уравновѣшиванію наблюденій, результаты которыхъ связаны извѣстными условіями. Этотъ вопросъ мы уже разсматривали въ общемъ видѣ въ статьѣ „способъ наименьшихъ квадратовъ“ стр. 386 и слѣдующія. Намъ остается еще найти *виды условныхъ уравненій*, о которыхъ мы говорили.

Условія фигуръ. Въ замкнутой геометрической фигурѣ, т. е. въ такой фигурѣ, въ которой измѣрены непосредственно всѣ углы, сумма этихъ угловъ, какъ извѣстно, должна равняться $180^0\ (n-2)$, гдѣ n число вершинъ; въ частности для треугольника эта сумма должна быть 180^0. Вслѣдствіе неизбѣжныхъ ошибокъ наблюденій эти углы не удовлетворяютъ теоретическому требованію, т. е. между суммой приведенныхъ къ центру измѣренныхъ угловъ и теоретической величиной ея будетъ нѣкоторая разница v, которую можно представить такъ:

$$v = 1 + 2 + \ldots - 180^0\ (n-2)$$

Здѣсь 1, 2 и т. д. обозначаютъ приведенные измѣренные углы, а v называется *ошибкой фигуры.*

Для того, чтобы несогласія между практической и теоретической

суммами угловъ не было, нужно найти такія поправки (1), (2) и т. д. къ угламъ, чтобы

$$1+(1)+2+(2)+3+(3)+\ldots.-180^\circ\,(n-2)=0$$

Соединяя это равенство съ написаннымъ выше, мы получимъ:

$$(1)+(2)+\ldots+v=0\ldots..\,(f)$$

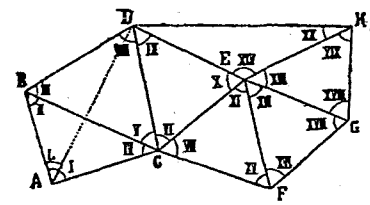
Равенство (f) представляетъ наиболѣе общій видъ условнаго уравненія фигуры. Такъ какъ наиболѣе простой и частой замкнутой фигурой въ тріангуляціи будетъ треугольникъ, то условное уравненіе фигуры для этого случая будетъ

$$(1)+(2)+(3)+v=0\ldots..\,(f')$$

при чемъ

$$v=1+2+3-180^0.$$

Если, напр., у насъ имѣется тріангуляція изъ непрерывной цѣпи треугольниковъ ABC.... (черт. 608), то примѣнительно къ равенствамъ (f) и (f') получимъ такія условныя уравненія фигуръ.



Черт. 608.

$$(1)+(2)+(4)+v_1=0$$
$$(1)+(2)+(3)+(8)+(4)+(5)+v_2=0$$
$$(6)+(9)+(10)+v_3=0$$

и т. д.

Условія станціи. Если на какой-нибудь точкѣ сѣти измѣрены были углы вокругъ ея горизонта, то, очевидно, сумма угловъ должна быть 360^0, какъ напр. на точкѣ E (черт. 608). Но такъ какъ вообще получимъ для этого случая

$$10+11+12+13+14-360^0=v',$$

то задача уравновѣшиванія приведетъ насъ къ уравненію:

$$(10)+(11)+(12)+(13)+(14)+v'=0\ldots..\,(g)$$

Равенство (g) называется *условнымъ уравненіемъ горизонта.*

Точно также могутъ быть случаи, когда на какой-нибудь точкѣ измѣрены были, напр., два угла, а также уголъ, представляющій ихъ сумму или разность. Очевидно, что въ этомъ случаѣ возникаетъ новое условіе, которому должны удовлетворять измѣренные углы, называемые вообще *условіемъ станціи.* Напримѣръ, въ точкѣ A (черт. 608) были измѣрены углы $BAD=a$ и $DAC=b$, а также уголъ $BAC=1$.

Если мы нашли, что

$$a+b-1=v''$$

то искомыя поправки къ угламъ дадутъ равенство

$$(a)+(b)-(1)+v''=0\ldots..\,(s)$$

Уравненіе (*s*) и будетъ *условнымъ уравненіемъ станціи.*

Условіе горизонта есть частный случай условія станціи [1]).

Условія полюсовъ. Въ тѣхъ случаяхъ, когда изъ всѣхъ вершинъ какой-нибудь замкнутой фигуры измѣрены направленія (или углы) на одну и ту же точку сѣти [2]), какъ напримѣръ, изъ вершинъ треугольника *ABC* (черт. 608) измѣрены соотвѣтствующіе углы на точку *D*, то будетъ (изъ отношенія сторонъ треугольниковъ *DBA, ADC* и *CDB*) имѣть мѣсто такое равенство:

$$\frac{DC}{DA}\cdot\frac{DA}{DB}\cdot\frac{DB}{DC}=1.$$

Точка *D* носитъ названіе *полюса*, а написанное нами равенство — *условія полюса.*

Для того же чертежа 608 точка *E* будетъ служить полюсомъ фигуры *CDHGF*. Въ этомъ случаѣ, хотя уголъ *HDE* непосредственно измѣренъ не былъ, но фигуру можемъ считать замкнутой, такъ какъ при точкѣ *E* измѣренъ уголъ *DEH*, вслѣдствіе чего *HDE* найдется какъ дополненіе до 180^0 суммы остальныхъ двухъ угловъ треугольника *DEH*. Само полюсное условіе здѣсь можетъ быть представлено въ видѣ:

$$\frac{ED}{EH}\cdot\frac{EH}{EG}\cdot\frac{EG}{EF}\cdot\frac{EF}{EC}\cdot\frac{EC}{ED}=1.$$

Если отношенія сторонъ замѣнимъ отношеніями *Sin'*-овъ противолежащихъ угловъ, то предыдущее равенство можно представить въ такомъ видѣ:

$$\frac{Sin\ 20}{Sin\ (14+20)}\cdot\frac{Sin\ 18}{Sin\ 19}\cdot\frac{Sin\ 16}{Sin\ 17}\cdot\frac{Sin\ 7}{Sin\ 15}\cdot\frac{Sin\ 9}{Sin\ 6}=1.$$

Логариѳмируя это равенство, получимъ:

$$\{lg\ Sin\ 20+lg\ Sin\ 18+\ldots+lg\ Sin\ 9\}-$$
$$-\{lg\ Sin\ (14+20)+lg\ Sin\ 19+\ldots+lg\ Sin\ 6\}=0.$$

Вслѣдствіе ошибокъ, заключающихся въ измѣренныхъ углахъ, правая часть этого равенства будетъ не нуль, а нѣкоторая величина v''', а поэтому для устраненія несогласія къ измѣреннымъ угламъ найдемъ такія поправки, чтобы:

$$\{lg\ Sin\,[20+(20)]+lg\ Sin\,[18+(18)]+\ldots+lg\ Sin\,[9+(9)]\}-$$
$$-\{lg\ Sin[14+20+(14)+(20)]+lg\ Sin\,[19+(19)]+\ldots+lg\ Sin\,[6+(6)]\}=0\ \ldots\ (\beta)$$

---

[1]) Когда измѣряются направленія способомъ круговыхъ пріемовъ, то само собою понятно, что условій станцій (горизонта) не существуетъ.

[2]) Изъ этой точки могутъ быть также измѣрены направленія (или углы) на всѣ вершины фигуры или только на нѣкоторыя изъ нихъ, а также вообще и на другія точки сѣти.

Полученное равенство мы преобразуемъ слѣдующимъ образомъ.

Назовемъ *измѣненія логариѳмовъ синусовъ измѣренныхъ угловъ, соотвѣтствующія измѣненію даннаго угла на* 1″, черезъ Δ съ соотвѣтствующимъ углу значкомъ, тогда можемъ написать:

$$lg\ Sin\,[20+(20)] = lg\ Sin\ 20 + \Delta_{20}(20)\ ^{1})$$
$$lg\ Sin\,[18+(18)] = lg\ Sin\ 18 + \Delta_{18}(18)$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$lg\ Sin\,[14+20+(14)+(20)] = lg\ Sin\,(14+20) + \Delta_{14+20}[(14)+(20)]$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$lg\ Sin\,[6+(6)] = lg\ Sin\ 6 + \Delta_{6}(6)$$

Пользуясь этими равенствами, равенство (β) можемъ переписать въ видѣ:

$$\{lg\ Sin\ 20 + lg\ Sin\ 18 + \ldots\} - \{lg\ Sin\ (14+20) + lg\ Sin\ 19 + \ldots\} +$$
$$+ \{\Delta_{20}(20) + \Delta_{18}(18) + \ldots\} - \{\Delta_{14+20}[(14)+(20)] + \Delta_{19}(19) + \ldots\} = 0$$

А такъ какъ разность суммъ логариѳмовъ синусовъ угловъ мы обозначили выше черезъ v''', то окончательно *условное уравненіе полюса* получимъ въ такой формѣ:

$$\Delta_{20}(20) + \Delta_{18}(18) + \ldots + \Delta_{9}(9) - \Delta_{14+20}[(14)+(20)] -$$
$$- \Delta_{19}(19) - \ldots \Delta_{6}(6) + v''' = 0 \quad \ldots\ldots \quad (a)$$

Какъ видимъ изъ равенства (*a*) полюсное уравненіе отличается отъ разсмотрѣнныхъ нами уже уравненій (фигуръ, горизонта, станціи) только коэффиціентами при поправкахъ.

Условія базисовъ. выше Мы видѣли, что для вычисленія тріангуляціи достаточно измѣрить непосредственно одинъ базисъ. Но бываютъ и такіе случаи, когда измѣряется большее число базисовъ, или же тріангуляція прокладывается между двумя сторонами прежней тріангуляціи.

Въ такихъ случаяхъ мы должны поставить условіе, чтобы, исходя отъ одной данной основной стороны, путемъ вычисленій получить въ точности вторую данную сторону. Напримѣръ, положимъ даны стороны AB и GH

---

[1]) Эти равенства получимъ, разлагая по строкѣ Тейлора выраженіе $lg\ Sin\,[20+(20)]$ и ограничиваясь первой степенью разложенія относительно поправки. Мы будемъ имѣть: $lg\ Sin\,[20+(20)] = lg\ Sin\ 20 + (20)\ [lg\ Sin\ 20]'$, гдѣ значокъ $'$ есть символъ производной. Но производная $[lg\ Sin\ 20]' = M.\ ctg\ 20$. Здѣсь M — модуль. Если поправку (20) выражаемъ въ секундахъ, то войдетъ еще множитель $Sin\ 1''$; а желая получить значеніе производной $lg\ Sin\ 20$ въ единицахъ седьмого знака логариѳма, нужно ввести множитель 10^7. Вслѣдствіе всего сказаннаго $lg\ Sin\,[20+(20)] = lg\ Sin\ 20 + (20)\ M.\ ctg\ 20.\ Sin\ 1''.10^7$.

Коэфиціентъ при поправкѣ (20) есть строгое выраженіе величины Δ.

(черт. 608), тогда, принимая AB за исходную сторону, послѣдовательно получимъ:

$$BC = AB \cdot \frac{Sin\,1}{Sin\,4}$$

$$DC = BC \cdot \frac{Sin\,3}{Sin\,8} = AB \cdot \frac{Sin\,1}{Sin\,4} \cdot \frac{Sin\,3}{Sin\,8}$$

. . . . . .

$$GH = EG \cdot \frac{Sin\,13}{Sin\,19} = AB \cdot \frac{Sin\,1}{Sin\,4} \cdot \frac{Sin\,3}{Sin\,8} \cdot \frac{Sin\,13}{Sin\,19}$$

Называя данныя стороны (базисы) $AB = a$ и $GH = b$, предыдущее уравненіе послѣ логариѳмированія мы будемъ имѣть въ такой формѣ

$$lg\,b' = lg\,a + lg\,Sin\,1 + lg\,Sin\,3 + \ldots + lg\,Sin\,13 - lg\,Sin\,4 - \\ - lg\,Sin\,8 - \ldots - lg\,Sin\,19.$$

Ошибками измѣренныхъ сторонъ a и b сравнительно съ угловыми ошибками можно пренебречь, поэтому разногласіе, которое получится между даннымъ $lg\,b$ и вычисленнымъ $lg\,b'$ по приведенной формулѣ, обусловлено ошибками угловъ. Введя вмѣсто измѣренныхъ угловъ исправленные, мы получимъ точное равенство.

$$lg\,b = lg\,a + lg\,Sin\,[1 + (1)] + \ldots + lg\,Sin\,[13 + \\ + (13)] - lg\,Sin\,[4 + (4)] - \ldots - lg\,Sin\,[19 + (19)].$$

Это равенство, какъ и въ предыдущемъ случаѣ, можно будетъ представить такъ:

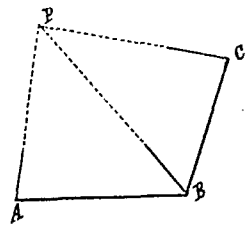
$$\Delta_1\,(1) + \Delta_3\,(3) + \ldots + \Delta_{13}\,(13) - \Delta_4\,(4) - \Delta_8\,(8) - \ldots - \Delta_{19}\,(19) + \\ + lg\,Sin\,1 + \ldots + lg\,Sin\,13 - lg\,Sin\,4 - \ldots \\ - lg\,Sin\,19 + lg\,a - lg\,b = 0$$

Называя извѣстный членъ этого равенства $lgb' - lgb = v$,[IV] мы получимъ *условное уравненіе базисовъ* окончательно въ видѣ,

$$\Delta_1\,(1) + \Delta_3\,(3) + \ldots + \Delta_{13}\,(13) - \Delta_4\,(4) - \Delta_8\,(8) - \ldots - \Delta_{19}\,(19) + v^{IV} = 0 \ \ldots \ (b).$$

Условія сторонъ. Иногда на какую-нибудь точку сѣти измѣряются направленія (или углы) изъ другихъ точекъ тріангуляціи, но при этомъ эти послѣднія точки не служатъ вершинами замкнутой фигуры, а съ опредѣляемой точки направленій не измѣряли. Вычисленіе такихъ точекъ, называемыхъ *уединенными*, производится обычно послѣ того, какъ уровновѣшена главная сѣть пунктовъ, такъ что разстоянія между точками, съ которыхъ производились наблюденія уединенной точки, нужно считать извѣстными и неизвѣстными. Такъ, напр., пусть изъ точекъ A, B и C

(черт. 609) измѣрены были углы на точку P: $PAB=1$; $PBA=2$, $PBC=3$ и $PCB=4$. Пусть мы нашли изъ предыдущихъ уравнительныхъ вычисленій длины стороны $AB=S_1$, и $BC=S_2$, тогда для вычисленія стороны PB мы будемъ имѣть два равенства.



Черт. 609.

$$PB=S_1\cdot\frac{Sin\ \ 1}{Sin(1+2)}=S_2\cdot\frac{Sin\ \ 4}{Sin\,(3+4)}$$

Или, послѣ логариѳмированія

$$lg\,S_1-lg\,S_2+lg\,Sin\,1-lg\,Sin\,(1+2)-lg\,Sin\,4+ +lg\,Sin\ (3+4)=0.$$

Вслѣдствіе ошибокъ угловъ это уравненіе не будетъ удовлетворяться, и въ правой части будетъ не O, а нѣкоторая величина v^{v}.

Намъ нужно найти поправки такъ, чтобы:

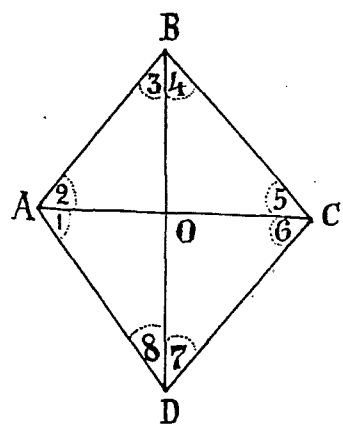
$$lg\,S_1-lg\,S_2+lg\,Sin[1+(1)]-lg\,Sin[1+2+(1)+(2)]- -lg\,Sin[4+(4)]+lg\,Sin[3+4+(3)+(4)]=0.$$

А это равенство по предыдущему можно представить въ видѣ

$$\Delta_1(1)-\Delta_{1+2}[(1)+(2)]-\Delta_4(4)+\Delta_{3+4}[(3)+(4)]+v^{v}=0\ \ldots\ (c).$$

Уравненіе (c) называется *условнымъ уравненіемъ стороны*. Если бы точка P наблюдалась съ n точекъ сѣти, то уравненій вида (c) было бы очевидно $(n-2)$.

Разсмотрѣнные нами 5 видовъ условныхъ уравненій исчерпываютъ всѣ возможные виды геометрическихъ условій, существующихъ въ данной тригонометрической сѣти. Въ тѣхъ случаяхъ, когда проложена новая тріангуляція между двумя прежними тріангуляціями, то являются особыя условныя уравненія, называемыя *полигонными*. Однако, мы на разсмотрѣніи этихъ условій останавливаться не будемъ.



Черт. 610.

§ 335. Число условныхъ уравненій. Изъ предыдущаго изложенія мы видѣли, что въ тригонометрической сѣти существуютъ различнаго рода условія. Теперь займемся вопросомъ объ опредѣленіи числа *независимыхъ* другъ отъ друга условій какъ всѣхъ вообще, такъ и каждаго вида ихъ въ отдѣльности. Прежде чѣмъ перейти къ этому вопросу, покажемъ на одномъ частномъ примѣрѣ, что изъ числа всѣхъ возможныхъ условій не всѣ будутъ независимыми, т. е., что нѣкоторыя изъ нихъ являются слѣдствіями другихъ. Пусть наша сѣть представляетъ четыреугольникъ $ABCD$ (черт. 610)

въ, которомъ измѣрены всѣ восемь угловъ. Нетрудно усмотрѣть изъ чертежа, что можно написать слѣдующія пять условій фигуръ:

$$\begin{aligned}
&1)\ 1+2+3+4+5+6+7+8 = 360°.\\
&2)\ \quad 2+3+4+5 \qquad\qquad\quad = 180°.\\
&3)\ 1+ \qquad\qquad\quad +6+7+8 = 180°.\\
&4)\ 1+2+3+ \qquad\quad +8 = 180°.\\
&5)\ \qquad\quad 4+5+6+7 \qquad = 180°.
\end{aligned}$$

Однако, нѣкоторыя условія будутъ прямымъ слѣдствіемъ другихъ. Допустимъ, напримѣръ, что удовлетворяются 2), 3) и 4) условія. Тогда, складывая 2-ое съ 3-имъ, получимъ 1-е уравненіе, а вычитая изъ суммы 2-го и 3-го уравненій 4-ое, получимъ, очевидно, 5-ое уравненіе. Такимъ образомъ видимъ, что 1-ое и 5-ое уравненія являются прямыми слѣдствіями 2), 3) и 4-го.

Отсюда слѣдуетъ, что только *три* изъ этихъ условій *независимы*, остальныя будутъ ихъ слѣдствіями, т. е. *если эти три условія удовлетворяются, то удовлетворяются всѣ условія фигуръ*.

Для этого же четыреугольника можемъ написать также 4 полюсныхъ условія, принимая за полюсъ послѣдовательно всѣ вершины четыреугольника.

Полюсъ:

$$A\ldots\ \frac{AB}{AC}\cdot\frac{AC}{AD}\cdot\frac{AD}{AB}=\frac{Sin\ 5}{Sin(3+4)}\cdot\frac{Sin(8+7)}{Sin\ 6}\cdot\frac{Sin\,3}{Sin\,8}=1.$$

$$B\ldots\ \frac{BA}{BD}\cdot\frac{BD}{BC}\cdot\frac{BC}{BA}=\frac{Sin\ 8}{Sin(1+2)}\cdot\frac{Sin(5+6)}{Sin\ 7}\cdot\frac{Sin\,2}{Sin\,5}=1.$$

$$C\ldots\ \frac{CB}{CA}\cdot\frac{CA}{CD}\cdot\frac{CD}{CB}=\frac{Sin\ 2}{Sin(3+4)}\cdot\frac{Sin(7+8)}{Sin\ 1}\cdot\frac{Sin\,4}{Sin\,7}=1.$$

$$D\ldots\ \frac{DA}{DB}\cdot\frac{DB}{DC}\cdot\frac{DC}{DA}=\frac{Sin\ 3}{Sin(1+2)}\cdot\frac{Sin(5+6)}{Sin\ 4}\quad\frac{Sin\,1}{Sin\,6}=1.$$

Эти четыре уравненія такъ же не являются другъ отъ друга независимыми. Дѣйствительно, если раздѣлимъ первое изъ нихъ на третье, а второе на четвертое, то получимъ такія равенства.

$$\frac{Sin\,5}{Sin\,6}\cdot\frac{Sin\,3}{Sin\,8}\cdot\frac{Sin\,1}{Sin\,2}\cdot\frac{Sin\,7}{Sin\,4}=1\quad\text{и}\quad\frac{Sin\,8}{Sin\,7}\cdot\frac{Sin\,2}{Sin\,5}\cdot\frac{Sin\,4}{Sin\,3}\cdot\frac{Sin\,6}{Sin\,1}=1\ .\ (p'),$$

т. е. существуетъ *одно* условіе

$$Sin\,1\,.\,Sin\,3\,.\,Sin\,5\,.\,Sin\,7=Sin\,2\,.\,Sin\,4\,.\,Sin\,6\,Sin\ 8\ \ldots\ (p)$$

Итакъ, всѣ четыре условія сводятся къ одному уравненію (p), такъ какъ при существованіи условія (p), его можно написать въ видѣ равенствъ (p') каждое изъ которыхъ распадается на два начальныхъ.

Такимъ образомъ мы видимъ, что для нашего четыреугольника вообще можно было написать 9 условій: 5 условій фигуръ и 4 условія полюса. Но

изъ этихъ девяти условій независимыми будутъ только четыре: 3 условія фигуръ и 1 условіе полюса.

Изъ этого частнаго примѣра мы видимъ съ очевидностью, что при уравновѣшиваніи сѣти намъ необходимо найти *число всѣхъ независимыхъ* между собою условій, такъ какъ если какое-нибудь изъ нихъ не будетъ принято во вниманіе, то при вычисленіи сторонъ мы опять получимъ разногласія. Если же мы возьмемъ *излишнія* условія, являющіяся слѣдствіемъ другихъ, то искомыя поправки получатъ неопредѣленныя значенія, въ чемъ нетрудно убѣдиться, прослѣдивъ пріемъ нахожденія поправокъ.

Подсчетъ числа независимыхъ условныхъ уравненій будемъ производить слѣдующимъ путемъ. Пусть наша сѣть состоитъ изъ n точекъ, на которыхъ измѣрено всего k угловъ. Такъ какъ одна сторона должна быть измѣрена непосредственно, то этой линіей будутъ опредѣлены вполнѣ 2 точки. Для опредѣленія каждой новой точки *необходимо* имѣть *два* угла съ двухъ предшествующихъ ей точекъ, слѣдовательно, *всего необходимо* имѣть для опредѣленія остальныхъ $(n-2)$ точекъ $2\ (n-2)$ угла. Поэтому остальные углы въ числѣ

$$a = k - 2n + 4.$$

будутъ излишними. Каждый излишній уголъ даетъ самостоятельное условіе, поэтому число *всѣхъ такихъ условій* въ сѣти будетъ a. Эти условія распадаются на условія фигуръ и условія полюсовъ. Что касается условій станцій то, какъ было выше замѣчено, они въ общее уравниваніе вообще не вводятся, а уравниваются самостоятельно до общаго уравновѣшиванія. Условія же горизонта подсчитываются по числу центральныхъ точекъ Если въ сѣти имѣется больше чѣмъ одинъ базисъ, то войдутъ еще базисныя условія по числу излишнихъ базисовъ. Наконецъ, сюда не введены условія сторонъ для уединенныхъ точекъ, которыя обычно вычисляются *послѣ* общаго уравновѣшиванія.

Если измѣрялись не углы, а направленія, то подсчетъ числа всѣхъ условныхъ уравненій производится такъ. Пусть для сѣти съ n точками и 1 базисомъ было измѣрено r направленій, при этомъ наблюдалось l сплошныхъ линій и s всего линій (сплошныхъ и несплошныхъ). *Сплошными* линіями называются такія, которыя наблюдались въ двухъ противоположныхъ направленіяхъ, *несплошными* — линіи, наблюденныя только въ одномъ направленіи. Изъ этого опредѣленія слѣдуетъ, что

$$r = l + s$$

Для каждаго пункта, на которомъ измѣрялись направленія, одно изъ нихъ должно быть *начальнымъ*, при чемъ само по себѣ оно не даетъ *никакихъ данныхъ* для опредѣленія другихъ точекъ, такъ какъ для вычисленій намъ вообще нужно имѣть *углы*, а уголъ составляется не менѣе, какъ двумя направленіями. Такихъ начальныхъ направленій мы будемъ имѣть очевидно n.

Для опредѣленія каждой новой точки по двумъ предыдущимъ, намъ

необходимо имѣть *два* направленія (не считая начальныхъ), а такъ какъ опредѣленію подлежатъ $(n-2)$, точки (двѣ точки — концы базиса), то всего необходимыхъ направленій должно быть

$$n+(n-2)\,2=3n-4.$$

Слѣдовательно, число всѣхъ условій въ нашей сѣти опредѣлится равенствомъ

$$a=r-3n+4.$$

Само собою понятно, что число условій, вычисленное по этой формулѣ, должно быть тоже самое, что и при вычисленіи по предыдущей формулѣ.

Чтобы опредѣлить число условныхъ уравненій фигуръ и полюсовъ, заключающихся въ общемъ числѣ a условій, разсуждаемъ такъ. Условія фигуръ дадутъ только *сплошныя* линіи. Опредѣлить сплошными линіями положеніе n точекъ сѣти можно, если намъ извѣстно не менѣе $(n-1)$ сплошныхъ линій. Каждая излишняя противъ этого числа сплошная линія непремѣнно *замкнетъ какакую нибудь фигуру, т. е. дастъ одно условіе фигуры*. Такимъ образомъ, если сплошныхъ линій было l, то число условныхъ уравненій фигуръ будетъ

$$f=l-n+1$$

Полюсныя условія получатся какъ отъ сплошныхъ, такъ и отъ несплошныхъ линій. Опредѣлить n точекъ сѣти мы можемъ, когда даны *одна* линія,— базисъ, а затѣмъ для каждой новой точки не менѣе *двухъ* линій, т. е. всего необходимо имѣть $1+(n-2)\,2$ линій, т. е. $2n-3$ Каждая новая линія дастъ одно условіе полюса, такъ какъ она направляется къ точкѣ уже опредѣленной. Слѣдовательно, условныхъ уравненій полюсовъ будемъ имѣть:

$$p=s-2n+3$$

Повѣркой вычисленія числа условныхъ уравненій служитъ равенство:

$$a=f+p.$$

Въ случаѣ наблюденія направленій, условій *горизонта* не существуетъ, уравновѣшиваніе же на станціяхъ производится до общаго уравниванія сѣти.

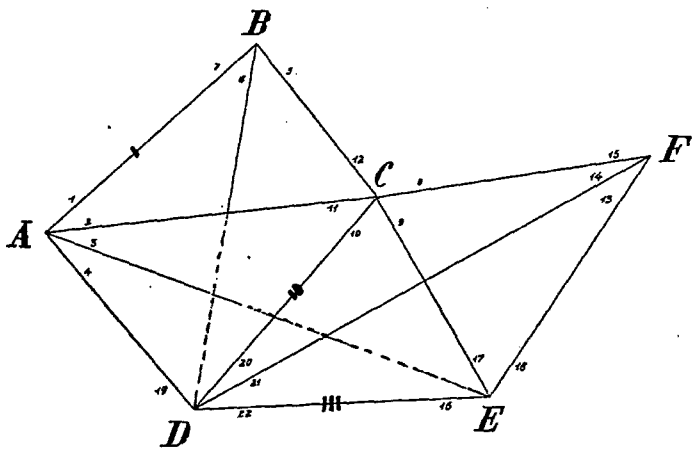
Подсчетъ числа независимыхъ условій сѣти можно произвести еще другимъ способомъ, предложеннымъ *Бесселемъ*. Способъ этотъ состоитъ въ слѣдующемъ[1]). Исходя отъ какой-нибудь стороны сѣти, какъ данной, опредѣляютъ положеніе всѣхъ остальныхъ точекъ послѣдовательно, при чемъ всякое излишнее наблюденіе уже опредѣленной точки даетъ одно условіе — полюсное, или фигуры.

---

[1]) *Bessel.* Gradmessung in Ostpreussen. S. 139—140.

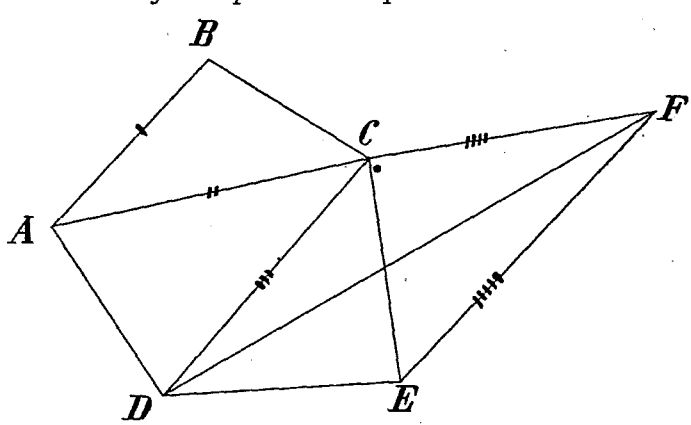
Такъ, напримѣръ, пусть какая-нибудь точка N опредѣлялась по двумъ извѣстнымъ A и B; для ея опредѣленія необходимо имѣть двѣ данныя. Положимъ, что въ точкѣ N также были наблюдены направленія на A и B; эти два направленія представятъ только *одну* данную, такъ какъ начальное направленіе произвольно. Поэтому у насъ будетъ 3 данныхъ, а слѣдовательно, *одно* излишнее, которое и дастъ условное уравненіе,— въ данномъ случаѣ,— фигуры. Если бы N наблюдалась съ трехъ извѣстныхъ точекъ A, B и C и обратно эти точки наблюдены были съ N, то всего данныхъ у насъ было бы 5, а значитъ, излишнихъ 3; они дадутъ 3 условныхъ уравненія, изъ которыхъ 2 фигуръ и 1 полюса.

Вообще же, если N наблюдено съ m уже извѣстныхъ пунктовъ и изъ точки N наблюдались всѣ m точекъ, то всего данныхъ для опредѣленія пункта N будемъ имѣть $(2m-1)$, а необходимыхъ 2, значитъ $(2m-3)$ условныхъ уравненія, изъ которыхъ $(m-1)$ — фигуръ и $(m-2)$ — полюсовъ. Переходя отъ одной точки къ другой, мы такимъ путемъ найдемъ всѣ независимыя и ни одного не повторимъ два раза.



Черт. 611.

Подсчетъ числа условныхъ уравненій по указанному только что способу можно производить графически такимъ образомъ. Допустимъ, что наша сѣть представлена на черт. 611, гдѣ непрерывными линіями показаны сплошныя направленія, линіи же съ пунктиромъ изображаютъ несплошныя направленія. Такъ какъ условія фигуръ получаются только отъ сплошныхъ линій, то для того, чтобы найти эти условія, мы оставимъ въ данной сѣти только сплошныя линіи (черт. 612). Наиболѣе простой фигурой будетъ треугольникъ, поэтому мы при составленіи условій фигуръ будемъ исходить отъ этой простѣйшей формы. Возьмемъ какую-нибудь точку нашей сѣти, напр., A, и смотримъ, вершинами какихъ треугольниковъ служитъ эта точка. Въ нашемъ случаѣ имѣемъ: треугольникъ ABC; чтобы показать, что эта фигура



Черт. 612.

нами принята во вниманіе, вычеркиваемъ одну сторону, напр., AB; вторая фигура будетъ треугольникъ ACD,— вычеркиваемъ сторону AC. Больше фигуръ при точкѣ A нѣтъ. Переходимъ къ слѣдующей точкѣ B; при ней образуется одна фигура ABC, но она уже взята. При точкѣ C имѣемъ: треугольникъ CDE,— вычеркиваемъ сторону CD; треугольникъ CEF,— вычеркиваемъ сторону CF; при точкѣ C взяты всѣ фигуры.

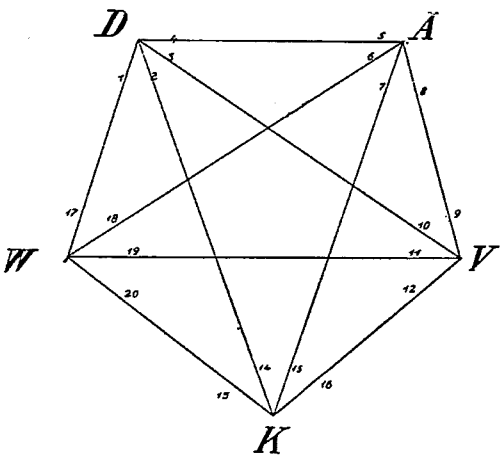
Переходя къ точкѣ F, находимъ: треугольникъ FDE и вычеркиваемъ сторону FE. Остальныя фигуры уже взяты. Разсматривая фигуры при точчахъ E и D, видимъ, что всѣ онѣ уже приняты во вниманіе. Такимъ образомъ всѣхъ условій фигуръ для нашей сѣти будетъ 5.

Полюсныя условія получаются какъ отъ сплошныхъ, такъ и отъ несплошныхъ направленій. Наиболѣе простой фигурой, дающей полюсное уравненіе будетъ четыреугольникъ съ діагоналями, поэтому мы и будемъ исходить отъ такой простѣйшей формы.

Возьмемъ, напр., точку D (черт. 611) нашей сѣти и смотримъ, какіе четыреугольники имѣютъ эту точку вершиной. Находимъ: четыреугольникъ $DABC$; чтобы показать, что этотъ четыреугольникъ взятъ, мы одну его сторону вычеркнемъ, напр., AB; второй четыреугольникъ, образовавшійся при D, будетъ $DCFE$, въ которомъ тоже вычеркнемъ одну сторону, напр., DC. Всѣ фигуры при D, дающія полюсныя условія, мы взяли. Переходимъ къ точкѣ E. При ней образуется четыреугольникъ $EDAC$, въ которомъ, какъ и выше, вычеркиваемъ одну сторону DE. Больше новыхъ четыреугольниковъ не образуется ни при одной изъ вершинъ, поэтому полюсныхъ условій у насъ будетъ 3.

Произведемъ теперь тотъ же подсчетъ первымъ способомъ. Изъ чертежа 611 видно, что всего направленій у насъ измѣрено $r=22$; сплошныхъ линій имѣемъ $l=10$, а всего линій $s=12$; точекъ въ нашей сѣти $n=6$.

Пользуясь этими данными, находимъ: число всѣхъ условныхъ уравненій



Черт. 613.

$$a=r-3n+4=22-18+4=8,$$

изъ нихъ условій фигуръ будетъ

$$f=l-n+1=10-6+1=5,$$

условій полюсовъ найдемъ

$$p=s-2n+3=12-12+3=3.$$

Повѣрка

$$a=f+p=5+3=8.$$

Такимъ образомъ, мы получили то же самое, что и при графическомъ подсчетѣ, чего, конечно, и слѣдовало ожидать.

Примѣръ на уравновѣшиваніе сѣти. Въ статьѣ „способъ наименьшихъ квадратовъ“ мы уже дали примѣръ на уравновѣшиваніе угловъ геодезическаго четыреугольника [1]). Здѣсь возьмемъ болѣе сложный примѣръ.

[1]) См: стр. 393 и слѣдующія.

Пусть наша сѣть состоитъ изъ пяти точекъ, на которыхъ были измѣрены направленія, указанныя на чертежѣ 613. Приведенныя къ центру направленія имѣли такія значенія

1...	13°	5′	55″.2	9...	83°	59′	32″.1
2...	10	11	40.6	10...	51	31	36.2
3...	0	0	0.0	11...	0	0	0.0
4...	294	53	49.1	12...	266	48	49.9
5...	66	45	13.2	13...	0	0	0.0
6...	0	0	0.0	14...	5	2	50.4
7...	345	12	20.9	15...	28	12	2.8
8...	344	19	19 1	16...	30	8	21.1

17...	0°	0′	0″.0
18...	35	2	36.2
19...	115	22	25.1
20...	172	2	57.4

Число условныхъ уравненій въ нашей сѣти, полагая извѣстной одну сторону *AD*, будетъ 9; изъ нихъ 6 условій фигуръ и 3—условія полюса. Составимъ наши условныя уравненія.

Условія фигуръ исчерпываются треугольниками: *ADW*, *AWV*, *AWK*, *DWV*, *DVK* и *WVK*.

Условія полюсовъ дадутъ намъ геодезическіе четыреугольники: *AVWD*, *VKWD* и *WAVK*.

Пользуясь табличкой направленій, получимъ такія условныя уравненія:

I)	*A*. (5—6) ...	66°	45′	13″.2		
	D. (1—4) ...	78	12	6.1	I)	(1)—(4)+(5)—(6)—(17)+(18)—4.5=0.
	W. (18—17) ...	35	2	36.2		
		179	59	55.5		
II)	*A*. (6—8) ...	15	40	40.9		
	W. (19—18) ...	80	19	48.9	II)	(6)—(8)+(9)—(11)—(18)+(19)+1.9=0.
	V. (9—11) ...	83	59	32.1		
		180	0	1.9		
III)	*D*. (1—3) ...	13	5	55.2		
	W. (19—17) ...	115	22	25.1	III)	(1)—(3)+(10)—(11)—(17)+(19)—3.5=0.
	V. (10—11) ...	51	31	36.2		
		179	59	56.5		
IV)	*W*. (20—19) ...	56	40	32.3		
	V. (11—12) ...	93	11	10.1	IV)	(11)—(12)—(13)+(16)—(19)+(20)+3.5=0.
	K. (16—13) ...	30	8	22.1		
		180	0	3.5		

V)	*D.* (2—3)	... 10	11	40.6	
	V. (10—12)	... 144	42	46.3	V) (2)—(3)+(10)—(12)—(14)+(16)—2.4+0.
	K. (16—14)	... 25	5	30.7	
		179	59	56.7	
VI)	*A.* (6—7)	... 14	47	39.1	
	W. (20—18)	... 137	0	21.2	VI) (6)—(7)—(13)+(15)—(18)+(20)+3.1=0.
	K. (15—13)	... 28	12	2.8	
		180	0	3.1	

□ *AVWD*; полюсъ въ точкѣ *A*:

$$\frac{AV}{AW}\cdot\frac{AW}{AD}\cdot\frac{AD}{AV}=\frac{Sin\ (19-18)}{Sin\ (9-11)}\cdot\frac{Sin\ (1-4)}{Sin\ (18-17)}\cdot\frac{Sin\ (9-10)}{Sin\ (3-4)}$$

lg Sin (19—18)	... 9.9937854.0	... Δ=+3.6		*lg Sin* (9—11)	... 9.9976081.9	... Δ=+2.2	
lg Sin (1—4)	... 9.9907265.8	+ 4.4		*lg Sin* (18—17)	... 9.7590606.0	+30.0	
lg Sin (9—10)	... 9.7298061.3	+33.1		*lg Sin* (3—4)	... 9.9576389.8	+ 9.8	
	9.7143181.1				9.7143077.4		

9.7143181.2
9.7143074.4
+103.7

VII) [1] 4.4 (1) — 9.8 (3) + 5.4 (4) + 30.9 (9) — 33.1 (10) + 2.2 (11) + 30.0 (17) — 33.6 (18) + + 3.6 (19) + 103.7 = 0

□ *VKWD*; полюсъ въ точкѣ *V*:

$$\frac{VK}{VW}\cdot\frac{VW}{VD}\cdot\frac{VD}{VK}=\frac{Sin\ (20-19)}{Sin\ (16-13)}\cdot\frac{Sin\ (1-3)}{Sin\ (19-17)}\cdot\frac{Sin\ (16-14)}{Sin\ (2-3)}$$

lg Sin (20—19)	... 9.9219848.7	Δ=+13.8		*lg Sin* (16—13)	... 9.7007922.9	Δ=+36.3	
lg Sin (1—3)	... 9.3553147.6	+90.5		*lg Sin* (19—17)	... 9.9559438.0	—10.0	
lg Sin (16—14)	... 9.6274383.5	+45.0		*lg Sin* (2—3)	... 9.2479540.2	+117.1	
	8.9047379.8				8.9046901.1		

8.9047379.8
8.9046901.1
+478.7

VIII) 90.5 (1) — 117.1 (2) + 26.6 (3) + 36.3 (13) — 45.0 (14) + 8.7 (16) — 10.0 (17) — — 3.8 (19) + 13.8 (20) + 478.7 = 0.

---

[1]) Способъ составленія полюсныхъ условныхъ уравненій былъ подробно разобранъ; здѣсь только укажемъ, что величины Δ взяты изъ логариѳмическихъ таблицъ, какъ измѣненія *lg Sin* угла на 1″. Въ уравненіи VII подобные члены приведены.

□ $WAVK$; полюсъ въ точкѣ W:

$$\frac{WA}{WK}\cdot\frac{WK}{WV}\cdot\frac{WV}{WA}=\frac{Sin\,(15-13)}{Sin\,(6-7)}\cdot\frac{Sin\,(11-12)}{Sin\,(16-13)}\cdot\frac{Sin\,(6-8)}{Sin\,(9-11)}.$$

$lg\,Sin$ (15—13) ... 9.6744594.7	$\Delta=+39.2$	$lg\,Sin$ (6—7) ... 9.4071321.4	$\Delta=+79.7$
$lg\,Sin$ (11—12) ... 9.9993281.9	— 1.2	$lg\,Sin$ (16—13) ... 9.7007922.9	+36.3
$lg\,Sin$ (6—8) ... 9.4317355.4	+75.0	$lg\,Sin$ (9—11) ... 9.9976081.6	+ 2.2
9.1055232.0		9.1055325.8	

9.1055232.0
9.1055325.8
—93.9

IX) $-4.7\,(6)+79.7\,(7)-75.0\,(8)-2.2\,(9)+1.0\,(11)+1.2\,(12)-2.9\,(13)+$
$+39.2\,(15)-36.3\,(16)-93.9=0.$

Находимъ неизвѣстныя 20 поправокъ къ направленіямъ, предполагая всѣ наблюденія одинаково точными, подъ условіемъ, чтобы сумма квадратовъ поправокъ была минимумомъ при существованіи написанныхъ 9 условій. Для рѣшенія задачи необходимо, какъ мы уже знаемъ, найти 9 коррелатъ, по которымъ затѣмъ опредѣлятся поправки. Если коэффиціенты условныхъ уравненій назовемъ черезъ a, b, c и т. д., то уравненія, изъ которыхъ опредѣляются коррелаты будутъ имѣть видъ [1])

$$\left.\begin{array}{l}[aa]\,k_1+[ab]\,k_2+\;.\;.\;.\;\;[ai]\,k_9+v_1=0\\ [ab]\,k_1+[bb]\,k_2+\;.\;.\;.\;+[bi]\,k_9+v_2=0\\ .\;.\\ [ai]\,k_1+[bi]\,k_2+\;.\;.\;.\;+[ii]\,k_9+v_9=0\end{array}\right\}\;.\;.\;.\;(k)$$

Уравненія же, изъ которыхъ получатся поправки черезъ коррелаты, будутъ такими [2])

$$\left.\begin{array}{l}(\;1)=a_1\,k_1+b_1\,k_2+\;.\;.\;.\;+i_1\,k_9\\ (\;2)=a_2\,k_1+b_2\,k_2+\;.\;.\;.\;+i_2\,k_9\\ .\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\\ (20)=a_{20}\,k_1+b_{20}\,k_2+\;.\;.\;.\;+i_{20}\,k_9\end{array}\right\}\;.\;.\;.\;(p)$$

Для удобства составленія уравненій коррелатъ (k) и уравненій поправокъ (p), представимъ наши условныя уравненія въ видѣ таблицы:

---

[1]) См. стр. 388 ур-ія (59), при чемъ вѣса надо положить одинаковыми и равными единицѣ.

[2]) См. стр. 388 ур-ія (58), при чемъ всѣ $p=1$.

Попр. / Уравн.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)	v
I (a)	+1			−1	+1	−1											−1	+1			− 4.5
II (b)						+1		−1	+1		−1							−1	+1		+ 1.9
III (c)	+1		−1							+1	−1						−1		+1		− 3.5
IV (d)											+1	−1	−1			+1			−1	+1	+ 3.5
V (e)		+1	−1							+1		−1		−1		+1					− 2.4
VI (f)						+1	−1						−1		+1			−1		+1	+ 3.1
VII (g)	+4.4		−9.8	+5.4					+30.9	33.1	+2.2						+30.0	−33.6	+3.6		+103.7
VIII (h)	+90.5	−117.1	+26.6										+36.3	−15.0		+8.7	10.0		−3.8	+13.8	+478.7
IX (i)						−4.7	+79.7	75.0	−2.2		+1.0	+1.2	−2.9		+39.2	36.3					− 93.9
	+96.9	−116.1	+14.8	+4.4	+1.0	−3.7	+78.7	−76.0	+29.7	31.1	+2.2	−0.8	+31.4	−16.0	+40.2	−25.6	+18.0	−34.6	+0.8	+15.8	

Внизу этой таблицы подписаны суммы коэффиціентовъ, служащіе для повѣрочныхъ вычисленій при составленіи нормальныхъ уравненій коррелатъ.

Какъ легко усмотрѣть изъ сравненія нашей таблицы съ уравненіями (p), мы будемъ имѣть

$$(1) = k_1 + k_3 + 4._1\ k_7 + 90._5\ k_8$$
$$(2) = k_5 - 117._1 k_8 \qquad \ldots\ (p')$$

и т. д.

Пользуясь таблицей условныхъ уравненій, составляемъ произведенія коэффиціентовъ *aa*, *ab* и т. д. и ихъ суммы, которыя и будутъ коэффиціентами нормальныхъ уравненій коррелатъ. Сами уравненія можемъ представить въ видѣ такой таблицы:

Корр. / Урав.	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6	k_7	k_8	k_9	v	s
I	+ 6.0	— 2.0	+ 2.0	—	—	— 2.0	— 64.6	+ 100.5	+ 4.7	— 4.5	+ 40.1
II	— 2.0	+ 6.0	+ 2.0	— 2.0	—	+ 2.0	+ 65.9	— 3.8	+ 67.1	+ 1.9	+ 137.1
III	+ 2.0	+ 2.0	+ 6.0	— 2.0	+ 2.0	—	— 47.5	+ 70.1	— 1.0	— 3.5	+ 28.1
IV	—	— 2.0	— 2.0	+ 6.0	+ 2.0	+ 2.0	— 1.4	— 10.0	— 33.6	+ 3.5	— 35.5
V	—	—	+ 2.0	+ 2.0	+ 6.0	—	— 23.3	— 90.0	— 37.5	— 2.4	— 143.2
VI	— 2.0	+ 2.0	—	+ 2.0	—	+ 6.0	+ 33.6	— 22.5	— 42.3	+ 3.1	— 20.1
VII	— 64.6	+ 65.9	— 47.5	— 1.4	—23.3	+ 33.6	+4241.7	— 176.2	— 65.8	+ 103.7	+4066.3
VIII	—100.5	— 3.8	+70.1	—10.0	—90.0	— 22.5	— 176.2	+26333.5	— 421.1	+ 478.7	+26259.2
IX	+ 4.7	+ 67.1	— 1.0	—33.6	—37.5	— 42.3	— 65.8	— 421.1	+14869.2	— 93.9	+14542.8

Рѣшая систему этихъ девяти уравненій по схемѣ Гаусса, данной нами на стр. 365, найдемъ для неизвѣстныхъ коррелатъ такія значенія.

$$\begin{array}{lll} k_1 = +0.8387 & k_4 = -0.7863 & k_7 = +0.0018 \\ k_2 = -0.6239 & k_5 = +0.2425 & k_8 = -0.0218 \\ k_3 = +0.4442 & k_6 = +0.1980 & k_9 = +0.0077 \end{array}$$

Пользуясь найденными значеніями коррелатъ, мы согласно равенствъ (p') найдемъ величины искомыхъ поправокъ къ направленіямъ:

$$\begin{array}{lll} (1) = -0''.68 & (8) = +0''.05 & (15) = +0''.50 \\ (2) = +2\ .80 & (9) = -0\ .58 & (16) = -1\ .01 \\ (3) = -1\ .28 & (10) = +0\ .63 & (17) = -1\ .01 \\ (4) = -0\ .83 & (11) = -0\ .59 & (18) = +1\ .20 \\ (5) = +0\ .84 & (12) = +0\ .55 & (19) = +0\ .70 \\ (6) = -1\ .30 & (13) = -0\ .22 & (20) = -0\ .89 \\ (7) = +0\ .41 & (14) = +0\ .74 & \end{array}$$

А поэтому таблица *окончательныхъ* (*уравновѣшенныхъ*) направленій представится въ слѣдующемъ видѣ; если при этомъ, по прежнему, привести, направленія къ *нулевому* начальному

$$\begin{array}{llll} 1. & 13^\circ & 5' & 55''.8 \\ 2. & 10 & 11 & 44\ .7 \\ 3. & 0 & 0 & 0\ .0 \\ 4. & 294 & 53 & 49\ .6 \end{array} \qquad \begin{array}{llll} 9. & 83^\circ & 59' & 32''.1 \\ 10. & 51 & 31 & 37\ .4 \\ 11. & 0 & 0 & 0\ .0 \\ 12. & 266 & 48 & 51\ .0 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll} 5. & 66 & 45 & 15.4 \\ 6. & 0 & 0 & 0.0 \\ 7. & 345 & 12 & 22.6 \\ 8. & 344 & 19 & 20.5 \end{array} \qquad \begin{array}{llll} 13. & 0 & 0 & 0.0 \\ 14. & 5 & 2 & 51.4 \\ 15. & 28 & 12 & 3.5 \\ 16. & 30 & 8 & 20.3 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll} 17. & 0^\circ & 0' & 0''.0 \\ 18. & 35 & 2 & 38\ .4 \\ 19. & 115 & 22 & 26\ .8 \\ 20. & 172 & 2 & 57\ .5 \end{array}$$

Средняя ошибка угла, вѣсъ котораго равенъ единицѣ, найдется по формулѣ

$$m = \pm\sqrt{\frac{[\delta\delta]}{r}}$$

гдѣ δ означаетъ наши поправки, а r число условныхъ уравненій.

Для нашего случая получится

$$m = \pm\sqrt{\frac{20.206}{9}} = \pm 1''.49.$$

§ 336. Окончательное вычисленіе сѣти. Вычисленіе координатъ пунктовъ. Получивъ изъ уравнительныхъ вычисленій окончательныя значенія направленій, можно теперь найти *окончательныя значенія для длины сторонъ сѣти* (или ихъ логариѳмовъ), исходя, конечно, отъ измѣреннаго непосредственно базиса. Вычисленія ведутся здѣсь по такой же схемѣ, какая была нами указана для предварительныхъ вычисленій.

Послѣ этого находятъ *азимуты* сторонъ сѣти, при чемъ азимутъ одной изъ сторонъ долженъ быть опредѣленъ изъ астрономическихъ наблюденій. Вычисленіе азимутовъ затрудненія не представляетъ, такъ какъ здѣсь надо поступать въ общемъ такъ же, какъ было указано въ „угло-мѣрной съемкѣ".

Зная длины сторонъ и азимуты ихъ, нетрудно найти прямоугольныя прямолинейныя координаты пунктовъ сѣти.

Сначала находимъ приращенія координатъ по формуламъ

$$\Delta x = d\,Cos\,\alpha$$
$$\Delta y = d\,Sin\,\alpha$$

а затѣмъ, принимая одну изъ точекъ за начало, найдемъ и самыя координаты по формуламъ

$$x_n = \Sigma \Delta x$$
$$y_n = \Sigma \Delta y$$

Какъ стороны, такъ и координаты точекъ, вычисляются излишнее число разъ для контроля.

Наконецъ, для сужденія о тѣхъ среднихъ ошибкахъ, какія заключаются въ нашихъ окончательныхъ данныхъ, вычисляютъ эти ошибки по плану, указанному нами на стр. 389—393.

§ 337. Дополнительныя или уединенныя точки. Одновременно съ измѣреніемъ направленій на точкахъ высшихъ классовъ обычно опредѣляются направленія на пункты низшихъ классовъ, при этомъ такіе пункты опредѣляются или засѣчкою ихъ впередъ, или же засѣчкою назадъ, иногда же комбинаціей обоихъ способовъ. Иногда между двумя заданными сторонами прежней тріангуляціи требуется *вставить* рядъ точекъ, составляющихъ вообще *цѣпь треугольниковъ*. 1-ый способъ будемъ называть способомъ *вставки отдѣльныхъ точекъ*, 2-ой способъ — способомъ *вставки цѣпи треугольниковъ* (способъ Экгардта).

Наблюденія для опредѣленія уединенныхъ точекъ, а также и цѣпи треугольниковъ, производятся точно также въ избыточномъ числѣ, дабы имѣть излишнія данныя для нахожденія многократно координатъ искомой точки.

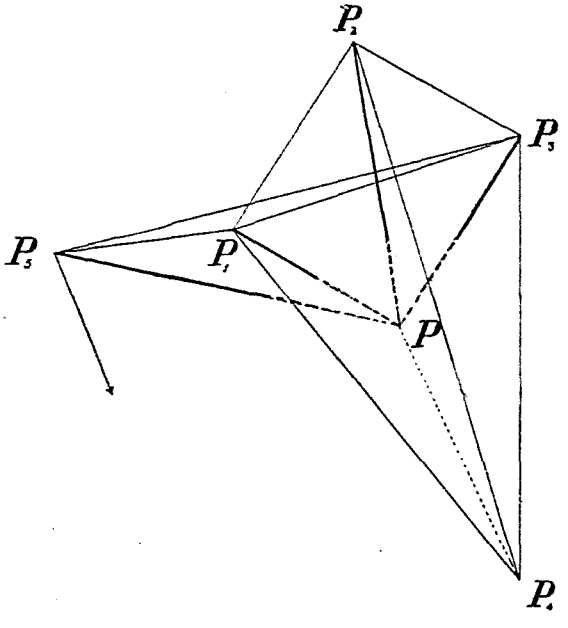
Очевидно, что эти избыточныя данныя, вслѣдствіе ошибокъ наблюденій, будутъ давать разногласія въ величинахъ опредѣленныхъ координатъ, а поэтому возникнетъ вопросъ объ уравновѣшиваніи наблюденій.

Уравновѣшиваніе дополнительныхъ точекъ можетъ вестись строго по способу наименьшихъ квадратовъ, но возможны и болѣе упрощенные способы уравновѣшиванія. Къ такимъ упрощеннымъ способамъ можно отнести уравновѣшиваніе графическимъ путемъ, каковой способъ былъ впервые примѣненъ Берто. Но и способъ Берто можетъ быть упрощенъ въ нѣкоторыхъ случаяхъ.

Мы дадимъ сначала строгое рѣшеніе предстоящей задачи уравновѣшиванія для дополнительныхъ *уединенныхъ* точекъ, затѣмъ опишемъ графическіе способы уравновѣшиванія, и, наконецъ, перейдемъ къ уравниванію цѣпи треугольниковъ.

Многократная засѣчка впередъ. Положимъ, что съ точекъ P_1, P_2... были измѣрены направленія на нѣкоторую точку P. (Черт. 614). Для опредѣленія координатъ точки P достаточно было бы имѣть наблюденія съ двухъ какихъ-нибудь извѣстныхъ точекъ; наблюденія съ большаго числа пунктовъ будутъ избыточными и даютъ поводъ къ уравниванію. Самое уравновѣшиваніе мы можемъ производить двумя путями: или находить *поправки къ измѣреннымъ направленіямъ* или же, найдя сначала *приближенныя* значенія *координатъ*, отыскать затѣмъ *къ нимъ поправки*.

Въ первомъ случаѣ исходимъ изъ тѣхъ соображеній, что точку P можно принять за полюсъ нѣкоторыхъ простѣйшихъ фигуръ, — четыреугольниковъ, — а поэтому наблюденныя направленія должны удовлетворять условіямъ полюса. Для нашего, напр., случая (черт. 614) имѣемъ три такихъ полюсныхъ условія изъ четыреугольниковъ $PP_1P_2P_3$, $PP_2P_3P_4$; и $PP_5P_1P_3$, вообще же условій полюса будетъ столько, сколько измѣрено было излишнихъ направленій.



Черт. 614.

Составивъ эти условныя уравненія, дальше поступаютъ такъ же, какъ и при уравновѣшиваніи вообще условныхъ наблюденій; (см. стр. 386 и слѣд.).

По уравновѣшеннымъ направленіямъ находятъ потомъ стороны, ихъ азимуты и наконецъ координаты точки P.

Второй путь заключается въ слѣдующемъ. Положимъ, что искомыя координаты точки P будутъ x и y, координаты же данныхъ точекъ P_1, $P_2 \ldots P_n$ таковы $x, \mid y_1$, $x_2 \mid y_2 \ldots, x_n \mid y_n$. Если бы мы знали x и y, то легко можно было бы опредѣлить азимуты всѣхъ направленій P_1P, P_2P и т. д.

Мы имѣли бы тогда

$$tg\,\alpha_1 = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

$$tg\,\alpha_2 = \frac{y - y_2}{x - x_2}$$

. . . . . .

$$tg\,\alpha_n = \frac{y - y_n}{x - x_n}$$

Эти равенства можно представить въ такомъ видѣ:

$$\begin{aligned} &Sin\,\alpha_1\,(x-x_1)-Cos\,\alpha_1\,(y-y_1)=0\\ &Sin\,\alpha_2\,(x-x_2)-Cos\,\alpha_2\,(y-y_2)=0 \quad . \ . \ . \ (1)\\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ &Sin\,\alpha_n\,(x-x_n)-Cos\,\alpha_n\,(y-y_n)=0 \end{aligned}$$

Допустимъ, что какимъ-нибудь образомъ мы нашли приближенныя значенія искомыхъ координатъ, которыя назовемъ x_0 и y_0. Проще всего можно найти x_0 и y_0, рѣшивъ, напр., треугольникъ $P_1\,P_2\,P$ по двумъ угламъ (при точкахъ P_1 и P_2) и сторонѣ $P_1\,P_2$, откуда найдемъ стороны $P_1\,P$ и $P_2\,P$; зная азимутъ основной стороны $P_1\,P_2$, легко найти и азимуты $(P_1\,P)$ и $(P_2\,P)$, — а затѣмъ и координаты x_0 и y_0 приближенной точки P_0.

Если мы знаемъ приближенныя координаты точки P, то можно будетъ положить

$$x=x_0+\delta x \ \text{ и } \ y=y_0+\delta y$$

гдѣ δx и δy будутъ *поправками* къ найденнымъ координатамъ и, вообще говоря, будутъ небольшими величинами. Отсюда ясно, что вмѣсто нахожденія x и y, можно отыскать сначала x_0 и y_0, а послѣ опредѣлить величины поправокъ δx и δy.

Если мы теперь въ равенствѣ (1) поставимъ вмѣсто x и y ихъ выраженія черезъ приближенныя координаты и ихъ поправки, то получимъ равенства вида

$$Sin\,\alpha_i\,[(x_0-x_i)+\delta x]-Cos\,\alpha_i\,[(y_0-y_i)+\delta y]=0.$$

Это равенство по раскрытіи скобокъ можно переписать такъ:

$$Sin\,\alpha_i\,\delta x-Cos\,\alpha_i\,\delta y+Sin\,\alpha_i\,(x_0-x_i)-Cos\,\alpha_i\,(y_0-y_i)=0 \quad . \ . \ . \ (2)$$

Мы знаемъ, что если разстояніе между двумя, какими-нибудь точками P_i и P_0 назовемъ черезъ $S_i=P_i\,P_0$, а азимутъ $(P_i\,P_0)=\alpha'_i$, то разности координатъ этихъ точекъ будетъ

$$\begin{aligned} x_0-x_i&=S_i\,Cos\,\alpha'_i\\ y_0-y_i&=S_i\,Sin\,\alpha'_i \end{aligned} \quad . \ . \ . \ (3)$$

Величины S_i, а также α'_i получатся изъ формулъ

$$tg\,\alpha'_i=\frac{y_0-y_i}{x_0-x_i};\ S_i=\frac{y_0-y_i}{Sin\,\alpha'}=\frac{x_0-x_i}{Cos\,\alpha'.}$$

Замѣняя въ выраженіи (2) разности координатъ ихъ выраженіями изъ равенствъ (3), мы получимъ:

$$Sin\,\alpha_i\,\delta x-Cos\,\alpha_i\,\delta y+S_i\,Sin\,\alpha_i\,Cos\,\alpha'_i-S_i\,Cos\,\alpha_i\,Sin\,\alpha'_i=0$$

Разность между истиннымъ азимутомъ α_i и приближеннымъ α'_i величина малая, поэтому можно ограничиться первой степенью разложенія $Sin\ (\alpha_i - \alpha'_i) = Sin\,\alpha_i\ Cos\,\alpha'_i - Cos\,\alpha_i\ Sin\,\alpha'_i$ въ рядъ и предыдущее равенство написать такъ:

$$\frac{Sin\,\alpha_i}{S_i\ Sin\,1''}\,\delta x - \frac{Cos\,\alpha_i}{S_i\ Sin\,1''}\,\delta y + (\alpha_i - \alpha'_i) = 0$$

Обозначая для краткости

$$\frac{Sin\ \alpha_i}{S_i\ Sin\ 1''} = a_i\,; - \frac{Cos\ \alpha_i}{S_i\ Sin\ 1''} = b_i\,,$$

мы можемъ полученное равенство переписать въ видѣ

$$a_i\,\delta x + b_i\,\delta y + a_i - \alpha'_i = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Азимутъ α_i намъ неизвѣстенъ, но пользуясь *измѣренными* направленіями и извѣстными азимутами сторонъ данной сѣти (P_1P_2), (P_3P_4) и т. д., можно найти величины азимутовъ направленій P_1P, P_2P и т. д., которые будутъ отличаться отъ искомыхъ азимутовъ α_i только вслѣдствіе неизбѣжныхъ ошибокъ наблюденій; назовемъ эти азимуты „измѣренными“ и обозначимъ ихъ буквой φ_i. Если мы теперь въ уравненіи (4) подставимъ на мѣстѣ α_i величину φ_i, то въ правой части получимъ не нуль, а нѣкоторую величину v_i, обусловленную погрѣшностями измѣреній. Называя разность $(\varphi_i - \alpha_i) = f_i$, равенство (4) можемъ теперь переписать въ такомъ видѣ:

$$a_i\,\delta x + b_i\,\delta y + f_i = v_i \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Такихъ уравненій у насъ будетъ столько, сколько было сдѣлано наблюденій. Изъ системы уравненій вида (5) намъ нужно найти двѣ неизвѣстныхъ поправки координатъ δx и δy подъ условіемъ, чтобы $[vv] = \text{minimum}$.

Такъ какъ уравненія (5) представляютъ изъ себя *начальныя* уравненія или уравненія *погрѣшностей*, то при нахожденіи неизвѣстныхъ подъ поставленнымъ условіемъ нужно будетъ поступать согласно тому, какъ указано на стр. 361, т. е. отъ начальной системы мы должны перейти къ нормальнымъ уравненіямъ, которыхъ для нашего случая будетъ два. Рѣшивъ эти два уравненія, найдемъ неизвѣстныя δx и δy.

Относительно вычисленія азимутовъ, которые мы назвали „измѣренными“, нужно замѣтить слѣдующее.

Азимуты сторонъ сѣти мы получаемъ по *уравновѣшеннымъ* направленіямъ, поэтому, если за исходныя данныя возьмемъ азимутъ какой-нибудь стороны и измѣренный уголъ между этой стороной и направленіемъ на опредѣляемую точку, то по этимъ даннымъ получимъ нѣкоторое значеніе „измѣреннаго“ азимута. Но если далѣе взять за исходныя данныя азимутъ другой стороны и другой соотвѣтственно уголъ, то въ результатѣ полу-

чимъ для „измѣреннаго“ азимута нѣсколько другую величину. Это объясняется тѣмъ, что направленіе на опредѣляемую точку въ общее уравновѣшиваніе не входило.

Такимъ образомъ, мы получали бы различныя значенія для f въ зависимости отъ данныхъ, по которымъ его вычисляли. Чтобы такого явленія не происходило, мы сначала уравняемъ измѣренное направленіе на уединенную точку, исходя изъ такихъ соображеній.

Каждое такое направленіе разбиваетъ уравновѣшенный изъ предыдущихъ вычисленій уголъ, составленный ближайшими сторонами, между которыми это направленіе заключается, на двѣ части. Если поправка на весь уголъ была, допустимъ v, то можно положить, что на каждую изъ частей угла придется поправка $^1/_2\ v$. Исправивъ измѣренный уголъ на эту величину, мы не будемъ получать уже разногласій, пользуясь уравновѣшенными элементами для вычисленія азимута направленія на уединенную точку.

Напр, для случая, представленнаго на черт. 614, для вычисленія азимута направленія P_1P, находимъ сначала *измѣренный* уголъ P_3P_1P и исправляемъ его въ соотвѣтствующую сторону *половиной поправки*, приходящейся на уголъ $P_3P_1P_4$. Пользуясь этимъ угломъ и азимутомъ (P_1P_3), находимъ „измѣренный“ азимутъ $(P_1P) = (P_1P_3) + \measuredangle [P_3P_1P]$; здѣсь скобки [ ] означаютъ, что введена поправка.

Нетрудно найти и ту поправку, которую нужно ввести въ измѣренное *направленіе* на уединенную точку. Очевидно, эта поправка будетъ равняться *полуразности* поправокъ направленій P_1P_4 и P_1P_3.

Возьмемъ теперь числовой примѣръ на уравновѣшиваніе изложеннымъ способомъ координатъ точки P, наблюденной съ пяти пунктовъ $P_1 \ldots P_5$ (черт. 614), координаты, которыхъ даны.

Вычисленія будемъ вести въ такомъ порядкѣ: сначала отыщемъ приближенныя координаты, затѣмъ найдемъ всѣ необходимыя величины для составленія начальныхъ уравненій (5), и, наконецъ, составивъ и рѣшивъ нормальныя уравненія, опредѣлимъ вѣроятнѣйшія величины координатъ точки P.

При опредѣленіи приближенныхъ координатъ будемъ пользоваться такими формулами. Пусть эти координаты опредѣляются по даннымъ пунктамъ P_1 и P_2 (черт. 614) и измѣреннымъ угламъ $P_2P_1P = \delta_1$ и $P_1P_2P = \delta_2$; уголъ при точкѣ P назовемъ черезъ δ. По извѣстнымъ координатамъ точекъ P_1 и P_2, находимъ азимутъ линіи $P_1\ P_2$ и ея длину по формуламъ:

$$tg\ \alpha_{1,2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (a)$$

$$P_1P_2 = \frac{y_2 - y_1}{Sin\ \alpha_{1,2}} = \frac{x_2 - x_1}{Cos\ \alpha_{1,2}}$$

Азимуты направленій P_1P и P_2P найдемъ изъ выраженій

$$\alpha_{1,0} = \alpha_{1,2} + \delta_1 \text{ и } \alpha_{2,0} = \alpha_{2,1} - \delta_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (a')$$

А поэтому

$$\delta = \alpha_{2,0} - \alpha_{1,0}$$

Повѣркой вычисленій будетъ служить равенство:

$$\delta_1 + \delta_2 + \delta = 180^0.$$

Стороны P_1P и P_2P находимъ изъ рѣшенія треугольника P_1P_2P:

$$P_1P = P_1P_2 \cdot \frac{Sin\ \delta_2}{Sin\ \delta} = \frac{y_2 - y_1}{Sin\ \alpha_{1,2} \cdot Sin\ \delta} \cdot Sin\ \delta_2 = \frac{x_2 - x_1}{Cos\ \alpha_{1,2}\ Sin\ \delta} \cdot Sin\ \delta_2$$
$$P_2P = P_1P_2 \cdot \frac{Sin\ \delta_1}{Sin\ \delta} = \frac{y_2 - y_1}{Sin\ \alpha_{1,2}\ Sin\ \delta} \cdot Sin\ \delta_1 = \frac{x_2 - x_1}{Cos\ \alpha_{1,2}\ Sin\ \delta} \cdot Sin\ \delta_1$$

Если для краткости обозначимъ

$$\frac{y_2 - y_1}{Sin\ \delta \cdot Sin\ \alpha_{1,2}} = \frac{x_2 - x_1}{Sin\ \delta \cdot Cos\ \alpha_{1,2}} = m \quad \ldots\ldots\ldots (b)$$

то предыдущія равенства можно написать такъ:

$$P_1P = m \cdot Sin\ \delta_2$$
$$P_2P = m \cdot Sin\ \delta_1$$

Приращенія координатъ, приходящіяся на объ линіи вычислятся по формуламъ

$$\begin{aligned} \Delta y_1 &= P_1P \cdot Sin\ \alpha_{1,0} = m \cdot Sin\ \delta_2\ Sin\ \alpha_{1,0} \\ \Delta x_1 &= P_1P \cdot Cos\ \alpha_{1,0} = m \cdot Sin\ \delta_2\ Cos\ \alpha_{1,0} \\ \Delta y_2 &= P_2P \cdot Sin\ \alpha_{2,0} = m \cdot Sin\ \delta_1\ Sin\ \alpha_{2,0} \\ \Delta x_2 &= P_2P \cdot Cos\ \alpha_{2,0} = m \cdot Sin\ \delta_1\ Cos\ \alpha_{2,0} \end{aligned} \quad \ldots\ldots\ldots (c)$$

А слѣдовательно, сами координаты найдутся:

$$y_0 = y_1 + \Delta y_1 = y_2 + \Delta y_2$$
$$x_0 = x_1 + \Delta x_2 = x_2 + \Delta x_2$$

Вычисленіе будемъ производить въ такой схемѣ:

P_1: Вышка . . .	y_1	+	2928.88	x_1	—	4569.72	$\alpha_{1\,2\,0} = \alpha_{1\,2\,2} + \delta_1$	80	22	15
P_2: Сѣверная. .	y_2	+	3560.20	x_2	—	3930.36	$\alpha_{2\,1\,0} = \alpha_{1\,2\,2} \pm \pi - \delta_2$	176	24	55
							$\alpha_{1\,2\,2}$	44	38	17
	$y_2 - y_1$	+	631.32	$x_2 - x_1$	+	639.36				
	Δy_1	+	664.30	Δx_1	+	121.71	δ_1	35	43	58
	Δy_2	+	32.99	Δx_2	—	526.63	δ_2	48	13	22
							$\delta = \alpha_{2\,1\,0} - \alpha_{1\,2\,0}$	96	02	40
P: Новая. . . .	y_0	+	3593.20	x_0	—	4457.00				
							$\delta_1 + \delta_2 + \delta$	180	00	00

		$lg\ Sin\ \alpha_{1\,2\,0}$	9.99383
		$lg\ m$	2.95594
		$lg\ Sin\ \delta_2$	9.87259
$lg\ (y_2 - y_1)$	2.8002495	$lg\ Cos\ \alpha_{1\,2\,0}$	9.22342
$lg\ (x_2 - x_1)$	2.8057387	$lg\ \Delta y_1$	2.82236
$lg\ tg\ \alpha_{1\,2\,2}$	9.9945108	$lg\ \Delta x_1$	2.05195
$lg\ (y_2 - y_1)$	2.80025	$lg\ Sin\ \alpha_{2\,1\,0}$	8.79605
$Cpl\ lg\ Sin\ \alpha_{1\,2\,2}$	0.15327	$lg\ m$	2.95594
$Cpl\ lg\ Sin\ \delta$	0.00241	$lg\ Sin\ \delta_1$	9.76642
$Cpl\ lg\ Cos\ \alpha_{1\,2\,2}$	0.14779	$lg\ Cos\ \alpha_{2\,1\,0}$	9.99914n
$lg\ (x_2 - x_1)$	2.80574	$lg\ \Delta y_2$	1.51841
$lg\ m$	2.95594	$lg\ \Delta x_2$	2.72150n

Примѣчанія.

Зная x_0 и y_0 можемъ теперь приступить къ вычисленію коэффиціентовъ начальныхъ уравненій (5).

Это вычисленіе также производится въ опредѣленной схемѣ, которую мы и даемъ для числового примѣра.

При вычисленіи приближенныхъ азимутовъ производимъ дополнительное контрольное вычисленіе, основанное на слѣдующемъ. Азимуты находятся изъ формулъ

$$tg\,\alpha' = \frac{y_0 - y}{x_0 - x} = \frac{\Delta y_0}{\Delta x}$$

Поэтому

$$\frac{1}{tg\,\alpha'} = \frac{\Delta x}{\Delta y}$$

Откуда найдемъ:

$$\frac{1+tg\,\alpha'}{2-tg\,\alpha'}=\frac{\Delta x+\Delta y}{\Delta x-\Delta y}=tg\,(45^0+\alpha')$$

Послѣ этого замѣчанія обращаемся къ числовому примѣру.
Порядокъ вычислительныхъ дѣйствій нетрудно прослѣдить по схемѣ.

Опредѣляемая точка P: Новая пир.

Названіе пунктовъ (данныхъ).	y_n / y_0 / $\Delta y=y_0-y_n$ / $\pm$ $\Delta x+\Delta y$	x_n / x_0 / $\Delta x=x_0-x_n$ / $\pm$ $\Delta x-\Delta y$	$lg\,(\Delta x+\Delta y)$ / $lg\,(\Delta x-\Delta y)$ / $lg\,tg\,(45^0+\alpha')$ / $45^0+\alpha'$	$lg\,\Delta y$ / $lg\,\Delta x$ / $lg\,tg\,\alpha'$ / α'	$lg\,Sin\,\alpha'$ / $lg\,Cos\,\alpha'$ / $cpl\,lg\,S$ / $lg\frac{1}{Sin\,1''}$	$lg\frac{Sin\,\alpha'}{S.Sin\,1''}$ / $lg\left(\frac{Cos\,\alpha'}{S.Sin\,1''}\right)$ / $\pm$ a / b
P_1: Вышка. . .	+ 2928.88	— 4569.72	2.89044	2.82238	9.9938	2.4796
	+ 3593.20	— 4457.00	2.74162$_n$	2.05200	9.2235	1.7093$_n$
	+ 664.32	+ 112.72	0.14882$_n$	0.77038	7.1714	+ 301.7
	+ 777.04	— 551.60	125°22′10″	80°22′11″	5.3144	— 51. 2
P_2: Сѣверная.	+ 3560.20	— 3930.36	2.69341$_n$	1.51851	8.7961	1.3881
	+ 3593.20	— 4457.00	2.74791$_n$	2.72151$_n$	9.9991$_n$	2.5911
	+ 33.00	— 526.64	9.94550	8.79700$_n$	7.2776	+ 24.4
	— 493.64	— 559.64	221°24′50″	176°24′52″	5.3144	+ 390.0
P_3: Восточная	+ 4056.27	— 3993.90	2.96669$_n$	2.66565$_n$	9.8495$_n$	2.3478$_n$
	+ 3593.20	— 4457.00	8.47712$_n$	2.66567$_n$	9.8495$_n$	2.3478
	— 463.07	— 463.10	4.48957	9.99998$_n$	7.1839	— 222.7
	— 926.17	- 0.03	269°59′53″	224°59′56″	5.3144	+ 222.7
P_4: Капотня .	+ 5117.36	— 5813.90	2.22340$_n$	3.18303$_n$	9.8733$_n$	1·8780$_n$
	+ 3593.20	— 4457.00	3.45955	3.13255	9.8228	1.8275$_n$
	— 1524.16	+ 1356.90	8.76385$_n$	0.05048$_n$	6.6903	— 75.5
	— 167.26	+ 2881.06	356°40′38″	311°40′39″	5.3144	— 67.2
P_5: Черт. гор.	+ 1430.89	— 5273.10	3.47399	3.33492	9.9711	1.9217
	+ 3593.20	— 4457.00	3.12912$_n$	2.91174	9.5479	1.4985$_n$
	+ 2162.31	+ 816.10	0.34487$_n$	0.42318	6.6362	+ 83.5
	+ 2978.41	— 1346.21	114°19′20″	69°19′22″	5.3144	— 31.5

Послѣ нахожденія приближенныхъ азимутовъ α' можно будетъ составить разности f, пользуясь данными „измѣренными" азимутами, которые мы обозначали черезъ φ. Данныя для вычисленій и само вычисленіе представлены въ слѣдующей таблицѣ:

Пункты.	a	b	φ	α'	$f = \varphi - \alpha'$
Вышка	+301.7	— 51.2	80° 22′ 11″.7	80° 22° 11″	+0″.7
Сѣверная. . . .	+ 24.4	+390.0	176 24 52.4	176 24 52	+0.4
Восточная . . .	—222·7	+222.7	224 59 46.4	224 59 65	—9.6
Капотня	— 75.5	— 67.2	311 40 33.6	311 40 39	—5.4
Чертовъ гор . .	+ 83.5	— 31.5	69 19 25.7	69 19 22	+3.7

Итакъ, наши начальныя уравленія представятся въ видѣ:

$$+301.7\,\delta x - 51.2\,\delta y + 0.7 = 0$$
$$+24.4\,\delta x + 390.0\,\delta y + 0.4 = 0$$
$$-222.7\,\delta x + 222.7\,\delta y - 9.6 = 0$$
$$-75.5\,\delta x - 67.2\,\delta y - 5.4 = 0$$
$$+83.5\,\delta x - 31.5\,\delta y + 3.7 = 0.$$

Отъ этихъ уравненій переходимъ къ нормальнымъ, полагая при этомъ вѣса всѣхъ наблюденій одинаковыми и равными 1. Вычисленіе коэффиціентовъ нормальныхъ уравненій помѣщено въ нижеслѣдующей таблицѣ:

a	b	f	aa	ab	af	bb	bf
+301.7	— 51.2	+0.7	91023	—15447	+ 211.2	2621	— 35.8
+ 24.4	+390.0	+0.4	495	+ 9516	+ 9.8	152100	+ 156.0
—222.7	+222.7	—9.6	49595	—49595	+2137.9	49595	—2137.9
— 75.5	— 67.2	—5.4	5700	+ 5073	+ 407·7	4516	+ 362.9
+ 83.5	— 31.5	+3.7	6972	— 2530	+ 308.9	992	— 116.5
			153795	—52983	+3075.5	209824	—1771.3

Наши нормальныя уравненія будутъ:

$$153\,795\,\delta x - 52\,983\,\delta y + 3075.5 = 0$$
$$-52\,983\,\delta x + 209\,824\,\delta y - 1771.3 = 0.$$

Рѣшивъ систему этихъ двухъ уравненій по схемѣ Гаусса найдемъ для поправокъ такія значенія:

$$\delta x = -0.019 \text{ и } \delta y = +0.004$$

вѣса же этихъ неизвѣстныхъ будутъ

$$p_x = 140105 \quad p_y = 191553$$

Такимъ образомъ, искомыя вѣроятнѣйшія координаты имѣютъ значенія

$$x = x_0 + \delta x = -4457.019$$
$$y = y_0 + \delta y = +3593.204$$

Чтобы вполнѣ закончить предложенную задачу, найдемъ еще среднія ошибки, сопровождающія полученные нами результаты. Вѣса координатъ мы нашли, нужно еще опредѣлить среднюю квадратическую ошибку наблюденія съ вѣсомъ единица. Она, какъ извѣстно, находится по формулѣ

$$m = \pm\sqrt{\frac{[v\,v]}{n-u}}$$

гдѣ n — число всѣхъ наблюденій, а u — число неизвѣстныхъ.

Находимъ величины v, для чего найденныя значенія δx и δy подставляемъ въ начальныя уравненія; этимъ путемъ получаемъ:

$$v_1 = -5''.2$$
$$v_2 = +1.6$$
$$v_3 = -4.5$$
$$v_4 = -4.2$$
$$v_5 = +2.1$$

Отсюда $[v\,v] = 71.9$, а такъ какъ у насъ $n = 5$ и $u = 2$, то

$$m = \pm\sqrt{\frac{71.9}{3}} = \pm 4.9$$

Слѣдовательно, среднія ошибки кординатъ будутъ:

$$m_x = \pm\frac{m}{\sqrt{p_x}} = \pm\frac{4.9}{\sqrt{140105}} = \pm 0.013$$
$$m_y = \pm\frac{m}{\sqrt{p_y}} = \pm\frac{4.9}{\sqrt{191553}} = \pm 0.011.$$

Задача Потенота. Многократная засѣчка назадъ. Въ тѣхъ случаяхъ, когда новая точка опредѣлялась по извѣстнымъ уже пунктамъ обратной засѣчкой, т.-е. когда *направленія* на данныя точки *измѣрялись на опредѣляемой точкѣ*, уравновѣшиваніе, въ случаѣ излишнихъ наблюденій, будемъ производить такимъ же путемъ, какъ и въ случаѣ засѣчки впередъ. Необходимое число наблюденій въ этомъ случаѣ, какъ извѣстно, составляютъ *три* направленія на извѣстныя точки. Избыточными будутъ всѣ направленія, сдѣланныя свыше трехъ (необходимыхъ).

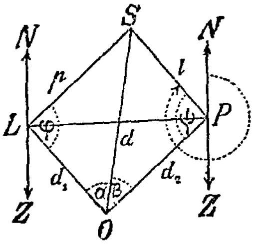
Опредѣленіе приближенныхъ координатъ искомой точки по координатамъ трехъ данныхъ пунктовъ и направленіямъ на эти пункты составляетъ извѣстную намъ уже *задачу Потенота*. Здѣсь мы дадимъ аналитическое ея рѣшеніе

Задача Потенота (*Аналитическое рѣшеніе*). Аналитическое рѣшеніе задачи Потенота состоитъ въ опредѣленіи координатъ 4-ой точки O, относительно тѣхъ же осей координатъ, относительно которыхъ даны координаты трехъ данныхъ точекъ S, L и P (черт. 615), послѣ того какъ *въ четвертой точкѣ на мѣстности* тщательно *измѣрены два угла* α и β, вполнѣ опредѣляющіе положеніе точки O относительно трехъ данныхъ. Обозначимъ координаты данныхъ точекъ черезъ x и y съ соотвѣтственными указателями s, l и p. На основаніи того, что координаты послѣдующей точки равны координатамъ точки предыдущей плюсъ приращеніе координатъ для послѣдующей точки, можемъ написать:

$$x_0 = x_l + \Delta x_l = x_p + \Delta x_p \quad \ldots \ldots \quad (1)$$
$$y_0 = y_l + \Delta y_l = y_p + \Delta y_p \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

гдѣ

$$\Delta x_l = LO \,.\, Cos\,(LO) \quad \ldots \ldots \quad (3)$$
$$\Delta y_l = LO \,.\, Sin\,(LO) \quad \ldots \ldots \quad (4)$$
$$\Delta x_p = PO \,.\, Cos\,(PO) \quad \ldots \ldots \quad (5)$$
$$\Delta y_p = PO \,.\, Sin\,(PO) \quad \ldots \ldots \quad (6)$$



Черт. 615.

Разсматривая выраженія (3), (4), (5), (6), видимъ, что въ нихъ входятъ неизвѣстными длины линій PO и LO и азимуты (PO) и (LO) этихъ направленій; займемся опредѣленіемъ величинъ этихъ неизвѣстныхъ;—для этого обозначимъ уголъ SLO черезъ φ и уголъ SPO черезъ ψ, а затѣмъ замѣтимъ, что азимутъ линіи LO — найдется по азимуту линіи LS и по углу φ, а азимутъ линіи PO — по азимуту линіи PS и углу ψ. Дѣйствительно, принимая линію NZ за направленіе меридіана, мы можемъ написать два равенства:

$$(LO) = (LS) + \varphi \quad \ldots \ldots \quad (7)$$
$$(PO) = (PS) - \psi \quad \ldots \ldots \quad (8)$$

гдѣ φ и ψ пока неизвѣстны. Выведемъ формулы для опредѣленія разстояній LO и PO; на чертежѣ 615 они обозначены черезъ d_1 и d_2; для разстояній SO, SL и SP введемъ обозначенія $SO = d$, $LS = p$ и $PS = l$: изъ треугольниковъ OLS и SOP слѣдуетъ, что:

$$\frac{p}{d_1} = \frac{Sin\ \alpha}{Sin\ (\alpha + \varphi)}; \text{ откуда } d_1 = p \,.\, \frac{Sin\ (\alpha + \varphi)}{Sin\ \alpha} \quad \ldots \ldots \quad (9)$$
$$\frac{l}{d_2} = \frac{Sin\ \beta}{Sin\ (\beta + \psi)} \quad \ldots \quad d_2 = l \,.\, \frac{Sin\ (\beta + \psi)}{Sin\ \beta} \quad \ldots \ldots \quad (10)$$

Въ выраженіяхъ (9) и (10) вошли измѣренные на мѣстности углы α и β и опять неизвѣстные — φ и ψ. Что же касается до длины линій LS и PS и азимутовъ (LS) и (PS), то вычисленіе ихъ производится по слѣдующимъ формуламъ:

$$tg\ (LS) = \frac{y_s - y_l}{x_s - x_l},\ tg\ (PS) = \frac{y_s - y_p}{x_s - x_p} \quad \ldots \ldots \quad (I)$$

$$LS = \frac{y_s - y_l}{Sin(LS)} = \frac{x_s - x_l}{Cos(LS)};\ PS = \frac{y_s - y_p}{Sin(PS)} = \frac{x_s - x_p}{Cos(PS)} \quad \ldots \ldots \quad (II)$$

Углы φ *и* ψ *находятся по ихъ суммѣ и разности:* сумма $\varphi+\psi$ найдется изъ четыреугольника $OLSP$, въ которомъ сумма угловъ равна 360^0, а именно:

$$\alpha+\beta+\varphi+\psi+S=360^0,$$

гдѣ

$$\text{уголъ } S=LSP=(SL)-(SP)=(LS)-(PS)\ ^1) \ldots\ldots \text{(III)}$$

и слѣдовательно:

$$\varphi+\psi=360^0-(\alpha+\beta+S), \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(IV)}$$

или, положивъ для краткости

$$\alpha+\beta+S=2\sigma,$$

находимъ

$$^1/_2\ (\varphi+\psi)=180^0=\sigma \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(V)}$$

Для отысканія разности тѣхъ же угловъ, возьмемъ изъ треугольниковъ LSO и PSO слѣдующія соотношенія:

$$\frac{d}{p}=\frac{Sin\ \varphi}{Sin\ \alpha} \text{ и } \frac{d}{l}=\frac{Sin\ \psi}{Sin\ \beta}$$

или

$$Sin\varphi=d.\frac{Sin\ \alpha}{p} \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(11)}$$

$$Sin\psi=d.\frac{Sin\ \beta}{l} \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(12)}$$

Найдемъ теперь отношеніе $Sin\ \psi$ къ $Sin\ \varphi$ и обозначимъ его черезъ tgQ, такъ что:

$$\frac{Sin\ \psi}{Sin\ \varphi}=tgQ \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(13)}$$

Это обозначеніе всегда возможно, такъ какъ тангенсъ измѣняется отъ $-\infty$ до $+\infty$. Раздѣливъ выраженіе (12) на (11), получимъ:

$$tgQ=\frac{Sin\ \psi}{Sin\ \varphi}=\frac{p.Sin\ \beta}{l.Sin\ \alpha} \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(14)}$$

Въ полученномъ выраженія p, β, l и α извѣстны, слѣдовательно, tgQ можетъ быть опредѣленъ. Далѣе, согласно нашему обозначенію, имѣемъ:

$$\frac{Sin\ \varphi}{Sin\ \psi}=\frac{1}{tgQ}.$$

Напишемъ эту пропорцію въ слѣдующемъ видѣ:

$$\frac{Sin\ \varphi+Sin\ \psi}{Sin\ \varphi-Sin\ \psi}=\frac{1+tgQ}{1-tgQ}$$

---

[1]) См. § 122, пунктъ 2).

и замѣнивъ въ первой части сумму и разность синусовъ произведеніемъ, а во второй части принявъ единицу равной $tg\ 45^0$, можемъ написать:

$$\frac{2\,Sin\frac{\varphi+\psi}{2}\,.\,Cos\frac{\varphi-\psi}{2}}{2\,Sin\frac{\varphi-\psi}{2}\,.\,Cos\frac{\varphi+\psi}{2}}=\frac{tg\ 45^0+tgQ}{1-tg\,45^0\,.\,tgQ}$$

или

$$tg\ {}^1\!/_2\,(\varphi+\psi)\ .\ Cotg\ {}^1\!/_2\,(\varphi-\psi)=tg\ (45^0+Q),$$

откуда

$$tg\ {}^1\!/_2\,(\varphi-\psi)=tg\ {}^1\!/_2\,(\varphi+\psi)\ .\ Ctg\ (45^0+Q)\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (15).$$

Въ уравненіи (15) намъ извѣстно $\frac{\varphi+\psi}{2}$ и (45^0+Q), слѣдовательно, изъ него можно найти $\frac{\varphi-\psi}{2}$. Положивъ:

$$(16)\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ \begin{matrix}{}^1\!/_2\,(\varphi+\psi)=m\\ {}^1\!/_2\,(\varphi-\psi)=n,\end{matrix}$$

сложимъ, а затѣмъ вычтемъ эти равенства почленно, тогда $\varphi=m+n$ и

$$\psi=m-n.\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (18)$$

Вставляя найденныя значенія для φ и ψ въ равенства (7), (8), (9) и (10), получимъ необходимыя величины для вычисленія приращеній координатъ точки O по формуламъ (3), (4), (5) и (6).

Задача рѣшается послѣдовательнымъ примѣненіемъ формулъ I, II, III, IV, V; 14, 15, 16, 17; 7, 8, 9, 10; 3—6; 1 и 2.

Рѣшеніе задачи становится невозможнымъ, когда опредѣляемая (четвертая) точка O лежитъ на окружности, проходящей черезъ три данныя точки L, S и P; дѣйствительно, тогда $\varphi+\psi=180^0$ или $\alpha+\beta+S=180^0$; вслѣдствіе чего по формулѣ (15) и $\varphi-\psi=180^0$, т. е. $\varphi=180^0$ и $\psi=0$. При этихъ значеніяхъ φ и ψ будемъ имѣть $Sin\,\varphi=Sin\,\psi$, т. е. $tgQ=1$ (или $lgtgQ=0{,}00000$), а это равносильно, что $Q=45^0$, а $ctg\ (45^0+Q)=O$, а потому $tg\frac{1}{2}\ (\varphi-\psi)=O.\ \infty$ даетъ неопредѣленный видъ.

Многократная засѣчка назадъ. Когда приближенные координаты искомой точки будутъ найдены изъ рѣшенія задачи Потенота, то дальше поступаемъ аналогично тому, какъ и при засѣчкѣ впередъ, т.-е. находимъ приближенные азимуты направленій съ опредѣляемой точки на данныя, пользуясь формулой

$$tg\,\alpha'=\frac{y-y_0}{x-x_0};$$

опредѣляемъ разстоянія отъ приближенной точки до извѣстной по формуламъ

$$s=\frac{y-y_0}{Sin\,\alpha'}=\frac{x-x_0}{Cos\,\alpha'}$$

вычисляемъ коэффиціенты a и b изъ выраженій.

$$a=\frac{Sin\,\alpha}{S\,.\,Sin\,1''};\ b=-\frac{Cos\,\alpha}{S\,.\,Sin\,1''}$$

и, наконецъ, составляемъ уравненія:

$$\alpha_i\,\delta x + b_i\,\delta y + (\alpha_i - \alpha'_i) = 0 \ldots (\alpha)$$

Такъ какъ азимуты α_i неизвѣстны, и такъ какъ разности азимутовъ даютъ намъ углы между направленіями на наблюденныя точки, то вычитая изъ всѣхъ уравненій (α) первое, мы получимъ

$$(a_i - a_1)\,\delta x + (b_i - b_1)\,\delta y + (\alpha_i - \alpha_1) - (\alpha'_i - \alpha'_1) = 0 \ldots (\beta)$$

Величины угловъ $(\alpha_i - \alpha_1)$ намъ также неизвѣстны, но мы имѣемъ *измѣренныя* направленія $r_1 \ldots r_i \ldots$, а слѣдовательно, и *углы* $(r_i - r_1) = l_i$; которые будутъ отличаться отъ угловъ $(\alpha_i - \alpha_1)$ только вслѣдствіе ошибокъ наблюденій.

Поэтому, если вмѣсто $(\alpha_i - \alpha_1)$ подставимъ въ уравненіяхъ (β) l_i, то въ правой части получатся нѣкоторыя величины v_i.

Называя для краткости

$$l_i - (\alpha'_i - \alpha'_1) = f_i,$$

мы уравненія (β) будемъ имѣть теперь въ видѣ

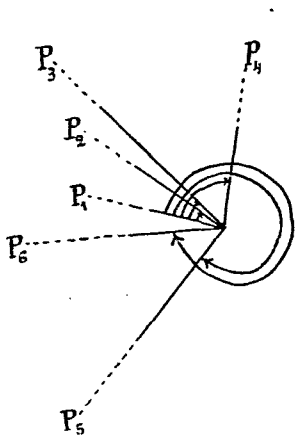
$$(a_i - a_1)\,\delta x + (b_i - b_1)\,\delta y + f_i = v_i \ldots (v)$$

Изъ этихъ уравненій находимъ δx и δy подъ условіемъ

$$[v\,v] = \text{minimum}$$

Планъ рѣшенія и схема будетъ аналогична съ предыдущимъ случаемъ.

Обращаемся къ числовому примѣру. Въ искомой точкѣ P были измѣрены направленія на шесть данныхъ пунктовъ (черт. 616).



Черт. 616.

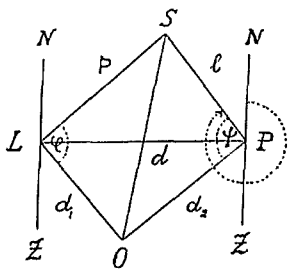
Величины направленій и координаты данныхъ пунктовъ помѣщены въ таблицѣ:

P_1...	0°	0′	0″.0	$x = -4569.72$	$y = +2928.88$
P_2...	23	55	48 .9	-4457.02	$+3593.20$
P_3...	26	0	10 .0	-3930.36	$+3560.20$
P_4...	40	19	48 .4	-3993.90	$+4056.27$
P_5...	225	33	30 .9	-7143.63	$+2864.34$
P_6...	320	14	35 .8	-5273.10	$+1430.89$

Взявъ три точки, напр., P_1, P_3 и P_4, и пользуясь измѣренными углами $\alpha = 26^0\,0'\,10''$ и $\beta = 44^0\,19'\,38''$, находимъ приближенныя значенія координатъ точки P, рѣшая задачу Потенота. Рѣшеніе производимъ въ схемѣ, помѣщенной ниже, при чемъ на чертежѣ этой схемы пунктъ L соотвѣтствуетъ P_1, $S - P_3$ и $P - P_4$; искомая точка обозначена черезъ 0.

Опредѣляемая точка колок. Братѣево

L: Вышка.	*S*: Сѣверная.	*P*: Восточная.



Черт. 615.

$$tg\,(LS)=\frac{y_s-y_l}{x_s-x_l}$$

$$tg\,(PS)=\frac{y_s-y_p}{x_s-x_p}$$

$$p=\frac{y_s-y_l}{Sin\,(LS)}=\frac{x_s-x_l}{Cos\,(LS)}$$

$$l=\frac{y_s-y_p}{Sin\,(PS)}=\frac{x_s-x_p}{Cos\,(PS)}$$

$$tg\,Q=\frac{p.\,Sin\,\beta}{l.\,Sin\,\alpha}=\frac{Sin\,\psi}{Sin\,\varphi}$$

$$\Delta y_l=\frac{p.\,Sin\,(\alpha+\varphi)}{Sin\,\alpha}\,Sin\,(LO)$$

$$\Delta x_l=\frac{p.\,Sin\,(\alpha+\varphi)}{Sin\,\alpha}\,Cos\,(LO)$$

$$\Delta y_p=\frac{l.\,Sin\,(\beta+\psi)}{Sin\,\beta}\,Sin\,(PO)$$

$$\Delta x_p=\frac{l.\,Sin\,(\beta+\psi)}{Sin\,\beta}\,Cos\,(PO)$$

$$y_l+\Delta y_l=y_p+\Delta y_p=y_o$$

$$x_l+\Delta x_l=x_p+\Delta x_p=x_o$$

$$(y_s-y_l)-(y_s-y_p)=(y_p-y_l)$$
$$(x_s-x_l)-(x_s-x_p)=(x_p-x_l)$$

$$tg\,\tfrac{1}{2}(\varphi-\psi)=ctg\left(\tfrac{\pi}{4}=Q\right)tg\,\tfrac{1}{2}(\varphi+\psi)$$

y_s	+ 3560.20	x_s	— 3930.36	$lg\,(y_s-y_l)$	2.80025	$lg\,(y_s-y_p)$	2.69554$_n$
y_l	+ 2928.88	x_l	— 4569.72	$lg\,(x_s-x_l)$	2.80574	$lg\,(x_s-x_p)$	1.80305
y_p	+ 4056.27	x_p	— 3993.90	$lg\,tg\,(LS)$	9.99451	$lg\,tg\,(PS)$	0.89249$_n$
y_s-y_l	+ 631.32	x_s-x_l	+ 639.36	$lg\,Sin\,(LS)$	9.84673	$lg\,Sin\,(PS)$	9.99647$_n$
y_s-y_p	— 496.07	x_s-x_p	+ 63.54	$lg\,Cos\,(LS)$	9.85221	$lg\,Cos\,(PS)$	9.10397
y_p-y_l	+ 1127.39	x_p-x_l	+ 575.82	$lg\,p$	2.95352	$lg\,l$	2.69907
(LS)	44°	38′	17″	$lg\,p$	2.95352	$lg\,\Delta\,y_l$	2.98391
(PS)	277	17	57	$lg\,Sin\,\beta$	9.39351	$lg\,Sin\,(LO)$	9.76370
$S=(LS)-(PS)$	127	20	20	$Cpl\,lg\,l$	7.30093	$lg\,p$	2.95352
α	26	0	10	$Cpl\,lg\,Sin\,\alpha$	0.35812	$Cpl\,lg\,Sin\,\alpha$	0.35812
β	14	19	38	$lg\,tg\,Q$	0.00608	$lg\,Sin\,(\alpha+\varphi)$	9.90857
$2\sigma=\alpha+\beta+s$	167	40	8	Q	45° 24′ 5″	$lg\,Cos\,(LO)$	9.91082$_n$
$\frac{1}{2}(\varphi+\psi)=\pi-\sigma$	96	9	56	$\frac{1}{4}\pi+Q$	90° 24′ 5″	$lg\,\Delta\,x_l$	3.13103$_n$
$\frac{1}{2}(\varphi-\psi)$	3	43	14	$lgCtg(\frac{1}{4}\pi+Q)$	7.84544$_n$	$lg\,\Delta\,y_p$	2.21415$_n$
$\varphi=\frac{1}{2}(\varphi+\psi)+\frac{1}{2}(\varphi-\psi)$	99	53	10	$lg\,tg\frac{1}{2}(\varphi+\psi)$	0.96766$_n$	$lg\,Sin\,(PO)$	8.92747$_n$
$\psi=\frac{1}{2}(\varphi+\psi)-\frac{1}{2}(\varphi-\psi)$	92	26	42	$lg\,tg\frac{1}{2}(\varphi-\psi)$	8.81310	$lg\,l$	2.69907
						$Cpl\,lg\,Sin\,\beta$	0.60649
$(LO)=(LS)+\varphi$	1214	31	27	$\alpha+\varphi$	125° 53′ 20″	$lg\,Sin\,(\beta+\psi)$	9.98112
$(PO)=(PS)-\psi$	184	51	15	$\beta+\psi$	106 46 20		
				s	127 20 20	$lg\,Cos\,(PO)$	9.99844$_n$
				2π	360 00 00	$lg\,\Delta\,x_p$	3.28512$_n$
y_l	+ 2928.88	x_l	— 4569.72	y_p	+ 4056.27	x_p	— 3993.90
Δy_l	+ 963.63	Δx_l	— 1352.16	Δy_p	— 163.74	Δx_p	— 1928.00
y_o	+ 3892.51	x_o	— 5921.88	y_o	+ 3892.53	x_o	— 5921.90

$x_o=-5921.89$ $\qquad$ $y_o=+3892.52$

Съ найденными приближенными координатами приступаемъ къ вычисленію всѣхъ необходимыхъ величинъ, входящихъ въ составъ начальныхъ уравненій. — Для этой цѣли пользуемся той же схемой, которая была приведена нами на стр. 996.

Опредѣляемая точка P: колок. Братѣево.

Названія данныхъ пунктовъ.	y_n / y_0 / $\Delta y = y_n - y_0$ / $\Delta x + \Delta y$	x_n / x_0 / $\Delta x = x_n - x$ / $\Delta x - \Delta y$	$lg(\Delta x + \Delta y)$ / $lg(\Delta x - \Delta y)$ / $lg\,tg(^1/_4\pi + \alpha')$ / $^1/_4\pi + \alpha'$	$lg\,\Delta y$ / $lg\,\Delta x$ / $lg\,tg\,\alpha'$ / α'	$lg\,Sin\,\alpha'$ / $lg\,Cos\,\alpha'$ / $Cpl\,lg\,S$ / $lg\frac{1}{Sin\,1''}$	$lg\frac{Sin\,\alpha'}{S.Sin\,1''}$ / $lg\left(\frac{Cos\,\alpha'}{S.Sin\,1''}\right)$ / a / b
P_1: Вышка. . .	+ 2928.88	— 4569.72	2.58942	2.98392$_n$	9.7637$_n$	1.8579$_n$
	+ 3892.52	— 5921.89	3.36472	3.13103	9.9108	2.0050$_n$
	— 963.64	+ 1352.17	9.22470	9.85289$_n$	6.7798	— 72.1
	+ 388.53	+ 2315.81	9°31′24″	324°31′24″	5.3144	— 101.2
P_2: Новая . . .	+ 3593.20	— 4457.02	3.06655	2.47614$_n$	9.3021$_n$	1.4425$_n$
	+ 3892.52	— 5921.89	3.24654	3.16580	9.9911	2.1312$_n$
	— 292.32	+ 1464.87	9.82001	9.31034$_n$	6.8260	— 27.7
	+ 1165.55	+ 1764.19	33°27′10″	348°27′5″	5.3144	— 135.4
P_3: Сѣверная .	+ 3560.20	— 3930.36	3.21990	2.52156$_n$	9.2165$_n$	1.2258$_n$
	+ 3892.52	— 5921.89	3.36621	3.29919	9.9940	2.0033$_n$
	— 332.32	+ 1991.53	9.85369	9.22237$_n$	6.6949	— 16.8
	+ 1659.21	+ 2323.85	35°31′30″	350°31′25″	5.3144	— 100.8
P_4: Восточная.	+ 4056.27	— 3993.90	3.32050	2.21418	8.9275	0.9552
	+ 3892.52	— 5921.89	5.24655	3.28511	9.9984	2.0261$_n$
	+ 163.75	+ 1927.99	0.07395	8.92907	6.7133	+ 9.0
	+ 2091.74	+ 1764.24	49°51′17″	4°51′16″	5.3144	— 106.2
P_5: Орѣхово .	+ 2864.34	— 7143.63	3.35216$_n$	3.01206$_n$	9.8082$_n$	1.9189$_n$
	+ 3892.52	— 5921.89	2.28682$_n$	3.08698$_n$	9.8837$_n$	1.9944
	— 1028.18	— 1221.74	1.06534	9.92508	6.7963	— 83.0
	— 2249.92	— 193.56	265°4′58″	220°4′56″	5.3144	+ 98.7
P_6: Черт. городище.	+ 1430.89	— 5273.10	3.25836$_n$	3.39122$_n$	9.9854$_n$	1.8940$_n$
	+ 3892.52	— 5921.89	3.49282	2.81210	9.4063	1.3149$_n$
	— 2461.63	+ 648.79	9.76554$_n$	0.57912$_n$	6.5942	— 78.3
	— 1812.84	+ 3110.42	329°45′54″	284°45′54″	5.3144	— 20.6

Далѣе находимъ величины $f_i = l_i - (\alpha'_i - \alpha'_1)$ а также $(a_i - a_1)$ и $(b_i - b_1)$, для чего составляемъ слѣдующую табличку:

a	b	$a_i - a_1$	$b_i - b_1$	α'	$\alpha'_i - \alpha'_1$	l	f
— 72.1	—101.2			324° 31′ 24″			
— 27.7	—135.4	+ 44.4	— 34.2	348 27 5	23° 55′ 41″	23° 55′ 48″.9	+ 7.9
— 16.8	—100.8	+ 55.3	+ 0.4	350 31 25	26 0 1	26 0 10.0	+ 9.0
+ 9.0	—106.2	+ 81.1	— 5.0	4 51 16	40 19 52	40 19 48.4	— 3.6
— 83.0	+ 98.7	— 10.9	+199.9	220 4 56	255 33 32	255 33 30.9	— 1.1
— 78.3	— 20.6	— 6.2	+ 79.6	284 45 54	320 14 30	320 14 35.8	+ 5.8

По даннымъ предыдущей таблицы составляемъ нормальныя уравненія, которыя будутъ для нашего случая:

$$15569\,\delta x - 4530\,\delta y + 532.5 = 0$$
$$-4530\,\delta x + 47491\,\delta y - 6.8 = 0$$

Изъ этихъ уравненій находимъ:

$$\delta x = -0.035 \quad \text{и} \quad \delta y = -0.003$$

вѣса же будутъ

$$p_x = 15137 \quad \text{и} \quad p_y = 46173$$

Средняя ошибка наблюденія съ вѣсомъ единица найдется, когда δx и δy подставимъ въ начальныя уравненія и опредѣлимъ величины v и ихъ квадраты, а затѣмъ

$$m = \pm\sqrt{\frac{[vv]}{n-u}}$$

Здѣсь n — число наблюденныхъ направленій, а u — число необходимыхъ, которыхъ для нашего случая будетъ три. Произведя указанное вычисленіе, находимъ:

$$m = \pm\sqrt{\frac{168.95}{3}} = \pm 7.47$$

А среднія ошибки координатъ будутъ:

$$m_x = \pm\frac{m}{\sqrt{p_x}} = \pm\frac{7.47}{123} = \pm 0.060$$
$$m_y = \pm\frac{m}{\sqrt{p_y}} = \pm\frac{7.47}{215} = \pm 0.035.$$

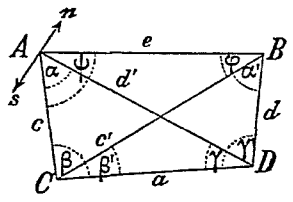
Такимъ образомъ, наши окончательные результаты имѣютъ слѣдующія значенія

$$x = x_0 + \delta_x = -5921.925 \pm 0.060$$
$$y = y_0 + \delta_y = +3892.517 \pm 0.035.$$

Въ тѣхъ случаяхъ, когда точка опредѣляется *комбинаціей* засѣчекъ впередъ и назадъ, уравновѣшиваніе производится такимъ же путемъ, какъ было изложено, при чемъ начальныя уравненія по обѣимъ засѣчкамъ соединяются, и поправки δx и δy находятся, пользуясь совокупностью всѣхъ начальныхъ уравненій.

Задача Ганзена. (*Аналитическое рѣшеніе*). Задача Ганзена состоитъ въ опредѣленіи координатъ двухъ точекъ C и D (черт. 617) по координатамъ двухъ данныхъ (*неприступныхъ*) точекъ A и B. Для рѣшенія задачи допускается измѣреніе угловъ, становясь съ инструментомъ *только* въ точкахъ C и D.

Эта задача примѣняется исключительно на мѣстности открытой, такъ какъ для возможности ея рѣшенія точка C должна быть видна изъ точки D и обратно, а изъ каждой изъ точекъ C и D должны быть видны обѣ данныя точки A и B. Преимущество ея передъ задачей Потенота заключается въ томъ, что на мѣстности опредѣляется сразу положеніе двухъ точекъ, между тѣмъ какъ у Потенота только одна. Геометрическое рѣшеніе этой задачи хотя и возможно, но на практикѣ почти не примѣняется по его недостаточной точности. Здѣсь мы разсмотримъ только аналитическое рѣшеніе задачи и именно для того случая, когда обѣ данныя точки A и B или *недоступны* или *принимаются за недоступныя*, т. е. задача должна быть рѣшена только съ помощію угловъ, измѣренныхъ въ точкахъ C и D. Назовемъ координаты точекъ A, B, C и D черезъ x и y съ соотвѣтственными указателями a, b, c, d. Для рѣшенія задачи необходимо и достаточно точно (нѣсколько разъ) измѣрить на мѣстности въ опредѣляемыхъ точкахъ C и D углы β, β', γ, γ'. Согласно сдѣланныхъ обозначеній на чертежѣ можно написать:



Черт. 617.

$$x_c = x_a + AC \,.\, Cos(AC) = x_b + BC \,.\, Cos(BC) \ldots\ldots (a)$$
$$y_c = y_a + AC \,.\, Sin(AC) = y_b + BC \,.\, Sin(BC) \ldots\ldots (b)$$
$$x_d = x_a + AD \,.\, Cos(AD) = x_b + BD \,.\, Cos(BD) \ldots\ldots (c)$$
$$y_d = y_a + AD \,.\, Sin(AD) = y_b + BD \,.\, Sin(BD) \ldots\ldots (d)$$

Въ этихъ выраженіяхъ неизвѣстны длины линій AC, AD, BC, BD и ихъ азимуты (AC), (AD), (BC) и (BD).

Азимуты найдутся по угламъ $\alpha = 180^0 - (\beta + \gamma)$, $\alpha' = 180^0 - (\beta' + \gamma)$, φ и ψ и азимуту линіи AB = углу nAB. На чертежѣ 617 направленіе меридіана въ точкѣ A обозначено линіею ns.

$$\left.\begin{aligned}(AD) &= (AB) + (\psi - \alpha)\\ (AC) &= (AB) + \psi\end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (I).$$

$$\left.\begin{aligned}(BD) &= (BA) - (\alpha' + \varphi)\\ (BC) &= (BA) - \varphi\end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (II).$$

Прямой и обратный азимуты линіи AB вычисляются по формуламъ

$$\left.\begin{aligned} tg(AB) &= \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a} \text{ и}\\ (BA) &= (AB) \pm 180^0\end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (II)$$

Остается найти углы φ и ψ. Изъ треугольниковъ ABC, ACD и BCD имѣемъ:

$$\frac{c}{c'} = \frac{Sin\ \varphi}{Sin\ \psi} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

$$\frac{c}{c} = \frac{Sin\ (\beta - \beta')}{Sin\ \varphi} \quad \ldots\ldots (2)$$

$$\frac{c}{a} = \frac{Sin\ \gamma}{Sin\ \alpha} \quad \ldots\ldots\ldots (3)$$

$$\frac{c'}{a} = \frac{Sin\ \gamma}{Sin\ \alpha} \quad \ldots\ldots\ldots (4)$$

Обозначая отношеніе $\frac{Sin\ \varphi}{Sin\ \psi}$ черезъ $tg\ Q$, находимъ при помощи равенствъ (3) и (4):

$$\frac{Sin\ \varphi}{Sin\ \psi} = tg\ Q = \frac{Sin\ \gamma\ .\ Sin\ \alpha'}{Sin\ \gamma'\ .\ Sin\ \alpha} \quad \ldots\ldots\ldots (5)$$

Такъ какъ въ выраженіи tgQ правая часть можетъ быть вычислена, то tgQ можно считать извѣстнымъ. Равенству (5) можно придать видъ $\frac{Sin\ \psi}{Sin\ \varphi} = \frac{1}{tg\ Q}$. Взявъ отсюда производную пропорцію, получимъ:

$$\frac{Sin\ \psi + Sin\ \varphi}{Sin\ \psi - Sin\ \varphi} = \frac{1 + tgQ}{1 - tgQ} = \frac{tg\ 45^0 + tgQ}{1 - tg\ 45^0\ tgQ} = tg\ (45^0 + Q) \quad \ldots\ldots (6)$$

Преобразовывая лѣвую часть равенства (6), находимъ аналогично, какъ и въ задачѣ Патенота, слѣдующее равенство:

$$tg\ \tfrac{1}{2}\ (\psi - \varphi) = tg\ \tfrac{1}{2}\ (\psi + \varphi)\ .\ ctg\ (45 + Q) \quad \ldots\ldots\ldots (7)$$

изъ котораго опредѣлимъ $\frac{1}{2}\ (\psi - \varphi)$, такъ какъ изъ треугольника ABC имѣемъ:

$$\tfrac{1}{2}\ (\varphi + \psi) = 90^0 - \tfrac{1}{2}\ (\beta - \beta') \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

Зная же полусумму и полуразность угловъ ψ и φ, найдемъ и самые углы

Съ помощію угловъ φ и ψ опредѣлятся азимуты (AC), (BC), (AD) и (BD) по равенствамъ I и II.

Для опредѣленія сторонъ $AC = c$, $BC = c'$, а также $AD = d'$ и $BD = d$ можетъ служить равенство (2) и подобныя ему, а именно:

изъ $\Delta\ ABC$:

$$c = e\ .\ \frac{Sin\ \varphi}{Sin\ (\beta - \beta')} \qquad c' = e\ .\ \frac{Sin\ \psi}{Sin\ (\beta - \beta')}$$

изъ $\Delta\ ABD$:

$$d = e\ .\ \frac{Sin\ (\psi - \alpha)}{Sin\ (\gamma' - \gamma)} \qquad d' = e\ .\ \frac{Sin\ (\varphi + \alpha')}{Sin\ (\gamma' - \gamma)}$$

Сторона $e = AB$ найдется по координатамъ точекъ A и B, а именно

$$e = \sqrt{(y_b - y_a)^2 + (x_b - x_a)^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (IV)$$

или попутно, при вычисленіи азимута (AB) по формулѣ (III), еще и такимъ образомъ:

$$e = \frac{y_b - y_a}{Sin\ (AB)} = \frac{x_b - x_a}{Cos\ (AB)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (VI')$$

Такимъ образомъ въ выраженіяхъ (a), (b), (c) и (d), служащихъ для опредѣленія координатъ точекъ C и D, будутъ извѣстны всѣ необходимыя величины[1]).

---

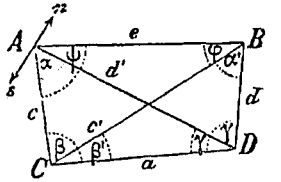
[1]) *Примѣчаніе:* если вмѣсто угловъ β и β' взять ихъ дополненія до 360°, т. е.

$$DCA = 360° - \beta = b$$
$$DCB = 360° - \beta' = b'$$

и подставить вмѣсто β и β' углы b и b' счетъ которыхъ ведется вправо отъ линіи CD, то всѣ выведенныя формулы сохранятъ свою силу для любого расположенія точекъ C и D относительно данныхъ A и B.

СХЕМА

Опредѣленіе двухъ точекъ по задачѣ Ганзена.



$$x_b = x_a + c \;.\; Cos\,(AC) = x_b + c' \;.\; Cos\,(BC).$$
$$y_b = y_a + c \;.\; Sin\,(AC) = y_b + c' \;.\; Sin\,(BC).$$
$$x_d = x_a + d' \;.\; Cos\,(AD) = x_b + d \;.\; Cos\,(BD).$$
$$y_d = y_a + d' \;.\; Sin\,(AD) = y_b + d \;.\; Sin\,(BD).$$

$$(AD) = (AB) + (\psi - \alpha).$$
$$(AC) = (AB) + \psi.$$
$$(BD) = (BA) - (\alpha' + \varphi).$$
$$(BC) = (BA) - \varphi.$$
$$(BA) = (AB) \pm 180^0.$$
$$\alpha = 180^0 - (\beta + \gamma).$$
$$\alpha' = 180^0 - (\beta' + \gamma').$$

$$tg\,(AB) = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a}\;;\quad e = \frac{y_b - y_a}{Sin\,(AB)} = \frac{x_b - x_a}{Cos\,(AB)}\;;\quad \frac{Sin\,\varphi}{Sin\,\psi} = \frac{Sin\,\alpha\,.\,Sin\,\gamma'}{Sin\,\alpha'\,.\,Sin\,\gamma} = tg\,\theta.$$

$$\frac{1}{2}(\varphi + \psi) = 90^0 - \frac{\beta - \beta'}{2}\;;\quad tg\,\frac{1}{2}(\varphi - \psi) = tg\,\frac{1}{2}(\varphi + \psi)\;.\;Ctg\;(45^0) + \theta.$$

$$\frac{Sin\,\gamma}{Sin\,\alpha}\cdot\frac{1}{Sin\,\varphi} = \frac{Sin\,\gamma'}{Sin\,\alpha'}\cdot\frac{1}{Sin\,\psi} = m\;;\quad a = \frac{e}{m\,.\,Sin\,(\beta - \beta')}\;;\quad d = \frac{e\,.\,Sin\,(\psi - \alpha)}{Sin\,(\gamma' - \gamma)}\;;\quad d' = \frac{e\,.\,Sin\,(\varphi + \alpha')}{Sin\,(\gamma' - \gamma)}\;.$$

$$c = a\cdot\frac{Sin\,\gamma}{Sin\,\gamma}\;;\quad c' = a\frac{Sin\,\gamma'}{Sin\,\alpha'}\;.$$

1. y_b y_a	2. x_b x_a	3. $lg\,(y_b - y_a)$ $lg\,(x_b - x_a)$	4. β. β'.
$y_b - y_a$	$x_b - x_a$	$lg\;tg\;(AB)$.	$\frac{\beta - \beta'}{2}$
5. $lg\;Sin\;\alpha$ $lg\;Sin\;\gamma'$ $Compl.\;lg\;Sin\;\alpha'$ $Compl.\;lg.\;Sin\;\gamma$		$Compl.\;lg\;Sin\;(AB)$. $Compl.\;lg\;Cos\;(AB)$.	γ γ'
$lg\;tg\;\theta$ θ $45^0 + \theta$	0 ′ ″	11. $lg\;e$.	$\beta + \gamma$ $\beta' + \gamma'$
6. $lg\;tg\;\frac{1}{2}(\varphi + \psi)$ $lg\;ctg\;(45^0 + \theta)$		$Compl.\;lg\;m$. $Compl.\;lg\;Sin\;(\beta - \beta')$	$\alpha = 180 - (\beta + \gamma) =$ $\alpha' = 180 - (\beta' + \gamma') =$
$lg\;tg\;\frac{1}{2}(\varphi - \psi)$.		12. $lg\;a$. $lg\;c$.	0 ′ ″
		$lg\;Sin\;\gamma$ $Compl.\;lg\;Sin\;\alpha$.	$\pm\;\frac{1}{2}(\varphi + \psi)$ $\frac{1}{2}(\varphi - \psi)$
		$lg\;a$.	0 ′ ″ 7
		$Compl.\;lg\;Sin\;\alpha'$. $lg\;Sin\;\gamma'$	φ ψ
		$lg\;c'$.	

9. $lg\ d.$	
$lg\ Sin\ (\psi - \alpha)$	
$lg\ e.$ $Compl.\ lg.\ Sin\ (\gamma' - \gamma).$	
$lg\ Sin\ (\varphi + \alpha').$	
$lg\ d'.$	

10. $lg\ Sin\ \gamma.$	
$Compl.\ lg\ Sin\ \alpha.$	
$Compl.\ lg\ Sin\ \varphi.$	
$lg\ m.$	
$lg\ Sin\ \gamma'$	
$Compl.\ lg\ Sin\ \alpha'$	
$Compl.\ lg\ Sin\ \psi.$	

$\varphi + \alpha'$ $\psi - \alpha$	8.
(AB)	0 ′ ″
(BA)	
(AD)	
(AC)	
(BD)	
(BC)	

$c.Cos\ (AC) = \Delta x_a$
$c'.Cos\ (BC) = (\Delta x_b$
$d'.Cos(AD) = (\Delta x_a\ ')$
$d.Cos\ (AD) = (\Delta x_b\ ')$

$c.Sin\ (AC) = \Delta y_a$
$c'.Sin\ (BC) = \Delta y_b$
$d'.Sin\ (AD) = (\Delta y_a\ ')$
$d.Sin\ (BD) = (\Delta_b\ ')$

13. $lg\ c.$ $lg\ Cos\ (AC)$		$lg\ c'.$ $lg\ Cos\ (BC).$		$lg\ c.$ $lg\ Sin\ (AC).$		$lg\ c'.$ $lg\ Sin\ (BC).$	
$lg\ \Delta x_a$		$lg\ \Delta x_b$		$lg\ \Delta y_a$		$lg\ \Delta y_b$	
$+\ \Delta x_a$ x_a		$+\ \Delta x_b$ x_b		$+\ \Delta y_a$ y_a		$+\ \Delta y_b$ y_b	

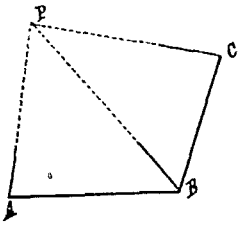
$x_c = \ldots\ldots\ldots$ $y_c = \ldots\ldots\ldots$

14. $lg\ d'.$ $lg\ Cos\ (AD).$		$lg\ d.$ $lg\ Cos\ (BD).$		$lg\ d'.$ $lg\ Sin\ (AD).$		$lg\ d.$ $lg\ Sin\ (D).$	
$lg\ (\Delta x_a\ ')$		$lg\ (\Delta y_b\ ')$		$lg\ (\Delta y_a\ ')$		$lg\ (\Delta y_b\ ')$	
$+\ (\Delta x_a\ ')$ x_a		$+\ (\Delta x_b\ ')$ x_b		$+\ (\Delta y_a\ ')$ y_a		$+\ (\Delta y_b\ ')$ y_b	

$x_d = \ldots\ldots\ldots$ $y_d = \ldots\ldots\ldots$

Графическій способъ уравновѣшиванія. Этотъ способъ уравновѣшиванія ошибокъ графическимъ путемъ принадлежитъ Берто (Bertot). Прежде чѣмъ описывать его, укажемъ еще другой графическій (менѣе точный) способъ,— способъ назначенія окончательной точки *„по усмотрѣнію“*, для чего опишемъ пріемы построенія *фигуръ погрѣшностей*, относительно которыхъ и выбирается окончательное положеніе точки опредѣляемой.

Фигура погрѣшностей для засѣчки впередъ изъ разности сторонъ. На чертежѣ 617а даны три точки A, B и C по ихъ координатамъ:



Черт. 617а.

	y	x	
A	—44904,30	+ 15967,50	
B	—39554,90	+ 14032,80	(1)
C	—36479,40	+ 167360,50	

Три направленія AP, BP и CP опредѣляются, чрезъ измѣреніе угловъ при постоянныхъ линіяхъ AB и BC въ точкахъ A, B и C, слѣдующими азимутами:

Точка стоянія A.	Точка стоянія B.	Точка стоянія C	
$(AP) = 66^0 57' 51'',2$	$[BA] = 289^0 53\ 0'',2$	$[CB] = 228^0 25' 47,''2$	
$[AB] = 109\ 53\ 0,2$	$(BP) = 333\ 1\ 50,5$	$(CP) = 278\ 36\ 36,2$	(2)
$\log \overline{AB} = 3,754998$	$[BC] = 48\ 25\ 47,2$	$\log \overline{BC} = 3,613931$	

Азимуты въ четыреугольныхъ скобкахъ предварительно даны и не подлежатъ измѣненію. Изъ разности азимутовъ составляютъ углы двухъ треугольниковъ APB и BPC, а именно:

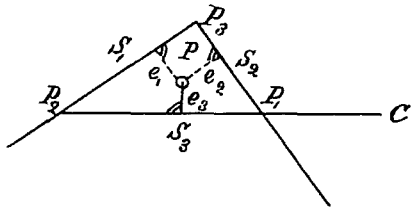
$\triangle APB$		$\triangle BPC$		
A	$42^0 55' 9'',0$	B	$75^0 23' 56'',7$	
P	$93\ 56\ 0,7$	P	$54\ 25\ 14,3$	(3)
B	$43\ 8\ 50,3$	C	$50\ 10\ 49,0$	
	$180^0\ 0'\ 0,0''$		$180^0\ 0'\ 0,0''$	

Съ этими углами (3) и съ данными уже въ (2) логариѳмами базисовъ $lg\ \overline{AB}$ и $\log \overline{BC}$ вычисляютъ остальныя стороны

$\triangle APB$		$\triangle PBC$	
$\overline{AP} = 3899,42^m$	и	$\overline{BP} = 3882,83^m$	
		$\overline{BP} = 3882,15^m$	и $\overline{CP} = 4891,23^m$
		Разн. . . $0,68^m$	(4)

Сторона BP не получится равною изъ обоихъ треугольниковъ,— такъ, изъ лѣваго треугольника APB она на $0,68^m$ болѣе, нежели изъ пра-

ваго. Этимъ прямо указывается, что три направленія AP, BP и CP не пересѣкаются въ одномъ пунктѣ P, а образуютъ, такъ называемый, *треугольникъ погрѣшностей*, который мы и представимъ на чертежѣ 618 въ крупномъ масштабѣ. Для этого разность (4), т. е. $0{,}68^m = P_1P_3$, нанесемъ на бумагу и построимъ углы соотвѣтственно чертежу при точкахъ P_3 и P_1, а именно, при P_3 уголъ $AP_3B = 93^0 56'0{,}7''$, а при точкѣ P_1 уголъ $BP_1C = 54^0 25'14{,}3''$. Послѣ того какъ треугольникъ погрѣшностей такимъ образомъ построенъ, въ немъ надо найти истинное положеніе P точки пересѣченія направленій AP, BP и CP.



Черт. 618.

Ограничимся сначала менѣе точнымъ рѣшеніемъ и назначимъ пунктъ P „*по усмотрѣнію*". Такой способъ рѣшенія въ большинствѣ случаевъ и употребляется на практикѣ, а потому пусть пунктъ P на черт. 618 принятъ за окончательное положеніе искомой точки пересѣченія, тогда можно найти окончательныя величины для сторонъ, азимутовъ и координатъ, слѣдующимъ образомъ: опустимъ изъ P перпендикуляры на стороны P_2P_3, P_3P_1 и P_1P_2 и измѣримъ какъ длины e_1, e_2 и e_3 этихъ перпендикуляровъ, такъ и отрѣзки, на которые распались стороны s_1, s_2 и s_3. Пусть $s_2 = 0{,}68^m$ распалась на двѣ части $0{,}48^m$ и $0{,}20^m$ и принадлежащій сторонѣ s_2 перпендикуляръ $e_2 = 0{,}06^m$, тогда получимъ исправленную сторону BP два раза, а именно:

$$\begin{array}{l|l} \text{изъ } \triangle\, ABP & \text{и изъ } \triangle\, BPC. \\ BP_3 = 3882{,}83 & BP_1 = 3882{,}15 \\ \quad - \quad 0{,}20 & \quad + \quad 0{,}48 \\ \hline BP = 3882{,}63^m & BP = 3882{,}63^m \end{array} \quad (5)$$

Азимутъ $(BP_1) = (BP_3)$, который по $(2) = (BP) = 333^0\ 1'50'',5$ и долженъ быть уменьшенъ на величину

$$\frac{e_2}{BP} \cdot \rho = \frac{0{,}06}{3882} \cdot 206265'' = 3{,}2'' \qquad (6)$$

и окончательно округляя до $1''$

$$[BP] = 333^0 1'50'',5 - 3'',2 = 333^0 1'47'' \qquad (7)$$

Послѣ измѣренія сторонъ s_1 и s_3 и отрѣзковъ, на которые онѣ распались, подобнымъ же образомъ находимъ:

$$\begin{array}{l} AP = AP_3 - 0{,}07 = 3889{,}42 - 0{,}07 = 3889{,}35 \\ CP = CP_1 + 0{,}35 = 4891{,}23 + 0{,}35 = 4891{,}58 \end{array} \quad (8)$$

Перпендикуляры $e_1 = 0{,}19$ и $e_3 = 0{,}37$ дадутъ поправки для азимутовъ

$$\left.\begin{aligned} \frac{e_1}{AP}\cdot\rho &= \frac{0{,}19}{3889}\cdot 206265'' = 10'' \\ \frac{e_3}{CP}\cdot\rho &= \frac{0{,}37}{4892}\cdot 206265'' = 16'' \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

черезъ что окончательно для азимутовъ $[AP]$ и $[CP]$

$$\left.\begin{array}{ll} (AP) = 66^0 57' 51'' & (CP) = 278^0 36' 36'' \\ \text{Поправка } + 10'' & \text{Поправка } + 16'' \\ \hline [AP] = 66^0 58' 01'' & [CP] = 278^0 36' 52'' \end{array}\right\} \quad (10)$$

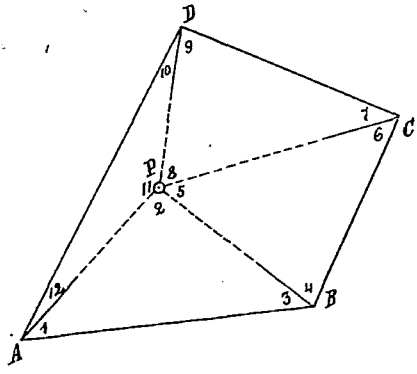
Если теперь по найденнымъ

$$\left.\begin{array}{lll} \overline{AP} = 3889{,}35 & \overline{BP} = 3882{,}63 & \overline{CP} = 4891{,}58 \\ [AP] = 66^0 58' 01'' & [BP] = 333^0 1' 47 & [CP] = 270^0 36' 52'' \end{array}\right\} \quad (11)$$

вычислить координаты точки P тремя путями по координатамъ точекъ A, B и C, то получимъ съ достаточнымъ согласіемъ

$$\begin{array}{ll} y & x \\ \text{координаты точки } P — 41315{,}80 & + 17493{,}17 \end{array} \quad (12)$$

Примѣчаніе. Поправки азимутовъ можно по (6) и (9) вычислять помощію вычислительной линейки или діаграммы: такъ, полагая, напр., $e_2\rho = 0{,}06 \times 206265$ за одинъ множитель и $BP = 3882$ за другой, легко каждому вычисляющему какъ построить діаграмму, такъ и примѣнить вычислительную линейку.



Черт. 619.

Въ томъ случаѣ, когда для опредѣленія истиннаго положенія засѣчки впередъ входятъ болѣе чѣмъ три направленія, разсмотрѣніе задачи будетъ незначительно разниться отъ только что изложеннаго для трехъ направленій. Мы приведемъ здѣсь примѣръ съ четырьмя направленіями для сравненія рѣшенія съ другимъ пріемомъ, который ниже сего будетъ изложенъ.

На чертежѣ 619 пусть углы имѣютъ слѣдующія значенія:

$\Delta\ APB$	$\Delta\ BPC$	$\Delta\ CPD$	$\Delta\ DAP$
1) 42°54′57″,00	4) 75°23′56″,7	7) 40°53′ 0″,2	10) 16°58′38″,4
2) 93 56 12, 7	5) 54 24 51,7	8) 62 55 14,9	11) 148 43 40,7
3) 43 8 50, 3	6) 50 11 11,6	9) 76 11 44,9	12) 14 17 40,9
180° 0′ 0, 0″	180° 0′ 0,0″	180° 0′ 0,0″	180° 0′ 0,0″

(13)

Логариѳмы базисовъ:

$\log \overline{AB} = 3{,}754998$, $\log \overline{BC} = 3{,}613931$, $\log \overline{CD} = 3{,}651749$, $\log \overline{DA} = 3{,}840856$.

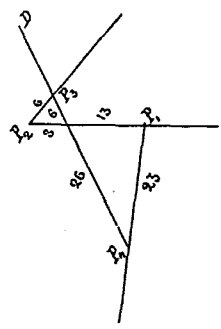
По этимъ даннымъ можно для каждаго направленія на точку P вычислить два значенія,—такъ, для

Направленія	AP		BP		CP		DP
12.	3899,20	3.	3882,59	6.	4891,60	9,	3296,75
1.	3899,43	4)	3882,80	7.	4891,54	10.	3297,15
Разн...	0,23	. . . . .	0,21	. . . . .	0,06		0.30
	$= P_1P_4$		$= P_1P_2$		$= P_2P_3$		$= P_4P_3$

По этимъ даннымъ построенъ четыреугольникъ погрѣшностей $P_1P_2P_3P_4$ (черт. 620), при чемъ въ (13) вышеприведенные углы 2, 5, 8 и 11 взяты согласно черт. 619. Здѣсь имѣемъ болѣе повѣрокъ, такъ какъ въ четыреугольникѣ $P_1P_2P_3P_4$ даны всѣ 4 стороны и всѣ углы.

Фигура погрѣшностей изъ разности координатъ для засѣчки впередъ. Даны координаты четырехъ постоянныхъ точекъ A, B, C и D (черт. 619).

	y	x	
A	— 44904,30	+ 15967,50	(1)
B	— 39554,90	+ 14032,80	
C	— 36479,40	+ 16760,50	
D	— 39392,10	+ 20170,80	



Черт. 620.

Изъ всѣхъ этихъ 4-хъ точекъ пунктъ P былъ засѣченъ впередъ; пусть въ каждой изъ точекъ по измѣреннымъ угламъ составленъ такъ называемый „абрисъ оріентированія", т.-е., напр., въ точкѣ A имѣются оба окончательные азимута $[AD]$ и $[AB]$, вычисленные изъ данныхъ въ (1) координатъ, и (AP) приближенный азимутъ найденъ съ помощію угловъ наблюденія вышесказанныхъ окончательныхъ азимутовъ, такъ что имѣемъ:

Точка стоянія A (2)

$[AD] = 52^0 40' 22'',3$	$lg\ \overline{AD} = 3{,}840856$
$(AP) = 66\ 58\ 3{,}2$	
$[AB] = 109\ 53\ 0{,}3$	$lg\ \overline{AB} = 3{,}754998$

Точка стоянія B (3)

$[BA] = 289^0 53'\ 0'',2$	$lg\ \overline{BA} = 3{,}754998$
$(BP) = 333\ 1\ 50{,}5$	
$[BC] = 408\ 25\ 47{,}5$	$lg\ \overline{BC} = 3{,}613931$

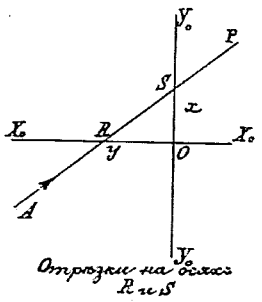
Точка стоянія D (4)

$[DC] = 139^0 29' 59'',0$	$lg\ \overline{DC} = 3{,}651749$
$(DP) = 215\ 41\ 43{,}9$	
$[DA] = 232\ 40\ 22{,}3$	$lg\ \overline{DA} = 3{,}840856$

Точка стоянія C (5)

$$[CB] = 228^0 25' 47{,}2'' \quad | \quad lg\ \overline{CB} = 3{,}613931$$
$$(CP) = 278\ 46\ 58{,}8$$
$$[CD] = 318\ 29\ 59{,}0 \quad | \quad lg\ \overline{CD} = 3{,}651749$$

Это тотъ же самый примѣръ, что былъ только что разсмотрѣнъ, для случая построенія четыреугольника погрѣшностей (черт. 620) помощію „*разности сторонъ*“.



Черт. 621.

Мы переходимъ теперь къ другому пріему построенія фигуры погрѣшностей помощію „*разности координатъ*“, предложенному F. G. Gauss'омъ.

Пусть на черт. 261 точка A съ координатами x_a и y_a есть точка стоянія съ инструментомъ, и изъ нея должно выходить направленіе AP подъ азимутомъ φ_0. Направленіе AP пересѣчется съ другими направленіями приблизительно тамъ, гдѣ имѣютъ мѣсто приближенныя (какимъ либо путемъ вычисленныя) координаты x_0 и y_0 точки P, а потому точки R и S имѣютъ слѣдующія координаты:

$$\left.\begin{array}{l} \text{точка } R\text{: } y \text{ и } x_0 \\ \text{точка } S\text{: } y_0 \text{ и } x \end{array}\right\} \quad (6)$$

Значеніе для x и y вычисляются по уравненіямъ:

$$\left.\begin{array}{l} y = (x_0 - x_a)\mathrm{tg}\varphi + y_a \\ x = (y_0 - y_a)\mathrm{cot}\varphi + x_a \end{array}\right\} \quad (7)$$

для направленія AP, для котораго даны координаты начала и азимутъ въ (1) и въ (2) величины x и y найдутся слѣдующимъ образомъ:

приближен. точка P.... $y_0 = -41316{,}00$ | $x_0 = +17493{,}00$
точка A.... $y_a = -45904{,}30$ | $x_a = +15967{,}50$
$y_0 - y_a = +3588{,}30$ | $x_0 - x_a = +1525{,}60$

$lg\ (y_0 - y_a)$	3,554889	$lg(x_0 - x_a)$	3,183412
$(AP) = \varphi_a = 66^0 58' 3{,}2''$			
$lg\ Cotg\varphi_a$	9,628535	$lg\ tg\varphi_a$	0,371465
$lg\ (y_0 - y_a)cotg\varphi_a$	3,183430	$lg(x_0 - x_a)tg\varphi_a$	3,554887

$(y_0 - y_a)cot\varphi_a = +1525{,}50$ | $(x_0 - x_a)tg\varphi_a = +3588{,}20$
$x_a = +15967{,}50$ | $y_a = -44904{,}30$
Направленіе AP.... $x = +17493{,}00$ | $y = -41316{,}10$ (8)

Подобнымъ же образомъ найдутся

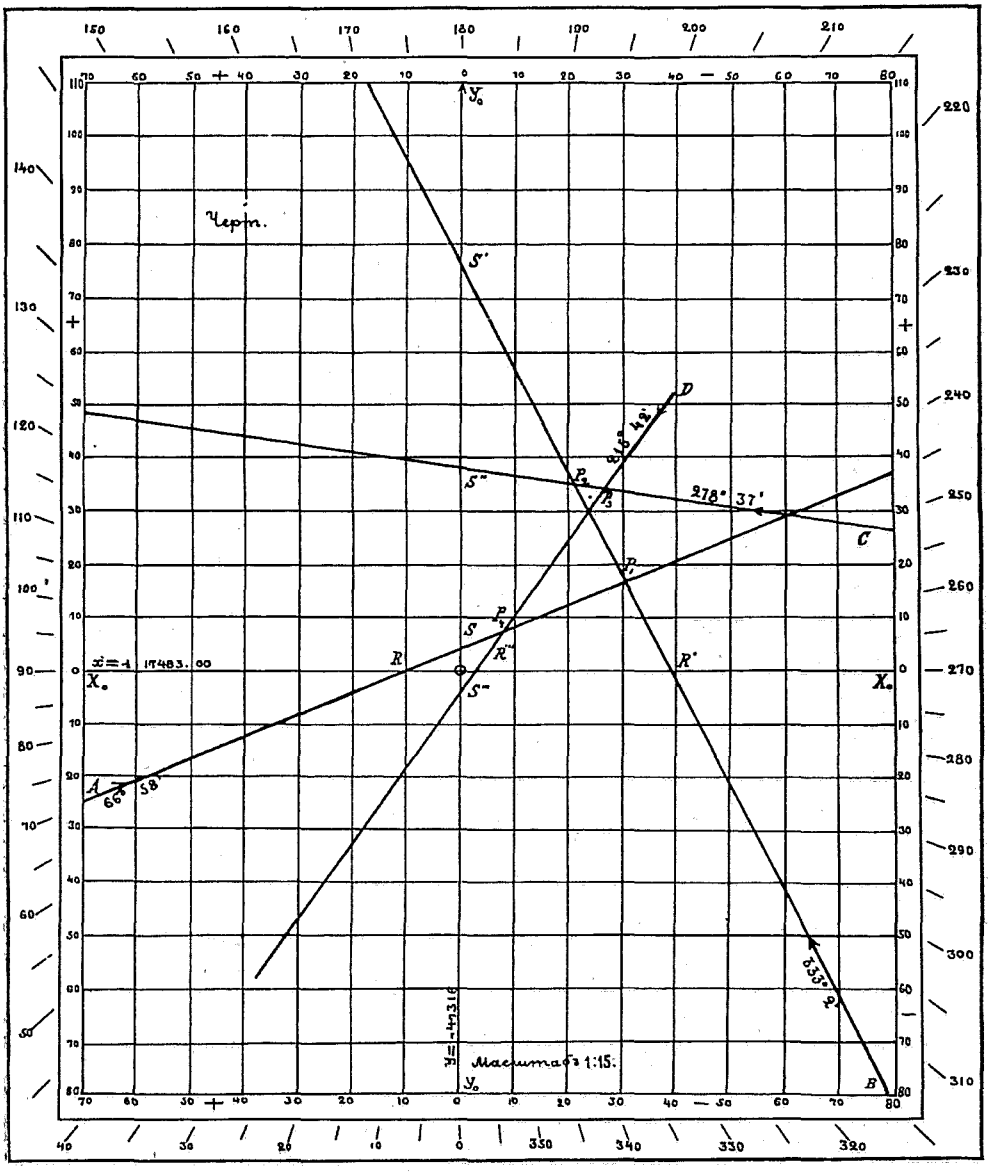
для направленія BP.... $x = +17492{,}74$ $y = -41315{,}62$
„ „ CP.... $x = +17493{,}38$ $y = -41313{,}51$
„ „ DP.... $x = +17492{,}97$ $y = -41315{,}98$ (9)

Пересѣченіе этихъ направленій изображено на черт. 620 и 622. Направленіе AP опредѣляется отрѣзками R и S на осяхъ соотвѣтственно

равенствамъ (8), подобнымъ же образомъ получатся и другія направленія, идущія изъ B, C и D.

Изъ чертежа 622 легко убѣдиться, что фигура $P_1P_2P_3P_4$ тождественна четыреугольнику погрѣшностей чертежа 620.

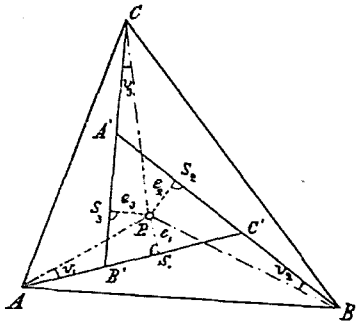
Если для одного изъ направленій отрѣзки R и S на осяхъ близки (по величинѣ) другъ къ другу, какъ напр., для направленія AP, то нанесеніе этого послѣдняго на бумагу помощію отрѣзковъ R и S не надежно; — тогда, очевидно, возможно вычислить еще другіе отрѣзки, напр., на краяхъ рамы бумаги, раздѣленной на миллиметры, на которой сдѣланъ черт. 622. Для этого пользуются уравненіями (7). То же направленіе AP можно нанести и по извѣстному азимуту ($66^0 58'$); съ этою цѣлію и нанесены градусныя дѣленія отъ 0 до 360^0 на черт. 622.



Черт. 622.

Точный выборъ точки относительно фигуры погрѣшностей. (Способъ Берто—Bertot). Хотя въ практикѣ и отдаютъ преимущество способу, — „выборъ точки относительно фигуры погрѣшностей *„по усмотрѣнію"*,—но мы сообщаемъ здѣсь и тотъ графическій путь опредѣленія положенія точки, который основанъ на способѣ наименьшихъ квадратовъ.

Если для опредѣленія точки засѣчкою впередъ избрано три направленія, то фигурою погрѣшностей будетъ треугольникъ $A'\,B'\,C'$ (черт. 623).



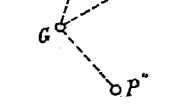
Черт. 623.

Относительно сторонъ этого треугольника нужно выбрать точку P такъ, чтобы сумма квадратовъ измѣненій азимутовъ (AC'), (BA') и (CB') была бы наименьшая, т. е. чтобы всегда существовало $v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 = \text{minimum}$, или согласно равенствъ (6) и (9) предыдущей статьи $\left(\frac{e_1}{A}\right)^2 + \left(\frac{e_2}{B}\right)^2 + \left(\frac{e_3}{C}\right)^2 = \text{minimum}$, гдѣ A, B и C суть длины направленій изъ точекъ стоянія A, B и C на искомую точку P.

Итакъ, наша задача — указать пріемъ отысканія точки P *графическимъ путемъ* относительно треугольника $A'\,B'\,C'$ подъ условіемъ, что сумма квадратовъ $\left(\frac{h}{L}\right)$ есть наименьшая, причемъ h есть разстояніе искомой точки отъ сторонъ треугольника погрѣшностей, а L длина направленія изъ данной точки на опредѣляемую.

Задача эта впервые рѣшена *Берто* (Bertot) въ примѣненіи къ отысканію мѣста корабля изъ наблюденій высотъ солнца или звѣзды. Рѣшеніе было опубликовано въ 1876 г. въ *„Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'academie des sciences"*, 82 томъ (Январь — Іюль 1876) стр. 682 — 685. Примѣненіе этой задачи къ Геодезіи было сдѣлано нѣмецкимъ профессоромъ Гельмертомъ (Helmert) въ его отчетѣ въ *„Zeitschrift für Vermessungswesen"* 1877, стр. 53—58, о пріемѣ Берто. Извѣстная прусская *„IX Инструкція* (отъ 25 октября 1881) *для межеванія при обновленіи кадастровыхъ картъ и книгъ"* также указываетъ на этотъ пріемъ и приводитъ нѣсколько примѣровъ.

Вотъ изложеніе отсчета Гельмерта о способѣ Берто.



Черт. 624.

I. Для m данныхъ точекъ P', P', P'' . . . . (черт. 624) центромъ тяжести будетъ та точка G, для которой сумма квадратовъ разстояній GP есть minimum, т. е. $\Sigma(\overline{GP}^2) = \text{minimum}$.

Это извѣстное изъ механики предложеніе (теорія момента инерціи) можно доказать еще и такъ: для всякой другой точки A относительно каждой изъ P существуетъ равенство:

$$\overline{AP}^2 = \overline{AG}^2 + \overline{GP}^2 - 2\overline{AG} \,.\, \overline{GP} \,.\, \cos AGP.$$

По сложеніи m такихъ равенствъ, написанныхъ для всѣхъ точекъ P, найдется

$$\Sigma(\overline{AP}^2) = m\overline{AG}^2 + \Sigma\overline{GP}^2 - 2AG\Sigma(\overline{GP} \cos AGP).$$

Для того, чтобы $\Sigma\overline{GP}^2$ былъ minimum, т. е. $\Sigma AP^2 > \Sigma\overline{GP}^2$, необходимо чтобы отрицательный членъ правой части равенства былъ всегда *менье* члена $m.\ \overline{AG}^2$, что и имѣетъ мѣсто въ случаѣ $\Sigma(\overline{GP} \cos AGP) = 0$, т. е. для G какъ центра тяжести; ибо $\overline{PG} \,.\, \cos AGP$ не что иное какъ статическій моментъ точки P относительно оси, проходящей черезъ G и перпендикулярной къ AG.

II. Для m данныхъ прямыхъ MN, $M'N'$ ..... та точка G, для которой $\Sigma(GP)^2 =$ = minimum, есть центръ тяжести системы подошвъ P нормалей къ даннымъ линіямъ.

Это предложеніе также непосредственно слѣдуетъ изъ теоріи момента инерціи, и оно можетъ быть доказано слѣдующимъ путемъ. Пусть не G, а какой-либо другой

пунктъ A есть центръ тяжести. Опустивъ изъ него нормали AQ на данныя прямыя, получимъ изъ фигуры, которую весьма легко построить,

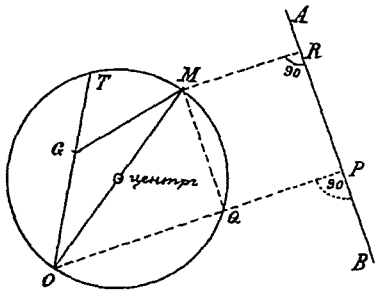
$$\overline{GP}^2 = \overline{AG}^2 + \overline{AP}^2 - 2\overline{AG} \cdot \overline{AP} \cdot \cos GAP.$$

Складывая теперь всѣ подобныя уравненія для m данныхъ прямыхъ и принимая во вниманіе, что A есть центръ тяжести, получимъ:

$$\Sigma(\overline{GP}^2) = m\,\overline{AG}^2 + \Sigma(\overline{AP}^2).$$

Подставляя изъ прямоугольнаго треугольника APQ для $\overline{AP}^2$ значеніе $\overline{AQ}^2 + \overline{PQ}^2$ получимъ $\Sigma(\overline{GP}^2) = m\overline{AG}^2 + \Sigma(\overline{AQ}^2) + \Sigma(\overline{QP}^2)$ или $\Sigma\,(GP^2) > \Sigma(AQ^2)$, что противно положенію. Вслѣдствіе чего точка G должна совпадать съ центромъ тяжести.

III. Когда для нѣсколькихъ прямыхъ AB (черт. 625) существуетъ точка M, которая обладаетъ свойствомъ, что сумма квадратовъ нормалей MR есть minimum, т. е. M есть центръ тяжести системы подошвъ R этихъ нормалей, то для всякой другой точки O, изъ которой также опущены нормали OP на данныя прямыя AB, центръ тяжести подошвъ P нормалей OP будетъ не въ самой точкѣ O, а въ другой точкѣ G. Эта точка G служитъ въ то же время центромъ тяжести точекъ Q, въ которыхъ окружность діаметра OM пересѣкаетъ нормали OP.



Черт. 625.

Такъ какъ M есть центръ тяжести точекъ R, то сумма проекцій линій MR на какую-либо ось равна нулю. Принимая теперь во вниманіе, что величины MR и QP (черт. 625) одинаковы, слѣдуетъ, что и сумма проекцій линій OP и OQ равны между собою, а стало быть, и сумма статическихъ моментовъ точекъ P равна суммѣ статическихъ моментовъ точекъ Q относительно произвольной оси, проходящей черезъ точку O. Итакъ точка P и Q имѣютъ одинъ и тотъ же центръ тяжести G.

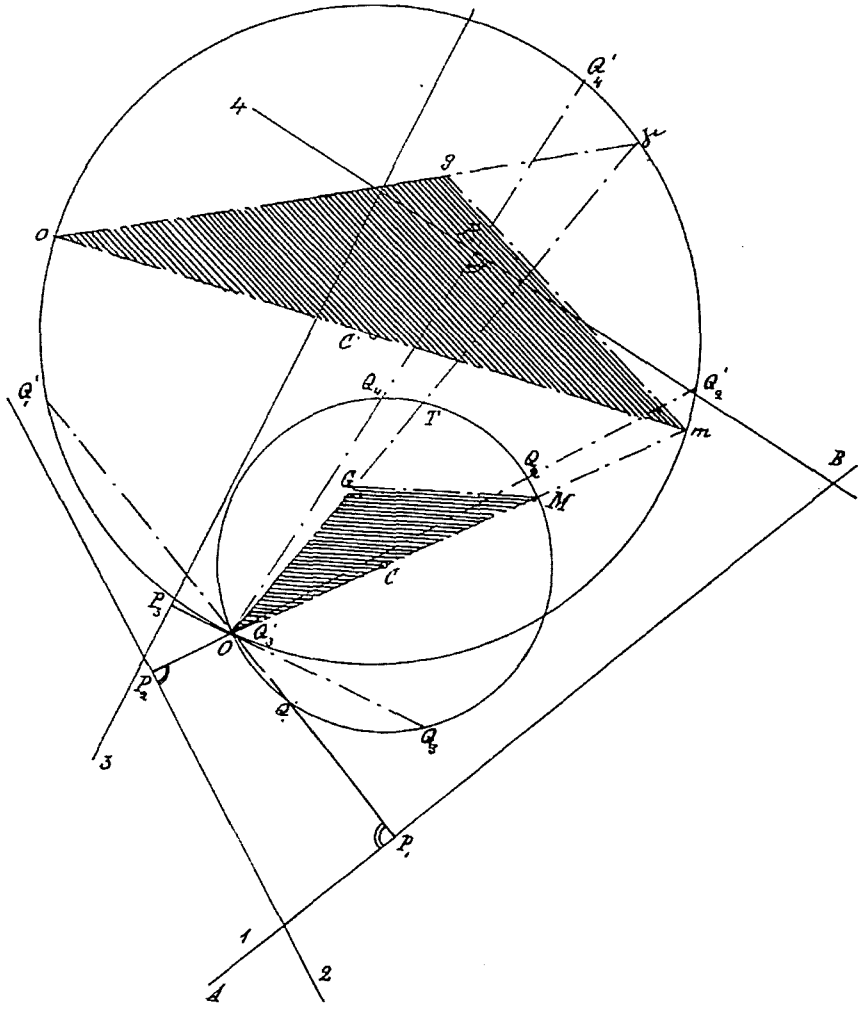
IV. Въ каждомъ данномъ случаѣ точку M легко найти построеніемъ центровъ тяжестей двухъ системъ точекъ. Сперва нужно только имѣть прямую AB и произвольную точку O и прежде всего построить центръ тяжести G точекъ P, затѣмъ провести окружность произвольнаго радіуса, которая пересѣкла бы нормали P въ точкахъ Q (черт. 626) и отыскать центръ тяжести g для нихъ. Принимая теперь во вниманіе, что вписанные въ окружность при дугѣ $Q'\,Q'$ углы равны вписаннымъ угламъ при дугѣ QQ, такъ какъ они имѣютъ общую вершину O, а затѣмъ, что равные вписанные углы соотвѣтствуютъ равнымъ центральнымъ угламъ, ясно становится, что полигонъ $Q'Q'Q'\ldots$ подобенъ полигону $QQQ\ldots$ и что центры тяжести G и g для обоихъ полигоновъ имѣютъ подобныя же положенія. Сама точка O не принимаетъ въ подобіи никакого участія; — напротивъ того — всегда можно найти для точки T (черт. 625 и 626) аналогично расположенный пунктъ γ. Это та точка, въ которой линія OG пересѣкается вспомогательною окружностію, такъ какъ ясно, что дугѣ $\gamma Q'$ и дугѣ TQ соотвѣтствуютъ равные центральные углы. Продолженіе линіи γg пересѣчетъ вспомогательную окружность въ точкѣ o, соотвѣтствующей точкѣ O, проведенный же діаметръ om соотвѣтствуетъ діаметру OM, такъ что $\triangle ogm \infty \triangle OGM$. Далѣе, направленіе OM тождественно съ направленіемъ om, потому что уголъ $\gamma om = \gamma Om$. Положеніе точки M на линіи om найдется, если отложимъ OM такъ, чтобы $OM : om = OG : og$.

На основаніи этой теоріи данъ Гельмертомъ слѣдующій примѣръ.

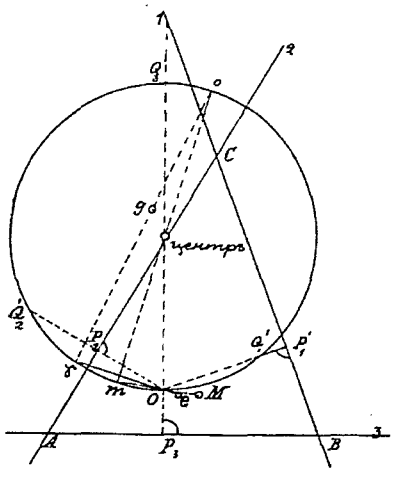
Пусть ABC (черт. 627) треугольникъ погрѣшностей, образовавшійся отъ пересѣченія трехъ прямыхъ.

1 прямая CB съ вѣсомъ $= 1$
2 „ CA „ $= 1$
3 „ BA „ $= 2$ (направленіе наблюдалось 2 раза).

Избираемъ точку O произвольно (по возможности вблизи предполагаемой minimum — точки), проводимъ черезъ нее окружность произвольнаго радіуса, но такъ чтобы



Черт. 626.



Черт. 627.

перпендикуляры, опущенные на прямые AB, AC и BC пересѣкали окружность подъ углами не особенно тупыми.

Проведя затѣмъ перпендикуляры OP_1, OP_2 и OP_3, замѣчаемъ точки Q_1, Q_2, Q_3 ихъ пересѣченія съ окружностію.

Теперь опредѣлимъ два центра тяжести, а именно:

центръ тяжести G подошвъ P_1, P_2, P_3 (съ вѣсомъ $= 2$)
„ „ g „ Q_1', Q_2', Q_3' (съ вѣсомъ $= 2$)

Опредѣленіе этихъ центровъ тяжестей производится черезъ вычисленіе, для чего измѣряютъ сперва разстоянія этихъ точекъ отъ какихъ-либо

прямыхъ и вводятъ ихъ въ вычисленіе, принимая во вниманіе вышеприведенные вѣса. Напр., разстояніе точки g отъ прямой AB получится такъ:

O_1'	удалена	отъ	AB	на	17^{mm}	$\times 1 =$	17
O_2'	„	„	„	„	24	$\times 1 =$	24
O_3'	„	„	„	„	67	$\times 2 =$	134
						4	175
g	„	„	„	„	$\frac{175}{4} = 44$	и т. д	

Послѣ нахожденія точекъ g и G проводятъ слѣдующія прямыя:

1) $OG\gamma$ (или $GO\gamma$) до пересѣченія съ окружностію въ точкѣ γ;

2) γgo до пересѣченія съ окружностію въ точкѣ o;

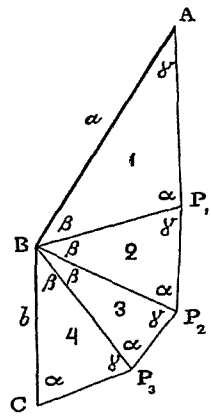
3) om черезъ центръ круга до пересѣченія съ окружностію въ точкѣ m

и 4) mOM, т. е. направленіе на точку M, которая, какъ искомый пунктъ minimum'a, получится по разстоянію:

$$OM = \frac{OG}{og} \cdot 2r,$$

гдѣ r есть радіусъ окружности.

Вставка цѣпи треугольниковъ. При вставкѣ треугольниковъ между двумя данными сторонами болѣе общій случай будетъ тотъ, когда они заполняютъ уголъ между сторонами[1]). Такъ, на черт. 628 пусть a и b суть данныя стороны треугольниковъ высшаго разряда, а 1, 2, 3, 4 — вставленные треугольники, заполняющіе уголъ ABC. Примемъ, что всѣ 3 угла α, β, γ каждаго изъ треугольниковъ измѣрены, и для отличія ихъ другъ отъ друга будемъ сопровождать стоящія при нихъ буквы указателями, соотвѣтствующими номеру треугольника; напр., уголъ BP_1P_2 будемъ обозначать чрезъ γ_2. Вставленная система треугольниковъ должна удовлетворять тремъ условіямъ: 1) *условіе треугольниковъ*, состоящее въ томъ, что сумма угловъ каждаго изъ треугольниковъ должна равняться 180^0 или, иначе, чтобы $\alpha + \beta + \gamma = 180^0$; 2) *условіе станціи* или *горизонта*, оно требуетъ, чтобы сумма всѣхъ угловъ, заполняющихъ данный уголъ, равнялась этому послѣднему; напр., на нашемъ чертежѣ, чтобы сумма всѣхъ β равнялась углу ABC; и 3) *условіе сторонъ* или *условіе синусовъ*, состоящее въ томъ, что, начавъ вычисленіе треугольниковъ съ одной данной стороны, послѣ постепеннаго перехода отъ одного треугольника къ другому, оно должно давать для другой данной стороны заданную величину. Напр., начавъ стороною a, послѣ постепеннаго перехода отъ треугольника 1 чрезъ 2 и 3 къ 4, надо получить для стороны b данную величину. Чтобы выразить это условіе мате-



Черт. 628.

[1]) Эту часть § заимствуемъ изъ части II „Курса Низшей Геодезіи" А. Бикъ. (См. также F. G. Gauss. Die trigonometrischen und polygonometrischen Rechnungen in der Feldmesskunst).

матически, вообразимъ, что стороны треугольниковъ вычислялись послѣдовательно по формуламъ:

$$BP_1 = a\frac{\sin\gamma_1}{\sin\alpha_1}$$

$$BP_2 = BP_1\frac{\sin\gamma_2}{\sin\alpha_2}$$

$$BP_3 = BP_2\frac{\sin\gamma_3}{\sin\alpha_3}$$

$$b = BP_3\frac{\sin\gamma_4}{\sin\alpha_4}$$

перемноживъ эти равенства между собою и сдѣлавъ надлежащее сокращеніе, получимъ

$$b\sin\alpha_1\sin\alpha_2\sin\alpha_3\sin\alpha_4 = a\sin\gamma_1\sin\gamma_2\sin\gamma_3\sin\gamma_4.$$

Строго научное соблюденіе этихъ трехъ условій *для всей сѣти треугольниковъ одновременно* повело бы *къ продолжительнымъ вычисленіямъ*. Вслѣдствіе этого при уравновѣшиваніи погрѣшностей дѣлятъ всю сѣть треугольниковъ на группы *и въ каждой изъ нихъ* примѣняютъ всѣ три условія *не сразу*. Сначала достигаютъ выполненія условій треугольника и горизонта, *а затѣмъ уже переходятъ къ условію сторонъ*, при достиженіи котораго *не должны быть нарушены первыя два условія*. Разъяснимъ это на черт. 628, представляющемъ одну изъ группъ треугольниковъ всей сѣти низшаго разряда.

Если обозначимъ ошибку въ суммѣ угловъ треугольника черезъ f, а поправку каждаго изъ угловъ треугольниковъ, равную, напр., для треугольника 1 величинѣ $-\frac{1}{3}f_1$, чрезъ (1), (2), (3), (4), то

$$\left.\begin{array}{l} 3\,(1)+f_1=0 \\ 3\,(2)+f_2=0 \\ 3\,(3)+f_3=0 \\ 3\,(4)+f_4=0 \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(I)}$$

Невыполненіе условія горизонта выражается такъ:

$$\beta_1+\beta_2=\ldots\ldots-\sigma=f_B,$$

гдѣ σ есть данный уголъ ABC, а f_B — ошибка въ суммѣ измѣренныхъ угловъ β. Обозначимъ чрезъ (B) поправку для каждаго изъ угловъ β; въ случаѣ n вставленныхъ треугольниковъ она равна $-\frac{1}{n}f_B$. Въ виду того, что углы β уравненій (I) также должны содержать поправку (B), уравненія (I) при n вставленныхъ треугольникахъ примутъ видъ

$$\left.\begin{array}{l} 3\,(1)+(B)+f_1=0 \\ 3\,(2)+(B)+f_2=0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ 3\,(n)+(B)+f_n=0; \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \text{(II)}$$

сюда еще присоединимъ

$$n(B)+(1)+(2)+\ldots\ldots+(n)+f_B=0.$$

Остается рѣшить эту систему съ $n+1$ неизвѣстнымъ (1), (2), ... (n), (B). Для этого изъ первыхъ n уравненій (II) напишемъ

$$\left.\begin{aligned}(1)&=-\frac{1}{3}f_1-\frac{1}{3}(B)=-\frac{1}{3}(f_1+(B))\\(2)&=-\frac{1}{3}f_2-\frac{1}{3}(B)=-\frac{1}{3}(f_2+(B))\\&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\(n)&=-\frac{1}{3}f_n-\frac{1}{3}(B)=-\frac{1}{3}(f_n+(B))\end{aligned}\right\}\ \ldots\ldots\ldots\ (III)$$

$$(1)+(2)+\ldots\ldots+(n)=-\frac{1}{3}[f]-\frac{1}{3}n(B),$$

гдѣ чрезъ $[f]$ обозначена сумма $f_1+f_2+\ldots\ldots f_n$. Вычитая эту сумму изъ послѣдняго уравненія системы (II), получимъ

$$n(B)+f_B=\frac{1}{3}[f]+\frac{1}{3}n(B),$$

или

$$\frac{2}{3}n(B)=\frac{1}{3}[f]-f_B$$

слѣдовательно,

$$(B)=\frac{[f]-3f_B}{2n}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ (IV)$$

Вычисливъ по этой формулѣ поправку (B) для условія горизонта, можемъ уже опредѣлить по равенствамъ (III) поправки (1), (2), ... (n) для выполненія условія треугольника.

На основаніи этого углы треугольника 1, удовлетворяющіе условіямъ треугольника и горизонта, суть:

$$\alpha_1+(1),\ \beta_1+(1),+(B),\ \gamma_1+(1).$$

Подобнымъ же образомъ выразятся и углы остальныхъ треугольниковъ.

Выраженія (IV) и (III) для поправокъ настолько просты, что могутъ быть выговорены словами; а именно:

a) *поправка угла, соотвѣтствующая условію горизонта (т.-е. (B)) = суммѣ погрѣшностей, отвѣчающихъ условіямъ треугольниковъ, уменьшенной на устроенную погрѣшность условія горизонта и раздѣленной на удвоенное число треугольниковъ;*

b) *поправка угла, соотвѣтствующая условію треугольника (т.-е. (n)) = предыдущей поправкѣ, увеличенной погрѣшностью суммы угловъ треугольника и раздѣленной на -3.*

Исправленные такимъ образомъ углы должны еще удовлетворять условію сторонъ, которое, будучи написано для n треугольниковъ, представляется въ видѣ

$$b\ \sin\alpha_1\ \sin\alpha_2\ldots\ldots\sin\alpha_n=a\ \sin\gamma_1\ \sin\gamma_2\ldots\ldots\sin\gamma_n.$$

Говоря вообще, это условіе не выполняется, ибо углы въ него входящіе удовлетворяютъ только условіямъ треугольниковъ и горизонта. Поэтому логариѳмируя послѣднее равенство, получимъ

$$\left.\begin{array}{l} log\ b + log\ sin\ \alpha_1 + log\ sin\ \alpha_2 + \ldots\ldots + log\ sin\ \alpha_n - \\ - log\ a - log\ sin\ \gamma_1 - log\ sin\ \gamma_2 - \ldots\ldots - log\ sin\ \gamma_n = \varphi, \end{array}\right\} \ldots\ldots (V)$$

гдѣ φ есть число, отличное отъ нуля. Относительно предыдущаго условія сторонъ прежде всего замѣчаемъ, что въ него не входятъ углы β, а потому измѣненію должны подлежать только остальные два угла каждаго треугольника. При этомъ, *чтобы не нарушить первыхъ двухъ условій, поправки* въ обоихъ этихъ углахъ *должны быть одинаковы* по абсолютной величинѣ, *но различны по знакамъ.* Обозначимъ поправки для угловъ α чрезъ $+\tau$, а для угловъ γ чрезъ $-\tau$; такъ какъ одинаковое измѣненіе различныхъ угловъ производитъ неодинаковое измѣненіе въ ихъ логариѳмахъ синусовъ, то это обстоятельство послужитъ къ опредѣленію τ при томъ допущеніи, что погрѣшность φ обратится въ нуль. Другими словами, τ должно опредѣлиться изъ равенства

$$\left.\begin{array}{l} log\ b + log\ sin\ (\alpha_1 + \tau) + log\ sin\ (\alpha_2 + \tau) + \ldots\ldots + log\ sin\ (\alpha_n + \tau) - \\ - log\ a - log\ sin\ (\gamma_1 - \tau) - log\ sin\ (\gamma_2 - \tau) - \ldots\ldots - log\ sin\ (\gamma_n - \tau) = 0 \end{array}\right\} . (VI)$$

Но τ есть, во всякомъ случаѣ, небольшое число секундъ, поэтому можно написать

$$log\ sin\ (\alpha_1 + \tau) = log\ sin\ \alpha_1 + \tau . \delta_1,$$

гдѣ δ_1 есть измѣненіе $log\ sin\ \alpha_1$ при измѣненіи α_1 на $1''$, которое дается въ логариѳмическихъ таблицахъ въ графѣ $P.P$ (partes proportionales — пропорціональныя части). Не надо упускать изъ вида, что это измѣненіе логариѳма синуса для *остраго* угла имѣетъ знакъ плюсъ, а для *тупого* угла — минусъ. Подставивъ предыдущее равенство и ему подобныя въ уравненіе (VI) и обозначая сумму всѣхъ δ чрезъ $[\delta]$, имѣемъ

$$\begin{array}{l} log\ b + log\ sin\ \alpha_1 + log\ sin\ \alpha_2 + \ldots\ldots + log\ sin\ \alpha_n \\ - log\ a - log\ sin\ \gamma_1 - log\ sin\ \gamma_2 - \ldots\ldots - log\ sin\ \gamma_n + \tau\,[\delta] = 0. \end{array}$$

Или вслѣдствіе равенства (V)

$$\tau = \frac{-\varphi}{[\delta]} .$$

Это и есть поправка угловъ для удовлетворенія условія сторонъ. Она выговаривается такъ: *для полученія поправки угловъ съ цѣлью удовлетворенія условію сторонъ, нужно взять отрицательную разность суммы логариѳмовъ синусовъ угловъ правыхъ (смотря изъ B), сложенной съ логариѳмомъ правой данной стороны и суммы логариѳмовъ синусовъ угловъ лѣвыхъ, сложенной съ логариѳмомъ лѣвой стороны, и эту разность раздѣлить на алгебраическую сумму табличныхъ разностей логариѳмовъ синусовъ правыхъ и лѣвыхъ угловъ.*

Вслѣдствіе этого *окончательно* исправленные углы треугольника 1 суть:

$$\alpha_1+(1)+\tau,\ \beta_1+(1)+(B),\ \gamma_1+(1)-\tau.$$

Въ такомъ же видѣ представятся и исправленные углы остальныхъ треугольниковъ.

При составленіи условія сторонъ надо помнить, что конечная данная сторона умножается на синусы угловъ правыхъ, а начальная данная сторона умножается на синусы угловъ лѣвыхъ и разность между этими произведеніями даетъ φ.

1) Съ исправленными углами производится вычисленіе треугольниковъ и координатъ ихъ вершинъ.

Примѣръ. Дано:

$$\log a = 3.75443$$
$$\log b = 3.42592$$
$$B = 157^0 23' 59''.$$

Сложивъ измѣренные углы въ треугольникахъ 1, 2, 3, 4 и сравнивъ ихъ суммы съ 180^0, получимъ

$$f_1 = 0,\ f_2 = -9'',\ f_3 = +21'',\ f_4 = -24''$$

а сложивъ углы β всѣхъ треугольниковъ и сравнивъ ихъ сумму съ угломъ B, имѣемъ $f_B = -44''$. Поэтому

$$(B) = \frac{[f] - 3f_B}{2n} = +15'',$$

$$(1) = -\frac{1}{3}(f_1+(B)) = -5''$$

$$(2) = -\frac{1}{3}(f_2+(B)) = -2''$$

$$(3) = -\frac{1}{3}(f_3+(B)) = -12''$$

$$(4) = -\frac{1}{3}(f_4+(B)) = +3''$$

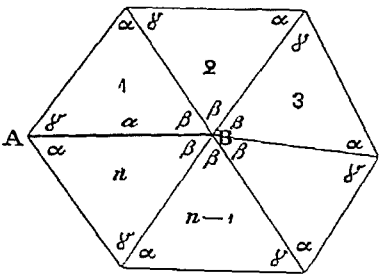
2) Затѣмъ выполняется условіе сторонъ и логариѳмъ перваго произведенія получится меньше логариѳма второго на 6 единицъ послѣдняго десятичнаго знака; вмѣстѣ съ тѣмъ сумма $[\delta]$ для измѣненія угловъ на $1'$ получилась $+44$; почему

$$\tau = \frac{+6}{+44} = 0{,}136' = 8'',2$$

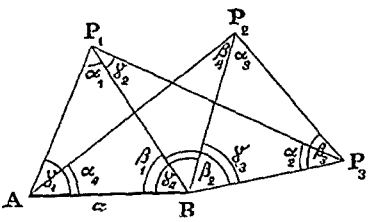
Предыдущій пріемъ не измѣнится, если имѣемъ такъ называемую *центральную* систему треугольниковъ, какъ, напр., на черт. 629. Такъ какъ здѣсь начальная данная сторона a совпадаетъ съ конечною b, то условіе сторонъ будетъ

$$\sin\alpha_1 \sin\alpha_2 \ldots\ldots \sin\alpha_n = \sin\gamma_1 \sin\gamma_2 \ldots\ldots \sin\gamma_n$$

Начальная и конечная данныя стороны могутъ совпадать, но углы около одной изъ точекъ данной стороны могутъ и не заполнять всего горизонта; такой случай изображенъ на черт. 630. Не дѣлая здѣсь вы-



Черт. 629.



Черт. 630.

вода формулъ поправокъ, весьма схожаго съ предыдущимъ, замѣтимъ только, что эти поправки представятся въ нѣсколько иномъ видѣ, а именно:

$$(B) = \frac{f_1 + f_2 - f_3 - f_4 - 3f_B}{8}$$

$$(1) = -\frac{1}{3}(B) - \frac{1}{3}f_1$$

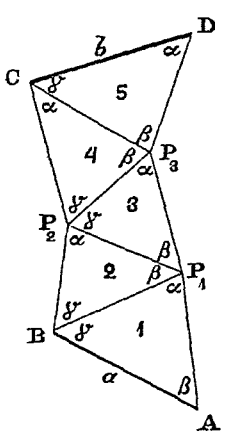
$$(2) = -\frac{1}{3}(B) - \frac{1}{3}f_2$$

$$(3) = +\frac{1}{3}(B) - \frac{1}{3}f_3$$

$$(4) = +\frac{1}{3}(B) - \frac{1}{3}f_4.$$

Условіе сторонъ будетъ то же, что и прежде.

Точно такъ же не будемъ подробно разсматривать исправленіе угловъ въ томъ случаѣ, когда начальная и конечная данныя стороны не совпадаютъ и не пересѣкаются, а связаны между собою сѣтью вновь вставленныхъ треугольниковъ, какъ напр., на черт. 631. Здѣсь вмѣсто условія горизонта имѣемъ



Черт. 631.

$$(BA) - (DC) + \beta_1 + (\alpha_1 + \beta_2 + \beta_3) + (\alpha_3 + \beta_4 + \beta_5) + \alpha_5 - 4\pi = 0$$

Это есть условіе полигона BAP_1P_3DC. Послѣ его удовлетворенія будетъ само собою удовлетворено и условіе полигона BP_2C. Обозначимъ опять чрезъ (B) поправку въ углахъ, которую нужно сдѣлать для удовлетворенія предыдущему условію. Въ виду того, что въ каждомъ изъ треугольниковъ 1, 3 и 5 находятся два угла α и β, входящіе въ условіе полигона, а треугольники 2 и 4 имѣютъ только по одному такому углу, а именно β, и такъ какъ всѣхъ угловъ

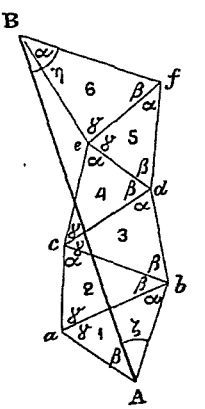
треугольниковъ въ полигонѣ BAP_1P_3DC имѣется 8, то уравненія для опредѣленія поправокъ угловъ будутъ:

$$\begin{aligned}
8(B)+2(1)+(2)+2(3)+(4)+2(5)+f_B&=0\\
3(1)+2(B)+f_1&=0\\
3(2)+(B)+f_2&=0\\
3(3)+2(B)+f_3&=0\\
3(4)+(B)+f_4&=0\\
3(5)+2(B)+f_5&=0
\end{aligned}$$

Рѣшеніе этихъ уравненій, а также и удовлетвореніе условію сторонъ, которое въ этомъ случаѣ имѣетъ прежній видъ, производится такъ же, какъ и прежде.

Для уравновѣшиванія погрѣшностей угловъ при вставкѣ треугольниковъ между пунктами положимъ, что данные пункты A и B (черт. 632) и что между ними вставлена система треугольниковъ: 1, 2....6. Здѣсь должны быть соблюдены: 1) условія треугольниковъ

$$\begin{aligned}
\alpha_1+\beta_1+\gamma_1&=180^0 \qquad \alpha_4+\beta_4+\gamma_4=180^0\\
\alpha_2+\beta_2+\gamma_2&=180^0 \qquad \alpha_5+\beta_5+\gamma_5=180^0\\
\alpha_3+\beta_3+\gamma_3&=180^0 \qquad \alpha_6+\beta_6+\gamma_6=180^0
\end{aligned}$$



Черт. 632.

и 2) условіе полигона $AbdfBA$

$$\zeta+(\alpha_1+\beta_2+\beta_3)+(\alpha_3+\beta_4+\beta_5)+(\alpha_5+\beta_6)+\eta=3\times 180^0.$$

Поэтому при распредѣленіи погрѣшностей угловъ треугольниковъ нужно соблюсти также и условіе полигона, а при соблюденіи условія полигона нужно имѣть въ виду и погрѣшности угловъ треугольниковъ. Вслѣдствіе этого во всѣ условія треугольниковъ нужно ввести поправку угловъ полигона столько разъ, сколько входитъ въ треугольники угловъ, принадлежащихъ вмѣстѣ съ тѣмъ и полигону, а въ условіе полигона надо ввести поправки входящихъ въ него угловъ треугольниковъ; на нашемъ чертежѣ 10 такихъ угловъ. Такъ какъ въ треугольники 1, 2, 4, 6 входитъ по одному углу, принадлежащему также и полигону, а въ треугольники 3 и 5 входитъ по два такихъ угла, то, обозначивъ поправки ихъ черезъ (s), уравненія, опредѣляющія поправки угловъ, будутъ

$$\left.\begin{aligned}
3(1)+(s)+f_1&=0 \qquad 3(4)+(s)+f_4=0\\
3(2)+(s)+f_2&=0 \qquad 3(5)+2(s)+f_5=0\\
3(3)+2(s)+f_3&=0 \qquad 3(6)+(s)+f_6=0\\
10(s)+(1)+(2)+2(3)+(4)+2(5)+(6)+f_s&=0,
\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \text{(I)}$$

гдѣ $f_1, f_2, \ldots f_6, f_s$ имѣютъ тѣ же значенія, что и прежде.

Для опредѣленія отсюда неизвѣстныхъ (1), (2).... (6), (s), выведемъ сначала изъ этихъ уравненій:

$$\left.\begin{aligned}
(1) &= -\frac{1}{3}(s) - \frac{1}{3}f_1 \\
(2) &= -\frac{1}{3}(s) - \frac{1}{3}f_2 \\
2(3) &= -\frac{4}{3}(s) - \frac{2}{3}f_3 \\
(4) &= -\frac{1}{3}(s) - \frac{1}{3}f_4 \\
2(5) &= -\frac{4}{3}(s) - \frac{2}{3}f_5 \\
(6) &= -\frac{1}{3}(s) - \frac{1}{3}f_6,
\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (II)$$

а потомъ, взявъ сумму и подставивъ ее въ послѣднее изъ уравненій (I), имѣемъ

$$10(s) - 4(s) - \frac{1}{3}(f_1 + f_2 + 2f_3 + f_4 + 2f_5 + f_6) + f_s = 0.$$

Откуда

$$(s) = \frac{f_1 + f_2 + 2f_3 + f_4 + 2f_5 + f_6 - 3f_s}{18}.$$

Зная (s), по (II) найдемъ поправки для угловъ треугольниковъ.

§ 338. Пользованіе тригонометрическою сѣтью для съемокъ. Пунктами тригонометрической сѣти пользуются какъ во время угломѣрной, такъ и при производствѣ мензульной съемки.

При мензульной съемкѣ, основанной на тригонометрической сѣти, накладываются на отдѣльные мензульные листы точки сѣти по ихъ координатамъ, подобно тому, какъ это указано было въ § 148, стр. 278, на чертежѣ 206; разстояніе между двумя нанесенными на планшетъ пунктами тригонометрической сѣти принимается за базисъ, по которому и составляется геометрическая сѣть для съемки подробностей. Составляя геометрическую сѣть и опредѣляя ея пункты засѣчками (прямой и обратной), стараются, гдѣ это только возможно, прежде всего сдѣлать засѣчки по тригонометрическимъ пунктамъ, положеніе которыхъ уже имѣется на мензулѣ, а затѣмъ уже пользоваться опредѣленными точками геометрической сѣти. При съемкѣ контуровъ, если точка стоянія съ мензулой (*станція*) не представляетъ собою опорной точки, т.-е. пункта тригонометрической или геометрической сѣти, положеніе ея опредѣляется или обратной засѣчкой, или по задачѣ Потенота, причемъ пользуются предпочтительно пунктами тригонометрической сѣти. Если станція взята по мѣстнымъ условіямъ, вблизи пункта сѣти, то стремятся провѣрить положеніе станціи *промѣромъ* стальной лентой до пункта сѣти [1]).

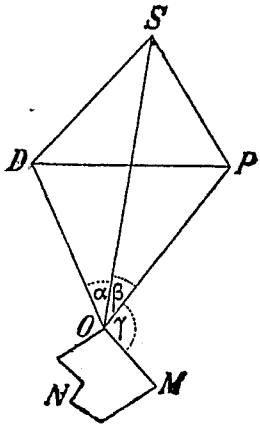
---

[1]) Болѣе подробно о составленіи „*дополнительной сѣти*“ на мензулѣ см. „Курсъ низшей геодезіи“ *А. Бикъ*, часть I, § 161.

Съемка участка угломѣрнымъ инструментомъ будетъ основана на предварительно составленной тригонометрической сѣти, если работа начинается и оканчивается *привязкою* къ пунктамъ сѣти точекъ окружной границы участка. Привязать точку окружной границы къ сѣти значитъ найти ея координаты относительно осей координатъ сѣти. Координаты привязанныхъ точекъ [1]) *не* подлежатъ измѣненію, координаты же всѣхъ промежуточныхъ между ними точекъ окружной границы вычисляются въ зависимости отъ координатъ привязанныхъ (см. § 117).

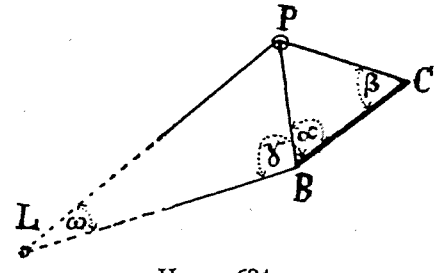
Привязка къ пунктамъ тригонометрической сѣти дѣлается или *помощію простыхъ промѣровъ*, если точка сѣти незначительно удалена отъ привязываемой, или *на основаніи задачи Потенота и Ганзена.* [2])

Способъ промѣровъ состоитъ въ томъ, что въ пунктѣ O (черт. 633) окружной границы участка OMN измѣряютъ *примычный* уголъ γ, а въ пунктѣ P сѣти подобный же уголъ OPS или OPD и, кромѣ того, измѣряютъ длину прямой OP. Если прямую проложить невозможно, то прокладываютъ полигонный ходъ между точками O и P съ вышеуказанными примычными углами въ точкахъ O и P.



Черт. 633.

Если въ пунктъ P сѣти встать нельзя, то близъ него избираютъ вспомогательную точку B (черт. 634) и по координатамъ точекъ P и L сѣти, а также по измѣреннымъ базису BC и угламъ α, β и γ вычисляютъ координаты точки B. Такой пріемъ носитъ иногда названіе *перенесенія* или *передачи координатъ съ вершины сигнала на землю.*



Черт. 634.

Пусть координаты точки P даны: x_p, y_p

„ L „ x_l, y_l

а координаты точки B ищутся: x_b, y_b.

Онѣ будутъ

$$x_b = x_p + PB \,.\, Cos\ (PB)$$
$$y_b = y_p + PB \,.\, Sin\ (PB)$$

Точка L предполагается видимой изъ точки B. Опредѣлимъ длину BP и азимутъ (PB).

Углы α и β измѣряютъ при концахъ такого базиса BC, для котораго они приблизительно равны 60°; тогда изъ треугольника PBC находятъ искомое разстояніе PB; оно будетъ

$$PB = BC \,.\, \frac{Sin\,\beta}{Sin\,(\alpha+\beta)}.$$

Азимутъ

$$(PB) = (PL) - LPB = (PL) - 180^0 - (\gamma - \alpha) - \omega];$$

[1]) Вычисленныя изъ привязки.

[2]) Для привязки по задачѣ Потенота точки O (черт. 633) границы OMN участка, необходимо помимо угловъ α и β, смѣрить и примычный уголъ γ, тогда азимутъ стороны OM полигона будетъ $(OM) = (OP) + \gamma$.

Въ задачѣ Ганзена примычнымъ угломъ можетъ служить или β, или γ.

здѣсь азимутъ (PL) вычислится по формулѣ:

$$tg\,(PL) + \frac{y_l - y_p}{x_l - x_p},$$

а уголъ ω найдется изъ треугольника BPL, въ которомъ имѣемъ

$$PB : PL = Sin\ \omega : Sin\,(\gamma - \alpha);$$

откуда

$$Sin\ \omega = (PB : PL) \times Sin\ (\gamma - \alpha)$$

или, по малости PB сравнительно съ PL, полагаемъ $Sin\ \omega = \omega'\ Sin\ 1'$ и находимъ

$$\omega' + (PB) : PL) = \frac{Sin\ (\gamma - \alpha}{Sin\ 1'}$$

Повѣркою для вычисленныхъ координатъ x_b и y_b служитъ азимутъ (LB), который вычислится по формулѣ

$$tg(LB) = \frac{y_b - y_l}{x_b - x_l};$$ причемъ должно быть $(LB) - (LP) = \omega.$

Когда съ земли нельзя смѣрить угла γ или, все равно, $(\gamma - \alpha)$, а это иногда имѣетъ мѣсто при съемкѣ городовъ, то измѣряютъ на окнѣ колокольни уголъ и приводятъ его къ вершинѣ P сигнала [1]), а затѣмъ уже по приведенному углу LPB находятъ азимутъ

$$(PB) = (PL) - LPB.$$

Геодезическое или тригонометрическое нивеллированіе.

§ 339. Высоты точекъ и средній уровень. Такъ какъ положеніе точки въ пространствѣ опредѣляется тремя координатами, то и положеніе какой-нибудь точки на физической поверхности земли нельзя считать окончательно опредѣленнымъ до тѣхъ поръ, пока, кромѣ широты и долготы, не будетъ еще дана ея *высота*, подъ которою разумѣютъ *кратчайшее разстояніе точки отъ поверхности океана,* мысленно продолженной подъ всѣми материками. Хотя уровень воды морей и океановъ безпрерывно мѣняется отъ приливовъ и отливовъ, вѣтровъ, теченій, перемѣнъ въ давленіи атмосферы и пр., однако, продолжительныя наблюденія у береговъ показали, что измѣненія уровня совершаются, вообще говоря, въ довольно тѣсныхъ предѣлахъ, и *средній уровень воды* не только въ каждой береговой точкѣ; но и во всѣхъ океанахъ и открытыхъ моряхъ, *для практическихъ цѣлей* можно считать одинаковымъ.

Такимъ образомъ, *высотою точки физической поверхности земли называется ея превышеніе надъ среднимъ уровнемъ океановъ,* причемъ высоты считаются по отвѣснымъ линіямъ соотвѣтствующихъ точекъ. Эти высоты называются *абсолютными*, въ отличіе отъ *относительныхъ*, которыя представляютъ превышенія одной точки надъ другою или кратчайшія разстоянія между уровенными поверхностями двухъ данныхъ точекъ.

[1]) См. § 101.

§ 340. Тригонометрическое нивеллированіе. Геодезическими работами опредѣляются лишь *разности высотъ точекъ*, довольно близкихъ и *взаимно видимыхъ*. Если въ странѣ опредѣлены разности высотъ многихъ смежныхъ точекъ, то, принявъ любую изъ нихъ за *начальную*, простою алгебраическою суммировкою не трудно вывести ихъ относительныя высоты, а когда работа будетъ доведена до океана и опредѣлится этой дополнительной работой абсолютная высота начальной точки, то легко перевести всѣ эти относительныя высоты въ абсолютныя: нужно лишь ко всѣмъ относительнымъ высотамъ придать абсолютную высоту начальной точки; за начальную точку выбирается точка, лежащая близъ уровня моря.

Мы уже знаемъ, что существуетъ нѣсколько способовъ для опредѣленія разности высотъ точекъ земной поверхности [1]); остановимъ наше вниманіе на опредѣленіи разности высотъ точекъ земной поверхности, значительно удаленныхъ другъ отъ друга, напр., точекъ, входящихъ въ составъ тригонометрической сѣти; при тріангуляціяхъ примѣняется одинъ изъ простѣйшихъ пріемовъ, основанный на измѣреніи зенитныхъ разстояній и называемый *тригонометрическимъ* или *геодезическимъ нивеллированіемъ;* кромѣ зенитныхъ разстояній тутъ требуется знать еще горизонтальное разстояніе между наблюдаемою точкою и точкою наблюденія, которое для точекъ тріангуляціи, конечно, всегда извѣстно. Такимъ образомъ тригонометрическимъ нивеллированіемъ называется опредѣленіе разности высотъ точекъ земной поверхности изъ наблюдаемыхъ зенитныхъ разстояній и извѣстныхъ изъ тріангуляціи горизонтальныхъ разстояній между пунктами сѣти.

§ 341. Объ измѣреніи зенитныхъ разстояній. Для измѣренія зенитныхъ разстояній при тріангуляціяхъ служитъ *вертикальный кругъ* большого повторительнаго теодолита или универсальнаго инструмента.

Плоскость лимба вертикальнаго круга всегда перпендикулярна къ горизонтальной оси вращенія трубы, съ которой онъ наглухо скрѣпленъ; вслѣдствіе чего *любой діаметръ* (напр., подписанный 0^0—^{0180}, — нулевой діаметръ) *лимба описываетъ тотъ же уголъ въ вертикальной плоскости, при вращеніи зрительной трубы, что и оптическая* (визирная) *ось трубы.*

Верньеры вертикальнаго круга или микроскопы закрѣпляются или у подставки трубы (у трегера) или, какъ у кипрегелей В.-Т. О. Главнаго Штаба, насаживаются на горизонтальную ось вращенія трубы и имѣютъ свой микрометренный винтъ. (См. стр. 137, черт. 126; или стр. 140, черт. 126 с; или стр. 595 и 596, черт. 379 и 380).

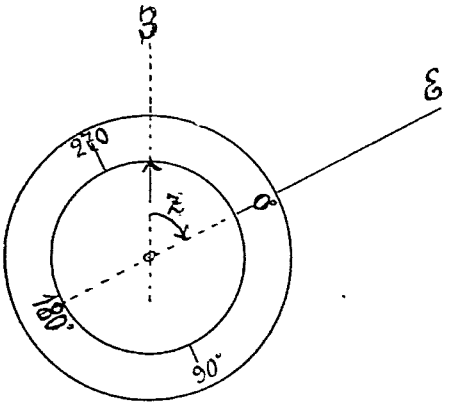
Для установки алидаднаго круга въ одно и то же положеніе относительно отвѣсной линіи (отъ которой считаютъ зенитныя разстоянія) или для того, чтобы замѣчать отклоненія нулевого его діаметра отъ вертикальной линіи,—къ алидадному кругу прикрѣпляется уровень.

Для измѣренія зенитнаго разстоянія какой-либо точки нужно 1) привести лимбъ вертикальнаго круга въ совмѣщеніе съ отвѣсной плоскостью, проходящею черезъ данную точку и 2), отсчитавъ на лимбѣ число граду-

[1]) См. главу о геометрическомъ нивеллированіи и тахеометріи, а также главу о барометрическомъ нивеллированіи.

совъ, минутъ и секундъ при наведеніи визирной оси трубы сперва на данную точку, а затѣмъ на точку зенита, взять *разность* отсчетовъ, которая и дастъ на инструментѣ искомое зенитное разстояніе z.

Если отсчетъ, соотвѣтствующій точкѣ зенита, будетъ *М. З.* (мѣсто зенита), а отсчетъ при наведеніи на данную точку — *К. Пр.* (при кругѣ право) или *К. Л.* (при кругѣ лѣво), то, при направленіи подписи дѣленій лимба по ходу часовой стрѣлки, зенитное разстояніе z будетъ (черт. 635)



Черт. 635.

$$\text{или}\quad \left.\begin{aligned} z &= М.\ З. - К.\ Пр. \\ z &= К.\ Л. - М.\ З. \end{aligned}\right\} \ldots (I)$$

$$z = \frac{К.\ Л. - К.\ Пр.}{2} \quad \ldots (I)'$$

Если же подпись дѣленій пойдетъ въ противоположную сторону, то

$$\text{или}\quad \left.\begin{aligned} z &= К.\ П. - М.\ З. \\ z &= М.\ З. - К.\ Л. \end{aligned}\right\} \ldots (II)$$

$$z = \frac{К.\ П. - К.\ Л.}{2} \quad \ldots (II)'$$

Для опредѣленія мѣста зенита (*М. З.*) достаточно сдѣлать два наведенія на одинъ и тотъ же предметъ: одинъ разъ при *К. Пр.*, а другой — при *К. Л.*, тогда изъ равенствъ (I) или (II) найдемъ, что

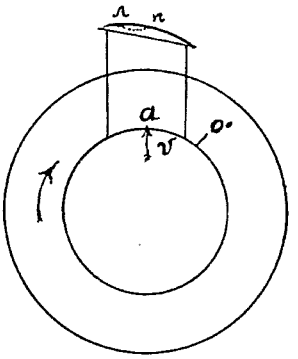
$$М.\ З. = \frac{К.\ Пр. + К.\ Л.}{2} \quad \ldots (III)$$

Такъ какъ *М. З.* всегда близко къ 0° или къ 360°, то иногда приходится къ *М. З.*, найденному по формулѣ (III) придавать 180° или то же самое къ суммѣ *К. Пр.* + *Кр. Л.* (въ числителѣ) придавать 360°. Чтобы не дѣлать ошибку въ 180°, при опредѣленіи мѣста зенита, достаточно направить трубу объективомъ вверхъ, примѣрно къ зениту, и посмотрѣть,—на какомъ отсчетѣ стоитъ первый верньеръ. Та же градусная величина должна получаться и по формулѣ (III).

Такъ какъ отсчеты на лимбѣ по верньерамъ алидаднаго круга (или по микроскопамъ коромысла) слѣдуетъ читать при опредѣленномъ положеніи алидады относительно отвѣсной линіи, то за такое положеніе алидады слѣдуетъ, напр., принимать то, при которомъ пузырекъ уровня алидады находится на его серединѣ (какъ это мы дѣлали съ кипрегелемъ В.-Т. О. Главнаго Штаба) или же дѣлать отсчеты по концамъ пузырька уровня для опредѣленія уклоненія нулевого діаметра алидады отъ отвѣснаго положенія (см. замѣчаніе объ отсчетахъ вертикальныхъ угловъ на нивеллиръ-теодолитѣ) и вводить поправку за наклонъ i оси уровня по извѣстной намъ формулѣ

$$i = \frac{п + л}{2}\eta''.$$

Если дѣленія на уровнѣ идутъ въ обѣ стороны отъ середины трубки, и мы условимся всегда *поправку* (съ ея знакомъ) *придавать* къ отсчету по лимбу, то, при расположеніи подписи дѣленій на лимбѣ по ходу часовой стрѣлки, отсчетъ по лѣвому концу пузырька долженъ быть со знакомъ минусъ (—). Въ этомъ легко убѣдиться изъ разсмотрѣнія чертежа 636. Пусть приподнятъ лѣвый конецъ уровня, тогда наклонъ i будетъ (по общей формулѣ)



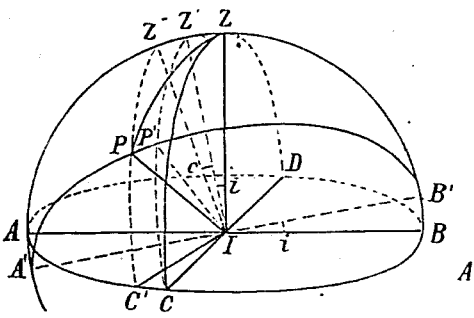
Черт. 636.

$$i = \frac{л + п}{2}\eta''.$$

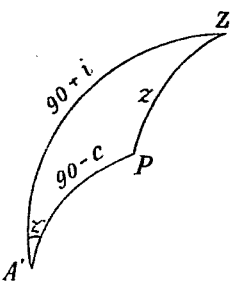
Для того, чтобы исправить невѣрно сдѣланный отсчетъ a по верньеру v алидады, слѣдуетъ алидадный кругъ наклонять влѣво до тѣхъ поръ, пока пузырекъ уровня станетъ на середину трубки, т. е., при подписи дѣленій лимба по ходу часовой стрѣлки, сдѣланный отсчетъ a по верньеру слѣдуетъ уменьшить, или иначе наклонъ i (который придается къ a) долженъ выдти со знакомъ минусъ, это возможно, когда $л$ будетъ со знакомъ —, а $п$ — со знакомъ +.

§ 342. О вліяніи инструментальныхъ ошибокъ на измѣряемыя зенитныя разстоянія. Разсмотримъ сперва вліяніе двухъ ошибокъ: наклона i горизонтальной оси вращенія трубы и коллимаціонной ошибки c зрительной трубы.

Пусть I (черт. 637) есть точка стоянія съ инструментомъ, около которой описана сфера произвольнаго радіуса и ACB — горизонтальная плоскость, а Z — зенитъ. Горизонтальная ось теодолита вмѣсто истиннаго направленія AB занимаетъ наклонное положеніе $A'B'$, образуя съ AB уголъ $i = B\dot{I}B'$.



Черт. 637.



Черт. 638.

Вслѣдствіе этой ошибки визирная ось опишетъ плоскость $Z'P'C'$, перпендикулярную къ $A'B'$, причемъ $Z'\dot{I}Z + i$.

Благодаря же присутствію коллимаціонной ошибки c визирная ось опишетъ коническую поверхность $Z''PC'$ и вмѣсто дуги $P'Z'$ опишетъ дугу параллельнаго круга $Z''P$. И если P—есть точка визированія, то, вмѣсто истиннаго зенитнаго разстоянія $Z\dot{I}P = z$, на инструментѣ отъ положенія $\dot{I}Z'$ до положенія $\dot{I}P'$ прочтется уголъ $Z'\dot{I}'P = z'$. Но такъ какъ $A'B' \perp \dot{I}Z'$ то сферическій уголъ $ZA'P = z'$ и въ треугольникъ $Z'A'P$ (черт. 638) стороны соотвѣтственно будутъ

$$A'Z = 90^0 + i \qquad A'P = 90^0 - c \qquad ZP = z.$$

По основной формулѣ сферической тригонометріи получимъ:

$$\cos ZP = \cos A'Z \cdot \cos A'P + \mathrm{Sin}\, A'Z \cdot \mathrm{Sin}\, A'P \cdot \cos A',$$

или

$$\cos z = -\mathit{Sin}\, i \,.\, \mathit{Sin}\, c + \cos i \,.\, \cos c \,.\, \cos z'.$$

Разлагая въ ряды *Sin* и *cos* малыхъ величинъ i и c до вторыхъ степеней, получимъ

$$\cos z = -i \,.\, c + \left(1 - \frac{i^2}{2}\right)\left(1 - \frac{c^2}{2}\right)\cos z'$$

или, отбрасывая членъ съ $i^2 c^2$, находимъ

$$\cos z - \cos z' = -i \,.\, c - \frac{i^2 + c^2}{2} \,.\, \cos z',$$

а, замѣняя $\cos z - \cos z' = -2\, \mathit{Sin}\frac{z - z'}{2} \,.\, \mathit{Sin}\frac{z + z'}{2}$ и допуская, что $\frac{z + z'}{2} = z'$, вслѣдствіе близости этихъ величинъ между собою, найдемъ

$$2\, \mathit{Sin}\frac{z - z'}{2} = \frac{i^2 + c^2}{2} \mathit{ctg} z' + \frac{i \,.\, c}{\mathit{Sin}\, z'} \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(I)}$$

По малости $z - z'$ допускаемъ, что

$$2\, \mathit{Sin}\frac{z - z'}{2} = (z - z')\, \mathit{Sin}\, 1'',$$

а потому, выражая всѣ члены равенства (I) въ секундахъ дуги, получаемъ

$$\mathit{Sin}\, 1''\ (z - z') = \frac{c^2 + i^2}{2} \mathit{ctg}\, s' \,.\, \mathit{Sin}^2 1'' + \frac{i\, c}{\mathit{Sin}\, z'} \,.\, \mathit{Sin}^2 1'',$$

или

$$z - z' = \frac{c^2 + i^2}{2} \mathit{ctg}\, z' \,.\, \mathit{Sin}\, 1'' + \frac{i\, c}{\mathit{Sin}\, z'} \,.\, \mathit{Sin}\ 1'' \ldots\ldots \text{(II)}$$

Если принять во вниманіе еще наклонъ v вертикальной оси и искать его вліяніе на зенитное разстояніе, то, какъ и раньше (стр. 126, § 91), можно наклономъ v объяснять порождаемый имъ частичный наклонъ i' горизонтальной оси, т.-е. опять полагать

$$i' = v \,.\, \cos\varphi$$

и вмѣсто i въ формулѣ (II) брать $i + i'$, т.-е.

$$z - z' = \frac{(i + v \,.\, \cos\varphi)}{\mathit{Sin}\, z'} \,.\, c \,.\, \mathit{Sin}\, 1'' + \frac{(i + v \,.\, \cos\varphi)^2 + c^2}{2} \,.\, \mathit{ctg}\, z' \,.\, \mathit{Sin}\, 1''$$

или

$$z - z' = \frac{i^2 + c^2 + v^2 \,.\, \cos^2\varphi}{2} \,.\, \mathit{ctg}\, z' \,.\, \mathit{Sin}\, 1'' + \frac{ic + vc \,.\, \cos\varphi + i \,.\, v \,.\, \cos\varphi \,.\, \cos z'}{\mathit{Sin}\, z'} \,.\, \mathit{Sin}\, 1''.$$

Формула эта показываетъ, что лишь при малыхъ зенитныхъ разстояніяхъ инструментальныя ошибки будутъ вліять на измѣряемыя зенитныя разстоянія

Полагая $\varphi = 0^0 - 180^0$, а $i = 1'$; $c = 1'$ и $v = 1'$, при $z = 1^0$, найдемъ $z - z'$ около $4''$; при $z = 10^0$ разность $z - z' < 0'',5$. Поэтому вліяніе инструментальныхъ ошибокъ не принимаютъ во вниманіе при z', близкомъ къ 10^0, а инструментъ при этомъ стараются вывѣрить такъ, чтобы i, v и c были по возможности минимальны.

§ 343. Основная формула. При небольшихъ разстояніяхъ на земной поверхности разность высотъ двухъ конечныхъ точекъ или, какъ говорятъ,

превышеніе одной точки надъ другою опредѣляется (черт. 639) хорошо намъ извѣстной формулой

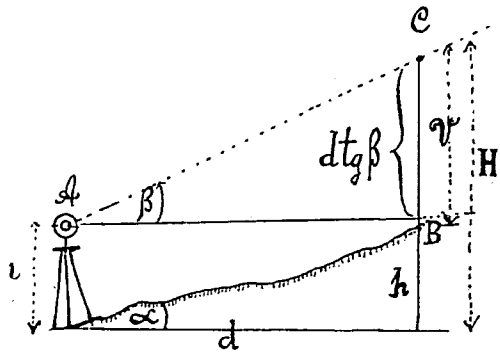
$$h = d \,.\, tg\alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

гдѣ h есть превышеніе точки B надъ M; d — горитонтальное разстояніе и α — уголъ наклоненія. Разность же уровней H точекъ M и C будетъ тогда извѣстна, когда будемъ знать величину V высоты точки C надъ землею и высоту инструмента i надъ землей, кромѣ угла β и разстоянія d,

$$H = h + V = i + d\ tg\beta \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

откуда превышеніе точки B надъ M

$$h = d\ tg\beta + i - V \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2')$$



Черт. 639.

Формулы, опредѣляющія H и h будутъ справедливы до тѣхъ поръ, пока разстояніе d незначительно. Съ увеличеніемъ разстоянія между нивеллируемыми точками формулы эти нарушатся, во 1-хъ, отъ вліянія кривизны земли, а во 2-хъ отъ преломленія луча свѣта въ атмосферѣ, или отъ, такъ называемой, рефракціи.

Обѣ эти причины собственно будутъ вліять на величину угла α; величина же разстоянія, даже въ томъ случаѣ, когда бокъ (сторона треугольника) тригонометрической сѣти достигнетъ 20 верстъ, измѣнится подъ дѣйствіемъ кривизны земли столь мало, что вліяніе этого измѣненія на величину h будетъ совершенно неощутительно. Изслѣдуемъ подробнѣе вліяніе указанныхъ выше двухъ факторовъ на величину h.

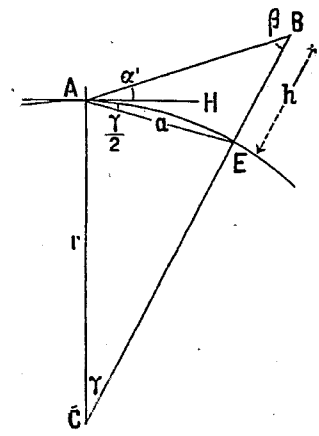
а) *Поправка отъ кривизны земли.* Вліяніе кривизны земли (принимаемой за сферу) на данное разстояніе было уже нами разсмотрѣно въ введеніи къ настоящему курсу. Упомянемъ о немъ еще разъ. Обозначимъ черезъ γ (черт. 640) уголъ при центрѣ земли, тогда уголъ, составленный хордой AE и касательной AH будетъ $\frac{1}{2}\gamma$.

Покажемъ прежде всего, что разность между дугою AE и ея хордою *при разстояніи въ 20 верстъ* будетъ незначительна. Обозначимъ радіусъ земли черезъ r, тогда $\smile AE = \gamma . r$, а $\frac{1}{2}\overline{AE} = r \,.\, Sin\,\frac{1}{2}\gamma$. Разложивъ $Sin\,\frac{1}{2}\gamma$ по строкѣ Тайлора, получимъ:

$$Sin\,\frac{1}{2}\gamma = \frac{\gamma}{2} - \frac{1}{2.3}\left(\frac{\gamma}{2}\right)^3 + \frac{1}{2.3.4.5}\left(\frac{\gamma}{2}\right)^5 - \ldots$$

откуда по умноженіи на $2r$ будетъ

$$\overline{AE} = r\gamma - \frac{r}{3}\left(\frac{\gamma}{2}\right)^3 + \frac{r}{1.3.4.5}\left(\frac{\gamma}{2}\right)^5 - \ldots$$



Черт. 640.

и разность между дугою AE и хордою AE выразится чрезъ

$$\overset{\smile}{AE} - \overline{AE} = \frac{r}{24}\gamma^3 - \frac{r}{1920}\gamma^5,$$

но $\gamma = \frac{\overset{\smile}{AE}}{r}$, а потому

$$\overset{\smile}{AE} - \overline{AE} = \frac{r}{24}\left(\frac{\overset{\smile}{AE}}{r}\right)^3 - \frac{r}{1920}\left(\frac{\overset{\smile}{AE}}{r}\right)^5 \ldots\ldots\ldots (3)$$

принявъ $r = 6000$ верстъ, найдемъ, что искомая разность будетъ меньше $\frac{1}{108000}$ версты (около $\frac{1}{2}$ дюйма), а такая величина не можетъ, очевидно, имѣть никакого вліянія на величину h.

Итакъ, на h вліяетъ только измѣненіе угла α. Принимая во вниманіе, что уголъ между касательной AH и хордою AE есть $\frac{1}{2}\gamma$, мы изъ ΔABE, въ которомъ $BE = h$, найдемъ, что

$$\frac{h}{AE} = \frac{Sin\left(\alpha' + \frac{\gamma}{2}\right)}{Sin\ B}$$

Уголъ B найдется изъ $\triangle\ CAB$, а именно

$$\gamma + 90^0 + \alpha' + B = 180^0$$

и

$$B = 90^0 - (\gamma' + \alpha').$$

Вслѣдствіе чего

$$\frac{h}{AE} = \frac{Sin\left(\alpha' + \frac{\gamma}{2}\right)}{cos\ (\alpha' + \gamma}$$

Раскладывая *sin* и *cos* въ рядъ по формулѣ

$$f\ (x+h) = f\ (x) + hf'\ (x) + \ldots\ .$$

можно ограничиться для *sin* двумя членами разложенія, а для *cos* однимъ членомъ разложенія, такъ какъ уголъ γ даже при $AE = 20$ вер. всего около $12'$; ($1^0 = 100$ вер.).

Сдѣлавъ разложеніе и обозначая длину AE черезъ a найдемъ:

$$\frac{h}{a} = \frac{Sin\alpha' + \frac{\gamma}{2}Cos\alpha'}{Cos\alpha'}$$

или окончательно:

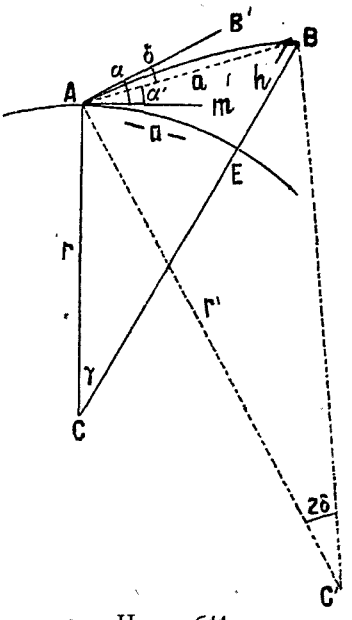
$$h = a'\ tg\alpha' + a\frac{\gamma}{2}.$$

Зная, что $\gamma = \frac{a}{r}$ получаемъ въ окончательномъ видѣ

$$h = a\ tg\alpha' = \frac{a^2}{2r}; \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

$\frac{a^2}{2r}$ и есть поправка отъ кривизны земли. Она, какъ и слѣдовало ожидать, сохранила свой прежній видъ, дѣйствуя *прямо пропорціонально квадрату разстоянія a.*

b) *Поправка отъ рефракціи.* Явленіе рефракціи заключается, во-1-хъ, въ искаженіи прямолинейнаго луча свѣта BA (черт. 641) въ кривую BA вслѣдствіе различной плотности слоевъ воздуха, и, во 2-хъ, въ томъ, что наблюдатель въ точкѣ A увидитъ точку B по направленію послѣдняго элемента кривой, т. е. по направленію прамой AB' линіи визированія. Вслѣдствіе этого мы вмѣсто того, чтобы измѣрить уголъ $B'Am' = \alpha'$ измѣряемъ уголъ $B'Am' = \alpha' + \delta$. Для того, чтобы возможно было, измѣривъ уголъ $\alpha = \alpha' = \delta$, примѣнить формулу (4), необходимо опредѣлить величину угла δ, который и есть уголъ рефракціи. Разность уровней $BE = h$ точекъ A и B бываетъ обыкновенно не велика, а слѣдовательно, и плотности слоевъ воздуха, въ которыхъ лежатъ эти точки, мало разнятся между собою. Въ виду этого, можно дугу AB рефракціонной кривой принять за дугу круга и притомъ круга весьма незначительной кривизны, потому что, на основаніи только что сказаннаго, лучъ отъ A до B проходитъ почти въ однородной средѣ и, слѣдовательно, почти не преломится. Мало того, такъ какъ точки B и E находятся очень близко одна отъ другой, сравнительно съ разстояніемъ ихъ отъ A, то можно принять, что дуги $\overset{\smile}{AB}$ и $\overset{\smile}{AE}$ равны между собою, т. е. $\overset{\smile}{AB} = \overset{\smile}{AE} = a$.



Черт. 641.

Пусть C' есть центръ дуги AB и r' — ея радіусъ. Тогда на основаніи всего сказаннаго мы можемъ написать, что:

$$AB = 2\delta \cdot r' = a,$$

откуда

$$\gamma = \frac{a}{2r'} = \frac{1}{r'} \cdot \frac{a}{2}.$$

Такъ какъ $a = \delta \cdot r$, то

$$\delta = \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{r'} = \frac{1}{r'} \cdot \frac{\gamma r}{2} = \frac{r}{r'} \cdot \frac{\gamma}{2}.$$

Если возможно дѣлать вышеуказанныя допущенія для каждой стороны тригонометрической сѣти, то отношеніе $\frac{r}{r'}$ *можно считать постоянною величиною.* Обозначимъ это отношеніе черезъ k, тогда

$$\frac{1}{r'} = \frac{k}{r}$$

и

$$\delta = \frac{1}{r'} \cdot \frac{a}{2} = \frac{k \cdot a}{2r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

а слѣдовательно, если $\alpha' = \alpha - \delta = \alpha - \frac{k \cdot a}{2r}$, то $tg\alpha' = tg\left(\alpha - \frac{k \cdot a}{2r}\right)$.

Изъ опредѣленія величины k оказалось, что k въ среднемъ равно приблизительно 0,13. Но въ такомъ случаѣ даже при $a = 30$ верстамъ:

$$\frac{k \cdot a}{2r} = \frac{0{,}13 \cdot 30}{12000} = \frac{13}{40000} = \frac{1}{3000} = 1',$$

слѣдовательно, рефракціонный уголъ $\frac{k \cdot a}{2r}$ есть вообще величина весьма малая. А изъ формулы тригонометріи

$$tg(\alpha - x) = \frac{tg\alpha - tgx}{1 + tg\alpha \cdot tgx}$$

мы видимъ, что если x есть величина весьма малая, а α тоже величина не большая, то въ знаменателѣ второй членъ, какъ величину 2-го порядка можно отбросить, а въ числителѣ tgx — замѣнить первымъ членомъ разложенія tgx въ рядъ, причемъ сама формула въ этомъ случаѣ приметъ видъ [1])

$$tg(\alpha - x) = tg\alpha - x.$$

Примѣняя эту формулу къ нашему случаю, будемъ имѣть:

$$tg\alpha' = tg\alpha - \frac{k \cdot a}{2r}.$$

Такъ какъ въ настоящемъ выводѣ уголъ BAm' мы обозначили черезъ α', то формула (4) сообразно съ этимъ изобразится въ видѣ:

$$h = a \cdot tg\alpha' + \frac{a^2}{2r}.$$

Подставляя сюда вмѣсто $tg\alpha'$ его значеніе, мы получимъ:

$$h = a\left(tg\alpha - \frac{k \cdot a}{2r}\right) + \frac{a^2}{2r},$$

или

$$h = a \cdot tg\alpha - \frac{k \cdot a^2}{2r} + \frac{a^2}{2r}$$

или окончательно:

$$h = a \cdot tg\alpha + \frac{1 - k}{2r} \cdot a^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

Такимъ образомъ, поправку отъ кривизны земли и рефракціи мы получили въ видѣ $\frac{1-k}{2r}a^2$, гдѣ k для насъ пока еще неизвѣстенъ.

Приступимъ къ его опредѣленію.

---

[1]) $f(x+h) = f(x) + hf'x$

$tg(\alpha - x) = tg\alpha - x\frac{1}{cos^2\alpha} = tg\alpha - x$ (при α очень маломъ).

§ 344. **Опредѣленіе коэффиціента k рефракціи.** Уравненіе (6) даетъ:

$$1-k=\frac{2r}{a^2}(h-a\,.\,tg\alpha)\ ,$$

откуда

$$k=1-\frac{2r}{a^2}(h-a\,.\,tg\alpha). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Изъ этого видно, что k возможно опредѣлить обратнымъ путемъ, т. е., опредѣливъ сперва h, вычислить затѣмъ k по формулѣ (7).

Опредѣленіе h дѣлается геометрическимъ нивеллированіемъ 1-го разряда (прецизіоннымъ, точнымъ нивеллированіемъ), при которомъ въ отсчеты по 3 нитямъ нивеллира вводятся поправки отъ наклоненія оси уровня, причемъ рейка, также снабженная сбоку круглымъ уровнемъ, имѣетъ двѣ различныя шкалы дѣленій (см. § 217, стр. 518).

Затѣмъ, когда h опредѣлено, при извѣстной величинѣ a возможно точно опредѣляютъ α. Если z зенитное разстояніе точки B, измѣренное въ точкѣ A, то $\alpha+z=90°$ и $\alpha=90°-z$, гдѣ при измѣреніи z соблюдены всѣ предосторожности къ точному его опредѣленію. Полученныхъ такимъ образомъ данныхъ вполнѣ достаточно для того, чтобы опредѣлить по формулѣ (7) величину k. До послѣдняго времени, не зная пріемовъ точнаго нивеллированія, k подобнымъ путемъ не опредѣляли. Впервые это было сдѣлано въ Мюнхенѣ Бауернфейндомъ.

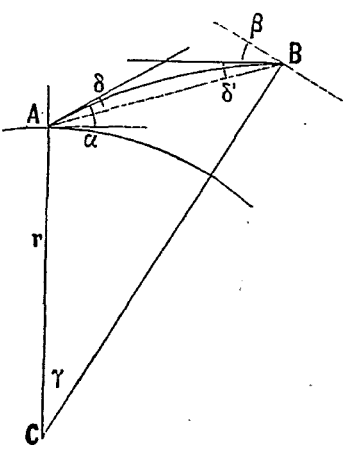
Въ прежнее время k опредѣляли *измѣреніемъ* взаимныхъ [1]) зенитныхъ разстояній или угловъ наклоненія, а именно: пусть въ точкѣ A (черт. 642) измѣренъ уголъ наклоненія (повышенія) α и въ точкѣ B уголъ пониженія β.

Изъ чертежа видно, что въ треугольникѣ ABC

$$\gamma+(90°+\alpha-\delta)+(90°-\beta-\delta')=180°$$

или

$$\delta+\delta'=\gamma+\alpha-\beta.$$



Черт. 642.

Если принять по предыдущему дугу AB за дугу круга, то тогда $\delta=\delta'$ и, кромѣ того, такъ какъ здѣсь δ выражено въ секундахъ, то формула (5) приметъ видъ

$$\delta''=\frac{k\,.\,a}{2r}\cdot\rho'',$$

а потому

$$2\delta''=\frac{a\,.\,k}{r}\rho''=\gamma+\alpha-\beta.$$

но на томъ же основаніи

$$\gamma''=\frac{a}{r}\rho''.$$

---

[1]) Если наблюдается только одно зенитное разстояніе въ точкѣ A или въ B, то такое наблюденіе называется *односторонним*ъ, а если наблюдаются два зенитныя разстоянія въ A и въ B, то такія наблюденія называются *взаимными*.

а потому

$$2\delta'' = \frac{a \cdot k}{r}\rho'' = \frac{a}{r}\rho'' + \alpha - \beta,$$

откуда

$$1 - k = \frac{r}{a}\left(\frac{\beta'' - \alpha''}{\rho''}\right),$$

или

$$k = 1 - \frac{r}{a}\left(\frac{\beta'' - \alpha''}{\rho''}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

гдѣ $\rho = 206265''$.

Опредѣленіемъ величины k занимались многіе геодезисты, между прочимъ Кларкъ и Струве. Изъ этихъ наблюденій найдено, что средняя величина k колеблется въ предѣлахъ между 0,12 и 0,16, но вообще говоря это величина сильно измѣняющаяся.

Не лишней будетъ замѣтка о томъ, что астрономическая и земная рефракція различны между собою по величинѣ. Это происходитъ по той простой причинѣ, что лучъ какого-либо свѣтила прежде чѣмъ дойти до наблюдателя (астронома), проходитъ черезъ всѣ слои атмосферы, тогда какъ лучъ отъ вершины сигнала попадаетъ въ глазъ наблюдателя (геодезиста), пройдя сравнительно небольшую, и потому довольно однородную толщу атмосферы. Въ силу этого естественно, что астрономическая рефракція много больше, чѣмъ земная.

В. Струве по числовымъ даннымъ нивеллировки между Чернымъ и Каспійскимъ морями составилъ эмпирическую формулу для опредѣленія коэффиціента k рефракціи слѣдующаго вида:

$$k = 2\alpha^{20-T} \cdot \frac{B}{\beta}\left(\gamma + \frac{\delta}{A}\right).$$

Въ ней

$\alpha = 1{,}014819$ $\qquad$ $\gamma = 0{,}072383$

$\beta = 29{,}00$ $\qquad$ $\delta = 0{,}42586$

T — температура наружнаго воздуха въ градусахъ по Цельсію.

B — показаніе барометра въ англійск. дюймахъ.

A — средняя высота линіи визированія надъ землею.

k — измѣняется съ измѣненіями въ атмосферѣ и зависитъ отъ температуры, давленія атмосферы и другихъ причинъ.

Средняя ошибка опредѣленія k составляетъ $^1/_4\ k$.

Въ Россіи k преимущественно принимаютъ $= 0{,}16$ для наблюденій послѣ полудня; къ вечеру k увеличивается, а утромъ, до полудня—уменьшается. Измѣненіе k объясняется нагрѣваніемъ и охлажденіемъ земной поверхности и происходящихъ отъ этого воздушныхъ теченій. Измѣненіе выражается формулой Бейера

$$k = 0{,}2132\ t\ ,$$

гдѣ t — часовой уголъ, выраженный въ доляхъ половины дневной дуги солнца.

§ 345. Опредѣленіе разности уровней по одностороннимъ зенитнымъ разстояніямъ. Такъ какъ въ современныхъ геодезическихъ операціяхъ опредѣляются обыкновенно зенитныя разстоянія, то, сообразно съ этимъ, необходимо преобразовать формулу (6). Обозначимъ видимое зенитное разстояніе (искаженное рефракціей) черезъ z. На чертежѣ 643 это будетъ $\angle ZAB'$. Но изъ того же чертежа имѣемъ:

$$\alpha + z = 90^\circ, \qquad \text{или} \qquad \alpha = 90^\circ - z,$$

а потому, подставивъ въ формулу (6) вмѣсто α его значеніе будемъ имѣть:

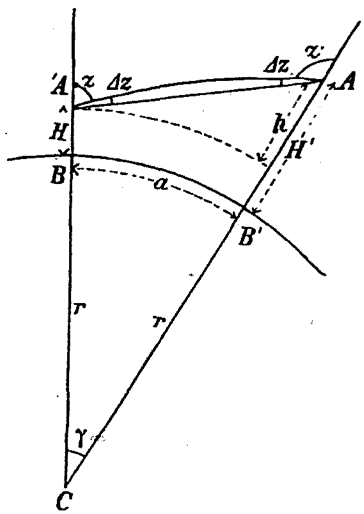
$$h = a \,.\, ctg\, z + \frac{1-k}{2r} a^2 \,. \quad \ldots \ldots \quad (9)$$

При выводѣ этой формулы точки A и B были точками самой поверхности земли. Обозначивъ же высоту инструмента и сигнала черезъ i и u и сдѣлавъ переходъ отъ формулы (9), подобный переходу отъ (1) ко (2′), будемъ имѣть:

$$H' - H = h = a \,.\, ctg\, z + \frac{1-k}{2r} a^2 - (u - i)\,, \quad \ldots \ldots \quad (10)$$

гдѣ H и H' есть абсолютныя высоты точекъ A и B.

§ 346. Опредѣленіе разности уровней по взаимнымъ зенитнымъ разстояніямъ. Положимъ опять, что C — центръ земли, принятой за сферу радіуса r (черт. 643) и BB' — поверхность океана, а A и A' — двѣ точки земной физической поверхности, абсолютныя высоты которыхъ соотвѣтственно H и H'. Кривая AA' — линія распространенія луча свѣта (приближенно считаемая за дугу круга), z и z' — зенитныя разстоянія въ A и A', Δz и $\Delta z'$ — рефракціонные углы, а ихъ сумма $\Delta z + \Delta z'$ — соединенная (общая) рефракція луча AA'.



Черт. 643.

Изъ прямолинейнаго треугольника ACA' слѣдуетъ:

$$\frac{CA' + CA}{CA' - CA} = \frac{tg\, ^1/_2 (A + A')}{tg\, ^1/_2 (A - A')} \quad \ldots \quad (I)$$

Здѣсь уголъ

$$A = 180^\circ - (z + \Delta z)$$
$$A' = 180^\circ - (z' + \Delta z')$$
$$\text{сумма } A + A' = 180^\circ - \gamma\,,$$

гдѣ γ—уголъ при центрѣ земли C,

$$\text{стороны } CA = r + H$$
$$\text{и } CA' = r + H'.$$

Подставляя эти значенія сторонъ и угловъ въ равенство (I), получимъ:

$$\frac{2r + H + H'}{H' - H} = \frac{cotg\, ^1/_2 \gamma}{tg\, ^1/_2 (z' + \Delta z' - z - \Delta z)}\,.$$

Откуда

$$H'-H=2r\cdot\left(1+\frac{H+H'}{2r}\right)\cdot tg\frac{\gamma}{2}\cdot tg\frac{(z'+\Delta z')-(z+\Delta z)}{2}\ldots\ldots(II)$$

Принимая приближенно въ $\Delta ABB'$ хорду за дугу длины a, найдемъ

$$\frac{a}{2}=r\cdot tg\frac{\gamma}{2}\quad\text{или}\quad 2r\cdot tg\frac{\gamma}{2}=a.$$

Вслѣдствіе чего равенство (II) приметъ видъ:

$$H'-H=a\left(1+\frac{H+H'}{2r}\right)tg\frac{(z'+\Delta z')-(z+\Delta z)}{2}\ldots\ldots(III)$$

Но изъ того же $\Delta ACA'$ имѣемъ

$$z'+\Delta z'=\gamma+[180^\circ-(z+\Delta z)]\ldots\ldots\ldots(1)$$

или

$$(z+\Delta z)=\gamma+180^\circ-(z'+\Delta z')\ldots\ldots\ldots(2)$$

Соотвѣтственно этимъ двумъ равенствамъ (1) и (2) можно дважды преобразовать уравненіе (III), придавъ ему

въ первомъ случаѣ видъ $H'-H=a\left(1+\frac{H+H'}{2r}\right).cotg\left(z+\Delta z-\frac{\gamma}{2}\right)\ldots(IV)$

а во второмъ „ „ $H'-H=a\left(1+\frac{H+H'}{2r}\right).cotg\left(z'+\Delta z'-\frac{\gamma}{2}\right)\ldots.(V)$

Если допустимъ, что $\Delta z'=\Delta z$, то то же уравненіе (III) дастъ просто

$$H'-H=a\left(1+\frac{H+H'}{2r}\right).tg\frac{z'-z}{2}\ldots\ldots\ldots(VI)$$

и это и будетъ искомая разность уровней по *взаимно* измѣреннымъ зенитныхъ разстояніямъ въ (сомнительномъ) предположеніи, что $\Delta z=\Delta z'$.

Если же примемъ, какъ и ранѣе, что

$$\Delta z=k\cdot\frac{\gamma}{2},\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

то (IV) преобразуется въ

$$H'-H=a.\left(1+\frac{H+H'}{2r}\right).cotg\left(z-\frac{1-k}{2}\gamma\right)^{1)}\ldots\ldots(VII)$$

Примѣняя строку Тейлора, найдемъ, что если сперва замѣнимъ $z=90^\circ-\alpha$ и $\gamma=\frac{a}{r}$

$$ctg\left(z-\frac{1-k}{2}\gamma\right)=tg\left(\alpha+\frac{1-k}{2}\gamma\right)=tg\alpha+\frac{1-k}{2r}(1+tg^2\alpha)+\left(\frac{1-k}{2r}a\right)^2\ldots\ldots$$

и (VII) дастъ

$$H'-H=\left(1+\frac{H+H'}{2r}\right)\ a\ tg\alpha+\frac{1-k}{2r}a^2+\frac{1-k}{2r}a^2tg^2\alpha,$$

---

1) Равенство (V) приметъ подобный же видъ и, вмѣсто z, будетъ стоять въ (VII)′ соотвѣтственно z'. Легко показать, что изъ (1) и (2) совмѣстно съ (3) найдемъ $1-k=\frac{z+z'-180}{\gamma}$, вслѣдствіе чего (VII) преобразуется въ (VI).

вполнѣ сходное выраженіе съ ранѣе выведеннымъ

$$a\,tg.\alpha+\frac{1-k}{2r}\,.\,a^2\ ,$$

такъ какъ поправочный членъ $\left(\frac{H'+H}{2r}+1\right)$ будетъ слишкомъ мало разниться отъ 1 и на результатъ почти не окажетъ вліянія. При H=100 саж. и $H'=200$ саж., $\frac{H'+H}{2r}=\frac{300}{12000}=\frac{1}{40}=0{,}025$.

Вслѣдствіе полнаго согласія формулы (VII) съ ранѣе выведенной (6) § 343 и съ формулой (VI), для практическаго примѣненія формулы (VI) достаточно замѣтить, что если бы въ точкѣ A наблюдалась точка A' и было измѣрено одностороннее зенитное разстояніе z, то въ $H'-H=h$ необходимо ввести поправку $i-V'$, т. е.

$$H'-H=h=a\,.\,tg\alpha+\frac{1-k}{2}\frac{a^2}{r}+i-V',$$

гдѣ $\alpha=90°-z$,
i — высота инструмента въ A,
V' — высота сигнала въ A'

или по малости α можно принять:

$$h=a\,.\,(90-z)\,Sin\,1''=\frac{1-k}{2}\cdot\frac{a^2}{r}+i-V'\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (VIII)$$

Если же въ A' измѣрено зенитное разстояніе z', причемъ $z'>90°$, то

$$90-z'=-\alpha'$$

и

$$H-H'=-h=-a\,.\,(z'-90)\,.\,Sin\,1''+\frac{1-k}{2}\cdot\frac{a^2}{r}+i'-V.\ .\ .\ .\ .\ (IX)$$

здѣсь i' — высота инструмента въ A'
и V — высота сигнала въ A.

Вычитая (IX) изъ (VIII), найдемъ, по раздѣленіи на 2

$$h=a\,.\,\frac{z'-z}{2}\,.\,Sin\,1''+\frac{i-V'}{2}-\frac{i'-V}{2}\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (X)$$

Этой формулой и пользуются на практикѣ вмѣсто (VI), особенно если a мало. Очевидно, что, пользуясь формулой (VI), въ нее необходимо вводить поправку $\frac{i-V'}{2}-\frac{i'-V}{2}$.

§ 347. О нивеллированіи изъ средины. Если между двумя точками A и A' существуетъ по серединѣ между ними точка N, то, обозначая зенитныя разстоянія, измѣренныя въ N, по A черезъ z и A' черезъ z', а абсолютныя высоты ихъ для N черезъ H_0, а для A и A' по прежнему черезъ H и H' и, наконецъ, горизонтальныя разстоянія NA черезъ a_1 и NA' черезъ a_2, можемъ написать

$$H-H_0=a_1\,.\,cotg\,z+a_1^2\,.\,\frac{1-k_1}{2}$$

и

$$H' - H_0 = a_2 \,.\, cotg\ z' + a_2^2 \,.\, \frac{1-k_2}{2}.$$

Откуда найдемъ

$$H' - H = a_2 \,.\, cotg\ z' - a_1 \,.\, cotg\ z + a_2^2 \frac{1-k_2}{2} - a_1^2 \frac{1-k_1}{2}\,.$$

Располагая наблюденія такъ, чтобы среднія времена изъ всѣхъ наведеній на заднюю и переднюю точки были приблизительно одинаковы, можно здѣсь съ бо́льшимъ правомъ положить $k_1 = k_2$, а если сверхъ того взято $a_1 = a_2 = a$, то искомая разность $H' - H$ будетъ

$$H' - H = a\ (ctg\ z' - ctg\ z).$$

§ 348. Точность опредѣленія высотъ тригонометрическимъ нивеллированіемъ. Ошибки въ разностяхъ высотъ, вычисленныхъ по только что приведеннымъ формуламъ, зависятъ отъ ошибокъ величинъ, входящихъ въ эти формулы; но разстояніе a и радіусъ r, равно какъ величины i и V, можно считать безошибочными въ данномъ случаѣ. Обозначая среднія ошибки величинъ z и k черезъ m_z и m_k, а среднюю ошибку въ величинѣ h черезъ m_h, получимъ по правилу средней ошибки, функціи:

1) для односторонняго наблюденія:

$$m_h^2 = \left(\frac{dh}{dz}\right)^2 m_z^{\,2} + \left(\frac{dh^2}{dk}\right) m_k^{\,2},$$

2) для взаимныхъ наблюденій:

$$m_h^{\,2} = \left(\frac{dh}{dz}\right)^2 m_z^{\,2} + \left(\frac{dh}{dz'}\right)^2 m_{z'}^{\,2}$$

или, найдя соотвѣтствующія произведенія,

$$1)\ m_h^{\,2} = \frac{a^2}{Sin^2 z} m_z^{\,2} + \frac{a^4}{4R^2} m_k^{\,2}$$

$$2)\ m_h^{\,2} = \frac{a^2}{4\,.\,Cos^2 \dfrac{z'-z}{2}} m_z^{\,2} + \frac{a^2}{4\,.\,Cos^2 \dfrac{z'-z}{2}} m_{z'}^{\,2},$$

извлекая корень и принимая $m_z = m_{z'}$, найдемъ, выражая m_z въ секундахъ:

$$1)\quad m_h = \pm a \sqrt{\left(\frac{m_z}{\rho\,.\,Sin\,z}\right)^2 + \left(\frac{am_k}{2R}\right)^2}$$

$$2)\qquad m_h = \pm \frac{a}{\sqrt{2}} \frac{m_z}{\rho\,.\,Cos\dfrac{z'-z}{2}}$$

Изъ разсмотрѣнія первой изъ этихъ двухъ формулъ видно, что при малыхъ разстояніяхъ a главнымъ источникомъ ошибки въ разности высотъ является членъ m_z, а при большихъ разстояніяхъ членъ съ m_k, слѣдовательно, ошибка m_h увеличивается при малыхъ разстояніяхъ почти пропорціонально разстоянію a, при большихъ же пропорціонально квадрату разстоянія.

Вотъ почему при большихъ разстояніяхъ опредѣленіе высотъ по измѣреннымъ зенитнымъ разстояніямъ очень ненадежно.

Изъ сравненія же тѣхъ же двухъ формулъ легко увидѣть, что опредѣленіе высотъ по взаимнымъ зенитнымъ разстояніямъ всегда точнѣе, чѣмъ по одностороннимъ, и ошибка особенно мала, когда произведены не только взаимныя, но и одновременныя наблюденія. Полагая $\cos(z'-z)=1$; при $a=1{,}10$ и 100 вер., m_z въ саженяхъ будетъ $\pm 0{,}002$; $\pm 0{,}017$; $\pm 0{,}171$.

§ 349. Уравниваніе высотъ. Если при прокладкѣ тріангуляціи измѣрены зенитныя разстоянія между многими точками сѣти, то число полученныхъ разностей высотъ можетъ оказаться больше, чѣмъ ихъ нужно для вывода взаимнаго превышенія всѣхъ точекъ. Разности высотъ между p точками вполнѣ опредѣлятся, если будемъ знать превышенія по (p—1-ой) линіямъ, соединяющимъ эти p точекъ; поэтому, если зенитныя разстоянія измѣрены по l линіямъ, то въ сѣти явится

$$d=l-(p-1) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (d)$$

условій, которымъ вычисленныя разности должны строго удовлетворять. По этой формулѣ и вычисляется *число условныхъ уравненій высотъ* въ сѣти, гдѣ l — число всѣхъ линій визированія, связывающихъ p точекъ сѣти.

Общій видъ условныхъ уравненій высотъ сходенъ съ условными уравненіями фигуръ въ тріангуляціи.

Пусть имѣется *замкнутая* фигура, въ вершинахъ которой измѣрены зенитныя разстоянія, тогда, называя вычисленныя разности высотъ (превышенія) цифрами 1, 2, 3 . . . . . , необходимо должно соблюдаться условіе:

$$1+2+3+\ldots=0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (a)$$

Въ дѣйствительности же разности высотъ, вычисленныя по наблюденнымъ зенитнымъ разстояніямъ, вслѣдствіе неизбѣжныхъ погрѣшностей наблюденій, не удовлетворяютъ этому условію: въ правой части предыдущаго ур—ія получится не 0, а нѣкоторая величина v, называемая невязкою высотъ, т. е.

$$1+2+3+\ldots=v \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (b)$$

Задача уравнительнаго вычисленія заключается въ опредѣленіи такихъ поправокъ (1), (2), ... къ найденнымъ величинамъ 1, 2 . . . . , чтобы удовлетворялось ур—іе (a), т. е. чтобы

$$1+(1)+2+(2)+\ldots=0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (c)$$

Вычитая (b) изъ (c), получимъ общій видъ условнаго ур — нія высотъ:

$$(1)+(2)+(3)+\ldots+v=0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (n)$$

Для составленія условныхъ уравненій высотъ, на чертежѣ тріангуляціи показываютъ стрѣлками направленія скатовъ по каждой визирной линіи и подписываютъ соотвѣтствующія разности высотъ; затѣмъ составляютъ алгебраическія суммы такихъ разностей въ послѣдовательныхъ замкнутыхъ фигурахъ (выбирая простѣйшія, именно треугольники), идя по какому-нибудь опредѣленному направленію во всѣхъ фигурахъ (напр., въ напра-

вленіи движенія стрѣлокъ часовъ) и приписывая знакъ (+) разностямъ высотъ по спускамъ (когда направленіе счета совпадаетъ съ направленіемъ стрѣлокъ чертежа) и знакъ (—) по подъемамъ (когда направленіе счета идетъ противъ стрѣлокъ чертежа); эти то алгебраическія суммы и даютъ величины невязокъ высотъ v, т. е. извѣстные члены условныхъ ур—ій (n); самыя же ур—ія разрѣшаются по способу наименьшихъ квадратовъ, т. е., соблюдая условіе, что сумма квадратовъ поправокъ должна быть minimum, т. е. $[(p \,.\, \Delta h)^2) = \text{minimum}$, гдѣ p — вѣса поправокъ $\Delta h =$ $=(1), (2), (3) \ldots$. Но $p = \frac{n}{m^2_h}$, гдѣ n — коэффиціентъ пропорціональности, а

$$m_h = \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \frac{m_z}{\rho},$$

слѣдовательно,

$$p = \frac{n'}{a^2},$$

т. е. вѣсъ p обратно пропорціоналенъ квадрату разстоянія a, т. е.

$$\left[\left(\frac{\Delta h}{\rho^2}\right)\right] = \text{minimum}.$$

Существенное отличіе уравниванія высотъ отъ уравниванія горизонтальныхъ угловъ или направленій заключается въ томъ, что здѣсь опредѣляютъ не поправки непосредственныхъ наблюденій, т. е. зенитныхъ разстояній, а поправки вычисленныхъ по нимъ разностей высотъ. Въ виду этого, такъ какъ по формуламъ m_h ошибки разностей, вообще говоря, неодинаковы и зависятъ отъ разстоянія a, то для нахожденія minimum'а суммы квадратовъ этихъ ошибокъ нужно было бы вводить соотвѣтствующіе вѣса по правиламъ „Теоріи ошибокъ". Но этого на практикѣ, обыкновенно, не дѣлается и вотъ почему: хотя введеніе вѣсовъ въ уравнительное вычисленіе высотъ и не предствляетъ особыхъ затрудненій, но все же оно усложняетъ числовыя выкладки, а опытъ показываетъ, что большой пользы отъ этого не получается, такъ что, имѣя въ виду только одну цѣль—*устраненіе противорѣчій* въ вычисленіи высотъ отдѣльныхъ точекъ съ нѣсколькихъ другихъ,—можно поступать еще проще, т. е. пренебрегать различіемъ вѣсовъ и считать ихъ одинаковыми. Оправданіемъ такого упрощенія вычисленій можетъ служить то обстоятельство, что строгому уравниванію можно подвергать лишь взаимныя и *одновременныя* наблюденія, каковыхъ на обыкновенныхъ тріангуляціяхъ никогда не производятъ; для неодновременныхъ же наблюденій слѣдовало бы вводить въ условныя ур—ія, въ качествѣ неизвѣстныхъ, еще поправки коэффиціентовъ преломленія, по двѣ для каждой пары зенитныхъ разстояній. До сихъ поръ такихъ строгихъ въ теоретическомъ отношеніи ур—ій нигдѣ еще не дѣлалось, да едва ли этимъ удалось бы улучшить результаты наблюденій зенитныхъ разстояній на тріангуляціяхъ, потому что колебанія величины коэффиціента рефракціи не даютъ возможности вычислять разности высотъ изъ наблюденныхъ зенитныхъ разстояній съ весьма большою точностью; если же самъ матеріалъ ненадеженъ, то никакое сложное и хорошо обоснованное въ теоретиче-

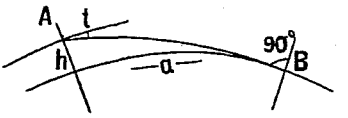
скомъ смыслѣ вычисленіе не дастъ результатовъ высокой точности. Кромѣ того, разстоянія между точками, т. е. стороны треугольниковъ на дѣйствительныхъ тріангуляціяхъ, по большей части близки къ равенству, а при полномъ равенствѣ сторонъ вѣса и въ самомъ дѣлѣ одинаковы, судя по формуламъ m_h.

Когда тріангуляція представляетъ непрерывную цѣпь простыхъ треугольниковъ, то вычислительная работа можетъ быть еще болѣе упрощена; для каждой точки, опредѣленной съ двухъ предыдущихъ, берутъ просто среднее ариѳметическое изъ общихъ результатовъ. Для уединенныхъ (третьеклассныхъ) точекъ, исходя изъ тѣхъ, съ которыхъ онѣ наблюдались, получается, обыкновенно, нѣсколько результатовъ; изъ этихъ результатовъ тоже берутъ просто ариѳметическое среднее. Такое упрощеніе въ послѣднемъ случаѣ тѣмъ болѣе допустимо, что главный источникъ погрѣшностей въ выводѣ высотъ по одностороннимъ зенитнымъ разстояніямъ заключается въ неизвѣстности принятаго коэффиціента земного преломленія; отъ строгаго уравнительнаго вычисленія результаты едва ли стали бы лучше.

§ 350. Пониженіе горизонта. Формулы геодезическаго нивеллированія удобно примѣняются моряками для опредѣленія такъ называемаго *пониженія горизонта*, которое, какъ и рефракція и параллаксъ нужны для астрономическихъ работъ на кораблѣ, а именно, для приведенія измѣренныхъ высотъ свѣтилъ къ истинному горизонту. Въ этомъ, напр., является надобность, когда морякъ измѣряетъ высоту солнца секстантомъ, какъ кратчайшее разстояніе верхняго или нижняго края солнца надъ морскимъ горизонтомъ, т. е., надъ граничною линіею между водою и воздухомъ. Изъ формулы

$$h = a\,tg\,\alpha + \frac{1-k}{2r}\,a^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (h)$$

находятъ пониженіе горизонта слѣдующимъ образомъ: на прилагаемомъ черт. 644 разсмотримъ *лучъ зрѣнія* AB, идущій изъ точки A, находящейся на высотѣ h надъ уровнемъ моря, и *образующій* уголъ пониженія t съ уровненною поверхностью въ точкѣ A.



Черт. 644.

Приложивъ формулу (h) дважды при визированіи 1) изъ A на B и 2) изъ B на A, найдемъ:

$$\text{изъ } A \text{ на } B \ldots\ldots -h = a\,tg\,(-t) + \frac{1-k}{2r}\,.a^2 \ldots\ldots \quad (A)$$

$$\text{„ } B \text{ „ } A \ldots\ldots +h = a\,tg\,0^0 + \frac{1-k}{2r}\,.a^2 \ldots\ldots \quad (B)$$

Послѣднее равенство даетъ „морскую даль“, или разстояніе горизонта отъ корабля, въ зависимости отъ h.

Въ самомъ дѣлѣ изъ ур—ія (B) находимъ, что

$$a = \sqrt{\frac{2r}{1-k}}\;k \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (a)$$

или, такъ какъ

$$\frac{2r}{1-k}=\frac{12.000\text{ в.}}{1-0.13}=\frac{6.000.000\text{ с.}}{0{,}87}\equiv 2646^2\text{ саж.},$$

то

$$a=2646\sqrt{h}^{\text{с.}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (b)'$$

Такимъ образомъ, напр., при $h=4$ саж., $a\equiv 10{,}6$ вер.

Такъ какъ величину h, т. е. высоту инструмента надъ водою всегда можно измѣрить тѣмъ или инымъ способомъ, то поэтому, пользуясь формулой $(a)'$, всегда можно опредѣлить „морскую даль“ a или, такъ называемое, условіе видимости данной точки A изъ B. Полагая, что B находится по серединѣ между A и A' можно найти условіе видимости A изъ A', а именно,

$$s=2\ (\sqrt{h_1}+\sqrt{h_2});$$

здѣсь h и h_1 выражается въ футахъ, а s — въ верстахъ.

Высоту горизонта мы найдемъ, если вычтемъ (A) изъ (B), а именно:

$$2h=-a\,tg\,(-t)=a\,tg\,t,$$

а полагая въ виду малости t

$$tg\ t=\frac{t'}{\rho'},$$

будемъ имѣть

$$2h=\frac{at}{\rho},$$

а принимая во вниманіе формулу (a)

$$2h=\sqrt{\frac{2r}{1-k}}\,h\frac{t}{\rho},$$

откуда

$$t=2\rho\sqrt{\frac{1-k}{2r}}\sqrt{h} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (t)$$

или

$$t=c\sqrt{h},$$

гдѣ

$$c=2\rho\sqrt{\frac{1-k}{2r}}\equiv\frac{2.206.265''}{2646}\equiv 160''.$$

Болѣе точное опредѣленіе c даетъ

$$t=107''.8\sqrt{h} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (t)'$$

Изъ формулы (t) видно, что по измѣренному t и по извѣстному h можно найти величину коэффиціента рефракціи k.

Формула для его опредѣленія будетъ

$$k=1-\frac{r}{2h}\left(\frac{t}{\rho}\right)^2$$

Величину h берутъ въ этомъ случаѣ возможно большою, напр., высоту горы, лежащей близъ моря, и опредѣляютъ эту высоту невеллировкою, а t измѣряютъ инструментомъ.

ГЛАВА VIII.

О нивеллиръ-теодолитныхъ работахъ и о полигонометрическихъ сѣтяхъ.

§ 351. Цѣль и значеніе нивеллиръ-теодолитныхъ работъ и полигонометрической сѣти, ихъ сходство и различіе. Въ закрытой мѣстности, особенно въ равнинныхъ лѣсныхъ пространствахъ, а также въ городахъ и селеніяхъ, гдѣ прокладка раціональной тригонометрической сѣти затруднительна, такъ какъ требуетъ возведенія высокихъ сигналовъ и сопряжена съ большой затратой времени и съ денежными издержками, приходится примѣнять иной способъ созданія и опредѣленія взаимнаго положенія *сѣти опорныхъ точекъ* для детальной съемки отдѣльныхъ контуровъ мѣстности, а именно къ прокладкѣ на мѣстности системы ломаныхъ линій. Эти ломаныя линіи образуютъ сомкнутые и разомкнутые многоугольники (полигоны), стороны и углы которыхъ подлежатъ измѣренію. Въ зависимости отъ способа измѣренія сторонъ,—непосредственнаго (стальной лентой, мѣрными брусьями и т. п.) или посредственнаго (дальномѣромъ съ перемѣннымъ угломъ и рейкою), прокладываемая ломанная линія носитъ названіе *полигона* или *нивеллиръ-теодолитнаго ряда.* При прокладкѣ полигона преслѣдуется одна конечная цѣль,—дать взаимное положеніе вершинъ полигона въ проекціи на горизонтальную плоскость, т. е. обезпечить систему опорныхъ пунктовъ для подробной горизонтальной съемки. Въ случаѣ надобности нивеллировка вдоль сторонъ полигоновъ является отдѣльною самостоятельною работою. И такъ какъ вести измѣреніе по ломанымъ линіямъ на десятки и даже сотни верстъ въ гористой и пересѣченной мѣстности затруднительно, то полигонометрическія сѣти прокладываются преимущественно на сравнительно ровной мѣстности и лишь на небольшихъ пространствахъ, заполненныхъ, однако, значительнымъ числомъ мелкихъ контуровъ, какъ, напр., въ городахъ и селеніяхъ, или при мелкихъ черезполосныхъ владѣніяхъ. Полигонометрическія сѣти съ успѣхомъ примѣняются при кадастровыхъ съемкахъ въ западной Европѣ (Германіи, Австріи, Франціи, Италіи и т. д.).

Нивеллиръ-теодолитный рядъ прокладывается у насъ въ Россіи тамъ, гдѣ существуютъ обширныя, мало заселенныя, сплошь покрытыя лѣсомъ пространства, съ небольшимъ числомъ различаемыхъ при съемкѣ контуровъ. Благодаря дальномѣрному пріему (см. § 234) опредѣленія сторонъ, въ нивеллиръ-теодолитномъ рядѣ *взаимное положеніе точекъ ряда* опредѣляется не только въ горизонтальной проекціи, но также и въ вертикальной, (тахеометрическимъ путемъ), т. е. заразъ достигаются двѣ цѣли,—производится и горизонтальная съемка и одновременно съ ней вертикальная.

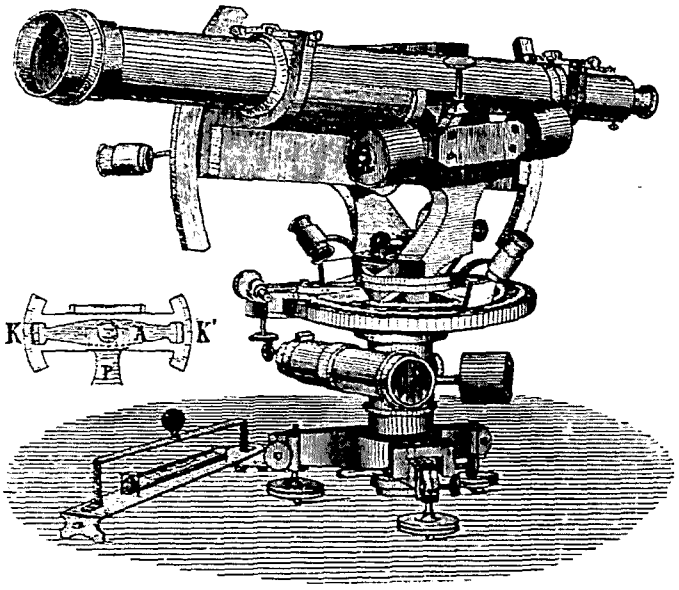
Въ то время, какъ для полигонометрическихъ работъ достаточно имѣть простой теодолитъ и стальную ленту съ эклиметромъ (если у тео-

долита нѣтъ вертикальнаго круга), для нивеллиръ-тѣодолитныхъ работъ необходимо имѣть особый инструментъ *нивеллиръ-теодолитъ* съ принадлежащими къ нему двумя безъ дѣленій (съ двумя цѣлями) дальномѣрными рейками.

Нивеллиръ-теодолитныя работы были предложены бывшимъ начальникомъ Военно-Топографическаго Отдѣла Главнаго Штаба *Форшъ*.

А. Нивеллиръ-теодолитныя работы.

§ 352. Нивеллиръ-теодолитъ (черт. 645) [1]) въ нижней своей части представляетъ большой повторительный теодолитъ съ дѣленнымъ горизонтальнымъ лимбомъ, имѣющимъ въ діаметрѣ около 7 дюймовъ, съ двумя верньерами, точность отсчитыванія которыхъ равна 10″; лимбъ снабженъ повѣрительной трубой нѣсколько меньшихъ размѣровъ, чѣмъ верхняя большая зрительная труба, помѣщающаяся на алидадѣ, на низкихъ стойкахъ трегера, поддерживающихъ желобообразную подставку. Въ лагерахъ этого желоба труба укладывается двумя своими цапфами и закладывается сверху особыми застежками, напоминая своимъ устройствомъ трубу нивеллира Эртеля.



Четр. 645.

Желобъ скрѣпленъ съ двумя дугами (секторами) K и K' вертикальнаго круга, каждая по 50°, діаметръ круга около 14 дюймовъ. Низкія подставки трегера и отсутствіе верхней и нижней частей у вертикальнаго круга придаютъ инструменту надлежащую устойчивость,—однако не позволяютъ трубу переводить черезъ зенитъ, ей можно придавать углы наклона въ предѣлахъ $\pm 25°$. Алидада A наглухо привернута къ стойкѣ P трегера трубы и снабжена двумя верньерами. Вертикальный кругъ подраздѣленъ отъ 5′ до 5′, точность отсчитыванія по верньерамъ равна 4″, т. е. $4'' = \frac{5'}{n+1}$ или $n = 74$; слѣдовательно, верньеръ содержитъ 75 частей. Алидада, для приданія линіи ея нулей одного и того же опредѣленнаго положенія при отсчитываніи угловъ наклоненія, образуемыхъ визирной осью зрительной трубы съ горизонтомъ, снабжена чувствительнымъ уровнемъ съ цѣною

[1]) Въ музеѣ Межевого Института имѣется теодолитъ небольшихъ размѣровъ, фирмы Троугтонъ и Симесъ, напоминающій своимъ видомъ нивеллиръ-теодолитъ.

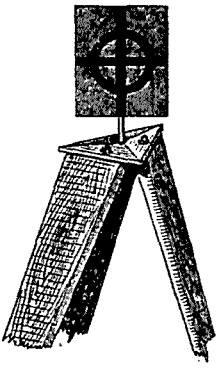
одного его дѣленія въ 2″—3″. Отсчеты по вертикальному кругу исправляются отсчетами по обоимъ концамъ пузырька этого уровня. Поправка равна $\varepsilon'' = \frac{1}{2}(л + п)\eta''$, гдѣ $л$ и $п$ — отсчеты по лѣвому и правому концамъ пузырька, а η — цѣна одного дѣленія уровня.

При наблюденіяхъ при Кр. Л. труба *перекладывается* въ лагерахъ, причемъ кремольерка окулярнаго колѣна располагается внизу, если при К. П. она находилась вверху.

Остальное устройство инструмента легко усмотрѣть изъ прилагаемаго чертежа.

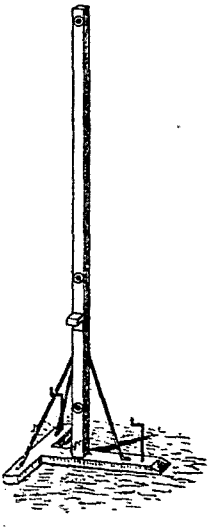
Повѣрки и употребленіе инструмента не могутъ представить чего-либо новаго для лица, хорошо знакомаго съ устройствомъ теодолитовъ и нивеллировъ.

Принадлежность нивеллиръ-теодолита составляютъ *три* совершенно одинаковаго устройства *штатива и двѣ рейки.*



Черт. 646.

При производствѣ работъ, во избѣжаніе лишнихъ центрировокъ, инструментъ переносится послѣдовательно со штатива на штативъ. Задній штативъ заносится впередъ не ранѣе того, какъ закончены всѣ наблюденія на среднемъ и инструментъ перенесенъ на передній штативъ. Во время наблюденій на переднемъ и заднемъ штативахъ, для избѣжанія приведеній, помѣщаются особыя миры (цѣли) или *марки* (черт. 646). Мира имѣетъ видъ прямоугольника, укрѣпленнаго на штангѣ, и изготовляется изъ желѣзнаго листа, выкрашеннаго бѣлою масляною краскою. На мирѣ нанесенъ по серединѣ бѣлаго поля черный крестъ, приходящійся въ центрѣ круга. Центръ установленной марки (центръ круга, середина креста) какъ разъ приходится на высотѣ горизонтальной оси вращенія трубы установленнаго на штативѣ нивеллиръ теодолита.

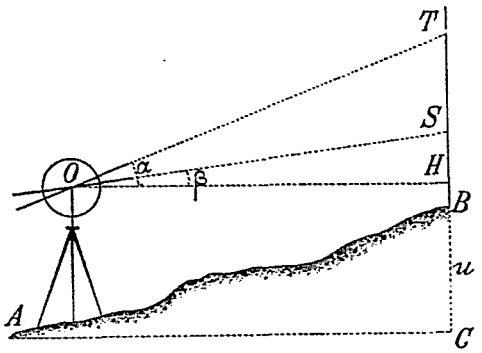


Черт. 647.

Рейка имѣетъ въ длину около $2^1/_2$ саж. и изготовляются изъ вываренныхъ въ маслѣ деревянныхъ брусковъ. Для приданія рейкамъ бо́льшей устойчивости во время наблюденій онѣ укрѣплены на треножникѣ въ видѣ буквы Т (черт. 647) и имѣютъ по два подъемныхъ винта, для установки реекъ въ отвѣсное положеніе, пользуясь прикрѣпляемыми къ рейкамъ (круглымъ или двумя цилиндрическими) уровнями и нитями съ отвѣсами. Рейки красятся бѣлою масляною краскою и имѣютъ съ обѣихъ сторонъ по три марки въ видѣ двойныхъ, нанесенныхъ черною краскою, кружковъ. Разстояніе между центрами двухъ крайнихъ марокъ равно 2 саженямъ. Средняя марка наносится ближе къ нижней, а именно въ разстоя-ніи $^1/_2$ саж. отъ нея. Нижняя марка играетъ роль контрольной марки съ цѣлію обнаруженія вреднаго вліянія дѣйствія рефракціи на величину наблюдаемыхъ угловъ наклоненія, по которымъ

опредѣляются превышенія и разстоянія (см. § 234). Равенство высотъ марокъ съ обѣихъ сторонъ одной и той же рейки достигается путемъ обертыванія рейки толстымъ листомъ бумаги, а именно размѣщая верхній край его вокругъ рейки на высотѣ марокъ.

§ 353. Порядокъ нивеллиръ-теодолитныхъ работъ. Нивеллиръ-теодолитныя работы ведутся обыкновенно по дорогамъ или вдоль пролагаемыхъ узкихъ просѣковъ [1]). Выбираемыя для постановки реекъ и штативовъ точки замѣчаются вбиваемыми въ землю деревянными кольями. Мѣсто для рейки обыкновенно намѣчается возможно ближе къ серединѣ прямой между двумя сосѣдними штативами, ставя при этомъ рейку немного *внѣ этой линіи* ради повѣрки вычисленія разстоянія между штативами. На мѣстахъ постановки штативовъ и реекъ снимается дёрнъ. Тѣ точки стоянія штатива, которыя впослѣдствіи хотятъ сдѣлать опорными для детальной съемки мѣстности, такъ какъ съ нихъ открывается бо́льшій кругозоръ, замѣчаются прочными надземными (камнями) и *подземными* знаками, т. е. въ нихъ закладываютъ центры, подобно тому, какъ это дѣлается на тригонометрическихъ пунктахъ. Эти точки называются *закладными*. Съ цѣлію повѣрокъ наблюденій и вычисленій рекомендуется выбирать закладныя точки такъ, чтобы съ нихъ были видны двѣ другія ближайшія къ нимъ закладныя точки.



Черт. 648.

Въ § 234 было указано, примѣнительно къ чертежу 648, что разстояніе

$$AC = d = OH\frac{TS}{tg\alpha - tg\beta},\ \text{а (при } TS = 1)\ d = \frac{cos\alpha\ .\ cos\beta}{Sin(\alpha - \beta)},$$

ибо $TH = h_\alpha = Dtg\alpha$

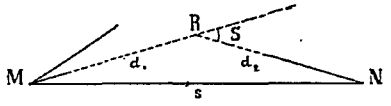
и $SH = h_\beta = Dtg\beta$

или (при $TS = 1$)

$$h_\alpha = \frac{Sin\alpha\ .\ cos\beta}{Sin(\alpha - \beta)}$$

$$h_\beta = \frac{Sin\beta\ .\ cos\alpha}{Sin\ (\alpha - \beta)}.$$

Но такъ какъ углы α и β, а также и $(\alpha - \beta) = \gamma$, обыкновенно малы, то, полагая, какъ всегда, $Sin\ x'' = x''\ .\ Sin\ 1''$, получимъ, вмѣсто приведенныхъ формулъ, слѣдующія



Черт. 649.

$$lgh_\alpha = lg\alpha - lg\gamma - lg\ Sec\ \beta$$
$$lgh_\beta = lg\beta - lg\gamma - lg\ Sec\ \alpha$$

Повѣрка: $h_\alpha - h_\beta = TS = 1.$

$$lg\ d = don.\ lg\ Sin\ 1'' - lg\gamma - (lg\ Sec\ \alpha + lg\ Sec\ \beta).$$

Для вычисленія разстоянія s между двумя смежными штативами M и N (черт. 649) пользуются треугольникомъ MRN, образуемымъ рейкою

[1]) Такія работы у насъ въ Россіи производились въ Финляндіи, Костромской и др. губерніяхъ.

R и штативами, въ которомъ измѣрены въ полѣ углы RMN и RNM, а разстоянія $MR = d_1$ и $NR = d_2$ вычислены по только что приведеннымъ формуламъ. Хотя разстояніе

$$s = d_1 \,.\, cos\, M + d_2\, cos\, N,$$

но такъ какъ углы M и N обыкновенно очень малы, то s близко къ суммѣ $d_1 + d_2$, а потому предпочитаютъ вычислять s слѣдующимъ образомъ. Изъ чертежа имѣемъ: внѣшній $\measuredangle S = \measuredangle M + \measuredangle N$, а потому

$$s^2 = d_1^2 + d_2^2 + 2\, d_1 \,.\, d_2 \,.\, cos\, S = d_1^2 + d_2^2 + 2 \,.\, d_1 \,.\, d_2 \,.\, \left(1 - 2 Sin^2 \frac{S}{2}\right) =$$

$$= (d_1 + d_2)^2 - 4\, d_1 \,.\, d_2\, Sin^2 \frac{S}{2} = (d_1 + d_2)^2 \left\{1 - \frac{4\, d_1\, d_2}{(d_1 + d_2)^2}\, Sin^2 \frac{S}{2}\right\}.$$

Положивъ

$$\frac{d_1\, d_2}{\frac{1}{4}(d_1 + d_2)^2} \,.\, Sin^2 \frac{S}{2} = Sin^2 \theta,$$

получимъ разстояніе s въ видѣ:

$$s = (d_1 + d_2)\, cos\, \theta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (s)$$

Представивъ $cos\theta$ въ видѣ

$$cos\, \theta = \frac{\sqrt{\frac{d_1}{d_2}}}{\frac{1}{2}\left(1 + \frac{d_1}{d_2}\right)}$$

легко замѣтить, что имѣя разность логариѳмовъ сторонъ d_1 и d_2, т. е. $(lg d_1 - lg d_2)$, можно по этой разности и углу S составить таблицу съ двумя въ нее входами, по которой прямо давался бы $lg\, Sec\theta$. Вычитая $lg\, Sec\theta$ изъ $lg\, (d_1 + d_2)$ сразу получается $lg\, s$. Такая таблица имѣется, напр., въ концѣ книги *В. Витковскій.*—Практическая Геодезія,—стр. 792—793).

Повѣркою вычисленій служитъ соотношеніе:

$$\frac{Sin\, M}{d_2} = \frac{Sin\, N}{d_1} = \frac{Sin\, S}{s},$$

т. е.

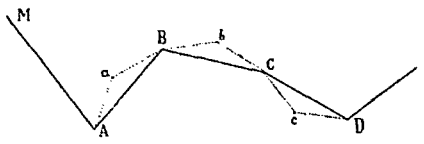
$$Sin\, M = d_2 \,.\, \frac{Sin\, S}{s} \text{ и } Sin\, N = d_1 \,.\, \frac{Sin\, S}{s}.$$

Найденные этимъ путемъ (вычисленіемъ) углы M и N должны быть въ предѣлахъ точности наблюденій равны наблюденнымъ угламъ M и N.

Если на самомъ пути нивеллиръ-теодолитнаго хода не встрѣтится точекъ, которыя можно было бы сдѣлать закладными, а въ сторонѣ, гдѣ-нибудь на пригоркѣ или полянкѣ, имѣется такое мѣсто, то къ этимъ точкамъ или сворачиваютъ нивеллиръ-теодолитный рядъ, или такія точки опредѣляютъ засѣчками съ 3—4 смежныхъ штативовъ, дѣлая для этого, въ случаѣ надобности, просѣки. На такихъ *уединенныхъ закладныхъ* точкахъ строятся обыкновенно небольшія пирамидки.

При мензульной съемкѣ 250 саж. въ дюймѣ каждый планшетъ долженъ быть обезпеченъ не менѣе какъ 3—4 закладными точками.

Пусть A, B, C. . . . (черт. 650) представляютъ мѣста штативовъ, а a, b, c. . . . —мѣста реекъ нивеллиръ-теодолитнаго ряда. На первомъ штативѣ (какъ и на послѣднемъ) неизбѣжно приходится наблюдать одинъ сосѣдній штативъ и одну рейку; однако, для оріентировки первой стороны AB, а слѣдов., и всего ряда, наблюдается еще удаленная точка M мѣстнаго предмета, азимутъ котораго (AM) заранѣе опредѣленъ астрономически или вычисленъ изъ тріангуляціи или прежнихъ нивеллиръ-теодолитныхъ работъ.



Черт. 650.

Съ промежуточныхъ точекъ наблюдаются по два смежныхъ штатива и по двѣ рейки, а также и уединенныя (въ случаѣ надобности) закладныя точки (пирамидки) и реперы (колокольни церквей, шпили и коньки зданій и т. п.),

При установкѣ штативовъ дѣлается ихъ центрировка помощію нити съ отвѣсомъ, дабы центръ штатива приходился какъ разъ надъ серединою шляпки гвоздика, вбитаго въ колъ (или надъ центромъ камня закладной точки), хотя особой тщательности центрировки здѣсь не требуется, такъ какъ употребленіе трехъ штативовъ и предварительная установка штативовъ впереди и сзади устраняетъ надобность въ приведеніяхъ (къ центру сигнала); большее вниманіе слѣдуетъ обращать на то, чтобы головка штатива была установлена по возможности горизонтально, дабы ось вставляемой въ головку штатива штанги марки была отвѣсна. Послѣ наблюденій на каждомъ штативѣ задній штативъ и задняя рейка заносятся впередъ и дѣлаются передними во время слѣдующихъ наблюденій. На каждомъ штативѣ измѣряютъ *отдѣльно* сперва горизонтальные, а затѣмъ вертикальные углы, дабы не мѣнять для болѣе близкихъ предметовъ (реекъ) установку окулярной трубочки по фокусу, а слѣдовательно, и коллимаціонную ошибку зрительной трубы, для этого держатся обыкновенно правила, что для измѣренія горизонтальныхъ угловъ надо окулярную трубочку устанавливать по штативамъ, а при измѣреніи вертикальныхъ — по рейкамъ. Горизонтальные углы измѣряются, при двухъ пріемахъ, а вертикальные углы—однимъ, двумя и даже тремя пріемами, въ зависимости отъ разстоянія отъ штатива до реекъ (съ увеличеніемъ разстояній, а слѣдов., и уменьшеніемъ величины угловъ наклона,—увеличивается число пріемовъ: при углѣ болѣе 1°—одинъ пріемъ, при углѣ отъ 1° до 30′—два, при углѣ отъ 30′ до 20′—три пріема; при углѣ менѣе 20′—четыре пріема).

Горизонтальные углы измѣряются и записываются въ журналъ *въ круговомъ порядкѣ слѣдованія азимутовъ предметовъ:* при Кр. Пр. (кремольерка вверху) наблюдаются 1) марка задняго штатива, 2) задняя рейка, 3) передняя рейка, 4) марка передняго штатива и всѣ видимые мѣстные предметы (реперы, закладныя точки) и, наконецъ, 5) опять марка задняго штатива. Послѣ этого перекладывается труба въ лагерахъ и алидада инструмента поворачивается на 180°, начинаются наблюденія при Кр. Л. (кре-

мольерка внизу): 1) марка задняго штатива, 2) мѣстные въ обратномъ порядкѣ слѣдованія предметы и марка передняго штатива, 3) передняя рейка, 4) задняя рейка и 5) опять марка задняго штатива. Между пріемами горизонтальный лимбъ переставляется примѣрно на 90°. При второмъ пріемѣ наблюденія начинаютъ при Кр. Л. и заканчиваются при Кр. Пр.

Повѣрительная труба во время наблюденій наводится на отчетливо видимую марку одного изъ штативовъ, какъ на наиболѣе близкій предметъ.

Вертикальные углы измѣряются такъ: — Кр. Пр.: 1) нижняя, средняя и верхняя марки задней рейки, 2) марка задняго штатива, 3) мѣстные предметы, 4) марка передняго штатива и 5) марки (нижняя, средняя и верхняя) передней рейки; Кр. Лѣв.: тѣ же предметы въ обратномъ (симметричномъ) порядкѣ. При каждомъ наведеніи трубы записываются показанія *лѣв.* и *прав.* концовъ пузырька уровня алидады вертикальнаго круга съ точностію до 0,1 дѣленія. Напр., $л = -22{,}7$; $п = +19{,}3$; $(л+п)\frac{\eta}{2} = -7'',1$.

(при $\eta = 4'',2$).

Среднее изъ отсчетовъ по обоимъ верньерамъ вертикальнаго круга	10° 37′ 28″
Поправка	— 7,1
Исправленный отсчетъ	10° 37′ 20″,9

Прежде чѣмъ переносить инструментъ на слѣдующій штативъ, до сниманія его со штатива, гдѣ дѣлались наблюденія, необходимо: 1) вывести среднее изъ горизонтальныхъ угловъ, слѣдя за постоянствомъ двойной коллимаціонной ошибки (Кр. Пр.—Кр. Лѣв. $+180°$).

2) вывести среднее изъ вертикальныхъ угловъ, слѣдя за постоянствомъ *мѣста нуля*: $\frac{К.П.+К.Л.}{2}$. Указанное постоянство величинъ $2c$ и *М. О.* и служитъ гарантіею отсутствія промаховъ.

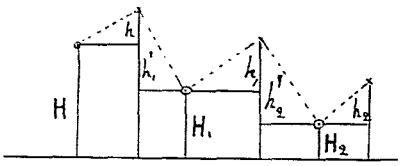
3) Измѣрить высоту отъ земли горизонтальной оси инструмента.

Число штативовъ, при взаимномъ ихъ разстояніи до 200—250 саж., проходимыхъ за день (съ утра до вечера) равно 6—8. По окончаніи дневной работы лучше всего рейки и штативы оставлять на ихъ мѣстахъ, иначе необходимо тщательно отмѣчать положеніе ножекъ на кольяхъ и съ передняго штатива отсчитать направленіе на временный реперъ (сличи съ окончаніемъ дневной работы при точной нивеллировкѣ).

Послѣ вычисленія разности высотъ и разстояній между всѣми смежными штативами вычисляютъ разность высотъ и разстоянія сперва между закладными точками (проложенный рядъ какъ бы считается состоящимъ только изъ однѣхъ закладныхъ точекъ), а затѣмъ между конечными точками ряда. Послѣ чего вычисляются координаты.

Для однообразія вычисленія высотъ штативовъ В. Витковскій рекомендуетъ поступать такъ: обозначить 1) высоты штативовъ черезъ H, H_1,

H_2, ... H_n, гдѣ H—высота перваго штатива заранѣе извѣстна; 2) превышенія нижнихъ марокъ переднихъ реекъ надъ осью штативовъ черезъ h, h_1, h_2 . . . . h_n; 3) превышенія нижнихъ марокъ заднихъ реекъ надъосью штативовъ черезъ h_1', h_2', h_3' . . . , и 4) высоты нижнихъ марокъ черезъ H_1', H_2' . . . , тогда (см. черт. 651).



Черт. 651.

$$\begin{array}{l|l} H_1 = H + (h - h_1') & H = S_1' H_1' = H + h \\ H_2 = H_1 + (h_1 - h_2') & H_2' = H_1' - h_1' + h_1 = \\ \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . & \quad = H_1' + (h_1 - h_1') \\ \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . & \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ H_n = H_{n-1} + (h_{n-1} - h_n') & H_n' = H_{n-1} + (h_{n-1} - h'_{n-1}). \end{array}$$

Повѣркою служитъ соотношеніе:

$$H_i' = H_i + h_i'$$

или

$$H_i' = H_i - h_i',$$

ясно усматриваемое изъ чертежа.

§ 354. Точность нивеллиръ-теодолитныхъ работъ. Изъ формулъ, по которымъ опредѣляется положеніе точекъ нивеллиръ-теодолитнаго ряда какъ по горизонтальному разстоянію [1]), такъ и по высотѣ [2]), легко замѣтить, что главнымъ источникомъ погрѣшностей служитъ ошибка горизонтальнаго разстоянія d между штативомъ и рейкой. Объ этой ошибкѣ уже упоминалось нами въ § 234. Остановимся еще разъ на ней.

Для малыхъ угловъ α и β и $(\alpha - \beta) = \gamma$ допустимъ въ выраженіи d, что $cos\alpha = 1$, $cos\beta = 1$ и $Sin(\alpha - \beta) = Sin\gamma'' = \gamma''$. $Sin\,1''$, такъ что $d = \frac{1}{\gamma'' \,.\, Sin\,1''}$. Обозначимъ среднюю ошибку въ d черезъ m_d и среднюю ошибку въ углахъ α и β черезъ m'', тогда $lg\,d = -lg(\gamma'' \,.\, Sin\,1'')$ и $\frac{m_d}{d} = \frac{m_\gamma}{\gamma}$; но $m_\gamma = m'' \,.\, \sqrt{2}$, ибо $\gamma = (\alpha - \beta)$, а потому $m_d = \frac{d}{\gamma} \cdot m'' \sqrt{2}$. Замѣняя $\frac{1}{\gamma} = d$ и вводя множителемъ $Sin\,1''$ для перехода къ линейной мѣрѣ, получаемъ

$$m_d = m'' \,.\, \sqrt{2} \,.\, d^2 \,.\, Sin\,1''.$$

Если принять $m'' = \pm 1'',3$ для нивеллиръ-теодолита, то при $d = 100$ саж. $= 100 \times \frac{2}{3}$ длина рейки (разстояніе между верхней и средней марками) найдемъ

$$m_d = \frac{1'',3 \,.\, \sqrt{2} \,.\, (100)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2}{206265} = 0{,}04 \text{ рейки} = \pm 0{,}06 \text{ саж.}$$

---

[1]) $d = \frac{cos\alpha \,.\, cos\beta}{Sin(\alpha - \beta)}$; $s = (d_1 + d_2)\, cos\theta$.

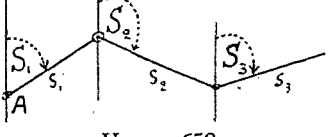
[2]) $h_\alpha = \frac{Sin\alpha \,.\, cos\beta}{Sin(\alpha - \beta)}$ и $h_\beta = \frac{Sin\beta \,.\, cos\alpha}{Sin(\alpha - \beta)}$.

При длинѣ хода въ 20 верстъ = 10000 саж. и при 100 саж. отъ рейки до штатива или 200 саж. отъ задней до передней рейки (50 установокъ инструмента) средняя ошибка хода будетъ $\pm 0.06\sqrt{2}\cdot\sqrt{50} = \pm 0.6$ саж. Въ дѣйствительности, вслѣдствіе дѣйствія рефракціи, среднія ошибки измѣряемыхъ этимъ способомъ разстояній вдвое болѣе, тѣмъ не менѣе и такая точность опредѣленія опорныхъ точекъ для топографической съемки малонаселенныхъ, лѣсныхъ пространствъ считается достаточной.

При 100 саж. разстоянія отъ рейки до инструмента дѣйствіе рефракціи становится уже очень чувствительнымъ и притомъ не одинаковымъ для верхней и нижней мѣтокъ рейки; такъ что видимая угловая величина $\gamma = (\alpha - \beta)$ длины рейки при одномъ и томъ же разстояніи d оказывается перемѣнною въ зависимости отъ измѣненій рефракціи въ теченіе дня; а это вводитъ значительныя ошибки какъ случайныя, такъ и постоянныя, въ опредѣляемыя величины d, h_α и h_β, и именно вслѣдствіе этого обстоятельства точность такихъ нивеллировокъ выходитъ слишкомъ вдвое менѣе, чѣмъ при нивеллированіи горизонтальнымъ лучемъ зрѣнія [1]).

Къ источникамъ ошибокъ нужно отнести 1) неточность опредѣленія разстояній между мѣтками каждой рейки, хотя таковое и опредѣляется отъ времени до времени при прокладкѣ нив.-теодолитн. хода при помощи штангенъ-циркуля по нормальной мѣрѣ, 2) неточность измѣренія горизонтальныхъ угловъ, 3) пренебреженіе толщиною реекъ, 4) неравенство цапфъ зрительной трубы и т. п. (Болѣе подробно см. Записки В.-Т. О. Главнаго Штаба, части XXXVI, 1878 и XLVIII, 1892, — статьи Цингера и Эрнфельта, а также Инженерн. журн. 1877, № 3, статья Артамонова).

§ 355. Уравновѣшиваніе нивеллиръ-теодолитнаго ряда. Для сокращенія труда уравнительнаго вычисленія обыкновенно уравновѣшивается только ходъ образуемый закладными точками. Мы разберемъ случай сомкнутаго полигона. При уравновѣшиваніи будемъ поступать такъ: вычисливъ по измѣреннымъ угламъ ихъ сумму или азимуты $S_1, S_2, S_3, \ldots$ (черт. 652) [2]), по лученную невязку въ углахъ разложимъ поровну на всѣ углы, затѣмъ вычислимъ по сторонамъ $s_1, s_2, s_3, \ldots$ и угламъ $S_1, S_2, S_3, \ldots$ приращенія линейныхъ координатъ (проекціи на двѣ оси). Для сомкнутаго полигона должно быть:



Черт. 652.

$$\left.\begin{aligned} s_1 \cdot \cos S_1 + s_2 \cdot \cos S_2 + \ldots\ldots + s_n \cdot \cos S_n = 0 \\ s_1 \cdot \mathit{Sin} S_1 + s_2 \cdot \mathit{Sin} S_2 + \ldots\ldots + s_n \cdot \mathit{Sin} S_n = 0 \end{aligned}\right\} \ldots\ldots \text{(I)}$$

[1]) Объ измѣненіи дѣйствія рефракціи на α и β въ разные часы дня, въ разные лѣтніе мѣсяцы, см. *Н. Цингеръ.* Курсъ Высшей Геодезіи, стр. 98.

[2]) Вмѣсто азимутовъ можно вычислять углы, составляемые сторонами полигона съ произвольно выбраннымъ направленіемъ. Для разомкнутаго полигона (между двумя точками тригоном. сѣти) сумма угловъ равна разности данныхъ азимутовъ крайнихъ сторонъ, уменьшенной на 180° и на сближеніе δ меридіановъ конечныхъ точекъ $\delta = (\omega_1 - \omega)\,\mathit{Sin}\,\frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi)$, гдѣ φ и φ_1 — широты, а ω и ω_1 — долготы крайнихъ точекъ.

Но вслѣдствіе ошибочности сторонъ s_i и угловъ S_i (гдѣ $i=1, \ldots . n$) произойдутъ невязки въ координатахъ v_1 и v_2, т. е. получимъ вмѣсто равенствъ (I) слѣдующія

$$\left.\begin{aligned} s_1 . cos\ S_1 + s_2 . cos\ S_2 + \ldots . + s_n . cos\ S_n = v_1 \\ s_1 . Sin S_1 + s_2 . Sin S_2 + \ldots . + s_n . Sin S_n = v_2 \end{aligned}\right\} \ldots . \quad (II)$$

Найдемъ поправки: 1) $x_1, x_2, \ldots x_n$ къ сторонамъ $s_1, s_2, \ldots s_n$ и 2) $y_1, y_2, \ldots y_n$ къ угламъ $S_1, S_2, S_3, \ldots S_n$, чтобы выходило:

$$\left.\begin{aligned} \Sigma (s+x)\ cos\ (s+y) = 0 \\ \Sigma (s+x)\ Sin (s+y) = 0 \end{aligned}\right\} . \text{ (III), гдѣ } \Sigma \text{ — знакъ суммы,}$$

при условіи, чтобы сумма квадратовъ поправокъ была наименьшею. Введемъ вѣса для x и y, полагая (въ виду ихъ неоднородности), что для поправокъ сторонъ вѣса обратно-пропорціональны длинамъ сторонъ, а для y, что они прямо пропорціональны сторонамъ s, т. е. придадимъ условію видъ

$$\frac{x_1^2}{s_1} + \frac{x_2^2}{s_2} + \ldots . + \frac{x_n^2}{s_n} + s_1 . y_1^2 + s_2 y_2^2 + \ldots . + s_n . y_n^2 = \text{minimum} \ldots \quad (IV)$$

Раскрывая въ равенствахъ (III) $Sin\,(S+y)$ и $cos\,(S+y)$, т. е.

$$Sin\,(S+y) = Sin\,S . cos\,y + Sin\,y . cos\,S$$
$$cos\ (S+y) = cos\ S . cos\,y - Sin\,S . Sin\,y$$

и полагая $cos\,y = 1$ и $Sin\,y = y'' . Sin\,1''$, а также отбрасывая произведенія $x . y . Sin\,1''$, получимъ, принимая во вниманіе равенства (II), вмѣсто (III) слѣдующія равенства

$$\left.\begin{aligned} x_1 . cos\ S_1 + x_2 . cos\ S_2 + \ldots . - s_1 . y_1 . Sin\,1'' . Sin\,S_1 - \\ - s_2 . y_2 . Sin\,1''\ Sin\,S_2 - \ldots . + v_1 = 0 \\ x_1 . Sin\,S_1 + x_2 . Sin\,S_2 + \ldots . + s_1 . y_1 . Sin\,1'' . cos\ S_1 + \\ + s_2 . y_2 . Sin\,1'' . cos\ S_2 + \ldots . + v_2 = 0 \end{aligned}\right\} \ldots . \quad (V)$$

Дифференцируя (V) и (IV), найдемъ

$$dx_1 . cos\,S_1 + dx_2 . cos\ S_2 + \ldots . - dy_1 . s_1 . Sin\ 1''\ Sin\,S_1 - \\ - dy_2 . s_2\ Sin\,1''\ Sin\ S_2 - \ldots . = 0$$

$$dx_1 . Sin\,S_1 + dx_2 . Sin\,S_2 + \ldots . + dy_1 . s_1\ Sin\,1'' . cos\,S_1 + \\ + dy_2 . s_2 . Sin\ 1'' . cos\,S_2 + \ldots = 0$$

$$\frac{x_1}{s_1} dx_1 + \frac{x_2}{s_2} dx_2 + \ldots . + s_1 y_1 . dy_1 + s_2 . y_2 . dy_2 + \ldots = 0$$

Умножая же первое изъ уравненій (V) на коррелату $-2A$, а второе — на $-2B$ и складывая съ (IV), найдемъ слѣдующія величины для поправокъ въ зависимости отъ коррелатъ

$$\begin{aligned} x_1 &= s_1 . cos\,S_1 . A + s_1 . Sin\ S_1 . B \\ x_2 &= s_2 . cos\,S_2 . A + s_2 . Sin\ S_2 . B \\ &\ldots \ldots \ldots \ldots \\ &\ldots \ldots \ldots \ldots \end{aligned} \qquad \begin{aligned} y_1 &= - Sin\ S_1 . A + cos\ S_1 . B \\ y_2 &= - Sin\ S_2 . A + cos\ S_2 . B \\ &\ldots \ldots \ldots \ldots \\ &\ldots \ldots \ldots \ldots \end{aligned}$$

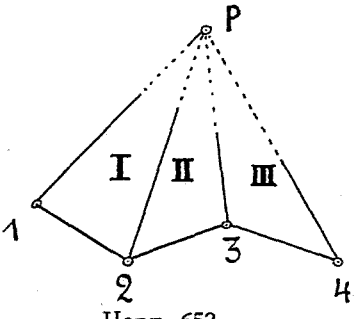
Въ эти формулы при вычисленіяхъ надо ввести $\rho = \frac{1}{Sin\ 1''}$.

Подстановкою этихъ значеній поправокъ въ (V) найдемъ уравненія коррелатъ

$$\left.\begin{aligned} A\ .\ \Sigma s + v_1 &= 0 \\ B\ .\ \Sigma s + v_2 &= 0 \end{aligned}\right| \quad \text{или} \quad \begin{aligned} A &= -\frac{v_1}{\Sigma s} \\ B &= -\frac{v^2}{\Sigma s} \end{aligned}$$

Пользуясь этими значеніями коррелатъ, найдемъ окончательныя значенія всѣхъ поправокъ x_i и y_i $(i = 1, 2\ .\ .\ .\ .\ n)$.

§ 356. Уравниваніе боковыхъ предметовъ. Уравниванію нивеллиръ-теодолитнаго ряда должно предшествовать уравниваніе уединенныхъ закладныхъ точекъ или иначе боковыхъ предметовъ. Пусть уединенная (боковая) точка P наблюдалась съ четырехъ послѣдовательныхъ штативовъ нивеллиръ-теодолитнаго ряда 1, 2, 3 и 4, т. е. (см. черт. 653) помимо вертикальныхъ угловъ, по которымъ вычислены стороны s_1, s_2, s_3, измѣрены на уединенную точку P для ея опредѣленія горизонтальные углы 1 и 2, 3 и 4, 5 и 6.



Черт. 653.

Общія стороны $2 — P$ (треугольниковъ I и II) и $3 — P$ (у треугольниковъ II и III) вычисляются дважды:

$$\left.\begin{aligned} \overline{2—P} &= s_1 \cdot \frac{Sin\ 1}{Sin(1+2)} = s_2 \cdot \frac{Sin\ 4}{Sin(3+4)} \\ \overline{3—P} &= s_2 \cdot \frac{Sin\ 3}{Sin(3+4)} = s_3 \cdot \frac{Sin\ 6}{Sin(5+6)} \end{aligned}\right\} \ldots . \text{(I)}$$

Однако, вслѣдствіе погрѣшностей въ непосредственно измѣренныхъ углахъ и въ вычисленныхъ сторонахъ s_1, s_2 и s_3 получатся противорѣчія между двумя значеніями одной и той же стороны, а слѣдовательно, и между ихъ логариѳмами, такъ что мы будемъ имѣть

$$\left.\begin{aligned} lg\ s_1 — lg\ s_2 + lg\ Sin\ 1 — lg\ Sin\ 4 — lg\ Sin\ (1+2) + lg\ Sin\ (3+4) &= v_1 \\ lg\ s_2 — lg\ s_3 + lg\ Sin\ 3 — lg\ Sin\ 6 — lg\ Sin\ (3+4) + lg\ Sin\ (5+6) &= v_2 \end{aligned}\right\} \ldots \text{(II)}$$

Такъ какъ ошибки въ измѣреніи горизонтальныхъ угловъ при нивеллиръ-теодолитныхъ работахъ можно считать ничтожными по сравненію съ ошибками сторонъ полигона, то мы введемъ поправки x_1, x_2 и x_3 *въ логариѳмы сторонъ*, а углы трогать не будемъ [1]), т. е. достигнемъ того, что правыя части равенствъ (II) обратятся въ нули, т. е. будемъ имѣть:

$$\left.\begin{aligned} (lg\ s_1 + x_1) — (lg\ s_2 + x_2) + lg\frac{Sin\ 1}{Sin(1+2)} — lg\frac{Sin\ 4}{Sin(3+4)} &= 0 \\ (lg\ s_2 + x_2) — (lg\ s_3 + x_3) + lg\frac{Sin\ 3}{Sin(3+4)} — lg\frac{Sin\ 6}{Sin(5+6)} &= 0 \end{aligned}\right\} \ldots . \text{(III)}$$

[1]) Этимъ задача объ уравновѣшиваніи уединенныхъ точекъ нивел.-теодолитнаго ряда существенно разнится отъ подобной же задачи въ тригонометрической сѣти. Здѣсь исправляются стороны, въ тригоном. же сѣти исправляются углы, а стороны считаются данными, и слѣдовательно, *неизмѣнными*.

Вычитая (II) изъ (III) найдемъ:

$$\left.\begin{aligned} x_1 - x_2 + v_1 &= 0 \\ x_2 - x_3 + v_2 &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(IV)}$$

Причемъ наложимъ условіе, чтобы

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = \text{minimum} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(V)}$$

Дифференцируя (IV) и (V), найдемъ

$$\left.\begin{aligned} dx_1 - dx_2 &= 0 \\ dx_2 - dx_3 &= 0 \\ x_1\ dx_1 + x_2\ .\ dx_2 + x_3\ .\ dx_3 &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \text{(VI)}$$

Умноживъ на A и B первое и второе уравненія и сложивъ ихъ, а затѣмъ сравнивая коэффиціенты у разныхъ dx во вновь полученномъ и въ третьемъ уравненіяхъ, получимъ

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= A \\ x_2 &= -A + B \\ x_3 &= -B \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(VII)}$$

Подставляя эти значенія поправокъ черезъ коррелаты въ (IV) и, рѣшая ихъ относительно A и B, получимъ

$$\left.\begin{aligned} A &= -\frac{1}{3}(2v_1 + v_2) \\ B &= -\frac{1}{3}(v_1 + 2v_2) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \text{(VIII)}$$

Возвращаясь къ равенствамъ (VII), найдемъ окончательныя значенія поправокъ

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= -\frac{1}{3}(2v_1 + v_2) \\ x_2 &= \frac{1}{3}(v_1 - v_2) \\ x_3 &= \frac{1}{3}(v_1 + 2v_2) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(IX)}$$

Ходъ рѣшенія задачи не измѣнится, если бы вмѣсто того, чтобы наблюдать съ четырехъ штативовъ уединенный предметъ P, стали бы наблюдать его съ большаго (какого угодно) числа штативовъ нивеллиръ-теодолитнаго ряда.

Вопросъ объ уравниваніи высотъ точекъ нивеллиръ-теодолитнаго ряда рѣшается или разложеніемъ получившейся невязки поровну между всѣми штативами, или же, если разсматривается цѣлая система замкнутыхъ полигоновъ, то уравновѣшиваніе производится по способу наименьшихъ квадратовъ,—совершенно такъ же, какъ это дѣлается при геодези-

ческомъ (тригонометрическомъ) нивеллированіи, сопровождающемъ обыкновенно составленіе тригонометрической сѣти (см. § 339—350).

Вычисленіе координатъ точекъ нивеллиръ теодолитнаго ряда нисколько не отличается отъ рѣшенія общей геодезической задачи о нахожденіи координатъ конца данной линіи, если извѣстны координаты начальной ея точки, а также даны длина и направленіе самой линіи. На плоскости задача нами была уже разсмотрѣна, рѣшеніе же той же задачи на сферѣ и на сфероидѣ излагается обыкновенно въ высшей Геодезіи [1]).

B. Полигонометрическая сѣть.

§ 357. **Основныя положенія.** Въ началѣ настоящей главы было уже указано, что полигонометрическая сѣть имѣетъ цѣлью дать достаточное число *хорошо замѣченныхъ* на мѣстности и *точно опредѣленныхъ* (вычисленныхъ) основныхъ, такъ называемыхъ, „*опорныхъ*“ пунктовъ для предстоящей детальной горизонтальной съемки мѣстности, путемъ тщательнаго измѣренія какъ сторонъ полигона, т. е. прямыхъ, соединяющихъ два сосѣднихъ полигонныхъ пункта, такъ и его горизонтальныхъ угловъ, или, иначе, угловъ поворота сторонъ хода. Полигонометрическая сѣть прокладывается на мѣстности или какъ дополняющая недостаточную по своему числу точекъ тригонометрическую сѣть, или же выполняется самостоятельно въ зависимости отъ мѣстныхъ условій (лѣсныя мало населенныя пространства, города и селенія и т. п.). Въ Западной Европѣ, при кадастровыхъ съемкахъ, полигонные хода прокладываются между пунктами тригонометрической сѣти. У насъ въ Россіи, за отсутствіемъ на бо́льшей части пространства Имперіи тригонометрическихъ пунктовъ, полигонометрическая сѣть составляется самостоятельно. Лишь при съемкахъ городовъ она базируется на пунктахъ почти всегда составляемой при этомъ тригонометрической сѣти. Полигонъ, связывающій двѣ заранѣе данныя (извѣстныя) точки тригонометрической или полигонометрической сѣти, принято называть *разомкнутымъ*, въ отличіе отъ *замкнутаго* полигона, начинающагося и кончающагося (возвращающагося) въ одной и той же точкѣ. При самостоятельно пролагаемой полигонометрической сѣти въ началѣ обязательно (неизбѣжно) прокладывается сомкнутый многоугольникъ, т. е. замкнутый полигонъ, а затѣмъ внутри его постепенно впослѣдствіи прокладываютъ разомкнутые полигоны. Отчасти объ измѣреніи сторонъ и угловъ полигона (объ опредѣленіи вида полигона), а также объ опредѣленіи горизонтальнаго проложенія сторонъ и вычисленіи азимутовъ и координатъ точекъ полигона (опредѣленіе положенія полигона) уже упоминалось въ главахъ I, II и III настоящаго курса. О погрѣшностяхъ же измѣренія сторонъ и угловъ полигона и о погрѣшностяхъ въ вычисленныхъ по нимъ приращеніяхъ коор-

[1]) Болѣе подробно см. *В. Витковскій.* „Практическая Геодезія“; придерживаясь этого источника, изложена и настоящая статья.

динатъ упоминалось нами на стр. 159—185 этой книги. Здѣсь мы сдѣлаемъ лишь нѣкоторыя дополненія въ видѣ примѣненія и разъясненія даннаго ранѣе матеріала.

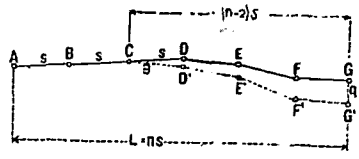
Что же касается числа пролагаемыхъ на данной мѣстности полигонныхъ ходовъ, а слѣдовательно, и числа полигонныхъ пунктовъ, то оно зависитъ отъ размѣровъ и числа подлежащихъ съемкѣ контуровъ. Прусская инструкція (Anweisung IX) для кадастровыхъ съемокъ прямо указываетъ *minimum* этого числа, въ среднемъ приходящагося на дистриктъ въ 5—10 гектаръ. Переходя къ русскимъ мѣрамъ, можно принять, что одинъ полигонный пунктъ долженъ приходиться на каждый контуръ въ 5—10 десятинъ при масштабѣ съемки не крупнѣе 1 : 4200. Число это колеблется въ зависимости отъ кривизны снимаемыхъ контуровъ и способа производства самой детальной съемки. Въ Пруссіи кадастровая съемка ведется исключительно способомъ промѣровъ створовъ съ вѣхи на вѣху (съ пункта на пунктъ), причемъ экеръ при этомъ способѣ съемки употребляется какъ вспомогательный инструментъ.

Здѣсь мы также отмѣтимъ, что при прокладкѣ на мѣстности разомкнутаго полигона, можетъ встрѣтиться случай, когда ходъ долженъ начаться или кончиться у недоступной точки тригонометрической сѣти. Въ этомъ случаѣ приходится примѣнять задачу о перенесеніи (передачѣ) координатъ съ вершины сигнала на землю (см. § 338, способъ промѣровъ).

Что касается точности, съ которою должны быть даны результаты измѣренія длинъ сторонъ полигона и вычислены прямоугольныя прямолинейныя координаты полигонныхъ пунктовъ, то по Прусской инструкціи (Anweisung IX) эти результаты должны выражаться въ сотыхъ доляхъ метра (сантиметрахъ) для кадастровыхъ измѣреній въ полѣ, для городскихъ же работъ (покойный нынѣ) профессоръ D-r Iordan (Іорданъ) рекомендуетъ во избѣжаніе накопленія ошибокъ выражать ихъ въ миллиметрахъ, т. е. въ третьемъ десятичномъ знакѣ. Соотвѣтственно этому для русскихъ мѣръ слѣдовало бы въ полѣ линіи измѣрять до полусотокъ сажени (1 саж. приблизительно 2 метра), т. е. 0,005 саж., а въ городѣ до полутысячныхъ (0,0005) сажени. Въ Россіи ограничиваются при измѣреніи въ полѣ сотыми долями сажени, а въ городахъ—тысячными долями сажени, также поступая и при вычисленіи координатъ по ихъ приращеніямъ.

§ 358. Форма разомкнутаго полигона. Наивыгоднѣйшей формой разомкнутаго полигона нужно считать ту, которая ближе всего подойдетъ къ прямой, соединяющей начало хода съ его концомъ, т. е. форма разомкнутаго полигона должна быть, такъ сказать, вытянутая. Основаніемъ для этого могутъ служить слѣдующія соображенія: чѣмъ меньше сторонъ и угловъ въ полигонѣ, тѣмъ меньше вообще измѣреній, т. е. тѣмъ менѣе источниковъ накопленія случайныхъ ошибокъ измѣренія. Число же угловъ будетъ тѣмъ меньше, чѣмъ ближе общее направленіе хода подходитъ къ прямой линіи и чѣмъ длиннѣе каждая сторона. Это же видно изъ слѣдующаго. Допустимъ, что мы разсматриваемъ разомкнутый, примѣрно, прямолиней-

но вытянутый полигонъ $ABCD\ldots FG$ (черт. 654) съ n одинаковыми по длинѣ s сторонами, такъ, что длина L всего хода будетъ $L=ns$ . . . . (I)



Черт. 654.

Пусть $\pm\xi$ есть средняя ошибка, дѣлаемая при измѣреніи каждаго угла полигона. Если она существуетъ только въ одномъ углѣ, напр., C (третьемъ отъ начала), то вслѣдствіе этой погрѣшности вся слѣдующая (за точкой C) часть полигона такъ же, какъ и линія CD, передвинется на уголъ $\pm\xi$; *поперечное* же линейное *уклоненіе* q точки G въ G' выразится, если ξ есть уголъ при радіусѣ $=1$, черезъ

$$q=GG'=\pm\xi\,.\,(n-2)\,s\,,$$

гдѣ

$$(n-2)\,s=CD+DE+\ldots\ldots+FG.$$

Согласно этому закону перемѣщеній можно сказать, что ошибки въ полигонѣ будутъ накопляться слѣдующимъ образомъ:

Если ошибка ξ въ углѣ сдѣлана въ точкѣ A, то $q_0=\pm n\,.\,s\,.\,\xi$

" " " " " " " " B " $q_1=\pm(n-1)\,s\,.\,\xi$

" " " " " " " " C " $q_2=\pm(n-2)\,s\,.\,\xi$

. . . . . .

. . . . . .

" " " " " " " " E " $q_{n-2}=\pm 2s\,.\,\xi$

" " " " " " " " F " $q_{n-1}=\pm 1s\,.\,\xi$

Совмѣстное же дѣйствіе всѣхъ этихъ ошибокъ дастъ среднюю ошибку или иначе *среднее поперечное уклоненіе*

$$m_q=\pm\sqrt{(ns\xi)^2+[(n-1)\,s\,.\,\xi]^2+\ldots\ldots+(2s\,.\,\xi)^2+(s\xi)^2}$$

или

$$m_q=\pm s\,.\,\xi\,.\,\sqrt{n^2+(n-1)^2+\ldots\ldots+3^2+2^2+1^2}\,.$$

По теоріи рядовъ сумма квадратовъ цѣлыхъ чиселъ отъ 1 до n равна:

$$1^2+2^2+3^2+\ldots\ldots+(n-1)^2+n^2=\frac{2n^3+3n^2+n}{6}\,,\ ^{1})$$

а потому

$$m_q=\pm s\,.\,\xi\,.\,\sqrt{\frac{2n^3+3n^2+n}{6}}\,.$$

---

[1]) Сумма квадратовъ чиселъ натуральнаго ряда, какъ извѣстно изъ анализа б—малыхъ, находится такъ:

$$\left.\begin{array}{l}1^3=1\\ 2^3=(1+1)^3=1+3+3+1\\ 3^3=(1+2)^3=1+3.2+3.2^2+2^3\\ 4^3=(1+3)^3=1+3.3+3.3^2+3^3\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ \underline{(n+1)^3=(1+n)^3=1+3n+3n^2+n^3}\end{array}\right\}\ \begin{array}{l}\text{сумм.}\\ n\end{array}+$$

$$(n+1)^3=(n+1)+3\frac{n\,(n+1)}{2}+3x$$

$$(n+1)^3=1\,(n+1)+3\,(1+2+3+\ldots+n)+3\underbrace{(1+2^2+3^2+\ldots+n^2)}_{x}$$

откуда

$$x=\frac{2n^3+3n^2+n}{6}$$

Изъ этого выраженія ясно видно, какъ быстро растетъ поперечное уклоненіе. Чтобы представить себѣ это болѣе реально пр. D-r Іорданъ даетъ слѣдующую табличку, полагая $s = 150^{m.}$ и $\xi = \pm 30''$ (въ формулѣ $\xi = 30'' : \rho''$), для различныхъ значеній n.

Число сторонъ n	Общая длина хода $L = ns$	Среднее поперечное уклоненіе m_q
5	750 m.	$\pm 0{,}16^{m.}$
10	1500	$\pm 0{,}43$
15	2250	$\pm 0{,}77$
20	3000	$\pm 1{,}17$

При n достаточно большомъ можно приближенно положить, пренебрегая членами n и $3n^2$ по сравненію съ членомъ $2n^3$, что

$$m_q = \pm s \,.\, \xi \,.\, \sqrt{\frac{n^3}{3}},$$

но такъ какъ

$$n = L : s,$$

то

$$m_q = \pm \frac{\xi}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{L^3}{s}} = \pm 0{,}577\ \xi \sqrt{\frac{L^3}{s}}.$$

Отсюда вытекаетъ, что среднее поперечное уклоненіе возрастаетъ прямо пропорціонально $1^1/_2$ степени общей длины L всего хода и обратно пропорціонально корню квадратному изъ длины s сторонъ хода.

Этотъ законъ справедливъ только для угловъ, измѣренныхъ теодолитомъ, для *буссольнаго* же *хода* поперечное уклоненіе будетъ:

$$q = \pm s\xi \pm s\xi \pm s\xi \pm \ldots \pm s\xi.$$

Такъ какъ ошибка измѣренія въ азимутѣ одной стороны не передается на послѣдующія стороны, ибо направленіе каждой стороны (азимутъ) измѣряется безъ непосредственной его связи съ послѣдующими, то и *среднее поперечное уклоненіе буссольнаго хода* выразится здѣсь такъ:

$$m_q' = \pm \sqrt{(\xi s)^2 \,.\, n}$$

или

$$m_q' = \pm \xi \,.\, s\sqrt{n}$$

или

$$m_q' = \pm \xi \,.\, \sqrt{L \,.\, s},$$

т. е. оно возрастаетъ прямо пропорціонально корню квадратному изъ длины (s) стороны хода, и чѣмъ короче стороны буссольнаго хода, тѣмъ меньше его поперечная ошибка.

При отысканіи поперечной ошибки полигоннаго хода не слѣдуетъ упускать изъ вида, что:

1) чѣмъ длиннѣе стороны, тѣмъ больше ихъ случайныя ошибки измѣренія

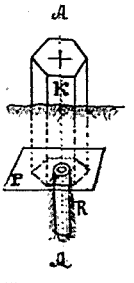
$$m_s = \pm \mu \sqrt{s},$$

поэтому длины сторонъ не должны превосходить извѣстнаго предѣла; такъ, для полигонныхъ ходовъ, напр., (согласно Іордана), $s_{max} = 300^m$ [1]), а для буссольнаго хода $s = 20^m - 50^m$.

и 2) при вытянутомъ ходѣ углы будутъ близки къ 180^0, а на нихъ сильнѣе сказываются ошибки центрировки.

Итакъ, дѣйствительно, вытянутая форма полигоннаго хода, какъ наименьшая по длинѣ L, съ возможно длинными сторонами s, есть наивыгоднѣйшая.

§ 359. **Обозначеніе полигонныхъ пунктовъ.** Полигонные пункты, являясь *опорными* при съемкѣ, должны быть *прочно* обозначенными на мѣстности, при томъ такими знаками (замѣтками), которые сохранялись бы и оставались бы неизмѣнными болѣе или менѣе продолжительное время. Постановка ихъ должна предшествовать геодезическимъ операціямъ. Въ противномъ случаѣ, возможныя уклоненія замѣтки точки, гдѣ ставился центръ угломѣрнаго инструмента приведетъ въ натурѣ къ иной системѣ пунктовъ, отличныхъ отъ системы вычисленныхъ точекъ. Обозначеніе полигонныхъ пунктсвъ на мѣстности дѣлается въ зависимости отъ того, гдѣ пролагается полигонный ходъ. Для обозначенія пункта въ полѣ (по Прусской Инструкціи) полагается дѣлать его замѣтку надъ землею камнемъ, а именно базальтовой шестигранной колонкой K (черт. 655) съ высѣченнымъ наверху у нея крестомъ, центръ котораго находится на одной и той же отвѣсной линіи AA, проходящей черезъ ось подземной замѣтки—дренажной трубочки R (длиною въ 30^{cm}, съ діаметромъ въ 5^{cm}, для свободнаго прохода черезъ нее толщины обыкновенной вѣшки). Между колонкой и трубой лежитъ прикрывающая отверстіе трубы шиферная (аспидная) дощечка—пластинка P. Вмѣсто дренажной или гончарной трубы иногда употребляется желѣзная, крытая каретнымъ лакомъ, труба.



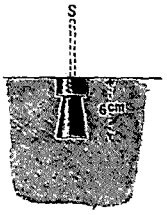
Черт. 655.

Въ городахъ полигоны прокладываются по улицамъ, вдоль тротуаровъ, внизу ихъ откосовъ (по кювету для стока воды), причемъ самые пункты замѣчаются весьма разнообразно, сообразно съ отпущенными для этого средствами, а также смотря по тому, какъ замощены улицы—булыжникомъ, каменными или деревянными торцами и т. п.

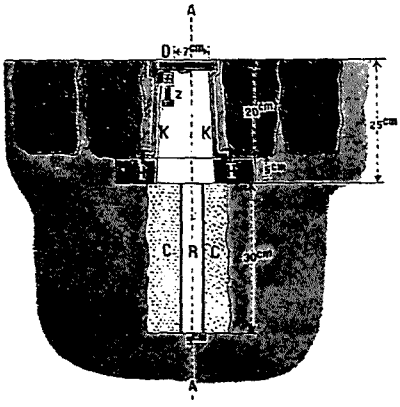
---

[1]) Длина стороны должна быть во всякомъ случаѣ такова, чтобы изъ одной полигонной точки можно было свободно въ зрительную трубу теодолита видѣть другую (подошву поставленной въ ней вѣхи).

Такъ, въ большихъ нѣмецкихъ городахъ Линденѣ, Карлсруэ, гдѣ улицы вымощены базальтовыми торцами (параллелепипедами) значительныхъ размѣровъ, сложенными на цементѣ, въ нихъ заливались желѣзные болты особой формы (черт. 656), длиною 6^{cm}, по оси которыхъ оставлялся желобъ для втыканія стержня *s*. Въ Берлинѣ и позднѣе, напр., въ Плауенѣ, полигонные пункты замѣчались, если не всѣ, то нѣкоторые (на манеръ закладныхъ точекъ нивеллиръ-теодолитнаго ряда) слѣдующимъ, весьма основательнымъ, но сложнымъ путемъ: подземная, вертикально установленная, желѣзная, выкрашенная каретнымъ, смоляным лакомъ труба *R*, длиною въ 30 $^{cm.}$ и діаметромъ въ 5^{cm} (черт. 657) заливалась цементомъ *C* въ землѣ; при этомъ верхъ трубы помѣщался на 5 $^{cm.}$ ниже торцоваго слоя (толщина торца 20 $^{cm.}$). Сверху труба закрывалась конусообразной бездонной желѣзной коробкой *K*, опирающейся нижними краями на деревянную дубовую или кирпичную подставку *H* толщиною въ 5 $^{cm.}$ Сверху коробка, въ уровень съ мостовой, закрывалась крышкой *D*, не имѣющей петель, а снабженной особымъ запоромъ *Z*, ключъ отъ котораго хранится въ соотвѣтствующемъ отдѣленіи городской управы. Полигонный пунктъ считался лежащимъ на оси *AA* трубы *R*.

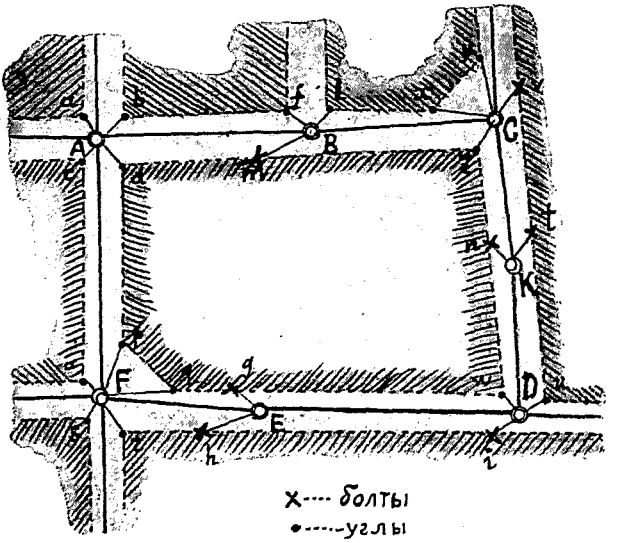


Черт. 656.



Черт. 657.

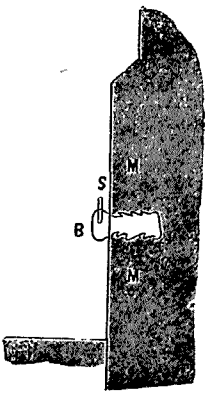
Въ Россіи—въ Москвѣ, Пензѣ, Ташкентѣ, Ригѣ, Харьковѣ (въ 1893 г.), Ростовѣ-на-Дону (1895 г.), позднѣе въ Симферополѣ, Костромѣ и т. д. полигонные пункты замѣчались или гвоздями, забитыми въ тротуары, или дубовыми кольями (съ гвоздями въ центрѣ головы), вогнанными подъ булыжники мостовой (Харьковъ), или горлышкомъ зарытой въ землю бутылки, или, наконецъ, цементными, опрокинутыми вверхъ дномъ стаканчиками, (Ростовъ-на-Дону), съ вбитыми въ центръ дна гвоздями (средина шляпки считалась геометрическимъ полигоннымъ пунктомъ).



Черт. 658.

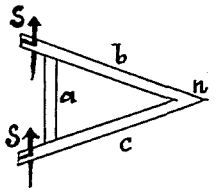
Чтобы впослѣдствіи возможно было быстро найти замѣченный полигонный пунктъ, положеніе его обыкновенно опредѣляется цѣлымъ рядомъ промѣровъ *Aa*, *Ab*, *Ac*, *Ad*. . . . отъ угловъ крайнихъ домовъ, стоящихъ на углахъ перекрестка улицъ (черт. 658) или разстояніями *Bm*, *Kn*, *Kt*, . . . отъ

болтовъ B особой формы (черт. 659), оканчивающихся ершами, залитыми въ цоколи стѣнъ M каменныхъ домовъ. Въ головкахъ этихъ болтовъ имѣлись углубленія, куда втыкался при визированіи (или промѣрѣ) на болтъ B штифтикъ s.



Черт. 659.

Установка центра надземнаго камня на одну отвѣсную линію съ осью AA дренажной трубы R дѣлается или при помощи нити отвѣса, прикладываемой къ двумъ бечевкамъ, пересѣкающимся въ мѣткѣ полигоннаго пункта (на отвѣсной прямой AA оси трубы R), причемъ бечевки предварительно натягиваются и заматываются за большіе (барочные) гвозди, отвѣсно (по инструменту) вбитые въ землю, или съ помощію особаго угольника (черт. 660), вершина котораго n также предварительно помѣщается на вертикальную ось AA дренажной трубы R, и концы его S, S (вырѣзы) замѣчаются 2 гвоздями. Снявъ угольникъ съ гвоздей и не трогая ихъ, за рываютъ колонку, наблюдая затѣмъ, чтобы горизонтально приложенный своими концами S, S вплотную къ гвоздямъ угольникъ въ то же время своей вершиной n пришелся въ центръ креста надземной колонки. (См. закладку центровъ на пунктахъ тригонометрической сѣти, стр. 873).



Черт. 660.

§ 360. Измѣреніе сторонъ. Стороны полигоннаго хода измѣряются *по два раза*, причемъ измѣренія въ полѣ ведутся преимущественно стальной лентой, а углы наклона измѣряются или вертикальнымъ кругомъ теодолита, или эклиметромъ. Въ городахъ рекомендуется измѣрять линіи мѣрными брусьями.

Разность между обоими измѣреніями одной и той же стороны не должна превосходить извѣстнаго предѣла, зависящаго отъ болѣе или менѣе благопріятныхъ мѣстныхъ условій, при которыхъ произведено измѣреніе длины стороны хода.

Установимъ предѣльную разность, которую можно допустить при повторномъ измѣреніи линій. Общая ошибка измѣренія длины линіи слагается изъ двухъ частей: изъ ошибки случайной $\pm f\sqrt{L}$ и систематической $\pm cL$ (см. стр. 179 примѣръ 1-ый) поэтому результаты l_1 и l_2 двойного измѣренія линіи, истинная длина которой L могутъ быть представлены въ видѣ:

$$l' = L + c'L + f'\sqrt{L}$$
$$l'' = L + c''L + f''\sqrt{L}$$

ихъ разность

$$\Delta = (c' - c'')L - (f'' - f')\sqrt{L},$$

или, полагая $c' - c'' = k'$, будемъ имѣть:

$$\Delta - k'L - f''\sqrt{L} + f'\sqrt{L}$$

Если среднее значеніе k' положить равными k, а среднее значеніе f'' и f'—μ, то квадратъ средней разности Δ представится въ видѣ:

$$\Delta^2 = k^2L^2 + 2\mu^2L$$

Полагая теперь, что предѣльная разность, какъ и предѣльная ошибка, равна утроенной средней разности, будемъ имѣть:

$$9\Delta^2 = d^2 = (3k)^2L^2 + (3\sqrt{2}\,\mu)^2L \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Подставляя въ эту формулу значенія коэффиціентовъ k и μ, вычисленныя для даннаго мѣрительнаго прибора, мы получимъ предѣльную разность d, какъ функцію измѣряемой линіи L.

Въ Германіи изъ 119 двойныхъ результатовъ линейныхъ измѣреній стальною лентой при благопріятныхъ мѣстныхъ условіяхъ найдены слѣдующія значенія k и μ, выраженныя въ метрахъ:

$$k = -0{,}000242$$
$$\mu = \pm 0{,}00453^{m}$$

Подставляя эти значенія въ формѣ (1), найдемъ предѣльное значеніе разности d для мѣстности благопріятной:

$$d = \pm 0{,}01\ \sqrt{3{,}694\,L + 0{,}0052\,L^2} \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

Прусская техническая инструкція даетъ ту же формулу, только округливъ входящіе въ нее коэффиціенты. Такъ, она предписываетъ слѣдить, чтобы одно измѣреніе отличалось отъ другого на величину, меньшую чѣмъ:

$$d_1 = \pm 0{,}01\sqrt{4L + 0{,}005\,L^2} \quad \ldots\ldots\ldots (3)$$

въ случаѣ условій благопріятныхъ. При среднихъ мѣстныхъ условіяхъ, или, какъ говорятъ, для мѣстности II кл. этотъ предѣлъ уменьшается:

$$d_2 = d_1\sqrt{\frac{3}{2}} = \pm 0{,}01\ \sqrt{6L + 0{,}0075\,L^2} \quad \ldots\ldots\ldots (4)$$

и, наконецъ, для мѣстности съ неблагопріятными условіями (III кл.)

$$d_3 = d_1\sqrt{2} = \pm 0{,}01\ \sqrt{8L + 0{,}01\,L^2} \quad \ldots\ldots\ldots (5)$$

Формулы (3), (4) и (5) пишутся для удобства вычисленія по нимъ иногда такъ:

$$d_1 = \sqrt{(0{,}02\sqrt{L})^2 + \left(0{,}071\frac{L}{100}\right)^2} \quad \ldots\ldots\ldots (6)$$

$$d_2 = \sqrt{(0{,}025\sqrt{L})^2 + \left(0{,}087\frac{L}{100}\right)^2} \quad \ldots\ldots\ldots (7)$$

$$d_3 = \sqrt{(0{,}028\sqrt{L})^2 + \left(0{,}100\frac{L}{100}\right)^2} \quad \ldots\ldots\ldots (8)$$

Отсюда, между прочимъ, можно усмотрѣть, что, напримѣръ, въ первомъ случаѣ случайная ошибка считается равной 0,02 metr. на 1 metr., а систематическая принимается равной $0.07\,^1/_0$ отъ длины L измѣряемой линіи. По этимъ формуламъ Dr. Гауссомъ составлена IX полигонометрическая таблица [1]), въ коей опредѣляется наивысшая допускаемая ошибка повторнаго измѣренія для различныхъ длинъ линій; кромѣ того, тамъ же помѣщаются значенія вѣсовъ p, $\sqrt{p}$ и $\frac{1}{p}$ соотвѣтствующихъ линій, что, значительно облегчаетъ вычисленія по уравновѣшиванію узловыхъ точекъ полигонныхъ ходовъ.

Идея составленія таблицъ заключается въ слѣдующемъ: если положить въ уравненіяхъ (3) — (5) $d_1 = d_2 = d_3 = 1$ metr., то, рѣшая ихъ относительно L, мы найдемъ, что наивысшая допускаемая ошибка, равная одному метру для мѣстности I кл. принадлежитъ линіи $L = 1070$ metr., для мѣстности II кл. линіи въ 822 metr., III кл. линіи 677 metr. Подобнымъ образомъ можно вычислить длины линій, въ которыхъ можно допустить ошибку въ 0,98 m.; 0,99 m.; 1,01 m. и т. д. Результаты вычисленій заносятся въ особую графу, пользованіе которой уже не представляетъ особыхъ затрудненій. Такъ, напримѣръ, если линія L измѣрена на мѣстности I кл., т. е. при благопріятныхъ условіяхъ, и получено отъ перваго измѣренія 102,75 metr., а отъ второго 103,65 metr., то взглянувъ въ графу таблицы IX, составленную по форм. (3), находимъ, что если длина линіи заключается въ предѣлахъ 102 metr.—111 metr., то допускаемая разница при двухъ ея измѣреніяхъ должна быть менѣе 0,22 m. А такъ какъ наши измѣренія разнятся на 0,30 m., то это не допускаемо. Для повѣрки нужно произвести третье измѣреніе, и изъ трехъ результатовъ выбрать такіе два, которые бы удовлетворяли требованію инструкціи. Вѣса вычисляются изъ условія обратной пропорціональности ихъ квадратамъ среднихъ кв. ошибокъ по формулѣ $p = \frac{\eta^2}{m^2}$, гдѣ η средняя кв. ошибка, соотвѣтствующая измѣренію съ вѣсомъ равнымъ единицѣ. За единицу вѣса принимается для измѣреній I кл. вѣсъ линіи въ 1070 metr., по мѣстностямъ II и III кл. соотвѣтственно вѣса линій въ 822 metr. и 677 metr., которымъ, какъ сказано выше, соотвѣтствуетъ предѣльная допускаемая ошибка въ 1 metr. Поэтому $\eta = 1$. Что касается среднихъ кв. ошибокъ m, потребныхъ для разсматриваемыхъ вычисленій, то онѣ находятся такъ: пусть, скажемъ, изъ первой графы табл. IX выписано, что для

длины линій	допуск. ошибка
1042 metr.	0,98 m.
1049	
1056 „	0,99 „
1063	
1070 „	1,00 „

Тогда, взявъ ариѳметическое среднее изъ первыхъ двухъ чиселъ: 1049 и послѣднихъ двухъ: 1063, видимъ, что для всѣхъ линій I кл. длиною отъ 1049 m.—1063 m. $m =$ $= 0{,}99$ m. и т. д. Поэтому вѣса p для линій 1049 m. — 1063 m. по формулѣ $p = \frac{\eta^2}{m^2}$ будутъ: $p = \frac{1^2}{(0{,}99)^2} = 1{,}02.$

Вопросъ о примѣнимости таблицы IX для линейныхъ измѣреній въ Россіи, производимыхъ обычно десятисаженной стальной лентой разобранъ Н. Н. Веселовскимъ [2]). Коэффиціенты μ и k, вычисленные имъ для русскихъ

[1]) Dr. F. G. Gauss. Polygonometrische Tafeln.

[2]) См. Н. Веселовскій. „Контроль результатовъ линейныхъ измѣреній и оцѣнка точности ихъ".

измѣреній оказались тождественными съ соотвѣтствующими коэффиціентами, полученными въ Германіи; среднее значеніе коэффиціентовъ μ и k, выраженное въ саженяхъ, колеблется для μ отъ 0,00212 до 0,0092 и для k отъ 0,00009 до 0,00055 для различныхъ мѣстностей и въ переводѣ на метры даетъ достаточное сходство съ соотвѣтственными цифрами, полученнными въ Германіи [1]). Поэтому формулы (3) — (5), если, конечно, метры пере-

---

[1]) Коэффиціенты μ и k, характеризующіе точность измѣренія линій, Н. Н. Веселовскій получаетъ обработкою результатовъ двойныхъ измѣреній линіи на основаніи слѣдующихъ соображеній. Пусть каждая изъ n линій, истинныя длины которыхъ L_1, L_2, . L_i . . L_n, измѣрялась по два раза. Тогда результаты l_i' и l_i'' измѣренія любой линіи L_i представятся въ видѣ:

$$l_i' = L_i + c_i' L_i + f_i' \sqrt{L_i}$$
$$l_i'' = L_i + c_i'' L_i + f_i'' \sqrt{L_i} .$$

Давая индэксу i значенія отъ 1 до n, мы получимъ n паръ такихъ уравненій. Вычитая затѣмъ изъ каждаго перваго результата измѣренія соотвѣтствующій второй, и обозначая полученныя разности соотвѣтственно $\Delta_1, \Delta_2, \ldots \Delta_i \ldots \Delta_n$, получимъ n уравненій вида:

$$\Delta_i = (c_i' - c_i'') L_i - (f_i'' - f_i') \sqrt{L_i} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

или

$$\Delta_i = k_i L_i - \delta_i , \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

гдѣ $k_i = (c_i' - c_i'')$ и $\delta_i = (f_i'' - f_i') \sqrt{L_i}$.

Рѣшивъ каждое изъ n уравненій (2) относительно k, получимъ:

$$\left.\begin{aligned} k_1 &= \frac{\Delta_1}{L_1} + \frac{\delta_1}{L_1} \\ k_2 &= \frac{\Delta_2}{L_2} + \frac{\delta_2}{L_2} \\ &\ldots\ldots \\ k_i &= \frac{\Delta_i}{L_i} + \frac{\delta_i}{L_i} \\ k_n &= \frac{\Delta_n}{L_n} + \frac{\delta_n}{L_n} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3).$$

Отсюда можно найти вѣроятнѣйшее значеніе коэффиціента k, характеризующаго систематическую ошибку даннаго мѣрительнаго прибора, по правилу *общей* ариѳметической средины, такъ какъ при переходѣ отъ одной линіи къ другой коэффиціенты c и f мѣняются и, слѣдовательно, отдѣльные результаты $k_1\ k_2 \ldots k_n$ наблюденій надъ количествомъ k слѣдуетъ разсматривать, какъ неравноточные. При этомъ замѣтимъ, что величины $\frac{\delta_1}{L_1}, \frac{\delta_2}{L_2} \ldots \frac{\delta_n}{L_n}$ по характеру ихъ можно разсматривать, какъ случайныя ошибки наблюденій $\frac{\Delta_1}{L_1}, \frac{\Delta_2}{L_2} \ldots \frac{\Delta_n}{L_n}$ одного и того же количества k, т. е. онѣ войдутъ въ уравненія (3) съ разными знаками и при достаточно большомъ числѣ наблюденій въ суммѣ обратятся въ величину, весьма близкую къ нулю, т. е. можно принять $\left[\frac{\delta}{L}\right] = 0$. Тогда общее ариѳметическое среднее изъ всѣхъ величинъ $k_1\ k_2 \ldots k_i \ldots k_n$ будетъ

$$k = \frac{\left[p_{ki} \frac{\Delta_i}{L_i}\right]}{[p_{ki}]},$$

гдѣ $\frac{\Delta_i}{L_i} = \frac{1}{L_i}(l_i' - l_i'')$, а p_{ki} — вѣсъ этой функціи.

вести въ сажени могутъ быть примѣняемы и при нашихъ измѣреніяхъ, производимыхъ десятисаженной стальной лентой. Такъ, если допускаемую разность двухъ измѣреній одной и той же линіи представить въ общемъ видѣ:

$$D = \pm \sqrt{aL + bL^2},$$

Обозначимъ вѣса каждаго изъ двухъ равноточныхъ наблюденій l_i' и l_i'' черезъ p_{ci}; тогда, очевидно, вѣсъ каждой функціи $l_i' - l_i''$ будетъ $\frac{2}{p_{ci}}$, гдѣ любой вѣсъ p_{ci} опредѣлится по формулѣ:

$$p_{ci} = \frac{100}{l_i} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

если за единицу вѣса принять вѣсъ одного измѣренія линіи въ 100 саженъ длиною.

Дѣйствительно, такъ какъ вѣса обратно пропорціональны квадратамъ среднихъ квадратическихъ ошибокъ, имѣемъ:

$$\frac{p_c}{p_{100}} = \frac{p_c}{1} = \frac{m_{100}^2}{m_c^2} = \frac{\mu^2 . 100}{\mu^2 l}$$

откуда

$$p_c = \frac{100}{l}.$$

Поэтому вѣсъ p_{ki} всей функціи будетъ

$$\frac{1}{p_{ki}} = \frac{1}{L_i^2} \cdot \frac{2}{p_{ci}} = \frac{2}{L_i\, p_{ci}} \cdot \frac{1}{L_i} = \frac{2}{l_i\, p_{ci}} \cdot \frac{1}{L_i} = \frac{2}{100} \frac{1}{L_i}$$

или

$$p_{ki} = 50\, L_i \ , \quad \text{и, слѣдовательно,}$$

$$k = \frac{\left[50 L_i \frac{\Delta_i}{L_i}\right]}{[50\, L_i\,]} = \frac{[\Delta_i\,]}{[L_i\,]} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

Подставивъ найденное значеніе k въ уравненія (3), мы можемъ составить уклоненія отдѣльныхъ результатовъ наблюденій отъ общей ариѳметической средины

$$k - \frac{\Delta_1}{L_1} = \frac{\delta_1}{L_1}$$
$$k - \frac{\Delta_2}{L_2} = \frac{\delta_2}{L_2}$$
$$\ldots \ldots \ldots$$
$$k - \frac{\Delta_n}{L_n} = \frac{\delta_n}{L_n}$$

или, умножая обѣ части каждаго равенства на постоянное число L_i, получимъ:

$$kL_1 - \Delta_1 = \delta_1$$
$$kL_2 - \Delta_2 = \delta_2$$
$$\ldots \ldots \ldots$$
$$kL_n - \Delta_n = \delta_n .$$

А теперь по уклоненіямъ δ легко составить среднюю кв. ошибку, соотвѣтствующую наблюденію съ вѣсомъ равнымъ единицѣ, пользуясь для этого формулой:

$$\eta = \sqrt{\frac{[p\delta\delta]}{(n-1)}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

гдѣ p вѣса наблюденій

$$\Delta_1 = l_1' - l_1''$$
$$\Delta_2 = l_2' - l_2''$$
$$\ldots \ldots \ldots$$
$$\Delta_n = l_n' - l_n''$$

гдѣ всѣ числа выражены въ метрахъ, то обозначивъ множителя 0,4687 переводящаго метры въ сажени, буквою m, получимъ:

$$Dm = \pm m\sqrt{aL + bL^2} = \sqrt{am\,(mL) + b\,(Lm)^2}$$

Но Dm это та же разность только выраженная въ саженяхъ; ее коротко назовемъ буквою D_s; точно также и mL не что иное, какъ та же длина линіи только выраженная въ саженяхъ; ее назовемъ L_s. Тогда будемъ имѣть:

$$D_s = \pm\sqrt{(am)\,L_s + bL_s^2}$$

откуда видимъ, что для пользованія формулами (3) — (5) при длинахъ линій L_s, выраженныхъ въ русскихъ мѣрахъ, т. е. саженяхъ, нужно предварительно въ каждой изъ нихъ коэффиціентъ a, равный послѣдовательно 4, 6 и 8 метрамъ умножить на переводящаго въ сажени множителя $m = 0{,}4687$, оставляя коэффиціенты b неизмѣнными. Сдѣлавъ это, получимъ *для русскихъ условій* слѣдующія значенія допускаемой ошибки при повторныхъ измѣреніяхъ линій:

$$D_1 = \pm 0{,}01\sqrt{1{,}8\,L + 0{,}005\,L^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

$$D_2 = D_1\sqrt{3/2} = \pm 0{,}01\sqrt{2{,}7\,L + 0{,}0075\,L^2} \quad \ldots\ldots \quad (10)$$

$$D_3 = D_1\sqrt{2} = \pm 0{,}01\sqrt{3{,}6L + 0{,}01L^2} \quad \ldots\ldots \quad (11)$$

которые нами уже найдены:

$$\frac{pl_1}{2};\ \frac{pl_2}{2} \ldots\ldots \frac{pl_n}{2}.$$

Суммируя произведенія ихъ на δ^2, и подставляя въ формулу (6), получимъ выраженіе средней кв. ошибки наблюденія съ вѣсомъ, равнымъ единицѣ, въ слѣдующей формѣ:

$$\eta_1 = \sqrt{\frac{[p_e\,\delta\delta]}{2(n-1)}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Имѣя теперь выраженіе средней ошибки, соотвѣтствующей наблюденію съ вѣсомъ равнымъ единицѣ, можно написать *среднюю кв. ошибку* общей ариѳметической средины

$$M_k = \pm\overline{\sqrt{\left[\frac{100}{2}L\right]}} = \pm\frac{1}{10}\sqrt{\frac{[p_e\,\delta\delta]}{(n-1)[L^2]}}$$

а также *и любого наблюденія* (измѣренія) l *вѣсъ котораго* p_e опредѣляется по формулѣ

$$p_e = \frac{100}{l}, \text{ т. е.}$$

$$M_e = \frac{\pm\eta_1}{\sqrt{p_e}} = \pm\frac{\lambda}{\sqrt{\frac{100}{l}}} = \frac{\pm\eta\sqrt{l}}{10} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

Но съ другой стороны, случайную среднюю кв. ошибку измѣренія l мы считаемъ равной $\mu\sqrt{l}$; слѣдовательно,

$$\mu\sqrt{l} = \frac{\pm\eta_1}{10}\sqrt{l}$$

сокративъ обѣ части равенства на $\sqrt{l}$, получимъ выраженіе для коэффиціента μ:

$$\mu = \frac{\pm\eta_1}{10} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

Подставляя для η_1 его значеніе, получимъ коэффиціентъ μ въ другой формѣ

$$\mu = \pm\frac{1}{10}\sqrt{\frac{[p_e\,\delta\delta]}{2(n-1)}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

(См. также Н. Н. Веселовскій. Элементарная теорія ошибокъ наблюденій и способъ наименьшихъ квадратовъ стр. 69, изд. 1897 г.).

Иначе ихъ можно представить такъ:

$$D_1 = \sqrt{(0{,}0134\sqrt{L})^2 + \left(0{,}071\frac{L}{100}\right)^2} \quad \ldots\ldots\ldots (12)$$

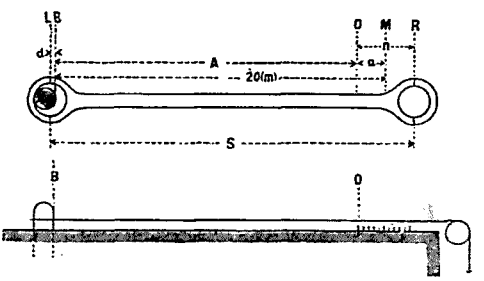
$$D_2 = \sqrt{(0{,}0164\sqrt{L})^2 + \left(0{,}087\frac{L}{100}\right)^2} \quad \ldots\ldots\ldots (13)$$

$$D_3 = \sqrt{(0{,}019\ \sqrt{L})^2 + \left(0{,}100\frac{L}{100}\right)^2} \quad \ldots\ldots\ldots (14)$$

Соотвѣтственно этимъ формуламъ вышеупомянутая IX таблица Гаусса Н. Н. Веселовскимъ дана въ русскихъ мѣрахъ [1]). Въ этой таблицѣ разность въ одну сажень приходится на линію въ 1246 сажень для мѣстности I кл. и на линіи въ 989 с. и 836 с. для мѣстностей II и III классовъ.

При измѣреніи сторонъ особое вниманіе обращается на повѣрку длины стальныхъ мѣрныхъ лентъ. Мы приведемъ описаніе прибора для повѣрки длины лентъ, который проф. Іорданъ устроилъ въ Ганноверской Высшей Технической Школѣ [2]).

Въ цоколѣ сѣверной стѣны былъ залитъ желѣзный болтъ B (черт. 661) толщиною, примѣрно, въ 2 ^{cm}, на который надѣвалось лѣвое кольцо сравниваемой ленты. Съ правой стороны помѣщался блокъ, черезъ который перекидывался шнуръ съ гирей вѣсомъ въ 5 киллограмовъ съ цѣлію придать лентѣ опредѣленное натяженіе во время сравненія [3]). Съ такой же силой лента должна при помощи динамометра натягиваться во время работъ.



Черт. 166.

Для опредѣленія длины ленты, справа въ цоколь вдѣлана мѣдная подраздѣленная на миллиметры линеечка, нуль дѣленій которой находился отъ праваго края болта B на нѣкоторомъ разстояніи A. Разстояніе вымѣрялось двумя мѣдными концевыми метрами (длина которыхъ I и II была заранѣе извѣстна изъ сравненія ихъ съ нормальнымъ метромъ) путемъ постепеннаго ихъ прикладыванія одного къ другому, черезъ что и получалось разстояніе $BM = 20$ номинальнымъ метрамъ, которое и обозначено на чертежѣ черезъ $20(m)$. Конецъ M этого разстоянія приходился на нѣкоторомъ, отсчитываемомъ отъ нуля мѣдной линейки, разстояніи a; по

[1]) Н. Веселовскій. Контроль результатовъ линейныхъ измѣреній и оцѣнка точности ихъ (стран. 8).

[2]) Здѣсь слѣдуетъ упомянуть, что для сравненія длины стальной ленты съ нормальной, Межевымъ Институтомъ года четыре тому назадъ пріобрѣтенъ приборъ Лёшнера. (Описаніе см. *Hans Löschner.*—Genauigkeits-untersuchungen für Längenmessungen, Hannover, 1902).

[3]) Въ Харьковѣ, при составленіи полигонометрической сѣти, въ 1893 году, для съемки города, были на дворѣ университетской астрономической обсерваторіи пр. Левицкимъ зарыты въ землю два большихъ гранитныхъ камня съ вдѣланными (залитыми) въ ихъ головы металлическими, дѣленными на миллиметры, пластинками съ поперечными (къ длинѣ прямой въ 10 саж., на концахъ которой стояли камни) штрихами. Ленты при сравненіи натягивались нами съ обѣихъ сторонъ пружинными динамометрами.

той же линейкѣ отъ ея нуля, противъ штриха R праваго кольца ленты отсчитывалось разстояніе n.

Такимъ образомъ при нѣкоторой температурѣ, напр., 11°, опредѣлялась длина A

$$A = 10\,(\mathrm{I} + \mathrm{II}) - a.$$

Если правый край болта B не приходился точно на черту лѣваго кольца ленты, то отсчитывалось (циркулемъ вымѣрялось) разстояніе d. Длина S ленты получилась въ видѣ

$$S = 10\,(\mathrm{I} + \mathrm{II}) - a + d + n.$$

Примѣръ. Непосредственно прочтено

$$a = 8{,}4\ ^{\mathrm{mm.}}$$

При t=11° общая длина метровыхъ брусьевъ

$$\mathrm{I} + \mathrm{II} = 2\ ^{\mathrm{m.}} + 0{,}35\ ^{\mathrm{mm.}},$$

а потому

$$10\,(\mathrm{I} + \mathrm{II}) = 20^{\mathrm{m.}} + 3{,}5\ ^{\mathrm{mm.}}$$

Опредѣлены

$$d = 3{,}0\ ^{\mathrm{mm.}} \qquad n = 1{,}5\ ^{\mathrm{mm.}}$$

Найдено

$$S = 20 + 3{,}5 - 8{,}4\ ^{\mathrm{mm.}} + 1{,}5\ ^{\mathrm{mm.}} + 3{,}0\ ^{\mathrm{mm.}}$$

или

$$S = 20\ ^{\mathrm{m.}} - 0{,}4\ ^{\mathrm{mm.}},$$

т. е. лента оказалась на 0,4 $^{\mathrm{mm.}}$ короче общепринятой длины въ 20 $^{\mathrm{m.}}$ Температура самой ленты не принята здѣсь въ расчетъ. Такъ какъ въ полѣ температура ленты также не наблюдается, то проще всего дѣлать сравненіе (или высчитывать длину S), какъ оно и слѣдуетъ, при нѣкоторой средней температурѣ = 15°, имѣя въ виду, что стальная лента при колебаніи температуры между 10° и 20° обыкновенно удлиняется на 2 $^{\mathrm{mm.}}$

Самое сравненіе можно разбить на три части.

I. Подготовительная работа.

Длина 20 $^{\mathrm{m.}}$ при 11° температуры

$10\,(\mathrm{I} + \mathrm{II}) = 20^{\mathrm{m.}} + 3{,}5\ ^{\mathrm{mm.}}$

Отсчетъ по линейкѣ $a =$ 8,4 $^{\mathrm{mm.}}$

Длина $A = 10\,(\mathrm{I} + \mathrm{II}) - a = 20 - 4{,}9\ ^{\mathrm{mm.}}$

II. Самое сравненіе ленты.

Поправка за толщину болта . . . . . $d = +3{,}0\ ^{\mathrm{mm.}}$

Отсчетъ по штриху праваго кольца ленты. $n = +1{,}5\ ^{\mathrm{mm.}}$

Длина ленты при 11°: $S = 20\ ^{\mathrm{m.}} - 0{,}4\ ^{\mathrm{mm.}}$

III. Поправка за температуру.

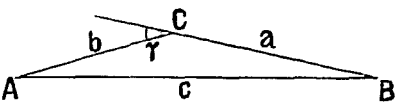
Нормальная температура . . . . . $t = 15°$
При наблюденіяхъ температура . . . . . $t_1 = 11°$

$t_1 - t = -4°$

Поправка на 4° . . . . . $\frac{4}{10} 2^{mm.} = +0{,}8^{mm.}$

Длина ленты при 15° . . . $S = 20^{m.} + 0{,}4^{mm.}$

Замѣчаніе относительно обхода мѣстныхъ препятствій. Если бы на мѣстности при измѣреніи линіи $AB = c$ (черт. 662) встрѣтились препятствія, а для опредѣленія ея длины въ то же время можно взять двѣ рядомъ лежащія, доступныя для измѣренія прямыя $AC = b$ и $CB = a$, а также смѣрить хотя бы одинъ уголъ γ, то вычисленіемъ нашлась бы длина (c) изъ равенства



Черт. 662.

$$c^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cdot \cos\gamma \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

При достаточно маломъ углѣ γ лучше равенство (1) преобразовать въ

$$c^2 = a^2 + b^2 + 2ab \left(1 - 2\,Sin^2\frac{\gamma}{2}\right) = (a+b)^2 - 4ab \cdot Sin^2\frac{\gamma}{2}$$

и полагая затѣмъ

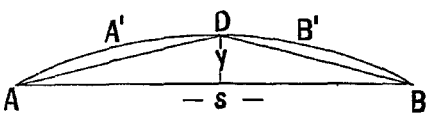
$$2\sqrt{ab} \cdot Sin\frac{\gamma}{2} = x$$

получить

$$c = \sqrt{(a+b+x)\,(a+b-x)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

въ весьма удобной для вычисленія формѣ.

Также, если около неудобной для измѣренія прямой $AB = s$ (черт. 663) возможно болѣе удобно промѣрить путь ADB, находящійся въ *весьма близкомъ* отъ AB разстояніи y, то измѣривъ ADB, дѣлаютъ приведеніе (поправку) измѣренныхъ величинъ по слѣдующей приближенной формулѣ. Будемъ различать два случая: 1) когда вмѣсто AB измѣрены двѣ прямыя AD и DB пересѣкающіяся въ точкѣ D и 2) прямая AB замѣнена дугой $AA'DB'B$.



Черт. 663.

Въ первомъ случаѣ

$$AD = \sqrt{\frac{s^2}{2} + y^2} = \frac{s}{2}\sqrt{1 + \frac{4y^2}{s^2}}\ ^{1)} = \frac{s}{2}\left(1 + \frac{2y^2}{s^2}\right) = \frac{s}{2} + \frac{y^2}{s},$$

а потому поправка

$$x = AD + DB - s = 2AD - s = 2\frac{y^2}{s} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

---

[1]) Разлагая по биному Ньютона $\left(1 + \frac{4y^2}{s^2}\right)^{1/2} = 1^{1/2} + \frac{1}{2}\frac{4y^2}{s^2} + \ldots$.

Во второмъ случаѣ, если радіусъ дуги ADB есть r, а соотвѣтствующій ей центральный уголъ α, то

$$\text{дуга } ADB = \alpha . r \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

$$\text{прямая } AB = s = 2r . Sin\frac{\alpha}{2} = 2r\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha^3}{48} + \ldots\ldots\right) \quad \ldots\ldots (5)$$

Разность $$x = arc\,ADB - s = r\frac{\alpha^3}{24} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

Но $y : \frac{s}{2} = tg\frac{\alpha}{4}$ или по малости α

$\alpha = \frac{8y}{s} + \ldots$ а потому приближенно изъ (4) или (5) найдемъ $r = \frac{s}{\alpha} + \ldots$ (7)

Слѣдовательно, по (6) и (7) найдемъ

$$\text{разность } x = arc\,ADB - s = \frac{8}{3}\frac{y^2}{s} = 2{,}667\frac{y^2}{s} \quad \ldots\ldots\ldots (8)$$

Во многихъ случаяхъ трудно точно установить разницу между ломаной ADB и дугою $AA'DB'B$, а потому обѣ формулы (3) и (8) соединяютъ въ одну, придавая поправкѣ x нѣкоторое среднее значеніе

$$x = \frac{(1{,}5y)^2}{s} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

Эту поправку въ длинѣ s можно примѣнять и въ томъ случаѣ, когда линія идетъ по бугру или по впадинѣ. Пусть, напримѣръ линія въ 200 ^{m} измѣрена при высотѣ бугра въ 1 ^{m}; поправка будетъ равна $\frac{(1{,}5)^2}{200} = 0{,}011$ ^{m}

§ 361. Измѣреніе угловъ. Для измѣренія угловъ полигона обыкновенно берется теодолитъ съ верньерами (или простѣйшимъ микроскопомъ оцѣнщикомъ) [1]) съ точностію отсчитыванія до 1′ или до 30″; предпочтительнѣе имѣть теодолитъ съ вертикальнымъ кругомъ для измѣренія угловъ наклоненія линій мѣстности. Способъ измѣренія угловъ простымъ теодолитомъ былъ уже указанъ въ § 92; тамъ же приведена и форма записи угловъ въ геодезическомъ журналѣ. Если теодолитъ повторительный, то вмѣсто того, чтобы производить второй пріемъ измѣренія угла (см. § 96) можно рекомендовать при этомъ измѣрить вторично уголъ полигона *способомъ повторенія* (достаточно брать двукратный уголъ) (см. § 98), поступая примѣрно такъ:

	I	II
	0° 0′ 0″	179° 59′ 30″
$\beta_1 =$	148° 50′ 30″	

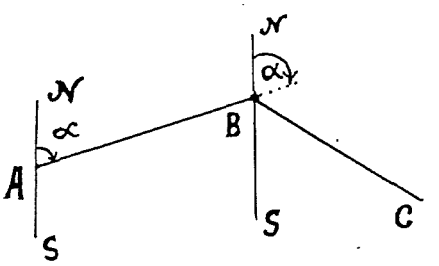
Послѣ перевода трубы черезъ зенитъ.

(двукратный 2β)	297° 41′ 30″	117° 41′ 30″	*Среднее.*
	297° 41′ 30″	297° 42′ 00″	297° 41′ 45″

$\beta_{II} =$ 148° 50′ 52″,5

[1]) См. замѣчаніе объ измѣреніи угловъ тахеометромъ Гаммеръ-Фенеля.

Можно также рекомендовать измѣрять углы и такъ, какъ это было указано въ тахеометріи, т. е. чтобы 1-й измѣренный уголъ равнялся азимуту 1-ой прокладываемой линіи, а на послѣдующихъ точкахъ, напр., въ B (черт. 664), ставить нуль верньера не на 0° лимба, а на величину обратнаго азимута ($\alpha \pm 180°$) при наведеніи на предыдущій пунктъ A, тогда отсчетъ на послѣдующій пунктъ C дастъ величину азимута (BC) стороны BC.



Черт. 664.

Такъ какъ углы полигона близки къ 180°, то особенное вниманіе слѣдуетъ обратить на центрировку инструмента и вѣхъ.

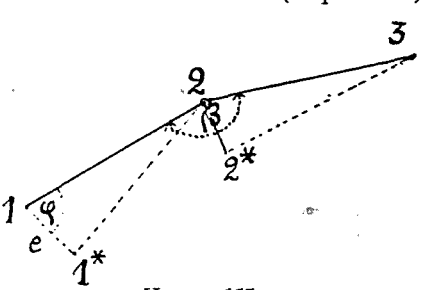
Среднюю ошибку μ_β измѣренія угла полигона можно разсматривать состоящей изъ трехъ частей: 1) изъ μ_1 ошибки самого измѣренія, 2) ошибки μ_2 центрировки вѣхъ и 3) ошибки μ_3 центрировки самого инструмента т. е.

$$\mu^2_\beta = \mu_1^2 + \mu_2^2 + \mu_3^2$$

Пусть средняя ошибка однократнаго измѣренія угла, свойственная данному инструменту $= \mu$, тогда средняя ошибка μ_1 послѣ m — кратнаго измѣренія угла будетъ

$$\mu_1^2 = \frac{\mu^2}{m}.$$

Пусть далѣе точка стоянія съ инструментомъ есть точка 2 (черт. 665). изъ которой сдѣлано визированіе, вмѣсто точки 1, на точку 1*; тогда, полагая что при точкѣ 1 образуется уголъ $= \varphi$ между направленіями (1,2) и (1,1*), можно написать, что ошибка $d\beta$ при точкѣ 2 въ углѣ β будетъ, если $(1,1^*) = e$ и $(1,2) = a$,



Черт. 665.

$$d\beta = \rho'' \cdot \frac{e}{a} Sin\,\varphi.$$

Переходя отъ истинной къ средней ошибкѣ, и считая, что μ_e есть среднее значеніе для e, получимъ часть ошибки μ_2 въ видѣ:

$$\left|\mu_2^2\right|_1 = \rho''^2 \frac{\mu^2_e}{a^2} \cdot \left|Sin^2\varphi\right|$$

Здѣсь $|\,Sin^2\varphi\,|$ есть среднее значеніе $Sin^2\varphi$. При отысканіи его будемъ разсуждать такъ: пусть вокругъ точки 1 описана окружность радіусомъ, равнымъ единицѣ; представимъ себѣ, что она раздѣлена на очень большое число n равныхъ частей, такъ что $\frac{2\pi}{n} = d\varphi$, тогда соотвѣтственно для каждой точки этой окружности будетъ получаться свое значеніе φ и, слѣдовательно, свое значеніе $Sin^2\varphi$. Очевидно, среднее изъ всѣхъ n значеній $Sin^2\varphi$, т. е. $|\,Sin^2\varphi\,| = \frac{[Sin^2\varphi]}{n}$, гдѣ [ ] знакъ суммы.

Но $n=\frac{2\pi}{d\varphi}$, слѣдовательно, $\frac{[Sin^2\varphi]}{n}=\frac{[Sin^2\varphi]}{\frac{2\pi}{d\varphi}}=\frac{[Sin^2\varphi]\,.\,d\varphi}{2\pi}$. Если $d\varphi$ можно разсматривать какъ дифференціалъ отъ φ, то сумму можно замѣнить $\int$, и тогда

$$|\,Sin^2\varphi\,|=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} Sin^2\varphi\,.\,d\varphi=\frac{1}{2}.$$

Разсуждая совершенно также по отношенію къ точкѣ визированія 3, найдемъ вторую часть $|\mu_2^2|_{II}$, а потому полностію μ_2 будетъ:

$$\mu_2^2=\rho''^2\frac{\mu_c^2}{2}\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Для выраженія ошибки центрировки въ точкѣ 2 разсужденія будутъ совершенно одинаковы съ предыдущимъ. Такъ, если при точкѣ внѣцентренность выражается величиною $(2,2^*)=e'$, и направленіе $(2,2^*)$ съ направленіемъ (2,1), положимъ, образуетъ уголъ φ', то оно съ другимъ направленіемъ будетъ образовывать уголъ $\beta-\varphi'$. Ошибка въ углѣ 123 отъ внѣцентреннаго стоянія съ инструментомъ будетъ

$$\rho''e'\left(\frac{Sin\ \varphi'}{a}+\frac{Sin\ (\beta-\varphi')}{b}\right)$$

или, если величину эксцентрицитета для инструмента положимъ ту же, что и для точекъ визированія, а вмѣсто φ' будемъ писать φ, то въ среднемъ

$$\mu_3^2=\rho''^2\ \mu_c^2\,\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left(\frac{Sin\ \varphi}{a}+\frac{Sin\ (\beta-\varphi)}{b}\right)^2 d\varphi.$$

Но

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{Sin^2\varphi}{a^2}\,d\varphi=\frac{1}{2a^2}, \quad \text{а} \quad \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{Sin^2(\beta-\varphi)}{b^2}\,d\varphi=\frac{1}{2b^2},$$

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{2\,.\,Sin\varphi\,.\,Sin\,(\beta-\varphi)}{ab}\,d\varphi=-\frac{cos\,\beta}{ab},$$

такъ какъ

$$\int_0^{2\pi} 2\,Sin\varphi\,.\,Sin\,(\beta-\varphi)\,.\,d\varphi=\int_0^{2\pi} cos\,(\beta-2\varphi)\,d\varphi-\int_0^{2\pi} cos\,\beta\,d\varphi=-2\pi\,cos\beta\,.$$

Поэтому

$$\mu_3^2=\frac{\rho''^2\,\mu_e^2}{2}\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}-\frac{2\,cos\beta}{ab}\right)=\frac{\rho''\mu_e^2}{2}\left(\frac{a^2+b^2-2ab\,cos\beta}{a^2b^2}\right).$$

Вообразимъ теперь, что проведена прямая

$$(1,3)=c,$$

тогда

$$c^2=a^2+b^2-2ab\,cos\,\beta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (k)$$

Итакъ

$$\mu_\beta^2 = \frac{\rho''^2 \mu_c^2}{2}\left(\frac{c^2}{a^2 b^2}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

$$\text{и } \mu^2{}_\beta = \frac{\mu^2}{m} + \frac{\rho''^2 \mu_c}{2}\left(\frac{a^2+b^2+c^2}{a^2 b^2}\right).$$

Эта формула для опредѣленія средней квадратической ошибки измѣренія угла извѣстна подъ названіемъ формулы Helmert'a. При выводѣ ея мы положили, что среднее значеніе эксцентрисситета для точки стоянія съ инструментомъ и для точекъ визированія имѣетъ одну и ту же величину μ_c на томъ основаніи, что среднія ошибки внѣцентренныхъ положеній вѣхъ и инструмента, опредѣляемыя изъ опыта, равны между собою.

Для опредѣленія средней ошибки однократнаго измѣренія угла, свойственной данному инструменту $= \mu$, обыкновенно, при измѣреніи угловъ полигоновъ, каждый уголъ измѣряется по два раза при обоихъ положеніяхъ трубы. Результаты такихъ двойныхъ измѣреній угловъ могутъ быть обработаны пріемомъ, указаннымъ на страницѣ 184.

Возвращаясь къ формулѣ (*k*), и имѣя въ виду, что углы полигоннаго хода β близки къ 180°, а слѣдовательно, *Cosin*'усы ихъ отрицательны, будемъ имѣть

$$c^2 = a^2 + b^2 + 2ab\, cs\, \beta,$$

т. е.

$$c^2 > a^2 + b^2$$

а это показываетъ (сличи форм. (1) и (2)), что ошибка отъ внѣцентренности инструмента сильнѣе вліяетъ на величину измѣряемаго угла, чѣмъ ошибка отъ внѣцентреннаго стоянія вѣхъ. Однако, на практикѣ легче достигнуть болѣе точной центрировки инструмента, чѣмъ вѣхъ. Поэтому въ формулѣ (2) величину $\mu_c{}^2$ можно считать нѣсколько меньше той же величины, входящей въ равенство (1), такъ что, если подъ τ будемъ понимать число меньшее единицы, то среднее значеніе эксцентрисситета въ формулѣ (2) можно представить въ видѣ $\tau\mu_c{}^2$ и тогда

$$\mu_\beta{}^2 = \frac{\mu^2}{m} + \frac{\rho''^2 \mu_c{}^2}{2}\left(\frac{a^2+b^2+\tau c^2}{a^2 b^2}\right)$$

Пусть, напримѣръ, $\mu_c = 10^{mm}$; $\tau = \frac{1}{2}$

$$a = b = \frac{1}{2}c = 100^{m}; \sqrt{\frac{\mu^2}{m}} = 10'', \text{ тогда } \mu_\beta = 39''$$

Если каждый уголъ полигона сопровождался бы ошибкой $\pm\varepsilon$, то всѣ n угловъ дали бы ошибку w

$$w = \pm\varepsilon \pm\varepsilon \pm\varepsilon + \ldots\ldots,$$

а средняя ошибка была бы

$$w^2 = \varepsilon^2 + \varepsilon^2 + \varepsilon^2 + \ldots\ldots = n \cdot \varepsilon^2$$

или

$$w = \varepsilon\sqrt{n}.\ ,$$

Если $w = f_\beta$ ошибка суммы измѣренныхъ n угловъ полигона, а μ_β есть средняя ошибка измѣренія угла, то можно принять, что

$$\mu_\beta = \frac{f_\beta}{\sqrt{n}}.$$

Если бы такихъ ходовъ было s, то изъ нихъ нашлась бы средняя ошибка

$$\mu_o = \sqrt{\frac{1}{2}\left[\frac{f_\beta'^2}{n_1} + \frac{f_\beta''^2}{n_2} + \cdots\right]}$$

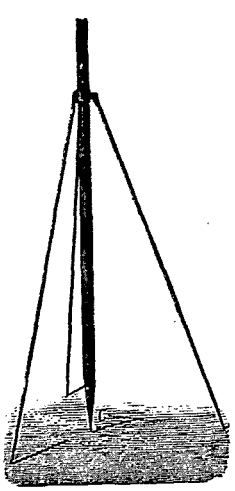
Поступая подобнымъ образомъ съ 14 ходами, Іорданъ даетъ

$$\mu_o = \pm 15''.$$

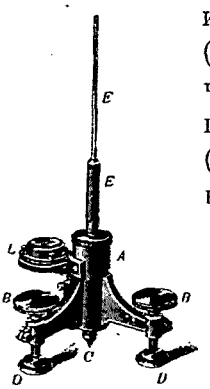
Прусская инструкція (Anweisung IX) для величины наибольшаго допускаемаго уклоненія суммы n угловъ даетъ величину $1{,}5' \sqrt{n}$, что (при условіи, что предѣльная ошибка равна устроенной средней) соотвѣтствуетъ средней ошибкѣ измѣренія угла въ $30''$.

Для выполненія возможно лучшей центрировки визируемыхъ вѣхъ и самого инструмента, помимо обычной нити съ отвѣсомъ, можно отмѣтить сверхъ тѣхъ, о которыхъ мы упоминали въ главахъ объ угломѣрной и тахеометрической съемкѣ (теодолитъ механика Мейсснера съ металлической штангой вмѣсто нити съ отвѣсомъ, оптическія приспособленія фирмы Фенель), а также о трехъ штативахъ, о которыхъ говорилось въ описаніи хода работъ нивеллиръ-теодолитомъ, еще и слѣдующія приспособленія:

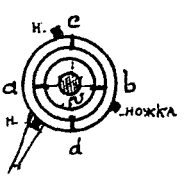
I) Штативъ съ кордановскимъ привѣсомъ въ самой головкѣ штатива, состоящимъ изъ двухъ колецъ, вращающихся (каждое самостоятельно) на двухъ взаимно-перпендикулярныхъ осяхъ *ab* и *cd* (черт. 666), причемъ вѣха *v* пропускается черезъ среднее кольцо и приходится надъ центромъ полигоннаго знака шпицемъ *C* (черт. 667) иногда же въ нижнемъ концѣ вѣхи ввертывается петля съ прикрѣпленнымъ къ ней тяжелымъ отвѣсомъ[1]).



Черт. 667.



Черт. 668.

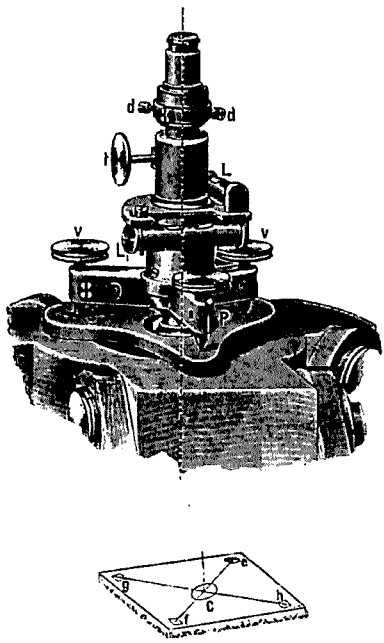


Черт. 666.

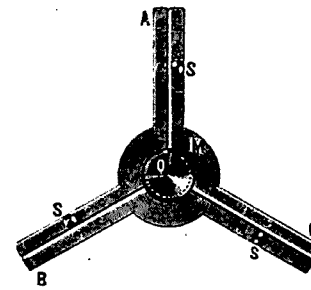
II) Треножникъ съ тремя подъемными винтами (черт. 668) и уровнемъ *L*, въ который вмѣ-

[1]) Такіе штативы были изготовлены по предложенію Н. Л. Волкова для склада инструментовъ Межевого Института и употреблялись при прокладкѣ нами полигонометрической сѣти въ городахъ Харьковѣ (1893 г.) и Ростовѣ-на-Дону (1895 г.). Позднѣе этими же штативами пользовались студенты Межевого Института при съемкѣ г. Симферополя.

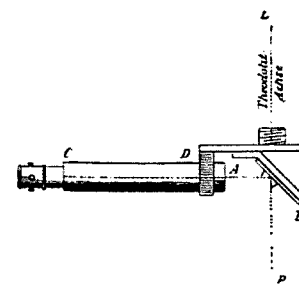
сто штанги E можетъ быть вдвинута зрительная трубочка или вертикальный діоптръ, на подобіе треножника Нагеля (черт. 669), устройство котораго легко усматривается изъ чертежа (см. также Zeitschr. f. Vermessungswes. 1888. Heft 2). Если нѣтъ трехъ одинаковыхъ штативовъ или треножниковъ съ одинаковыми разстояніями (рукавами) отъ центра до подъемныхъ винтовъ, то къ головамъ деревянныхъ штативовъ можно приладить шейбу M, привинчивающуюся на голову деревяннаго штатива винтами S, съ тремя желобами A, B и C, (черт. 670), куда могли бы приходиться подъемные винты различныхъ по длинѣ рукавовъ любыхъ трехъ треножниковъ.



Черт. 669.



Черт. 670.



Черт. 671.

III) Наконецъ можно̀ указать на способъ примѣненія зеркала AB (черт. 671), привинчиваемаго подъ головою штатива подъ угломъ въ 45°, съ зрительною трубою CD или діоптрами. Недостаткомъ этого пріема служитъ отсутствіе приспособленій для вывѣрки положеній зеркала и трубы. Слѣд., при пріемкѣ отъ механика инструментъ долженъ быть вывѣренъ и тщательно охраняемъ отъ поврежденій.

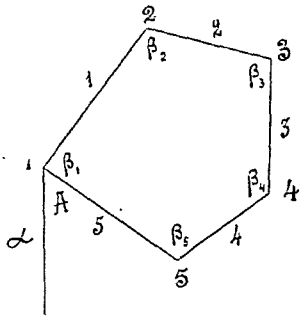
§ 362. Уравновѣшиваніе по способу наименьшихъ квадратовъ результатовъ вычисленія полигоннаго хода.

1) Уравновѣшиваніе сомкнутаго хода.

Геометрическія условія, которымъ должны удовлетворять непосредственныя наблюденія въ этомъ случаѣ будутъ:

$$\Sigma\beta = 180^0\ (n-2)$$
$$\Sigma\Delta x = 0$$
$$\Sigma\Delta y = 0$$

Будемъ обозначать измѣренные углы полигона $\beta_1, \beta_2 \ldots \beta_n$ соотвѣтственно n вершинамъ нашего многоугольника (черт. 672). Поправки къ нимъ назовемъ $\lambda_1, \lambda_2 \ldots \lambda_n$. Поправки къ измѣреннымъ длинамъ сторонъ многоугольника обозначимъ $v_1, v_2, \ldots v_n$ гдѣ индэксы $1, 2 \ldots n$ указываютъ №№ линій, выходящихъ соотвѣтственно изъ $1, 2, \ldots n$ вершинъ многоугольника. Задача будетъ заключаться въ отысканіи такихъ поправокъ v_i и λ_i, при которыхъ невязки въ координатахъ, и въ суммѣ измѣренныхъ угловъ обращались бы въ нули и чтобы сумма $[P_i v_i{}^2]+[p_i \lambda_i{}^2]$ была minimum, если P_i и p_i — вѣса измѣренныхъ сторонъ и угловъ.



Черт. 672.

Изъ перваго условія $\sum_1^n \beta - 180^0 (n-2) = 0$ слѣдуетъ, что, если вмѣсто нуля во второй части равенства получается невязка f_β, т. е., если

$$\beta_1+\beta_2+\ldots+\beta_n-180^0\ (n-2)=f_\beta,$$

то необходимо должно послѣ исправленія существовать равенство

$$(\beta_1+\lambda_1)+(\beta_2+\lambda_2)+\ldots+(\beta_n+\lambda_n)-180^0\ (n-2)=0,$$

а это равносильно, чтобы

$$\lambda_1+\lambda_2+\ldots+\lambda_n+f_\beta=0$$

или

$$[\lambda_i]+f_\beta=0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (I)$$

$$i=1, 2 \ldots n$$

это первое условное уравненіе.

Для отысканія 2-го и 3-го условныхъ уравненій замѣтимъ, что уравненія, дающія невязки f_x въ суммѣ приращеній Δx въ абсциссахъ и f_y — въ суммѣ приращеній Δy въ ординатахъ, будутъ слѣдующія:

$$\sum_1^n S_i \operatorname{Cos}\alpha_i = f_x$$

$$\sum_1^n S_i \operatorname{Sin}\alpha_i = f_y$$

Для того, чтобы f_x и f_y обратились въ нули, — нужно найти поправки $d\alpha_i$ и dS_i къ S_i и α_i. Для нахожденія ихъ, продифференцировавъ предыдущія равенства, находимъ:

$$\left.\begin{aligned}[S_i \operatorname{Cos}\alpha_i\, d\alpha_i \operatorname{Sin} 1''] + [\operatorname{Sin}\alpha_i\, dS_i] &= df_y \\ -[S_i \operatorname{Sin}\alpha_i\, d\alpha_i \operatorname{Sin} 1''] + [\operatorname{Cos}\alpha_i\, dS_i] &= df_x\end{aligned}\right\}^{1)} i=1,2\ldots n \quad \ldots \quad (k)$$

---

[1]) Здѣсь $\operatorname{Sin} 1''$ введенъ для перевода градусной величины $d\alpha$ въ линейную.

Нетрудно убѣдиться, что въ теодолитномъ ходѣ ошибка въ азимутѣ возрастаетъ съ увеличеніемъ номера линіи. Въ самомъ дѣлѣ, если предположимъ, что азимутъ начальной линіи α и уголъ A (черт. 672) безошибочны, что всегда можно допустить, т. к. эти величины, служа для оріентировки полигона 1—2—3—4—5, въ уравновѣшиваніи не участвуютъ, то будемъ имѣть:

$$\alpha_1 + \tau_1 = \alpha + 180^0 - (A + \beta_1 + \lambda_1) \text{ откуда } \tau_1 = -\lambda_1$$
$$\alpha_2 + \tau_2 = \alpha_1 + \tau_1 + 180^0 - (\beta_2 + \lambda_2) \ldots \tau_2 = \tau_1 - \lambda_2 = -[\lambda_1 + \lambda_2]$$

и т. д., наконецъ,

$$\tau_n = -[\lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_n]$$

гдѣ τ — поправки въ азимутахъ.

Если поправки λ и v столь малы, что можно положить $\tau = d\alpha$ и $v = dS$, то изъ равенства для df_y получимъ

$$(v_1 \, Sin\, \alpha_1 + v_2 \, Sin\, \alpha_2 + \ldots + v_n \, Sin\, \alpha_n) - Sin\ 1'' \, \Delta x_1 \, \lambda_1 -$$
$$- Sin\ 1'' \, \Delta x_2 \, (\lambda_1 + \lambda_2) -$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$- Sin\ 1'' \, \Delta x_n \, (\lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_n) = -f_y$$

т. к. для того, чтобы тѣ же самыя поправки обращали f_y въ нуль необходимо должно выходить $df_y = -f_y$.

Располагая это уравненіе по λ_i и замѣчая, что

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 + \ldots + \Delta x_n = 0$$

можетъ быть также обозначена $x_1 - x_1$,

а

$$\Delta x_2 + \Delta x_3 + \ldots + \Delta x_n = x_1 - x_2$$
$$\Delta x_3 + \ldots + \Delta x_n = x_1 - x_3$$
$$\ldots\ldots\ldots \quad \ldots\ldots\ldots$$
$$\Delta x_n = x_1 - x_n$$

получимъ:

$$\sum_1^n v_i \, Sin\alpha_i - Sin\ 1''[\lambda_1 (x_1 - x_1) + \lambda_2 (x_1 - x_2) + \lambda_3 (x_1 - x_3) + \ldots + \lambda_n (x_1 - x_n)] + f_y = 0.$$

Или, вводя обозначенія

$$x_1' = (x_1 - x_1) Sin\ 1''; \; x_2' = (x_2 - x_1) \, Sin\, 1''; \; x_3' = (x_3 - x_1) \, Sin\, 1'' \ldots x_n' = (x_n - x_1) \, Sin\, 1''$$

будемъ имѣть: $\sum_1^n v_i \, Sn\alpha_i + [\lambda_1 x_1' + \lambda_2 x_2' + \ldots + \lambda_n x_n') + f_y = 0.$

Вслѣдствіе чего второе условное уравненіе приметъ видъ

$$\sum_1^n v_i \, Sn\alpha_i + \sum_1^n \lambda_i \, x_i' + f_y = 0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{II}$$

Аналогичнымъ путемъ получимъ послѣднее условное уравненіе

$$\sum_1^n v_i \, cos\alpha_i - \sum_1^n \lambda_i \, y_i' + f_x = 0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{III}$$

Обозначивъ p_i и P_i соотвѣтственно вѣса угловыхъ и линейныхъ результатовъ наблюденій, изъ (I), (II) и (III) получимъ слѣдующія нормальныя уравненія для опредѣленія коррелатъ k', k'' и k'''

$$\left[\frac{1}{p_i}\right]k' + \left[\frac{x_i'}{p_i}\right]k'' - \left[\frac{y_i'}{p_i}\right]k''' + f_\beta = 0$$

$$\left[\frac{x_i}{p_i}\right]k' + \left[\frac{x_i'^2}{p_i} + \frac{Sin^2\alpha_i}{P_i}\right]k'' + \left[\frac{-x'_i\,y'_i}{p_i} + \frac{Sin\alpha_i\,cos\alpha_i}{P_i}\right]k''' + f_y = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (A)$$

$$-\left[\frac{y_i'}{p_i}\right]k' + \left[\frac{-x'_i\,y'_i}{P_i} + \frac{Sin\alpha_i\,cos\alpha_i}{P_i}\right]k'' + \left[\frac{y'^2_i}{p_i} + \frac{cos^2\alpha_i}{P_i}\right]k''' + f_x = 0$$

Рѣшивъ ихъ, получимъ искомыя поправки

$$v_i = \frac{Sin\alpha_i}{P_i}k'' + \frac{cos\alpha_i}{P_i}k'''$$

$$\lambda_i = \frac{1}{p_i}k' + \frac{x_i'}{p_i}k'' - \frac{y_i'}{p_i}k'''$$

Вмѣсто трехъ условныхъ уравненій (I), (II) и (III) можно придти къ двумъ приведеннымъ условнымъ уравненіямъ, въ особенности, когда вѣса угловъ p_i одинаковы между собою.

Въ этомъ случаѣ изъ равенства (I) слѣдуетъ, что

$$\lambda_1' = \lambda_2' = \ldots\ldots = \lambda_n' = -\frac{f_\beta}{n} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (I^*)$$

Если же теперь образовать равенства

$$x'_i - \frac{[x'_i]}{n} = \xi_i\,, \qquad y'_i - \frac{[y'_i]}{n} = \eta_i$$

$$f_y - \frac{[x'_i]}{n}f_\beta = f'_y \qquad f_x + \frac{[y'_i]}{n}f_\beta = f'_x$$

и воспользоваться ими, то вмѣсто трехъ условныхъ уравненій получатся, какъ мы сейчасъ (ниже сего) покажемъ, два слѣдующихъ:

$$\sum_1^n v_i\,Sin\alpha_i + \sum_1^n \lambda_i''\,\xi_i + f_y' = 0$$

$$\sum_1^n v_i\,cos\alpha_i - \sum_1^n \lambda_i''\,\eta_i + f_x' = 0\,.$$

Нормальныя уравненія коррелатъ k_1 и k_2 будутъ слѣдующія

$$\left.\begin{aligned}\left[\frac{\xi_i^2}{p_i} + \frac{Sin^2\alpha_i}{P_i}\right]k_1 + \left[\frac{-\xi_i\,\eta_i}{p_i} + \frac{Sin\alpha_i\,cos\alpha_i}{P_i}\right]k_2 + f_y' = 0\\ \left[\frac{-\xi_i\,\eta_i}{p_i} + \frac{Sin\alpha_i\,cos\alpha_i}{P_i}\right]k_1 + \left[\frac{\eta_i^2}{p_i} + \frac{cos^2\alpha_i}{P_i}\right]k_2 + f_x' = 0\end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (A^*)$$

Поправки будутъ:

$$v_i = \frac{Sin\alpha_i}{P_i}k_1 + \frac{cos\alpha_i}{P_i}k_2$$

$$\lambda_i'' = \frac{\xi_i}{p_i}k_1 - \frac{\eta_i}{p_i}k_2$$

Поправки же, удовлетворяющія уравненіямъ (I), (II) и (III) будутъ

$$\lambda_i = \lambda' + \lambda_i''\ \text{и}\ v_i$$

Что такимъ путемъ дѣйствительно получатся тѣ же самыя величины λ_i, какъ и непосредственно изъ уравненій (I), (II) и (III), видно изъ слѣдующаго: такъ какъ заранѣе всѣ p_i равны, то нормальныя уравненія (A) представятся въ видѣ

$$\frac{n}{p_i}k' + \frac{[x_i']}{p_i}k'' - \frac{[y_i']}{p_i}k''' + f_\beta = 0$$

$$\frac{[x_i']}{p_i}k' + \frac{[x_i'^2]}{p_i}k'' + \left[\frac{Sin^2\alpha_i}{P_i}\right]k'' - \frac{[x_i'y_i']}{p_i}k''' + \left[\frac{Sin\alpha_i\ cos\alpha_i}{P_i}\right]k''' + f_y = 0$$

$$-\frac{[y_i']}{p_i}k' - \frac{[x_i'y_i']}{p_i}k'' + \left[\frac{Sin\alpha_i\ cos\alpha_i}{P_i}\right]k'' + \frac{[y_i'^2]}{p_i}k''' + \left[\frac{cos\alpha^2_i}{P_i}\right]k''' + f = 0.$$

Вставляя затѣмъ изъ перваго

$$k' = -\frac{[x_i']}{n}k'' + \frac{[y_i']}{n}k''' - \frac{p_i}{n}f_\beta$$

во второе и третье, сейчасъ же можно замѣтить, что получатся уравненія (A*), если имѣть въ виду, что

$$\xi_i^{\ 2} = x_i'^2 - 2x_i\frac{[x_i']}{n} + \frac{[x_i']}{n}\cdot\frac{[x_i']}{n}$$

и

$$[\xi_i^{\ 2}] = [x_i'^2] - 2[x_i']\frac{[x_i']}{n} + n\frac{[x_i']}{n}\frac{[x_i']}{n} = [x'i^{\ 2}] - \frac{[x_i'][x_i']}{n}$$

аналогично

$$[\eta_i^{\ 2}] = [y'i^{\ 2}] - \frac{[y_i'][y_i']}{n}, \text{ а также}$$

$$\xi_i\ \eta_i = x'_i\ y'_i - x'_i\frac{[y_i']}{n} - y_i'\frac{[x_i']}{n} + \frac{[x_i']}{n}\cdot\frac{[y_i']}{n}$$

$$[\xi_i\ \eta_i] = [x_i'y_i'] - [x_i']\frac{[y_i']}{n} - [y_i']\frac{[x_i']}{n} + n\frac{[x_i']}{n}\cdot\frac{[y_i']}{n} = [x_i'y_i'] - \frac{[x_i'][y_i']}{n}.$$

Сверхъ того

$$k'' = k_1 \text{ и } k''' = k_2$$

Изъ равенствъ (I), (II), (III) и (A) выше мы получили:

$$\lambda_i = \frac{1}{p_i}k' + \frac{x'_i}{p_i}k'' - \frac{y_i'}{p_i}k'''$$

Замѣняя же k' его значеніемъ по k'' и k''', получимъ

$$\lambda_i = \frac{\xi_i}{p_i}k'' - \frac{\eta_i}{p_i}k''' - \frac{f_\beta}{n}$$

Но

$$\xi_i\ k'' - \eta_i\ k''' = \xi_i\ k_1 - \eta_i\ k_2$$

Или

$$\lambda_i\ p_i + \frac{f_\beta\ p_i}{n} = \lambda''_i\ p_i$$

$$\lambda_i - \lambda' = \lambda_i$$

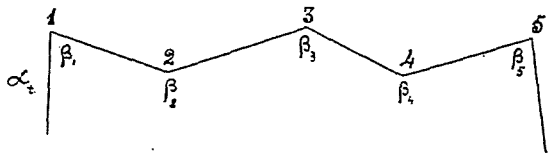
$$\lambda_i = \lambda' + \lambda_i''.$$

Поправки v_i получатся по формулѣ

$$v_i = \frac{Sin\alpha_i}{P_i}k_1 + \frac{cos\alpha_i}{P_i}k_2$$

2) Уравновѣшиваніе разомкнутаго полигоннаго хода.

Въ этомъ случаѣ (черт. 673) ходъ уравновѣшиванія остается тотъ же. Условныя уравненія (I), (II) и (III) будутъ справедливы и для разсматриваемаго случая съ тою лишь разницею, что теперь



Члрт. 673.

$$f_\beta = \sum_1^n \beta + (\alpha_k - \alpha_t) - n\ 180^\circ$$

гдѣ β измѣренные углы, вправо по ходу лежащіе; $\alpha_k - \alpha_t$ — разность заранѣе данныхъ азимутовъ конечнаго и начальнаго направленій, между которыми проложенъ ходъ; n — число угловъ полигона между этими направленіями, а

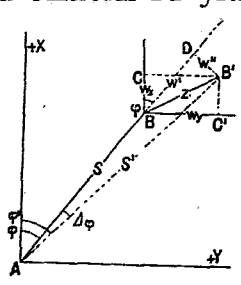
$$f_x = \sum_1^{n-1} S_i \cos\alpha_i - (x_n - x_1)$$

$$\text{и } f_y = \sum_1^{n-1} S_i \cos\alpha_i - (y_n - y_1)$$

гдѣ (x_1, y_1) и (x_n, y_n) — координаты заранѣе данныхъ начальной и конечной точекъ.

§ 363. Упрощенные пріемы уравновѣшиванія. Угловая и линейная невязки растянутаго полигоннаго хода [1]). Такъ какъ уравновѣшиваніе по способу наименьшихъ квадратовъ нѣсколько продолжительно, то примѣняютъ иной способъ, болѣе упрощенный, дающій особенно незначительныя разницы противъ строгаго уравновѣшиванія при вытянутомъ равностороннемъ разомкнутомъ ходѣ. При этомъ *полагаютъ, что ошибки въ измѣреніи сторонъ хода вліяютъ только на длину хода, и ошибки въ углахъ только на общее направленіе хода.*

Это предположеніе будетъ тѣмъ ближе къ дѣйствительности, чѣмъ болѣе растянутъ полигонъ по одному направленію. Въ самомъ дѣлѣ, если мы представимъ себѣ ходъ, незначительно уклоняющійся отъ прямой, то въ этомъ случаѣ погрѣшности въ сторонахъ хода, очевидно, вызовутъ перемѣщеніе всѣхъ его вершинъ, кромѣ начальной, по направленію хода, а ошибки въ углахъ по направленію къ нему перпендикулярному.



Черт. 674.

Поэтому, если $AB = S$ (черт. 674) есть длина безошибочнаго хода [2]) азимутъ котораго φ; а B' положеніе точки B, въ которое она перемѣститься вслѣдствіе неизбѣжныхъ погрѣшностей, такъ что BB' геометрически представляетъ *общую невязку* Z по длинѣ и направленію хода, то, опустивъ изъ точки B' перпендикуляръ на общее направленіе хода AB, получимъ отрѣзокъ $B'D = W''$, который геометрически представитъ *угловую невязку* хода, а отрѣзокъ $BD = W'$ — *линейную.*

---

[1]) См. также Н. Веселовскій. Уравновѣшиваніе полигонныхъ ходовъ.

[2]) Для простоты разсужденій растянутый ходъ представимъ въ видѣ одной прямой.

Опредѣлимъ ихъ величины въ зависимости отъ величинъ невязокъ f_x и f_y въ суммѣ приращеній координатъ.

Для этого обозначимъ длину и азимутъ хода, полученные изъ непосредственныхъ измѣреній соотвѣтственно S' и φ'. По малости угла $\varphi' - \varphi = \Delta\varphi$, очевидно,

$$S' - S = W'$$

и

$$\frac{S}{\rho}(\varphi' - \varphi) = W'', \text{ гдѣ } \rho = \frac{1}{Sin\ 1''}.$$

Заранѣе извѣстныя (напр., изъ тріангуляціи) координаты точекъ A и B назовемъ $x_a y_a$ и $x_b y_b$.

Суммы неуравновѣшенныхъ приращеній координатъ хода обозначимъ $[\Delta x]$ и $[\Delta y]$. Тогда разности

$$[\Delta x] - (x_b - x_a) = f_x$$
$$[\Delta y] - (y_b - y_a) = f_y$$

представятъ собою невязки въ приращеніяхъ координатъ хода

$$BC = W_x$$
$$BC' = W_y$$

принимая же во вниманіе, что

$$[\Delta x] = S' \cos\varphi' \quad \text{и} \quad x_b - x_a = S\cos\varphi$$
$$[\Delta y] = S' \sin\varphi' \qquad y_b - y_a = S\sin\varphi,$$

получимъ

$$f_x = S'\cos\varphi' - S\cos\varphi = S(\cos\varphi' - \cos\varphi) + W'\cos\varphi' =$$
$$= -2\ S \sin\frac{\varphi' - \varphi}{2}\sin\frac{\varphi' + \varphi}{2} + W'\cos\varphi$$

и

$$f_y = S'\sin\varphi' - S\sin\varphi = S(\sin\varphi' - \sin\varphi) + W'\sin\varphi' =$$
$$= 2\ S \sin\frac{\varphi' - \varphi}{2}\cos\frac{\varphi' + \varphi}{2} + W'\sin\varphi'.$$

По малости угла $\varphi' - \varphi$, можно положить

$$\sin\frac{\varphi' - \varphi}{2} = \frac{\varphi' - \varphi}{2\rho} \text{ а } \frac{\varphi' + \varphi}{2} = \varphi' = \varphi$$

тогда

$$f_x = -S\frac{\varphi' - \varphi}{\rho}\sin\varphi' + W'\cos\varphi'$$
$$f_y = +S\frac{\varphi' - \varphi}{\rho}\cos\varphi' + W'\sin\varphi'.$$

Умноживъ первое уравненіе на $\cos\varphi'$, а второе на $\sin\varphi'$, и сложивъ результаты, получимъ

$$W' = f_x\cos\varphi' + f_y\sin\varphi'. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

исключеніе изъ тѣхъ же уравненій величины W'', дастъ

$$S\frac{\varphi'-\varphi}{\rho}=f_y\cos\varphi'-f_x\sin\varphi'$$

или

$$W''=f_y\cos\varphi'-f_x\sin\varphi' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

По формуламъ (1) и (2) мы получимъ абсолютныя значенія линейной и угловой невязокъ.

Относительныя значенія тѣхъ же невязокъ, т. е. величины ихъ, приходящіяся на единицу хода, будутъ:

$$\frac{W'}{S}=\frac{S'-S}{S}=q-1=c=\frac{f_y\sin\varphi'+f_x\cos\varphi'}{S}=\frac{f_y[\Delta y]+f_x[\Delta x]}{SS'}$$

или, допуская

$$SS'=S^2=S'^2=[\Delta x]^2+[\Delta y]^2,$$

$$c=\frac{f_y[\Delta y]+f_x[\Delta x]}{[\Delta y]^2+[\Delta x]^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

Точно такъ же

$$\frac{W''}{S}=\varepsilon=\frac{f_y\cos\varphi'-f_x\sin\varphi'}{S}=\frac{f_y[\Delta x]-f_x[\Delta y]}{SS'}$$

или

$$\varepsilon=\frac{f_y[\Delta x]-f_x[\Delta y]}{[\Delta y]^2+[\Delta x]^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

Перейдемъ теперь къ разсмотрѣнію отдѣльныхъ пріемовъ уравновѣшиванія.

Мы уже указывали, что въ случаѣ разомкнутаго полигоннаго хода суммы вычисленныхъ приращеній координатъ должны были бы удовлетворять равенствамъ:

$$[\Delta x]=x_b-x_a$$
$$[\Delta y]=y_b-y_a$$

гдѣ $(x_a y_a)$ данныя координаты начальнаго пункта полигона, а (x_b, y_b) таковыя же координаты конечнаго пункта; но въ дѣйствительности предыдущія равенства никогда, вообще говоря, не удовлетворяются, такъ что

$$[\Delta x]-(x_b-x_a)=f_x$$
$$[\Delta y]-(y_b-y_a)=f_y$$

Эти величины f_x и f_y представляютъ собою невязки, которыя должны быть разложены на соотвѣтствующія приращенія.

Если обозначимъ черезъ $\xi_1\ \xi_2\cdots$ поправки къ вычисленнымъ Δx_1, Δx_2, $\Delta x_3\cdots$ и черезъ $\eta_1\ \eta_2\cdots$ поправки къ $\Delta y_1\ \Delta y_2\cdots$, то онѣ должны быть таковы, чтобы

$$[\Delta x]+[\xi]-(x_b-x_a)=0$$

и

$$[\Delta y]+[\eta]-(y_b-y_a)=0$$

или
$$[\xi] = -f_x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(I)}$$
$$[\eta] = -f_y \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(II)}$$

Разсмотримъ пріемы вычисленія этихъ поправокъ для слѣдующихъ случаевъ:

I. Пріемъ уравновѣшиванія ошибокъ буссольнаго хода.

Положимъ, что *ошибки* въ длинѣ линій s_1, $s_2 \cdots s_{n-1}$ полигоннаго буссольнаго хода соотвѣтственно равны ds_1, $ds_2 \cdots ds_{n-1}$ и кромѣ того *допустимъ, что послѣднія прямо пропорціональны длинамъ самихъ линій.* Это вполнѣ допустимо, если линіи хода сравнительно невелики; въ противномъ случаѣ ихъ слѣдовало бы считать пропорціональными корню квадратному изъ длины линіи. Итакъ, положимъ, что

$$\begin{aligned} ds_1 &= es_1 \\ ds_2 &= es_2 \\ &\cdots\cdots \\ &\cdots\cdots \\ ds_i &= es_i \\ &\cdots\cdots \\ &\cdots\cdots \\ ds_{n-1} &= es_{n-1} \end{aligned}$$

гдѣ e пока неизвѣстный коэффиціентъ пропорціональности. Ошибки въ измѣренныхъ азимутахъ $\alpha_1\ \alpha_2 \cdots \alpha_i \cdots \alpha_{n-1}$ назовемъ соотвѣтсвенно $d\alpha_1$, $d\alpha_2 \cdots d\alpha_i \cdots d\alpha_{n-1}$ и, т. к. нѣтъ никакихъ основаній предполагать, что ошибки въ азимутахъ при однѣхъ линіяхъ больше, а при другихъ меньше, ибо азимуты измѣряются независимо другъ отъ друга, положимъ, что

$$d\alpha_1 = d\alpha_2 = \cdots d\alpha_i = \cdots d\alpha_{n-1} = \varepsilon.$$

Тогда ошибки въ приращеніяхъ координатъ, какъ функціяхъ s и α, найдутся простымъ дифференцированіемъ выраженій:

$$\begin{aligned} \Delta x &= s \cos \alpha \\ \Delta y &= s \sin \alpha, \end{aligned}$$

т. е. любая пара ошибокъ ξ_i и η_i представится въ видѣ:

$$\xi_i = \partial(\Delta x_i) = ds_i \cos \alpha_i - s_i \sin \alpha_i \, d\alpha_i \quad \ldots\ldots\ldots \text{(1)}$$
$$\eta_i = \partial(\Delta y_i) = ds_i \sin \alpha_i + s_i \cos \alpha_i \, d\alpha_i \quad \ldots\ldots\ldots \text{(2}$$

Или, замѣняя

$$\begin{aligned} s_i \sin \alpha_i &= \Delta y_i \\ s_i \cos \alpha_i &= \Delta x_i \\ ds_i &= es_i \\ d\alpha_i &= \varepsilon, \end{aligned}$$

получимъ:

$$\begin{aligned} \xi_i &= es_i \cos \alpha_i - \Delta y_i \, \varepsilon \\ \eta_i &= es_i \sin \alpha_i + \Delta x_i \, \varepsilon \end{aligned}$$

или

$$\xi_i = e\Delta x_i - \Delta y_i\,\varepsilon \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$
$$\eta_i = e\Delta y_i + \Delta x_i\,\varepsilon \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

Если бы величины e и ε были извѣстны, то по этимъ ур-іямъ легко было бы получить любыя поправки ξ и η для соотвѣтствующихъ приращеній. Величины же e и ε найдутся изъ условій (I) и (II):

$$[\xi] = f_x = e[\Delta x] - \varepsilon[\Delta y]\ ^{1}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$
$$[\eta] = f_y = e[\Delta y] + \varepsilon[\Delta x] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

Рѣшивъ эти ур-ія относительно e, найдемъ:

$$f_x[\Delta x] + f_y[\Delta y] = e\{[\Delta x]^2 + [\Delta y]^2\}$$

или

$$e = \frac{f_x[\Delta x] + f_y[\Delta y]}{[\Delta x]^2 + [\Delta y]^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

Подобнымъ образомъ получимъ:

$$f_y[\Delta x] - f_x[\Delta y] = \varepsilon\{[\Delta x]^2 + [\Delta y]^2\}$$
$$\varepsilon = \frac{f_y[\Delta x] - f_x[\Delta y]}{[\Delta x]^2 + [\Delta y]^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

Формулы (7) и (8) оказались тождественными съ формулами (3) и (4) (стр. 1086); это показываетъ, что въ данномъ случаѣ коэффиціентъ пропорціональности e есть ни что иное, какъ линейная ошибка хода, приходящаяся на единицу длины хода, и ε есть линейное вліяніе угловой ошибки хода, приходящееся на единицу длины хода.

Зная величины e и ε нетрудно составить значенія любыхъ поправокъ ξ_i и η_i къ соотвѣтствующимъ приращеніямъ координатъ, пользуюсь для этого ур-іями (3) и (4):

$$\xi_i = e\Delta x_i - \varepsilon\Delta y_i$$
$$\eta_i = e\Delta y_i + \varepsilon\Delta x_i$$

Вычесленныя по этимъ формуламъ поправки придаются къ соотвѣтствующимъ приращеніямъ съ обратными знаками, послѣ чего получатся исправленныя приращенія координатъ.

II. Пріемъ уравновѣшиванія ошибокъ теодолитнаго хода.

Положимъ, что полигонный ходъ состоитъ изъ $n-1$ линіи и на мѣстности измѣряются длины всѣхъ $n-1$ линій и углы между ними, а также и 2 примычныхъ угла; всего слѣдовательно, измѣрено n угловъ. Такъ какъ при такихъ результатахъ измѣреній азимуты линій получаются

---

[1]) Здѣсь мы беремъ абсолютныя значенія невязокъ f_x и f_y. Имѣя же въ виду условія (I) и (II), будемъ помнить, что при уравновѣшиваніи поправки придется вводить въ соотвѣтствующія приращенія съ обратными знаками.

вычисленіемъ по измѣреннымъ внутреннимъ угламъ, а не непосредственно то погрѣшности въ азимутахъ въ разсматриваемомъ случаѣ будутъ отличны отъ азимутальныхъ погрѣшностей предыдущаго случая, а именно, какъ показано выше, (стр. 1081) ошибка въ азимутѣ измѣняется съ измѣненіемъ номера линіи. Такъ что, если *черезъ* ε *обозначимъ единицу погрѣшности, приходящуюся на каждый уголъ* полигоннаго хода, то ошибки $d\alpha_1$ $d\alpha_2$ $d\alpha_3 \ldots d\alpha_{n-1}$ *въ азимутахъ* линій 1, 2, 3 . . . . (n—1) представятся въ видѣ:

$$
\begin{aligned}
d\alpha_1 &= z_1\varepsilon \\
d\alpha_2 &= z_2\varepsilon \\
d\alpha_3 &= z_3\varepsilon \\
&\ldots \\
d\alpha_i &= z_i\,\varepsilon \\
&\ldots \\
d\alpha_{n-1} &= z_{n-1}\varepsilon,
\end{aligned}
$$

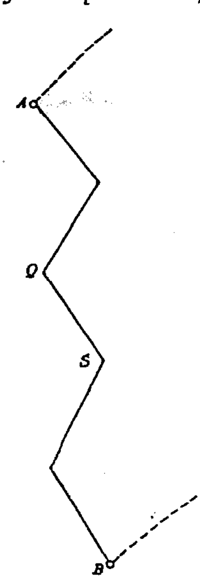
гдѣ неизвѣстая пока величина z мѣняетъ свою величину по мѣрѣ удаленія линіи отъ начальнаго пункта.

Изъ рав. (5)′ стр. 210: $d\alpha_n = \pm\delta\sqrt{n}$ или $d\alpha_i = \pm\varepsilon\sqrt{i}$, мы усматриваемъ, что величина z_i находится въ прямо пропорціональной зависимости отъ корня квадратнаго изъ номера линіи или, приближенно, отъ номера i линіи.

Номеръ же линіи есть величина обратно пропорціональная вѣсу азимута, ибо при вычисленіи вѣсовъ азимутовъ за таковыя принимаютъ числа обратныя номерамъ линій.

Слѣдовательно, можно сказать, что коэффиціентъ z будетъ величиной обратно пропорціональной вѣсу азимута.

Пользуясь этимъ свойствомъ коэффиціента z, мы найдемъ его величину для азимута любой <u>rовой</u> отъ начала хода линіи принимая во вниманіе, что азимутъ разсматриваемой линіи можетъ быть полученъ два раза: одинъ разъ вычисленіемъ отъ начальнаго пункта хода A и второй разъ отъ конечнаго пункта B (черт. 675).



Черт. 675.

Пусть первый результатъ оказался $(QS)_1$; тогда, согласно сказаннаго выше, вѣсъ его будетъ числомъ обратнымъ номеру линіи $r = 3$[1]), т. е.

$$p_1 = \frac{1}{r} \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (1)$$

Второй результатъ пусть будетъ $(QS)_2$; тогда вѣсъ его

$$p_2 = \frac{1}{n-r} \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (2)$$

Окончательный результатъ $(QS)_0$ найдется по правилу общей ариѳметической средины:

$$(QS)_0 = \frac{(QS)_1 p_1 + (QS)_2 p_2}{p_1 + p_2}$$

[1]) Замѣтимъ, что число $r = 3$ есть число угловъ, принимавшихъ участіе въ образованіи 1-го результата вычисленія азимута (QS).

гдѣ $p_1 + p_2 = P$ есть вѣсъ общей ариѳметической средины и можетъ быть представленъ, согласно рав. (1) и (2), въ видѣ:

$$P = p_1 + p_2 = \frac{1}{r} + \frac{1}{n-r} = \frac{n}{r\ (n-r)}$$

Съ другой же стороны, вѣсомъ азимута какой-нибудь линіи мы условились считать число обратное номеру линіи. Поэтому величину $\frac{r\ (n-r)}{n}$ можно разсматривать какъ фиктивный номеръ, соотвѣтствующій азимуту (QS).

Полагая затѣмъ, что единица погрѣшности, приходящаяся на каждый уголъ хода, равна ε, и слѣдовательно, на всѣ углы $n\varepsilon$, *единица погрѣшности,* приходящаяся на каждый азимутъ будетъ

$$\frac{n\varepsilon}{n-1}$$

А такъ какъ погрѣшность въ азимутѣ мы считаемъ прямо пропорціональной номеру линіи, то величина погрѣшности азимута *r-овой* линіи будетъ

$$\frac{n\ .\ \varepsilon}{n-1}\ \frac{r\,(n-r)}{n} = \frac{r\ (n-r)}{n-1}\ .\ \varepsilon$$

Слѣдовательно, величина z_r въ общемъ видѣ будетъ:

$$z_r = \frac{r\,(n-r)}{n-1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

Имѣя вычисленными величины z, для опредѣленія поправокъ ξ и η къ приращеніямъ координатъ, обратимся снова къ рав. (1) и (2) I пріема:

$$\xi_i = ds_i\ cos\alpha_i - s_i\ sin\alpha_i\ d\alpha_i$$
$$\eta_i = ds_i\ sin\alpha_i + s_i\ cos\alpha_i\ d\alpha_i$$

или, дѣлая замѣну подобную той, что была въ предыдущемъ случаѣ:

$$\left.\begin{aligned} s_i\ cos\alpha_i &= \Delta x_i \\ s_i\ sin\alpha_i &= \Delta y_i \end{aligned}\right\} \text{ и } \begin{aligned} ds_i &= es_i \\ d\alpha_i &= \varepsilon z_i\ , \end{aligned}$$

получимъ:

$$\xi_i = e\Delta x_i - \Delta y_i\ .\ z_i\ .\ \varepsilon \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$
$$\eta_i = e\Delta y_i + \Delta x_i\ .\ z_i\ .\ \varepsilon \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

Если бы величины e и ε были извѣстны, то по *этимъ уравненіямъ* легко было бы получить любыя поправки ξ и η для соотвѣтствующихъ приращеній.

Величины же e и ε найдутся изъ условій:

$$[\xi] = f_x = e[\Delta x] - \varepsilon[\Delta y\ .\ z]$$
$$[\eta] = f_y = e[\Delta y] + \varepsilon[\Delta x\ .\ z]$$

Обозначивъ $[\Delta y \cdot z] = Y$ . . . . . (6)

$[\Delta x \cdot z] = X$ . . . . . (7)

и рѣшивъ эти ур-ія относительно e, найдемъ:

$$f_x \cdot X + f_y \cdot Y = e\{[\Delta x]X + [\Delta y]Y]\}$$

или

$$e = \frac{f_y\ Y + f_x\ X}{Y[\Delta y] + X[\Delta x]} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Подобнымъ образомъ, исключая e, получимъ:

$$f_y\ [\Delta x] - f_x\ [\Delta y] = \varepsilon\{\ X[\Delta x] + Y[\Delta y]\ \}$$

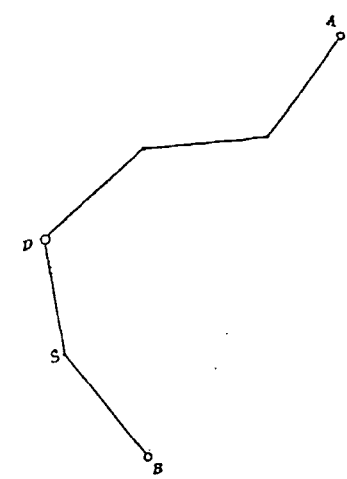
или

$$\varepsilon = \frac{f_y\ [\Delta x] - f_x\ [\Delta y]}{Y[\Delta y] + X[\Delta x]} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Зная величины e и ε нетрудно составить значенія любыхъ поправокъ ξ_i и η_i къ соотвѣтствующимъ приращеніямъ координатъ, пользуясь для этого уравненіями (4) и (5):

$$\xi_i = e\Delta x_i - \varepsilon\ z_i\ \Delta y_i$$
$$\eta_i = e\Delta y_i + \varepsilon\ z_i\ \Delta x_i$$

Въ тѣхъ случаяхъ, когда полигонный ходъ имѣетъ видъ, подобный изображенному на черт. 676, указанные выше пріемы уравновѣшиванія не могутъ быть непосредственно приложены, т. к. ходъ въ данномъ случаѣ значительно уклоняется отъ прямой линіи (имѣетъ одинъ переломъ) Въ этомъ случаѣ точку D, наиболѣе уклоняющуюся (точку перелома), трактуютъ, какъ узловую, и для линіи DS вычисляютъ два результата азимута: первый по ходу отъ начальной точки A до линіи DS, а второй отъ конечной точки B до той же линіи; находятъ затѣмъ вѣроятнѣйшее значеніе азимута DS, исправляютъ послѣдовательно углы при всѣхъ точкахъ между пунктами A и B, и тогда приступаютъ къ вычисленію приращеній координатъ для всѣхъ линій хода, что даетъ возможность для точки D получить по два результата координатъ и изъ нихъ взять вѣроятнѣйшія значенія тѣхъ же координатъ. Такимъ образомъ ходъ разбивается на два самостоятельныхъ хода: первый AD и второй DB, изъ коихъ каждый незначительно уклоняется отъ прямой и, слѣдовательно, къ нимъ могутъ быть примѣнены I или II пріемы уравновѣшиванія въ зависимости отъ того, будетъ ли ходъ буссольный или теодолитный. Въ случаѣ буссольнаго хода, по невозможности получить вѣроятнѣйшее значеніе азимута линіи DS, ограничиваются вычисленіемъ лишь вѣроятнѣйшихъ значеній координатъ узловой точки D.



Черт. 676.

Однако, во избѣжаніе указанныхъ выше предварительныхъ вычисленій можно примѣнить слѣдующіе пріемы уравновѣшиванія полигонныхъ ходовъ, имѣющихъ одну точку перелома.

III. Пріемъ уравновѣшиванія буссольнаго хода съ одной точкою перелома.

Положимъ, что суммы неисправленныхъ приращеній координатъ первой части хода (черт. 676) отъ точки A до D будутъ $[\Delta x]_1$ $[\Delta y]_1$ и второй отъ точки D до B $[\Delta x]_2$ $[\Delta y]_2$ и что, по прежнему,

$$[\Delta x] - (x_b - x_a) = f_x$$
$$[\Delta y] - (y_b - y_a) = f_y$$

Суммы поправокъ ξ и η къ приращеніямъ координатъ для первой части хода, считая координаты точки D вычисленными получатся по формуламъ (5) и (6) I пріема

$$[\xi]_1 = e[\Delta x]_1 - \varepsilon[\Delta y]_1$$
$$[\eta]_1 = e[\Delta y]_1 + \varepsilon[\Delta x]_1 \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

если уравновѣшиваніе идетъ отъ точки A.

Суммы поправокъ ξ и η для второй части хода, полагая, что уравновѣшиваніе идетъ отъ точки B къ D, будутъ:

$$[\xi]_2 = -e[\Delta x]_2 + \varepsilon[\Delta y]_2$$
$$[\eta]_2 = -e[\Delta y]_2 - \varepsilon[\Delta x]_2 \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

Складывая попарно послѣднія четыре ур-ія, найдемъ:

$$[\xi] = f_x = [\xi]_1 + [\xi]_2 = e\{[\Delta x]_1 - [\Delta x]_2\} - \varepsilon\{[\Delta y]_1 - [\Delta y]_2\}$$
$$[\eta] = f_y = [\eta]_1 + [\eta]_2 = e\{[\Delta y]_1 - [\Delta y]_2\} + \varepsilon\{[\Delta x]_1 - [\Delta x]_2\}$$

Рѣшая послѣднія ур-ія относительно e и ε, получимъ ихъ значенія, необходимыя для вычисленія поправокъ ξ и η, по формуламъ (1) (2):

$$f_y\{[\Delta y]_1 - [\Delta y]_2\} + f_x\{[\Delta x]_1 - [\Delta x]_2\} = e\{([\Delta x]_1 - [\Delta x]_2)^2 + ([\Delta y]_1 - [\Delta y]_2)^2\}$$

или

$$e = \frac{f_y\{[\Delta y]_1 - [\Delta y]_2\} + f_x\{[\Delta x]_1 - [\Delta x]_2\}}{\{[\Delta y]_1 - [\Delta y]_2\}^2 + \{[\Delta x]_1 - [\Delta x]_2\}^2} \quad \ldots\ldots (3)$$

Подобнымъ образомъ получимъ:

$$f_y\{[\Delta x]_1 - [\Delta x]_2\} - f_x\{[\Delta y]_1 - [\Delta y]_2\} = \varepsilon\{([\Delta x]_1 - [\Delta x]_2)^2 + ([\Delta y]_1 - [\Delta y]_2)^2\}$$

или

$$\varepsilon = \frac{f_y\{[\Delta x]_1 - [\Delta x]_2\} - f_x\{[\Delta y]_1 - [\Delta y]_2\}}{\{[\Delta y]_1 - [\Delta y]_2\}^2 + \{[\Delta x]_1 - [\Delta x]_2\}^2} \quad \ldots\ldots (4)$$

IV. Пріемъ уравновѣшиванія теодолитнаго хода, имѣющаго одну точку перелома.

Примѣняя здѣсь тотъ же методъ сужденій, что и въ предыдущемъ случаѣ, мы придемъ къ слѣдующимъ формуламъ для e и ε:

$$e = \frac{f_y \{ Y_1 - Y_2 \} + f_x \{ X_1 - X_2 \}}{\{ Y_1 - Y_2 \} \{ [\Delta y]_1 - [\Delta y]_2 \} + \{ X_1 - X_2 \} \{ [\Delta x]_1 - [\Delta x]_2 \}} \quad . . . (1)$$

$$\varepsilon = \frac{f_y \{ [\Delta x]_1 - [\Delta x]_2 \} - f_x \{ [\Delta y]_1 - [\Delta y]_2 \}}{\{ Y_1 - Y_2 \} \{ [\Delta y]_1 - [\Delta y]_2 + \{ X_1 - X_2 \} \{ [\Delta x]_1 - [\Delta x]_2 \}} \quad . . . (2)$$

гдѣ

$$f_y = [\Delta y] - (y_b - y_a); \; f_x = [\Delta x] - (x_b - x_a)$$
$$Y_1 = [z \Delta y]_1 \qquad X_1 = [z \Delta x]_1$$
$$Y_2 = [z \Delta y]_2 \qquad X_2 = [z \Delta x]_2$$

Величины поправокъ $\eta_1 \; \eta_2 \; . \; . \; . \; \xi_1 \; \xi_2 \; . \; . \; .$ находятся по формуламъ:

$$\eta = e \Delta y + \varepsilon z \Delta x \quad . . . . . (3)$$
$$\xi = e \Delta x - \varepsilon z \Delta y \quad . . . . . (4)$$

и придаются къ соотвѣтствующимъ приращеніямъ съ обратными знаками.

Не слѣдуетъ также забывать, что при выводѣ формулъ (1) и (2), какъ и въ предыдущемъ случаѣ, предполагается, что уравновѣшиваніе 2-й части хода идетъ въ обратномъ порядкѣ сравнительно съ первой частью; поэтому, вычисляя поправки η и ξ по формуламъ (3) и (4) для 2-ой части хода, надо брать ихъ со знаками обратными тѣмъ, которые получаются непосредственно изъ формулъ (3) и (4).

Величины поправокъ η и ξ для первой и второй частей хода будутъ:

$$\begin{array}{l|l} [\eta]_1 = \; e[\Delta y]_1 + \varepsilon[z \Delta x]_1 & [\xi]_1 = \; e[\Delta x]_1 - \varepsilon[z \Delta y]_1 \\ [\eta]_2 = -e[\Delta y]_2 - \varepsilon[z \Delta x]_2 & [\xi]_2 = -e[\Delta x]_2 + \varepsilon[z \Delta y]_2 \end{array} \quad . . . . (5)$$

Коэффиціенты z вычисляются для каждой части хода отдѣльно.

Если ε не очень мало, то азимутъ послѣдней линіи первой части или первой линіи второй части хода при узловой точкѣ измѣнится не менѣе чѣмъ на $\pm\varepsilon$. Имѣя это въ виду, чтобы оставить азимутъ безъ измѣненія, слѣдуетъ положить при данной линіи $z = 0$.

Замѣчаніе. Въ тѣхъ случаяхъ, когда угловая ошибка хода ε, вычисленная по форм. (4) стр. 1086, оказывается $< 0{,}0003$ или въ угловой мѣрѣ $< 1'$, линіи полигоннаго хода идутъ почти по дѣйствительнымъ ихъ направленіямъ и линейную невязку хода можно считать происшедшей только отъ одной линейной ошибки хода и, слѣдовательно, ее вполнѣ можно принять пропорціональной длинамъ сторонъ хода. Поэтому поправки для вычисленныхъ приращеній координатъ опредѣляются формулами:

$$\eta_i = \frac{f_y}{[s]} s_i \quad \text{и} \quad \xi_i = \frac{f_x}{[s]} s_i$$

гдѣ $[s]$ периметръ хода. Изъ этихъ формулъ имѣемъ:

$$[\eta]=\frac{f_y}{[s]}[s]=f_y$$
$$[\xi]=\frac{f_x}{[s]}[s]=f_x$$

V. Особый пріемъ уравновѣшиванія полигоннаго хода.

Укажемъ еще одинъ способъ уравновѣшиванія ошибокъ разомкнутаго полигоннаго хода, основанный на слѣдующемъ.

Предположимъ, что ось x-овъ совпадаетъ съ общимъ направленіемъ хода, благодаря чему азимуты (направленія) α будутъ настолько малы, что безъ чувствительной погрѣшности можно принять $cos\alpha=1$ и $Sin\alpha=\alpha\, sin\, 1''$, а само α замѣнить черезъ $d\alpha$.

Тогда уравненія (k) на стр. 1080 можно представить въ слѣдующемъ видѣ:

$$[S_i\, d\alpha_i\, Sin\, 1'']+[d\alpha_i\, Sin\, 1''\, dS_i]=df_y$$
$$-[S_i\, d\alpha_i{}^2\, Sin^2 1'']+[dS_i]=df_x$$

Пренебрегая далѣе произведеніемъ малыхъ величинъ $d\alpha_i\, dS_i$ и $d\alpha_i{}^2$, получимъ слѣдующія условныя уравненія поправокъ:

$$\sum_1^n \lambda_i+f_\beta=0\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$
$$\sum_1^{n-1} S_i\, d\alpha_i+f_y=0\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$
$$\sum_1^{n-1} v_i+f_x=0\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

гдѣ n — число вершинъ разомкнутаго хода.

Равенство (3) даетъ $v_i=-\frac{f_x}{n-1}$, т. е. погрѣшность въ длинѣ должна быть равномѣрно распредѣлена на всѣ стороны, что вполнѣ соотвѣтствуетъ предположенію о равномѣрности всего хода.

Въ равенствѣ (2) $d\alpha_i$ представимъ въ зависимости отъ поправокъ λ:

$$[S_i\,(\lambda_i+\lambda_{i-1}+\ldots\ldots+\lambda_1)]+f_y=0$$

или, иначе, раскрывая знакъ суммы,

$$S_1\,\lambda_1+S_2\,.\,(\lambda_1+\lambda_2)+S_3\,(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)+\ldots$$
$$+S_{n-1}\,.\,(\lambda_1+\lambda_2+\ldots\ldots+\lambda_{n-1})+f_y=0$$

и такъ какъ

$$S_1=S_2=\ldots\ldots=S_{n-1}=S$$

то

$$(2^*)\qquad S\{(n-1)\,\lambda_1+(n-2)\,\lambda_2+(n-3)\,\lambda_3+\ldots\ldots+\lambda_{n-1}\}+f_y=0$$

Будемъ различать два случая, a) когда $n = 2\nu$ — чётное число и b) когда $n = 2\nu + 1$ — нечетное число.

Согласно этому будемъ имѣть

$$(2a)\quad \left\{ S\{(2\nu-1)\lambda_1 + (2\nu-2)\lambda_2 + \ldots + (2\nu-i)\lambda_i + \ldots + \lambda_{2\nu-1}\} + f_y = 0 \right. \qquad i = 1, 2 \ldots (2\nu-1)$$

$$(2b)\quad \left\{ S\{2\nu \cdot \lambda_1 + (2\nu-1)\lambda_2 + \ldots + (2\nu-[i-1])\lambda_i + \ldots + \lambda_{2\nu}\} + f_x = 0 \right. \qquad i = 1, 2, \ldots 2\nu$$

Присоединивъ сюда равенство (1), т. е. $\sum_1^n \lambda_i + f_\beta = 0$, умноженное на $-S.\frac{n-1}{2}$, соотвѣтственно двумъ предположеніямъ объ n, найдемъ

$$(1a)\quad \left\{ -S\left(\frac{2\nu-1}{2}\lambda_1 + \frac{2\nu-1}{2}\lambda_2 + \ldots + \frac{2\nu-1}{2}\lambda_i + \ldots + \frac{2\nu-1}{2}\lambda_{2\nu}\right) - S.\frac{2\nu-1}{2} f\beta = 0, \right.$$

$$(1b)\quad -S(\nu\lambda_1 + \nu\lambda_2 + \ldots + \nu\lambda_i + \ldots + \nu\lambda_{2\nu+1}) - S.\nu.f_\beta = 0$$

вслѣдствіе чего произойдетъ или

$$(2\alpha)\quad \left\{ S\left\{\left(\nu - \frac{1}{2}\right)\lambda_1 + \left(\nu - \frac{2}{3}\right)\lambda_2 + \ldots + \left(\nu - \left[i - \frac{1}{2}\right]\right)\lambda_i + \ldots - \left(\nu - \frac{1}{2}\right)\lambda_{2\nu}\right\} + f_y - S.\frac{2\nu-1}{2} f_\beta = 0 \right.$$

или

$$(2\beta)\quad \left\{ S\{\nu.\lambda_1 + (\nu-1)\lambda_2 + \ldots + (\nu-[i-1])\lambda_i + \ldots + \nu\lambda_{2\nu+1}\} + f_y - S.\nu.f_\beta = 0 \right. \qquad i = 1, 2 \ldots (2\nu+1).$$

Независимый членъ равенствъ (2α), и (2β) получится также, если допустимъ, что λ состоитъ изъ двухъ частей

$$\lambda = \lambda' + \lambda'',$$

причемъ λ' та именно часть, которая вытекаетъ только лишь изъ одного равенства (1)

$$\lambda'_i = -\frac{f_\beta}{n}.$$

Подставляя же въ равенство (2^*) вмѣсто λ_i

$$\lambda_i = -\frac{f_\beta}{n} + \lambda''_i,$$

найдемъ

$$-S\left\{(n-1)+(n-2)+\ldots\ldots+(n-i)+\ldots\ldots+1\right\}\frac{f_\beta}{n}+$$
$$+S\left\{(n-1)\lambda_1''+(n-2)\lambda_2''+\ldots\ldots+(n-i)\lambda''_i+\ldots\ldots\right.$$
$$\left.+\lambda''_{n-1}\right\}+f_y=0$$

или $S\left\{(n-1)\lambda_1''+(n-2)\lambda_2''+\ldots\ldots+(n-i)\lambda''_i+\ldots\ldots+\lambda''_{n-1}\right\}+$

$$+f_y-S\frac{n\ (n-1)}{2}\ \frac{f_\beta}{n}=0,$$

т. е. абсолютный членъ будетъ тотъ же самый, что въ равенствахъ (2α) и (2β), а именно:

$$f_y-S.\frac{2\nu-1}{2}f_\beta \text{ или } f_y-S\cdot\nu\cdot f_\beta \text{ для } n=2\nu \text{ и для } n=2\nu+1.$$

Такимъ образомъ, если всѣ углы β исправить предварительно согласно равенства (1) и по исправленіи вычислить невязку въ ординатахъ, то она будетъ не f_y, а $f_y-S\cdot\frac{n-1}{2}f_\beta$

Для того, чтобы отъ ошибокъ въ углахъ перейти къ ошибкамъ въ азимутахъ (направленіяхъ), представимъ себѣ, что направленія (азимуты) высчитаны двояко: одинъ разъ начиная отъ начальнаго азимута α_t (пункта) хода, а другой — отъ конечнаго даннаго азимута α_k (пункта)

$$\alpha'_i=\alpha_t+\beta_1+\beta_2+\ldots\ldots+\beta_{i-1}+\beta_i-i\ .\ 180^0$$
$$\alpha''_i=\alpha_k-\beta_n-\beta_{n-1}-\ldots\ldots-\beta_{i+1}+(n-1)\ .\ 180^0.$$

Если средняя ошибка измѣренія каждаго угла равна m_β, т. е. вѣса всѣхъ β одинаковы, то среднія ошибки и вѣса α' и α'' будутъ

$$m'_\alpha=m_\beta\sqrt{i}=\frac{m_\beta}{\sqrt{p'}},\quad p'=\frac{1}{i}$$
$$m''_\alpha=m_\beta\sqrt{n-i}=\frac{m_\beta}{\sqrt{p''}},\quad p''=\frac{1}{n-i}.$$

Ариѳметическая средина изъ α' и α'' будетъ

$$\alpha=\frac{p'\alpha'+p''\alpha''}{p'+p''}=\frac{p'\alpha'+p''\alpha''}{[p]}$$
$$m_\alpha{}^2=\left(\frac{p'}{[p]}\ \frac{m_\beta}{\sqrt{p'}}\right)^2+\left(\frac{p''}{[p]}\cdot\frac{m_\beta}{\sqrt{p''}}\right)^2=m_\beta{}^2\left\{\frac{p'}{(p'+p'')^2}+\frac{p''}{(p'+p'')^2}\right\}$$
$$m_\alpha=\frac{m_\beta}{\sqrt{p'+p''}}=\sqrt{\frac{i(n-i)}{n}}.$$

Наибольшее значеніе члена $i(n-i)=i.n-i^2$ будетъ при $\frac{d(in-i^2)}{di}=0,$

т. е. при $n = 2i$ или при $i = \frac{n}{2}$ и, слѣдовательно, при $i = \nu$, если $n = 2\nu$ четное число, и при $i = \frac{2\nu+1}{2}$, если $n = 2\nu+1$ нечетное число.

На основаніи всего вышеизложеннаго вытекаетъ слѣдующее правило уравновѣшиванія ошибокъ равносторонняго, вытянутаго разомкнутаго полигона:

Полагая, что ось x-овъ перенесена по общему направленію хода, ошибку въ длинѣ f_x распредѣляютъ поровну между всѣми сторонами хода; при произвольномъ же положеніи хода относительно осей координатъ высчитываютъ ошибку $S' - S = W''$ по формулѣ (3) стр. 1086. Всѣ стороны въ этомъ случаѣ должны быть исправлены на одну и ту же величину

$$e = \frac{f_y[\Delta y] + f_x[\Delta x]}{[\Delta y]^2 + [\Delta x]^2}.$$

По равенству (1) высчитываются $\lambda'_i = -\frac{f_\beta}{n}$ поправки для всѣхъ угловъ поворота. По исправленнымъ угламъ находится поперечное уклоненіе хода

$$W'' = f_y - S \cdot \frac{n-1}{2} f_\beta,$$

которое подставляютъ въ равенство (2) вмѣсто f_y, въ немъ $S_i = S$ считается постояннымъ.

Такъ какъ для α_i вѣсъ $p_\alpha = \frac{n}{i(n-i)}$, то онъ будетъ и для $S \cdot d\alpha_i = W_i$ поперечнаго уклоненія каждаго полигоннаго пункта въ разсматриваемомъ ходѣ. Равенство (2) приметъ форму

$$[W_i] + W'' = 0$$

и только оно одно должно быть принято во вниманіе.

Поправки $W_i = \frac{k}{p_\alpha}$ найдутся, если коррелата k будетъ найдена изъ равенства $\left[\frac{1}{p_\alpha}\right] k + W'' = 0$ или, если положимъ $\frac{1}{p_\alpha} = q$, тогда

$$k[q] = -W'' \text{ и } W_i = -\frac{q}{[q]} W''.$$

Поперечная ошибка W'' (ошибка въ ординатахъ, если ось x-овъ совпадаетъ съ общимъ направленіемъ хода) распредѣляется, слѣдовательно, пропорціонально величинамъ q, высчитаннымъ для каждой стороны S_i по формулѣ $q = \frac{i(n-i)}{n}$, причемъ $[q]$ есть сумма всѣхъ q, высчитанныхъ для каждой изъ сторонъ хода.

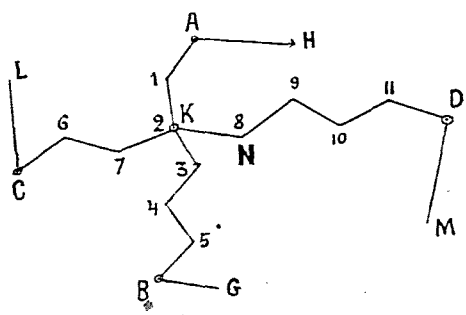
Это же правило примѣняютъ и въ томъ случаѣ, когда ходъ лишь приближенно можетъ считаться за равносторонній и вытянутый, т. е. и

здѣсь равнымъ образомъ высчитывается $W'' = \frac{S\,d\varphi}{\rho''}$ и путемъ послѣдовательнаго умноженія на $\frac{q}{[q]}$ распредѣляется между пунктами хода.

§ 364. Узловыя точки полигонометрической сѣти. Точка пересѣченія двухъ или нѣсколькихъ полигонныхъ ходовъ обыкновенно называется *узловою* точкою полигонометрической сѣти. Чтобы болѣе надежно опредѣлить положеніе такой точки, ее стараются прежде всего сдѣлать *переходною* точкою, т. е. точкою низшаго разряда тригонометрической сѣти, являющейся естественнымъ переходомъ отъ точекъ тригонометрической сѣти къ точкамъ полигонометрической сѣти. Переходная точка опредѣляется или по способу засѣчки впередъ, или по задачѣ Потенота. Переходною точкою стремятся также сдѣлать и ту точку полигоннаго хода, въ которой сильнѣе всего нарушается идеальная (вытянутая) форма полигона, вслѣдствіе обхода какого-либо мѣстнаго препятствія (оврагъ, рѣка, селеніе и т. п.).

Если же на мѣстности вблизи нѣтъ точекъ тригонометрической сѣти, по которымъ можно было бы опредѣлить узловую точку, то координаты узловой точки опредѣляются слѣдующимъ образомъ:

Пусть въ точкѣ K (черт. 677) пересѣкаются два проложенныхъ хода: A, 1, 2, 3, 4, 5, B (отъ точки A до точки B) и C, 6, 7, 8, 9, 10, 11, D (отъ точки C до точки D).



Черт. 677.

Эти два хода можно, пользуясь узловою точкою K, разложить на четыре:

одинъ отъ точки	A	до точки	K
другой	„	„	B	„	„	K
третій	„	„	C	„	„	K
и четвертый	„	„	D	„	„	K

Благодаря этому, получается возможность какъ азимутъ линіи KN (2—8), такъ и координаты точки K (x_0 и y_0) вычислить 4 раза. Дѣйствительно, азимутъ линіи KN можно получить, начавъ его вычислять:

1) отъ азимута данной стороны AH.
2) „ „ „ „ BG.
3) „ „ „ „ CL.
4) „ „ „ „ DM.

Въ первый разъ для полученія азимута $(KN) = \alpha$ приходится ввести въ вычисленіе 3 угла (въ точкахъ A, 1 и 2), во второй — пять угловъ (B, 5, 4, 3, 2), въ третій разъ — четыре угла (C, 6, 7 и 2) и въ четвертый разъ — опять пять угловъ (D, 11, 10, 9 и 8); вслѣдствіе чего 4 значенія азимута α будутъ имѣть различные вѣса, такъ какъ для полученія α_1 нужно было воспользоваться 3-мя измѣренными углами,

для — α_2 — пятью углами,
„ α_3 — четырьмя „
„ α_1 — пятью „

Но чѣмъ большее число измѣренныхъ угловъ участвуетъ въ вычисленіи азимута, тѣмъ большее число неизбѣжныхъ ошибокъ войдетъ въ полученное значеніе азимута. Если каждый уголъ сопровождается средней ошибкой измѣренія $\pm \xi$, то α_1 будетъ сопровождаться среднею ошибкою $\mu_1 = \sqrt{\xi^2+\xi^2+\xi^2} = \pm\xi\sqrt{3}$ или вѣсомъ $p_1 = \frac{k}{\xi^2 \cdot 3}$[1], значеніе α_2 будетъ имѣть вѣсъ $p_2 = \frac{k}{\xi^2 \cdot 5}$, значеніе α_3 получитъ вѣсъ $p_3 = \frac{k}{4 \cdot \xi^2}$ и значеніе α_4 — $p_4 = \frac{k}{5 \cdot \xi^2}$.

Принявъ $\frac{k}{\xi^2} = 1$, найдемъ $p_1 = \frac{1}{3}$, $p_2 = \frac{1}{5}$, $p_3 = \frac{1}{4}$ и $p_4 = \frac{1}{5}$. Вѣроятнѣйшее значеніе α_0 для азимута (KN) по началу общей ариѳметической средины будетъ

$$\alpha_0 = \frac{\alpha_1 p_1 + \alpha_2 p_2 + \alpha_3 p_3 + \alpha_4 p_4}{p_1 + p_2 + p_3 + p_4} = \frac{[\alpha p]}{[p]},$$

гдѣ [ ] — знакъ суммы.

На практикѣ вычисленіе упрощается, такъ какъ $\alpha_1 = \alpha' + \delta\alpha_1$; $\alpha_2 = \alpha' + \alpha_2$; $\delta\alpha_3 = \alpha' + \delta\alpha_3$ и $\alpha_4 = \alpha' + \delta\alpha_4$, гдѣ α' — приближенное значеніе искомаго азимута α_0, содержащее, напримѣръ, градусы и минуты, а $\delta\alpha$ — десятыя и сотыя доли минуты (или секунды), и искомое α_0 принимаетъ видъ

$$\alpha_0 = \alpha' + \frac{[\delta\alpha \cdot p]}{[p]}.$$

Напримѣръ,

$$\begin{array}{l|l|l} \alpha_1 = 84^0\ 20',25 & & \delta\alpha_1 = +0',25 \\ \alpha_2 = \quad 19',75 & \alpha' = 84^0\ 20' & \delta\alpha_2 = -0',25 \\ \alpha_3 = \quad 20',50 & & \delta\alpha_3 = +0',50 \\ \alpha_4 = \quad 21',00 & & \delta\alpha_4 = +1',00 \end{array}$$

$$\alpha_0 = 84^0\ 20' + \frac{0',25 \cdot \frac{1}{3} + (-0',25) \cdot \frac{1}{5} + 0',50\,\frac{1}{4} + 1',00 \cdot \frac{1}{5}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}} =$$

$$= 84^0\ 20' + \frac{0',08 + (-0',05) + 0',12 + 0'20}{100 + 60 + 75 + 60} \cdot 300 =$$

$$= 84^0\ 20' + 0',35 \cdot \frac{300}{295} = 84^0\ 20',36.$$

По азимуту α_0 линіи (KN) и по азимуту (AH) исправляемъ углы хода A, 1, 2, K и азимуты его сторонъ; точно такъ же
по азимуту (KN) и (BG) исправляемъ углы и азимуты хода B, 5, 4, 3, 2,
„ „ (KN) и (CL) „ „ „ „ „ C, 6, 7, 2,
„ „ (KN) и (DM) „ „ „ „ „ D, 11, 10, 9, 8, 2,

[1]) k — коэффиціентъ пропорціональности.

По *исправленнымъ* азимутамъ и измѣреннымъ сторонамъ $\overline{A1} = s_1$, $\overline{1-2} = s_2$, $\overline{2-3} = s_3$, $\overline{3-4} = s_4$, $\overline{4-5} = s_5$, $\overline{5B} = s_6$, $\overline{C6} = s_7$, $\overline{6-7} = s_8$; $\overline{7-2} = s_9$, $\overline{2-8} = s_{10}$, $\overline{8-9} = s_{11}$, $\overline{9-10} = s_{12}$, $\overline{10-11} = s_{13}$, $\overline{11-D} = s_{14}$, по формуламъ $\Delta x = s \cdot cos\alpha$ и $\Delta y = s \cdot Sin\alpha$ вычисляютъ приращенія координатъ для точекъ 1) 1 и 2, 2) 5, 4, 3 и 2, 3) 6, 7 и 2 и 4) D, 11, 10, 9, 8 и 2, а по нимъ, суммируя приращенія, — четыре раза координаты точки K (x_0 и y_0).

Полученныя 4 значенія координатъ:

$$x_0', y_0' \quad \begin{cases} x_0' = x_a + \Delta x_1 + \Delta x_2 \\ y_0' = y_a + \Delta y_1 + \Delta y_2 \end{cases}$$

$$x_0'', y_0'' \quad \left.\begin{cases} x_0'' = x_b + \Sigma\Delta x \\ y_0'' = y_b + \Sigma\Delta y \end{cases}\right\} \text{(отъ } B \text{ до 2)}$$

$$x_0''', y_0''' \left\{\begin{cases} x_0''' = x_c + \Sigma\Delta x \\ y_0''' = y_c + \Sigma\Delta y \end{cases}\right\} \text{(отъ } C \text{ до 2)}$$

$$x_0'''', y_0'''' \quad \left.\begin{cases} x_0'''' = x_d + \Sigma\Delta x \\ y_0'''' = y_d + \Sigma\Delta y \end{cases}\right\} \text{(отъ } D \text{ до 2)}$$

будутъ имѣть различные вѣса въ зависимости отъ длинъ периметровъ $[s]_{\text{I}} = s_1 + s_2$; $[s]_{\text{II}} = s_6 + s_5 + s_4 + s_3$; $[s]_{\text{III}} = s_7 + s_8 + s_9$ и $[s]_{\text{IV}} = s_{14} + s_{13} + s_{12} + s_{11} + s_{10}$ [1]).

Чѣмъ длиннѣе $[s]$ измѣренный периметръ, тѣмъ меньше его вѣсъ $q = \frac{1}{M^2}$, гдѣ M — средняя ошибка измѣренія $[s]$; но такъ какъ вообще для длины s средняя ошибка измѣренія $= \mu\sqrt{s}$, гдѣ μ — нѣкоторый коэффиціентъ пропорціональности, то $M = \mu\sqrt{[s]}$, а потому вѣсъ $q = \frac{k}{M^2} = \frac{k}{\mu^2 [s]} = \frac{l}{[s]}$, если обозначить $\frac{k}{\mu^2} = l$.

На основаніи этого можно принять, что

$$\text{вѣсъ } q_1 = \frac{l}{[s]_{\text{I}}}$$

$$\text{» } q_2 = \frac{l}{[s]_{\text{II}}}$$

$$\text{» } q_3 = \frac{l}{[s]_{\text{III}}}$$

$$\text{» } q_4 = \frac{l}{[s]_{\text{IV}}}$$

Пользуясь этими вѣсами, находимъ, x_0 и y_0, какъ ариѳметическія средины, а именно:

$$x_0 = \frac{x_0' \cdot q_1 + x_0'' \cdot q_2 + x_0''' \cdot q_3 + x_0'''' \cdot q_4}{[q_1 + q_2 + q_3 + q_4]} = \frac{[x_0^{(i)} q_i]}{[q_i]},$$

[1]) Углы и азимуты уже исправлены и еще разъ вліяніе ихъ на координаты x_0 и y_0 мы не принимаемъ во вниманіе.

а также

$$y_0 = \frac{[y_0^{(i)} q_i]}{[q_i]},$$

гдѣ $i = 1, 2, 3$ и 4.

На практикѣ вычисленія опять таки упростятся такъ же, какъ и для азимута, а именно, пусть

$$x_0' = X + \delta x'; \; x_0'' = X + \delta x''; \; x_0''' = X + \delta x''' \text{ и } x_0'''' = X + \delta x''''$$
$$y_0' = Y + \delta y'; \; y_0'' = Y + \delta y''; \; y_0''' = Y + \delta y''' \text{ и } y_0'''' = Y + \delta y''''$$

гдѣ X и Y — нѣкоторое приближенное значеніе для x_0 и y_0, напр., выраженное цѣлыми саженями, а δx и δy лишь соотвѣтственныя поправки къ нимъ, тогда

$$x_0 = X \frac{[q \cdot \delta x]}{[q]};$$
$$y_0 = Y \frac{[q \cdot \delta y]}{[q]}.$$

Числовой примѣръ. Пусть отъ линіи $(AH) = 144^0\ 55'$ проложенъ до точки K ходъ со сторонами 41,51 саж.; 80,36 саж. и 65,75 саж., такъ что $[s]_I = 41{,}51 + 80{,}36 + 65{,}75 = 187{,}62$. Отъ линіи $(BG) = 74^0\ 2'$ ходъ со сторонами 83,55 саж., 57,89 саж. и 33,95 саж., такъ что $[s]_{II} = 83{,}55 + 57{,}89 + 33{,}95 = 175{,}39$ и, наконецъ, 3-й ходъ отъ линіи $(CL) = 347,^0\ 44'$ со сторонами 99,20 саж., 61,32 саж., 82,83 саж., 52,05 саж. и 33, 50, такъ что $[s]_{III} = 99{,}20 + 61{,}32 + 82{,}83 + 52{,}05 + 33{,}50 = 328{,}90$.

Предварительныя вычисленія дали:

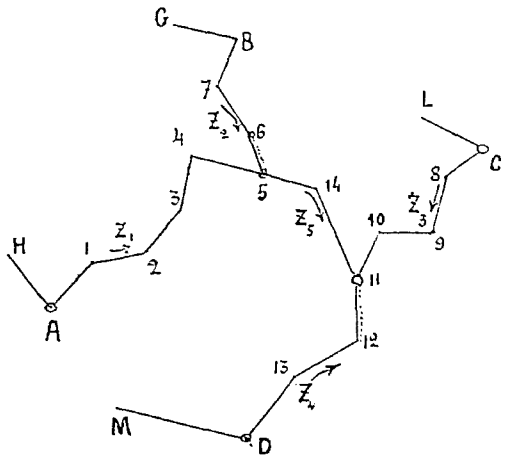
$x_0' = +190{,}83$	$y_0' = +168{,}72$	$X = +188{,}0$	$\delta x' = +2{,}83$	$\delta y' = +1{,}72$
$x_0'' = +191{,}40$	$y_0'' = +168{,}69$	$Y = +167{,}0$	$\delta x'' = +3{,}40$	$\delta y'' = +1{,}69$
$x_0''' = +188{,}67$	$y_0''' = +167{,}10$		$\delta x''' = +0{,}67$	$\delta y''' = +0{,}10$

$$q_1 = \frac{100}{187{,}62}$$
$$b_2 = \frac{100}{175{,}39}$$
$$\text{и } q_3 = \frac{100}{328{,}90}$$

Здѣсь за вѣса принимаемъ не $\frac{1}{[s]}$. а $\frac{100}{[s]}$ для простоты вычисленій,

$$q_1 = 0{,}53; \quad q_2 = 0{,}57 \text{ и } q_3 = 0{,}30$$
$$x_0 = +188{,}0 + \frac{2{,}83 \times 0{,}53 + 3{,}40 \times 0{,}57 + 0{,}67 \times 0{,}30}{0{,}53 + 0{,}57 + 0{,}30}$$
$$= +188{,}0 + \frac{1{,}50 + 1{,}94 + 0{,}20}{1{,}40} = +188{,}0 + \frac{3{,}64}{1{,}40} =$$
$$= +188{,}0 + 2{,}60 = +190{,}60.$$
$$y_0 = +167{,}00 + \frac{1{,}72 \times 0{,}53 + 1{,}69 \times 0{,}57 + 0{,}10 \times 0{,}30}{1{,}40}$$
$$= +167{,}00 + \frac{0{,}91 + 0{,}96 + 0{,}03}{1{,}40} = +167{,}00 + \frac{1{,}90}{1{,}40} =$$
$$= +167{,}00 + 1{,}36 = +168{,}36.$$

Если бы между четырьмя точками A, B, C и D (черт. 678) были проложены 3 хода: сперва 1) A, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, B, затѣмъ 2) C, 8, 9, 10, 11, 12, 13, D и, наконецъ, 3) 5, 14, 11, то эти три хода можно было бы разложить на 5 ходовъ: z_1, z_2, z_3, z_4, и z_5, которые образовали бы двѣ узловыя точки ⊙ 5 и ⊙ 11.



Черт. 678.

Вычисленіе координатъ болѣе чѣмъ для одной узловой точки можно было бы сдѣлать болѣе строгимъ путемъ, по способу наименьшихъ квадратовъ (см. § 118 и 119 сочиненія *F. G. Gauss.*—Die trigonom. und polygonometr. Rechnungen in der Feldmesskunst. — Abschnitt VI.—Die polygonometrische Punktbestimmung) на основаніи пріемовъ, существующихъ для посредственныхъ и условныхъ наблюденій, — но мы не будемъ на нихъ останавливаться, а укажемъ здѣсь на способъ послѣдовательнаго примѣненія только что описаннаго пріема опредѣленія координатъ одной узловой точки.

Въ только что приведенномъ примѣрѣ съ двумя узловыми точками мы начнемъ съ отысканія предварительнаго азимута стороны (5—6) и *предварительныхъ* координатъ узловой точки ⊙ 5 по двумъ ходамъ z_1 и z_2, а именно:

$$1)\ \alpha_{1,2} = \frac{p_1 \cdot \alpha_1 + p_2 \cdot \alpha_2}{p_1 + p_2};\quad p_{1,2} = p_1 + p_2;\quad n_{1,2} = \frac{1}{p_1};$$

$$2)\ y_0' = y_a + [\Delta y]_1 \qquad 3)\ x_0' = x_a + [\Delta x]_1$$

$$4)\ y_0'' = y_b + [\Delta y]_2 \qquad 5)\ x_0'' = x_b + [\Delta x]_2$$

$$6)\ x_{1,2} = \frac{x_0' \cdot q_1 + x_0'' \cdot q_2}{q_1 + q_2}$$

$$7)\ y_{1,2} = \frac{y_0' \cdot q_1 + y_0'' \cdot q_2}{q_1 + q_2}$$

здѣсь $q_{1,2} = q_1 + q_2$ соотвѣтствуетъ $[s]_{1,2}$

Послѣ этого ходъ $z_{1,2}$ соединимъ съ ходомъ z_5, образуя какъ бы одинъ ходъ $z_{1,2,5}$, въ которомъ число угловъ будетъ $n_{1,2,5} = n_{1,2} + n_5$, а периметръ $[s]_{1,2,5} = [s]_{1,2} + [s]_5$. Для него найдемъ азимутъ стороны 11 — 12 и координнты точки ⊙ 11-й:

предварительныя.

$$8)\ \alpha_{1,2,5} = \alpha_{1,2} + [\beta]_5 \qquad p_{1,2,5} = \frac{1}{n_{1,2,5}}$$

$$15)\ y_{1,2,5} = y_{1,2} + [\Delta y]_5 \qquad [s]_{1,2,5} = [s]_{1,2} + [s]_5$$

$$16)\ x_{1,2,5} = x_{1,2} + [\Delta x]_5$$

Окончательныя значенія x_{11} и y_{11} для координатъ второй узловой точки ⊙ 11 найдутся по формуламъ

17) $$x_{II} = \frac{q_{1,2,5} \cdot y_{1,2,5} + q_3 \cdot y_3 + q_4 \cdot y_4}{q_{1,2,5} + q_3 + q_4}$$

18) $$y_{II} = \frac{q_{1,2,5} \cdot x_{1,2,5} + q_3 \cdot x_3 + q_4 \cdot x_4}{q_{1,2,5} + q_3 + q_4}$$

$$q_{II} = q_{1,2,5} + q_3 + q_4$$

$$q_3 = \frac{1}{[s]_3} \text{ и } q_4 = \frac{1}{[s]_4}$$

x_3 и y_3 } предварительныя координаты точки 11 по z_3 и z_4,
x_4 и y_4 }

если предварительно будутъ найдены:

9) $$\alpha_{II} = \frac{p_{1,2,5} \cdot \alpha_{1,2,5} + p_3 \cdot \alpha_3 + p_4 \cdot \alpha_4}{p_{1,2,5} + p_3 + p_4}$$

$$p_{II} = p_{1,2,5} + p_3 + p_4 .$$

уклоненія

10) $\nu_{1,2,5} = \alpha_{II} - \alpha_{1,2,5}$

11) $\nu_3 = \alpha_{II} - \alpha_3$

12) $\nu_4 = \alpha_{II} - \alpha_4$

поправка

13) $$\nu_{1,2} = \frac{\nu_{1,2,5} \cdot \frac{1}{p_{1,2}}}{\frac{1}{p_{1,2,5}}} = \frac{p_{1,2,5} \cdot \nu_{1,2,5}}{p_{1,2}}$$

и окончательное значеніе азимута стороны (5 — 6).

14) $$\alpha_4 = \alpha_{1,2} + \nu_{1,2}$$

$$p_4 = p_{1,2} + p_{3,4,5}$$

$$\frac{1}{p_{3,4,5}} = \frac{1}{p_3 + p_4} + \frac{1}{p_5}$$

Уклоненія

$\delta x_{1,2,5}$, $\delta y_{1,2,5}$
δx_3, δy_3
δx_4, δy_4

предварительныхъ координатъ отъ окончательныхъ найдутся какъ разности

19) $\delta y_{1,2,5} = y_{II} - y_{1,2,5}$ и $\delta x_{1,2,5} = x_{II} - x_{1,2,5}$
20) $\delta y_3 = y_{II} - y_3$ и $\delta x_3 = x_{II} - x_3$
21) $\delta y_4 = y_{II} - y_4$ и $\delta x_4 = x_{II} - x_4$,

а поправки $\delta y_{1,2}$ и $\delta x_{1,2}$ къ ранѣе вычисленнымъ $y_{1,2}$ и $x_{1,2}$ вычисляются по формуламъ

22) $$\begin{cases} \delta y_{1,2} = \frac{\delta y_{1,2,5}}{\frac{1}{q_{1,2,5}}} \cdot \frac{1}{q_{1,2}} = \frac{q_{1,2,5} \cdot \delta y_{1,2,5}}{q_{1,2}} \\ \delta x_{1,2} = \frac{\delta x_{1,2,5}}{\frac{1}{q_{1,2,5}}} \cdot \frac{1}{q_{1,2}} = \frac{q_{1,2,5} \cdot \delta x_{1,2,5}}{q_{1,2}} \end{cases}$$

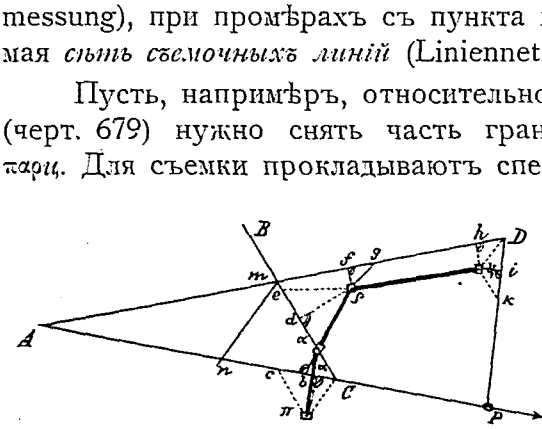
Окончательно для 1-ой узловой точки ⊙ 5 координаты найдутся такъ:

23) $$\begin{cases} x_4 = x_{1,2} + \delta x_{1,2} \\ y_4 = y_{1,2} + \delta y_{1,2} \end{cases}$$

Порядокъ, въ которомъ должно вестись вычисленіе, показанъ цифрами отъ 1) — до 23). На практикѣ (по прежнему) при нахожденіи средняго ариѳметическаго значенія будемъ пользоваться приближеннымъ значеніемъ искомой величины и вычислять къ нему только соотвѣтственную поправку.

§ 365. Съемка подробностей относительно проложенныхъ точекъ полигонометрической сѣти ведется способомъ *промѣровъ створовъ* между двумя данными точками; такими точками являются или сами полигонные пункты, или точки, лежащія на прямой, соединяющей два полигонныхъ пункта. Такія точки будемъ называть *вспомогательными* [1]). Для вспомогательныхъ точекъ вычисляются координаты по даннымъ до нихъ отъ полигонныхъ пунктовъ разстояніямъ. При съемкѣ подробностей (Special-oder-Stückyermessung), при промѣрахъ съ пункта на пунктъ, образуется такъ называемая *сѣть съемочныхъ линій* (Liniennetz).

Пусть, напримѣръ, относительно полигонныхъ пунктовъ A, B, C, D (черт. 679) нужно снять часть границы небольшого участка (Parzelle) $\pi\alpha\rho\iota$. Для съемки прокладываютъ сперва двѣ съемочныя линіи AC и AD и, намѣтивъ на нихъ вспомогательныя точки m и p (на продолженіи AC), дополняютъ сѣть съемочныхъ линій еще двумя линіями Cm и Dp, причемъ вспомогательная точка m лежитъ на пересѣченіи линій AD и CB. Съемка самихъ точекъ поворота π, α, ρ и $\iota\kappa$ границы участка относительно сѣти съемочныхъ линій ведется не только помощію инструментально (экеромъ) построенныхъ перпендикуляровъ πa, $b\alpha$, ρd, ρf, $h\iota\kappa$, $i\iota\kappa$ (по возможности короткихъ по длинѣ) и промѣровъ: по линіи AC,— Ac, Ab, Aa, AC и Ap, по линіи AD — Am, Af, Ag, Ah, AD, по линіи Cm,— $C\alpha$, Cd, Ce и Cm, по линіи Dp — Di, Dk и Dp, но еще и измѣреніемъ *контрольныхъ промѣровъ* наклонныхъ (гипотенузъ) $c\pi$, $C\pi$, $C\alpha$, $\alpha\rho$, ρe, ρg, $D\iota\kappa$, $\iota\kappa k$, взятыхъ вблизи каждаго изъ перпендикуляровъ, а именно: 1) не доходя до подошвы самаго перпендикуряра, а 2) пройдя ее,— такъ, перпендикуляръ ρd контролируется наклонными $\rho\alpha$ и ep; точно также наклонныя ρe и ρg контролируютъ длину перпендикуляра ρf.



Черт. 679.

Полученную промѣромъ длину s съемочной линіи, напр., Cm, дома сличаютъ съ длиною S, вычисленною по координатамъ ея концовъ (пункта C и вспомогательной точки m). Разница $a = S - s$ не должна превосходить величины, установленной для разницы двухъ измѣреній одной и той же стороны полигоннаго хода: $a = 0{,}01\sqrt{as - bs^2}$, гдѣ a и b — коэффиціенты, зависящіе отъ мѣстныхъ условій, болѣе или менѣе благопріятныхъ измѣренію линіи.

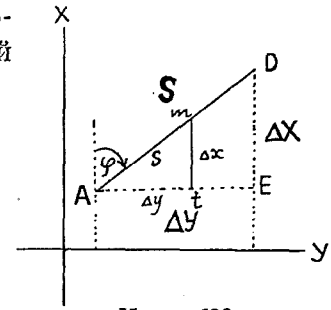
Чтобы вершины снимаемой границы получались возможно точно, необходимо, чтобы катеты, лежащіе на съемочныхъ линіяхъ, были длиннѣе самихъ перпендикуляровъ. Для повѣрки съемки даннаго участка $\pi\alpha\rho\iota$ необходимо сличать длину каждой его стороны, полученной путемъ построенія ея концевъ, съ длиною, измѣренною въ полѣ. Измѣреніемъ длинъ

---

[1]) Vermessungsanweisung IX называетъ ихъ Kleinpunkte полигонометрической сѣти.

всѣхъ сторонъ участка и заканчивается съемка участка въ полѣ, во время которой ведется отъ руки подробный абрисъ [1]).

§ 366. Вычисленіе координатъ вспомогательныхъ точекъ полигонометрической сѣти и координатъ вершинъ участка, снятаго способомъ примѣровъ относительно сѣти съемочныхъ линій. Приращенія координатъ для вспомогательной точки, какъ точки, лежащей на прямой, заданной координатами своихъ концовъ, найдется слѣдующимъ образомъ: Пусть m есть вспомогательная точка линіи AD (черт. 680), для которой извѣстны x_a, y_a и x_d, y_d.



Черт. 680.

По извѣстнымъ формуламъ найдемъ:

$$tg\varphi = \frac{y_d - y_a}{x_d - x_a} = \frac{\Delta Y}{\Delta X}$$

$$AD = S = \sqrt{\Delta Y^2 + \Delta X^2} = \frac{\Delta Y}{Sin\varphi} = \frac{\Delta X}{cos\varphi}.$$

Искомыя приращенія Δx и Δy для точки m получимъ изъ подобія треугольниковъ ADE и Amt.

$\Delta X : \Delta x = \Delta Y : \Delta y = S : s$ въ видѣ:

$$\Delta x = \frac{\Delta X}{S} . s \text{ и } \Delta y = \frac{\Delta Y}{S} . s;$$

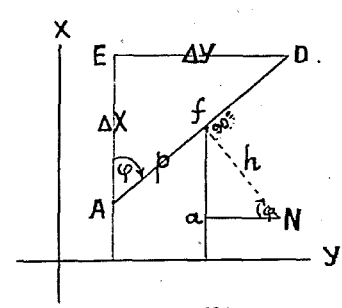
причемъ для всѣхъ вспомогательныхъ точекъ одной и той же линіи будутъ постоянными коэффиціентами a и b:

$$\left.\begin{aligned} a &= \frac{\Delta X}{S} = cos\varphi \\ b &= \frac{\Delta Y}{S} = Sin\varphi \end{aligned}\right| \quad lgb - lga = lg\ lg\varphi.$$

Координаты точки m будутъ:

$$x_m = x_a + a.s.$$
$$y_m = y_b + b.s.$$

Что же касается до нахожденія координатъ вершинъ участка, напр., точки N, при помощи длины перпендикуляра $Nf = h$ и разстоянія $Af = p$ отъ его подошвы f до начальной точки A линіи AD, то прежде всего замѣтимъ, что координаты вспомогательной точки будутъ:



Чдрт. 681.

$$\left.\begin{aligned} x_f &= x_a + a.p \\ y_f &= y_a + b.p \end{aligned}\right| \quad \text{гдѣ } \left.\begin{aligned} a &= \frac{AE}{AD} = \frac{\Delta X}{S} \\ b &= \frac{ED}{AD} = \frac{\Delta Y}{S} \end{aligned}\right| \quad \begin{aligned} AD &= S \\ AE &= \Delta X \\ ED &= \Delta Y, \end{aligned}$$

а координаты точки N найдутся изъ равенствъ

$$x_N = x_f + (-fa) = x_f + \Delta x_N$$
$$y_N = y_f + (+aN) = y_f + \Delta y_N$$

[1]) Образецъ такого абриса можно видѣть въ приложеніяхъ къ Vermessungsanweisung VIII, а также и въ чертежной комнатѣ Межевого Института, для которой мною спеціально были выписаны и доставлены какъ образецъ полевого абриса, такъ и чистового плана кадастровой прусской съемки.

Величины же Δx_N и Δy_N получимъ изъ подобія треугольниковъ ADE и afN, въ которыхъ имѣемъ:

$$af : ED = fN : AD \qquad \Delta x_N = \frac{ED}{AD} \cdot fN = b \cdot h$$
$$\text{или}$$
$$aN : AE = fN : AD \qquad \Delta y_N = \frac{AE}{AD} \cdot fN = a \cdot h$$

Такимъ образомъ видимъ, что, зная a и b, сперва находимъ приращеніе Δx_f и Δy_f, а также Δx_N и Δy_N въ видѣ:

$$\Delta x_f = a \cdot p \quad | \quad \Delta x_N = b \cdot h,$$
$$\Delta y_f = b \cdot p \quad | \quad \Delta y_N = a \cdot h,$$

а затѣмъ и самыя координаты:

$$x_f = x_a + ap. \quad x_N = x_f + b \cdot h = x_a + a \cdot p + b \cdot h.$$
$$y_f = y_a + bp. \quad y_N = y_f + a \cdot h = y_a + b \cdot p + a \cdot h.$$

Очевидно, что Δx_N нужно считать положительнымъ, когда точка N лежитъ влѣво отъ съемочной линіи и отрицательнымъ, когда точка N лежитъ вправо отъ нея, что ясно изъ чертежа.

По найденнымъ координатамъ вершинъ участка легко вычислится какъ его площадь, такъ и азимуты его сторонъ, длина которыхъ, измѣренная въ полѣ, также можетъ быть повѣрена путемъ вычисленія.

§ **367. Самостоятельная сѣть полигоновъ.** Разобранные выше случаи уравновѣшиванія полигонныхъ ходовъ предполагаютъ наличность опорныхъ пунктовъ съ заранѣе извѣстными (напр., изъ тригонометрической сѣти) координатами, между которыми и проложены полигонные хода. Но, какъ уже было указано, въ Россіи, за отсутствіемъ на бо́льшей части пространства Имперіи тригонометрической сѣти, часто полигоны прокладываются самостоятельно, въ видѣ многоугольниковъ съ пересѣкающимися или непересѣкающимися діагональными ходами.

Вопросъ объ уравновѣшиваніи сомкнутыхъ полигоновъ совмѣстно съ внутренними ходами въ послѣднее время поставленъ на очередь и въ русской геодезической литературѣ [1]).

Идея уравновѣшиванія по способу, предложенному А. С. Чеботаревымъ, основана на слѣдующихъ двухъ предложеніяхъ:

1) *„при уравновѣшиваніи угловъ многоугольника нѣсколько угловъ его можно замѣнить однимъ угломъ между линіями, заключающими выдѣляемые углы, при чемъ этотъ уголъ нужно считать по точности равносильнымъ и выдѣляемымъ угламъ“.*

---

[1]) Н. Веселовскій. Пріемы обработки результатовъ непосредственныхъ измѣреній въ сомкнутыхъ теодолитныхъ ходахъ. Москва 1912.

А. С. Чеботаревъ. Уравновѣшиваніе сомкнутыхъ полигоновъ совмѣстно съ внутренними ходами. Красноярскъ. 1913.

Дѣйствительно, изъ чертежа 682 имѣемъ:

$$\gamma = 180 - (\alpha_k - \alpha_t)$$

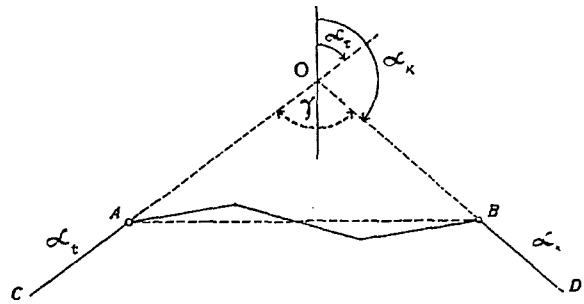
гдѣ γ — уголъ, образованный продолженіемъ сторонъ AC и BD; α_t и α_k — азимуты тѣхъ же сторонъ.

Съ другой стороны, исходя отъ начальнаго азимута α_t можно вычислить по измѣреннымъ угламъ β, вправо по ходу лежащимъ, азимутъ α_k по формулѣ:

$$\alpha_k = \alpha_t + n \cdot 180^0 - \Sigma\beta,$$

откуда

$$\alpha_k - \alpha_t = n \cdot 180^0 - \Sigma\beta$$



Черт. 682.

гдѣ $\Sigma\beta$ — сумма всѣхъ n угловъ, заключенныхъ между сторонами AC и BD.

Подставляя изъ послѣдняго уравненія значеніе $\alpha_k - \alpha_t$ въ первое получимъ:

$$\gamma = \Sigma\beta - (n-1)\,180^0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Если измѣрялись углы λ, влѣво по ходу лежащіе, то

$$\gamma = (n+1)\,180^0 - \Sigma\lambda$$

Вѣсъ угла γ, согласно соображеній, указанныхъ на страницѣ 1099 нужно считать равнымъ

$$p = \frac{1}{n},$$

принимая за единицу вѣса, вѣсъ измѣренія одного угла

2) *„при уравновѣшиваніи приращеній абсциссъ и ординатъ многоугольника, можно сумму приращеній любой части этого многоугольника замѣнить приращеніями, которыя соотвѣтствуютъ линіи, соединяющей концы замѣняемой части, причемъ эту линію нужно считать по точности равносильной длинѣ S замѣняемой части многоугольника“.*

Если назовемъ суммы приращеній абсциссъ и ординатъ хода, заключеннаго между точками $A\,(x_a\,y_a)$ и $B\,(x_b\,y_b)$ (черт. 682) соотвѣтственно $[\Delta x]$ и $[\Delta y]$,

то какъ извѣстно,

$$[\Delta x] = x_b - x_a$$
$$\text{и } [\Delta y] = y_b - y_a$$
$$\text{Но } x_b - x_a = \Delta x^{ab}$$
$$\text{и } y_b - y_a = \Delta y^{ab} \ldots \text{ линіи } AB$$

Сравнивая обѣ пары равенствъ, получимъ:

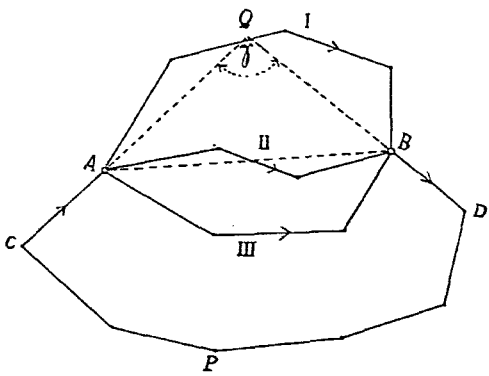
$$\Delta x^{ab} = [\Delta x]$$
$$\Delta y^{ab} = [\Delta y] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Вѣса ихъ можно принять равными

$$P=\frac{1}{S}$$

гдѣ S периметръ хода, заключеннаго между точками A и B.

Предположимъ теперь, что имѣемъ полигонъ (черт. 683), между точками A и B котораго проложено m полигонныхъ ходовъ $z_{\text{I}}, z_{\text{II}} \ldots z_i \ldots z_m$. Каждый изъ нихъ дастъ намъ свою величину γ_i по формулѣ (1) съ соотвѣтствующимъ вѣсомъ $p_i=\frac{1}{n_i}$. Тогда по формулѣ общей ариѳметической средины вѣроятнѣйшее значеніе



Черт. 683.

$$\gamma_0=\frac{\sum_1^m p_i\,\gamma_i}{\sum_1^m p_i}=\frac{\sum_1^m p_i\,\gamma_i}{p_0}$$

гдѣ

$$p_0=\sum_1^m p_i \text{ — вѣсъ } \gamma_0.$$

Очевидно, что теперь для уравновѣшиванія угловъ сложнаго полигона достаточно, опредѣливъ предварительно величину угловой невязки простого многоугольника $CAQBDP$, распредѣлить ее на всѣ углы этого многоугольника пропорціонально величинамъ, обратнымъ вѣсу каждаго угла, такъ какъ чѣмъ больше вѣсъ угла, тѣмъ, очевидно, больше довѣріе къ нему и тѣмъ, слѣдовательно, меньшую поправку онъ долженъ получить.

Очевидно, для всѣхъ угловъ многоугольника $CAQBDP$ эти величины равны единицѣ, кромѣ угла γ_0, для котораго она равна $\frac{1}{p_0}$.

Получивъ послѣ уравновѣшиванія угловъ многоугольника $CAQBDP$ окончательное (исправленное) значеніе угла γ и взявъ разности $\gamma_i-\gamma$, получимъ невязки въ углахъ для каждаго отдѣльнаго хода; послѣ чего эти невязки остается распредѣлить поровну между углами соотвѣтствующаго хода.

Слѣдующее за симъ вычисленіе азимутовъ и приращеній координатъ производится обычнымъ порядкомъ.

Уравновѣшиваніе приращеній координатъ производится совершенно аналогично: каждый ходъ дастъ свою величину приращеній Δx_i^{ab}; Δy_i^{ab} для линіи AB по формуламъ (2) съ соотвѣтствующимъ вѣсомъ $P_i=\frac{1}{S_i}$.

Тогда по формуламъ общей ариѳметической средины вѣроятнѣйшія значенія Δx_0^{ab} и $\Delta y^{ab}{}_0$ будутъ:

$$\Delta x_0^{ab}=\frac{\sum_1^m \Delta x_i^{ab}}{\sum_1^m P_i}=\frac{\sum_1^m \Delta x_i^{ab}}{P_0}$$

$$\Delta y_0^{ab} = \frac{\sum_1^m \Delta y_i^{ab}}{\sum_1^m P_i} = \frac{\sum_1^m \Delta y_i^{ab}}{P_0}$$

гдѣ P_0 — вѣса $\Delta x^{ab}{}_0$ и $\Delta y^{ab}{}_0$

Теперь, для уравновѣшиванія приращеній координатъ сложнаго полигона, нужно сначала опредѣлить величины невязокъ въ приращеніяхъ координатъ простого многоугольника *CAQBDP*, и распредѣлить ихъ затѣмъ пропорціонально величинамъ $\frac{1}{P}$. Очевидно, для всѣхъ сторонъ многоугольника *CAQBDP* эти величины равны ихъ длинамъ, кромѣ стороны *AB*, для которой она равна $\frac{1}{P_0}$.

Получивъ послѣ уравновѣшиванія приращеній координатъ многоугольника *CAQBDP* окончательныя (исправленныя) значенія Δx^{ab} и Δy^{ab} и взявъ разности

$$\Delta x_i^{ab} - \Delta x^{ab}$$

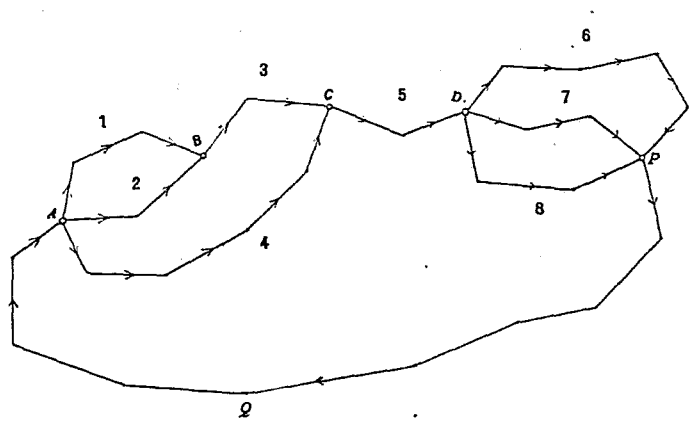
и

$$\Delta y_i^{ab} - \Delta y^{ab},$$

получимъ невязки въ приращеніяхъ для каждаго хода, которыя распредѣляются также пропорціонально длинамъ линій этихъ ходовъ.

Увязываніе болѣе сложныхъ комбинацій полигонныхъ ходовъ всегда можно свести къ вышеуказанному способу уравновѣшиванія.

Такъ, если сѣть полигонныхъ ходовъ имѣетъ видъ, представленный на черт. 684, то для уравновѣшиванія угловъ сначала вычисляемъ $\gamma_0^{1,2}$ по ходамъ 1 и 2 и $\gamma_0^{6,7,8}$ по ходамъ 6, 7 и 8. Затѣмъ по углу $\gamma_0^{1,2}$ и ходамъ 3 и 4 вычисляемъ $\gamma_0^{1,2,3,4}$, послѣ чего мы перейдемъ къ увязыванію угловъ простого многоугольника *ABCDPQ*. Въ дальнѣйшемъ поступаемъ по тому же плану, какъ указано въ предыдущемъ случаѣ. Уравновѣшиваніе приращеній координатъ производится совершенно аналогично.

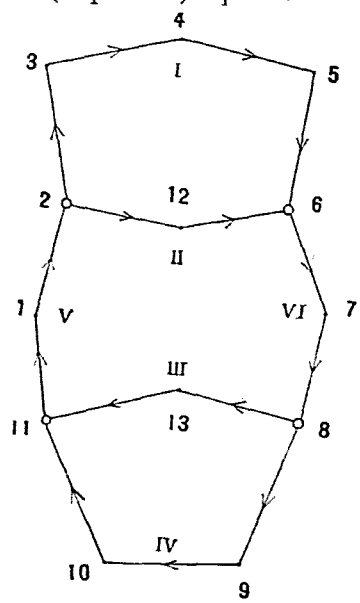


Черт. 684.

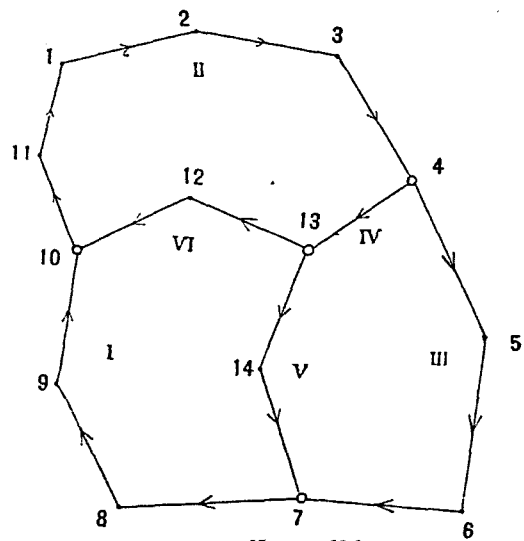
Разумѣется, вышеизложенный способъ уравновѣшиванія съ успѣхомъ можетъ быть примѣненъ и къ разомкнутымъ полигоннымъ ходамъ, проложеннымъ между нѣкоторыми опорными (вычисленными, напр., изъ тріангуляціи) пунктами *C* и *D* (черт. 683) съ заранѣе извѣстными для нихъ координатами.

Въ тѣхъ случаяхъ, когда въ полигонѣ проложено нѣсколько непересѣкающихся внутреннихъ ходовъ (черт. 685) ходъ уравновѣшиванія остается тотъ же: по ходамъ I и II получаемъ уголъ $\gamma_0^{1,2}$, а по III и IV уголъ $\gamma_0^{3,4}$; послѣ чего получимъ простой многоугольникъ и въ дальнѣйшемъ поступаемъ по указанному уже плану.

Уравновѣшиваніе полигона съ нѣсколькими внутренними ходами, сходящимися въ одной узловой точкѣ внутри многоугольника можно свести къ предыдущему случаю, т. к. можно считать, что, напр., въ нашемъ случаѣ (черт. 686) проложены два діагональныхъ хода (IV+V) и (IV+VI),



Черт. 685.



Черт. 686.

разсматривая ихъ идущими на протяженіи IV параллельно другъ другу на безконечно близкомъ разстояніи.

Не останавливаясь на разборѣ другихъ случаевъ уравновѣшиванія по описанному способу[1]), отмѣтимъ еще нѣсколько случаевъ увязки сомкнутыхъ полигоновъ совмѣстно съ внутренними ходами по способамъ, указанія на которые даны Dr. F. G. Gauss'омъ [2]).

1) Въ случаѣ если проложенъ одинъ діагональный ходъ (черт. 685) 2—12—6 уравновѣшиваніе можно произвести слѣдующимъ образомъ: исходя отъ азимута линіи (1—2) вычислить по неувязаннымъ внутреннимъ угламъ три раза азимутъ линіи (6—7), пользуясь для этого ходами: (1—2—3—4—5—6—7) (1—2—12—6—7) и (2—1—11—10—9—8—7—6) и изъ всѣхъ значеній взять среднее по правилу общей ариѳметической средины; послѣ чего невязку въ углахъ каждаго хода распредѣлить поровну на всѣ углы и вычислить затѣмъ обычнымъ порядкомъ азимуты всѣхъ линій и ихъ приращенія координатъ.

---

[1]) Желающихъ подробнѣе ознакомиться съ этимъ вопросомъ отсылаемъ къ указанному выше источнику.

[2]) См. „Die trigonometrischen und polygonometrischen Rechnungen in der Feldmesskunst Dr. F. G. Gauss'a, а также Н. Веселовскій. Пріемы обработки результатовъ неповенсредстныхъ измѣреній въ сомкнутыхъ теодолитныхъ ходахъ.

Съ полученными данными, исходя отъ точки 2, вычислить трижды координаты 6-ой точки и найти вѣроятнѣйшія ихъ значенія и вѣса. Послѣ чего уравновѣшиваніе отдѣльныхъ ходовъ можно произвести по одному изъ разобранныхъ нами на стр. 1084—1098 пріемовъ, принимая уже пункты 2 и 6 за опорные, координаты коихъ не подлежатъ измѣненію.

2) Въ случаѣ двухъ непересѣкающихся внутреннихъ ходовъ (черт. 865) сначала поступаютъ, какъ и въ предыдущемъ случаѣ: вычисляютъ трижды азимутъ линіи (6—7) и находятъ его вѣроятнѣйшее значеніе; послѣ чего, вычисляютъ трижды азимутъ (8—9), пользуясь для этого ходами: (6—7—8—9) (2—1—11—13—8—9) и (2—1—11—10—9—8) и также вычисляютъ вѣроятнѣйшее его значеніе, которое дастъ возможность исправить величину азимута (6—7). Установивъ такимъ образомъ окончательно величину азимута (6—7), вычисляютъ значенія азимутовъ линій (3—4) и (10—11), которыя вмѣстѣ съ ранѣе полученными позволятъ исправить всѣ углы полигоновъ. Уравновѣшиваніе координатъ производится совершенно аналогично.

3) Въ случаѣ расположенія ходовъ, указаннаго на черт. 686, поступаютъ слѣдующимъ образомъ: исходя отъ азимута линіи (1—2), вычисляютъ трижды азимутъ линіи (4—13) по ходамъ: (1—2—3—4—13), (2—1—11—10—12—13—4) и (2—1—11—10—9—8—7—6—5—4—13) и находятъ вѣроятнѣйшее его значеніе. Это послѣднее вмѣстѣ съ азимутомъ (1—2) позволяютъ опредѣлить два значенія азимута линіи (14—7) по двумъ ходамъ: (4—13—14—7) и (2—1—11—10—9—8—7—14) и вычислить окончательное вѣроятнѣйшее значеніе азимута линіи (14—7), которое дастъ возможность исправить величину азимута (4—13). Установивъ такимъ образомъ окончательно величину азимута (4—13), вычисляютъ, исходя отъ него и отъ азимута (1—2), вѣроятнѣйшее значеніе азимута (2—3); по азимутамъ (4—13) и (14—7)—значеніе азимута (5—6); по (1—2), (4—13) и (14—7) вычисляютъ азимуты линіи (10—12) по ходамъ: (2—1—11—10—12), (4—13—12—10) и (14—7—8—9—10—12) и берутъ изъ нихъ вѣроятнѣйшее значеніе. Затѣмъ можно еще вычислить азимуты линіи (8—9) по ходамъ: (14—7—8—9) и (12—10—9—8) и взять изъ нихъ вѣроятнѣйшее значеніе. Послѣ этого вычисленные азимуты позволятъ исправить углы полигоновъ, сначала по окружной межѣ, а затѣмъ и по внутреннимъ ходамъ.

Вычисленіе азимутовъ прочихъ линій и приращеній координатъ производится обычнымъ порядкомъ. Уравновѣшиваніе же координатъ ведется совершенно по тому же плану, какъ и нахожденіе вѣроятнѣйшихъ значеній азимутовъ. Сначала трижды вычисляютъ координаты 4 точки и берутъ изъ нихъ вѣроятнѣйшее значеніе. За симъ, получивъ окончательное значеніе координатъ 7 точки, исправляютъ координаты точки 4 и вычисляютъ вѣроятнѣйшія значенія координатъ точекъ 10, 13, 3, 6 и 8. Послѣ чего исправляютъ приращенія координатъ окружной межи и внутреннихъ ходовъ [1]).

---

[1]) Глава о полигонометрической сѣти просмотрѣна и переработана вновь при содѣйствіи *П. І. Шилло.*

ГЛАВА IX.

Проекціи картъ [1]).

§ 368. Предварительныя понятія. Глобусъ и карта. Земная поверхность въ общемъ (см. § 2) по своему виду весьма мало отличается отъ поверхности шара [2]), а потому имѣющееся на ней расположеніе отдѣльныхъ частей суши, очертаніе морей, рѣкъ, цѣпей горъ и т. п. естественно изображать на поверхности какого-нибудь произвольнаго шара, въ видѣ, такъ называемыхъ, *земныхъ глобусовъ*. Но при изготовленіи глобусовъ представляется много практическихъ затрудненій, почему въ геодезіи изучаются способы изображенія значительныхъ участковъ земли не на шаровой поверхности, а на плоскости, чтобы имѣть возможность пользоваться при этомъ общепринятымъ матеріаломъ — бумагою. Когда двѣ точки земной поверхности удалены другъ отъ друга болѣе, чѣмъ на 20 верстъ, то при опредѣленіи горизонтальнаго проложенія разстоянія между ними, приходится принимать во вниманіе кривизну земли, принимая ее или за сферу, или за сфероидъ. Кратчайшее разстояніе между двумя точками на сферѣ опредѣляется дугою большого круга, проходящаго черезъ обѣ данныя точки. Непосредственно на поверхности земли измѣрить разстояніе, большее 20 верстъ, трудно; оно можетъ пересѣкать массу препятствій (города, рѣки, большіе овраги, цѣпи горъ и т. п.); поэтому для опредѣленія длинъ дугъ какъ большихъ круговъ, напр., меридіановъ, а также и малыхъ, напр., параллелей, прокладываютъ между конечными точками тригонометрическую сѣть. Взаимное положеніе вершинъ треугольниковъ опредѣляется тою или иною системою координатъ на земной сферѣ (или сфероидѣ), напр., географическою широтою и долготою. По координатамъ концовъ можно вычислить по формуламъ сферической тригонометріи и длину искомой линіи. Помимо этого способа *(геодезическаго)* положеніе главныхъ основныхъ точекъ на земной сферѣ можетъ быть еще опредѣлено и путемъ *астрономическимъ*, а именно, изъ наблюденій надъ небесными свѣтилами можно путемъ вычисленій (*Практическая Астрономія*) найти широту, долготу и азимутъ точки наблюденія. Положеніе второстепенныхъ точекъ можетъ быть опредѣлено инструментальною или глазомѣрною съемкою между главными пунктами карты. *Изображенія на плоскости значительныхъ пространствъ земной поверхности, принимая во вниманіе сферическій видъ земли, называются картами.* На картѣ положеніе любой ея точки можетъ быть опредѣлено пересѣченіемъ меридіана съ параллелью, а потому при составленіи картъ прежде всего приходится говорить объ изображеніи на бумагѣ дугъ меридіановъ и параллелей.

Планъ и карта. Виды проекцій. Если бы всю земную поверхность или значительную ея часть можно было принять за математическую плос-

---

[1]) Переработана при содѣйствіи *П. І. Шилло.*

[2]) Сжатіе земли у полюсовъ ровно $\frac{1}{300}$, т. е. $(a-b):a=\frac{1}{300}$, гдѣ a и b суть большая и малая полуоси меридіональнаго эллипсиса.

кость (какъ это обыкновенно и дѣлается для незначительныхъ земныхъ участковъ, то всѣ фигуры перенеслись бы съ этой плоскости на плоскую же бумагу съ сохраненіемъ ихъ подобія и полученное изображеніе называлось бы *планомъ*. При этомъ численный *масштабъ*, т. е. отношеніе какого-либо безконечно малаго отрѣзка на изображеніи къ соотвѣтствующему горизонтальному отрѣзку на мѣстности, *на планѣ*, очевидно. *есть величина постоянная*. Но такъ какъ земля имѣетъ шаровую поверхность, которая не можетъ быть развернута въ плоскость безъ складокъ или разрыва, то вслѣдствіе этого на картѣ невозможно представить различныхъ частей какого-нибудь обширнаго пространства совершенно такъ, какъ онѣ расположены на земной поверхности, т. е. съ полнымъ сохраненіемъ подобія контуровъ. На картѣ всегда будетъ замѣчаться нѣкоторое относительное *искаженіе*, которое можетъ отразиться въ большей или меньшей степени или на взаимныхъ *разстояніяхъ* между предметами или на величинѣ *площадей*, или на *направленіи* линій (т. е. на углахъ). Пояснимъ сказанное примѣромъ: растягивая вырѣзанный кусокъ пустого резиноваго мячика съ начерченными на немъ фигурами на плоскость, мы увидимъ, что нѣкоторыя части его вытянутся болѣе, другія менѣе; при одной и той же точкѣ резина можетъ по одному направленію вытянуться, а по другому сократиться. То же самое будетъ и при перенесеніи фигуръ со сферы на плоскую бумагу; фигуры эти по необходимости исказятся: равные отрѣзки и углы на сферѣ перестанутъ быть равными на изображеніи. Другими словами, масштабъ изображенія въ разныхъ частяхъ сферы различенъ. Изъ сказаннаго слѣдуетъ, что *на картѣ масштабъ есть величина перемѣнная,* измѣняющаяся въ зависимости отъ направленія отрѣзка и отъ мѣста его расположенія въ проекціи; иначе, масштабъ на картѣ есть *функція точки и направленія*. Въ этомъ существенное отличіе картъ отъ плановъ.

Поэтому мы не можемъ горизонтальные углы мѣстности брать по картѣ непосредственно транспортиромъ или, напр., измѣрять площади фигуры на картѣ планиметромъ, такъ какъ на картахъ вообще углы искажаются, а площади не пропорціональны площадямъ мѣстности. Вслѣдствіе этого при составленіи картъ, заранѣе имѣя въ виду сохранить (на картѣ) дѣйствительную величину того или другого элемента, прибѣгаютъ къ особымъ построеніямъ, называемымъ *условными проекціями*. Такъ какъ каждая точка на земной поверхности можетъ опредѣляться пересѣченіемъ меридіана и параллели, то условная проекція, какъ и всякая вообще проекція заключается въ построеніи *географической сѣтки* меридіановъ и параллелей на такихъ началахъ, при которыхъ карта удовлетворяла бы какому-нибудь одному условію, требуемому *спеціальною цѣлью* карты.

Главнѣйшія условія, которыя преслѣдуются при составленіи картъ,— это: 1) сохраненіе подобія въ безконечно — малыхъ частяхъ карты и 2) сохраненіе площадей на картѣ. Картографическія проекціи первой категоріи, въ которыхъ горизонтальные углы мѣстности изображаются въ натуральную величину (безъ искаженія) называются *конформными или равноугольными*. Проекціи, удовлетворяющія второму условію, называются *эквивалентными или равновеликими*. Въ этихъ проекціяхъ площади можно измѣрять плани-

метромъ, какъ на планѣ, но за то углы здѣсь получаются искаженными. Всѣ остальныя проекціи, обладающія свойствами промежуточными между проекціями конформными и эквивалентными, т. е. такія, которыя не воспроизводятъ ни угловъ, ни площадей, называются *произвольными*.

Въ зависимости отъ способа изображенія земной поверхности на плоскости проекціи конформныя, эквивалентныя и произвольныя подраздѣляются каждая на проекціи *перспективныя*, когда проектированіе точекъ поверхности сферы производится на основаніи правилъ перспективы; *коническія*, получающіяся въ результатѣ проектированія точекъ сферы на нѣкоторый конусъ и послѣдующаго развертыванія этого конуса на плоскости; *цилиндрическія*, когда точки сферы проектируются на нѣкоторый цилиндръ, который затѣмъ развертывается на плоскости и т. д. Вслѣдствіе произвола въ выборѣ условій, задача построенія картографическихъ проекцій *неопредѣленная*, и въ разное время изобрѣтено множество проекцій. Предметъ изученія различныхъ проекцій картъ составляетъ особую отрасль знаній — *картографію;* ее обыкновенно относятъ къ геодезіи, хотя она можетъ составить самостоятельную науку въ ряду прочихъ прикладныхъ математическихъ наукъ. Каждая проекція преслѣдуетъ свою опредѣленную цѣль (а иногда и нѣсколько) и обыкновенно въ ущербъ другимъ: не существуетъ проекціи, удовлетворяющей всѣмъ цѣлямъ вмѣстѣ.

При составленіи карты, на нее прежде всего, разумѣется, наносятъ сѣтку меридіановъ и параллелей, потомъ пункты тригонометрической сѣти по ихъ широтамъ и долготамъ, а затѣмъ уже между ними вносятся всѣ подробности, опредѣляемыя непосредственно съемкой.

Различныя роды картъ. Карты можно раздѣлить на три главные рода: на *географическія*, *топографическія* и *морскія*.

На географическихъ картахъ представляется цѣлое полушаріе, государство, область и т. п., и изображается положеніе главнѣйшихъ предметовъ земной поверхности, какъ-то: направленіе рѣкъ, цѣпей горъ и пр., а также границы государства, областей и т. п.

Города, селенія, горы означаются на нихъ *условными знаками*. Географическія карты подраздѣляются на генеральныя (общія) и подробныя (называемыя также спеціальными), изъ которыхъ послѣднія отличаются отъ первыхъ большею подробностью и точностью.

На топографическихъ картахъ изображаются въ масштабѣ не только всѣ видимые на мѣстности предметы съ соблюденіемъ ихъ вида, относительной величины и расположенія, но главнымъ образомъ и самый *характеръ мѣстности*, какъ-то: неровности мѣстности, нѣкоторыя свойства почвы, а также и всѣ пути сообщенія.

Такъ какъ изображеніе страны съ такими подробностями не можетъ быть представлено иначе, какъ на картахъ значительной величины, то это обстоятельство, составляя важное неудобство, встрѣчаемое при соображеніяхъ, относящихся до цѣлаго края, подало поводъ къ составленію *семитопографическихъ* или *полутопографическихъ* картъ.

Малые города и селенія представляются на нихъ условными знаками, подобно тому, какъ на географическихъ, а всѣ прочія подробности, какъ-то: пути сообщенія, лѣса, болота и пр., какъ на топографическихъ, съ тѣмъ только различіемъ, что обращается вниманіе не столько на соблюденіе фигуры предметовъ, сколько на выраженіе общаго характера мѣстности.

На морскихъ картахъ представляется море съ обозначеніемъ всѣхъ предметовъ, важныхъ для мореплавателей, какъ напр., береговъ, материковъ, портовъ, отдѣльныхъ острововъ, подводныхъ камней, мелей, промѣровъ глубинъ и проч. Изъ предметовъ, находящихся на материкѣ, изображаются лишь тѣ, которые лежатъ близъ берега и могутъ быть видимы съ моря. Этого рода карты, подобно топографическимъ, дѣлятся на генеральныя и частныя (подробныя); на первыхъ представляется вполнѣ все море, а на вторыхъ — болѣе или менѣе значительная его часть.

Замѣтимъ, что если бы мы имѣли готовую топографическую карту какой-нибудь страны, то, уменьшивъ ее по соотвѣтственному масштабу и выпустивъ излишнія подробности, получили бы семитопографическую; уменьшеніе въ извѣстной степени послѣдней,—дало бы подробную географическую и т. д. Изъ чего можно заключить, что рѣшеніе общаго вопроса: *„какъ изображать на картахъ положеніе предмета и всѣ прочія подробности мѣстности“*, можетъ быть разсматриваемо, какъ заключающееся въ искусствѣ составленія топографическихъ картъ. Топографическія карты составляются непосредственно изъ тригонометрическихъ и топографическихъ съемокъ, слѣдующимъ образомъ: положеніе точекъ тригонометрической сѣти всѣхъ трехъ разрядовъ наносятъ на листы бумаги посредствомъ координатъ, или посредствомъ иныхъ пріемовъ. Совершивъ это дѣйствіе, называемое *прокладкой тригонометрической сѣти*, приступаютъ къ производству топографической съемки[1]). По окончаніи топографической съемки, для составленія топографической карты остается перерисовать снятые планы въ уменьшенномъ масштабѣ на листахъ бумаги, на которой предварительно начерчена географическая сѣтка. Изъ этого заключаемъ, что процессъ составленія топографическихъ картъ состоитъ во 1) въ черченіи географическихъ сѣтокъ, во 2) въ прокладкѣ точекъ тригонометрической сѣти, въ 3) въ производствѣ топографической съемки и въ 4) въ перерисовкѣ снятыхъ плановъ на листахъ проекціи.

§ 369. Свойства масштабовъ. Главныя направленія[2]). Каждому закону условнаго изображенія соотвѣтствуетъ свой законъ искаженія длинъ, угловъ и площадей. Этотъ же послѣдній всецѣло зависитъ отъ соотношенія между масштабами карты. При разсматриваніи безконечно малыхъ частей сферы, оказывается, что несмотря на безконечное разнообразіе законовъ условнаго изображенія, искаженія все же обладаютъ нѣкоторыми общими свойствами, къ разсмотрѣнію которыхъ мы и приступимъ.

---

[1]) Государственныя съемки у насъ въ Россіи производятся Военно-топографическимъ отдѣломъ Главнаго штаба мензулой (см. съемку мензулой на основаніи тригонометрической сѣти).

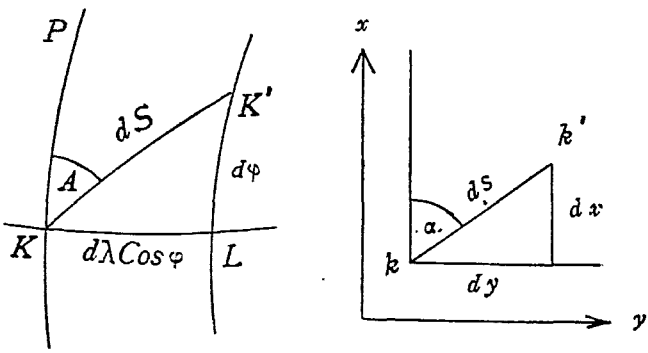
[2]) См. *Эренфейхтъ* — Литографированный курсъ по Высшей Геодезіи.

Пусть k — изображеніе точки K сферы, географическія координаты которой φ и λ. (черт. 687).

Очевидно, положеніе точки k (x, y) на картѣ зависитъ отъ координатъ точки на сферѣ (φ, λ), т. е.

$$\begin{aligned} x &= f(\varphi, \lambda) \\ y &= f_1(\varphi, \lambda) \end{aligned} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Опредѣлимъ масштабъ *т въ точкѣ* K (φ, λ) *по направленію* $K\,K'$, опредѣляемому азимутомъ A



Черт. 687.

Для этого вообразимъ на сферѣ безконечно малый отрѣзокъ $KK' = dS$ и пусть изображеніе его на картѣ $kk' = ds$ съ осью x-овъ образуетъ нѣкоторый уголъ α.

Ось x-овъ и уголъ α, вообще говоря, не будутъ изображать меридіана KP и азимута A на картѣ.

Вообразивъ далѣе на сферѣ параллель KL и меридіанъ LK', получимъ на сферѣ безконечно малый треугольникъ $KK'L$, одинъ катетъ котораго KL, какъ дуга параллели, съ радіусомъ на широтѣ φ, равнымъ $R\cos\varphi$, представится въ видѣ:

$$KL = R\ \cos\ \varphi\ d\lambda$$

гдѣ R — радіусъ сферы а $d\lambda$ — разность долготъ точекъ K и K'. Называя же разность ихъ широтъ $d\varphi$, получимъ другой катетъ, какъ дугу меридіана, въ видѣ:

$$K'L = Rd\varphi$$

Полагая, для простоты дальнѣйшихъ разсужденій, $R = 1$, изъ черт. 687 получимъ:

$$\left.\begin{aligned} d\lambda\cos\varphi &= dS\ \sin\ A \\ d\varphi\ \ \ &= dS\ \cos\ A \end{aligned}\right\}$$

откуда

$$\left.\begin{aligned} dS^2 &= d\varphi^2 + \cos^2\varphi\, d\lambda^2 \\ \text{и}\quad tgA &= \frac{\cos\ \varphi\, d\lambda}{d\varphi} \end{aligned}\right\} \quad \ldots (2)$$

$$\left.\begin{aligned} dy &= ds\ \sin\ \alpha \\ dx &= ds\ \cos\ \alpha \end{aligned}\right\}$$

откуда

$$\left.\begin{aligned} ds^2 &= dx^2 + dy^2 \\ \text{и}\quad tg\alpha &= \frac{dy}{dx} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (3)$$

Отсюда масштабъ m легко опредѣлить изъ равенства:

$$m^2 = \frac{ds^2}{dS^2} = \frac{dx^2 + dy^2}{d\varphi^2 + \cos^2\varphi\, d\lambda^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

Дифференцируя же уравненія (1), получимъ:

$$dx = \frac{\partial x}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial x}{\partial \lambda} d\lambda$$

и

$$dy = \frac{dy}{d\varphi} d\varphi + \frac{dy}{\partial \lambda} d\lambda.$$

Для простоты дальнѣйшихъ разсужденій введемъ обозначенія:

$$\frac{\partial x}{\partial \varphi} = p; \quad \frac{\partial x}{\partial \lambda} = q \cos \varphi$$

$$\frac{\partial y}{\partial \varphi} = p_1; \quad \frac{\partial y}{\partial \lambda} = q_1 \cos \varphi$$

Тогда

$$\begin{aligned} dx &= p\, d\varphi + q \cos \varphi\, d\lambda \\ dy &= p_1 d\varphi + q_1 \cos \varphi\, d\lambda \end{aligned} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

и

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 = (p^2 + p_1^2)\, d\varphi^2 + 2\,(pq + p_1 q_1)\, \cos \varphi\, d\varphi\, d\lambda + (q^2 + q_1^2) \cos^2 \varphi\, d\lambda^2.$$

Подставляя это выраженіе въ уравненіе (4) и раздѣливъ числителя и знаменателя на $d\varphi^2$, получимъ:

$$m^2 = \frac{p^2 + p_1^2 + 2\,(pq + p_1 q_1)\left[\frac{\cos \varphi\, d\lambda}{d\varphi}\right] + (q^2 + q_1^2)\left[\frac{\cos \varphi\, d\lambda}{d\varphi}\right]^2}{1 + \left[\frac{\cos \varphi\, d\lambda}{d\varphi}\right]^2}$$

или, согласно уравненія (2),

$$m^2 = (p^2 + p_1^2) \cos^2 A + (pq + p_1 q_1) \sin 2A + (q^2 + q_1^2) \sin^2 A \ldots (6)$$

Мы получили выраженіе масштаба при точкѣ K по направленію KK', заданному азимутомъ A. Изъ формулы (6) мы снова убѣждаемся, что *масштабъ есть функція точки и направленія.*

Найдемъ теперь тѣ направленія, по которымъ масштабъ m будетъ имѣть наибольшее и наименьшее значенія.

Вопросъ, очевидно, сводится къ отысканію maximum'a и minimum'a функціи

$$m = f(A)$$

для этого приравняемъ нулю производную m^2 по A

$$\frac{d(m^2)}{dA} = -(p^2 + p_1^2) \sin 2A + 2\,(pq + p_1 q_1) \cos 2A + (q^2 + q_1^2) \sin 2A = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

Откуда

$$tg\, 2A = \frac{2\,(pq + p_1 q_1)}{p^2 + p_1^2 - (q^2 + q_1^2)} \ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

По этой формулѣ по тангенсу мы найдемъ въ предѣлахъ одной окружности два значенія искомаго угла:

$$2A_1 = x \qquad \text{или } A_1 = \frac{x}{2}$$

и

$$2A_2 = x + 180^0 \text{ или } A_2 = A_1 + 90^0.$$

Откуда ясно, что азимуты A_1 и A_2, соотвѣтствующіе наибольшему и наименьшему масштабу, отличаются на 90°. Слѣдовательно, *при любомъ законѣ изображенія*, (т. е. при какой-угодно проекціи) *въ каждой точкѣ сферы существуютъ нѣкоторыя направленія, перпендикулярныя другъ другу, по которымъ масштабъ изображенія будетъ maxim'альный и minim'альный.* Такія два направленія на сферѣ называются *главными.*

Покажемъ теперь, что *главныя направленія изображаются на картѣ тоже взаимно-перпендикулярными направленіями.*

Для этого найдемъ направленіе на картѣ линіи kk', изображающей линію KK' на сферѣ, т. е. найдемъ уголъ α.

Въ уравненіе (3) подставимъ вмѣсто dx и dy ихъ значенія изъ уравненія (5), тогда

$$tg\ \alpha = \frac{p_1 d\varphi + q_1\ \cos\varphi\, d\lambda}{p\, d\varphi + q\ \cos\varphi\, d\lambda}$$

Или, раздѣливъ числителя и знаменателя на $d\varphi$, имѣя въ виду равенство (2), получимъ

$$tg\ \alpha = \frac{p_1 + q_1\ tg\ A}{p + q\ tg\ A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

Давая въ этой формулѣ величинѣ A значенія азймутовъ главныхъ направленій, т. е. A_1 и $A_1 + 90^0$, получимъ слѣдующія значенія α для двухъ главныхъ направленій:

$$tg\ \alpha_1 = \frac{p_1 + q_1\ tg\, A_1}{p + q\ tg\, A_1} \quad \text{и} \quad tg\ \alpha_2 = \frac{p_1 + q_1\ cotg\ A_1}{p_1 + q_1\ cotg\ A_1}$$

Чтобы показать, что направленія съ угловыми коэффиціентами $tg\ \alpha_1$ и $tg\alpha_2$ перпендикулярны, достаточно, какъ извѣстно изъ аналитической геометріи, доказать, что

$$1 + tg\,\alpha_1\ tg\,\alpha_2 = 0.$$

Для этого составимъ произведеніе

$$tg\,\alpha_1\ tg\,\alpha_2 = \frac{p_1^2 - q_1^2 - p_1 q_1\ (cotg\ A_1 - tg\, A_1)}{p^2 - q^2 - pq\ (cotg\, A_1 tg\, A_1)} = \frac{p^2 - q_1^2 - 2p_1 q_1\, cotg\ 2\ A_1}{p^2 - q^2 - 2pq\ \ cotg\, 2\, A_1}$$

Слѣдовательно,

$$1 + tg\,\alpha_1\ tg\,\alpha_2 = \frac{p^2 + p_1^2 - (q^2 + q_1^2) - 2\,(pq + p_1 q_1)\, cotg\, 2\, A_1}{p^2 - q^2 - 2pq\ \ cotg\, 2A_1} = \frac{[p^2 + p_1^2 - (q^2 + q_1^2)]\, sin\, 2\, A_1 - 2\,(pq + p_1 q_1)\ \cos 2\, A_1}{(p^2 - q^2)\ \ sin\, 2\, A_1 - 2\, pq \cos 2\, A_1}$$

Сравнивая числитель послѣдней дроби съ уравненіемъ (7), видимъ, что онъ равенъ нулю, а потому

$$1 + tg\alpha_1\ \ tg\alpha_2 = 0$$

и

$$\alpha_2 = \alpha_1 + 90^0$$

а это намъ и нужно было доказать.

Изъ всего вышеизложеннаго слѣдуетъ, что всякій прямой уголъ на сферѣ, вообще говоря, изображается на картѣ косымъ угломъ, и только тотъ прямой уголъ на сферѣ, стороны котораго соотвѣтствуютъ главнымъ направленіямъ, изобразится на картѣ прямымъ же угломъ.

Изъ тѣхъ же формулъ можно вывести и обратное заключеніе: *если два какихъ-либо направленія пересѣкаются и на сферѣ и на картѣ подъ прямымъ угломъ то эти направленія обязательно будутъ главныя*, т. е. масштабы по этимъ направленіямъ будутъ maxim'альный и minim'альный.

Свойство масштабовъ конформныхъ (равноугольныхъ) проекцій. Если въ формулѣ (8) числитель и знаменатель одновременно обращаются въ нуль, т. е.

$$\begin{aligned} pq + p_1 \cdot q_1 &= 0 \\ \text{и} \qquad p^2 + p_1^2 &= q^2 + q_1^2 \end{aligned} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

то уголъ A, опредѣляющій главныя направленія, становится неопредѣленнымъ, т. е. *любое направленіе можетъ считаться главнымъ*.

Въ этомъ случаѣ по формулѣ (6) получимъ

$$m^2 = p^2 + p_1^2 = q^2 + q_1^2,$$

т. е. *масштабъ m независитъ отъ направленія A*; при данной точкѣ онъ по всѣмъ направленіямъ одинаковъ и измѣняется лишь при переходѣ отъ одной точки къ другой. Проекція, обладающая такимъ свойствомъ, называется *конформной* или равноугольной.

Послѣднее названіе она получила въ силу того свойства, что *углы въ этой проекціи изображаются безъ искаженія* (въ натуральную величину).

Дѣйствительно, вообразимъ черезъ точку K (черт. 687) на сферѣ два произвольныхъ направленія съ азимутами A и A' и посмотримъ, какіе углы при точкѣ k съ осью x-въ образуютъ эти направленія въ проекціи. Для этого, рѣшивъ уравненія (10) относительно p_1 и q_1 и получивъ два рѣшенія:

$$\begin{aligned} q_1 &= +p \\ p_1 &= -q \end{aligned} \quad \text{или} \quad \begin{aligned} q_1 &= -p \\ p_1 &= +q, \end{aligned}$$

подставимъ любую пару значеній, напр., первую въ выраженіе (9), тогда получимъ:

$$tg\,\alpha = \frac{-q + p\,tg\,A}{p + q\,tg\,A} = -\frac{\frac{q}{p} - tg\,A}{1 + \frac{q}{p} tg\,A} = -\frac{tg\,\omega - tg\,A}{1 + tg\,\omega\,tg\,A} = tg\,(A - \omega),$$

гдѣ $\frac{q}{p} = tg\,\omega$ — величина постоянная для данной точки K.

Отсюда $$\alpha = A - \omega$$

Подобнымъ образомъ получимъ и для второго направленія

$$\alpha' = A' - \omega$$

откуда

$$\alpha' - \alpha = A' - A,$$

а это и нужно было доказать. Такъ какъ въ равноугольной проекціи масштабы по всѣмъ направленіямъ одинаковы (вокругъ данной точки), а углы проектируются безъ искаженія, то вообразивъ на сферѣ безконечно малый треугольникъ ABC, получимъ, очевидно, въ проекціи треугольникъ же abc и при томъ ему подобный, такъ какъ $\measuredangle ABC = \measuredangle abc$ и $\frac{AB}{ab} = \frac{AC}{ac}$. Поэтому говорятъ, что *въ конформныхъ проекціяхъ сохраняется подобіе въ безконечно-малыхъ частяхъ фигуръ*. Квадратъ въ этой проекціи, очевидно, изобразится квадратомъ же.

Весьма малые равные круги изобразятся кругами же, но радіусы ихъ будутъ различны, если они не лежатъ вокругъ одной точки.

Свойство масштабовъ эквивалентныхъ (равновеликихъ) проекцій. Вообразимъ на сферѣ безконечно малый прямоугольный треугольникъ при нѣкоторой точкѣ A, катеты котораго B и C расположены по главнымъ направленіямъ; слѣдовательно, въ любой проекціи онъ изобразится прямоугольнымъ же треугольникомъ съ катетами b и c. Если наибольшій и наименьшій масштабы по главнымъ направленіямъ при точкѣ A назовемъ m и n, то

$$b = mB$$

и

$$c = nC$$

Отношеніе площадей треугольниковъ въ проекціи и на сферѣ, очевидно, будетъ:

$$\frac{\frac{1}{2}\,bc}{\frac{1}{2}\,BC} = \frac{bc}{BC} = m \cdot n,$$

т. е. равно произведенію масштабовъ по главныхъ направленіямъ, и, слѣдовательно, вообще есть величина перемѣнная.

Если же

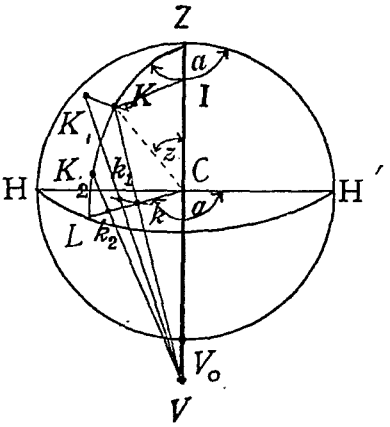
$$mn = C,$$

гдѣ C — величина постоянная для любой точки проекціи, то на такой картѣ площади фигуръ будутъ пропорціональны соотвѣтствующимъ площадямъ на мѣстности. Такія проекціи называются *эквивалентными или равновеликими*.

Перспективныя проекціи.

§ 370. Общее понятіе о перспективныхъ проекціяхъ. Перспективнымъ изображеніемъ какой-нибудь части земной поверхности называется тотъ общій ея видъ, въ какомъ она представляется зрителю, обнимающему ее однимъ взглядомъ. Такъ, если вообразимъ, что глазъ зрителя находится въ произ-

вольной, но опредѣленной точкѣ V (черт. 688), изъ которой онъ можетъ видѣть всю часть изображаемой поверхности, и что между глазомъ и разсматриваемою поверхностью помѣщена прозрачная *плоскость HLH'*, то *изображеніе, образуемое на этой послѣдней пересѣченіями съ нею лучей зрѣнія, направленныхъ на земные предметы, будетъ перспективное.* Вышесказанная прозрачная плоскость предполагается всегда въ положеніи *перпендикулярномъ къ тому лучу VCZ, который проходитъ въ середину изображаемой поверхности.* Этотъ лучъ называется *оптическою осью проекціи*, а самая плоскость *HLH' картинною плоскостью перспективы.*



Черт. 688.

Соединивъ какую-нибудь точку сферы K съ точкой зрѣнія V, получимъ въ пересѣченіи съ картинною плоскостью изображеніе ея на картѣ k. Строя изображенія различныхъ круговъ на сферѣ по точкамъ, легко усмотрѣть, что всѣ вертикалы точки Z на картинной плоскости изобразятся прямыми, исходящими изъ C и дѣлающими другъ съ другомъ углы, равные угламъ между плоскостями соотвѣтствующихъ вертикаловъ; малые же круги сферы, полученные отъ разсѣченія ея плоскостями перпендикулярными къ оптической оси проекціи VZ, для которыхъ Z служитъ полюсомъ (альмукантараты), изобразятся концентрическими, съ центромъ въ C, кругами.

Два направленія KZ и KK_1, перпендикулярныя на сферѣ, изображаются на картѣ тоже взаимно-перпендикулярными направленіями kC и kk_1. Такимъ образомъ въ перспективной проекціи главными направленіями будутъ направленія по вертикаламъ и альмукантаратамъ.

Чтобы опредѣлить главный масштабъ m по вертикалу, вообразимъ на вертикалѣ ZKL точку K_2, безконечно близкую къ K. Пусть ея изображеніе будетъ k_2.

Тогда, если зенитное разстояніе альмукантарата точки K назовемъ z, радіусъ сферы — R, а проекцію радіуса альмукантарата точки K на картинную плоскость — ρ, то будемъ имѣть:

$$KK_2 = Rdz$$

и

$$kk_2 = d\rho,$$

а поэтому

$$m = \frac{kk_2}{KK_2} = \frac{d\rho}{Rdz} = \frac{1}{R}\,\frac{d\rho}{dz} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Подобнымъ образомъ, взявъ на альмукантаратѣ точки K безконечно близкую къ ней точку K_2, которая изобразится въ k_2, и называя азимутъ вертикала точки K черезъ a, будемъ имѣть:

$$KI = R\sin z$$

$$KK_1 = R\sin z da$$

и

$$kk_1 = \rho da,$$

а потому масштабъ n по альмукантарату будетъ:

$$n = \frac{kk_1}{KK_1} = \frac{\rho da}{R\ sinz\ da} = \frac{\rho}{R\ sin z} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Для опредѣленія ρ, разсмотримъ подобные треугольники VKI и VKC, откуда находимъ:

$$\frac{\rho}{KI} = \frac{VC}{VI}$$

Называя разстояніе отъ точки зрѣнія до картинной плоскости $VC = D$, получимъ:

$$VI = D + R\ cos z$$

и такъ какъ

$$KI = R\ sin z, \text{ то}$$

$$\rho = \frac{DR\ sin z}{D + R\ cos\ z} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

Примѣнимъ выведенныя общія формулы для перспективной проекціи къ нѣкоторымъ ея видамъ.

§ 371. Проекція ортографическая. Фигура перспективной проекціи любого контура, очевидно, зависитъ *отъ положенія глаза зрителя*, но не отъ разстоянія плоскости перспективы, потому, что, если для одной и той же точки зрѣнія вообразимъ безконечное множество прозрачныхъ плоскостей, перпендикулярныхъ къ оптической оси, то по взаимной ихъ параллельности, перспективныя изображенія на этихъ плоскостяхъ будутъ между собою подобны[1]).

Пусть точка зрѣнія V (черт. 688) лежитъ въ безконечности и проектированіе, слѣдовательно, выполняется параллельными лучами. Тогда проекція называется *ортографическою;* она называется также перпендикулярною, и намъ отчасти извѣстна, такъ какъ она уже употреблялась въ геодезіи при проложеніи мѣстности на горизонтальную плоскость.

Легко себѣ представить, что въ этой проекціи небольшой участокъ земли, находящійся въ центрѣ карты, изобразится очень сходно съ дѣйствительнымъ его очертаніемъ. Проекціи же контуровъ, лежащихъ далѣе отъ центра (но ближе къ краямъ полушарія), все болѣе и болѣе *стѣсняются* и, сближаясь, теряютъ сходство съ дѣйствительностью.

Въ самомъ дѣлѣ, формулы (1), (2) и (3) для этого случая примутъ видъ:

$$\rho = \left(\frac{R\ sin\ z}{1 + \frac{R}{D} cos\ z}\right) D = \infty = R\ sin z$$

$$m = \frac{1}{R}\ \frac{d\rho}{dz} = \frac{1}{R}\ R\ cos\ z = cos\ z$$

и

$$n = \frac{\rho}{R\ sin\ z} = 1$$

---

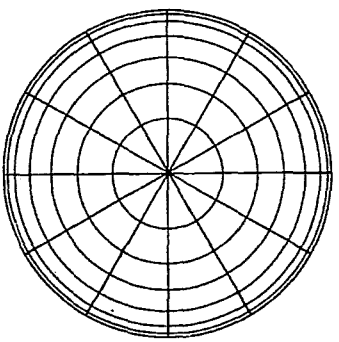
[1]) Несмотря, однако, на это свойство, для построенія перспективнаго изображенія земной поверхности, выбираютъ положеніе не только точки зрѣнія, но и плоскости перспективы; это дѣлается затѣмъ, чтобы, по опредѣленіи на ней геометрическими способами точекъ пересѣченія (съ ней) лучей зрѣнія, можно было потомъ представить положеніе ихъ на бумагѣ.

Изъ этихъ формулъ слѣдуетъ, что ортографическая проекція не конформная, такъ какъ $m \neq n$ и не эквивалентная, ибо $mn \neq const.$ При центрѣ карты C, гдѣ z близко къ нулю, $m = 1$, а такъ какъ и $n = 1$, то при центрѣ масштабъ постояненъ и подобіе будетъ соблюдаться здѣсь весьма хорошо. Чѣмъ дальше отстоитъ точка K отъ C, тѣмъ зенитное разстояніе больше а $\cos z$ меньше и, слѣдовательно, масштабъ m убываетъ и разстояніе на картѣ между кругами, изображающими альмукантараты, все болѣе уменьшается. У краевъ карты ($z = 90^0$), $n = 1$, $m = 0$ и потому искаженія очень велики.

Кругъ, безконечно малаго радіуса r на сферѣ, изобразится на картѣ эллипсомъ съ полуосями rn и rm, которыя въ ортографической проекціи будутъ r и $r \cos z$; откуда видно, что при центрѣ карты безконечно малый кругъ изобразится кругомъ же, на краю — черточкой.

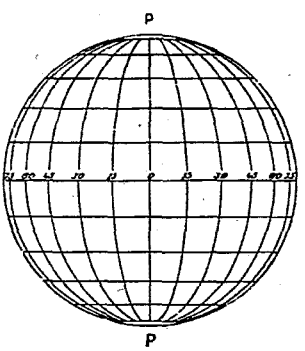
Въ зависимости отъ положенія центральной точки Z *ортографическая проекція можетъ быть полярной, экваторіальной и горизонтной.*

Если точка Z совпадаетъ съ полюсомъ земли (а картинная плоскость съ экваторомъ), то получимъ *полярную* ортографическую проекцію; при такомъ положеніи точки Z альмукантараты совпадутъ съ параллелями, а вертикалы съ меридіанами, а потому на картѣ (черт. 689) получимъ меридіаны въ видѣ прямыхъ, выходящихъ изъ центральной точки Z, а параллели въ видѣ концентрическихъ окружностей, разстоянія между которыми будутъ постепенно убывать къ краямъ карты.



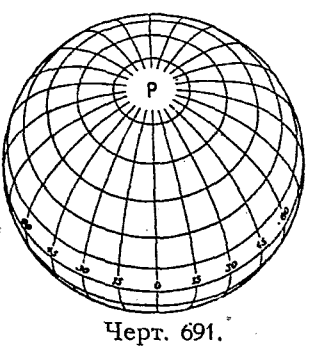
Черт. 689.

Если точка Z помѣщается на экваторѣ (картинная плоскость совпадаетъ тогда съ однимъ изъ меридіановъ), то получимъ *экваторіальную* ортографическую проекцію, въ которой параллели изображаются параллельными прямыми, разстоянія между которыми убываютъ по мѣрѣ удаленія отъ экватора, а меридіаны изобразятся эллипсами (черт. 690).



Черт. 690.

Наконецъ, при произвольномъ положеніи точки Z, картинная плоскость будетъ плоскостью горизонта точки Z и тогда получимъ *горизонтную* ортографическую проекцію; меридіаны и параллели изобразятся въ видѣ эллипсовъ. На чертежѣ 691 изображена горизонтная проекція для $\varphi_0 = 60^0$ [1]). Меридіаны и параллели проведены черезъ 15°.



Черт. 691.

§ **372. Проекція стереографическая.** Вслѣдствіе весьма значительныхъ перемѣнъ масштаба разсмотрѣнныя выше ортографическія проекціи примѣняются, обыкновенно, только для изображенія неболь-

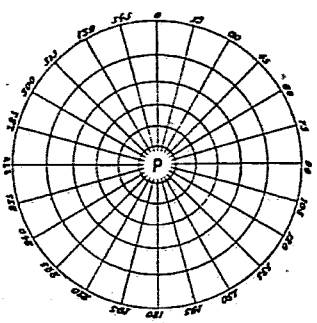
[1]) Картинная плоскость въ этомъ случаѣ параллельна горизонту точки, заданной широтой φ_0.

шихъ частей земной поверхности, причемъ за плоскость проекціи берутъ плоскость, касательную къ земной поверхности въ центральной точкѣ изображаемой мѣстности. Для изображенія на плоскости большихъ частей земной поверхности и цѣлыхъ полушарій болѣе удобна изъ перспективныхъ проекцій *стереографическая проекція*, предложенная астрономомъ Гиппархомъ (жившимъ за 160—125 лѣтъ до Р. Х.). Она предпочитается прочимъ по той причинѣ, что построеніе меридіановъ и параллелей на ней представляетъ менѣе затрудненій, чѣмъ въ прочихъ, и потому, что разстояніе между различными точками земной поверхности и величины площадей подвергаются въ ней меньшему измѣненію, нежели во всѣхъ другихъ перспективныхъ проекціяхъ. Стереографическая проекція получается, если точка зрѣнія V находится гдѣ-либо на поверхности сферы, напр., въ точкѣ V_0 (черт. 688), т. е. когда $D=R$. Основныя формулы (1) (2) и (3) для этой проекціи превращаются въ слѣдующія:

$$\rho = \frac{R^2 \, Sin \, z}{R\,(1+\cos z)} = Rtg\,\frac{z}{2}$$

$$m = \frac{1}{R}\,\frac{d\rho}{dz} = \frac{1}{2\cos^2\frac{z}{2}}\,;\quad n = \frac{\rho}{R\,Sin\,z} = \frac{1}{2\cos^2\frac{z}{2}}\,,$$

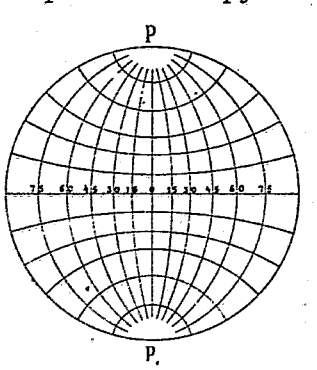
т. е. $m=n$; слѣдовательно, эта проекція *конформная;* меридіаны и параллели въ ней будутъ пересѣкаться подъ прямыми углами. При возрастаніи z, будутъ возрастать m и n, т. е. масштабы будутъ увеличиваться по мѣрѣ приближенія къ краямъ карты.



Черт, 692.

Въ зависимости отъ положенія точки зрѣнія V_0 *стереографическая проекція можетъ быть полярной, экваторіальной и горизонтной.*

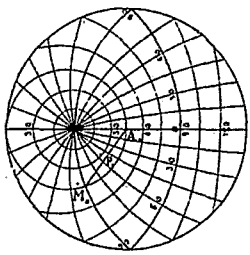
Если точка зрѣнія V_0 (черт. 688) находится въ полюсѣ (картинная плоскость совпадаетъ тогда съ экваторомъ), то стереографическая проекція называется *полярною или проекціею на экваторъ*. Въ ней меридіаны совпадаютъ съ вертикалами и изображаются прямыми линіями; параллели совпадаютъ съ альмукантаратами и изображаются концентрическими кругами, разстоянія между которыми будутъ увеличиваться по мѣрѣ удаленія отъ центра (черт. 692).



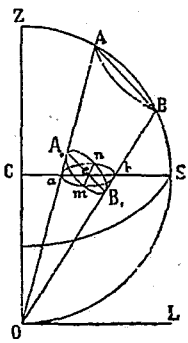
Черт. 693.

Если точка зрѣнія лежитъ на экваторѣ (картинная плоскость совпадаетъ съ однимъ изъ меридіановъ), то стереографическая проекція называется *экваторіальною или проекціею на меридіанъ*. Въ ней меридіаны и параллели изображаются кругами, а средній меридіанъ и экваторъ — прямыми (черт. 693). Наконецъ, если точка зрѣнія лежитъ на произвольной широтѣ, получается *горизонтная* стереографическая проекція (плоскостью перспективы будетъ плоскость, параллельная горизонту той точки, гдѣ помѣщается глазъ). Въ ней меридіаны и параллели изобразятся кругами (черт. 694).

Замѣчательнѣйшее **свойство всѣхъ стереографическихъ проекцій** заключается въ томъ, что *всякій кругъ на сферѣ изображается кругомъ же на картѣ*. Въ самомъ дѣлѣ, пусть $ZABSO$ (черт. 695) плоскость круга, проходящаго черезъ глазъ O наблюдателя, а AB — произвольный кругъ, взятый наземной сферѣ; притомъ плоскость круга ZSO повернута около OZ такъ къ плоскости круга AB, что послѣдняя находится въ положеніи перпендикулярномъ къ первой. Плоскость перспективы, пересѣкая наклонный конусъ OAB съ круговымъ основаніемъ AB, даетъ сомкнутую кривую $anbm$. Докажемъ, что она будетъ окружностью. Для этого проведемъ плоскость A_1B_1 параллельно плоскости AB черезъ произвольную точку m кривой $anbm$; плоскость A_1B_1 дастъ кругъ A_1nB_1m, параллельный кругу на сферѣ AB, который пересѣчется съ плоскостью кривой $anbm$ по прямой mn, перпендикулярной къ плоскости ZSO (ибо плоскость AB и плоскость перспективы перпендикулярны къ ZSO). Для круга A_1B_1 прямая mcn будетъ перпендикуляромъ, опущеннымъ изъ m на діаметръ A_1B_1, а потому $mc^2 = A_1c \,.\, cB_1$. Разсматривая же треугольники acA_1 и bcB_1, видимъ, что у нихъ углы acA_1 и bcB_1 равны, какъ вертикальные; далѣе уголъ $BAO = B_1A_1O_1$, какъ соотвѣтственные, а углы BAO и BOL равны, какъ измѣряющіеся одной и той же дугой $= {}^1/_2\ BSO$, наконецъ, уголъ $BOL = cbO$, какъ накрестъ лежащіе; вслѣдствіе чего углы cA_1a и cbB_1 также равны, а треугольники acA_1 и bcB_1 — подобны. Изъ ихъ подобія слѣдуетъ, что $ac : cB_1 = A_1c : cb$ или $A_1c \,.\, cB_1 = ac \,.\, cb$, а потому, согласно равенства $mc^2 = A_1c \,.\, cB_1$., находимъ $mc^2 = ac \,.\, cb$, т. е. сомкнутая кривая $anbm$ есть окружность, такъ какъ она обладаетъ свойствомъ круга; у нея ab — служитъ діаметромъ, а $mn \perp ab$.



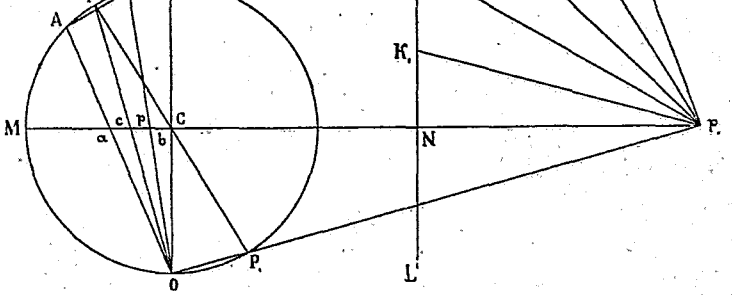
Черт. 694.



Черт. 695.

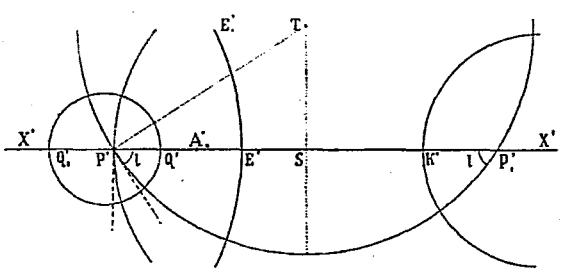
Итакъ, всякая окружность на сферѣ изображается въ стереографической проекціи окружностью; въ частномъ случаѣ, эта окружность можетъ имѣть безконечно большой радіусъ, т. е. превратиться въ прямую. Отсюда слѣдуетъ, что всѣ меридіаны и параллели въ стереографической проекціи изображаются окружностями или прямыми, причемъ, такъ какъ проекція равноугольна, то меридіаны и параллели пересѣкаются подъ прямымъ угломъ.

Построеніе горизонтной стереографической проекціи. Въ этой проекціи глазъ предполагается въ точкѣ, діаметрально противоположной тому мѣсту, которое желаютъ помѣстить въ центрѣ карты. Пусть $OMAPB$ (черт. 696) представляетъ меридіанъ, проходящій черезъ глазъ O. Лучи зрѣнія



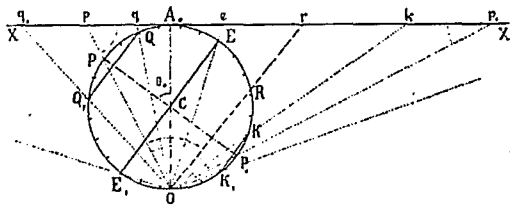
Черт. 696.

OP, OA и OB, направленные въ верхній полюсъ P и концы A и B діаметра какой-либо параллели, опредѣлятъ на прямой MN, совпадающей съ проекціею меридіана $MAPB$, положеніе p полюса и діаметра ab круга параллели. Проекціи концовъ діаметра экватора опредѣлятся такимъ же образомъ. Для построенія проекцій какъ экватора, такъ и параллелей, необходимо вообразить, что плоскость перспективы повернулась около MN и совпала съ кругомъ MBO; послѣ чего, принявъ ab за діаметръ, слѣдуетъ описать кругъ, который и представитъ на проекціи параллель AB. Подобнымъ же образомъ построимъ и другія параллели. Для построенія проекцій меридіановъ, проведемъ сначала черезъ нижній полюсъ P_1 прямую OP_1; пересѣченіе ея съ продолженіемъ прямой MN опредѣлитъ точку p_1, которая изобразитъ проекцію полюса P_1. Повернемъ плоскость перспективы по вышесказанному; такъ какъ проекціи всѣхъ меридіановъ должны быть круги, проходящіе черезъ точки p и p_1, то, очевидно, что центры ихъ будутъ лежать на прямой LL, перпендикулярной къ pp_1 и проходящей черезъ середину N прямой pp_1. Для опредѣленія на этой прямой самыхъ центровъ меридіановъ слѣдуетъ замѣтить, *что*, по свойству стереографической проекціи, *углы, составляемые меридіанами на проекціи, должны быть равны соотвѣтствующимъ угламъ на сферѣ*. Такимъ образомъ проекція меридіана, отстоящаго, напримѣръ, на 30° долготы отъ главнаго (сливающагося съ плоскостью чертежа), должна составить при точкѣ p съ прямою pp_1 (представляющею проекцію главнаго меридіана PBP_1) уголъ также въ 30°. Вслѣдствіе чего для построенія такого меридіана, проведемъ (черт. 697) линію $X'X'$, отложимъ на ней $p'p'_1$, отмѣтимъ середину S этой линіи, а затѣмъ черезъ p' проведемъ (внизъ отъ линіи $p'p'_1$) новую линію, составляющую съ $p'p'_1$ уголъ l въ 30°, потомъ возставимъ къ ней перпендикуляръ $p'T$, пересѣченіе котораго съ ST, въ точкѣ T, опредѣлитъ центръ искомаго меридіана. Дѣйствительно, дуга $p'p'_1$, описанная радіусомъ $p'T$, очевидно, составляетъ съ линіей $p'p'_1$ уголъ l также въ 30°. Построеніе будетъ проще, если, вмѣсто проведенія этой новой прямой (касательной къ дугѣ $p'p'_1$) и возстановленія къ ней перпендикуляра $p'T$, начертимъ (черт. 696) уголъ Np_1K_1, равный дополненію данной долготы до 90°; слѣдовательно, для построенія меридіановъ, напр., отъ 30° до 30°, достаточно при p или при p' построить рядъ прямыхъ p_1K_1, наклонныхъ другъ къ другу подъ угломъ въ 60°. Пересѣченіе этихъ линій съ перпендикуляромъ LL (черт. 696) или съ ST (черт. 697) дастъ центры круговъ, изображающихъ меридіаны. Общій видъ горизонтной стереографической проекціи данъ на чертежѣ 694. Здѣсь на плоскости перспективы проекція ограничена кругомъ, который отдѣляетъ изображаемое полушаріе отъ неизображаемаго и послѣ поворота плоскости перспективы сливается съ главнымъ меридіаномъ на сферѣ. Перпендикуляръ ST (черт. 697) представляетъ



Черт. 697.

собою параллель OR (черт. 698) проходящую черезъ глазъ O наблюдателя Дѣйствительно, возьмемъ въ точкѣ A_0 (черт. 698) плоскость перспективы, отъ этого доказательство не измѣнится, точка R параллели изобразится точкою r въ проекціи, а сама параллель OR — прямою, проходящею черезъ точку r; дуга $PA_0 = OP_1 = P_1R$, а также $OP = P_1A_0 = PA_0R$, а потому уголъ $rp_1O = A_0Op = rOp_1$, какъ измѣряющіеся соотвѣтственно равными дугами $^1/_2$ $(A_0PO - A_0P_1) = OP_1$, $^1/_2$ PA_0 и $^1/_2$ RP_1; подобнымъ же образомъ уголъ $rOp = Opr$, такъ какъ $rOp = {}^1/_2\ PR$, а $Opr = {}^1/_2\ (OA_0 - A_0P) = {}^1/_2\ A_0P_1$. Вслѣдствіе чего можно сказать, что треугольники Orp_1 и Orp равнобедренные, а потому $rp_1 = rO$ и $rO = rp$, или $rp = rp_1$, т. е. точка r есть средина линіи pp_1. И такъ какъ параллели пересѣкаютъ меридіаны подъ прямыми углами, то на чертежѣ 697 перпендикуляръ ST къ $p'p'_1$ есть изображеніе параллели OR, проходящей черезъ глазъ O наблюдателя.



Черт. 698.

Преимущества и недостатки стереографической проекціи. Въ заключеніе можно присовокупить слѣдующее замѣчаніе относительно стереографической проекціи:

Дуги *большихъ* круговъ, соединяющія на землѣ мѣсто, избранное для центра карты, со всякою другою точкою ея поверхности, изображаются въ проекціи въ видѣ прямыхъ линій, ибо *плоскости такихъ круговъ проходятъ черезъ точку зрѣнія*. Слѣдовательно, на горизонтной проекціи, построенной, напр., для любой точки земного шара, кратчайшія разстоянія отъ нея до всѣхъ точекъ обозначатся направленіемъ радіусовъ карты; но длина этихъ прямыхъ, измѣренная на картѣ посредствомъ масштаба, *не выразитъ* дѣйствительную длину соотвѣтствующихъ разстояній въ натурѣ, такъ какъ, по мѣрѣ отдаленія отъ центра карты къ краямъ ея, дуги одинаковаго числа градусовъ на ней постепенно увеличиваются, а потому о величинѣ такихъ разстояній не иначе можно судить, какъ по числу градусовъ въ нихъ заключающихся.

Преимущества стереографической проекціи состоятъ въ слѣдующемъ:

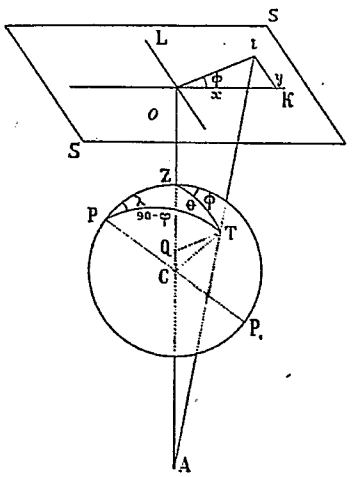
1) Легкость построенія меридіановъ и параллелей, которые въ большинствѣ случаевъ суть круги и 2) сохраненіе подобія въ безконечно малыхъ частяхъ.

Недостатки стереографической проекціи слѣдующіе:

1) Значительное измѣненіе разстояній и еще больше (квадратъ линейнаго) измѣненіе площадей; 2) стереографическая проекція изображаетъ земную поверхность съ внутренней стороны, а потому, при взглядѣ на карту, земная поверхность представляется вогнутою, а не выпуклою.

§ 373. Общій методъ построенія всѣхъ вообще перспективныхъ проекцій. Изображенія перспективныхъ проекцій могутъ быть сдѣланы и не графически, а по координатамъ точекъ географической сѣти. Такъ, если глазъ находится въ точ-

кѣ A (черт. 699) и плоскость перспективы SS въ точкѣ O въ положеніи, перпендикулярномъ къ CA, и точка T на сферѣ опредѣляется разстояніемъ $TP = 90° - \varphi$, гдѣ φ — широта точки T и угломъ $ZPT = \lambda =$ разности долготъ, считаемой отъ меридіана точки Z, діаметрально противоположной A или дугою $ZT = \theta$ и угломъ $P_1ZT = \phi$, то проекція t точки T на плоскости SS опредѣлится координатами $tK = y$ и $KO = x$ относительно прямоугольныхъ осей OK и OL; причемъ уголъ $toK = \phi$, а $x = Ot \cdot Cos\ \phi$ и $y = Ot \cdot Sin\ \phi$. Если проведемъ $QT \perp AO$, то получимъ, полагая $CT = R$, $AO = a$ и $AC = b$, что $QT = R \cdot Sin\theta$, $AQ = b + R \cdot Cos\theta$, $Ot : QT = AO : AQ$ или $Ot = \dfrac{a \cdot R \cdot Sin\theta}{b + R \cdot Cos\theta}$. Если теперь ϕ и θ будутъ извѣстны по даннымъ φ и λ, то искомыя координаты x и y легко найдутся.



Черт. 699.

Отысканіе ϕ и θ по даннымъ λ и φ — дѣлается по формуламъ *сферической тригонометріи:*

$$Cos\ \theta = Sin\ \varphi_0 \cdot Sin\ \varphi + Cos\ \varphi_0 \cdot Cos\ \varphi \cdot Cos\ \lambda$$
$$Sin\ \theta\ Sin\ \phi = Cos\ \varphi \cdot Sin\ \lambda$$
$$Sin\ \theta\ Cos\ \phi = -Cos\ \varphi_0 \cdot Sin\ \varphi + Sin\ \varphi_0 \cdot Cos\ \varphi \cdot Cos\ \lambda.$$

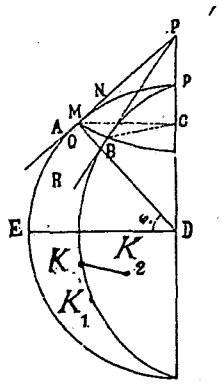
Коническія проекціи.

§ 374. Общее понятіе о коническихъ проекціяхъ. Разсмотрѣнныя нами проекціи употребляются для изображенія цѣлыхъ полушарій, но не для какого-либо отдѣльнаго государства, ни даже для цѣлой части свѣта, потому что въ каждой изъ нихъ очертанія всѣхъ земель (исключая находящихся на срединѣ карты) обезображиваются, и, кромѣ того, построеніе этихъ проекцій въ большомъ масштабѣ затруднительно. Хотя и всѣ прочія проекціи, о которыхъ будемъ говорить ниже, болѣе или менѣе искажаютъ очертанія изображаемыхъ странъ и измѣняютъ разстоянія между точками, но такіе недостатки неизбѣжны и происходятъ отъ невозможности представить часть сферы на плоскости. Вслѣдствіе чего *для составленія картъ отдѣльныхъ странъ предпочитаютъ тѣ проекціи, въ которыхъ эти недостатки менѣе ощутительны* и построеніе которыхъ не представляетъ значительныхъ затрудненій.

Простѣйшая изъ всѣхъ проекцій, весьма часто употребляемая для географическихъ картъ, основана на развертываніи конуса. Она тѣмъ болѣе удобна, что для представленія на плоскости части сферы, всего естественнѣе принять сферическій поясъ, заключающійся между земными параллелями, за поверхность усѣченнаго конуса, а потомъ вообразить этотъ конусъ разрѣзаннымъ по направленію его образующей и за симъ развернуть на бумагу. Тогда параллели изобразятся на разверткѣ въ видѣ концентрическихъ дугъ, описанныхъ изъ вершины усѣченнаго конуса, называемой *полю-*

сомъ карты, а меридіаны въ видѣ прямыхъ линій, проходящихъ черезъ эту точку.

Но такъ какъ допущеніе, что сферическій поясъ можетъ быть принятъ за часть конуса справедливо (съ небольшою погрѣшностью), въ томъ только случаѣ, когда ограничивающія его параллели удалены другъ отъ друга на небольшое разстояніе, то для примѣненія этого метода къ изображенію такой страны, которая имѣетъ значительное протяженіе по широтѣ, выбираютъ такой конусъ, который былъ бы *или касательнымъ* къ параллели, проходящей черезъ середину страны, *или пересѣкающимъ* изображаемую страну по направленію какихъ-либо двухъ параллелей.

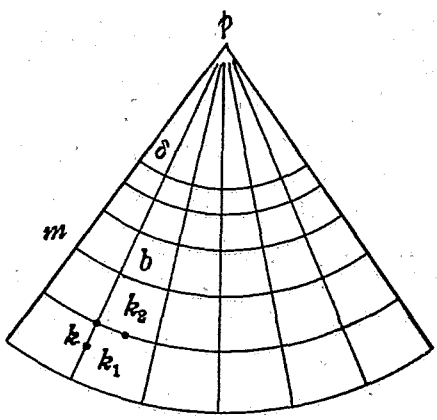


Черт. 700.

Положеніе оси конуса можетъ быть произвольнымъ, но обыкновенно принимаютъ, что ось конуса совпадаетъ съ осью вращенія земли, т. е. полюсъ карты берется на продолженіи земной оси.

I. Проекція на касательномъ конусѣ. Вообразимъ конусъ, касательный къ сферѣ вдоль параллели, проходящей черезъ средину изображаемой страны, (черт. 700), и вообразимъ плоскости меридіановъ PM, PB... продолженными до пересѣченія съ поверхностью конуса по образующимъ $P'M$, $P'B$... Если послѣ этого разрѣжемъ поверхность конуса вдоль какой-нибудь образующей и развернемъ ее на плоскость, то получимъ изображеніе меридіановъ въ видѣ прямыхъ pm, pb... (черт. 701), выходящихъ изъ одной точки p.

Параллели представятся въ видѣ концентрическихъ дугъ, описанныхъ изъ точки p, какъ изъ центра. Радіусы этихъ дугъ ρ измѣняются въ зависимости отъ широты мѣста φ по опредѣленному закону, т. е. $\rho = f(\varphi)$. На черт. (701) представленъ общій видъ конической проекціи.



Черт. 701.

Чтобы построить сѣтку меридіановъ черезъ опредѣленное число градусовъ по долготѣ, надо найти уголъ δ между двумя меридіанами на картѣ pm и pb, отстоящими по долготѣ на уголъ λ. Называя широту средней параллели MB черезъ φ_0, имѣемъ:

$$MB = \overline{MC} \cdot \lambda = R \cos\varphi_0 \lambda$$
$$mb = pm \cdot \delta = P'M \cdot \delta = R \operatorname{cotg}\varphi_0 \cdot \delta.$$

Но такъ какъ средняя параллель развертывается на плоскость безъ искаженія (въ натуральную длину), то $MB = mb$, а потому

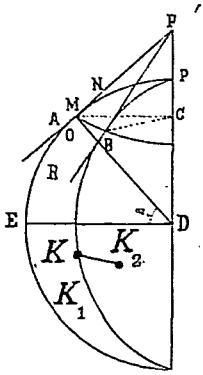
$$R \cos\varphi_0 \lambda = R \operatorname{cotg}\varphi_0 \delta$$

откуда

$$\delta = \lambda \sin\varphi_0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Изъ чертежа видимъ, что въ конической проекціи меридіаны и параллели остаются взаимно-перпендикулярными. Слѣдовательно, во всякой точкѣ этой проекціи главныя направленія будутъ по меридіану и параллели.

Для опредѣленія масштабовъ по этимъ направленіямъ, вообразимъ на сферѣ произвольную точку K (черт. 700) съ координатами λ и φ. Изображеніе ея на картѣ (черт. 701) назовемъ k съ координатами $\rho = pk$ и δ.



Черт. 700.

Тогда масштабъ по меридіану будетъ:

$$m = \frac{kk_1}{KK_1} = \frac{d\rho}{-Rd\varphi} \quad \text{и}$$

по параллели

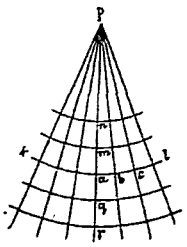
$$n = \frac{kk_2}{KK_2} = \frac{\rho d\delta}{R\cos\varphi d\lambda} = \frac{\rho}{R\cos\varphi}\frac{d\delta}{d\lambda},$$

но изъ (1) имѣемъ: $d\delta = d\lambda \sin\varphi_0$, а потому

$$m = -\frac{1}{R}\frac{d\rho}{d\varphi}; \quad n = \frac{\rho \sin\varphi_0}{R\cos\varphi} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Разсмотримъ виды коническихъ проекцій:

§ 375. Простая коническая проекція. Положимъ, что MB (черт. 700) представляетъ параллель сферы радіуса $MD = R$, подъ широтою $EDM = \varphi_0$, и пусть конусъ, описанный около данной сферы и касательный къ этой параллели, имѣетъ свою вершину P' на продолженіи земной оси DP. Для проложенія на поверхность конуса дугъ параллелей отложимъ по образующей AMP', вверхъ и внизъ отъ точки M, части MN, MA, ..., равныя выпрямленнымъ дугамъ меридіана, напримѣръ, дугѣ MQ въ 1° или 5°, смотря потому, какъ часто желаемъ на проекціи провести дуги параллелей, и черезъ точки M, N, A, ... проведемъ рядъ плоскостей, параллельныхъ основанію конуса; пересѣченія ихъ съ поверхностью конуса представятъ изображенія требуемыхъ параллельныхъ круговъ. Взявъ затѣмъ на параллели MB рядъ равно удаленныхъ отъ точки M, представляющей средину страны, точекъ, отстоящихъ другъ отъ друга на одно и то же число градусовъ по долготѣ, напр., на уголъ MCB, равный 1° или 5°, и соединивъ эти точки съ вершиною P' конуса, получимъ на поверхности конуса рядъ прямыхъ $P'M$, $P'B$, ..., представляющихъ проекціи меридіановъ.



Черт. 701а.

Для развертыванія поверхности такого конуса принимаютъ MP' за меридіанъ, проходящій черезъ средину страны, и разрѣзаютъ поверхность конуса по образующей $M'P'$, проходящей черезъ точку M', діаметрально противоположную точкѣ M.

Сѣтка параллелей и меридіановъ на картѣ, т. е. на изображеніи развернутаго конуса въ избранномъ масштабѣ (уменьшеніи), представится въ видѣ равноотстоящихъ концентрическихъ дугъ, описанныхъ изъ точки p (черт. 701а), какъ изъ центра, и пересѣченныхъ рядомъ лучеобраз-

ныхъ прямыхъ, выходящихъ изъ точки p и представляющихъ на картѣ направленіе меридіановъ.

Начерченная такимъ образомъ сѣтка даетъ *карту*, которая *будетъ имѣть строгую точность по направленію* только *дугъ меридіановъ и средней параллели kl*, которая принадлежа и конусу, и шару, сохранитъ (въ принятомъ уменьшеніи) на картѣ свою настоящую величину; остальныя параллели, какъ изображающія дуги круговъ, находящихся внѣ сферы, будутъ длиннѣе соотвѣтствующихъ имъ круговъ параллелей на сферѣ.

Для того, чтобы начертить на бумагѣ сѣтку, прежде всего необходимо знать длину $pk = \rho_0$ (черт. 701а) образующей конуса, *равную* длинѣ MP' (черт. 700). Изъ чертежа 700 имѣемъ: уголъ $MP'C$ при вершинѣ P' конуса равенъ $EDM = \varphi_0$ по перпендикулярности ихъ сторонъ, а образующая:

$$MP' = \rho_0 = MD \,.\, tg\ MDP = R \,.\, Cotg\, \varphi_0;$$

всѣ остальные радіусы, напр., $P'N$ получатся по найденной величинѣ ρ_0: если $arc\ MQ = s$, то $P'N = \rho_0 - s$; точно также $P'A = \rho_0 + s$. Такимъ образомъ имѣемъ (черт. 701а) $pa = pk = pl = MP' = R \,.\, Cotg\, \varphi_0$; $pm = P'N = \rho_0 - s$; $pq = P'A = \rho_0 + s$., гдѣ s либо берется изъ геодезическихъ таблицъ, либо вычисляется, какъ длина дуги меридіана по формулѣ:

$$s = \int_{\varphi_0}^{\varphi} R d\varphi.$$

Для построенія меридіановъ нужно расчитать уголъ δ, который по (1) выражается такъ:

$$\delta = \lambda \,.\, Sin\, \varphi_0.$$

Иногда, вмѣсто того, чтобы чертить большими радіусами ρ_0, $\rho_0 \pm s$, $\rho_0 \pm 2s$, . . . , дуги параллелей и при точкѣ p строить углы δ, 2δ, 3δ, 4δ, . . , опредѣляющіе направленіе меридіановъ, вычисляютъ прямоугольныя координаты x и y точекъ пересѣченія меридіановъ съ параллелями, принимая меридіанъ ap за ось x-овъ, точку a — за начало координатъ и касательную въ точкѣ a къ окружности kl — за ось y-овъ.

Такъ, для точки c (черт. 701а), будемъ имѣть:

$$x = \rho_0 - \rho_0 \,.\, Cos\ 2\delta \text{ и } y = \rho_0 Sin\ 2\delta.$$

Вычислимъ теперь согласно формулъ (2) главные масштабы, имѣя въ виду что, радіусъ ρ любой параллели въ проекціи, какъ было уже показано, равенъ

$$\rho = \rho_0 \pm s = R\, cotg\, \varphi_0 \pm s\,,$$

гдѣ $s = \int_{\varphi_0}^{\varphi} R d\varphi = R(\varphi - \varphi_0)$ и, слѣдовательно,

$$\rho = R[cotg\, \varphi_0 \pm (\varphi - \varphi_0)].$$

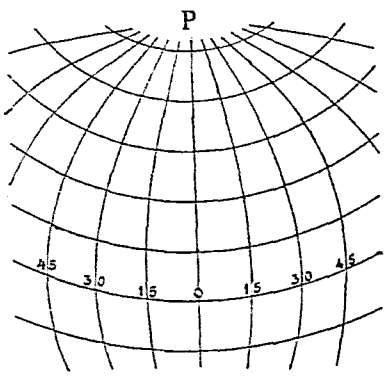
Подставляя это значеніе ρ въ форм. (2), получимъ:

$$m = 1 \text{ и } n = \frac{[cotg\, \varphi \pm (\varphi - \varphi_0)]\ sin \varphi_0}{cos \varphi},$$

откуда видимъ, что *простая коническая проекція не конформна и не эквивалентна.* Масштабъ по меридіану въ ней $m=1$, такъ какъ разности между радіусами параллелей $\rho-\rho_0$ равны выпрямленнымъ дугамъ s меридіана. Масштабъ $n=1$ только на параллели касанія. На другихъ параллеляхъ онъ больше единицы.

Изобрѣтеніе коническихъ проекцій по конусу, касательному къ средней параллели, приписываютъ Клавдію Птоломею, жившему въ Александріи во второмъ столѣтіи. Въ первой книгѣ своей „Географіи" онъ упоминаетъ объ этомъ способѣ представленія тої части земного шара, которая была извѣстна его современникамъ.

§ 376. Проекція Бонна [1]). Эта проекція есть видоизмѣненіе простой конической проекціи. Параллели въ ней чертятся также въ видѣ дугъ концентрическихъ круговъ (черт. 702), отстоящихъ по направленію главнаго меридіана, проходящаго черезъ средину страны, на дѣйствительную величину дугъ меридіана, какъ и въ простой конической проекціи.



Черт. 702.

Радіусъ любой параллели въ этой проекціи, какъ и въ простой конической, будетъ

$$\rho = R[cotg\varphi_0 \pm (\varphi - \varphi_0)],$$

гдѣ R — радіусъ сферы; φ_0 — широта средней параллели изображаемой страны, а φ — широта изображаемой параллели. Средній меридіанъ изображается прямою линіей. Остальные же въ видѣ кривыхъ линій, сходящихся къ полюсу P, какъ это видно на черт. 702.

Чтобы построить меридіанъ, отстоящій отъ средняго на долготу λ, откладываютъ на *каждой параллели проекціи дугъ*, $R\lambda\cos\varphi$, *равныя дугамъ той же параллели на сферѣ* и полученныя точки соединяютъ непрерывною кривою. Вслѣдствіе такого построенія, *въ проекціи Бонна строго сохраняются разстоянія по всѣмъ параллелямъ и по среднему меридіану.* Четыреугольныя фигуры между меридіанами и параллелями становятся тѣмъ косоугольнѣе, чѣмъ дальше лежатъ отъ средняго меридіана и средней параллели, по которой касается конусъ; слѣдовательно, проекція Бонна *не конформна*; очертанія земель въ проекціи, по мѣрѣ удаленія отъ центра карты къ краямъ, болѣе и болѣе обезображиваются, *поверхностное же содержаніе сохраняется строго по всей картѣ*, т. е. проекція Бонна является *эквивалентною* проекціею. Это становится яснымъ, если разсмотрѣть четыреугольники въ проекціи, образованные меридіанами и параллелями; *каждый безконечномалый четыреугольникъ будетъ представлять трапецію, сѣверная и южная стороны которой, по условію проекціи,* (сохраненіе разстояній по параллелямъ), *равны соотвѣтствующимъ длинамъ на земной сферѣ, высоты же трапецій, очевидно, равны выпрямленнымъ дугамъ главнаго меридіана* (перпендикулярнаго къ главной параллели), которыя также по условію проекціи,

[1]) Называется также исправленной эквивалентной проекціей Флемстида (на цилиндрѣ), у которой параллельные круги чертятся въ видѣ прямыхъ линій.

равны дугамъ меридіановъ на земной сферѣ и, слѣдовательно, площадь такой трапеціи, равная полусуммѣ параллельныхъ сторонъ на высоту,— сохранитъ свою величину на картѣ.

Проекція Бонна считается самой распространенной. Въ ней лучше всего изображаются страны подъ средними широтами, гдѣ она, будучи строго равновеликой, довольно хорошо сохраняетъ и подобіе фигуръ.

Въ этой проекціи издана большая карта Франціи, обнимающая пространство въ 6° по широтѣ и 12° по долготѣ.

Въ той же проекціи издается наша военно-топографическая карта Европейской Россіи въ масштабѣ 3 версты въ дюймѣ, обнимающая пространство въ 24° по широтѣ и 40° по долготѣ. Конусъ касается параллели 55°. Изданіе началось съ 1847 года и имѣетъ свыше 500 листовъ, представляющихъ прямоугольники въ $22{,}_{5} \times 16$ дюймовъ. Сѣтка меридіановъ и параллелей проведена черезъ 20′. Разстоянія искажаются до 2%, а прямые углы вмѣсто 90° представляются искаженными до 88° и 92°.

§ **377. Проекція Гаусса** относится къ конформнымъ коническимъ проекціямъ; она является лишь частнымъ случаемъ болѣе общей задачи, рѣшенной Гауссомъ,— *объ изображеніи одной поверхности на другой съ сохраненіемъ подобія въ безконечно малыхъ частяхъ*. Условіе конформности выражается равенствомъ масштабовъ: $m = n$, а потому на основаніи форм. (2) будемъ имѣть:

$$-\frac{d\rho}{d\varphi} = \frac{\rho \sin\varphi_0}{R\cos\varphi}$$

или

$$\frac{d\rho}{\rho} = \sin\varphi_0 \frac{d\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)}.$$

Обозначивъ для краткости $\sin\varphi_0 = \alpha$, и интегрируя, получимъ:

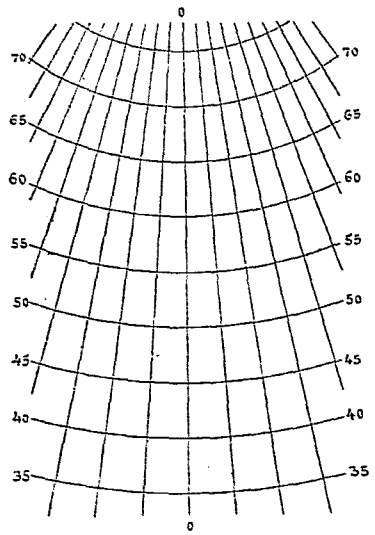
$$lg\rho = \alpha \,.\, lg\, tg\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) + lgC,$$

гдѣ lgC — постоянное интеграціи, или

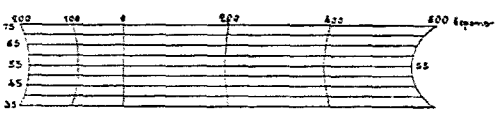
$$\rho = C \,.\, tg^{\alpha}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right).$$

Подставляя найденное значеніе ρ въ выраженіе масштаба, легко усмотрѣть, что онъ имѣетъ наименьшее значеніе на параллели φ_0. Въ точкахъ, лежащихъ къ сѣверу и югу отъ этой параллели, масштабъ будетъ имѣть большія значенія. Зона, прилегающая къ параллели съ широтой φ_0 изобразится безъ искаженія, такъ какъ масштабъ въ этой части почти не мѣняется. Хотя въ конической проекціи Гаусса параллели также представляются въ видѣ дугъ концентрическихъ круговъ и меридіаны въ видѣ прямыхъ линій, проходящихъ черезъ общій центръ этихъ круговъ, и, слѣдовательно, хотя она и представляетъ собою также резвернутую на плоскости поверхность

нѣкотораго прямого конуса, но отъ обыкновенной конической проекціи она отличается тѣмъ, что параллели проводятся *не на равномъ разстояніи между собой;* разстоянія эти *постепенно увеличиваются* отъ экватора къ полюсу (черт. 703); при этомъ соблюдается условіе, чтобы подъ каждой широтой *отношеніе длины дуги меридіана къ прилегающей къ ней дугѣ параллели было бы то же самое, какъ и на поверхности земного шара.* Вслѣдствіе этого условія въ проекціи Гаусса и сохраняется подобіе очертаній во всѣхъ мѣстахъ карты, а параллели должны идти, расходясь къ краямъ карты. Масштабъ же карты измѣняется вмѣстѣ съ широтою мѣста, но *отъ долготы не зависитъ.* А, потому можно построить масштабы для различныхъ параллелей и брать по нимъ разстоянія по картѣ почти такъ же, какъ по плану. На черт. 704 построенъ масштабъ для конформной конической проекціи, въ которой принято $\varphi_0 = 55°$. Эта проекція также имѣетъ большое распространеніе. Она особенно удобна для странъ, растянутыхъ по параллели, какъ Россійская имперія.

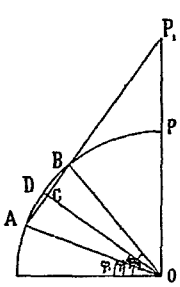


Черт. 703.


Черт. 704.

II. Проекція на сѣкущемъ конусѣ. Вмѣсто касательнаго конуса въ коническихъ проекціяхъ берутъ часто сѣкущій конусъ, проходящій черезъ двѣ какія-нибудь параллели изображаемаго участка.

Жераръ Меркаторъ, извѣстный изобрѣтатель „картъ приведенныхъ", предложилъ для картъ спеціальныхъ замѣнить *конусъ касательный* къ сферѣ *конусомъ пересѣкающимъ* ее по двумъ параллелямъ, притомъ избираемымъ, по предложенію Эйлера, такъ, чтобы искаженіе въ центрѣ и на краяхъ карты было наименьшимъ.



Черт. 705.

Пусть образующая ABP_1 конуса (черт. 705) пересѣкаетъ земную сферу въ двухъ точкахъ A и B, т. е. конусъ пересѣкаетъ сферу по двумъ параллелямъ подъ широтами φ_1 и φ_2. Для опредѣленія длины $AP_1 = \rho$ образующей конуса опустимъ изъ центра O сферы на хорду AB перпендикуляръ OCD и, принимая во вниманіе, что уголъ $AOB = \varphi_2 - \varphi_1$, напишемъ непосредственно изъ $\triangle AP_1O$ равенство

$$\frac{AP_1}{AO} = \frac{Sin\ AOP_1}{Sin\ AP_1O},$$

или

$$\rho = R \cdot \frac{Cos\ \varphi_1}{Sin\ \varphi_0},$$

гдѣ $R = OA$, и $\frac{1}{2}(\varphi_2 + \varphi_1) = \varphi_0$ есть широта точки D.

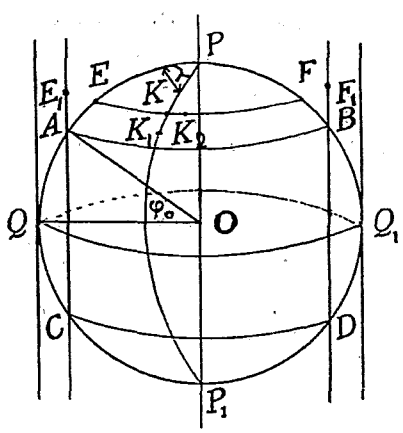
При построеніи конической проекціи на сѣкущемъ конусѣ поступаютъ такъ: избравъ, сообразно съ длиною AP_1, полюсъ P_1, описываютъ изъ него, какъ изъ центра, дугу радіусомъ ρ, а затѣмъ дугу радіусомъ $P_1B = \rho - AB$, гдѣ хорда $AB = 2AC = 2R \,.\, Sin\,{}^1/_2\,(\varphi_2 - \varphi_1)$. Раздѣливъ затѣмъ отрѣзокъ (хорду) AB на то же число частей, какое заключается въ *arc* AB (если *arc* $AB = 30°$ и параллели проводятся, напр., черезъ 5° широты, то на 6 частей), проводятъ черезъ точки дѣленія дуги, концентрическія къ первымъ двумъ, чрезъ что на картѣ получатся изображенія параллелей. Для проведенія меридіановъ опредѣляютъ уголъ δ между меридіанами на проекціи по данной ихъ разности долготъ λ на сферѣ изъ равенства $\delta \,.\, AP_1 = \lambda \,.\, R \,.\, Cos\varphi_1$, гдѣ $R \,.\, Cos\varphi_1 = r_1$ есть радіусъ параллели точки A; т. е. получаютъ δ въ видѣ

$$\delta = \frac{\lambda \,.\, R \,.\, Cos\,\varphi_1}{R : \frac{Cos\,\varphi_1}{Sin\,\varphi_0}} = \lambda \,.\, Sin\,\varphi_0.$$

Делиль при построеніи карты Европейской Россіи, изданной въ 1745 г., въ масштабѣ 34 версты въ дюймѣ (размѣстившейся на 13 большихъ листахъ) *видоизмѣнилъ* эту проекцію тѣмъ, что, вмѣсто хорды AB, взялъ дугу AB, т. е. принялъ радіусъ $P_1B = AP_1 - arc.\ AB$. Кромѣ того, конусъ сѣкущій былъ взятъ не по крайнимъ параллелямъ 40° и 70°, между которыми размѣщается Европейская Россія, а по параллелямъ $47^1/_2°$ и $62^1/_2°$, равно удаленнымъ какъ отъ средней параллели 55°, такъ и отъ двухъ крайнихъ 40° и 70°. *Меркаторъ* еще ранѣе Делиля построилъ подобную же карту для Европы, взявъ сѣкущій конусъ по параллелямъ 40° и 60°.

Цилиндрическія проекціи.

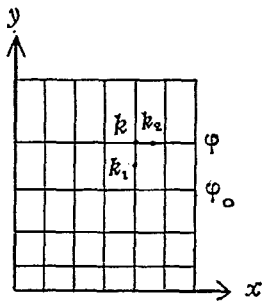
§ 378. Общее понятіе о цилиндрическихъ проекціяхъ. Предположимъ, что ось нѣкотораго цилиндра совпадаетъ съ осью земли PP_1 (черт. 706). Пусть цилиндръ этотъ пересѣкаетъ сферу по двумъ параллелямъ AB и CD или касается по линіи экватора QQ_1. Тогда плоскости меридіановъ пересѣкутъ поверхность цилиндра по его образующимъ и на развернутой на плоскость поверхности цилиндра представятся параллельными прямыми. Параллель сѣченія или касанія съ широтою φ_0 развернется въ натуральную величину (безъ искаженія) и изобразится прямою, перпендикулярною къ меридіанамъ.



Черт. 706.

Если будемъ проектировать меридіаны, проведенные черезъ одинъ и тотъ же промежутокъ по долготѣ, то на плоскости эти меридіаны изобразятся равноотстоящими прямыми (черт. 707).

Каждую точку въ цилиндрической проекціи будемъ опредѣлять прямоугольными координатами x и y, при чемъ за ось абсциссъ примемъ прямую, изображающую экваторъ, а за ось ординатъ — изображеніе меридіана, отъ котораго ведется счетъ долготъ (черт. 707). Такъ, если черезъ данную точку проходитъ меридіанъ, отстоящій отъ центральнаго на долготу λ, то координаты этой точки будутъ:



Черт. 707.

$$x = R\cos\varphi_0 \cdot \lambda, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

такъ какъ дуга параллели φ_0 между обоими меридіанами на сферѣ будетъ равна $R\cos\varphi_0 \cdot \lambda$, но эта параллель развертывается въ натуральную величину, слѣдовательно, разстояніе между тѣми же меридіанами на картѣ будетъ тоже $R\cos\varphi_0\lambda$;

и

$$y = f(\varphi),$$

гдѣ видъ функціи f зависитъ отъ характера цилиндрической проекціи. Перпендикулярные между собою въ данной точкѣ элементы, принадлежащіе меридіану и параллели на сферѣ, изобразятся въ этой проекціи элементами соотвѣтственно параллельными осямъ x-овъ и y-ковъ, а потому направленія по меридіану и по параллели въ цилиндрической проекціи будутъ главными въ данной точкѣ. Опредѣленіе масштабовъ m и n по этимъ направленіямъ производится такъ же, какъ и въ предыдущихъ проекціяхъ. Чтобы опредѣлить главный масштабъ m по меридіану, вообразимъ на немъ точку K_1 безконечно близкую къ K (черт. 706). Пусть ея изображеніе будетъ k_1 (черт. 707). Тогда, если широту точки K назовемъ φ, а радіусъ сферы R, то

$$KK_1 = Rd\varphi$$

а изображеніе этого отрѣзка на картѣ, очевидно, будетъ:

$$kk_1 = dy,$$

гдѣ y — ордината на картѣ точки k, а потому

$$m = \frac{kk_1}{KK_1} = \frac{dy}{Rd\varphi} = \frac{1}{R}\frac{dy}{d\varphi} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Подобнымъ образомъ, взявъ на параллели точки K безконечно близкую къ ней точку K_2, которая изобразится въ k_2, и называя долготу точки K черезъ λ, будемъ имѣть:

$$KK_2 = R\cos\varphi \; d\lambda \text{ (какъ дуга параллели)}$$

и

$$kk_2 = dx,$$

гдѣ x — абсцисса на картѣ точки k, слѣдовательно,

$$n = \frac{kk_2}{KK_2} = \frac{R\cos\varphi_0 \; d\lambda}{R\cos\varphi \; d\lambda} = \frac{\cos\varphi_0}{\cos\varphi} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Величина n получилась, какъ вполнѣ опредѣленная функція широты φ, внѣ зависимости отъ характера цилиндрической проекціи.

Разсмотримъ нѣкоторые виды цилиндрическихъ проекцій:

§ **379. Простая цилиндрическая проекція.** Пусть AB (черт. 706) параллель сѣченія съ широтою φ_0. Для изображенія параллели EF съ нѣкоторой широтой φ будемъ откладывать по образующей цилиндра отъ параллели сѣченія разстоянія, равныя выпрямленной дугѣ меридіана между соотвѣтствующими параллелями, т. е.

$$AE_1 = BF_1 = s = \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} Rd\varphi = R(\varphi_1 - \varphi_0),$$

и черезъ точки E_1F_1 проведемъ плоскость, параллельную основанію цилиндра; пересѣченіе ея съ поверхностью цилиндра представитъ изображеніе параллели EF. Подобнымъ образомъ строимъ изображенія и другихъ параллельныхъ круговъ, проведенныхъ черезъ опредѣленное число градусовъ по широтѣ, смотря потому, какъ часто желаемъ на проекціи провести дуги параллелей.

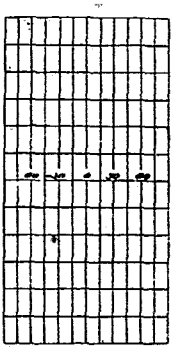
Меридіаны, въ этой проекціи, какъ и во всякой вообще цилиндрической проекціи, представятся рядомъ параллельныхъ прямыхъ.

Если меридіаны и параллели мы пожелаемъ провести черезъ каждые 10°, то всѣ разстоянія между меридіанами въ проекціи, согласно формулы (1) будутъ равны между собою и равны

$$R\cos\varphi_0 10^\circ \sin 1^\circ = R\cos\varphi_0 \frac{10}{57.3},$$

и такъ какъ для построенія параллелелей мы откладывали по меридіану выпрямленныя его дуги, то, ясно, что въ этой проекціи $m = 1$ и разстоянія между параллелями на сферѣ перенесутся на цилиндръ безъ измѣненія длины и будутъ равны $R\varphi$, а потому

$$R\varphi = R\frac{10}{57.3}.$$



Черт. 708.

Масштабъ по параллели n мѣняется, но подъ широтою φ_0 $n = 1$, ибо соотвѣтствующая ей параллель сѣченія переносится на цилиндръ безъ искаженія длины. Чѣмъ ближе къ полюсу, тѣмъ n возрастаетъ сильнѣе и на полюсѣ $n = \infty$. Слѣдовательно, по мѣрѣ удаленія къ полюсу контуры будутъ растягиваться съ востока на западъ. Меридіаны и параллели, въ этой проекціи представятъ сѣть равныхъ прямоугольниковъ, отчего эту проекцію называютъ еще *прямоугольною* (черт. 708). Въ частномъ случаѣ, при $\varphi_0 = 0$, (цилиндръ касается сферы по экватору) прямоугольники превращаются въ квадраты и проекція называется *квадратной*. Эта проекція пригодна лишь для экваторіальныхъ странъ. Изъ предыдущаго видно, что эта проекція не сохраняетъ ни равенства площадей, ни подобія очертаній.

§ **380. Изоцилиндрическая проекція** получается изъ условія эквивалентности $m \cdot n = Const$, которое на основаніи (2) и (3) формулъ представится въ видѣ:

$$\frac{1}{R} \cdot \frac{dy}{d\varphi} \frac{Cos\,\varphi_0}{Cos\,\varphi} = Const.$$

Или

$$dy = K\,Cos\,\varphi\ d\varphi,$$

гдѣ K — постоянное число интеграціи въ предѣлахъ отъ 0 до φ и

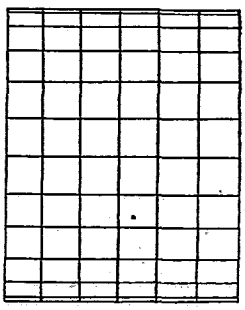
$$y = K\,Sin\,\varphi.$$

Разстояніе же между меридіанами x, по прежнему, будетъ:

$$x = R\,Cos\,\varphi_0\,\lambda.$$

Такъ какъ $m \cdot n = 1$, то $m = \frac{Cos\,\varphi}{Cos\,\varphi_0}$,

откуда видно, что масштабъ по меридіану уменьшается по мѣрѣ удаленія къ сѣверу и югу отъ экватора, гдѣ $m = 1$. На полюсахъ, $m = 0$; масштабъ $n = \frac{Cos\,\varphi_0}{Cos\,\varphi}$, наоборотъ, увеличивается съ возрастаніемъ φ и на полюсахъ $n = \infty$. Слѣдовательно, сѣверныя и южныя страны будутъ сжаты въ меридіанномъ направленіи и вытянуты въ направленіи параллелей. Такая проекція хороша только для экваторіальныхъ странъ, гдѣ m и n близки къ единицѣ и мѣняются медленно, и гдѣ, слѣдовательно, проекція кромѣ эквивалентности будетъ въ достаточной мѣрѣ отвѣчать и условію конформности. Сѣтка меридіановъ и параллелей въ этой проекціи представлена на черт. 709.



Черт. 709.

§ **381. Проекція Меркатора.** Примемъ въ цилиндрической проекціи $\varphi_0 = 0$ (цилиндръ касается сферы по линіи экватора) и выберемъ функцію $y = f(\varphi)$ такъ, чтобы проекція была равноугольной. Условіе конформности $m = n$, при $\varphi_0 = 0$, на основаніи формулъ (1) и (2) представится въ видѣ:

$$\frac{1}{R} \frac{dy}{d\varphi} = \frac{1}{Cos\,\varphi} \text{ или } dy = R \frac{d\varphi}{Cos\,\varphi}$$

По интеграціи въ предѣлахъ отъ 0 до φ, получимъ:

$$y = R\,lg\,tg\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right).$$

Абсцисса x по прежнему, (1), будетъ:

$$x = R\,Cos\,\varphi_0\ \lambda = R\lambda;$$

и

$$m = n = \frac{1}{Cos\,\varphi}.$$

Изъ этихъ равенствъ слѣдуетъ, что разстояніе между меридіанами въ проекціи равно длинѣ дуги экватора между соотвѣтствующими меридіанами. Разстоянія же dy между параллелями все болѣе увеличиваются по мѣрѣ удаленія отъ экватора къ полюсамъ. Если параллели и меридіаны будемъ проводить на картѣ черезъ 15°, то

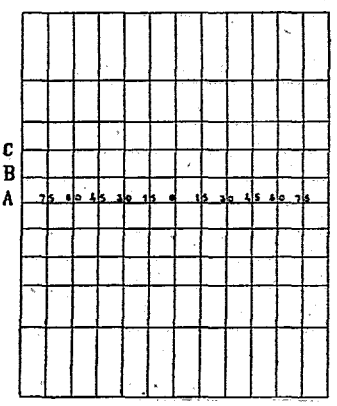
$$dy = R\frac{15^\circ}{Cos\,\varphi}Sin\,1^\circ = R\frac{15}{57.3\,Cos\,\varphi}$$

и

$$dx = R\frac{15}{57{,}3}$$

Для полюса $\varphi = \frac{\pi}{2}$ и $y = \infty$, т. е. полюсъ въ проекціи меркатора изображается безконечно удаленной прямой.

На параллели сѣченія $m = n = \frac{1}{Cos\varphi_0} = 1$, и она проектируется безъ искаженія. По мѣрѣ удаленія къ полюсамъ масштабы m и n увеличиваются и на полюсахъ $m = n = \infty$. Слѣдовательно, сѣверныя и южныя страны будутъ вытянуты по обоимъ направленіямъ. Сѣтка меридіановъ и параллелей въ этой проекціи изображена на черт. 710.



Черт. 710.

Меридіаны представляются въ видѣ *равноотстоящихъ* параллельныхъ *прямыхъ линій*; параллели же имѣютъ видъ прямыхъ, перпендикулярныхъ къ меридіанамъ, но разстоянія между которыми *возрастаютъ* также, какъ и въ проекціи Гаусса, по мѣрѣ удаленія отъ экватора. *Разстоянія на картѣ не представляютъ по длинѣ соотвѣтствующихъ разстояній на мѣстности,* и масштабъ, и площадь измѣняются на картѣ весьма быстро.

Если въ проекціи Меркатора требуется построитъ карту страны, заключенной между сѣверной и южной параллелями съ широтами φ_n и φ_s, то широту φ_0 параллели сѣченія выбираютъ такъ, чтобы

$$\varphi_0 = \frac{\varphi_n + \varphi_s}{2}$$

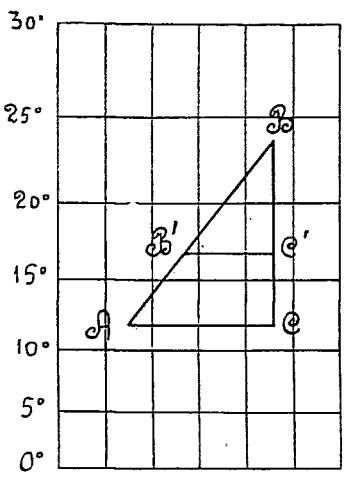
и линейный масштабъ, т. е. величину уменьшенія контуровъ карты на этой параллели, называемый *главнымъ*, выражаютъ обыкновенно круглымъ числомъ, напр., 50 верстъ въ дюймѣ. Тогда любая дуга сферы S, равная на цилиндрѣ $S.m$, на картѣ должна быть уменьшена въ N разъ, гдѣ $N = 50 \times \times 500 \times 84$, т. е. будетъ равна $\frac{S.m}{N} = S:\frac{N}{m}$.

Очевидно, на средней параллели, для которой $m = 1$, уменьшеніе будетъ въ точности равно N; къ сѣверу же отъ нея m будетъ больше единицы

и уменьшеніе $\frac{N}{m}$ выйдетъ меньше, т. е. контуры будутъ крупнѣе. Если, напримѣръ, для параллели φ_n, $m = 1{,}_{12}$, то линейный масштабъ здѣсь уже будетъ 50 верстъ въ $1{,}_{12}$ дюйма.

Наоборотъ, для параллелей, лежащихъ южнее φ_0, для которыхъ $m < 1$, уменьшеніе $\frac{N}{m}$ будетъ больше и контуры выйдутъ мельче. Если, напр., для параллели φ_s, $m = 0.91$, то линейный масштабъ на этой параллели будетъ 50 верстъ въ 0.91 дюйма.

Отличительное свойство этой проекціи состоитъ въ томъ, что *всякая линія на сферѣ, пересѣкающая всѣ меридіаны подъ однимъ и тѣмъ же угломъ*, такъ называемая *локсодромія* изобразится въ проекціи въ видѣ прямой. Это свойство весьма важно для моряковъ, которые, опредѣляя направленіе пути своего судна по компасу, весьма удобно могутъ наносить его на карту въ видѣ прямой линіи. Поэтому-то проекція Меркатора и употребляется преимущественно для составленія морскихъ картъ. Для измѣренія, т.-е. для полученія истинной длины разстоянія по широтѣ, напр., BC, слѣдуетъ сперва взять и прочесть на картѣ разность широтъ конечныхъ его точекъ, а затѣмъ по главному шасштабу (на экваторѣ) взять длину, соотвѣтствующую *числу* градусовъ (или минутъ) въ разности широтъ. Подобнымъ же образомъ, для опредѣленія разстоянія, напр., AB (черт. 711) подъ любымъ азимутомъ α на картѣ, нужно сперва отмѣтить *путь BC по широтѣ* и помнить, что AB и BC — лишь только *изображенія* истиннаго пути и пути по широтѣ; чтобы найти длину истиннаго пути необходимо, прочтя число градусовъ, заключающихся между параллелями точекъ C и B, взять его по главному масштабу и отложивъ его отъ B въ видѣ BC' графически (построивъ подобный треугольникъ) *наѣѣтить* истинную длину $B'B$ пути на данномъ направленіи AB корабля, которую, т.-е. $B'B$ и измѣрить по главному масштабу.



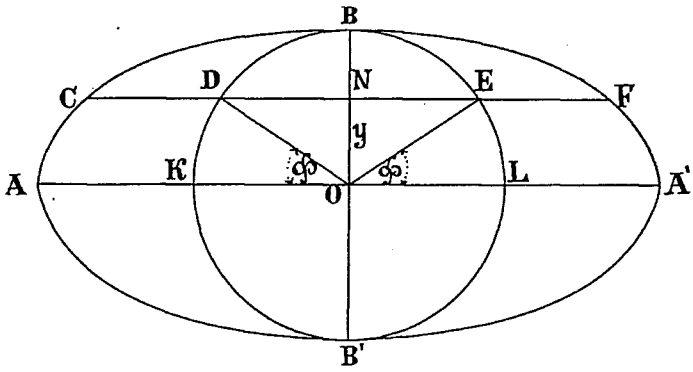
Черт. 711.

A—точка отбытія.
B— „ прибытія.
AB—изображеніе пути корабля.
BC—изображеніе пути по широтѣ.
AC—изображеніе пути по долготѣ.
BC'-дѣйствительное разстояніе по широтѣ между точками *B* и *C*.
BB'-дѣйствительная длина пути корабля.

Разсмотримъ еще одну изъ наиболѣе замѣчательныхъ эквивалентныхъ проэкцій.

§ 382. Проекція Мольвейде (Бабине). Предложенная нѣмецкимъ математикомъ *Мольвейде* и усердно рекомендованная французскимъ ученымъ *Бабине*, проекція имѣетъ въ виду сохраненіе площадей и, слѣдовательно, относится къ разряду *эквивалентныхъ*. На ней поверхность P земной

сферы радіуса r, т. е. $P = 4\pi r^2$, изображается въ видѣ площади Q эллипса $ABA'B$ (черт. 712), *большая ось* $AA' = 2a$ *вдвое болѣе малой его оси* $BB' = 2b$; вслѣдствіе чего $AA' : BB' = 2a : 2b = 2$ или $a = 2b$, а площадь эллипса $Q = \pi ab = 2\pi b^2$; но такъ какъ, по условію проекціи, $Q = P$, то $2\pi b^2 = 4\pi r^2$; отсюда получаемъ, что $b = r\sqrt{2}$.



Черт. 712.

Если затѣмъ изъ центра O эллипса опишемъ кругъ $KBLB'$ радіусомъ b, то площадь его $F = \pi b^2 = 2\pi r^2$ изобразитъ поверхность одного какого-либо земного полушарія, части же эллипса $ABKB'A$ и $BA'B'LB$ (въ видѣ крыльевъ слѣва и справа отъ круга) вмѣстѣ взятыя на эллипсѣ, изобразятъ другое полушаріе. Параллельные круги сферы въ проекціи изображаются въ видѣ прямыхъ, напр., CF, параллельныхъ большой оси AA' эллипса (изображающей экваторъ). Для проведенія параллелей въ проекціи опредѣлимъ разстояніе ея $ON = y$ отъ экватора $AKLA'$. Для этого соединимъ центръ O эллипса съ точками E и D пересѣченія параллели CF съ кругомъ; углы DOK и $EOL = \varphi$ будутъ соотвѣтствовать широтѣ φ параллельнаго круга на земной сферѣ. Изъ чертежа имѣемъ, что $ON = OE \,.\, Sin\ \varphi$ или, согласно принятыхъ обозначеній, $y = b\ Sin\ \varphi$. Въ этомъ равенствѣ φ остается пока неизвѣстнымъ; найдемъ соотношеніе между φ и широтою φ; для этого опять обратимся къ условію проекціи, преслѣдующему сохраненіе площадей, т. е. приравняемъ площадь $KDELK$ поверхности *половины* земного пояса, заключающагося между экваторомъ и параллельнымъ кругомъ подъ широтою φ. Площадь $KDELK = KDO + EDO + EOL$, т.-е. площадь кругового пояса будетъ = двойной площади кругового сектора KDO + двойная площадь треугольника ONE; $KDELK = 2 \,.\, \varphi \,.\, b \,.\, \frac{b}{2} + 2 \,.\, \frac{ON \,.\, ND}{2} = \varphi b^2 + b^2\ Sin\ \varphi \,.\, Cos\ \varphi$ или $KDELK = r^2(2\varphi + Sin\ 2\varphi)$.

Поверхность же сферической полузоны подъ широтою φ выразится такъ: $\frac{1}{2} \,.\, 2\pi r \,.\, O'N'$, гдѣ $O'N'$ будетъ стрѣлка зоны, т. е. разстояніе отъ центра N' круга параллели до центра O' сферы, $O'N' = r \,.\, Sin\ \varphi$. Вслѣдствіе условія сохраненія площадей имѣемъ равенство $r^2(2\varphi + Sin\ 2\varphi) = \pi \,.\, r^2 \,.\, Sin\ \varphi$ или $2\varphi + Sin\ 2\varphi = \pi \,.\, Sin\ \varphi$. Нахожденіе φ по данному φ по этому трансцендентному уравненію будетъ нѣсколько затруднительно, а потому прибѣгаютъ или 1) къ вычисленію φ по выбранному φ и подбираютъ по ряду вычисленныхъ значеній *путемъ интерполяціи* новыя значенія φ, соотвѣтствующія круглымъ числамъ градусовъ φ, напр., $\varphi = 0°, 5°, 10°, 15°, \ldots, 85°, 90°$, или 2) попагаютъ $\varphi = \varphi' + \Delta$, т. е. берутъ для φ нѣкоторое *при-*

ближенное значеніе ϕ' и ищутъ къ нему *поправку* Δ. Очевидно, что значенію ϕ' будетъ соотвѣтствовать на сферѣ своя широта φ', т. е. будетъ существовать равенство:

$$2\phi' + Sin\ 2\phi' = \pi\ .\ Sin\,\varphi' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\phi')$$

Напишемъ равенство:

$$2\phi + Sin\ 2\phi = \pi\ Sin\ \varphi$$

въ видѣ $2(\phi' + \Delta) + Sin\ (2\phi' + 2\Delta) = \pi\ .\ Sin\ \varphi.$

Вычитая отсюда равенство $(\phi)'$, получимъ:

$$2\Delta + Sin\ 2(\phi' + \Delta) - Sin\ 2\phi' = \pi\ Sin\ \varphi - \pi\ Sin\ \varphi'$$

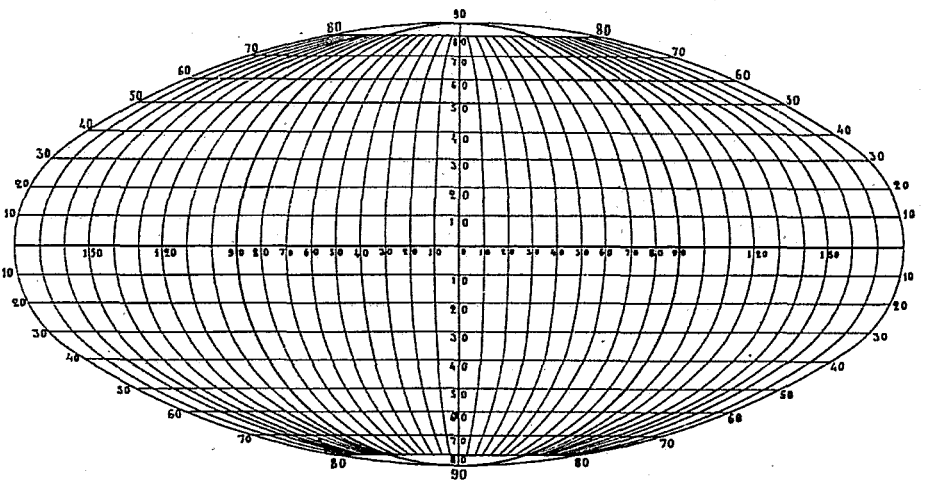
или $2\Delta + 2\ Sin\ \Delta\ .\ Cos\ (2\phi' + \Delta) = \pi\ .\ Sin\,\varphi - \pi\ .\ Sin\,\varphi'.$

Принимая теперь $Sin\ \Delta = \Delta$ и $Cos\ (2\phi' + \Delta) = Cos\,2\phi'$,

будемъ имѣть $2\Delta + 2\Delta\ Cos\ 2\phi' = \pi\ Sin\,\varphi - \pi\ Sin\,\varphi'$,

откуда $\Delta = \dfrac{\pi\ Sin\ \varphi - \pi\ Sin\ \varphi'}{2(1 + Cos\ 2\phi')} = \dfrac{\pi\ Sin\ \varphi - \pi\ Sin\ \varphi'}{4\ Cos^2\phi'}$ . . . . . (Δ)

Для вычисленія Δ поступаемъ такъ: беремъ для ϕ приближенное значеніе ϕ', напримѣръ, полагаемъ $\phi'_1 = \varphi$ и находимъ по раверству (ϕ') величину $\pi\ Sin\ \varphi'$, а затѣмъ уже находимъ Δ по равенсту (Δ). Придавая найденное Δ къ $\phi'_1 = \varphi$, находятъ новое приближенное значеніе для ϕ, т. е. $\phi'_1 + \Delta = \phi'_2$, съ нимъ вновь идутъ въ равенство (ϕ') и повторяютъ *пріемъ послѣдовательныхъ вычисленій* ϕ до тѣхъ поръ, пока Δ перестанетъ замѣтно измѣняться [1]). Для построенія меридіановъ каждую хорду, изображающую параллель, дѣлятъ на одно и то же число равныхъ частей и черезъ соотвѣтствующія точки проводятъ кривыя, которыя и будутъ меридіаны (въ видѣ эллипсовъ). Общій видъ проекціи помѣщенъ на черт. 713.



Черт. 713.

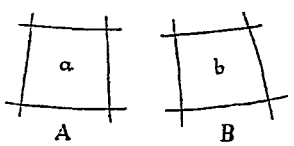
[1]) Если вычисленіе ведется при помощи логарифмовъ, то до тѣхъ поръ, пока перестанетъ мѣняться послѣдній знакъ.

§ 383. Графическая сѣть трапецій и квадратовъ. *Многогранная система Мюфлинга.* Составленіемъ картъ въ Россіи завѣдываетъ Военное Вѣдомство, а именно Военно-Топографическій Отдѣлъ Главнаго Штаба. Военные топографы занимаются такъ называемою Государственною съемкою, производимою съ помощью мензулы. Чтобы произвести мензульную съемку большого участка земной поверхности, горизонтальное проложеніе котораго не можетъ быть принято за плоскость, основывая эту съемку на пунктахъ тригонометрической сѣти, воображаютъ снимаемый участокъ разбитымъ на четыреугольники, кривизной которыхъ можно было-бы пренебречь безъ чувствительной погрѣшности и поверхности ихъ можно было бы считать за плоскости. Иначе говоря — сферическую поверхность земли замѣняютъ поверхностью нѣкотораго многогранника. Предложеніе это сдѣлано прусскимъ геодезистомъ *Мюфлингомъ* и съ 1848 года принято въ Россіи. Понятно, что отдѣльныя изображенія этихъ четыреугольниковъ можно соединить на бумагѣ въ одно цѣлое, прикладывая ихъ другъ къ другу въ такомъ порядкѣ, въ какомъ они расположены на земной поверхности. Такое воображаемое дѣленіе мѣстности на четыреугольники называется *графическою сѣтью.* Существуютъ сѣти (графическія) двухъ родовъ:

1) *Графическая сѣть трапецій*, когда изображаемая страна дѣлится на трапеціи, ограничивающіяся съ сѣвера и съ юга дугами параллельныхъ круговъ, а съ запада и востока — дугами меридіановъ и 2) *графическая сѣть квадратовъ*, когда страна дѣлится на четыреугольники, ограниченные съ запада и востока дугами круговъ, параллельныхъ среднему меридіану страны, а съ сѣвера и юга дугами большихъ круговъ, перпендикулярныхъ къ среднему меридіану и, слѣдовательно, пересѣкающихся въ точкахъ запада и востока. Сѣть трапецій употребляется тогда, когда для точекъ тригонометрической сѣти даны (вычислены) *географическія координаты*, т. е. широты и долготы. Если же для точекъ тригонометрической сѣти снимаемой мѣстности вычислены *прямоугольныя сферическія координаты* X и Y, какъ это, напр., принято въ Баваріи, при точныхъ межевыхъ или кадастровыхъ работахъ, то для изображенія снимаемой мѣстности употребляютъ *сѣть квадратовъ*. Названіе „сѣть квадратовъ“ не вполнѣ правильно, такъ какъ сѣть квадратовъ, въ сущности, та же сѣть трапецій, но только какъ бы повернутая на 90°: *въ сѣти трапецій*, образуемой меридіанами и параллельными кругами, имѣются двѣ постоянныя точки, въ которыхъ сходятся меридіаны — сѣверный и южный полюсы; дуги параллельныхъ экватору круговъ пересѣкаютъ меридіаны подъ прямыми углами и образуютъ (съ меридіанами) сѣтку трапецій; *въ сѣти квадратовъ* одинъ меридіанъ, проходящій черезъ средину страны (*начало координатъ*), принимается за главный (въ сѣти трапецій ему соотвѣтствуетъ экваторъ); его считаютъ за ось X-овъ; перпендикулярно къ нему проводятъ дуги большихъ круговъ; всѣ они пересѣкаются между собою на западѣ и на востокѣ (въ сѣти трапецій имъ соотвѣтствуютъ меридіаны и точки сѣвера и юга); одинъ изъ этихъ большихъ круговъ, проходящій черезъ начало координатъ, называютъ осью Y-овъ; малые круги, параллельные главному меридіану, пересѣкаютъ большіе круги подъ прямыми углами и образуютъ съ

ними сѣтку квадратовъ (строго говоря, тоже сѣтку трапецій). Положеніе любой точки на сферѣ опредѣляется двумя *взаимно перпендикулярными дугами большихъ круговъ*, изъ которыхъ одна (абсцисса X) берется по главному меридіану, а другая (ордината *Y*) по перпендикуляру, проходящему черезъ данную (опредѣляемую) точку. Для счета *X* и *Y* устанавливаются четыре четверти *NO*, *SO*, *SW* и *NW*. Въ Баваріи *X*-ы считаютъ положительными къ югу, а *Y*-и — положительными къ западу. Разстояніе по главному меридіану, между большими кругами, къ нему перпендикулярными, а также между малыми параллельными кругами въ Баваріи берется въ 8000 баварскихъ футовъ, т. е. около $2_{,5}$ верстъ. Широты и долготы принято выражать въ градусной мѣрѣ, а *X* и *Y* — въ линейной (въ футахъ).

Въ Россіи принята сѣть трапецій, и каждый планшетъ мензульной съемки представляетъ равнобокую трапецію, ограниченную двумя дугами меридіановъ, содержащими цѣлое число минутъ, и двумя дугами параллелей, также заключающими въ себѣ одно и то же число минутъ, хотя и неравное числу минутъ въ дугахъ меридіановъ. Числа эти зависятъ отъ масштаба и географической широты снимаемаго пространства. Въ сѣверной Россіи для съемокъ полуверстового масштаба $\frac{1}{21000}$ меридіанныя дуги берутся черезъ 6′, а по параллелямъ—черезъ 12′, что составляетъ трапеціи, очень близкія къ квадратамъ, имѣющимъ около 20 дюймовъ въ сторонѣ: т. е. сторонѣ мензульнаго планшета; въ средней Россіи по долготѣ (по параллелямъ) дуги берутся въ 9′ и по широтѣ (по меридіанамъ) въ 5′, что составляетъ трапеціи, близкія къ квадратамъ въ 17 дюймовъ въ сторонѣ. Если на земной поверхности имѣется нѣкоторая криволинейная трапеція *B* (черт. 714), то соотвѣтствующую ей трапецію отдѣльнаго съемочнаго планшета на бумагѣ нужно считать прямолинейною. При указанныхъ размѣрахъ уклоненіе дугъ отъ соотвѣтствующихъ имъ хордъ меньше точности графическаго построенія длинъ линій на бумагѣ; такъ, для широты $\varphi = 60°$ и $\lambda = 12'$, величина Δ, равная разности между дугою параллели и хордою, оказывается менѣе 0,002 сажени; а отклоненіе *h* средины дуги отъ середины хорды (стрѣлка дуги) менѣе 2 саженъ, что, при масштабѣ 250 саженъ въ дюймѣ, даетъ для *h* лишь 0,008, а для Δ — 0,000008 дюйма, т. е. неуловимыя глазомъ величины.

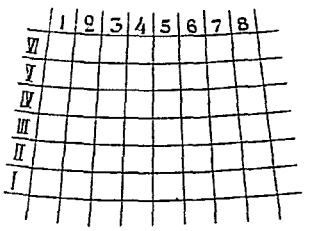


Черт. 714.

Въ Пруссіи принятъ масштабъ $\frac{1}{25000}$, т. е. нѣсколько болѣе, чѣмъ $^1/_2$ версты въ 1 дюймѣ; стороны трапеціи по направленію меридіановъ равны 6′, а по направленію параллелей — 10′. Трапеція, стороны которой по направленію параллелей равны 1° долготы, а по направленію меридіановъ равны 1° широты, называется *градуснымъ отдѣленіемъ* или *секціей* и содержитъ 60 вышеприведенныхъ трапецій. Секціи, на которыя разбивается снимаемая мѣстность, носятъ въ Германіи названія главнаго города, помѣщающагося въ каждой изъ нихъ. Кромѣ того, при каждой секціи подписывается широта южной параллели и долгота западнаго меридіана.

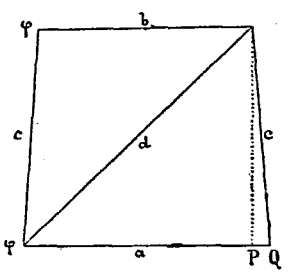
Такой же методъ (подписыванія широты у южной параллели и долготы—у западнаго меридіана) принятъ и въ Россіи. Для различія отдѣльныхъ трапецій (планшетовъ), составляющихъ секцію, разбиваютъ послѣднюю по параллелямъ на ряды, причемъ ряды обозначаются римскими цифрами черт. 715); ряды дѣлятся на колонны (листы), и отдѣльные листы въ каждомъ рядѣ обозначаются арабскими цифрами.

Если дано, наприм.: 52°, 34°, VI, 4, то это должно понимать такъ, что трапеція лежитъ въ градусномъ отдѣленіи, т. е. секціи, ограниченномъ параллелями съ широтой 52° и 53° и меридіанами съ долготой въ 34° и 35°, притомъ она находится въ VI ряду и въ 4-й колоннѣ.



Черт. 715.

Построеніе рамокъ. Для построенія трапецій (рамокъ) на мензульныхъ листахъ необходимо знать ихъ длину по параллелямъ и по меридіану. Для вычисленія дугъ параллелей, ограничивающихъ трапеціи съ сѣвера и юга, служитъ формулу $\frac{\pi r \,.\, \lambda}{180}$, гдѣ r есть радіусъ параллели; радіусъ этотъ опредѣляется формулою $r = R \,.\, Cos\ \varphi$, гдѣ φ широта параллели, R — радіусъ земной сферы и λ — разность долготъ; для вычисленія длины дуги меридіана служитъ подобная же формула $c = \frac{\pi R \,.\, \theta}{180}$, гдѣ θ размѣръ планшета по широтѣ; имѣя длины дугъ параллелей a и b и меридіана c, проводятъ на мензульномъ листѣ по срединѣ его прямую и на ней откладываютъ въ данномъ масштабѣ длину дуги c. На концахъ этой прямой возставляютъ въ обѣ стороны перпендикуляры, на каждомъ изъ сѣверныхъ откладываютъ по $^1/_2\ b$, а на каждомъ изъ южныхъ по $^1/_2\ a$. Тогда для полученія требуемой трапеціи остается соединить точки отложенія прямыми линіями. Построенная такимъ образомъ трапеція на плоскости отличается отъ соотвѣтствующей сферической трапеціи, во 1-хъ, тѣмъ, что отрѣзки всѣхъ меридіановъ, заключенныхъ между двумя параллелями, не равны между собой, тогда какъ на земной поверхности отрѣзки всѣхъ меридіановъ между двумя параллелями равны между собой, во 2-хъ, на мѣстности при пересѣченіи меридіановъ съ параллелями получаются всѣ углы въ 90°; на бумагѣ это условіе выполняется только для средняго меридіана: однакожъ уклоненія эти настолько малы, что не могутъ быть замѣчены не только простымъ глазомъ, но и при помощи транспортира и циркуля. Для удобства и для повѣрки построенія рамокъ, вычисляютъ еще діагональ трапеціи d (черт. 716).



Черт. 716.

Для опредѣленія длины d опустимъ перпендикуляръ изъ конца сѣверной параллели на южную, тогда согласно чертежа 716, имѣемъ: $a = b + 2 \,.\, PQ$ или

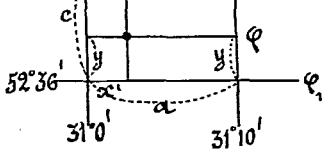
$$PQ = {}^1/_2\ (a - b) \text{ и } d^2 = a^2 + c^2 - 2a \,.\, PQ =$$
$$= a^2 + c^2 - 2a \,.\, {}^1/_2\ (a - b); \text{ откуда } d = \sqrt{ab + c^2}.$$

Пользуясь длиной діагонали, можно построить рамку еще такъ: по мензульной доскѣ проводятъ на бумагѣ съ угла на уголъ направленіе діагоналей и *отъ точки ихъ пересѣченія* откладываютъ (помощію штангенъ-циркуля и нормальной масштабной линейки) *по одной изъ прочерченныхъ линій*, въ обѣ стороны по $^1/_2\ d$, чрезъ что въ углахъ доски получатся двѣ точки, представляющія вершины двухъ противоположныхъ угловъ трапеціи. Затѣмъ на построенной діагонали въ обѣ отъ нея стороны строятъ двя треугольника, бока которыхъ — восточный и западный, равны c (черт. 716), сѣверный (верхній) у одного равенъ b, а южный (нижній) у другого равенъ a.

Для удобства и для большей точности черченія рамокъ въ прежнее время въ управленіяхъ съемокъ приготовлялась для каждаго градуса широты мѣдная доска, на которой нанесены трапеціи со сторонами въ 6′ по направленію меридіановъ и въ 10′ по направленію параллелей. Въ вершинахъ трапецій сдѣланы небольшія круглыя дырочки. Когда требуется нанести на мензулу трапецію, то мѣдную доску накладываютъ на бумагу такъ, чтобы соотвѣтствующая трапеція на ней помѣстилась симметрично относительно краевъ листа бумаги, и тонкой иглой, плотно приходящейся въ отверстіяхъ вершинъ угловъ трапеціи, осторожно накладываютъ вершины четырехъ угловъ.

Нанесеніе (прокладка) **точекъ тригонометрической сѣти** на начерченную такимъ образомъ трапецію по вычисленнымъ [1]) ихъ географическимъ координатамъ (широтамъ и долготамъ) совершается такъ:

Пусть надо наложить точку $\varphi = 52^0 37' 12'',25$ и $\lambda = 31^0 3' 23'',12$. Точка эта помѣщается въ трапеціи, находящейся между широтами $\varphi_1 = 52^0 36'$ и $\varphi_2 = 52^0 42'$, а между долготами $\omega_1 = 31^0 0'$ и $\omega_2 = 31^0 10'$ (черт. 717); для нанесенія составляютъ пропорцію; $y : c = (\varphi - \varphi_1) : (\varphi_2 - \varphi_1)$ или $y : c = (52^0 37' 12'',25 - 52^0 36' 0'',00) : 6'$, гдѣ c соотвѣтственная длина дуги меридіана въ 6′. Отложивъ y на западной и восточной сторонахъ трапеціи, начиная отъ южной параллели, соединяютъ точки отложенія прямою (параллелью искомой точки); затѣмъ вычисляютъ для южной параллели величину x' изъ пропорціи $x' : a = (\lambda - \omega_1) : (\omega_2 - \omega_1)$ или $x' : a = (31^0 3' 23'',\ 12 - 31^0 0' 0'',00) : 10'$, гдѣ a длина южной параллели трапеціи въ 10′. Для сѣверной параллели трапеціи находимъ x'' изъ пропорціи: $x'' : b = (\lambda - \omega_1) : (\omega_2 - \omega_1)$ или $x'' : b = (31^0 3' 23'',12 - 31^0 0' 0'',00) : 10'$, гдѣ b длина сѣверной параллели трапеціи въ 10′. Отложивъ x' на южной, а x'' — на сѣверной параллели отъ западнаго меридіана трапеціи, соединимъ точки отложенія прямою — меридіаномъ искомой точки. Точка пересѣченія параллели и меридіана искомой точки и будетъ сама искомая точка тригонометрической сѣти. Нанесеніе точекъ тригонометрической сѣти на сѣть квадратовъ дѣлается подобнымъ же образомъ.



Черт. 717.

[1]) Вычисленіе широтъ и долготъ точекъ тригонометрической сѣти на сферѣ (или сфероидѣ) прозводится по формуламъ *Кларка или Гаусса*, выводимымъ въ курсѣ высшей Геодезіи.

Послѣ нанесенія всѣхъ точекъ сѣти по сказанному пріему, переходятъ къ съемкѣ подробностей помощью кипрегеля дальномѣра (см. § 279).

§ 384. **Заполненіе картографической сѣти и перерисовка картъ и плановъ.** Если для составленія карты была предпринята точная инструментальная, напр., мензульная съемка, то составивъ картографическую сѣть (секцію), ее разбиваютъ на болѣе мелкія трапеціи дополнительными меридіанами и параллелями, соотвѣтственно съемочнымъ планшетамъ, а затѣмъ уже каждый планшетъ перерисовывается въ уменьшенномъ видѣ на свое мѣсто. Хотя масштабъ на картѣ (на картографической сѣти) мѣняется отъ точки къ точкѣ, но его перемѣны на протяженіи одного съемочнаго планшета обыкновенно менѣе неизбѣжныхъ погрѣшностей графическихъ построеній. Перерисовка можетъ быть произведена и съ сохраненіемъ оригинальнаго численнаго масштаба (уменьшенія), и съ измѣненіемъ его. При перерисовкѣ съ уменьшеніемъ масштаба работа сводится къ выбрасыванію подробностей и обобщенію контуровъ, т. е. къ сохраненію ихъ общаго вида и удаленію мелкихъ изгибовъ. При перерисовкѣ же съ сохраненіемъ масштаба, очертанія контуровъ не измѣняются.

Перерисовка безъ измѣненія масштаба или *сводка чертежа* крайне проста; она дѣлается или съ помощью прозрачнаго коленкора (сводка на кальку). или съ помощью оконнаго стекла (которому придаютъ видъ наклоннаго стола — парты и нерѣдко называютъ копировальнымъ пультомъ), или съ помощью копировальной иглы (наколки).

a) *Перерисовка на кальку.* На перерисовываемомъ планѣ распрямляютъ кальку и прикрѣпляютъ ее вмѣстѣ съ нимъ къ столу кнопками; затѣмъ производятъ самую перерисовку, начиная ее съ рамки планшета или границы общей фигуры плана, притомъ прямо тушью и, если возможно, по линейкѣ. Послѣ этого уже приступаютъ къ перерисовкѣ деталей, *переходя постепенно отъ общихъ болѣе крупныхъ контуровъ къ частнымъ,* т. е. *къ мелкимъ*, составляющимъ крупные, дабы въ случаѣ нечаяннаго передвиженія кальки по плану, лучше можно было наложить ее на прежнее мѣсто и исправить происшедшую отъ этого невѣрность въ копированіи. Наконецъ, только по окончаніи перерисовки контуровъ дѣлается ихъ иллюминовка красками и подписываніе тушью. Для лучшей видимости, при употребленіи копіи на калькѣ, подъ нее подкладываютъ бѣлую бумагу.

b) *Перерисовка посредствомъ копировальнаго пульта.* Копировальный пультъ состоитъ изъ толстаго зеркальнаго стекла, вставленнаго въ раму, и поворачивающагося вмѣстѣ съ этою послѣдней около осей 2—3 шарнировъ. Снизу рамы дѣлаются подпорки или ножки, посредствомъ которыхъ можно наклонять стекло по мѣрѣ надобности. При копированіи кладутъ на стекло оригиналъ, а на него бумагу, и производятъ перерисовку въ томъ же порядкѣ, какъ и въ предыдущемъ способѣ. Для большей видимости рисунка оригинала пультъ ставятъ у окна и спускаютъ у окна штору или закрываютъ верхнюю часть оконной рамы ставнями до верхняго края рамы пульта. Копировальнымъ пультомъ можно пользоваться и вечеромъ, причемъ источникъ свѣта (лампа, свѣча), помѣщается на полу.

c) *Перерисовка посредствомъ копировальной иглы* (наколки) состоитъ въ томъ, что всѣ вершины угловъ и поворотныя точки криволинейныхъ фигуръ контуровъ оригинала, переносятся помощью проколовъ, дѣлаемыхъ тонкою иглою, на бумагу, прикрѣпленную неподвижно *подъ оригиналомъ*. По окончаніи всего перенесенія оригиналъ снимается и наколотыя на копіи точки соединяются прямыми или кривыми линіями въ томъ порядкѣ, какъ онѣ идутъ на оригиналѣ. При этомъ способѣ копированія должно держать наколку возможно перпендикулярнѣе къ бумагѣ. Такимъ путемъ можно получить сразу нѣсколько копій, но однако не болѣе четырехъ, потому что въ противномъ случаѣ легко вкрадутся невѣрности въ длинахъ линій вслѣдствіе неперпендикулярности иглы къ плоскости бумаги. Этотъ способъ перерисовки хуже двухъ предыдущихъ тѣмъ, что черезъ накалываніе портится оригиналъ.

Перерисовка съ измѣненіемъ масштаба. Здѣсь различаютъ два случая: измѣненіе линейное и измѣненіе по площади. Въ случаѣ линейнаго измѣненія, всѣ линіи копіи должны быть или болѣе, или менѣе въ опредѣленное число разъ соотвѣтственныхъ линій оригинала. Иногда же требуется, чтобы площадь копіи была вдвое, втрое, или вообще въ n разъ болѣе или менѣе площади оригинала. Въ обоихъ этихъ случаяхъ, очевидно, можно считать оба масштаба какъ масштабъ оригинальнаго плана, такъ и масштабъ копіи заранѣе извѣстными, и если одинъ изъ нихъ не данъ прямо, то онъ всегда можетъ быть опредѣленъ изъ условія заданія; такъ, если масштабъ оригинала есть $\frac{1}{M}$ и если данное отношеніе длины линій копіи къ соотвѣтственнымъ линіямъ оригинала будемъ обозначать всегда черезъ $\frac{k}{o}$, то масштабъ $\frac{1}{m}$ копіи опредѣлится изъ пропорціи

$$k : o = \frac{1}{m} : \frac{1}{M},$$

откуда

$$\frac{1}{m} = \frac{1}{M} \cdot \frac{k}{o}, \text{ напр., при } \frac{1}{M} = \frac{1}{8400} \text{ и } \frac{k}{o} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{m} = \frac{1}{8400} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{42000},$$

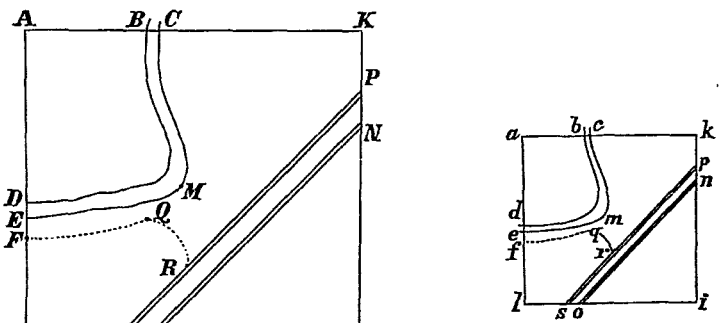
т. е. копія должна быть изготовлена въ верстовомъ масштабѣ. Очевидно, что случай перерисовки чертежа съ измѣненіемъ площади можетъ быть всегда сведенъ на случай линейнаго измѣненія. Дѣйствительно, площади подобныхъ фигуръ относятся между собою, какъ квадраты ихъ сходственныхъ сторонъ, а потому, обозначивъ площади фигуръ копіи и оригинала черезъ p и P, а сходственныя ихъ стороны—черезъ a и A, имѣемъ

$$\frac{p}{P} = \frac{a^2}{A^2} = \left(\frac{k}{o}\right)^2.$$

Откуда $\frac{k}{o} = \sqrt{\frac{p}{P}}$; наприм., если дано $\frac{p}{P} = \frac{1}{5}$, то $\frac{k}{o} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1}{2{,}24}$.

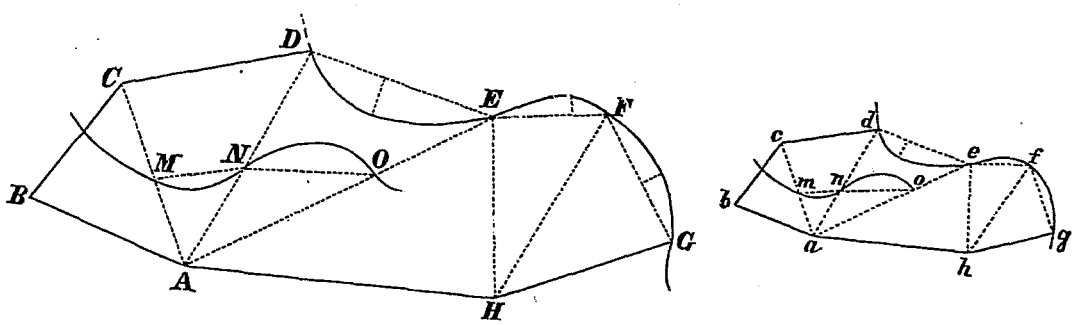
Перерисовка съ измѣненіемъ масштаба оригинала производится двумя способами: или геометрически, или механически (особыми приборами, называемыми *пантографами).*

Въ *первомъ случаѣ* перерисовка дѣлается разбивкою оригинала и копіи или на квадраты, или на треугольники, отношеніе сторонъ которыхъ = данному отношенію длинъ линій копіи и оригинала. Длина сторонъ квадратовъ зависитъ отъ размѣровъ контуровъ, которые придется перерисовывать: чѣмъ они мельче, тѣмъ меньше и стороны квадратовъ; вообще же эти стороны должны быть таковы, чтобы чертежнику не трудно было дѣлать перерисовку на глазъ, руководствуясь небольшимъ числомъ точно перенесенныхъ на копію точекъ. Пусть, напр. *akil* (черт. 718) есть квадратъ копіи, *AKIL* — квадратъ оригинала, то перерисовку начинаютъ съ того, что на сторонахъ квадрата копіи откладываютъ разстоянія: *ab*, *ac*.... *ad*, *ae*, *af*... *kp*, *kn*... *ls*, *lo*..., представляющія на оригиналѣ разстоянія *AB*, *AC*.... *AD*, *AE*, *AF*, *KP*, *KN*... *LS*, *LO*..., уменьшенныя въ заданное число разъ; затѣмъ засѣчками съ вершинъ квадрата или промѣрами по линіямъ контуровъ опредѣляютъ на копіи точки *m*, *q*, *r*...., соотвѣтствующія точкамъ *M*, *Q*, *R*... поворотовъ контуровъ. Наконецъ, точки копіи соединяютъ отъ руки въ той послѣдовательности, въ какой соединены соотвѣтственныя точки на оригиналѣ. Къ слѣдующему квадрату переходятъ не иначе, какъ окончивъ перенесеніе всѣхъ контуровъ предыдущаго квадрата. Если нельзя портить оригиналъ построеніемъ на немъ сѣти квадратовъ, то накладываютъ на него такую же сѣть, построенную



Черт. 718.

только на калькѣ, которую прикрѣпляютъ къ оригиналу возможно надежнѣе. Когда перерисовкѣ подлежитъ отдѣльный многоугольникъ или длинный, растянутый криволинейный контуръ, то его можно разбивать на треугольники. Положимъ, что надо перерисовать фигуру *ABCDGH* (черт. 719),

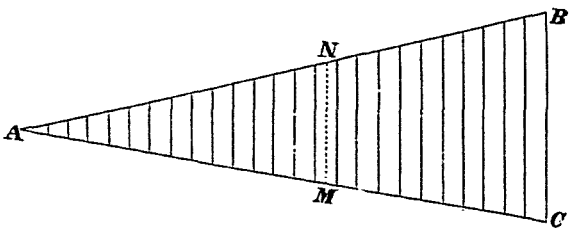


Черт. 719.

часть которой между точками D и G ограничена кривою линіею. Въ этомъ случаѣ на кривой оригинала выбираютъ двѣ точки E и F; соединяютъ точки D, E, F и G прямыми линіями и разбиваютъ данную фигуру діагоналями на треугольники. Перерисовка *начинается съ одного изъ среднихъ треугольниковъ*, напримѣръ, AEH, *для того, чтобы уменьшить вліяніе накопленія въ одну сторону погрѣшностей построенія.*

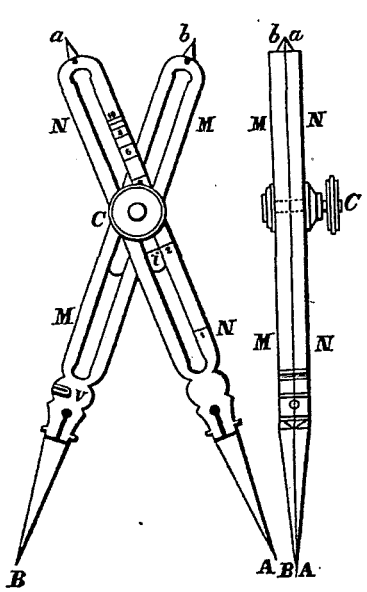
Подобнымъ же образомъ наносятся и подробности внутри треугольниковъ оригинала, какъ напримѣръ, линіи MNO. *При увеличеніи* даннаго оригинала перерисовка можетъ сопровождаться значительными неточностями, которыя произойдутъ отъ увеличенія неизбѣжныхъ погрѣшностей перенесенія, при томъ во столько разъ, во сколько линіи копіи болѣе линій оригинала. Поэтому при увеличеніи плана рекомендуется не перерисовка, а новое составленіе по тѣмъ числовымъ даннымъ, которыя на немъ имѣются (для чего мензульный планшетъ, а слѣдовательно, и мензульная съемка, не пригодны).

§ 385. Приспособленія, употребляемыя для перерисовки плановъ въ данномъ линейномъ измѣненіи, при геометрическомъ способѣ. Эти приспособленія—діаграмма или пропорціональный циркуль.



Черт. 720.

а) *Діаграмма* состоитъ изъ треугольника ABC (черт. 720), стороны котораго BC и AC находятся въ отношеніи $k:o$ (линіи копіи къ линіи оригинала). Сторона AC разбита на части линіями, параллельными сторонѣ BC и отстоящими другъ отъ друга примѣрно на 0,1 дюйма. Чтобы уменьшить линію оригинала въ данномъ отношеніи $k:o$, берутъ линію оригинала въ циркуль и ставятъ одну изъ его ножекъ въ точку A; тогда другая ножка, положимъ помѣститься въ точкѣ M, послѣ этого повертываютъ циркуль около M и приближаютъ другую ножку къ M настолько, чтобы она остановилась въ точкѣ N, на линіи MN, параллельной BC. Раствореніе MN ножекъ циркуля, очевидно, представитъ длину AM, уменьшенную въ данное число разъ, такъ какъ отношеніе



Черт. 721.

$$\frac{MN}{AM}=\frac{BC}{AC}=\frac{k}{o}.$$

б) *Пропорціональный циркуль* [1]) состоитъ изъ двухъ равныхъ между собою ножекъ, въ видѣ пластинокъ M и N (черт. 721) съ продольными въ нихъ прорѣзами; ножки вращаются около общей оси C, снабженной навинчивающеюся на нее гайкою и оканчиваются остріями:

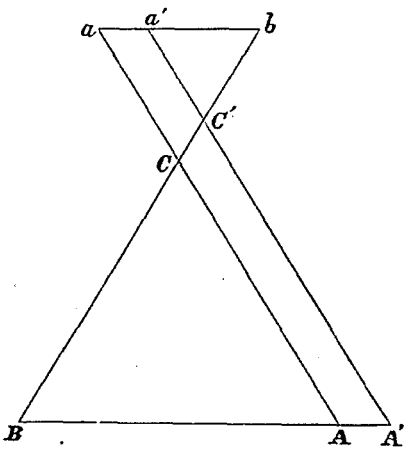
[1]) Пропорціональный циркуль изобрѣтенъ *Ю. Бюрги* (род. въ 1552 г., ум. въ 1632 г.).

A, B, a и b. Ось C можетъ быть передвигаема вдоль прорѣзовъ, если только предварительно сдвинуть вмѣстѣ ножки и ослабить гайку C оси. Чтобы во время этого передвиженія ножки циркуля не могли скользить одна вдоль другой, на ножкѣ M сдѣланъ небольшой выступъ V, а на ножкѣ N соотвѣтственное углубленіе.

Устройство и употребленіе пропорціональнаго циркуля основано на томъ геометрическомъ началѣ, что если для двухъ пересѣкающихся линій Aa и Bb (черт. 722) имѣемъ $AC=BC$ и $Ca=Cb$, то $CB:Cb=CA:Ca$, а потому треугольники ABC и abC подобны и отношеніе $Ca:CA=ab:AB=k:o$, т. е., если Ca составляетъ какую-нибудь опредѣленную долю отъ CA, напр., если отношеніе $Ca:CA$ равно данному отношенію $k:o$, то туже долю будетъ составлять линія ab отъ AB, т. е. отношеніе $ab:AB$ тоже будетъ равно отношенію $k:o$. Передвинувъ точку пересѣченія изъ C въ C' такъ, чтобы $C'a'=C'b$, будемъ имѣть:

$$C'a':C'A'=a'b:A'B$$

и отношеніе $a'b:A'B$ уже не будетъ равно предыдущему отношенію $k:o$, а какому-нибудь другому $k':o'$.



Черт. 722.

Такъ какъ отношеніе $CA:Ca$ должно быть равно данному отношенію $k:o$, то нужно знать то мѣсто на ножкахъ циркуля, на которое слѣдуетъ установить его ось C, чтобы раствореніе AB относилось къ растворенію ab, какъ $k:o$. Это достигается тѣмъ, что на пластинкѣ N съ лицевой ея стороны дѣлаютъ штрихи, подписанные цифрами отъ 1 до 10 (а иногда и до 12), и вмѣстѣ съ осью C передвигается указатель i, который можетъ быть приведенъ въ совпаденіе съ надлежащимъ штрихомъ (напр., на штрихѣ 3, если отношеніе $ab:AB$ должно быть равно $1:3$).

Назначеніе мѣстъ штриховъ, служащихъ для установки циркуля при уменьшеніи линій, дѣлается на основаніи слѣдующаго: обозначимъ длину всей ножки Aa, которую можно всегда измѣрить непосредственно, черезъ d, а части ея Ca и CA, соотвѣтствующія заданному отношенію $k:o$, черезъ α и β, тогда имѣемъ: $\alpha=d-\beta$ и

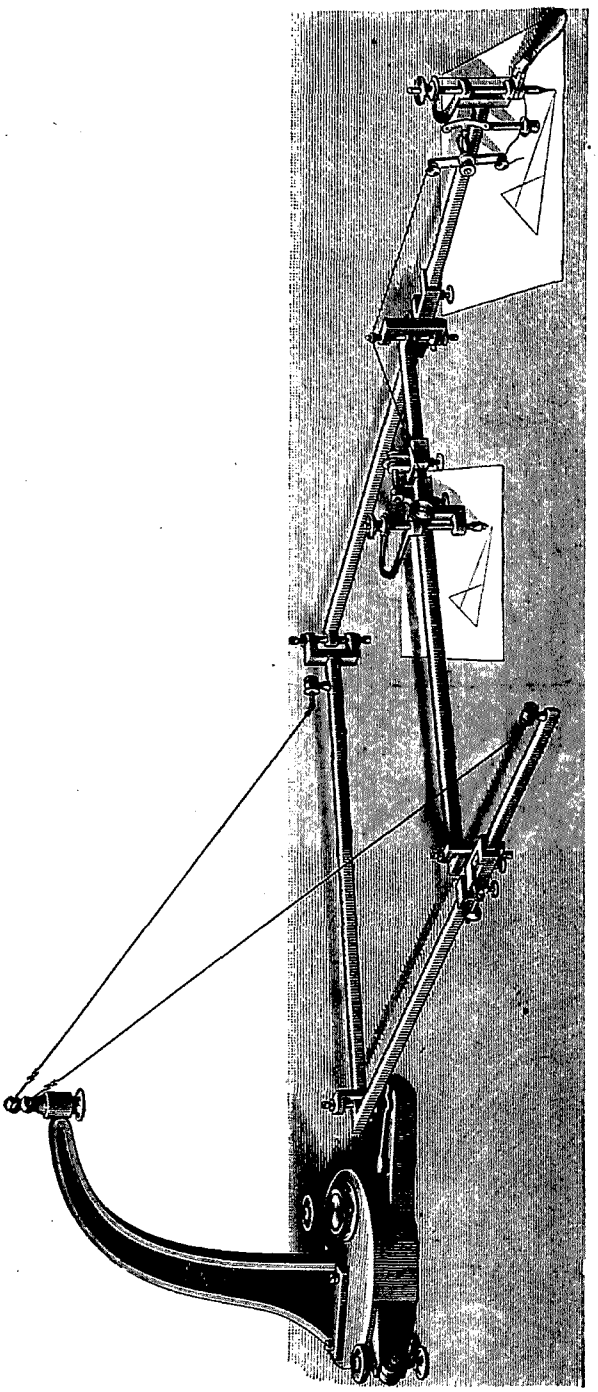
$$\frac{\alpha}{\beta}=\frac{k}{o}\text{ или }\frac{d-\beta}{\beta}=\frac{k}{o};$$

откуда

$$\beta=d\frac{o}{o+k}=d\frac{1}{1+\frac{k}{o}}$$

Если изъ β вычтемъ разстояніе указателя i отъ центра C, которое тоже можно измѣрить непосредственно, то получимъ мѣсто для штриха соотвѣтствующаго данному уменьшенію.

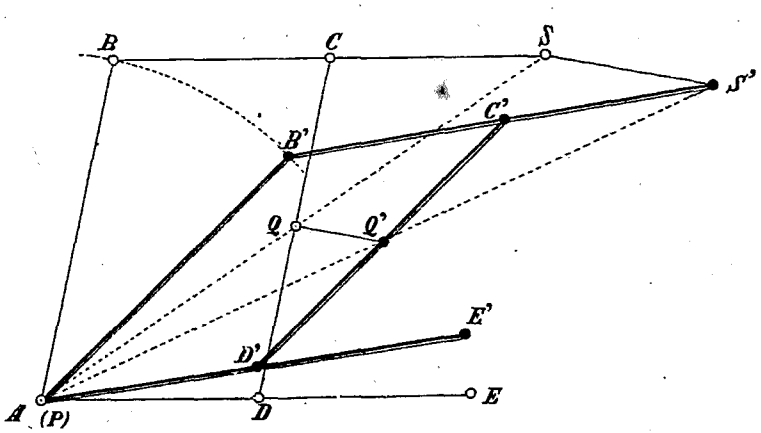
Иногда, кромѣ только что указанныхъ штриховъ по одну сторону прорѣза и подписанныхъ словомъ „*Линія*“, по другую сторону того же прорѣза имѣются еще штрихи, служащіе для вписыванія въ окружность даннаго радіуса правильныхъ многоугольниковъ съ 5, 7 .... сторонами и подписанные словомъ „*Кругъ*“. Употребленіе этихъ послѣднихъ штриховъ таково: положимъ, что въ окружность даннаго радіуса надо вписать правильный семиугольникъ; ставятъ указатель *i* на штрихъ 7 и дѣлаютъ растворѐніе *AB* равнымъ данному радіусу, тогда растворѐніе *ab* выразитъ длину стороны семиугольника.



Черт. 723.

§ 386. Механическій пріемъ перерисовки плановъ и картъ. Пантографъ. Болѣе быстрое *механическое* перечерчиваніе фигуръ какъ прямолинейныхъ, такъ и криволинейныхъ, въ измѣненномъ масштабѣ достигается крайне простымъ по устройству приборомъ — *пантографомъ* (всечертящимъ). Онъ изобрѣтенъ іезуитомъ Христофоромъ Шейнеромъ въ 1603 году. Въ простѣйшемъ видѣ пантографъ представляетъ параллелограмъ изъ четырехъ линеекъ (деревянныхъ или металлическихъ) съ шарнирами въ вершинахъ параллелограмма. Эти 4 вершины *дозволяютъ линейкамъ параллелограмма мѣнять взаимное положеніе, оставаясь неизмѣнными по своей длинѣ.* Въ прежнее время пантографъ помѣщался на ролликахъ (на колёсикахъ), катавшихся по плану; въ настоящее время пантографы подвѣшиваютъ такъ, чтобы по оригиналу двигалась только одна точка (обводный шпиль), а по копіи — другая точка (карандашъ) пантографа (черт. 723). Достигается это тѣмъ, что всѣ 4 рычага линейки подвѣшиваются при помощи двухъ струнъ-проволокъ къ вершинѣ изогну-

таго стержня тяжелой круглой подставки (*къ клюву журавля*), снабженной двумя подъемными винтами и круглымъ уровнемъ для правильной установки пантографа. Внизу одной изъ четырехъ вершинъ параллелограмма (на чертежѣ лѣвой) ввинченъ конический стержень, оканчивающійся внизу шарикомъ, вкладывающимся въ углубленіе (мѣсто полюса) горизонтальнаго выступа тяжести; стержень застегивается сверху выступа крючкомъ и служитъ вертикальною осью вращенія пантографа, шарикъ же *остается во все время употребленія на одномъ и томъ же мѣстѣ*, т. е. является неподвижной точкой, почему и называется *полюсомъ*. Собственною ось вращенія служитъ отвѣсная линіи, соединяющая клювъ журавля съ центромъ шарика. Во время употребленія пантографа верхнія поверхности линеекъ (рычаговъ) параллелограмма должны быть горизонтальны. Установка рычаговъ въ горизонтальное положеніе достигается помощью маленькаго цилиндрическаго уровня, накладываемаго на рычаги, измѣненіемъ длинъ проволокъ (на которыхъ виситъ система линеекъ), оканчивающихся у поверхности рычаговъ особыми вращающимися горизонтальными крючечками-стерженьками съ винтовыми нарѣзами и съ закрѣпительными при нихъ гаечками. Обводный шпиль, съ грушевидною ручкою для передвиженія по оригиналу шпиля, помѣщается на концѣ одной изъ двухъ болѣе длинныхъ линеекъ (на чертежѣ справа). На одной изъ поперечныхъ линеекъ помѣщается трубочка съ карандашемъ, подъ который подкладывается бумага для копіи (на чертежѣ карандашъ находится *посрединѣ* между полюсомъ и обводнымъ шпилемъ). Для того, чтобы карандашъ не проводилъ излишнихъ линій по копіи, онъ двигается въ трубочкѣ и отъ низа карандаша къ грушевидной ручкѣ обводнаго шпиля, черезъ горизонтальный роликъ поверхъ линеекъ, идетъ тонкая нить, натягивая которую, можно карандашъ отнимать отъ бумаги. Остріе обводнаго шпиля не касается оригинала, а подпирается болѣе длинною, чѣмъ самъ шпиль, гладкою *тупою подставочкою* (на чертежѣ лѣвѣе шпиля), вращающеюся около него, какъ около вертикальной оси, по кругу небольшого радіуса. *Шпиль, карандашъ и полюсъ всегда должны лежать въ одной отвѣсной плоскости.*



Черт. 724.

§ 387. Теорія пантографа. Пусть $ABC\,SQDA(P)$ (черт. 724) есть горизонтальная проекція первоначальнаго положенія 4 линеекъ пантографа, $A(P)$ — полюсъ, Q — карандашъ и S — обводный шпиль; положимъ, что обводный шпиль S перемѣстился по оригиналу изъ точки S въ точку S'. Чтобы начертить расположеніе линеекъ пантографа при новомъ положеніи S'

обводнаго шпиля [1]), замѣтимъ, 1) что точка $A(P)$, какъ полюсъ, *не* мѣняетъ своего положенія, и 2) длины AB, BC, CD, BS, CS, CQ, QD не мѣняются, а потому для полученія мѣста вершины B' достаточно изъ точки A провести окружность радіуса AB, а изъ точки S' окружность радіуса SB. Пересѣченіе окружностей дастъ точку B'—новое положеніе шарнира B. Отложивъ по линіи $B'S'$ длину BC, получимъ положеніе C' для шарнира C. Наконецъ, проводя изъ A и C' параллели къ прямымъ AB' и $B'C'$, получимъ положеніе вершины D въ точкѣ D'. Для опредѣленія новаго положенія Q' карандаша Q на линіи $C'D'$, отложимъ отъ C' длину $C'Q' = CQ$. Вслѣдствіе параллельности линеекъ AB и DC, треугольники ABS и QCS подобны, а потому

$$\frac{AB}{QC} = \frac{BS}{CS} = \frac{AS}{QS} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(I)}$$

Замѣняя въ этой пропорціи AB черезъ AB'
BS „ $B'S'$
QC „ $Q'C'$
CS „ $C'S'$,

получимъ:

$$\frac{AB'}{Q'C'} = \frac{B'S'}{C'S'} = \frac{AS}{QS} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(II)}$$

По условію линія AB' параллельна $D'C'$, т. е. уголъ $AB'S' =$ углу $D'C'S'$. Вслѣдствіе этого можно сказать, что два треугольника $AB'S'$ и $Q'C'S'$ имѣютъ по равному углу B' и C', заключенному между пропорціональными сторонами, а потому они подобны, и третьи стороны AS' и $Q'S'$, составляя одну прямую линію $AQ'S'$, находятся въ томъ же отношеніи, что и AB' съ $Q'C'$ или $B'S'$ съ $C'S'$, т. е. $AS' : Q'S' = B'S' : C'S'$. По равенствамъ (II) отношеніе этихъ послѣднихъ сторонъ равно отношенію $AS : QS$ и, слѣдовательно, $AS' : Q'S'$ также равно тому же отношенію $AS : QS$, т. е. существуетъ пропорція:

$$\frac{AS}{QS} = \frac{AS'}{Q'S'}.$$

Такимъ образомъ *условіе, что шпиль, карандашъ и полюсъ всегда должны лежать* въ одной отвѣсной плоскости или въ проекціи на бумагѣ *на одной прямой,* выполняется и послѣ передвиженія шпиля S. Далѣе по чертежу видно, что треугольники ASS' и AQQ' имѣютъ по общему углу A, заключенному между пропорціональными сторонами, а потому они подобны. Изъ подобія слѣдуетъ, что SS' параллельна QQ' и $SS' : QQ' = AS : AQ$. Прямая SS' есть линія оригинала, QQ'—линія копіи, и мы теперь можемъ сказать, что карандашъ чертитъ линіи, параллельныя линіямъ оригинала, иначе говоря, даетъ фигуры, подобныя даннымъ на оригиналѣ. Обозначимъ постоянныя длины BS и AB черезъ d и δ, а перемѣнныя CS и CQ, зависящія отъ мѣстъ S шпиля и Q карандаша, черезъ x и y. Зная отно-

[1]) На чертежѣ первоначальное положеніе линеекъ пантографа отмѣчено болѣе тонкими линіями, а конечное—болѣе жирными (двойными) линіями.

шеніе $\frac{o}{k}$ линіи оригинала къ линіи копіи, напр., полагая его $= 2{,}3\ldots$ или, что то же самое, $\frac{k}{o} = \frac{1}{2}, \frac{1}{3}\ldots$, можно написать: $\frac{AQ}{AS} = \frac{k}{o}$ или

$$\frac{AS - QA}{AS} = \frac{QS}{AS} = \frac{o-k}{o} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(III)},$$

изъ равенствъ же (I) слѣдуетъ $\frac{\delta}{y} = \frac{d}{x} = \frac{AS}{QS}$ . . . . . (IV).

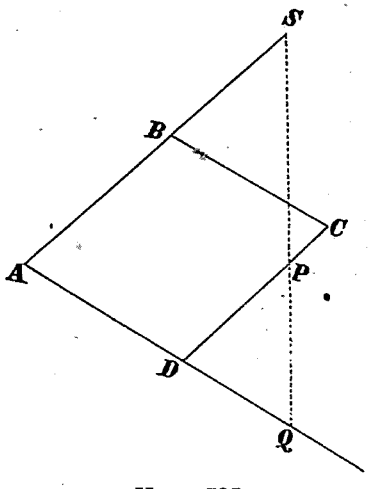
Изъ равенствъ (III) и (IV) находимъ $y = \delta \frac{o-k}{o}$ и $x = d \cdot \frac{o-k}{o}$ . . . $\left\{ \begin{matrix} (x) \\ (y) \end{matrix} \right.$

Пусть, напримѣръ, дано $\frac{k}{o} = \frac{2}{3}$, находимъ:

$$y = \delta \cdot \frac{3-2}{3} = \frac{1}{3}\delta \text{ и } x = \frac{1}{3}d.$$

Для удобства можно брать $d = \delta$, тогда и SC и CQ, т. е. x и y также будутъ равны между собою.

На линейкахъ CD, AE и BS сдѣланы дѣленія или круглыя отверстія, подписываемыя дробями $^1/_2$, $^1/_3$, $^2/_3$ и т. п., указывающими отношенія $\frac{k}{o}$ (копіи къ оригиналу). Передъ употребленіемъ пантографа шарниры C, D и Q устанавливаютъ въ отверстія съ одинаковыми надписями. Если полюсъ P, карандашъ Q и шпиль S помѣстить согласно чертежа 725, то, мѣняя мѣста карандаша и шпиля, возможно копіи получать въ увеличенномъ видѣ.

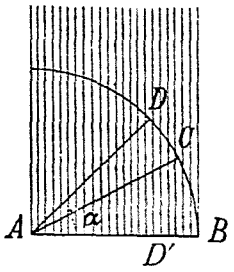


Черт. 725.

Употребленіе пантографа. Для самой перерисовки кладутъ оригиналъ подъ обводный шпиль и, прикрѣпивъ его къ столу (сначала временно), чертятъ на бумагѣ копіи рамку, стороны которой были бы въ данномъ отношеніи со сторонами рамки оригинала. Затѣмъ передвигаютъ бумагу копіи (а иногда и оригиналъ) до тѣхъ поръ, пока, при совпаденіи обводнаго шпиля съ тремя вершинами рамки оригинала, карандашъ будетъ помѣщаться на соотвѣтственныхъ вершинахъ рамки копіи. По совершеніи этого, оригиналъ и копія окончательно прикрѣпляются къ столу кнопками настолько крѣпко, чтобы они не могли измѣнять положенія во время перерисовки. Въ этомъ убѣждаются, отъ времени до времени, помѣщая обводный шпиль опять въ три вершины рамки оригинала. Тяжесть журавля бываетъ иногда недостаточна, тогда основаніе журавля прихватывается особыми скобками (струбцинками) къ столу. Если оригиналъ настолько великъ, что не можетъ быть перерисованъ заразъ, то копируютъ его по частямъ.

Замѣчаніе. Въ послѣднее время, благодаря тому, что при помощи объектива фотографической камеры легко достигается уменьшеніе размѣровъ оригинала, для перерисовки картъ получила большое примѣненіе фотографія [1]); при этомъ съ оригинала въ масштабѣ 250 саж. въ дюймѣ сперва дѣлаютъ снимокъ съ линейнымъ уменьшеніемъ въ 3 раза, т. е. $1^1/_2$ версты въ дюймѣ, а затѣмъ съ копіи еще въ 2 раза, т. е. уже 3 версты въ дюймѣ.

§ 388. О выраженіи неровностей мѣстности штрихами на картахъ и планахъ. Если на планѣ имѣются уже горизонтали, то, для большей наглядности рельефа мѣстности, саксонскій майоръ Леманъ предложилъ вычерчивать промежутки между горизонталями штрихами [2]). Главное *основаніе способа Лемана состоитъ въ слѣдующемъ:* Леманъ предполагаетъ, что изображаемая мѣстность освѣщена *отвѣсными лучами;* вслѣдствіе чего легко усмотрѣть изъ прилагаемаго чертежа 726, что чѣмъ больше уголъ α наклоненія линіи AC мѣстности, тѣмъ слабѣе она освѣщена, т. е. тѣмъ меньшее количество свѣтовыхъ лучей падаетъ на нее [3]), а потому Леманъ требуетъ, чтобы *толщина штриховъ или густота тѣни выражала крутизну ската, и направленіе штриховъ — направленіе ската.* Мѣстности, имѣющія углы наклоненія въ 45° и болѣе, какъ недоступныя для войскъ, Леманъ предложилъ сплошь покрыть тушью. Для мѣстностей, менѣе крутыхъ, для того, чтобы толщина штриховъ соотвѣтствовала углу наклоненія, Леманъ ввелъ условіе, что



Черт. 726.

толщина штриховъ должна относиться къ промежутку между штрихами, какъ уголъ наклоненія линіи мѣстности къ дополненію его до 45°.

Кромѣ того, всѣ углы наклоненія до 45° Леманъ раздѣлилъ на 8 разрядовъ, по 5° въ каждомъ. На основаніи сказаннаго, будемъ имѣть:

для 5°, толщ. штрих. относится къ промеж. между ними, какъ 5 : 40 = 1 : 8
„ 10°, „ „ „ „ „ „ „ „ 10 : 35 = 2 : 7
„ 15°, „ „ „ „ „ „ „ „ 15 : 30 = 3 : 6
„ 20°, „ „ „ „ „ „ „ „ 20 : 25 = 4 : 5
„ 25°, „ „ „ „ „ „ „ „ 25 : 20 = 5 : 4
„ 30°, „ „ „ „ „ „ „ „ 30 : 15 = 6 : 3
„ 35°, „ „ „ „ „ „ „ „ 35 : 10 = 7 : 2
„ 40°, „ „ „ „ „ „ „ „ 40 : 5 = 8 : 1
„ 45°, „ „ „ „ „ „ „ „ $\frac{45}{0} = \infty$.

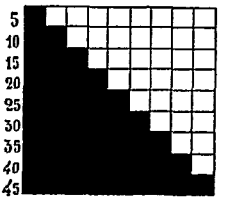
Изъ этой таблицы видно, что если на бумагѣ представимъ себѣ мѣсто шириною въ девять какихъ-нибудь единицъ, то, для покатостей 5°, одна единица должна быть покрыта тушью, а 8 единицъ — непокрытыми (черт.

[1]) См. *Витковскій* „Практическая Геодезія", глава XVII. Изданіе картъ.

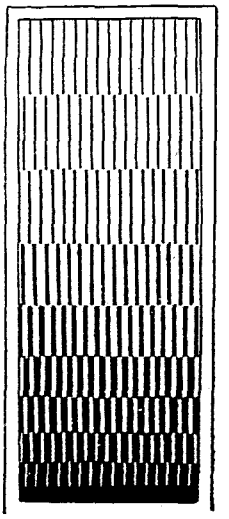
[2]) Этотъ способъ заполненія горизонталей штрихами иногда называютъ *шраффировкою* или еще—*ситуаціоннымъ черченіемъ.*

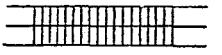
[3]) Количество это характеризуется проекціею AD' линіи AC и AB, т. е. $AD' = AC \cdot Cos\ CAB = Cos\ \alpha$, если $AB = AC = AD = 1$.

727); для покатости въ 20° на томъ же мѣстѣ бумаги 4 единицы должны быть покрыты тушью, а 5 единицъ остаются непокрытыми и т. д., или иначе, для покатостей 5°, промежутокъ между двумя штрихами = 8 пятиградуснымъ штрихамъ, а толщина штриха одной единицѣ. На этомъ началѣ и построена шкала штриховъ Лемана. Она изображена на чертежѣ 723. *Чтобы направленіе штриховъ выражало направленіе скатовъ, для этого штрихъ долженъ ставиться перпендикулярно къ горизонталямъ.* Вслѣдствіе этого, если покатость представляетъ наклонную плоскость, то горизонталями она изобразится въ видѣ прямыхъ параллельныхъ линій и штрихами въ видѣ прямыхъ, перпендикулярныхъ къ горизонталямъ (черт. 729). Коническая вогнутая поверхность изображается чертежемъ 730. Если покатость имѣетъ форму выпуклую, какъ, напримѣръ, въ горныхъ хребтахъ, или вогнутую, какъ напримѣръ, въ лощинахъ, то штрихами эти формы неровностей земной поверхности представляются въ видѣ кривыхъ линій: для хребтовъ — расходящихся отъ верхнихъ своихъ концовъ къ нижнимъ (черт. 731 и 732), а для лощинъ — сходящихся къ нижнимъ горизонталямъ (черт. 733). Сѣдловина изображена штрихами на чертежѣ 734. При черченіи картъ штрихами принято, при масштабѣ 50 саж. въ дюймѣ, помѣщать на одномъ дюймѣ 15 штриховъ пятиградусныхъ, при масштабѣ 100 саж. — 20 штриховъ, при масштабѣ 150 саж. — 30 штриховъ, при масштабѣ 250 саж. — 35 штриховъ и при масштабѣ 500 саж. — 40 штриховъ.

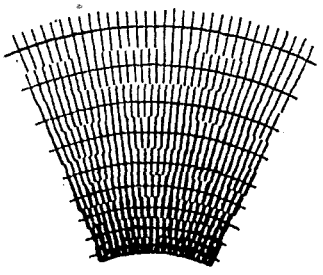


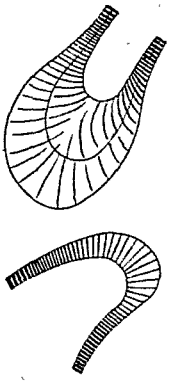
Черт. 727.

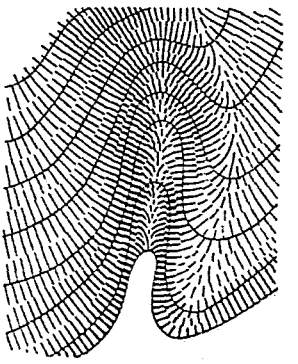

Черт. 728.


Черт. 729.

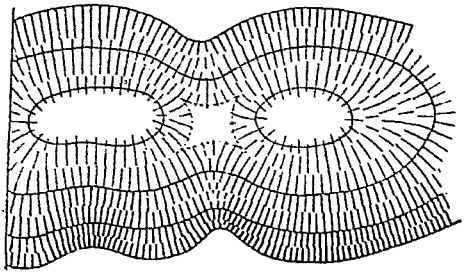
Шкала штриховъ Военно-топографическаго Отдѣла Главнаго Штаба. Упрекъ, который можно сдѣлать шкалѣ Лемана, состоитъ въ томъ, что въ ней слишкомъ много подраздѣленій для покатостей крутыхъ и мало для покатостей отлогихъ. Дѣйствительно, для по-


Черт. 730.


Черт. 731—732.


Черт. 733.

катостей до 10° только два отдѣла, между тѣмъ, въ Россіи чаще встрѣчаются покатости отлогія, до 10°. Вслѣдствіе чего шкала Лемана болѣе пригодна для странъ гористыхъ, какъ, напр., для Саксоніи, называемой нѣмецкой Швейцаріею. Глазъ человѣка иначе различаетъ покатости отлогія, чѣмъ крутыя и недоступныя. Отлогія покатости чаще встрѣчаются и имѣютъ большее вліяніе на передвиженіе отдѣльныхъ лицъ какъ пѣшкомъ, такъ и въ экипажѣ.



Черт. 734.

Недостатокъ шкалы Лемана побудилъ сперва *Болотова*, а затѣмъ Военно-топографическій отдѣлъ Главнаго Штаба замѣнить шкалу Лемана такою новою шкалою, гдѣ было бы больше подраздѣленій для отлогихъ покатостей. Въ основаніе шкалы штриховъ Военно-топографическимъ отдѣломъ принято слѣдующее положеніе: *трудность восхожденія на какую-нибудь покатость пропорціональна tg угла наклоненія этой покатости*. Такъ, если трудность восхожденія на одну покатость обозначимъ черезъ K, а трудность восхожденія на другую черезъ K', то углы наклоненія должны быть опредѣлены такъ, чтобы они удовлетворяли пропорціи:

$$K' : K = tg\alpha' : tg\alpha.$$

Наименьшая покатость, различаемая въ шкалѣ Военно-топографическаго отдѣла, есть 1°; но $tg\,1° = \frac{1}{57}$, наибольшій же уголъ наклоненія этой шкалы равенъ 45°, а $tg\,45° = 1$. Между этими предѣлами вставляются еще 8 разрядовъ, такъ что *всѣхъ разрядовъ* въ шкалѣ Военно-топографическаго отдѣла Главнаго Штаба — *десять*. Десять разрядовъ этой шкалы должны быть таковы, чтобы *tg*-ы ихъ составили слѣдующую геометрическую прогрессію: $\div\div tg\,1° : a : b : c : d : e : f : g : h : tg\,45°$. Опредѣлимъ теперь 8 разрядовъ шкалы, заключающихся между 1° и 45°; другими словами, опредѣлимъ знаменатель прогрессіи, для чего обратимся къ общей формулѣ послѣдняго члена геометрической прогрессіи. Если α — первый членъ прогрессіи, π — послѣдній, q — знаменатель, n — число членовъ, то имѣемъ:

$$\pi = \alpha q^{n-1}$$

откуда:

$$q = \sqrt[n-1]{\frac{\pi}{\alpha}};$$

дѣлая здѣсь $n = 10°$, $\pi = tg\,45°$, $\alpha = tg\,1°$, и вычисляя q, получимъ:

$$q = 1{,}568.$$

Зная теперь знаменатель q, опредѣлимъ всѣ промежуточные члены прогрессіи:

$$\div\div \frac{1}{57} : a : b : c : d : e : f : g : h : 1,$$

а по нимъ опредѣлимъ и соотвѣтствующіе имъ углы наклоненія. Вотъ значенія величинъ этихъ угловъ:

Углы накл.: 1°, 1½°, 2½°, 4°, 6°, 10°, 15°, 22°, 33°, 45°.

Въ системѣ Болотова углы были даны произвольно, но они очень близко подходятъ къ системѣ Главнаго Штаба; вотъ эти углы: 1°, 2°, 4°, 7°, 11°, 16°, 23°, 32°, 45°. При сравненіи ряда Болотова съ рядомъ Лемана, видимъ, 1) что онъ имѣетъ тоже 9 разрядовъ и то же отношеніе между толщиною штриховъ и промежутковъ между ними, а 2), что для покатости, чаще встрѣчаемой въ Россіи, и именно для покатости до 10°, въ шкалѣ Лемана 2 разряда, а въ шкалѣ Болотова — 5, въ шкалѣ же Военно-топографическаго отдѣла ихъ 6.

Относительно самаго черченія штриховъ по шкалѣ *В. Т. О.* принимается слѣдующее: 1) штрихъ ставится перпендикулярно къ горизонталямъ; 2) всѣ покатости до 6-й включительно вычерчиваются тонкими штрихами, съ постепенно уменьшающимся разстояніемъ между ними и при томъ такъ, чтобы на каждые 5 штриховъ высшаго разряда приходилось 4 — низшаго разряда; 3) при покатости въ 10° штрихи утолщаются и оставляется менѣе разстоянія между штрихами, чѣмъ въ предыдущей; 4) при покатостяхъ въ 15° толщина штриха равна промежутку между штрихами; 5) при покатостяхъ въ 22° толщина штриховъ болѣе ширины промежутковъ; 6) при покатостяхъ въ 33° толщина штриховъ должна быть такова, чтобы на каждые 5 штриховъ 22°-й покатости приходилось 4 штриха 33°-й покатости; 7) покатости выше 45°, какъ недоступныя ни для одного рода оружія, покрываются сплошь тушью.

Изъ всего этого видно: 1) что шкала штриховъ Военно-топографическаго отдѣла, какъ имѣющая больше подраздѣленій для покатостей отлогихъ, болѣе удобна для Россіи, 2) по покатости, вычерченной этими штрихами, можно опредѣлить уголъ наклоненія болѣе точно, чѣмъ это возможно при шкалѣ Лемана. Къ недостаткамъ шкалы Болотова и *В. Т.* отдѣла надо отнести то, что онѣ даютъ слишкомъ большія тѣни для малыхъ покатостей.

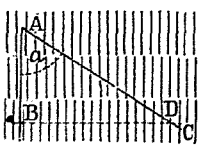
§ 389. Задачи о рельефѣ, рѣшаемыя по плану, вычерченному штрихами. Перейдемъ теперь къ задачамъ о рельефѣ мѣстности, рѣшаемымъ по плану, вычерченному штрихами. Положимъ, напримѣръ, что по такому плану требуется начертить *профиль мѣстности,* т. е. разрѣзъ ея вертикальною плоскостью по заданному направленію.

Прежде чѣмъ рѣшать эту задачу, замѣтимъ себѣ, что *рѣшеніе задачъ о рельефѣ мѣстности по плану, вычерченному штрихами, возможно только тогда, когда извѣстна шкала штриховъ, по которой планъ вычерченъ.* Всего лучше, если шкала приложена къ плану. Если же ея нѣтъ, но она точно указана относительно системы и размѣра, то ее слѣдуетъ приложить къ плану, или даже вычертить на самомъ планѣ. Если же вовсе неизвѣстно, по какой шкалѣ планъ вычерченъ, то объ этомъ можно получить приблизительное понятіе изъ разсмотрѣнія плана. Такъ, если планъ

вычерченъ по шкалѣ Военно-топографическаго отдѣла Гл. Штаба, то это легко узнается по внѣшнему виду черченія, такъ какъ въ этой шкалѣ разстояніе между штрихами мѣняется весьма замѣтно, такъ что, напр., для самой слабой покатости въ 1° оно въ $2^1/_2$ раза болѣе, чѣмъ для крутыхъ, начиная съ 6°, хотя штрихи этой послѣдней крутизны остаются еще совершенно тонкими. Рѣшивъ, по какой именно шкалѣ вычерченъ планъ, слѣдуетъ установить еще понятіе о *размѣрѣ шкалы, т. е. о числѣ штриховъ на протяженіи дюйма* (или сотки), которое будетъ различно *для различныхъ покатостей*. Если на планѣ мѣстами даны отмѣтки, то можно опредѣлить углы наклоненія по нимъ и замѣтить, какимъ угламъ наклоненія соотвѣтствуютъ штрихи плана, и мы будемъ въ состояніи установить болѣе или менѣе приближенное понятіе о самомъ видѣ шкалы. Если на планѣ нѣтъ отмѣтокъ, то принимаютъ, что самые рѣдкіе тонкіе штрихи соотвѣтствуютъ углу наклоненія въ 1°, послѣ чего можно начертить цѣлую шкалу штриховъ по правиламъ ея черченія, стараясь, чтобы ихъ видъ соотвѣтствовалъ виду штриховъ, встрѣчающихся на планѣ.

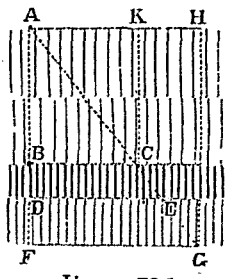
Для вѣрности построенія профиля по штрихамъ, надо 1) умѣть различать по плану встрѣчающіяся на немъ формы неровностей земной поверхности, чтобы, двигаясь по заданному на планѣ направленію, прежде всего не смѣшивать спуски (наиболѣе темныя мѣста карты) съ подъемами (свѣтлыя съ тонкими штрихами мѣста на картѣ), и 2) умѣть опредѣлять уголъ наклоненія покатости *въ данномъ направленіи*, такъ какъ при данномъ на планѣ разстояніи d между двумя точками (заложеніи) и при одномъ и томъ же углѣ наклона α, превышеніе h (командованіе) одной точки надъ другой, какъ намъ извѣстно, опредѣляется по формулѣ $h = d \cdot tg\alpha$. При этомъ допускаютъ, что $tg\alpha = \alpha^0 \cdot tg1^0 = \alpha^0 \cdot \frac{1}{60}$, т. е. $h = d \cdot \alpha^0 \cdot \frac{1}{60}$. Поэтому прежде всего укажемъ, какъ опредѣляется уголъ наклоненія покатости *въ данномъ на планѣ направленіи*.

Уголъ наклоненія покатости въ каждомъ данномъ на планѣ мѣстѣ *опредѣляется видомъ находящихся тамъ штриховъ;* при этомъ по виду штриховъ опредѣляется собственно *уголъ наклоненія линіи, идущей въ направленіи штриховъ,* т. е. уголъ наибольшаго паденія покатости. Уголъ же наклоненія всякой другой линіи, идущей по покатости, не въ направленіи штриховъ, будетъ *всегда менѣе* угла наклоненія линіи, идущей по направленію штриховъ. Въ зависимости отъ того, насколько направленіе данной линіи отклоняется отъ направленія линіи наибольшаго паденія, т. е. въ зависимости отъ угла, составляемаго заданной на планѣ линіей съ направленіемъ штриховъ, опредѣляется искомый уголъ наклоненія. Пусть чертежъ 735 изображаетъ покатость, идущую въ направленіи AB подъ угломъ α наклоненія; требуется найти уголъ наклоненія β линіи AC, составляющей съ AB (съ направленіемъ штриховъ) уголъ $CAB = a$. Уголъ наклоненія α опредѣляется *на глазъ,* или путемъ сравненія толщины штриховъ съ промежуткомъ между ними (шкала Лемана и Болотова) или по густотѣ штриховъ, т. е. по числу

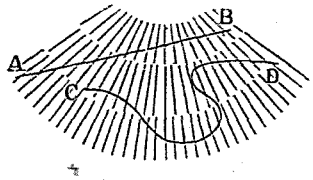


Черт. 735.

ихъ на опредѣленной длинѣ (шкала В.-Т. отдѣла). Установивъ, къ какому разряду ближе всего въ шкалѣ подходятъ штрихи даннаго на картѣ мѣста, берутъ уголъ наклона, соотвѣтствующій этому разряду, онъ и будетъ искомый уголъ α линіи AB по направленію штриховъ. Для опредѣленія угла β по линіи AC отмѣтимъ на линіяхъ AB и AC двѣ какія-нибудь точки B и D, имѣющія одинаковую высоту, для чего эти линіи надо пересѣчь горизонталью BD, идущею перпендикулярно къ штрихамъ. Такъ какъ точки B и D лежатъ на одной горизонтали, то разность высотъ h точекъ A и D будетъ та-же, что и для точекъ A и B; полагая $AB=d$ и $AD=d_0$, найдемъ $h=dtg\alpha=d_0 . tg\beta$. Отсюда $d:d_0=tg\beta:tg\alpha$, или приближенно $d:d_0=\beta:\alpha$, т. е. уголъ наклоненія β линіи, идущей по направленію AD, будетъ во столько разъ *менѣе* угла α наклоненія линіи, идущей въ направленіи AB, во сколько длина заложенія AB менѣе длины AD. Если же покатость не наклонная плоскость, а ломанная поверхность, то по данному направленію AF (черт. 736), совпадающему съ направленіемъ штриховъ, отмѣчаютъ *перемѣны тѣни* штриховъ въ точкахъ B и D и для каждаго изъ промежутковъ опредѣляютъ по предыдущему уголъ наклоненія. Опредѣленіе же угловъ наклоненія линіи AG, не совпадающей съ направленіемъ штриховъ, очевидно, сведется къ опредѣленію угловъ наклона линій AC, CE и EG. Если данное направленіе, какъ, напримѣръ, CD или AB (черт. 737) не составляетъ со штрихами постояннаго угла или потому, что само направленіе не прямолинейно, или сама покатость не есть плоскость, то въ первомъ случаѣ, надо брать небольшую часть криволинейнаго направленія, которую можно было бы принять за прямую линію, и для каждой части кривой отдѣльно опредѣлять углы наклоненія.



Черт. 736.



Черт. 737.

Опредѣленія превышенія h дѣлается слѣдующимъ образомъ: взявъ формулу $h=d . tg\alpha$, принявъ, что тангенсы пропорціональны угламъ наклоненія, и имѣя въ виду, что $tg\ 1^0=\frac{1}{60}\left(\text{точнѣе }\frac{1}{57,3}\right)$, можно легко получить tg любого угла α изъ пропорціи: $\alpha:1^0=tg\alpha:tg\ 1^0$, или

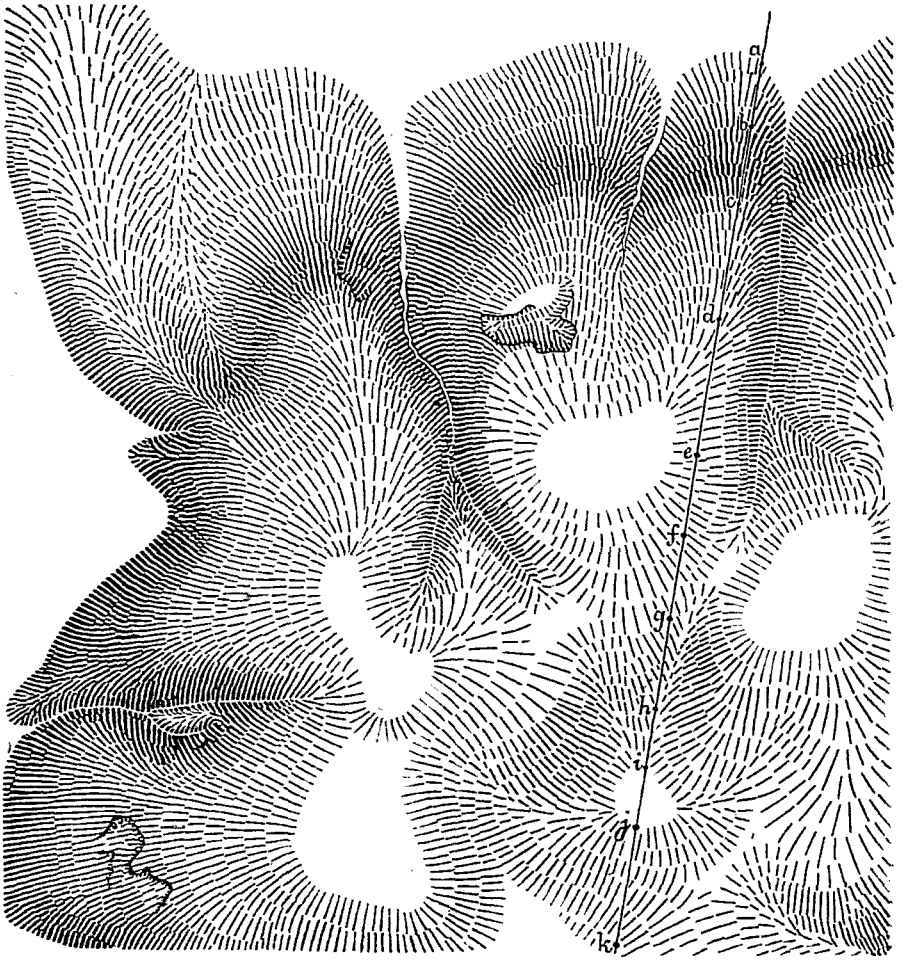
$$tg\alpha=\frac{\alpha^0 . tg\ 1^0}{1^0}=\alpha . \frac{1}{60},$$

т. е. данное число α градусовъ достаточно раздѣлить на 60, чтобы получить $tg\alpha$. Поэтому, если съ плана можно взять по масштаау заложеніе d и по предыдущему опредѣлить α, то искомое превышеніе,

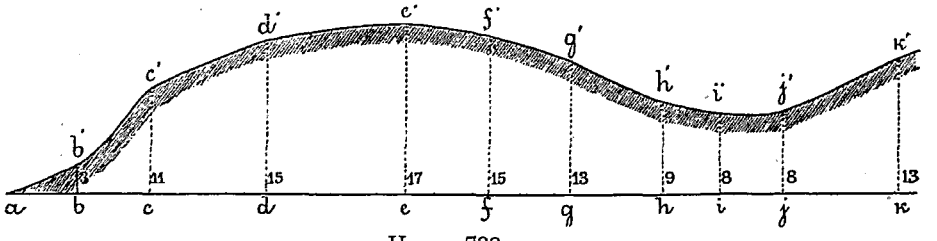
$$h=d\cdot tg\alpha=d\cdot\frac{\alpha}{60}.$$

Зная превышеніе h для даннаго d и высоту начальной точки A, легко найти высоты точекъ C, E и G и *построить профиль* по линіи AG, по-

добно тому, какъ объ этомъ было уже говорено въ статьѣ о горизонталяхъ (§ 260, стр. 684). Итакъ, *для рѣшенія задачи о построеніи профиля по штрихамъ*, прежде всего на заданномъ на планѣ направленіи отмѣчаютъ точки главныхъ перегибовъ покатостей, затѣмъ по опредѣленнымъ



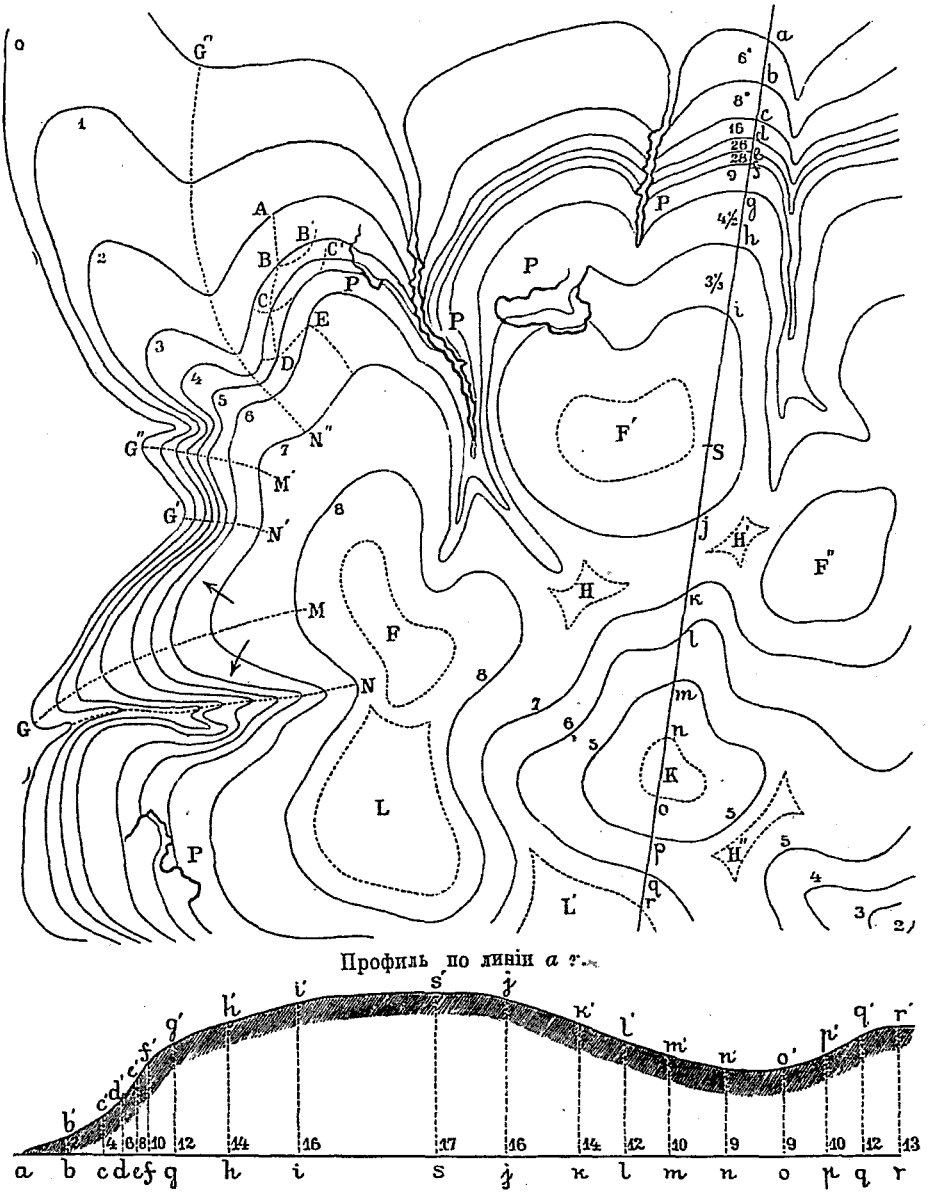
Профиль по линіи *a k*.



Черт. 738.

угламъ наклоненія и по заложеніямъ (т. е. по разстояніямъ на планѣ между намѣченными точками) высчитываютъ превышенія, прикладываютъ ихъ съ соотвѣтствующими знаками (+ для подъемовъ и — для спусковъ) къ отмѣткѣ предшествующей точки, чрезъ что получаются высоты всѣхъ про-

межуточныхъ и конечной точки, а затѣмъ на бумагѣ проводятъ прямую (обыкновенно горизонтальную) и на ней откладываютъ въ натуральную величину взятыя съ плана заложенія между намѣченными точками, въ точкахъ отложенія возставляютъ перпендикуляры и на нихъ откладываютъ



Черт. 739.

высчитанныя высоты въ увеличенномъ (напр., въ 10 разъ) масштабѣ. *Всѣ полученныя на перпендикулярахъ* (отложеніемъ высотъ) *точки соединяютъ непрерывною кривою,* которая и выразитъ искомый профиль (см. черт. 738 и сличи съ 739).

Опредѣленіе бассейна даннаго тальвега по картѣ, вычерченой штрихами, дѣлается весьма сходно съ такою же задачею по горизонталямъ (см. стр. 685 и 686, а также ниже статью объ изысканіяхъ путей сообщенія).

§ 390. **Важнѣйшія русскія топографическія карты.** Трудно составить идеальную карту, *заразъ удовлетворяющую всѣмъ требованіямъ*, которыя можно предъявить къ изображенію на бумагѣ отдѣльной части земной поверхности: преслѣдуя различныя цѣли, она носила бы крайне разнообразный характеръ, отличалась бы пестротою и для нея нельзя было бы установить одного какого-либо масштаба; поэтому карты составляются въ большинствѣ случаевъ такъ, чтобы онѣ соотвѣтствовали преимущественно одной какой-либо цѣли; вслѣдствіе чего изданіемъ ихъ завѣдуютъ не только правительственныя или общественныя учрежденія, но и частныя лица. Въ Россіи составленіемъ карты всей страны преимущественно съ цѣлью стратегическихъ соображеній завѣдуетъ военное вѣдомство, а именно: Военно-Топографическій Отдѣлъ Главнаго Штаба [1]). Для частной продажи изданій В. Т. Отдѣла учрежденъ географическій магазинъ, состоящій при Главномъ Штабѣ въ Петроградѣ. Изъ частныхъ картографическихъ заведеній наибольшей извѣстностью пользуется заведеніе генерала Ильина, находящееся также въ Петроградѣ и имѣющее свои магазины въ Петроградѣ и Москвѣ; оно преимущественно вѣдаетъ географическія учебныя карты и атласы, а также и статистическія карты. Подробныя указанія объ изданіяхъ Военнаго вѣдомства и г. Ильина можно найти въ каталогахъ ихъ географическихъ и книжныхъ магазиновъ. Укажемъ здѣсь на слѣдующія карты для Россіи:

1) Военно-топографическая карта *Европейской Россіи, масштабъ 3 версты въ дюймъ* ($^1/_{126000}$); имѣется въ продажѣ свыше 517 листовъ. Карта

---

[1]) Гл. Шт. помѣщается въ Петроградѣ,—это есть центральное правительственное учрежденіе; въ вѣдѣніи его находятся не только картографическія работы, но и астрономическія, геодезическія и съемочныя работы. На окраинахъ Россіи, на Кавказѣ, въ Сибири и Туркестанѣ, существуютъ при штабахъ этихъ военныхъ округовъ особые военно-топографическіе отдѣлы, подчиняющіеся Главному Штабу. Всѣ перечисленныя работы производятся геодезистами Генеральнаго Штаба и чинами корпуса военныхъ топографовъ. Для комплектованія корпуса военныхъ топографовъ и для научной ихъ подготовки, въ Петроградѣ учреждено спеціальное Военно-Топографическое Училище; для высшаго же геодезическаго и астрономическаго образованія существуетъ геодезическое отдѣленіе въ Николаевской (военной) Академіи Генеральнаго Штаба; для восполненія же теоретическаго образованія для геодезистовъ установлено двухлѣтнее пребываніе при Пулковской Обсерваторіи. Для изданія картъ при В. Т. О. Гл. Штаба существуетъ обширное картографическое заведеніе, въ составъ котораго входятъ чертежная, гравировальня, печатня на мѣди, съ литографіею и фотографіею для копировки снимковъ. Главнѣйшія научныя работы чиновъ Военнаго вѣдомства въ области геодезіи, астрономіи и съемочнаго дѣла помѣщаются въ „Запискахъ В. Т. Отдѣла Главн. Штаба", издаваемыхъ томами. Такимъ образомъ, первое мѣсто по объему и качеству геодезическихъ работъ и по изученію картъ принадлежитъ Военному вѣдомству, имѣющему отличную и давно сложившуюся организацію, подъ руководствомъ ученыхъ спеціалистовъ и ведущему свои работы на точныхъ научныхъ основаніяхъ.

эта построена по проекціи Бонна и издается съ 1846 года, на ней уже отпечатано 36 губерній.

2) Топографическая карта *Московской губерніи*, масштабъ 2 версты въ дюймѣ, на 40 листахъ, съ неровностями, вычерченными штрихами.

3) Топографическая карта *окрестностей Москвы*, 1852 г., масштабъ 1 верста въ дюймѣ, на 6 листахъ, безъ неровностей.

4) Карта *окрестностей Петрограда* (такъ называемая въ войскахъ „*зеленка*"), масштабъ 1 верста въ дюймѣ.

5) Для окраинъ Россіи: а) карта *Финляндіи*, б) карта полуострова *Крыма*, обѣ въ масштабѣ 1 верста въ дюймѣ, и в) карты Кавказскаго Края, въ масштабѣ 5 верстъ въ дюймѣ.

6) Новая *спеціальная карта Европейской Россіи*, масшт. *10 верстъ въ дюймѣ*, на 177 листахъ. Нѣкоторые листы могутъ быть отпечатаны съ горами и безъ горъ; карта печатается въ 2 видахъ (съ лѣсами и синей краской для водъ и безъ лѣсовъ и синей краски). Составлена по проекціи Гаусса, издана подъ редакціею генерала Стрѣльбицкаго.

7) Карта для Туркестанскаго края (*пограничной полосы Азіатской Россіи*), масштабъ 40 верстъ въ дюймѣ (съ Хивою, Бухарою, Афганистаномъ и частями Китая, Индіи и Персіи).

8) Генеральная карта Западной Сибири съ Киргизскою степью, на 4 листахъ, масштабъ 50 верстъ въ дюймѣ.

9) Подробная карта Азіатской Россіи, съ прилегающими къ ней владѣніями, масштабъ 100 верстъ въ дюймѣ, составлена по проекціи Гаусса, 1884 г.

10) Первая спеціальная карта Россіи (такъ называемая *столистовая*), масштабъ 20 верстъ въ дюймѣ, издана генераломъ Оппермановъ, въ настоящее время устарѣвшая.

11) Генеральная гипсометрическая карта Европейской Россіи, составлена генераломъ А. А. Тилло, издана Министерствомъ Путей Сообщенія, въ масштабѣ 60 верстъ въ дюймѣ [1]).

---

[1]) Въ видѣ приложенія къ учебнику Военной Топографіи полковникъ *С. П. Быликовъ* составилъ „Атласъ образцовъ важнѣйшихъ топографическихъ картъ русскихъ и иностранныхъ", Москва 1885 г., состоящій изъ 10 листовъ: 1) часть подлиннаго брульона топографической съемки Бессарабіи 1883 г., въ масштабѣ 250 саж., въ дюймѣ ($^1/_{21000}$), съ горизонталями; 2) часть листа топографической карты Россіи (Бессарабской губерніи), въ масштабѣ 3 версты въ дюймѣ ($^1/_{126000}$), городъ Кишиневъ съ окрестностями; неровности въ штрихахъ; 3) часть листа новой трехверстной карты Бессарабіи; 4) часть листа новой спеціальной карты Европейской Россіи (окрестности Кишинева), неровности въ штрихахъ коричневою блѣдною краскою; воды — покрыты синей краской, лѣса—зеленой, масштабъ 10 верстъ въ дюймѣ; 5) часть листа карты окрестностей Петрограда (зеленки), масштабъ 1 верста въ дюймѣ; 6), 7) и 8) образцы топографическихъ картъ Пруссіи въ масштабахъ $^1/_{100000}$, $^1/_{50000}$ (окрестностей Берлина), $^1/_{200000}$ (Reymann's Special-Karte); 9) образецъ новой топографической карты Австро-Венгерской монархіи, въ масштабѣ $^1/_{75000}$, и 10) образецъ французской карты въ масштабѣ $^1/_{80000}$. На всѣхъ иностранныхъ картахъ рельефъ мѣстности выраженъ штрихами.

ГЛАВА X.

Краткія свѣдѣнія объ изысканіяхъ путей сообщенія.

§ 391. Раздѣленіе изысканій на два вида по роду пути. Изысканія путей сообщенія можно раздѣлить на два вида: 1) на изысканія для *сухопутныхъ* дорогъ и 2) на *изслѣдованіе рѣкъ* и водныхъ пространствъ (озёръ и морей), какъ путей сообщенія. Сообразно съ этимъ подраздѣленіемъ и настоящую главу мы разобьемъ на двѣ главныя части, — на А) *сухопутныя*, при томъ преимущественно, если не исключительно, желѣзнодорожныя изысканія, и на Б) *изслѣдованіе рѣкъ*, какъ путей сообщенія.

При этомъ мы все наше вниманіе сосредоточимъ на *полевыхъ* дѣйствіяхъ изысканій, останавливаясь болѣе продолжительно на геодезической сторонѣ дѣла; что же касается до *составленія проекта желѣзной дороги*, то эту часть работы изысканій мы обойдемъ почти молчаніемъ, такъ какъ полагаемъ, что этотъ вопросъ ближе всего подойдетъ къ спеціальному „Курсу желѣзныхъ дорогъ".

А. Геодезическія изысканія для желѣзныхъ дорогъ.

§ 392. Общее понятіе о желѣзнодорожныхъ изысканіяхъ и о причинахъ, ихъ вызывающихъ [1]). Рядъ дѣйствій, обезпечивающихъ выборъ наивыгоднѣйшаго направленія линіи на мѣстности для будущаго (намѣчаемаго) пути между заранѣе данными пунктами, носитъ общее названіе *техническихъ изысканій для путей сообщенія*. Техническая сторона геодезическихъ изысканій для желѣзныхъ дорогъ вполнѣ примѣнима къ изысканіямъ шоссейныхъ и грунтовыхъ дорогъ, а потому мы отводимъ здѣсь мѣсто только желѣзнодорожнымъ изысканіямъ.

Если, съ одной стороны, не упускать изъ вида, что на одну и ту же мѣстность можно составить цѣлый рядъ картъ: *топографическую* — съ выраженіемъ неровностей мѣстности (рельефа) горизонталями, *гипсометрическую* — съ показаніемъ цифровыхъ данныхъ главнѣйшихъ высотъ надъ уровнемъ моря, *геологическую*—съ показаніемъ напластованій грунта, *статистическо-экономическую*—съ указаніемъ густоты населенія, степени интен-

---

[1]) Составлено 1) по *Л. А. Штукенбергу* — „Производство желѣзнодорожныхъ изысканій". Спб. 1891.; 2) *Н. Тиханову* — „Практическія замѣтки по изысканіямъ для желѣзныхъ дорогъ". Спб. 1890; 3) *Н. А. Богуславскому* — „Курсъ Геодезіи". Спб. 1897. Гл. XLI; 4) *Н. И. Ефимовичу* — „Справочная книга для инженеровъ и техниковъ путей сообщенія". Спб. 1901. Часть II; 5) *Генриху Краевскому* — „Желѣзнодорожныя изысканія и составленіе проекта желѣзной дороги". Спб. 1902, томъ I; 6) *А. Н. Щиряеву* — „Дополнительныя практическія замѣтки къ общему курсу желѣзнодорожныхъ изысканій". Москва. 1900 г. III часть литографированнаго курса Строит. Искусства К. М. И. и 7) *С. Бѣликову* — „Полный курсъ военной топографіи". Москва. 1888.

сивности занятій фабричной, заводской, сельско-хозяйственной, кустарной, торговой и т. п. дѣятельностью, *гидрографическую*—съ обозначеніемъ глубины водъ, мелей, пороговъ, скорости теченія, длины рѣкъ, строенія и крутизны береговъ и, наконецъ, *другія спеціальнаго назначенія карты*, а съ другой — имѣть въ виду, что на направленіе желѣзной дороги вліяютъ формы неровностей мѣстности, расположеніе водъ, величина и характеръ ожидаемаго движенія, имѣющіяся вблизи дороги залежи строительныхъ матеріаловъ, количество искусственныхъ сооруженій и, вообще, строительныхъ работъ, длина дороги и стоимость будущей эксплоатаціи, то совершенно яснымъ становится, что изысканія направленія желѣзной дороги въ данной мѣстности зависятъ отъ богатствъ и дѣятельности отдѣльныхъ центровъ даннаго района, отъ изученности ихъ различными спеціалистами, отъ наличности полныхъ и подробныхъ картъ *современнаго ихъ состоянія*, а также и отъ цѣли, съ которою проводится дорога. Съ полной увѣренностью можно сказать, что *отсутствіе картъ* и *отсутствіе ихъ консерваціи въ современности* вызываютъ тѣ размѣры изысканій съ огромными на нихъ затратами, какихъ они достигаютъ какъ у насъ въ Россіи, напримѣръ, въ Сибири, такъ и въ нѣкоторыхъ мѣстахъ Америки. Между тѣмъ, хорошія карты и свѣдѣнія, собранныя спеціалистами (а не на-спѣхъ, поверхностно), допускаютъ составленіе проекта дома, какъ напримѣръ, проектъ Бендеро-Галацкой дороги.

Подтвержденіе той же мысли мы находимъ въ II главѣ книги *Г. Кравевскаго* — „Желѣзнодорожныя изысканія и составленіе проекта желѣзной дороги", гдѣ онъ пишетъ: „Въ Европѣ, напримѣръ, въ Швейцаріи, вся страна снята подробными точными горизонталями настолько подробно, что, въ случаѣ военныхъ надобностей, можно сразу приступить къ постройкѣ дороги безъ всякихъ изысканій въ полѣ, ограничиваясь проектомъ, составленнымъ по картѣ въ кабинетѣ. Въ Россіи—дѣло другое. Громадныя пространства Россійской Имперіи требуютъ слишкомъ большихъ затратъ, чтобы отвѣтить на всѣ запросы строющихся дорогъ". Отсюда понятнымъ станетъ, что отсутствіе картъ и надлежащихъ свѣдѣній по статистикѣ, метеорологіи и т. п. значительно расширило кругъ дѣйствій русскаго изыскателя и создало то своеобразное мнѣніе, что желѣзнодорожныя изысканія, въ виду важности ихъ значенія и обширности ихъ объема, „смѣло могли бы составить предметъ цѣлой каѳедры въ Институтѣ Инженеровъ Путей сообщенія", и что если геодезія служитъ средствомъ для полевыхъ дѣйствій желѣзнодорожныхъ изысканій, то она можетъ составить отдѣльную главу изысканій. Мы скорѣе утвердимся въ иной мысли, что если рядомъ съ геодезическими и другими спеціальными познаніями *желѣзнодорожныя изысканія требуютъ надлежащаго знакомства съ постройкою и эксплоатаціею желѣзныхъ дорогъ*, то и *наоборотъ однихъ спеціальныхъ познаній по постройкѣ и эксплоатаціи желѣзныхъ дорогъ для хорошаго изыскателя недостаточно*; онъ также долженъ быть хорошо знакомъ *прежде всего съ геодезіею*, а потомъ уже съ практической астрономіею, строительной механикой, строительнымъ искусствомъ, гидравликой и ея приложеніями, геологіею, технологіею строительныхъ матеріаловъ и химіею, ста-

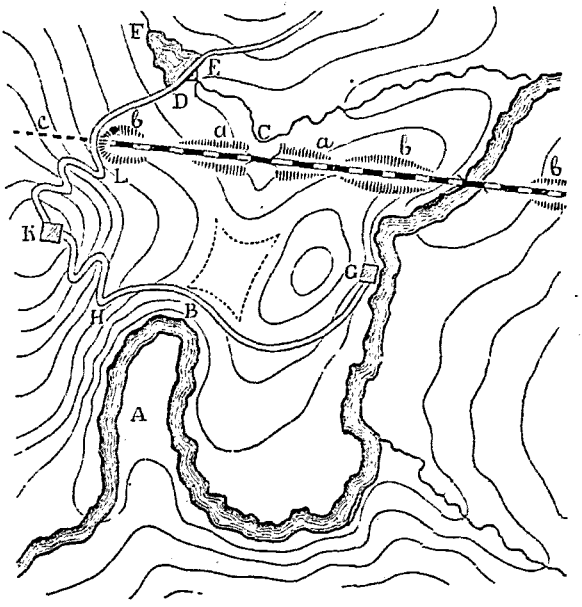
тистикой и политической экономіею и т. п. Только тѣ изысканія можно считать идеальными, въ которыхъ отдѣльные спеціалисты остаются *каждый при своемъ* дѣлѣ, т. е. которыя ведутся цѣлымъ контингентомъ спеціалистовъ. Вотъ почему нерѣдко можно услышать отъ лицъ, хорошо ознакомленныхъ съ желѣзнодорожными изысканіями, что 1) они начинали свою дѣятельность съ простѣйшихъ и крайне однообразныхъ работъ, въ качествѣ вѣшильщика, старшаго рабочаго, пикетажиста, второго, а затѣмъ перваго нивеллировщика, помощника начальника партіи на участкѣ, начальника партіи и т. д., постепенно присматриваясь къ практической сторонѣ различныхъ отраслей изыскательскаго дѣла и спеціализируясь въ нихъ, и что 2) лица, занимавшіяся во время изысканій кабинетнымъ и канцелярскимъ трудомъ, не могутъ считаться подготовленными къ полевымъ работамъ. Опытъ въ дѣлѣ изысканія выражается умѣньемъ скоро и всесторонне взвѣшивать всѣ преимущества и недостатки одного направленія передъ другимъ; онъ обусловливается своего рода даромъ быстро оріентироваться на мѣстности и умѣньемъ установить наивыгоднѣйшее направленіе будущей дороги. Однако, замѣтимъ, что для окончательнаго направленія линіи отнюдь недостаточно одного авторитета изыскателя. Значительная часть нашихъ желѣзныхъ дорогъ, особенно выстроенныхъ до 1880 г., осуждена на вѣчную контрибуцію — оплачивать крупными расходами ошибки неправильно трасированныхъ (разбитыхъ на мѣстности) линій.

Чтобы яснѣе себѣ представить, насколько отдѣльныя формы неровностей мѣстности имѣютъ вліяніе на устройство и направленіе дорогъ, обратимся къ чертежу 740. Если бы мѣстность была совершенно ровною и одинаково удобною для движенія, то дороги имѣли бы направленіе прямыхъ линій, какъ кратчайшихъ разстояній преимущественно между населенными пунктами (городами, посадами, селами). Въ дѣйствительности мѣстность представляетъ рядъ неровностей, какъ указано на чертежѣ, и для того, чтобы дороги на ней были возможно удобнѣе для движенія по нимъ повозокъ, необходимо, *чтобы дороги были возможно менѣе наклонны къ горизонту,* а именно: чтобы наклоненіе ихъ не превосходило извѣстнаго предѣла (уклона, числа градусовъ), при которомъ движеніе повозокъ дѣлается неудобнымъ или невозможнымъ. Вслѣдствіе этого дороги, особенно проселочныя, имѣютъ обыкновенно видъ кривыхъ линій, огибающихъ встрѣчающіеся хребты и лощины, (какъ напр., на чертежѣ 740, часть *GBH*) и имѣющихъ, слѣдовательно, направленія, приближающіяся къ направленію горизонталей. Въ мѣстахъ, имѣющихъ значительную крутизну, дороги, выполняя условіе возможно наименьшаго уклона къ горизонту, принимаютъ весьма извилистыя очертанія, какъ напр., часть *HKL*, которую можно разбить на отдѣльныя колѣна съ незначительными уклонами.

При устройствѣ главныхъ путей сообщенія, какъ напр., шоссе и въ особенности желѣзныхъ дорогъ, для избѣжанія *значительныхъ искривленій*, увеличивающихъ общую длину дороги, выгоднѣе иногда бываетъ произвести *земляныя работы*, т. е. сдѣлать мѣстами *насыпи* (*a*, *a*, ...), мѣстами *выемки* (*b*, *b*, ...) и даже *тоннели* (*c*), какъ указано на чер-

тежѣ 740; расположеніе и размѣръ ихъ находится въ полной зависимости отъ формъ неровностей мѣстности; въ мѣстахъ пересѣченія дорогами рѣкъ, овраговъ, осей лощинъ приходится строить искусственныя сооруженія — *водопропуски* (трубы и мосты).

§ 393. Общее направленіе дороги и конечная цѣль изысканій. Начальный и конечный пункты намѣчаемаго пути назначаются или самимъ правительствомъ, или по иниціативѣ частныхъ лицъ, съ согласія правительства (Министра путей сообщенія). Сооруженіе пути сообщенія можетъ возникнуть для различныхъ цѣлей: *экономической* — для правильнаго распредѣленія богатствъ внутри страны, *транзитной* — для сбыта и ввоза продуктовъ промышленности въ сосѣдніе значительно отдаленные районы, *военной* — для увеличенія скорости мобилизаціи войскъ.



Черт. 740.

Конечная же цѣль постройки пути всегда заключается въ *удешевленіи и увеличеніи скорости передвиженія грузовъ между пунктами, по которымъ проходитъ строющаяся дорога.*

Выборъ пунктовъ, черезъ которые должна пройти будущая дорога, не зависитъ отъ технической стороны изысканій. Производитель изысканій (начальникъ экспедиціи) не входитъ въ соображенія, вліяющія на выборъ этихъ пунктовъ, а потому *задача всѣхъ изысканій сводится къ проектированію дороги между двумя, заранѣе назначенными пунктами.*

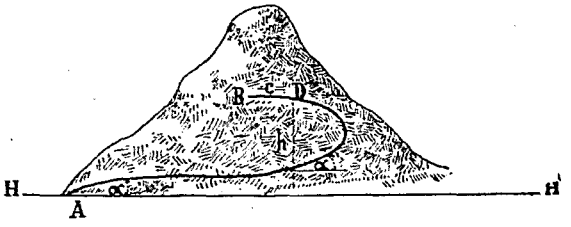
Условія возможной дешевизны передвиженія зависятъ какъ отъ величины затраченнаго на постройку капитала, такъ и отъ расходовъ по эксплоатаціи, зависящихъ отъ мѣстныхъ препятствій для скорости движенія. Такъ, напр., замѣна постояннаго моста черезъ рѣку паромомъ (traject), или замѣна тоннеля удлиненіемъ (развитіемъ подъема) пути могутъ оказывать вліяніе на удешевленіе стоимости перевозки.

Условіе возможной дешевизны постройки дороги зависитъ такимъ образомъ не только отъ удачнаго направленія линіи, но и отъ способовъ, обезпечивающихъ *провозоспособность дороги.*

§ 394. Техническія условія проведенія линіи. Тѣ нормы, которыя приняты въ основаніе провозоспособности дороги, носятъ названіе *техническихъ условій* проведенія линіи. Такъ, для желѣзнодорожныхъ изысканій, — *нормальный поперечный профиль полотна дороги, предѣлы для уклоновъ, радіусовъ закругленій, прямыхъ вставокъ между закругленіями, длинъ горизонтальныхъ площадокъ вдоль пути* — суть нормы или техническія условія для проведенія линій.

Въ числѣ техническихъ условій для проведенія данной линіи одно изъ главныхъ мѣстъ принадлежитъ *„нормальному поперечному профилю полотна“*, опредѣляющему размѣръ и очертаніе полотна въ сѣченіи, перпендикулярномъ къ средней линіи (магистральной линіи) или оси полотна. Чѣмъ уже полотно и круче откосы, — тѣмъ дешевле устройство полотна.

Слѣдующимъ важнымъ техническимъ условіемъ является такъ называемый *предѣльный уклонъ*. Предположимъ, что два пункта A и B, (черт. 741), удаленные другъ отъ друга по прямому направленію на разстояніе l, должны быть соединены желѣзной дорогой и находятся на разныхъ уровняхъ относительно моря, причемъ разность высотъ ихъ равна h. Дорога должна быть проложена по постоянному уклону i, величина котораго не должна превосходить предѣла, зависящаго отъ силы тяги паровоза, между тѣмъ уклонъ на мѣстности линіи AB болѣе предѣльнаго уклона проектируемой дороги. Въ этомъ случаѣ приходится прибѣгать къ такъ называемому *развитію проектируемой линіи*. Согласно опредѣленія уклона, существуетъ слѣдующая зависимость между уклономъ i, длиною L горизонтальнаго проложенія наклоннаго пути AMB и разностью высотъ h двухъ пунктовъ: $i = \frac{h}{L}$, или



Черт. 741.

$$L = \frac{h}{i} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Изъ формулы (1) видно, что чѣмъ больше взятый уклонъ i, тѣмъ короче длина проектируемой линіи L между двумя данными точками, т. е. тѣмъ легче выбрать болѣе дешевую для постройки линію.

Третій видъ техническихъ условій, — величина *горизонтальныхъ площадокъ*.

Если между данными точками A и B должна будетъ помѣщаться станція, то для нея должна быть устроена такъ называемая *горизонтальная площадка*, и, очевидно, длина этого горизонтальнаго отрѣзка $DB = c$ полотна будетъ имѣть вліяніе на всю длину линіи AB, а слѣдовательно, и на стоимость ея постройки. Длина линіи выразится такъ:

$$L = \frac{h}{i} + c \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

и чѣмъ больше c—длина площадки—и чѣмъ чаще встрѣчаются такія площадки, тѣмъ постройка дороги дороже.

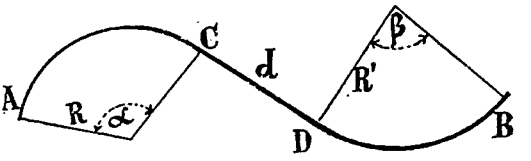
Слѣдующимъ за симъ техническимъ условіемъ является величина *предѣльныхъ радіусовъ закругленій*.

Для обхода встрѣчающихся на прямолинейномъ пути препятствій въ видѣ горъ, извилинъ, рѣкъ, озеръ и т. п. или иныхъ цѣлей, линіи желѣз-

ныхъ дорогъ должны имѣть криволинейныя части, которыя по преимуществу описываются дугами окружностей, большихъ или меньшихъ радіусовъ. Въ случаѣ малыхъ радіусовъ окружностей, дуги ихъ, обращенныя выпуклостью въ разныя стороны, должны быть сопряжены при помощи прямолинейной вставки.

Длина пути L между данными точками A и B при двухъ центральныхъ углахъ α и β двухъ дугъ, обращенныхъ центрами въ разныя стороны, какъ указано на черт. 742, составится изъ дугъ AC и BD и прямой $CD = d$, такъ что:

$$L = \frac{2\pi R}{360} \cdot \alpha + \frac{2\pi R'}{360} \cdot \beta + d \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$



Черт. 742

Выборъ радіуса закругленія на косогорахъ имѣетъ большое вліяніе на количество земляныхъ работъ, и чѣмъ меньше предѣльный радіусъ, тѣмъ легче найти кривую, наиболѣе удовлетворяющую условію минимума работъ. Вообще же, *для уменьшенія расходовъ эксплоатаціи*, выгоднѣе выбирать радіусы наибольшихъ размѣровъ, однако, не превосходящихъ нѣкоторыхъ предѣловъ. На практикѣ иногда требованіе дешевизны постройки выполняется само собою: такъ, если S-образная линія $ACDB$ задана своимъ началомъ A и концомъ B, *и точки эти не подлежатъ измѣненію* (напр., точка A лежитъ на берегу, въ мѣстѣ наиболѣе удобнаго перехода рѣки, а точка B заранѣе заданное положеніе станціонной площадки), то, само собою разумѣется, что длина $ACDB$ будетъ тѣмъ короче, чѣмъ менѣе радіусы R и R', которыми описаны криволинейныя части AC и DB.

Изи вышеизложеннаго явствуетъ, что съ цѣлью увеличенія дешевизны постройки данной линіи выгодно увеличивать предѣлы уклоновъ и уменьшать предѣлы радіусовъ закругленій, длинъ прямыхъ вставокъ и площадокъ, но увеличеніе такимъ образомъ дешевизны постройки вредно отзовется на провозоспособности дороги и увеличитъ расходы по ея эксплоатаціи.

Здѣсь кстати замѣтимъ, что если исключить изъ строительнаго капитала, необходимаго для сооруженія данной линіи, стоимость рельсъ и подвижного состава, то *земляныя работы по возведенію полотна составятъ около* 30% *всей остальной суммы;* вслѣдствіе этого прежде всего приходится заботиться объ уменьшеніи стоимости этихъ работъ.

Чѣмъ ближе уклоны полотна дороги подходятъ къ уклонамъ мѣстности, тѣмъ меньше нужно земляныхъ работъ для возведенія полотна.

Чтобы установить правильный выборъ предѣловъ всѣхъ этихъ величинъ, зависящихъ отъ противоположныхъ условій, нужно не упускать изъ вида вліяній этихъ величинъ на эксплоатацію дороги.

Площадь поперечнаго профиля полотна зависитъ отъ двухъ величинъ: ширины полотна и крутизны откосовъ. Ширина полотна опредѣляется главнымъ образомъ величиной предполагаемаго движенія, которое можетъ совершаться и въ два пути или въ одинъ путь, а также размѣрами подвижного состава. Завися отъ значенія дороги и отъ размѣра подвижного состава, ширина полотна во всякомъ случаѣ должна быть такова, чтобы человѣкъ, стоящій на полотнѣ дороги, встрѣчаясь съ движущимся поѣздомъ могъ бы стать на ту или другую сторону поѣзда безвредно для себя.

Для русскихъ желѣзныхъ дорогъ обыкновенно принимается ширина полотна при одномъ пути 2,60 сажени и 4,60 сажени для двухъ путей. Въ послѣднее десятилѣтіе въ видахъ удешевленія постройки, пришли къ заключенію, что ширина полотна можетъ быть уменьшена до 2,40 и даже 2,20 сажени, допуская болѣе тонкій слой балласта. Ширина 2,20 принята на Луньевской вѣтви Уральской ж. д.

Второй элементъ, вліяющій на площадь нормальнаго профиля, — это уклонъ откосовъ, который долженъ имѣть такую величину, чтобы земля въ откосахъ насыпи и выемки держалась бы въ равновѣсіи. По многочисленнымъ опытамъ оказалось, что для обыкновенныхъ грунтовъ — песка, чернозема, глины, такимъ требованіямъ удовлетворяетъ полуторный откосъ, въ которомъ отношеніе основанія откоса къ его высотѣ равно $1^1/_2 = {}^3/_2$. Въ болѣе твердыхъ породахъ уклонъ откоса можетъ быть значительно увеличенъ и доходитъ въ плотномъ сплошномъ камнѣ до $^1/_{10}$.

Значеніе уклоновъ и закругленій выражается главнымъ образомъ въ увеличеніи сопротивленія движенію поѣзда, требующемъ усиленія расходовъ по тягѣ, кромѣ этого значенія уклоны и закругленія имѣютъ и другое: они способствуютъ скорѣйшему изнашиванію рельсовъ и подвижного состава и увеличиваютъ расходы по содержанію пути.

Желѣзнодорожная практика показала, что при движеніи поѣзда по горизонтальному пути не приходится пользоваться всей силой паровоза, вслѣдствіе развивающейся при такомъ движеніи инерціи и другихъ причинъ—и что въ концѣ движенія поѣзда по горизонтальному отрѣзку пути является нѣкоторый избытокъ движущей силы, который совершенно достаточенъ для преодолѣнія сопротивленія по некрутому подъему, не превышающему 0,0035 безъ увеличенія расхода на топливо; такимъ образомъ уклоны, не переходящіе предѣлъ 0,0035, могутъ быть признаны уклонами безвредными для расходовъ эксплоатаціи. Но установленіе такихъ предѣловъ уклоновъ повлекло бы за собою въ гористыхъ мѣстностяхъ къ сильному увеличенію длины, а слѣдовательно, и расходовъ по постройкѣ дороги, а нерѣдко и полной невозможности ея проведенія, почему предѣлы эти приходится значительно увеличить. Собраніе желѣзнодорожныхъ техниковъ въ Вѣнѣ въ 1850 г. установило слѣдующія желательныя величины уклоновъ:

въ мѣстностяхъ ровныхъ	$^1/_{200}$	Подтверждено послѣдующими съѣздами въ Берлинѣ, Дрезденѣ, Гамбургѣ, Карлсруэ.
„ „ холмистыхъ	$^1/_{100}$	
„ „ гористыхъ	$^1/_{40}$	

Для русскихъ транзитныхъ желѣзныхъ дорогъ высшій предѣлъ уклона можно считать 0,015. Для Сурамскаго перевала Поти — Тифлисской ж. д. сдѣлано отступленіе, гдѣ принято 0,04625. Въ 1890 году, въ виду *неудобства* такого уклона, этотъ перевалъ замѣненъ другою обходною линіею съ тоннелемъ, длиною 1874 с. и съ предѣльными уклонами: 0,025 при радіусѣ закругленій въ 130 саж. и 0,028 на прямыхъ (съ соотвѣтственнымъ величинѣ радіуса измѣненіемъ уклона между этими предѣлами). Уклонъ же тоннеля 0,018.

Но уклонъ даже 0,015 Министерство Путей Сообщенія разрѣшаетъ лишь въ чрезвычайныхъ случаяхъ, при проведеніи желѣзныхъ дорогъ въ сильно гористыхъ мѣстностяхъ, какъ напр., Луньевская вѣтвь Уральской Горнозаводской ж. д., причемъ и тамъ онъ допускался съ нѣкоторыми ограниченіями, да и то не на всемъ протяженіи въ обѣ стороны. Въ обѣ стороны онъ допущенъ между станціями Кизель и Чусовая, причемъ предлагалось по возможности *избѣгать совпаденія уклоновъ* 0,015 съ *кривыми, описанными предѣльными радіусами* въ 150 саж. для этой дороги. Между станціями Кизель и Березняки подъемъ этотъ допущенъ въ сторону, противоположную наибольшему движенію грузовъ, а для обратнаго направленія предѣльными уклонами были 0,01. *Вліяніе закругленій на расходы эксплоатаціи гораздо меньше вліянія уклоновъ.* Чрезмѣрное увеличеніе радіуса кривизны вредно вліяетъ на содержаніе пути. Наивысшимъ предѣломъ радіуса надо принять 1000 саж. На такихъ кривыхъ почти нѣтъ сопротивленія движенію поѣзда, а возвышеніе наружнаго рельса даже при скорости 50 верстъ въ часъ равно 0,0075.

Предѣлы для прямыхъ вставокъ между кривыми, обращенными въ разныя стороны, очень разнообразны. На Уральской дорогѣ они доведены до 10 саж., да и то при кривыхъ, описанныхъ радіусами не менѣе 300 саж. Кривыя же съ большими радіусами

допускались безъ прямыхъ вставокъ. На Самаро-Уфимской и Уфа-Златоустовской дорогахъ длина вставокъ между кривыми независимо отъ ихъ радіусовъ была принята равной 30 саж. Ниже мы еще разъ вернемся къ этому вопросу въ виду важности его для эксплоатаціи дороги.

Заключая вопросъ о значеніи предѣловъ величинъ техническихъ условій дороги въ расходахъ эксплоатаціи, замѣтимъ себѣ, что *выборъ длины станціонныхъ площадокъ и разстояніе между ними* вполнѣ зависитъ отъ предполагаемаго въ будущемъ движенія. Станціи имѣютъ значеніе: 1) пунктовъ, въ которыхъ движующійся поѣздъ по пути своего слѣдованія долженъ брать грузъ и пассажировъ и во 2) онѣ нужны спеціально для службы движенія и тяги желѣзной дороги, чтобы паровозъ могъ совершенно получать достаточное количество воды и чтобы чрезъ извѣстное количество верстъ пробѣга паровозъ могъ быть смѣненъ и сданъ въ промывку. Существованіе мастерскихъ для ремонта подвижного состава на станціяхъ и разъѣзды во избѣжаніе задержки въ движеніи, — все это является условіями, благодаря которымъ разстоянія между станціями и размѣры станцій варьируются.

Станціи дѣлятся въ зависимости отъ ихъ значенія на 7 разрядовъ:

Классъ	*Размѣры.*	*Разстоянія между станціями*
I	неопредѣленны, доходятъ, какъ напр., ст. Петроградъ Николаевской ж. д., до 12-ти верстъ	неопредѣленны.
II	не менѣе 500 с. (Депо, мастерскія)	не болѣе 250 вер.
III	не менѣе 400 с. (смѣна паровозовъ)	175 верстъ.
IV	не менѣе 300 саж.	25 верстъ.

Если разстояніе между станціями 4 класса болѣе 25, но менѣе 50 верстъ, то въ промежуткѣ устраивается станція V класса безъ водоснабженія, имѣющая значеніе разъѣзда. Длина площадки та же, что и для IV класса (300 с.).

Для увеличенія провозоспособности дороги въ будущемъ для возможности построить разъѣздъ устраиваютъ площадку съ двойной шириной полотна. Длина площадки 150 саж. Она помѣщается обыкновенно по серединѣ перегона.

Разъѣзды составляютъ 6-й разрядъ станцій, 7-й разрядъ — остановочныя платформы не играютъ никакой роли при сооруженіи дороги.

§ 395. Совокупность работъ, составляющихъ предметъ изысканій, и послѣдовательность ихъ выполненія. Отправляясь на изысканіе, инженеръ имѣетъ карты мѣстности и инструкцію, въ которой точно обозначены техническія условія и пункты мѣстности, черезъ которые должна пройти желѣзная дорога.

Первое, что предстоитъ инженеру—это внимательное изученіе мѣстности по картѣ, и приблизительно нанесеніе линіи на карту.

Затѣмъ слѣдуетъ подробное изученіе проложенной по картѣ линіи на мѣстѣ и составленіе *подробныхъ замѣтокъ о возможности* или невозможности ея проведенія и о необходимости нѣкоторыхъ частныхъ отклоненій отъ намѣченнаго направленія; для составленія замѣтокъ дѣлается осмотръ мѣстности—*рекогносцировка*. Въ мѣстностяхъ болѣе трудныхъ замѣтокъ бываетъ недостаточно и предпринимаются *летучія изысканія*, служащія основаніемъ для детальной разработки линіи и проведенія ея въ окончательномъ видѣ (для трасировки линіи).

Послѣ чего приступаютъ къ самой *трасировкѣ*, т. е. къ разбивкѣ линіи на мѣстности въ окончательномъ видѣ.

Наконецъ, слѣдуютъ дополнительныя изысканія по водоснабженію

станцій и для опредѣленія количества и размѣровъ отверстій искусственныхъ сооруженій, изслѣдованія грунтовъ, изысканія по нахожденію матеріаловъ для постройки дороги и т. п.

Заключительнымъ дѣйствіемъ является составленіе проекта.

Такимъ образомъ можно сказать, что желѣзнодорожныя изысканія складываются изъ слѣдующаго ряда выполняемыхъ одно за другимъ дѣйствій:

I. *Изысканія по картѣ*: а) выборъ направленія линіи по картѣ между конечными пунктами, б) указаніе возможныхъ видоизмѣненій направленія пути или такъ называемыхъ *варіантовъ*, в) сравненіе варіантовъ по длинѣ, количеству предполагаемыхъ работъ и экономическому значенію районовъ, г) составленіе предварительнаго профиля по даннымъ карты, д) опредѣленіе количества искусственныхъ сооруженій по найденнымъ по картамъ бассейнамъ.

II. *Изысканія на мѣстности*: а) *рекогносцировка* или осмотръ мѣстности, б) *летучія изысканія*—глазомѣрная съемка и барометрическое нивеллированіе, в) *детальная* (инструментальная) *разработка нѣкоторыхъ наиболѣе трудныхъ частей линіи изысканія* въ зависимости отъ мѣстныхъ условій, г) *трасировка*—проведеніе *всей* линіи на мѣстности—вѣшеніе, промѣръ (пикетажъ), разбивка уклоновъ и закругленій, углы поворотовъ и углы наклоненія (съемка, нивеллировка и тахеометрія), д) *дополнительныя изысканія* для водоснабженія станцій и для собиранія свѣдѣній о строительныхъ матеріалахъ, о грунтахъ и о выбранныхъ мѣстахъ для отверстій искусственныхъ сооруженій.

III. *Составленіе проекта*: а) вычислительныя работы, б) чертежныя работы по составленію профилей, в) составленіе расчетныхъ вѣдомостей.

§ 396. Условія, которымъ должна удовлетворять проектная линія на картѣ. Полевыя работы желѣзнодорожныхъ изысканій сводятся къ тому, чтобы найти на мѣстности такую линію, которая должна служить осью полотна будущей желѣзной дороги; причемъ необходимо, чтобы эта линія, при строгомъ соблюденіи техническихъ условій, была бы наивыгоднѣйшей какъ въ отношеніи возможной дешевизны постройки и эксплоатаціи, такъ и по отношенію всѣхъ требованій безопасности движенія поѣздовъ по ней. Линія, удовлетворяющая всѣмъ этимъ условіямъ, должна *при возможно меньшей ея длинѣ* потребовать *минимальное количество работъ* для своего возведенія, а потому: 1) *чѣмъ уклоны ея будутъ ближе подходить къ уклонамъ мѣстности, тѣмъ меньше будетъ земляныхъ работъ*, 2) *число пересѣченій рѣкъ, рѣчекъ и овраговъ должно быть доведено до минимума, и точки пересѣченія взяты ближе къ верховьямъ для уменьшенія количества работъ по искусственнымъ сооруженіямъ*.

При выборѣ направленія слѣдуетъ избѣгать крутыхъ косогоровъ, *плывучихъ грунтовъ*, мѣстъ заливаемыхъ весенними водами, гдѣ является возможность подмыва полотна, мѣстъ, сильно заносимыхъ снѣгомъ, и вообще имѣть въ виду всѣ тѣ мѣста, которыя могутъ вредно отозваться на безопасности движенія или вызвать экстренные расходы на устройство полотна и его содержаніе.

Выборъ линіи можетъ быть сдѣланъ лишь по всестороннемъ изученіи

мѣстности какъ въ *отношеніи рельефа поверхности земли, такъ и свойствъ грунта;* изученіе мѣстности должно простираться и на ея *гидрографію*, должны быть собраны свѣдѣнія о количествѣ выпадающихъ атмосферныхъ осадковъ (дождя и снѣга).

§ 397. Общее понятіе объ орографіи мѣстности и необходимость ознакомленія съ нею въ цѣляхъ проведенія линіи по картѣ. Каждая рѣка, ручей и даже сухой въ лѣтнее время оврагъ, по которому стекаетъ вода лишь во время дождей и таянія снѣговъ, имѣетъ свой бассейнъ, ограниченный линіей водораздѣла, составленной изъ относительно высокихъ точекъ земной поверхности. Подъ словомъ *водораздѣлъ слѣдуетъ понимать не только математическую линію, соединяющую наиболѣе повышенныя точки, но и всю прилегающую къ ней мѣстность, составляющую перевалъ изъ одного бассейна въ другой.*

Поверхность, заключенная водораздѣлами рѣки, называется ея долиной, а линія, соединяющая пониженныя точки долины — ея тальвегомъ; поверхности, идущія отъ водораздѣловъ къ тальвегу — склонами долины, которые весьма различны по очертаніямъ и степени крутизны.

Въ долинахъ и лощинахъ большого протяженія текутъ обыкновенно, постоянно или временно, сильные потоки воды, направляющіеся по осямъ лощинъ и долинъ, называемыхъ поэтому *водосливными* линіями; отъ размыва водою лощина принимаетъ болѣе рѣзкую форму, чѣмъ хребты. Отъ продолжительнаго и сильнаго дѣйствія воды по одному направленію въ лощинахъ, имѣющихъ большое паденіе, образуются болѣе или менѣе значительныя промоины, называемыя оврагами или балками, которыя бываютъ тѣмъ значительнѣе, чѣмъ круче и длиннѣе лощины и чѣмъ мягче грунтъ.

Долины рѣкъ бываютъ обыкновенно тѣмъ шире и отложе, чѣмъ значительнѣе самыя рѣки и чѣмъ далѣе взяты долины отъ ихъ верховья. *Второстепенныя долины, впадающія въ главныя, всегда уже послѣднихъ и имѣютъ бо́льшія паденія.*

Видъ всякаго изгиба рѣки зависитъ отъ формы рельефа мѣстности, по которой она протекаетъ, и, собственно говоря, каждому ея изгибу соотвѣтствуетъ въ большинствѣ случаевъ, съ одной стороны, хребты, а съ другой, лощина; *горизонтали,* проходящія около рѣки, идутъ ей почти параллельно и изрѣдка, *соотвѣтственно паденію рѣки, переска́ютъ* ее подъ прямыми углами, образуя видъ петли. При каждомъ значительномъ изгибѣ рѣки A (черт. 740) вода подмываетъ одинъ берегъ B и осаждаетъ оторванныя и размытыя частицы земли на противоположномъ берегу A, гдѣ теченіе воды бываетъ болѣе слабымъ; подмываемый берегъ рѣки B получается крутымъ и командующимъ, а противоположный ему A—низкимъ и отлогимъ.

О направленіи теченія рѣки и паденіи ея долины можно судить по расположенію ея притоковъ, которые всегда впадаютъ въ рѣку подъ острымъ угломъ; за неимѣніемъ притоковъ можно отчасти судить объ этомъ по направленію осей лощинъ, впадающихъ въ долину рѣки.

Если двѣ рѣки, сблизившись между собою, какъ напр., въ точкахъ B и C (черт. 740), начинаютъ снова расходиться, то это значитъ, что въ этомъ мѣстѣ находится возвышенность (G), препятствующая сліянію рѣкъ.

Пруды представляются большею частью впадиною между двухъ горизонталей, вверху петли, образуемой нижнею горизонталью, какъ показано на чертежѣ, въ точкахъ *DEF*. Естественный берегъ пруда *EFD* имѣетъ очертаніе, суживающееся къ верховью; онъ всегда параллеленъ горизонталямъ, такъ какъ очертаніе его поверхности представляетъ собою также горизонталь, опредѣляющуюся уровнемъ накопившейся въ прудѣ воды. Прямая *DE* есть плотина, черезъ которую обыкновенно проходитъ дорога.

Чѣмъ выше порядокъ тальвега въ данномъ бассейнѣ по отношенію къ главному водостоку, — тѣмъ меньше его расходъ воды при устьѣ, а чѣмъ ниже порядокъ тальвега въ данной системѣ, тѣмъ средній уклонъ его положе; послѣднее замѣчаніе очень важно, потому что при выборѣ направленія линіи уклоны тальвеговъ имѣютъ большое значеніе. Отъ водораздѣла въ направленіи къ нему болѣе или менѣе нормальномъ отходятъ водораздѣлы и тальвеги низшихъ порядковъ.

Тальвеги и водораздѣлы 2-го порядка располагаются обыкновенно симметрично относительно тальвега 1-го порядка; если на правомъ склонѣ долины есть тальвегъ, то обыкновенно противъ него помѣщается тальвегъ и на лѣвомъ склонѣ, хотя можетъ быть и меньшихъ размѣровъ. Точки пересѣченій или узлы водораздѣла 1-го порядка съ водораздѣломъ 2-го порядка даютъ повышенныя точки на обоихъ водораздѣлахъ, а начала тальвеговъ—пониженныя точки, носящія названія сѣделъ.

Овраги, балки и рѣки можно считать за различныя стадіи развитія рѣки, а существующее между ними различіе заключается лишь въ различіи ихъ длинъ, уклоновъ и формъ, т. е. всѣ водотеки различаются нѣсколько другъ отъ друга по строенію своихъ долинъ. Рѣки отличаются отъ балокъ тѣмъ, что въ первыхъ вода течетъ круглый годъ, а въ балкахъ во время большихъ дождей и весенняго таянія снѣговъ. Старый оврагъ очень сходенъ по своему строенію съ балкой. Берега у балокъ большей частью круче рѣчныхъ береговъ и рѣдко имѣютъ тѣ уступы или террасы, какія зачастую можно замѣтить у послѣднихъ. Длина балокъ бываетъ очень велика; въ Бессарабіи есть балки длиною до 100 верстъ. Овраги иногда достигаютъ длины 25 верстъ.

Долины рѣкъ Европейской Россіи представляютъ собою въ большинствѣ случаевъ широкую низменную мѣстность, ограниченную уступообразными высотами: низменность, въ которой помѣщается ложе рѣки или такъ называемая луговая или заливная долина, или пойма рѣки, нерѣдко простирается на нѣсколько десятковъ верстъ и бываетъ въ большинствѣ случаевъ усѣяна озерами, болотами, старорѣчьями, ериками или старицами. Уступообразныя высоты, окаймляющія съ обѣихъ сторонъ луговую долину, составляютъ какъ бы вторые берега и называются *первыми террасами долины*.

Террасы *не* идутъ обыкновенно въ одинаковомъ разстояніи отъ рѣки, а приближаясь и отдаляясь отъ нея, мѣстами сливаются съ первыми берегами; случается нерѣдко, что съ берегомъ сливаются даже двѣ террасы.

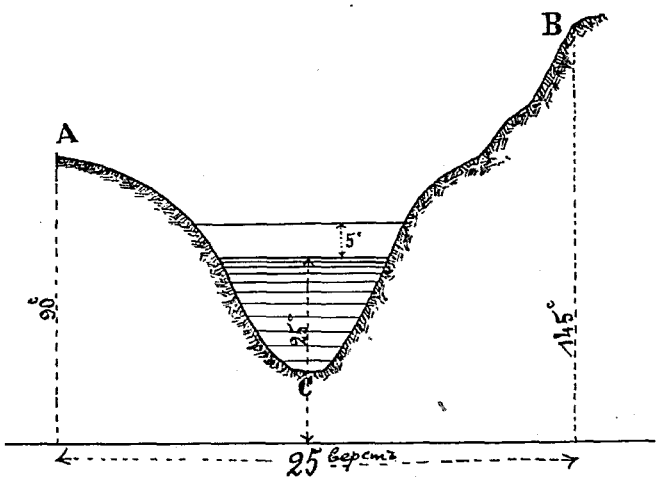
Измѣненіе рельефа мѣстности должно отозваться и на выборѣ направленія линіи дороги по картѣ, а слѣдовательно, и на мѣстности.

§ 398. Уменьшеніе расходовъ по сооруженію водопропусковъ. Для уменьшенія

расходовъ по искусственнымъ сооруженіямъ, число отверстій и ихъ размѣры должны быть доведены до минимума; вслѣдствіе этого выгоднѣе или проектировать направленіе линіи ближе къ водораздѣламъ, гдѣ число водотековъ уменьшается и они имѣютъ меньшій расходъ воды, или вести ее по луговой долинѣ, гдѣ притоки—малыя рѣчки и овраги теряютъ большую скорость теченія и поэтому *нѣсколько водотековъ могутъ быть сведены въ одно отверстіе въ полотнѣ канавами, вырытыми вдоль полотна.* Самый невыгодный случай въ этомъ отношеніи представляютъ крутые косогоры, гдѣ каждый небольшой оврагъ весной имѣетъ видъ бурнаго потока и требуетъ особаго отверстія въ полотнѣ для пропуска воды. Если для проведенія линіи необходимо пересѣчь долину, то сѣченіе слѣдуетъ дѣлать по *возможности нормальное и въ болѣе узкомъ ея мѣстѣ,* чѣмъ уменьшается количество земляныхъ работъ по устройству дамбъ по обѣ стороны искусственнаго сооруженія.

§ 399. Увеличеніе длины линіи на картѣ. Дорогу приходится удлинять вслѣдствіе различныхъ причинъ; въ числѣ ихъ надо указать на *удлиненіе для обхода болотъ, для проведенія дороги по лучшему грунту*, для того, чтобы *она переѣскала меньшее число ручьевъ и овраговъ*, чтобы *приближалась къ мѣстамъ, изобилующимъ строительными матеріалами,* нужными для *постройки* дороги, чтобы проходила близъ того или другого населеннаго мѣста, чтобы широкую *рѣку переѣскала нормально къ ея руслу.*

Но, *кромѣ всего этого, линію приходится удлинять для обхода большихъ возвышенностей.* Наивыгоднѣйшимъ направленіемъ дороги, какъ сказано выше, надо считать кратчайшее направленіе, но во многихъ случаяхъ оказывается, что для построенія дороги по кратчайшему направленію приходится ей давать слишкомъ большіе уклоны, часто невозможные для проѣзда, а для того, чтобы избѣжать этого, необходимо дѣлать очень глубокія выемки и высокія насыпи; но такъ какъ *необходимо стремиться избѣжать большихъ земляныхъ работъ*, то приходится или провести дорогу въ тоннелѣ, или же, какъ это дѣлается въ большинствѣ случаевъ, удлинить ее и тѣмъ уменьшить количество земляныхъ работъ.



Черт. 743.

Чтобы составить себѣ понятіе, какимъ образомъ въ зависимости отъ уклона, отъ глубины выемокъ и высотъ насыпей, или, какъ говорятъ вообще, отъ техническихъ условій, можетъ явится надобность въ удлиненіи дороги, приведемъ примѣръ.

Положимъ, что желѣзную дорогу надо провести между точками *A* и *B* (черт. 743), отстоящими другъ отъ друга по горизонтальному направленію

на 25 верстъ, такъ, чтобы она нигдѣ не имѣла уклона, большаго 0,01, и длина линій, имѣющихъ сплошной предѣльный уклонъ, была бы не болѣе пяти верстъ. Положимъ, кромѣ того, что въ A отмѣтка полотна надъ уровнемъ моря равна 90 саж., а въ B — 145, между точками A и B имѣется рѣка въ точкѣ C, отмѣтка горизонта который надъ уровнемъ моря равна 25 саж. Положимъ, что высоту проѣзжей части моста надъ уровнемъ рѣки необходимо сдѣлать, по мѣстнымъ обстоятельствамъ, на высотѣ 5 саженъ, что зависитъ отъ высоты весеннихъ водъ и отъ оснастки судовъ, какіе двигаются по рѣкѣ. Такъ какъ отмѣтка полотна въ A равна 90 саж., а въ точкѣ C — 30 саж., то разность между отмѣтками точекъ A и C равна 60 саж. Чтобы спуститься на 60 саж. сотеннымъ уклономъ, надо между точками A и C имѣть разстояніе равное $\frac{60}{0,01} = 6000$ саж. Если положить, что въ точкѣ B сдѣлана выемка въ 5 саженъ, то, слѣдовательно, разность высотъ между точками полотна въ C и B равна 110 саженямъ, а потому, чтобы подняться отъ C къ B сотеннымъ же уклономъ, надо имѣть длину равную $\frac{110}{0,01} = 11000$ саж. Чтобы уклонъ не былъ непрерывнымъ на разстояніи большемъ 5 верстъ или 2500 саж., нужно на первомъ скатѣ въ 6000 саж. сдѣлать двѣ горизонтальныхъ площадки, на подъемѣ въ 11000 саж. надо сдѣлать четыре площадки. Слѣдовательно, всего на спускѣ и на подъемѣ 6 площадокъ, если считать каждую по 200 саженъ, а длину моста съ горизонтальными площадками съ обѣихъ сторонъ его положить равной также 200 саженямъ, то всего на площадки надо назначить 1400 саженъ.

Такимъ образомъ, естественныя препятствія, встрѣчаемыя по кратчайшей линіи (въ 25 верстъ) между A и B, и техническія условія требуютъ сдѣлать данную линію длиною въ $6000 + 1400 + 11000 = 18400$ саж., или почти 37 верстъ. Если бы увеличить глубину выемки въ точкѣ B и высоту проѣзжей части моста въ точкѣ C, то можно было бы разстояніе между A и B взять нѣсколько меньше 37 верстъ. Но нельзя остановиться и на этомъ разстояніи, такъ какъ его придется еще немного увеличить, а именно, въ виду того, что линія между точками A и B идетъ не по прямому направленію, въ нее придется ввести много кривыхъ, которыя всегда располагаются, если не на горизонтальныхъ площадкахъ, то на уклонахъ меньшихъ предѣльнаго. Если бы захотѣли пройти между точками A и B меньшимъ уклономъ и дать горизонтальнымъ площадкамъ большую длину, то, очевидно, дорогу между A и B пришлось бы еще болѣе удлинить сравнительно съ кратчайшимъ разстояніемъ между точками A и B. Понятно, что производитель изысканій долженъ избрать между точками A и B такой путь, длина котораго, согласно § 396, *не превосходила бы нѣкотораго предѣла.*

Сдѣлать по трехверстной картѣ выборъ линіи, въ случаѣ, подобномъ описанному, не всегда представится возможнымъ, за недостаткомъ надписанныхъ на этой картѣ высотъ и, въ такомъ случаѣ, окончательный выборъ придется отложить до производства полевыхъ работъ. Благодаря значительной разности горизонтовъ точекъ, черезъ которыя необходимо

провести дорогу ее приходится удлинять, сравнительно съ кратчайшимъ разстояніемъ, въ большее число разъ; такъ, на военно-грузинской шоссейной дорогѣ, идущей черезъ главный кавказскій хребетъ отъ Владикавказа до Тифлиса, между станціями Млеты и Годуаромъ, кратчайшее разстояніе между которыми равно около трехъ верстъ, а длина дороги — около 15 верстъ. Если бы пришлось на этомъ протяженіи строить желѣзную дорогу, предѣльный уклонъ для которой необходимо было бы взять меньшимъ сравнительно съ допущеннымъ для шоссе, то желѣзная дорога вышла бы еще значительно длиннѣе.

§ 400. Назначеніе линій на картѣ. Первоначально направленіе линіи проектируется по *генеральной* (общей) картѣ мелкаго масштаба. Въ Россіи издана карта 60 верстъ въ дюймѣ Министерствомъ Путей Сообщенія. Направленіе дороги между двумя заданными пунктами должно быть, насколько возможно, *кратчайшимъ*. Соединивъ по картѣ заданные пункты *прямою линіею*, отмѣчаютъ на ней всѣ пересѣкаемыя ею непроходимыя для дороги мѣста, напр., большія озера, части моря, большіе населенные пункты; всѣ эти препятствія огибаются, а черезъ это направленіе дороги дѣлается ломаннымъ.

Небольшими уклоненіями отъ прямой часто достигается возможность избѣжать двухъ и болѣе пересѣченій съ рѣкою или приблизиться къ городу, селенію, или заводу, или пунктамъ, могущимъ питать дорогу грузами и пассажирами. Въ виду важности значеній населенныхъ пунктовъ, дѣлается иногда нѣсколько варіантовъ направленія желаемой линіи.

Съ генеральной карты всѣ углы переломовъ линіи переносятся сперва на *спеціальную* карту масштаба 10 верстъ въ дюймѣ, изданную для всей Россіи (Европейской) Военно-Топографическимъ отдѣломъ Главнаго Штаба; она имѣется въ продажѣ; наконецъ, со спеціальной карты всѣ переломы линіи переносятся на *трехверстную военно-топографическую* карту для назначенія на ней еще большаго числа промежуточныхъ точекъ, чѣмъ на спеціальной картѣ. Листы этой карты имѣются въ продажѣ почти для всей западной части Европейской Россіи отъ линіи Петроградъ—Москва—Воронежъ—Ростовъ-на-Дону, а также и для Кавказа.

Недостатокъ военно-топографической карты заключается въ томъ, что на ней не назначены глубины водъ и болотъ, и мало цифровыхъ данныхъ относительно высотъ точекъ; дороги и канавы обозначены сходно, безъ должнаго подраздѣленія, лѣса изображены однообразно и блѣдно, такъ что опушки ихъ не вырисованы столь ясно, чтобы могли служить для оріентированія, и часто тамъ, гдѣ назначены на картѣ лѣса, въ дѣйствительности ихъ не оказывается, такъ какъ карты напечатаны уже давно. Неровности означены штрихами, вслѣдствіе чего относительныя возвышенія точекъ поверхности земли могутъ быть опредѣлены только приблизительно.

Кромѣ трехверстной карты, по особому заказу въ военно-топографическомъ отдѣлѣ, можно получать фотографическіе снимки съ полевыхъ брульоновъ, составленныхъ въ масштабѣ 250 саженъ въ дюймѣ; на такихъ брульонахъ, составленныхъ послѣ 1877 г., имѣются и горизонтали.

Пособіемъ для опредѣленія относительныхъ высотъ могутъ служить генеральныя карты Европейской Россіи, изданія Министерства Путей Сообщенія: 1) карта высотъ (60 верстъ въ дюймѣ); 2) карта длины всѣхъ рѣкъ, на которой назначены черезъ каждыя 5 саж. отмѣтки лѣтняго горизонта воды, и, наконецъ, 3) гипсометрическая карта съ горизонталями (40 верстъ въ дюймѣ).

При помощи этихъ картъ можно опредѣлить отмѣтки нѣкоторыхъ точекъ топографической карты.

Когда всѣ точки поворотовъ назначены на листахъ топографической карты, то ихъ соединяютъ прямыми линіями, всѣ рѣки въ мѣстахъ пересѣченія этими линіями покрываются синею краскою на значительномъ протяженіи; для большей наглядности главныя рѣки покрываются темно-синею краскою, притоки ихъ — свѣтло-синею краскою, притоки вторыхъ— еще болѣе свѣтлою и т. д.

Затѣмъ назначаютъ границы главныхъ склоновъ. Промежутки между полученными такимъ образомъ кривыми, раздѣляющими противоположные склоны, покрываютъ какимъ-либо блѣднымъ цвѣтомъ, чтобы яснѣе видѣть водораздѣлы.

Выгоднѣйшимъ направленіемъ черезъ рѣку (въ томъ мѣстѣ, гдѣ выбранъ переходъ съ одной стороны рѣки на другую) *должно считать направленіе, перпендикулярное къ теченію рѣки, потому что тогда мостъ имѣетъ наименьшую длину.*

Русло неглубокихъ рѣкъ, шириною не болѣе 1 до 2 саж. и имѣющихъ низкіе берега, можно засыпать и давать имъ произвольное направленіе, открывая для нихъ новое русло.

Пособіемъ для назначенія дороги на картѣ *въ пересѣченіи съ рѣкою,* могутъ служить карты *подробныя и сокращенныя*, изданныя Министерствомъ П. С. для многихъ рѣкъ Европейской Россіи. Подобныя карты изданы въ масштабѣ 100 и 200 саженъ въ одной сотой сажени. Такія карты изданы *для Волги* отъ Рыбинска до Камы, *для Оки*—отъ Каширы до Нижняго-Новгорода, *для Днѣпра*—отъ Дорогобужа до устья, *для Камы, Суры, Сѣверной Двины, Волхова.* На подробныхъ картахъ, кромѣ русла рѣки съ линіями равныхъ глубинъ, имѣются и прибережья рѣки; на нихъ показаны грунтъ ложа и береговъ, на сокращенныхъ же помѣщена вся пойма рѣки до предѣловъ самой высокой воды.

Для прочихъ судоходныхъ рѣкъ, еще неизданныхъ, имѣются въ Департаментѣ шоссейныхъ и водяныхъ сообщеній подлинныя карты.

§ 401. Варіанты и выборъ направленія. Если имѣть въ виду не одно направленіе линіи, а мѣстами нѣсколько (варіанты), то подъ *изысканіемъ въ узкомъ смыслѣ понимается умѣніе найти возможно быстрѣе и дешевле наивыгоднѣйшую линію для предполагаемой желѣзной дороги: сперва въ общихъ чертахъ по картѣ, а затѣмъ и по бѣглому осмотру мѣстности.*

При выборѣ направленія между двумя пунктами могутъ представиться нѣсколько случаевъ: 1) оба пункта лежатъ въ одной и той же долинѣ; сюда же можно отнести тотъ случай, когда одинъ лежитъ въ долинѣ

тальвега 1-го порядка, а другой въ долинѣ тальвега 2-го порядка, впадающаго въ первый,

2) оба пункта раздѣлены однимъ водораздѣломъ, и

3) если, при соединеніи двухъ конечныхъ пунктовъ линіею, придется пересѣчь нѣсколько водораздѣловъ.

Оба пункта, черезъ которые должна пройти линія, находятся обыкновенно на разныхъ высотахъ относительно горизонта моря, и линія въ своемъ слѣдованіи должна быть проведена такъ, чтобы для перехода отъ одной высоты къ другой ей не были приданы уклоны больше предѣльнаго, при этомъ долина ея должна быть возможно короче и, наконецъ, уклоны ея возможно ближе подходили бы къ уклонамъ мѣстности, что (какъ было уже говорено выше) уменьшаетъ количество земляныхъ работъ по сооруженію полотна.

Всѣмъ этимъ условіямъ болѣе всего удовлетворяетъ *направленіе, параллельное тальвегу долины*, представляющему собою ровный и относительно слабый подъемъ отъ устья къ верховьямъ какъ самого тальвега, такъ и водораздѣла; въ какомъ разстояніи отъ тальвега выгоднѣе вести линію,—по луговой ли долинѣ, по одной ли изъ террасъ или водораздѣлу, это можетъ быть опредѣлено лишь въ каждомъ частномъ случаѣ особо.

Въ первомъ случаѣ направленіе проектируемой линіи вполнѣ опредѣляется положеніемъ конечныхъ пунктовъ, такъ какъ *линію надо вести вдоль долины*, въ которой находятся оба пункта.

Во второмъ случаѣ первое, на что надо обратить вниманіе при выборѣ направленія линіи, — это *на отысканіе на картѣ наивозможно низкой точки на водораздѣлѣ, черезъ которую и намѣтить линію*, не упуская изъ виду возможной ея прямизны.

Если кратчайшая линія, соединяющая два пункта на картѣ, *окажется пересѣкающей нѣсколько водораздѣловъ*, то всегда себѣ слѣдуетъ задать вопросъ, нельзя ли небольшимъ ея удлиненіемъ избѣжать нѣсколько водораздѣловъ, проведя ее по равниннымъ мѣстамъ, или по долинѣ какой-нибудь рѣки, протекающей вблизи назначеннаго направленія, или не слѣдуетъ ли для этого воспользоваться долинами различныхъ порядковъ, впадающихъ одна въ другую; нельзя ли также, выйдя на водораздѣлъ, вести линію по его длинѣ, если онъ самъ представляется длинною равниною.

Если же водораздѣлъ имѣетъ много отдѣльныхъ вершинъ, то не лучше ли по нему ее *не* назначать, а назначить по долинѣ тальвега. Если водораздѣлъ очень длиненъ, и потому на немъ придется устроить нѣсколько станцій и трудность снабженія ихъ водою будетъ очевидна, то лучше отказаться отъ веденія линіи по водораздѣлу, хотя бы онъ и имѣлъ характеръ равнинный. Если окажется, что линія, назначенная по ровному водораздѣлу, значительно длиннѣе линіи, назначенной по долинѣ, то не слѣдуетъ ли линію запроектировать по этой послѣдней.

Если подробное разсмотрѣніе карты приведетъ къ заключенію, что линія все-таки должна идти, пересѣкая тотъ или другой водораздѣлъ, то, отыскавъ на немъ самую пониженную сѣдловину, надо замѣтить *ть боко-*

выя лощины, по которымъ лучше всего подняться и спуститься съ водораздѣла, идя все время предѣльнымъ уклономъ.

Разсуждая теоретически, *наивыгоднѣйшее направленіе линіи, пересѣкающей нѣсколько водораздѣловъ, будетъ вполнѣ опредѣлено, если будутъ найдены на картѣ самыя пониженныя точки водораздѣловъ и наилучшія пересѣченія долинъ*; такими точками въ долинахъ будутъ тѣ мѣста, гдѣ онѣ суживаются и имѣютъ высокіе берега, причемъ линія должна ихъ рѣзать по возможности нормально къ берегамъ. Для перехода отъ точекъ пересѣченія линіей долинъ къ водораздѣламъ надо пользоваться долинами тальвеговъ 2-го порядка. Относительно нахожденія на картѣ пониженныхъ сѣделъ замѣтимъ, что онѣ находятся въ тѣхъ точкахъ водораздѣла, гдѣ расходятся два тальвега второго порядка. При этомъ не надо упускать изъ вида слѣдующее.

Если два, падающіе по одному направленію, тальвега, шедшіе нѣкоторое время параллельно, начинаютъ расходиться въ противоположныя стороны, то въ точкѣ этого поворота водораздѣлъ имѣетъ относительно низкую точку.

Если два тальвега идутъ параллельно на нѣкоторомъ протяженіи, но паденіе ихъ направлено въ стороны противоположныя, то наиболѣе низкая точка ихъ водораздѣла будетъ приблизительно въ серединѣ ихъ общаго направленія, гдѣ сходятся два тальвега второго порядка.

§ 402. Схематическій профиль по 3-хверстной картѣ [1]). Для того, чтобы дать себѣ болѣе подробный и ясный отчетъ о запроектированной линіи по трехверстной картѣ, нужно предварительно научиться составлять схематическій профиль по заданному на картѣ направленію.

Отмѣтокъ тальвеговъ на трехверстной картѣ, вообще говоря, нѣтъ; (онѣ попадаются лишь изрѣдка, какъ исключенія); штрихи вычерчены болѣе для указанія границъ разныхъ скатовъ и для обозначенія характерныхъ элементовъ рельефа (вершинъ, сѣдловинъ, террасъ), чѣмъ для выраженія крутизны скатовъ и относительныхъ высотъ точекъ; проба вывести какую-либо строгую шкалу штриховъ, даже для одного листа карты, и очень кропотлива, и непроизводительна по результатамъ, такъ какъ выводы, сдѣланные изъ изученія одного уголка листа, совершенно противорѣчатъ другому уголку; сравненія картъ съ данными нивеллировки показываютъ, что часто (Херсонская губ.) штрихи перваго разряда (самые тонкіе) характеризуютъ скаты въ полградуса, даже въ четверть градуса и, слѣдовательно, никакой изъ извѣстныхъ намъ шкалъ не удовлетворяютъ. Видно, что каждый художникъ, разрабатывая свой листъ карты и видя невозможность придать ей достаточную наглядность, соблюдая, напр., шкалу Болотова, отступалъ отъ намѣченной въ началѣ работы шкалы и составлялъ себѣ свой собственный пріемъ штриховки, благодаря которому самыя незначительныя извилины рельефа отъ насъ не ускользаютъ. Отчего карта выигрываетъ только въ наглядности, но зато теряетъ по отношенію къ точности: она скорѣе походитъ на кроки

[1]) По литографированному курсу А. Н. Ширяева.

глазомѣрной съемки, чѣмъ на точную карту. Слѣдя по такой картѣ за данной линіей, увѣренно чувствуешь, гдѣ поднимаешься, гдѣ опускаешься, хотя опредѣлить числовую величину уклона (въ градусахъ) не можешь и сознаешь, что составить по этой линіи профиль болѣе или менѣе точный, — профиль въ отмѣткахъ — нельзя. Но это не значитъ, что карта совсѣмъ не даетъ профиля. Можно составить профиль приблизительный, *схематическій*, и тѣмъ не менѣе иногда очень цѣнный съ точки зрѣнія изысканій для предварительнаго проектированія желѣзной дороги на картѣ. Умѣнье составить такой профиль обусловливается развитіемъ въ составителѣ профиля навыка *читать* по топографической картѣ, т. е., благодаря знакомству со штриховкой, переноситься мысленно съ самой карты на мѣстность.

Поэтому здѣсь мы ограничимся простымъ примѣромъ и на немъ попробуемъ иллюстрировать нѣкоторыя основныя положенія относительно чтенія по картѣ рельефа мѣстности.

Положимъ, что прилагаемый чертежъ I (744) представляетъ небольшую часть трехверстной карты, и мы хотимъ составить схематическій профиль по линіи AB [1]). Для этого беремъ произвольную прямую $A'B'$ (черт. II) и переносимъ на нее отъ точки A' графически (въ масштабѣ карты) точки тальвеговъ b, d, f, h и водораздѣловъ c, e, g и B (водораздѣлы на картѣ характеризуются или свѣтлыми полосами между полосами штриховъ, направленныхъ въ разныя стороны (пунктиръ v), или просто расхожденіемъ штриховъ въ противоположныя стороны, иногда — на южныхъ степныхъ картахъ — курганами E, D, B).

Въ полученныхъ точкахъ A', b', c', d', e', f', g', h' и B' проводимъ ординаты. На нашей картѣ мы различаемъ два главныхъ тальвега—р. Березовую и р. Ольховку—и два водораздѣла DBM и EAN, огриничивающихъ системы этихъ рѣчекъ. Тальвеги h и b относительно р. Березовой будутъ уже тальвеги 2-го порядка, а f—третьяго. Водораздѣлы c и e тоже 2-го , а g—третьяго порядка относительно водораздѣловъ DB и AE.

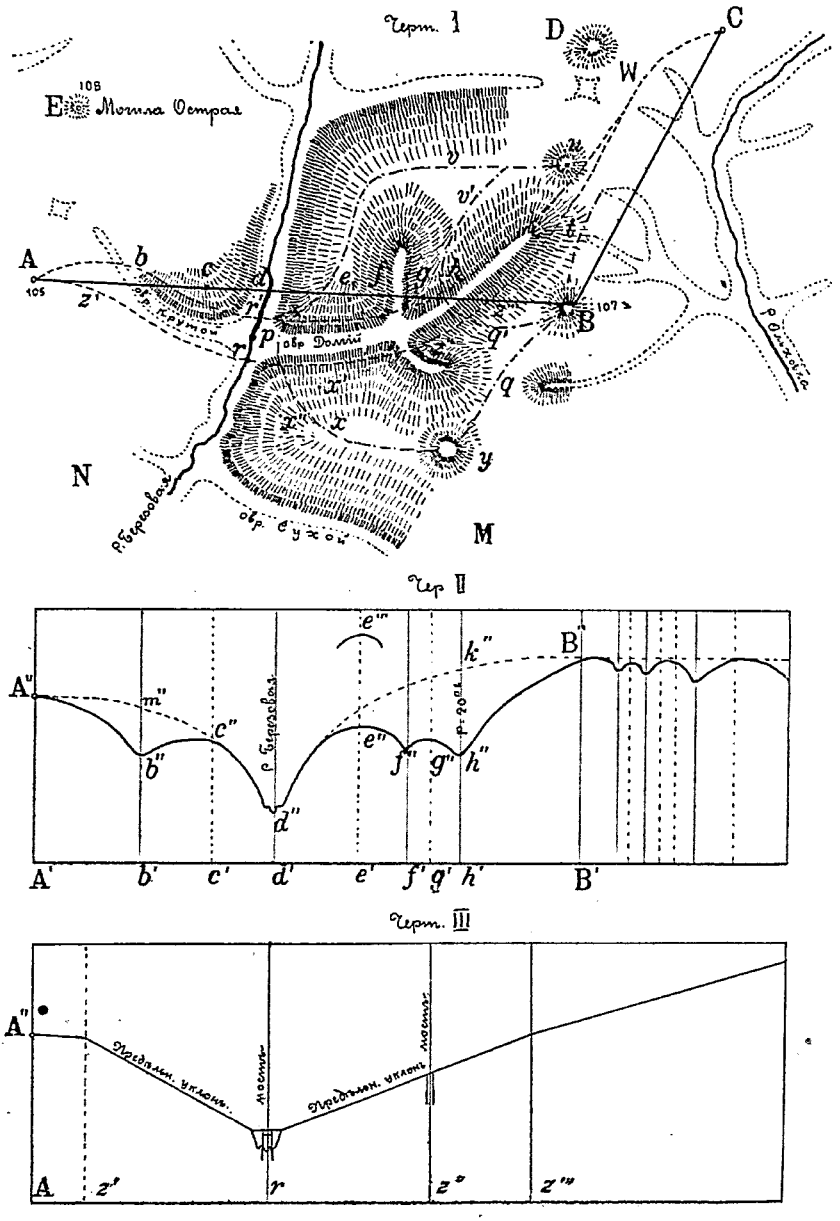
Самою низшею точкою нашего профиля будетъ, слѣдовательно, точка d, отъ которой въ обѣ стороны идутъ два основныхъ боковыхъ ската (вѣрнѣе, подъема) dA и dB. Опытъ нивеллировки такихъ боковыхъ склоновъ лощинъ показываетъ, что поперечный профиль ихъ въ общемъ выражается отнюдь не прямой, а кривой съ большей кривизной къ тальвегу и большей пологостью къ водораздѣлу, въ противоположность профилю водораздѣловъ, имѣющихъ кривую, вогнутую къ оси абсциссъ съ большею пологостью къ устью тальвега и большею кривизною къ вершинѣ.

Поэтому, намѣтивъ на ординатахъ точки A'' и B'' (безъ всякаго масштаба, и просто B'' нѣсколько выше A'', согласно отмѣткамъ карты), мы намѣчаемъ на соотвѣтствующей ординатѣ точку d''. Пониженіе ея противъ A'' и B'' произвольное, такъ какъ мы не знаемъ ея отмѣтки, но мы съ увѣренностью можемъ сказать, что эта точка—*нижайшая*, что всѣ

---

[1]) На чертежѣ штриховка сдѣлана лишь отчасти; остальные элементы рельефа показаны пунктиромъ.

остальныя точки должны лежать между нею и крайними, и въ *общемъ* склоны $d''\ A''$ и $d''\ B''$ пойдутъ по линіямъ, показаннымъ пунктиромъ



Черт. 744.

$d''\ m''\ A''$ и $d''\ k''\ B''$. Изъ промежуточныхъ точекъ — точки b и h лежатъ выше d по двумъ обстоятельствамъ: 1) отъ общей точки пересѣченія p рѣчки Березовой и овраговъ Долгаго и Крутого объ онѣ лежатъ на большихъ протяженіяхъ pb и ph, чѣмъ pd, и если бы уклоны этихъ тальвеговъ были даже тѣ же, что и рѣчки, то самыя точки были бы выше. 2) Но такъ какъ эти тальвеги, какъ овраги, впадающіе въ рѣчку, относительно ея—высшаго порядка, то и самые уклоны ихъ больше, а слѣдовательно, и точки b и h еще выше, чѣмъ при первомъ предположеніи.

Точка f по аналогичнымъ соображеніямъ—по высотѣ близка къ точкѣ h. Водораздѣльная точка c, конечно, выше b и d; точка e выше d и f; точка g, выше f и h, и кромѣ того всѣ водораздѣльныя точки не должны нарушать намѣченнаго пунктиромъ общаго контура склоновъ A'' m'' d'' и d'' k'' B''. При комбинированіи этихъ условій самый профиль можетъ быть предложенъ въ видѣ кривой A'' b'' c'' d'' e'' f'' g'' h'' B. Правда, все это приближенно, но уже во всякомъ случаѣ мы не получимъ ни точки h, лежащей ниже d, ни точки e'', лежащей выше B''.

Относительно профиля линіи BC замѣтимъ только, что если бы вмѣсто C была точка D, то профиль линіи BD мы въ общемъ вычертили бы съ подъемомъ, такъ какъ эта водораздѣльная линія идетъ вверхъ по теченію рѣчекъ. Значитъ D выше B; но C ниже D и за неимѣніемъ болѣе ясныхъ данныхъ мы принимаемъ ее приблизительно на одной высотѣ съ B. Самый же профиль линіи BC послѣ всего вышеизложеннаго слишкомъ простъ, чтобы разсматривать его подробно. Перейдемъ къ самому проектированію по картѣ.

§ 403. Примѣръ проектированія линіи изысканій по трехверстной картѣ. Положимъ, дорога должна пройти черезъ пункты A и C и близъ пункта B. Проектировать линію изысканій прямо по AB—нельзя: во первыхъ, получатся четыре искусственныхъ сооруженія, во-вторыхъ, одной взаимной близости тальвеговъ на картѣ достаточно, чтобы предположить съ большою увѣренностью, что предѣльнымъ уклономъ изъ одного тальвега къ другому съ обычными земляными работами не выйдешь. Слѣдовательно, отъ кратчайшаго разстоянія AB линію изысканій нужно будетъ отклонить. Такое же отклоненіе сдѣлаемъ и для линіи BC, чтобы избѣжать пяти мостовъ на оврагахъ и постояннаго нырянія линіи по спускамъ и подъемамъ между этими оврагами. Комбинируя эти соображенія съ другими, изложенными ранѣе въ этой же главѣ, проектируемъ (по южнымъ берегамъ овраговъ Крутого и Долгаго) линію A z' r z'' z''' t u W C. Она представляетъ, по сравненію съ ABC, слѣдующія выгоды. Пересѣкая р. Березовую при впаденіи овраговъ Крутого и Долгаго ниже ихъ устья, мы экономимъ два искусственныя сооруженія (въ b и h) и кромѣ того пользуемся отлогими долинами 2-го порядка, по боковымъ скатамъ которыхъ развитіе линіи предѣльнаго уклона представляется болѣе возможнымъ.

Поднимая отъ точки z''' со ската оврага Долгаго линію на сѣдловину t, затѣмъ мимо вершины u, мы избѣгаемъ овражковъ, избѣгаемъ подъема на вершинку u или прорѣзыванія ея выемкою и вообще придаемъ профилю линіи менѣе волнистый характеръ. Самый профиль приближенно будетъ такой, какъ онъ изображенъ на черт. III. Его несомнѣнная выгода сравнительно съ профилемъ AB очевидна на глазъ. Если бы мы не были связаны условіемъ близости линіи къ точкѣ B, то могли бы спроектировать линію по правому склону rgu оврага Долгаго (какъ показано на чертежѣ другимъ пунктиромъ). Отверстіе моста при r' было бы меньше, чѣмъ при r, но зато лишній мостъ въ точкѣ b [1]).

[1]) На чертежѣ 744 указаны также пунктиромъ границы бассейна p x y q B t u v e d всего оврага Долгаго и B t u v' h q' B—его верховья. При проведеніи ихъ мы пользуемся повышенными точками v, u, B, y.

И въ томъ и въ другомъ случаѣ послѣдующая рекогносцировка можетъ и измѣнить нашъ проектъ, но отъ карты и нельзя требовать больше того, что она можетъ дать, а что она даетъ все-таки дѣйствительно много, можно видѣть даже по предложенному примѣру.

§ 404. Рекогносцировка. Рекогносцировка служитъ для ближайшаго изученія мѣстности и имѣетъ цѣлью путемъ осмотра собрать всѣ данныя, необходимыя для выясненія 1) возможно или нѣтъ провести линію желѣзной дороги въ направленіи, намѣченномъ по картѣ, 2) какія необходимы отклоненія линіи отъ намѣченнаго въ общихъ чертахъ направленія и 3) каковъ долженъ быть планъ дальнѣйшихъ операцій изысканій.

Рекогносцировка ведется сообразно тремъ случаямъ, отмѣченнымъ въ концѣ § 401 (о выборѣ направленія); она производится прежде всего въ самыхъ сомнительныхъ и трудныхъ мѣстахъ, какъ-то: въ пересѣченіи большихъ рѣкъ, на участкахъ длинныхъ подъемовъ, идущихъ предѣльнымъ уклономъ на значительную высоту, вдоль переходовъ горныхъ хребтовъ и ихъ отроговъ и проч., т. е. изученіе мѣстности начинаютъ или съ долины или водораздѣла, или съ изученія склоновъ долины, и оно должно прежде всего выяснить или полную ихъ непригодность для проведенія дороги, или опредѣлить, который изъ береговъ удобнѣе для проведенія линіи: если одинъ изъ нихъ нагорный, а другой низменный, то въ большинствѣ случаевъ слѣдуетъ отнестись съ большимъ вниманіемъ къ низменному, на которомъ продолженіе линіи выгоднѣе.

Выбравъ одинъ изъ склоновъ долины, замѣчаютъ, на какомъ протяженіи имѣются террасы и въ какомъ разстояніи отъ тальвега; выгоднѣе и удобнѣе проводить всегда линію по террасѣ, почему и изучаютъ эту террасу; опредѣляются мѣста сліянія террасъ, изыскиваются на глазъ удобные подъемы и спуски съ послѣдующихъ террасъ въ точкахъ сліянія, для чего обыкновенно приходится пользоваться косогорами; наконецъ, должны быть опредѣлены мѣста удобныхъ пересѣченій всѣхъ тальвеговъ высшихъ порядковъ.

Кромѣ *свѣдѣній, касающихся рельефа мѣстности*, при рекогносцировкѣ должны быть составлены, хотя бы приблизительно, указанія о геологическомъ строеніи ея коры, о мѣстонахожденіяхъ и стоимости всѣхъ матеріаловъ, потребныхъ для работъ, о мѣстностяхъ, подверженныхъ снѣжнымъ заносамъ, о высотѣ весеннихъ водъ рѣкъ, о водоснабженіи станцій, мѣстахъ большихъ станцій и т. п.

Данныя собираются на основаніи личныхъ наблюденій и частью по указанію мѣстныхъ жителей. Всегда должно осмотрѣть косогоры, которыми пройдетъ линія, не носятъ ли они на себѣ характеръ сплывовъ и обваловъ, что по преимуществу бываетъ, если у подошвы косогоровъ замѣчены ключи, указывающіе на присутствіе водоносныхъ слоевъ, выклинивающихся на поверхность земли у ключей,—тѣхъ слоевъ, по которымъ нерѣдко происходятъ сдвиженія цѣлыхъ горъ. Такія мѣста должны быть особенно избѣгаемы.

Осмотръ выемокъ уже существующихъ дорогъ и обрушившихся частей овраговъ можетъ дать понятіе о строеніи береговъ. Видъ береговъ даетъ

нѣкоторыя указанія о высотѣ весеннихъ водъ, на которыхъ, если они не скалисты, остаются слѣды поднятія воды; не рѣдко случается, что небольшой клокъ сѣна или соломы на кустѣ или деревѣ, растущемъ вблизи рѣки, даетъ понятіе о высотѣ весенняго разлива.

Иногда выгодно направить линію на залежи балласта и проложить ее выемкою, что выгодно и при постройкѣ, и при эксплоатаціи. *Приблизительное понятіе о величинѣ отверстія* можетъ быть получено измѣреніемъ хотя бы шагами, мостовъ на рѣкахъ вблизи линіи.

При рекогносцировкѣ замѣчаются всѣ поселки, чтобы при проложеніи линіи избѣжать по возможности сноса дорого стоящихъ построекъ.

Давно замѣчено, что желѣзныя дороги, выбирающія для своего проложенія мѣстности съ небольшими уклонами, совпадаютъ по направленію чаще съ грунтовыми дорогами, чѣмъ съ шоссейными, такъ какъ первыя преслѣдуютъ ту же цѣль — малый уклонъ, а вторыя заботятся о большей прямизнѣ пути. Въ виду этого при рекогносцировкѣ надо замѣтить всѣ дороги, имѣющія одинаковыя съ линіею направленія, чтобы впослѣдствіи или отклонить отъ нихъ линію, или опредѣлить стоимость ихъ отвода.

Наилучшій способъ для веденія рекогносцировки заключается въ объѣздѣ мѣстности по намѣченному направленію *на спокойной верховой лошади* или пѣшкомъ; поѣздка верхомъ даетъ возможность пробраться по такимъ тропинкамъ, по которымъ ѣзда въ экипажѣ иногда совершенно невозможна; она должна совершаться *не спѣша, внимательно* всматриваясь во всѣ мелочи и лучше въ сопутствіи толковаго человѣка изъ мѣстныхъ жителей, указанія котораго могутъ быть очень полезны. Обзоръ мѣстности производится при помощи *бинокля и всѣ попытки* вносятся *въ записную книжку и на карту,* которая обязательно должна быть взята съ собою. Поѣздка ведется ближайшими къ намѣченной линіи дорогами и тропинками.

Изысканія линіи какой-либо желѣзной дороги рѣдко носятъ характеръ изысканій одного вида на всемъ протяженіи; линіи разбиваются на отрѣзки, относящіеся къ разнымъ видамъ въ топографическомъ отношеніи, и при рекогносцировкѣ должны быть по возможности точно опредѣлены эти отрѣзки. Въ равнинныхъ мѣстахъ не рѣдко бываетъ достаточно одной рекогносцировки и случается, что тотчасъ послѣ рекогносцировки прямо приступаютъ къ детальной разработкѣ линіи.

§ 405. Предварительныя или летучія изысканія. Въ тѣхъ случаяхъ, когда нѣтъ подъ руками какихъ-либо картъ и достать ихъ нельзя, или мѣстность оказывается сравнительно трудною для изученія, чтобы ограничиться простымъ ея осмотромъ и замѣтками въ памятной книжкѣ и на картѣ мелкаго масштаба, прибѣгаютъ къ летучимъ изысканіямъ; по ихъ незначительной точности они иногда называются инструментальными рекогносцировками. При такихъ изысканіяхъ стремятся *въ возможно короткій срокъ произвести полевыя* геодезическія *дѣйствія* по данному направленію *съ приближенною точностію, дабы получить профиль* по оси дороги *и опредѣлить,* хотя приблизительно, *количество работъ,* а слѣдовательно, *и цѣнность постройки дороги, допуская данные предѣльные уклоны и радіусы кри-*

выхъ. Вспомогательными инструментами служатъ ручная буссоль, анероидъ и шагомѣръ; если же, въ зависимости отъ мѣстныхъ условій, ихъ будетъ не достаточно, то прибѣгаютъ къ болѣе точнымъ инструментамъ, какъ буссоль съ трубою, тахиметръ-теодолитъ, нивеллиръ и стальная лента.

Эти работы можно раздѣлить на три вида: 1) изысканія въ мѣстахъ ровныхъ, 2) въ странахъ холмистыхъ и 3) въ странахъ гористыхъ.

Въ странахъ ровныхъ, не представляющихъ никакихъ препятствій для проведенія линіи желѣзной дороги, направленіе между конечными пунктами должно быть *прямолинейное:* прибѣгать къ отклоненію отъ него приходится, если являются препятствія, напр., въ родѣ озеръ, болотъ, извилинъ рѣки, селеній и проч. При отсутствіи всѣхъ вышеизложенныхъ препятствій нѣтъ причины прибѣгать къ летучимъ изысканіямъ на такихъ участкахъ и можно сразу приступить къ детальной разработкѣ прямой линіи на мѣстности.

Если, слѣдуя извилистой долиной рѣки, окажется, что число препятствій незначительно, то летучія изысканія органичиваются установкой большихъ вѣхъ съ красными флагами приблизительно въ тѣхъ пунктахъ, гдѣ на основаніи свѣдѣній, собранныхъ рекогносцировкой, предстоятъ изломы линіи. Если точки изломовъ линіи будутъ значительно удалены другъ отъ друга и если вслѣдствіе мѣстныхъ условій рельефа нельзя установить такихъ вѣхъ, видимыхъ издали, то можно прибѣгать къ вѣшенію *пробныхъ* линій (между двумя данными точками) по ихъ румбамъ, взятымъ съ карты или плана (составленнаго по результатамъ летучихъ съемокъ), т. е., пользуясь пройденнымъ при съемкѣ полигономъ, рѣшать задачу о проведеніи линіи подъ даннымъ азимутомъ; вѣшить надо также большими вѣхами, однако, ставя ихъ на разстояніи около 1 версты одна отъ другой при помощи бинокля.

Пробныя линіи даютъ возможность судить, позволяетъ ли мѣстность провести окончательную линію въ прямомъ направленіи, или необходимо отклоненіе отъ этого направленія; при веденіи пробной линіи полезно измѣрять разстояніе между вѣхами шагами или шагомѣромъ. *Чѣмъ карта подробнѣе, тѣмъ менѣе является необходимости въ летучихъ изысканіяхъ.* Если препятствія на картѣ не обозначены, то приходится въ нѣкоторыхъ мѣстахъ прибѣгать къ составленію плана. Провѣшивая линію, въ общихъ чертахъ совпадающую съ общимъ направленіемъ окончательной линіи и обходя препятствія, какъ напр., глубокія озера или густой строевой лѣсъ во избѣжаніе порубокъ, по линіи дѣлается промѣръ, разставляя по ней колышки черезъ 50 саж. и внося въ записную книжку сдѣланную по нимъ бѣглую глазомѣрную съемку по обѣимъ сторонамъ прокладываемой линіи. Пробная линія въ такихъ случаяхъ служитъ магистралью при производствѣ съемки, дѣлаемой ординатами или засѣчками: съемку слѣдуетъ вести такъ, чтобы ординаты были по возможности коротки.

Въ холмистыхъ странахъ—задача предварительнаго проложенія линіи заключается не только въ обходѣ всѣхъ препятствій, представляемыхъ сооруженію дороги планомъ мѣстности, *но и въ удачномъ подъемѣ на высоты при минимальной стоимости работъ.* Высотами являются или водо-

раздѣлы 2-го порядка, при слѣдованіи линіи по склонамъ какой-либо долины 1-го порядка, или водораздѣлъ самой долины перваго порядка. Здѣсь нужно указать на важное правило: если уклонъ мѣстности превышаетъ предѣльный уклонъ линіи, то приходится прибѣгать къ такъ называемому *развитію линіи, т. е. распредѣленію подъема линіи на большую длину;* при этомъ *необходимо пользоваться сплошнымъ предѣльнымъ уклономъ,* а не какимъ-либо меньшимъ, а также долинами тальвеговъ второго порядка.

Летучія изысканія *въ гористыхъ странахъ* ведутся по долинамъ рѣкъ съ большимъ паденіемъ и очень извилистыми и крутыми берегами, при которыхъ отклоненіе линіи на нѣсколько саженъ вправо и влѣво отъ принятаго направленія даетъ разницу въ стоимости работъ, выражающуюся зачастую въ тысячахъ рублей; они рѣдко могутъ дать пробную линію болѣе или менѣе близко къ окончательной и по направленію и по количеству нужныхъ работъ для ея сооруженія. Вслѣдствіе этого *летучія изысканія даютъ лишь магистральную линію*, служащую базисомъ для дальнѣйшихъ операцій и при проведеніи ея нѣтъ надобности заботиться о томъ, какими углами ее вести и помѣщаются ли кривыя предѣльнаго радіуса; проводятъ ее обыкновенно на томъ изъ береговъ тальвега, который по ранѣе нами указаннымъ соображеніямъ относительно грунта и топографическаго положенія кажется удобнѣе для проложенія линіи; линія по возможности должна быть прямѣе, обходя впрочемъ всѣ препятствія, для чего удобнѣе всего оказывается луговая долина рѣки. *Нивеллировка магистрали* даетъ понятіе о паденіи тальвега, свѣдѣніе очень важное при сомнѣніи о возможности продолженія линіи даннымъ уклономъ по тальвегу. Въ мѣстностяхъ особенной трудности, гдѣ выборъ линіи на глазъ не можетъ быть исполненъ достаточно скоро и удовлетворительно, такой выборъ дѣлается по горизонталямъ плана, снятаго съ мѣстности. Для чего отъ магистрали ведутъ съемку очертаній долины какъ въ отношеніи ея плана, такъ и относительно высотъ возможно большаго числа точекъ склона, и выборъ окончательной линіи дѣлается по этому плану. При изысканіяхъ въ гористой мѣстности большую услугу можетъ оказать тахеометрическая съемка, а также съемка фототеодолитомъ (см. ниже).

§ 406. Детальная разработка линіи. *А.* **Трасировка.** Провѣренное рекогносцировкою и окончательно выбранное на основаніи летучихъ изысканій направленіе наносится на карту или замѣняющій ее чертежъ узкой полосы мѣстности, снятой во время летучихъ изысканій; при чемъ подписываются румбы и длины прямыхъ частей, по шаблонамъ (вырѣзаннымъ изъ картона, въ видѣ секторовъ различныхъ допускаемыхъ радіусовъ согласно масштаба карты), подбираются радіусы закругленій, транспортиромъ измѣряются углы поворотовъ; *затѣмъ* уже по надписямъ, сдѣланнымъ на картѣ при прямыхъ и закругленіяхъ, *линія разбивается на мѣстности* точными инструментами — теодолитомъ и нивеллиромъ.

Разбивка линіи заключается въ *постепенномъ и послѣдовательномъ отысканіи на земной поверхности, въ опредѣленномъ по картѣ общемъ направленіи, такой линіи, которая, будучи принята за ось дороги, дала бы и въ продольномъ и поперечномъ направленіи „проектный" профиль съ воз-*

можно меньшими строительными работами, удовлетворяющій заданнымъ техническимъ условіямъ.

Линію значительной длины разбиваютъ на участки, сообразно съ трудностію или легкостію изысканій, такимъ образомъ, что участки, пролегающіе въ равнинныхъ мѣстностяхъ, берутся болѣе значительныхъ протяженій, въ холмистыхъ длина ихъ должна быть уменьшена, а въ гористыхъ — уменьшеніе это должно быть еще большимъ. Удобство такого дѣленія на участки, сообразно съ топографическими трудностями, заключается въ томъ, что на работу во всѣхъ участкахъ будетъ затрачено одно и то же время, число рабочихъ силъ, необходимыхъ для каждаго участка, можетъ быть постояннымъ, и для каждаго участка могутъ быть подобраны эти силы, соотвѣтственно требуемой опытности и знаніямъ.

Всѣ работы на каждомъ участкѣ поручаютъ особой партіи, состоящей изъ производителя изысканій и нѣсколькихъ помощниковъ, соотвѣтственно трудностямъ каждаго участка. Составъ партіи для провѣшиванія можно опредѣлить такъ: 1) начальникъ партіи, онъ же и производитель всѣхъ работъ по изысканіямъ; 2) *десятникъ* (старшій рабочій) для правильной установки вѣхъ при провѣшиваніи на глазъ или по теодолиту; 3) трое рабочихъ: съ вѣхами впереди, собирающій вѣхи сзади и носящій инструментъ. Для начала работъ въ каждомъ участкѣ выбираютъ такую прямую, назначенную на картѣ, положеніе которой легко разбить на мѣстности съ достаточной точностію. Для закрѣпленія (и въ случаѣ надобности отысканія) на мѣстности положенія починнаго пункта выбираются *три* постоянныя точки мѣстности, относительно которыхъ промѣрами и опредѣляется починный пунктъ. Передъ началомъ работъ опредѣляется склоненіе магнитной стрѣлки (см. § 132, стр. 249). Намѣченная на планѣ линія прокладывается на мѣстности (*трасируется*) согласно исправленнаго *склоненіемъ* румба, провѣшивается и измѣряется стальною лентою. Если провѣшенная линія не совершенно совпадаетъ съ назначенною на картѣ, а отклоняется отъ нея вслѣдствіе мѣстныхъ препятствій, то опредѣляютъ магнитный ея азимутъ по лимбу теодолита (см. § 130, стр. 247), и на карту точно наносится новое ея направленіе, ибо отъ него зависитъ положеніе угла при встрѣчѣ съ слѣдующею линіею.

Вмѣстѣ съ вѣшеніемъ линій измѣряютъ углы и дѣлаютъ измѣреніе линій, причемъ забиваютъ колья съ пикетами черезъ каждыя 50 сажанъ.

Въ мѣстахъ значительной крутизны, гдѣ промѣръ лентой затруднителенъ, онъ можетъ быть исполненъ ватерпасомъ. При измѣреніи пространствъ, покрытыхъ водою, употребленіе ленты допускается лишь тамъ, гдѣ представляется возможнымъ перекинуть ее съ берега на берегъ. *Связываніе двухъ или болѣе лентъ, а тѣмъ болѣе надвязываніе ихъ веревкою при промѣрѣ, не допускается,* а измѣреніе широкихъ водныхъ пространствъ должно быть исполнено дальномѣромъ или вычислено (какъ неприступное разстояніе) тригонометрически, причемъ за окончательный результатъ слѣдуетъ принять среднее изъ нѣсколькихъ опредѣленій.

Если отъ какого-либо пункта главной линіи отдѣляется *варіантъ*, то пикетажъ на немъ ведется, какъ продолженіе главной линіи; надписи на

кольяхъ варіанта должны быть сдѣланы съ припискою буквъ *Вар.* Въ концѣ варіанта, на смычкѣ его съ главною линіею, должно быть измѣрено разстояніе отъ послѣдняго пикета варіанта до слѣдующаго за нимъ ближайшаго пикета главной линіи, чрезъ что могутъ образоваться такъ называемые *неполные пикеты.*

Проектированіе на мѣстѣ линіи со слабымъ уклономъ, близкимъ къ горизонтали (какъ это практикуется при обозначеніи мѣста прохожденія каналовъ) или съ уклонами болѣе крутыми, иногда замѣтными на глазъ, какъ это имѣетъ мѣсто при обозначеніи линіи рельсовыхъ и иныхъ путей, для большей безошибочности опредѣленія, требуетъ пособія инструментовъ (теодолита или нивеллира). Наиболѣе пригоднымъ для этого инструментомъ надо считать теодолитъ съ вертикальнымъ кругомъ, по возможности наиболѣе портативный.

Практика дѣла указала, что употребленіе теодолита съ цѣлью обозначенія на мѣстѣ линіи съ постояннымъ уклономъ можетъ дать въ результатѣ значительное ускореніе работы: на изысканіяхъ теодолитъ идетъ впереди нивеллира, а потому дожидаться показаній нивеллира пикетажисту нѣтъ никакихъ основаній. При опредѣленіи вертикальныхъ угловъ теодолитомъ достаточна точность до минуты, такъ какъ уклонъ въ 0,001 соотвѣтствуетъ углу въ 3,′5 (см. начало § 248, стр. 605).

Вмѣстѣ съ проектированіемъ вертикальныхъ угловъ, соотвѣтствующихъ избраннымъ уклонамъ и горизонтальныхъ проложеній по заранѣе составленной таблицѣ, теодолитъ служитъ и для измѣренія угловъ при поворотахъ линіи, а также и для опредѣленія неприступныхъ разстояній. Что касается до измѣренія угловъ буссолью и гоніометромъ (пантометромъ), то разъ въ рукахъ имѣется болѣе совершенный инструментъ—теодолитъ, то надо несомнѣнно отдать преимущество послѣднему.

Указавъ еще разъ на пригодность теодолита къ обозначенію на мѣстѣ линіи съ опредѣленнымъ уклономъ, перейдемъ теперь къ поворотамъ линіи, вызываемымъ изгибами рельефа мѣстности. Величина предѣльнаго радіуса закругленій пути опредѣляется мѣстными условіями проведенія пути и его назначеніемъ и мѣняется въ зависимости отъ уклоновъ отъ 100 до 1000 саженей. На большинствѣ нашихъ дорогъ допущенъ предѣльный радіусъ въ 300 саженъ; но есть также не мало дорогъ съ предѣльными радіусами въ 150 саж., а въ гористыхъ мѣстахъ съ радіусами въ 80 саж. и менѣе, какъ напр., на Тквибульской-каменно-угольной желѣзной дорогѣ допущены предѣльные радіусы въ 60 саж. съ предѣльнымъ уклономъ въ 0,04.

Проектированіе на мѣстѣ кривыхъ частей пути опредѣляется самой мѣстностью, желаніемъ разбить кривую съ возможно большимъ изъ радіусовъ, указанныхъ техническими условіями сооруженія пути. Прежде всего опредѣляется уголъ между двумя пересѣкающимися прямыми, и задача состоитъ въ томъ, чтобы между этими двумя касательными вписать дугу окружности опредѣленнаго радіуса. Радіусъ можетъ быть опредѣленъ по наивыгоднѣйшему отстоянію отъ угла середины кривой (по биссектрисѣ), причемъ надо имѣть въ виду, что чѣмъ менѣе радіусъ, тѣмъ вѣроятнѣе уменьшеніе земляныхъ работъ. Сразу безошибочно помѣстить кривую,

особенно въ горной мѣстности, очень трудно; но достаточно пробить въ одномъ мѣстѣ приблизительно правильно расположенную кривую, чтобы пріучить глазъ судить о положеніи наивыгоднѣйшей кривой въ другихъ мѣстахъ[1]).

Для упрощенія расчетовъ и разбивокъ, радіусы кривыхъ слѣдуетъ брать, если они свыше 500 саж., *въ цѣлыхъ сотняхъ* саженей, а отъ 150 до 450 въ полусотняхъ, углы же—въ цѣлыхъ минутахъ. Всѣ кривыя при детальной разбивкѣ линіи должны быть разбиты на мѣстности точками черезъ каждыя 10 саженъ, съ обозначеніемъ точекъ касанія и средины кривой, а при предварительномъ проложеніи магистрали теодолитомъ попикетно (см. стр. 697, случай 6 и 7). Согласно постановленію Инженернаго Совѣта № 129 отъ 1896 года, между двумя закругленіями, направленными въ противоположныя стороны, если оба закругленія сдѣланы по дугѣ круга и радіусъ, хотя одной изъ нихъ, менѣе 1000 саженей, должна быть какъ для сопряженія дугъ, такъ и съ цѣлію устройства впослѣдствіи переходныхъ кривыхъ, помѣщена прямая вставка, наименьшая длина которой опредѣляется формулой $10+5000.\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R_1}\right)$ саженей, гдѣ R и R_1 радіусы закругленій въ саженяхъ. Для сибирской жел. дор. вставка эта приблизительно въ четыре раза меньше.

Детальная разработка линіи въ горныхъ странахъ заключается въ составленіи плана съ горизонталями, по которому производится выборъ окончательной линіи для каждаго варіанта особо, и нанесеніе намѣченной линіи на мѣстности.

Снятіе высотъ точекъ при помощи поперечныхъ профилей при крутыхъ косогорахъ очень кропотливо; почему въ мѣстахъ безлѣсныхъ или съ рѣдкимъ лѣсомъ удобно замѣнять нивеллировку и угломѣрную съемку съемкой тахеометромъ.

Для начала и для конца работъ на участкѣ необходимо выбирать по возможности горизонтальную поверхность, дабы на ней удобнѣе было произвести *смычку участковъ двухъ сосѣднихъ партій* какъ въ вертикальной, такъ и горизонтальной плоскостяхъ (смычка въ профилѣ и смычка въ планѣ), и въ случаѣ надобности сумѣть уничтожить разность отмѣтокъ конца одной и начала другой партіи, а также сомкнуть оба хода подъ болѣе тупымъ угломъ съ наиболѣе плавнымъ закругленіемъ.

Въ дополненіе къ вышеизложенному замѣтимъ, что горныя мѣстности съ узкими и извилистыми долинами представляютъ для изысканій наибольшія трудности, и выборъ наилучшей линіи требуетъ иногда нѣсколько лѣтъ кропотливыхъ работъ въ полѣ и кабинетѣ.

Приходится нерѣдко бросить все направленіе, изыскивать новыя долины и вновь продѣлывать всѣ работы для полученія данныхъ. Трудно, напримѣръ, предвидѣть что выгоднѣе,—пройти ли тоннелемъ выступающій въ рѣку скалистый мысъ, или проложить линію по тальвегу, укрѣпивъ

[1]) Самая разбивка дѣлается при помощи спеціальныхъ таблицъ (Кренке, Стримбана) и излагается какъ въ предварительномъ текстѣ этихъ таблицъ, такъ и въ курсахъ геодезіи.

въ достаточной мѣрѣ откосы полотна, а рѣку отвести къ другому берегу; ясно, что *вопросъ можетъ быть рѣшенъ лишь при помощи подсчета стоимости работъ и расходовъ эксплоатаціи обоихъ варіантовъ.*

Такъ какъ изъ предыдущаго видно, что окончательная разбивка на мѣстности части или всей линіи желѣзной дороги, намѣченной дома по картѣ (или плану) съ горизонталями, совершается на общихъ основаніяхъ, указанныхъ въ геодезіи въ статьяхъ: о разбивкѣ прямыхъ (стр. 440), кривыхъ (стр. 688—715), о тахеометріи (стр. 500 и 669) и о нивеллированіи (стр. 445—541, 471 и 501), то можно сказать, что трасировка линіи разбивается на слѣдующія отдѣльныя дѣйствія: a) вѣшеніе прямой линіи; b) измѣреніе угловъ; c) разбивка закругленій; b) пикетажъ и e) нивеллировка, хотя послѣдняя можетъ быть разсматриваема и за отдѣльное самостоятельное дѣйствіе.

Б. **Нивеллировка.** Нивеллировка производится (стр. 447) двумя нивеллировщиками; при каждомъ должны быть по двѣ рейки съ реечниками; каждый нивеллировщикъ идетъ одинъ за другимъ, и каждымъ нивеллированіе производится совершенно самостоятельно.

Каждая нивеллировка дѣлается при одной высотѣ инструмента, однако, при употребленіи нивеллира системы *Эго*, обязательно *съ перекладкою трубы въ лагерахъ* и вращеніемъ ея на 180° около геометрической оси.

Въ нивеллировочныхъ журналахъ каждую страницу нужно заканчивать „взглядомъ впередъ“ на связующую точку. Сообразно съ этимъ, послѣдующая страница должна начинаться соотвѣтственно „взглядомъ назадъ“ на ту же связующую точку.

Вечеромъ каждаго дня, по возвращеніи домой съ работъ, обѣ нивеллировки должны быть, *безусловно обязательно,* провѣрены и провѣрочныя суммы должны быть подсчитаны (по страницамъ) и записаны въ соотвѣтствующія графы. Безъ предварительной повѣрки дневной работы дальнѣйшая нивеллировка не допускается.

Съ журналовъ нивеллировки, съ вычисленныхъ отмѣтокъ, снимаются копіи на случай потери или утраты части журнала (напр., отъ дождя).

Особенныя предосторожности, какъ напримѣръ, подбивку кольевъ подъ ножки нивеллира, слѣдуетъ принимать во время нивеллированія торфяныхъ и моховыхъ болотъ, вслѣдствіе подвижности и упругости верхней коры такихъ мѣстъ, не допускающихъ прочной и неподвижной установки.

Нивеллировки всѣхъ линій: главной, варіантовъ, рекогносцировокъ, должны быть отнесены къ одному и тому же горизонту, и если возможно къ уровню моря.

Передъ нивеллированіемъ должны быть разставлены *реперы* не менѣе одного на версту; особенно желательна ихъ установка вблизи будущихъ значительныхъ сооруженій, какъ-то: высокихъ насыпей, віадуковъ и проч.

Для постановки реперовъ слѣдуетъ пользоваться каменными зданіями (цоколями), памятниками, часовнями, быками мостовъ, утесами, вросшими въ землю большими булыгами, на которыхъ желательно имѣть горизонтальную площадочку для постановки рейки.

Для реперовъ можно пользоваться деревьями, срубивъ ихъ на высоту

до $^1/_4$ сажени надъ землею и приготовивъ на оставшейся части горизонтальную площадку не выше 2—3 вершковъ надъ землею.

Для той же цѣли можетъ служить искусственный деревянный столбъ, толщиною до 5 дюймовъ съ зарубкою для рейки и крестовиною на концѣ, которая закапывается въ землю на глубину 2—3 аршинъ.

Нивеллировка реперовъ ведется одновременно съ нивеллировкою линіи (непремѣнно въ два нивеллира).

Всѣ реперы заносятся въ особый журналъ, гдѣ записываются слѣдующія данныя: 1) нумеръ репера, 2) противъ какой точки линіи онъ поставленъ (пикетажная отмѣтка), 3) въ какую сторону отъ линіи и на какомъ отъ нея разстояніи онъ находится, 4) нивеллировочная высота (отмѣтка или иначе альтитуда) и 5) точное описаніе репера.

Поперечные профили должны сниматься въ направленіяхъ, перпендикулярныхъ къ оси дороги, (*если поперечный уклонъ не менѣе* $\frac{1}{25}$) въ обѣ стороны отъ оси на такомъ разстояніи, чтобы на поперечномъ профилѣ можно было вычертить полностью какъ откосы полотна, такъ и сооруженія, необходимыя по мѣстнымъ условіямъ: подпорныя стѣны, трубы, наброски изъ камня, бермы, уширенія подъ станціи и проч. согласно техническимъ условіямъ.

При опредѣленіи длины поперечнаго профиля слѣдуетъ имѣть въ виду также *родъ грунта мѣстности*, такъ какъ отъ послѣдняго зависитъ допускаемая крутизна откосовъ полотна. Въ тѣхъ случаяхъ, когда линія проходитъ берегомъ рѣки, поперечные профили должны быть продолжены нѣсколько въ рѣку, чтобы можно было опредѣлить очертаніе ближайшей къ дорогѣ части дна рѣки и судить, насколько дно и берегъ подвергаются размывамъ и не требуется ли ихъ укрѣпить.

Для всѣхъ пронивеллированныхъ направленій составляются профиля, причемъ для горизонтальныхъ разстояній берутся въ 1 сотой сажени 50 или 100 саж., а для вертикальныхъ разстояній въ одной сотой берутъ 5 или 10 саж., сообразно тому, ровная ли мѣстность, или пересѣченная. Также составляются и *поперечные профили*. Затѣмъ на профиляхъ проектируется направленіе полотна дороги согласно техническимъ условіямъ.

При изслѣдованіи переходовъ рѣкъ, рѣчекъ, овраговъ и проч. должны быть собраны данныя, для опредѣленія величины отверстій: площадь бассейна, уклонъ рѣки, скорость теченія, опредѣленіе горизонта самыхъ высокихъ и самыхъ низкихъ водъ. Въ случаѣ, если съ боковъ линіи встрѣтятся на разстояніи до 200 саж. водяныя мельницы или плотины, то должны быть пронивеллированы уровни запруженныхъ (подпорныхъ) и низкихъ (лежащихъ ниже запруды) водъ, а также сдѣланъ обмѣръ отверстій искусственныхъ сооруженій, находящихся на разстояніи до 3 верстъ; необходимо также указать родъ грунта у искусственныхъ сооруженій, а также и разстояніе искусственнаго сооруженія отъ линіи. Пересѣченіе существующихъ желѣзныхъ и съ большимъ движеніемъ шоссейныхъ дорогъ должно быть сдѣлано верхнимъ или нижнимъ путеводомъ, т. е. отнюдь не въ одной плоскости съ существующей дорогой.

§ **407. Дополнительныя изысканія,** какъ уже выше было сказано, касаются: 1) изслѣдованія грунтовъ (*геологическія изысканія*), 2) составленія промежуточныхъ профилей (поперечныхъ), гдѣ уклонъ косогора превышаетъ величину 0,04; длина поперечныхъ профилей зависитъ отъ предѣловъ работъ въ каждомъ пунктѣ и предполагаемой ширины резервовъ (запасныя мѣста для добыванія земли для насыпи) и кавальеровъ (мѣста для складки земли изъ выемокъ въ видѣ вала) 3) расчета ширины отверстій, 4) водоснабженія станцій, 5) составленія подробныхъ плановъ станцій и т. п., 6) укрѣпленіи береговъ рѣки, ея отвода или спрямленія.

Изслѣдованіе грунта вдоль проектируемой желѣзной дороги производится 1) съ цѣлью избѣжать опасныхъ для полотна мѣстъ (оползни и и смывы) [1]), 2) для опредѣленія глубины заложенія основаній и толщины слоя, которому желаютъ передать давленіе сооруженій, 3) для опредѣленія рода и стоимости земляныхъ работъ, а также для опредѣленія крутизны откосовъ въ выемкахъ, 4) для изслѣлованія толщины пластовъ строительныхъ матеріаловъ (преимущественно камни и песка).

Вода составляетъ самую важную причину разрушенія косогоровъ, поэтому, если опасныхъ въ этомъ отношеніи мѣстъ нельзя обойти, то изыскатель обязанъ изслѣдовать такія мѣста и внести въ проектъ расцѣнки отдѣльныя суммы на отведѣніе воды, осушеніе, дренажъ и т. п.

Изслѣдованіе грунта дѣлается помощью *сондировки* (зондировки), которая имѣетъ нѣсколько видовъ: *шурфованіе,* т. е. рытье колодцевъ (шурфовъ) опредѣленной глубины и формы, шириною въ діаметрѣ отъ 1/2 сажени, или *буреніе,* т. е. пробивка на данную глубину, узкой цилиндрической скважины особымъ инструментомъ *буромъ*, имѣющимъ видъ винта.

Глубина сондировки зависитъ отъ цѣли ея: такъ, для опредѣленія глубины заложенія основаній она не менѣе 2 саж. Сондировка же выемки ведется до глубины будущаго полотна дороги. Для пользованія строительными матеріалами она достигаетъ глубины *не болье* 2 саженей.

Ручное буреніе производится вращеніемъ бура около его оси. Діаметръ скважины зависитъ отъ глубины буренія и колеблется отъ $1^1/_2$ до $2^1/_2$ дюймовъ. Смотря по способу пользованія буромъ, буреніе дѣлится на два вида: ударное и вращательное. Кромѣ того, различаютъ *сухое* буреніе *и буреніе съ промывкою скважины.* Нижняя часть бура, предназначенная для разрушенія грунта на днѣ скважины и для ея углубленія, называется „напарьемъ". *Напарье* бываетъ пяти сортовъ: *желонка* (для гальки и разжиженныхъ водою грунтовъ), *ложка* (для мягкихъ и слабыхъ грунтовъ, — *мергель*, глинистый песокъ, торфъ и проч.), *пирамидальный* буръ для булыгъ и крупной гальки, *долото* — при ударномъ буреніи твердыхъ породъ и *трубчатый буръ* съ зубчатой коробкой при вращательномъ буреніи.

Напарье навинчивается на штангу, имѣющую нѣсколько колѣнъ или звеньевъ въ видѣ стальныхъ трубокъ.

---

[1]) *Сползаніемъ* называется явленіе, при которомъ часть земли отдѣляется и *цѣликомъ* сползаетъ по поверхности остальной массы, остающейся въ покоѣ. Явленіе же, при которомъ частицы разжившейся земли движутся однѣ относительно другихъ такъ, что разрыва замѣтить нельзя, называется *сплывомъ*. Когда размокшій слой обыкновенной глины или валуновой породы лежитъ на пластѣ гончарной глины, то возможны и обвалы, и сплавы.

Водоносные слои образуются изъ пропускающихъ воду пластовъ, какъ напр., песка, храща и проч., покрывающихъ пласты глины и суглинка. Иногда одинъ и тотъ же откосъ перерѣзываетъ нѣсколько водоносныхъ слоевъ.

Верхній конецъ штанги оканчивается *ушкомъ*, въ которое вставляется *рукоятка*. Для свинчиванія и развинчиванія (во время буренія въ скважинѣ) штангъ предназначены *хомуты*. Для сдерживанія грунта отъ обваловъ и осыпанія служатъ *обсадныя* или закрѣпительныя трубы.

Промывка скважины заключается въ томъ, что во все время буренія посредствомъ насоса заставляютъ въ скважинѣ циркулировать воду, которая размельчаетъ и выноситъ изъ скважины разрушенныя породы.

Вынутыя и собранныя породы размѣщаютъ въ стеклянныя пробирки — цилиндры съ притертыми къ нимъ стеклянными пробками. Свѣдѣнія, добытыя сондировкою, заносятъ въ журналъ, гдѣ дѣлается схематическій чертежъ плана расположенія шурфовъ и скважинъ относительно будущей желѣзнодорожной линіи и вертикальные разрѣзы съ показаніемъ рода грунта и его послѣдовательнаго расположенія, толщины различныхъ пластовъ, глубины сондировки, горизонта грунтовыхъ водъ и проч.

Для проектированія водоснабженій станцій необходимо доставить свѣдѣнія: 1) о разстояніи источника до мѣста потребленія воды, 2) высоту подъема воды, получаемую нивеллировкою отъ самаго низкаго и высокаго горизонта водъ въ источникѣ до станціонной площадки, 3) наименьшее количество воды, которое даетъ источникъ въ сутки въ самое сухое время года, и 4) свѣдѣнія о количествѣ, чистотѣ воды и пригодности ея какъ для питья, такъ и для питанія паровозовъ; при этомъ *проба на жесткость* должна быть сдѣлана *гидрометромъ* на мѣстѣ. Для химическаго анализа всѣ пробы воды доставляются въ герметически закупоренныхъ сосудахъ въ Управленіе работъ.

Если, за неимѣніемъ по близости постоянныхъ источниковъ воды, предполагается устроить водоснабженіе изъ пруда, образованнаго запруженіемъ части оврага и сборомъ дождевой и талой воды, то должны быть сняты профили какъ продольный по оси оврага, такъ и поперечный въ такомъ количествѣ, чтобы на основаніи ихъ можно было опредѣлить площадь бассейна, необходимаго для пруда и размѣры плотины, а также должны быть собраны геологическія свѣдѣнія о родѣ грунта для выясненія вопроса о его водопроницаемости.

Для расчета отверстій искусственныхъ сооруженій должны быть собраны слѣдующія данныя. Для сухихъ балокъ, овраговъ, малыхъ рѣчекъ и *вообще для бассейновъ до 50 кв. верстъ*:

а) *Площадь бассейна* въ квадратныхъ верстахъ, которая или вычисляется по картѣ, или снимается въ натурѣ.

б) *Уклонъ русла* выше искусственнаго сооруженія, опредѣляемый промѣромъ и нивеллировкою русла на протяженіи не менѣе 100 саж.

в) *Общее паденіе тальвега* отъ искусственнаго сооруженія до водораздѣла, опредѣляемое барометрическою нивеллировкою.

г) *Поперечный профиль русла* съ прилегающими берегами, снятый въ обѣ стороны отъ потока на такое разстояніе, чтобы на профилѣ можно было вычертить весь разливъ высокихъ водъ.

д) *Горизонтъ высокихъ водъ*. Если во время исысканій не представляется возможности наблюдать потокъ во время половодья, то слѣдуетъ попытаться опредѣлить горизонтъ высокихъ водъ изъ разспросовъ мѣстныхъ жителей, или изслѣдованіемъ береговъ, гдѣ во время высокихъ водъ остаются характерные наносы, дающіе возможность достаточно вѣрно судить о положеніи горизонта высокихъ водъ.

Для сооруженій *на рѣкахъ съ постояннымъ теченіемъ и бассейномъ болье 50 кв. верстъ*, необходимо знать: а) площадь бассейна, б) поперечный профиль русла съ берегами, в) паденіе рѣки на длину не менѣе 100 саж. по обѣ стороны моста, г) высокій, меженный и низкій горизонтъ водъ, д) низкій и высокій горизонтъ ледохода, е) планъ рѣки и мѣстности, гдѣ предполагется переходъ черезъ рѣку, съ указаніемъ всѣхъ старорѣчій и руселъ, образующихся во время разлива рѣки, ж) свѣдѣнія о родѣ грунта дна и его размываемости, з) скорость теченія рѣки какъ среднюю, такъ и по дну, опредѣляемую въ возможно большемъ числѣ точекъ живого сѣченія рѣки вертушкою (напр., Амслера) или же поплавками по цѣлому ряду наблюденій.

Опредѣленіе общей жесткости воды [1]), т. е. содержанія ею солей магнія и кальція въ *непрокипяченомъ* видѣ, совершается легко помощью *титрованія* мыльнаго раствора, т. е. постепеннаго его приливанія въ изслѣдуемую воду изъ *гидротиметра* (аппаратъ *Бутрона* и *Буде*), показывающаго жесткость въ градусахъ. При этомъ (нѣмецкимъ) *градусомъ* жесткости воды принято называть присутствіе одной части гашеной извести (окиси кальція) въ 100000 частяхъ изслѣдуемой воды. Обнаружить присутствіе солей кальція возможно помощью мыльнаго раствора: чѣмъ жестче вода, тѣмъ больше нужно мыла, чтобы образовалась въ ней мыльная пѣна. Поэтому одно дѣленіе гидротиметра, указываетъ количество мыльнаго раствора, (опредѣленной крѣпости, а именно: изъ 10 частей калійнаго мыла въ 260 частяхъ виннаго спирта въ 56°) которое соотвѣтствуетъ содержанію одной по вѣсу части известковыхъ и магнезіальныхъ солей въ 100,000 частяхъ воды для образованія мыльной пѣны. Вода, содержащая по такому гидротиметру 18° жесткости, т. е. на литръ (1000 грам.) воды 0,18 грамма известковыхъ солей, засоряетъ водопроводныя трубы и вредна для паровозныхъ котловъ.

Гидротиметръ состоитъ изъ стеклянной, сравнительно узкой трубки съ двойнымъ (двурогимъ) горлышкомъ. Трубка раздѣлена на градусы отъ 0° внизъ до 30°; выше 0° имѣются еще два дѣленія. При опытахъ трубку наполняютъ мыльнымъ растворомъ до послѣдней крайней черты выше нуля.

Для опредѣленія жесткости воды поступаютъ слѣдующимъ образомъ: отмѣриваютъ 50 куб. сантим. изслѣдуемой воды и вливаютъ ее въ особую, съ притертой пробкою склянку, вмѣстимостью въ 250 куб. сантим., затѣмъ изъ гидротиметра черезъ узкій рогъ горлышка приливаютъ понемногу мыльный растворъ (напр., 0,1 сант. заразъ) и каждый разъ содержимое склянки сильно взбалтываютъ.

Послѣ появленія первой, обыкновенно быстро пропадающей, пѣны, мыльный растворъ приливаютъ меньшими, но все же опредѣленными, порціями до тѣхъ поръ, пока при взбалтываніи не образуется пѣна толщиною, примѣрно, 5 mm., не измѣняющаяся по крайней мѣрѣ въ теченіе 5 — 10 минутъ. Опытъ повторяютъ еще разъ, и если показанія второго опыта согласны съ показаніемъ перваго, то отсчитываютъ въ градусахъ количество потраченнаго мыльнаго раствора.

Дополнительныя изысканія относительно строительныхъ матеріаловъ должны заключаться въ собираніи свѣдѣній на мѣстности о качествѣ и количествѣ матеріаловъ о мѣстахъ ихъ добычи, о наибольшей производительности заводовъ, о мѣстахъ складовъ для матеріаловъ, о видахъ матеріаловъ на складахъ, о стоимости единицы матеріала (напр., кубической сажени камня на мѣстѣ, или тысячи для кирпича) безъ доставки, о способахъ и стоимости доставки, о пунктѣ, къ которому удобнѣе всего доставить матеріалъ для строющейся линіи, на что пригоденъ матеріалъ (для дерева — годно для шпалъ, для постройки, для дровъ, для свай и т. п., для песка — для балласта, каменной или кирпичной кладки).

Подобнымъ же образомъ должны быть собраны *свѣдѣнія о рабочей силѣ:* на какое количество рабочихъ можно расчитывать въ различное время года, на сколько спеціальныхъ рабочихъ—*цеховыхъ* можно расчитывать (землекопы, каменьщики, камнетесы, кирпичники, плотники, кузнецы, столяры, слесаря, кровельщики, печники, и т. п.), насколько пригодны и выносливы для работы мѣстные рабочіе, о способахъ найма (на строительный періодъ, помѣсячно или поденно), *о цѣнахъ найма*, о сдѣльной цѣнѣ на работу (кирпичная кладка, рубка стѣнъ, земляныя работы, кладка изъ кирпича и камня), цѣны на подводы съ людьми, на покупку лошадей, на покупку упряжи и подводъ, на уходъ за лошадьми, о количествѣ лошадей, какое можно закупить въ данной мѣстности въ различное время года.

Кромѣ постоянныхъ рабочихъ—подручнаго *(десятника)*, *рѣечниковъ* при рейкахъ, *цѣпщиковъ*—при лентѣ или цѣпи, рабочаго при нивеллирѣ, рабочаго при пикетажныхъ

---

[1]) См. *Tiemann-Gärtner's* Handbuch der Untersuchung und Beurtheilung der Wässer. Braunschweig, 1895. Стр. 86.

Edmund Wehrenfennig, Inspector der K. K. priv. Oesterreichischen Nordwestbahn zu Wien. Ueber Untersuchung und das Weichmachen des Kasselspeisewassers.

кольяхъ и т. п., которыхъ необходимо дисциплинировать и спеціализировать въ намѣченныхъ имъ работахъ, приходится нанимать временныхъ рабочихъ, напр., для рубки лѣса, копанія шурфовъ и т. п.

Ширина просѣковъ въ лѣсахъ (какъ частныхъ владѣльцевъ, такъ и крестьянскихъ обществъ, а равно казенныхъ — государственныхъ имуществъ и удѣльнаго вѣдомства, для рубки которыхъ иногда приходится испрашивать спеціальное разрѣшеніе) должно быть не болѣе той, которая требуется для свободнаго прохода съ геодезическими инструментами, т. е. около 3/4 саж. На крутыхъ косогорахъ, чтобы вѣтви нижнихъ деревьевъ не застилали линію при провѣшиваніи или при нивеллировкѣ, просѣки уширяютъ до 1 сажени и болѣе, а при вагерпасовкѣ или тахеометріи, ширина просѣковъ сводится къ minimum'у до 1/2 саж. и даже до 1 арш.

Составленіе профилей и плановъ проекта дѣлается на указанныхъ въ геодезіи основаніяхъ. Остальныя работы по составленію проекта ведутся съ помощью особыхъ таблицъ [1]), по которымъ расчисляются отверстія мостовъ, вычисляются объемы земляныхъ работъ (см., напр., „Универсальныя таблицы" для скораго и точнаго вычисленія объемовъ земляныхъ работъ при всякой ширинѣ полотна, склонѣ его откосовъ и на косогорахъ по способу инженера *Ф. Ф. Мурзо*, или таблицы *Пр. Курдюмова*) и т. п. При составленіи проектовъ прикладываются особыя вѣдомости для каждаго рода работъ.

Такъ, для полевыхъ работъ число журналовъ во время изысканій доходитъ до девяти:

1) Журналъ прямыхъ и кривыхъ.
2) „ главной нивеллировки.
3) „ контрольной нивеллировки.
4) Пикетажная книжка. Въ этомъ журналѣ должны быть внесены не только тѣ точки, которыя отмѣчены кольями на линіи, но и всѣ повороты, величины ихъ угловъ, качества угодій (лѣсъ, пашня, садъ, деревня и т. п.) по пути слѣдованія, отмѣчены переходы границъ губерній, уѣздовъ, по какую сторону и приблизительно противъ какого пикета находятся города, села, деревни, мимо которыхъ прошла линія и т. п. Пикетажный журналъ долженъ быть возможно точнымъ и *подробнымъ* описаніемъ пройденной линіи.
5) Журналъ поперечной нивеллировки или замѣняющей ее тахеометріи.
6) Журналъ нивеллировки руселъ рѣкъ (живыхъ сѣченій) и овраговъ. Здѣсь долженъ быть приложенъ чертежъ каждаго русла съ показаніемъ горизонта водъ: низкаго, меженняго или средняго и высокаго, а также горизонта ледохода. Сюда же вносятся промѣры глубинъ и площади живыхъ сѣченій, а также данныя о скорости теченія.
7) Геологическій журналъ.
8) Журналъ разныхъ дополнительныхъ свѣдѣній относительно водоснабженія станцій, о строительныхъ матеріалахъ, о торговомъ и промышленномъ значеніи населенныхъ центровъ.
9) Спеціальный журналъ о водоснабженіи станцій.

---

[1]) См. Справочную книгу *Н. И. Ефимовича*, ч. II, или *Г. Краевскій*. Желѣзнодорожныя изысканія.

§ 408. Проектированіе линіи по рабочему профилю. Убѣдившись, что разница между двумя нивеллировками не выходитъ за допускаемые предѣлы (напр., 1 сотки на версту при предварительныхъ изысканіяхъ), по нивеллировочному журналу вычерчивается *рабочій профиль* пройденной въ теченіе дня части линіи, чтобы судить, насколько удовлетворительно назначена линія, въ какихъ работахъ она проектируется и не надо ли ее всю или частію измѣнить ранѣе, чѣмъ продолжать ее вести дальше на слѣдующій день.

Рабочій профиль составляется въ масштабѣ, принятомъ для подробныхъ профилей, (напр., для горизонтальныхъ разстояній 100 саж. въ 0,01 саж., а для вертикальныхъ — 10 саж. въ 0,01 саж.), но въ самомъ упрощенномъ видѣ, а именно: наносятъ лишь пикеты и наиболѣе характерныя промежуточныя точки, надписываются ихъ отмѣтки, по которымъ вычерчивается очертаніе земной поверхности; обозначаются также точки касанія каждой кривой съ указаніемъ лишь величины радіуса, отъ котораго зависитъ предѣльная величина уклоновъ. Все это вычерчивается тушью. Проектная линія наносится карандашемъ и подписываются величина и протяженіе каждаго уклона, а также проектныя отмѣтки на переломахъ линіи.

Самое проектированіе состоитъ въ наиболѣе выгодной комбинаціи техническихъ условій и даннаго профиля мѣстности; оно производится болѣе или менѣе *ощупью*, *подгонкою*; слѣдовательно, быстрота и ловкость проектированія зависитъ какъ отъ личной находчивости проектирующаго, такъ еще болѣе отъ его опытности и практики въ этомъ дѣлѣ. Само собою разумѣется, что *проектирующій долженъ отчетливо и прочно усвоить техническія условія данной желѣзной дороги*. Чтобы облегчить проектированіе и усвоеніе этихъ условій, рекомендуется (особенно начинающимъ) составить графическія схемы разныхъ комбинацій уклоновъ, площадокъ и радіусовъ закругленій, вглядываясь въ которыя и проектировать.

Укажемъ здѣсь на „главныя основанія для проектированія продольнаго профиля и плана направленія желѣзной дороги", взявъ ихъ изъ „Техническихъ условій проектированія и сооруженія желѣзныхъ дорогъ первостатейнаго значенія (магистралей)", по журналу Инженернаго Совѣта № 129, 1889 года [1]).

1. *Предѣльная крутизна уклоновъ продольнаго профиля* дороги должна соотвѣтствовать мѣстнымъ условіямъ и предстоящему по дорогѣ движенію и должна быть, въ обоихъ направленіяхъ дороги, не свыше 0,008 при совпаденіи съ закругленіями радіусовъ не менѣе 300 саж.

2. Разстояніе между двумя смежными вершинами перелома продольнаго профиля дороги должно быть вообще не менѣе 60-ти саженей. Смежные склоны должны быть сопряжены между собою кривою, описанною радіусомъ не менѣе 2000 саж. Если два смежныхъ склона продольнаго профиля направлены въ противоположныя стороны и крутизна каждаго изъ нихъ превышаетъ 0,002, то таковые, съ цѣлью сопряженія ихъ впослѣдствіи кривою радіуса не менѣе 2000 саженей, должны быть отдѣлены одинъ отъ другого или горизонтальною площадкою, или склономъ не круче 0,002, имѣющими не менѣе 60-ти саженей длины, считая таковую длину между вершинами смежныхъ

[1]) См., напр., *Н. И. Ефимовичъ*. Справочная книга для инженеровъ и техниковъ путей сообщенія, ч. II, стр. 498.

прямолинейныхъ переломовъ. Означенная предѣльная длина увеличивается на 25 саж., если сопряженіе у подошвы двухъ смежныхъ скатовъ совпадаетъ съ кривою, описанною радіусомъ менѣе 400 саженей.

3. Подъемы круче 0,002, сплошные или слѣдующіе одинъ непрерывно за другимъ, не должны представлять, въ общей сложности, возвышенія высшей точки надъ нижней болѣе 25 саженей. Съ этою цѣлью сплошные подъемы круче 0,002, должны быть подраздѣлены площадками: горизонтальными, длиною не менѣе 200 саженей, или со склономъ не круче 0,002, длиною не менѣе 250 саженей. Площадки должны быть расположены такимъ образомъ, чтобы возвышеніе одной площадки надъ другою, съ ней смежною, было не болѣе 25 саженей.

4. Переходъ отъ одного уклона къ другому или отъ уклона къ площадкѣ въ тѣхъ случаяхъ, когда разница между ихъ крутизною превышаетъ 0,002, не допускается ни на мостахъ, ни на протяженіи 12-ти саженей съ каждой стороны моста, считая это разстояніе отъ задней грани передней стѣнки ближайшаго мостового устоя.

5. *Предѣльная длина станціонныхъ и разъѣздныхъ площадокъ.* Въ томъ мѣстѣ, гдѣ расположена станція, продольный профиль дороги долженъ представлять горизонтальную площадку. Длина этой площадки зависитъ отъ класса станціи. На станціяхъ I-го класса длина эта должна соотвѣтствовать проекту расположенія станціи, составленному въ зависимости отъ мѣстныхъ условій, а на станціяхъ прочихъ классовъ должна быть: на станціяхъ II-го класса — не менѣе 600 саж. и на станціяхъ низшихъ классовъ не менѣе 500 саж., если на станціи предположено паровозное депо, и не менѣе 450 саженей, если на станціи паровознаго депо не назначено. Площадки, приготовленныя для разъѣздовъ, могутъ быть расположены и на уклонахъ, но не круче 0,002, означенныя площадки должны быть длиною не менѣе 300 саж.

Примѣчаніе. Въ тѣхъ случаяхъ, когда товарная станція устраивается внѣ главнаго пути, длина площадки подъ пассажирскую станцію можетъ быть соотвѣтственно уменьшена.

6. *Предѣльные радіусы закругленій дороги и условія проектированія дороги въ планѣ.* Наименьшій радіусъ закругленій дороги опредѣляется вообще въ 300 саженей, но въ случаяхъ необходимости, оправданныхъ надлежащими варіантами, радіусъ этотъ можетъ быть уменьшенъ до 250 саженей на перегонахъ между станціями и до 200 саженей при подходѣ къ станціямъ и другимъ остановочнымъ пунктамъ, а также вблизи центровъ населенія и промышленности, при пересѣченіи рѣкъ и при обходѣ какихъ-либо препятствій.

7. Совпаденіе закругленій съ уклономъ предѣльной крутизны допускается лишь при радіусахъ закругленій въ 300 саженей и болѣе. Если для закругленій допущенъ радіусъ менѣе 300 саженей, то для того, чтобы не были превзойдены предѣлы допускаемаго сопротивленія движенію поѣзда, крутизна совпадающаго съ закругленіемъ предѣльнаго уклона должна быть соотвѣтственно уменьшена, согласно установленнымъ Министерствомъ Путей Сообщенія правиламъ [1]).

8. Между двумя закругленіями, направленными въ противоположныя стороны, если оба эти закругленія сдѣланы по дугѣ круга и радіусъ хотя одной изъ нихъ менѣе 1000 саженей, должна быть, съ цѣлью устройства въ послѣдствіи переходныхъ кривыхъ, помѣщена прямая вставка, наименьшая длина коей опредѣляется по формулѣ: $10 + 5000\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1}\right)$ саженей, гдѣ R и R_1 радіусы закругленій въ саженяхъ.

9. Точки перехода изъ прямой части дороги въ круговую кривую, а также изъ

---

[1]) См., напр. Курсъ желѣзныхъ дорогъ *К. Ю. Целлинскаго.* „Проектированіе желѣзнодорожной линіи". Максимальный подъемъ I на кривой радіуса r (при предѣльномъ подъемѣ i на прямомъ участкѣ) выражается формулой $I = i - R_2$, гдѣ $R_2 = 0{,}021\,\frac{4l + l^2}{r - 45}$ по *Hoffman*'у и выражаетъ дополнительное сопротивленіе отъ кривой; причемъ l — длина въ metr. базы вагона.

кривой части въ кривую же, но другого радіуса, должны отстоять отъ точекъ перелома продольнаго профиля не менѣе, какъ на 8 саженей. Наименьшее разстояніе означенныхъ точекъ перехода отъ мостовъ опредѣляется по формулѣ $\frac{5000}{R}$ саженей, гдѣ R радіусъ закругленія въ саженяхъ, причемъ означенное разстояніе считается отъ задней грани передней стѣнки ближайшаго мостового устоя.

10. *Проведеніе линіи желѣзной дороги по косогорамъ.* При проведеніи линіи желѣзной дороги по крутому косогору, трасса линіи, въ предположеніи послѣдующаго уширенія полотна дороги подъ два пути, должна быть преимущественно выбрана такъ, чтобы первый путь располагался въ выемкѣ и, при устройствѣ полотна подъ второй путь, та же выемка была уширена въ нагорную сторону. Если исполненіе сего требованія сопряжено съ значительными затратами или грозитъ обвалами, то полотно одного изъ путей или обоихъ путей можетъ быть расположено полностью или частью на насыпи съ подпорными стѣнками, гдѣ это потребуется, причемъ, съ цѣлью уменьшить первоначальныя затраты по сооруженію полотна подъ правый путь, разрѣшается устраивать полотно поперемѣнно подъ правый или лѣвый путь, съ переходами съ одного пути на другой, но съ тѣмъ, чтобы въ предѣлахъ переходной кривой не было устраиваемо моста.

Пріемы проектированія можно свести въ такую схему:

1) При проведеніи по профилю проектной линіи начинать отъ тальвеговъ и идти *въ обѣ стороны* на водораздѣлъ, гдѣ и смыкать оба проектируемыя направленія.

2) На тальвегахъ (рѣкахъ и оврагахъ) проектированіе обусловливается высотою горизонта высокихъ водъ и разстояніемъ отъ этого горизонта до бровки полотна,—разстояніемъ, различнымъ въ зависимости отъ типа сооруженій (мосты деревянные, желѣзные, трубы каменныя, чугунныя) и величины отверстія.

3) Отъ тальвеговъ чаще проектированіе ведется выемкою (вынутая земля — въ насыпь у искусственныхъ сооруженій).

4) Слѣдуетъ всегда избѣгать какъ длинныхъ неглубокихъ выемокъ (менѣе 0,50 саженъ), потому что онѣ легко заносятся снѣгомъ, такъ и насыпей, имѣющихъ высоту менѣе 0,3 сажени.

5) Профиль лучше разбивать на участки однообразнаго уклона, и тамъ, гдѣ этотъ уклонъ окажется менѣе предѣльнаго, проектировать насыпь, а гдѣ болѣе предѣльнаго — по необходимости выемку.

6) Слѣдуетъ избѣгать частыхъ изломовъ проектной линіи, для чего приходится игнорировать пунктъ 4-ый при незначительныхъ протяженіяхъ и брать отдѣльные уклоны на протяженіи не меньшемъ 100 саженей (2 пикета).

7) Выемки проектировать отъ 0,50 саж. до 1 саж.; меньшія же и большія только въ трудныхъ мѣстахъ и на протяженіи, не превышающемъ 2 пикетовъ, т. е. не болѣе 100 саж. [1]).

8) Длинныхъ горизонтальныхъ площадокъ въ выемкахъ не дѣлать.

9) Деревянные мосты малыхъ отверстій проектируются не только на характерныхъ тальвегахъ (овражкахъ), но и на пониженныхъ точкахъ

[1]) Вообще выемокъ, по возможности, слѣдуетъ избѣгать. Каждая выемка должна быть оправдана ея неизбѣжностію.

профиля, гдѣ необходимо для обезпеченія стока водъ изъ водоотводныхъ канавъ и резервовъ (при протяженіи стоковъ не болѣе версты и глубинѣ канавъ не болѣе 0,75 саж. и уклонѣ ихъ не болѣе 0,001).

При расчетѣ отверстій искусственныхъ сооруженій [1]) различаются двѣ категоріи бассейновъ: 1) площадью менѣе 50 кв. в. и 2) болѣе. Первыя площади даютъ (какъ показалъ опытъ) наибольшую воду во время ливней, а не весенняго половодья, значитъ и отверстія искусственныхъ сооруженій при такихъ бассейнахъ нужно расчитывать на максимальную ливенную воду. Для такого расчета надо знать максимальное количество ливенной воды, проходящей чрезъ данное сѣченіе тальвега въ секунду, такъ называемый секундный расходъ; для его опредѣленія, согласно циркуляра Министерства Путей Сообщенія, должно пользоваться нормами Köstlin'a, по которымъ расходъ вычисляется по формулѣ

$$Q = 1 . 875\ PL,$$

гдѣ Q — искомое количество протекающей воды къ сооруженію въ 1 секунду, выраженное въ кубич. саженяхъ, P — площадь бассейна въ квадратн. верстахъ, L — численный коэффиціентъ, величина котораго для бассейновъ

длиною (по оси тальвега)	до 3,5	верстъ.	$^1/_2$
„	отъ 3,5	до 7 „	отъ $^3/_8$ до $^1/_4$
„	„ 7	„ $10^1/_2$ „	„ $^3/_{16}$
„	„ $10^1/_2$	„ 14 „	„ $^1/_8$
„	„ 14	„ $17^1/_2$ „	„ $^1/_{16}$

причемъ для бассейновъ, уклонъ которыхъ менѣе 0,005, коэффиціентъ L можетъ быть уменьшенъ вдвое противъ указанныхъ выше нормъ. Коэффиціенты вышеприведенной формулы выведены эмпирически: первый — 1.875—выведенъ изъ наблюденій самыхъ большихъ—„исключительныхъ"—ливней и показываетъ, что при этихъ ливняхъ на площадь въ одну квадр. версту выпадаетъ воды 1.875 куб. саж. въ секунду (или слой толщиною въ 0,016 миллиметра въ секунду при продолжительности ливня въ 2 часа). Второй коэффиціентъ L и есть коэффиціентъ стока, полученный для самыхъ благопріятныхъ условій стока, т. е. выведенный въ предположеніи, что вода ничѣмъ не задерживается, а безпрепятственно (цѣликомъ) скатывается и такимъ образомъ, онъ взятъ „съ запасомъ" даже для степныхъ мѣстностей Россіи, гдѣ всетаки вода хотя отчасти всасывается земной поверхностью, а тѣмъ болѣе для лѣсныхъ и болотистыхъ, гдѣ вода ливней стекаетъ медленнѣе и въ меньшемъ количествѣ. Поэтому для средней и сѣверной полосы Россіи можно было бы уменьшить нормы Köstlin'a вдвое, особенно въ лѣсной мѣстности. Это уменьшеніе было разрѣшено

---

[1]) См. 1) А. Карачевскій—Волкъ.—„Опредѣленіе отверстій искусственныхъ сооруженій". 2) Г. Краевскій — „Желѣзнодорожныя изысканія". Гл. VIII. 3) Журналъ Мин. Пут. Сообщ. за 1902 г. Книга первая, статья М. К. Циглеръ—Ф. Шафгаузенъ.

Департаментомъ Желѣзныхъ Дорогъ при сооруженіи линіи Вологда-Архангельскъ.

Примѣръ: площадь бассейна 25□ в.
длина. . . . . 8 „
уклонъ 0.003

$$Q = 1{,}875 \times 25 \times \frac{3}{16} = 8{,}8 \text{ куб. саж. въ секунду.}$$

По этому расходу ливенной воды, притекающей къ сооруженію, и придется дѣлать дальнѣйшій расчетъ самаго сооруженія *моста или трубы.*

1) *Отверстіе моста* при бассейнахъ, меньшихъ по площади 50 кв. верстъ, вычисляется по формулѣ:

$$l = \frac{Q}{\mu \cdot \sqrt{2 \cdot g} \left\{ \frac{2}{3} \left[(h+k)^{3/2} - k^{3/2} \right] + a(h+k)^{1/2} \right\}},$$

гдѣ Q—наибольшій расходъ пропускаемый сооруженіемъ
a—наибольшая глубина потока по профилю до постройки моста
h—подпоръ у моста, $h = \frac{U_0^2 - U^2}{2g}$
U—средняя скорость потока до постройки моста;
U_0—средняя скорость въ сооруженіи
k—высота, соотвѣтствующая скорости протекающей воды $k = \frac{U^2}{2g}$
g—ускореніе силы тяжести $g = 4{,}60$ саж.
μ—коэффиціентъ расхода $\mu = 0{,}90$.

2) *Отверстіе каменной трубы* при не стѣсненномъ сѣченіи

$$l = \frac{Qg}{\mu U_0^3}, \text{ въ противномъ случаѣ } l = \frac{Q}{\mu a U_0}$$

Бассейны 2-й категоріи, т. е. болѣе 50 кв. в., даютъ наибольшую воду во время таянія снѣговъ и половодья. Слѣдовательно, и отверстія искусственныхъ сооруженій нужно расчитывать на максимальный секундный расходъ этой снѣговой воды, притекающей къ тому мѣсту рѣки, гдѣ будетъ сооруженіе. Опредѣленіе этого расхода дѣлается точнѣе, чѣмъ въ предыдущемъ случаѣ изъ непосредственныхъ измѣреній на самой рѣкѣ разныхъ элементовъ, входящихъ въ *формулы движенія воды* въ рѣкахъ (уклона, живого сѣченія, скорости).

Но и здѣсь, когда расходъ опредѣленъ и на основаніи его отверстіе расчитано, для грубой повѣрки достаточности принятаго отверстія

моста можетъ служить рекомендованная циркуляромъ М. П. С. слѣдующая таблица.

Поверхность бассейна въ кв. верстахъ.	Коэффиціентъ, на который должна быть умножена величина площади бассейна въ кв. верстахъ для полученія живого сѣченія весенних водъ подъ мостомъ въ кв. саженяхъ.
50— 100	0.0700
100— 300	0.0600
300— 500	0.0500
500— 1000	0.0450
1000— 2000	0.0400
2000— 5000	0.0350
5000— 10000	0.0300
10000— 15000	0.0250
15000— 20000	0.0200
20000— 30000	0.0150
30000— 50000	0.0100
50000—100000	0.0075
100000—300000	0.0007

Таблица эта составлена инженеромъ Бѣлинскимъ по размѣрамъ мостовъ средней полосы Европейской Россіи.

Примѣръ: Площадь бассейна . . . . . 300 кв. в.
Живое сѣченіе $\omega = 300 \times 0.05 =$ 15 кв. саж.

Искомое отверстіе моста $L = \frac{\omega}{a}$, гдѣ a средняя глубина весенних водъ. Формула эта справедлива, если размывъ русла не допускается.

$Q = \mu \cdot \omega \cdot U$, гдѣ μ — коэффиціентъ сжатія, зависящій отъ формы передней части опоры и равный 0,85—при прямоугольномъ сѣченіи; 0,90—при закругленномъ и 0,95—при остроугольномъ,

U — средняя скорость подъ мостомъ $\lessgtr V$,

ω — площадь живого сѣченія подъ мостомъ,

а V — средняя скорость въ главномъ руслѣ не стѣсненнаго живого сѣченія,

$V = C\sqrt{Ri}$; причемъ R — подводный радіусъ русла, $R = \frac{\omega}{p}$ и

p — подводный периметръ,

коэффиціентъ (Гангюлле и Куттера) $C = \dfrac{23 + \frac{1}{n} + \frac{0{,}00155}{i}}{1{,}46067 + \left[23 + \frac{0{,}00155}{i}\right]\frac{n}{\sqrt{R}}}$

i — уклонъ высокихъ водъ

n = коэффиціентъ $\left\{\begin{array}{l} = 0{,}025 \text{ — для земляныхъ} \\ = 0{,}030 \text{ — поросшихъ и засоренныхъ} \end{array}\right\}$ руслъ.

§ 409. Составленіе проекта. На основаніи полученныхъ при изысканіяхъ данныхъ составляется полный и подробный проектъ желѣзной дороги, съ

опредѣленіемъ какъ количества, такъ и стоимости работъ по постройкѣ дороги, предполагая послѣднюю въ одинъ путь.

Документы проекта. Къ проекту дороги относятся слѣдующіе, подлежащіе представленію документы:

1) Общій планъ направленія линіи желѣзной дороги въ масштабѣ 2 версты въ дюймѣ.

2) Такой же планъ дороги въ масштабѣ 40 верстъ въ дюймѣ.

3) Детальные планы особенно замѣчательныхъ мѣстъ линіи (напр., пересѣченій большихъ рѣкъ, расположенія станцій около города, проектированія гидротехническихъ сооруженій по рѣкамъ и ихъ разливамъ) въ крупномъ масштабѣ (напр. 10 саж. въ 1 дюймѣ).

4) Подробный продольный профиль въ масштабѣ 100 саж. въ 0,01 с. для горизонтальныхъ разстояній и 10 саж. въ 0,01 с. для вертикальныхъ. Для мѣстъ съ очень большимъ числомъ промежуточныхъ точекъ должны быть кромѣ того составлены профили въ масштабѣ вдвое большемъ противъ указаннаго выше.

5) Сокращенный продольный профиль въ масштабѣ одна верста въ 0,01 саж. для горизонтальныхъ разстояній и 10 саж. въ 0,01 с. для вертикальныхъ.

6) Поперечные профили мѣстности въ масштабѣ одна сажень въ 0,01 саж. какъ для горизонтальныхъ, такъ и для вертикальныхъ разстояній, съ нанесеніемъ на нихъ полотна дороги, подпорныхъ стѣнъ, нагорныхъ канавъ, каменныхъ отсыпей и т. п. и съ указаніемъ квадратнаго содержанія площадей поименованныхъ сооруженій.

7) Геологическіе разрѣзы (профили) грунта руселъ большихъ рѣкъ, а также тѣхъ мѣстъ, гдѣ особенности грунта могутъ имѣть существенное вліяніе на способы производства работъ (болотистый, каменистый и т. п.).

8) Подробное попикетное исчисленіе количества земляныхъ работъ.

9) Поверстное исчисленіе количества земляныхъ работъ.

10) Вѣдомость уклоновъ и горизонтальныхъ частей.

11) Вѣдомость прямыхъ и кривыхъ частей пути.

12) Расчетъ виртуальной длины дороги [1]).

---

[1]) Виртуальная длина L даннаго участка есть фиктивная длина, *не* равная истинной его длинѣ l. Фиктивный участокъ длиною L предполагается расположеннымъ на прямой и горизонтальной площадкѣ, причемъ работа паровоза для передвиженія поѣзда на немъ равна такой же работѣ на данномъ участкѣ. Если среднее сопротивленіе движенію поѣзда на участкѣ длиною l есть R, а сопротивленіе движенія того же поѣзда на прямомъ и горизонтальномъ пути равно R_0, то $LR_0 = lR$ и $L = \frac{lR}{R_0}$; $L = l + \Sigma l_n\,\alpha + + \Sigma l_k\,.\,\beta$. Здѣсь $\alpha = i\left(\frac{122 + 0{,}077\,i}{371 + 1{,}21\,i}\right)$ коэффиціенты, зависящіе отъ подъема, причемъ i — число тысячныхъ подъема, β — коэффиціенты, зависящіе отъ сопротивленія въ кривыхъ радіуса R, вычисляются по той же формулѣ, что и α, но $i_1 = 21\left(\frac{4\,d + 2{,}1\,d^2}{R - 21}\right)$, гдѣ $d =$ = разстоянію между крайними осями вагона. Болѣе точно $L = l_0 + l_e + \Sigma l_n\,(1 + \alpha_n) + + \Sigma l_k\,(1 + \beta_k)$, l_0 — общая длина горизонтальныхъ участковъ, l_k — длина криволинейныхъ участковъ, l_e — общая длина скатовъ, l_n — длина подъемовъ.

13) Общая вѣдомость искусственныхъ сооруженій.

14) Вѣдомость желѣзныхъ мостовъ черезъ рѣки съ бассейномъ менѣе 50 квадр. верстъ.

15) Вѣдомость желѣзныхъ мостовъ черезъ рѣки съ бассейномъ болѣе 50 квадр. верстъ.

16) Вѣдомость каменныхъ трубъ.

17) Вѣдомость чугунныхъ трубъ.

18) Вѣдомость деревянныхъ мостовъ.

19) Вѣдомость подпорныхъ стѣнъ.

20) Вѣдомость отвода русе́лъ и дамбъ по разливамъ.

21) Вѣдомость размѣщенія и распредѣленія по классамъ станцій, съ обозначеніемъ разстояній между сосѣдними станціями, а равно между станціями съ паровозными депо.

22) Вѣдомость квадратнаго содержанія укрѣпленія откосовъ полотна и дамбъ по разливамъ рѣкъ.

23) Вѣдомость протяженія частей линіи, подверженныхъ снѣжнымъ заносамъ.

24) Вѣдомость путевыхъ построекъ и переѣздовъ.

25) Вѣдомость подлежащихъ сносу строеній, съ указаніемъ примѣрной ихъ стоимости.

26) Вѣдомость лѣсныхъ зарослей, подлежащихъ рубкѣ и корчеванію въ предѣлахъ полосы отчужденія.

27) Вѣдомость отчужденія земель.

28) Вѣдомость реперовъ.

29) Подробная техническая пояснительная записка.

30) Разцѣночная вѣдомость на постройку дороги.

Направленіе дороги опредѣляется техническими условіями, слѣдовательно, продольные и поперечные профили должны быть вычерчены такъ, чтобы въ лѣвой половинѣ профиля находился начальный пунктъ, а въ правой конечный пунктъ.

Пояснительная техническая записка должна содержать въ себѣ подробное выясненіе причинъ выбора направленія дороги, описаніе мѣстности, общее изложеніе геологическаго характера мѣстности, подробное описаніе произведенныхъ геологическихъ изслѣдованій и результаты, полученные шурфованіемъ и буреніемъ, изложеніе климатическихъ и топографическихъ особенностей, описаніе особенно значительныхъ и важнѣйшихъ сооруженій, распредѣленіе станцій.

У насъ, въ Россіи, въ 1873 году издана утвержденная Министромъ Путей Сообщенія *Инструкція для производства правительственныхъ предварительныхъ изысканій и составленія предварительныхъ проектовъ для линій желѣзныхъ дорогъ*[1]).

---

[1]) Эта инструкція приведена между прочимъ въ „Курсѣ низшей геодезіи". Пр. Богуславскаго. См. стр. 563, изд. I. Затѣмъ въ справочныхъ книжкахъ для инженеровъ „Hütte" (Часть II, стр. 29).

Инструкція дѣлится на 3 части:

1) Общій характеръ предварительныхъ изысканій и проектовъ.

2) Главныя условія и правила при опредѣленіи линіи на мѣстности и при производствѣ работъ.

3) Главныя условія и правила, соблюдаемыя при составленіи и выработкѣ предварительнаго проекта желѣзной дороги.

Вся инструкція дѣлится на 24 параграфа, въ которыхъ указано, въ чемъ должны заключаться предварительныя изысканія, какіе документы должны входить въ составъ предварительнаго проекта и о томъ, что эти документы должны представляться къ опредѣленнымъ Министерствомъ Путей Сообщенія срокамъ. Инструкція указываетъ также, *чѣмъ обусловливается выборъ направленія*, какія техническія условія должны соблюдаться при проведеніи линіи и варіантовъ, въ какомъ порядкѣ и какимъ пріемомъ должны вестись разбивка и измѣреніе линіи на мѣстности, продольная нивеллировка, мѣста поперечныхъ профилей, установка реперовъ, порядокъ изслѣдованія по отношенію искусственныхъ сооруженій, опредѣленія рода грунта, въ чемъ должны заключаться съемочныя работы и что должно быть обозначено на планахъ и картахъ, какимъ образомъ должно быть сдѣлано пересѣченіе съ существующими или строящимися дорогами, свѣдѣнія о расположеніи и водоснабженіи станцій, о томъ, что ежемѣсячно должно доносить Министерству Путей Сообщенія о ходѣ и успѣхѣ полевыхъ работъ.

Инструкція отмѣчаетъ также: 1) какія условія должны быть выполнены относительно плановъ и картъ,—на которыхъ ясно красною краскою должно быть нанесено направленіе линіи желѣзной дороги, 2) какимъ образомъ долженъ быть вычерченъ и подписанъ продольный профиль дороги, 3)—опредѣлены размѣры отверстій по роду сооруженій, 4) порядокъ составленія вѣдомостей о количествѣ работъ и правила составленія объяснительной записки, 5) что всѣ вѣдомости и проекты, а также пояснительная записка и расчеты должны быть подписаны производителемъ изысканій и 6) что вѣрность ихъ лежитъ на его полной отвѣтственности.

Замѣчаніе. Что касается до сравненія варіантовъ путемъ *расчета виртуальной длины*, то замѣтимъ здѣсь только слѣдующее.

Для болѣе раціональнаго сравненія результатовъ эксплоатаціи необходимо приводить ихъ къ одинаковымъ, хотя бы и воображемымъ условіямъ, т. е. относить ихъ не къ дѣйствительной длинѣ, а къ особой воображаемой линіи, по которой *сопротивленіе движенію поѣзда на всемъ протяженіи есть постоянное и наименьшее,* при непремѣнномъ условіи, чтобы общая работа паровоза на передвиженіи поѣзда по той и другой линіямъ отъ одного конца до другого была *одинаковая*. Такая длина воображаемой *прямой и горизонтальной* дороги называется вообще *виртуальною*. Частныя значенія виртуальной длины зависятъ отъ тѣхъ условій, которыя принимаются въ основаніе ея расчета. Очевидно, что виртуальная длина зависитъ отъ подъемовъ и кривыхъ и для ея вычисленія существуютъ формулы, выводъ которыхъ относится къ курсу „желѣзныхъ

дорогъ" и отчасти паровой механики. См., напр., курсъ желѣзныхъ дорогъ, — „Проектированіе желѣзнодорожной линіи" — *К. Ю. Цеглинскаго.*

Кромѣ указанной инструкціи существуютъ „Техническія условія проектированія и сооруженія желѣзныхъ дорогъ первостепеннаго значенія (магистралей) (Журналъ Инженерн. Совѣта № 129, 1899 г.) — см. ч. II Справочной книжки Ефимовича; стр. 498. Часть этихъ условій приведена нами въ § 408.

Б. Изслѣдованіе рѣкъ, какъ путей сообщенія [1]).

§ 410. Цѣль изслѣдованія рѣкъ и сопряженныя съ изслѣдованіемъ работы. Рѣка изслѣдуется съ цѣлью опредѣленія пригодности ея къ судоходству, поэтому прежде всего обращается вниманіе на глубину ея *фарватера* на различныхъ его мѣстахъ. Наибольшимъ препятствіемъ къ судоходству служитъ *мелководье рѣки,* а затѣмъ уже приходится считаться съ значительною *извилистостью фарватера* и съ большою *скоростью теченія воды.* Послѣдняя зависитъ отъ паденія рѣки или разности высотъ горизонтовъ воды въ рѣкѣ. Поэтому главнѣйшими работами по изслѣдованію рѣкъ являются: а) съемка на планъ *ложа* рѣки, б) нивеллированіе рѣки съ цѣлью опредѣленія ея уклона, в) промѣръ глубинъ съ цѣлью опредѣленія живыхъ сѣченій или опредѣленіе рельефа ея ложа, г) опредѣленія скорости ея теченія въ различныхъ глубинахъ и въ разныхъ мѣстахъ, и д) наблюденіе за измѣненіемъ горизонта воды въ рѣкѣ съ цѣлью приближеннаго опредѣленія прибыли или убыли воды въ рѣкѣ. На величину прибыли воды вліяетъ ширина рѣки: чѣмъ шире рѣка въ данномъ мѣстѣ, тѣмъ менѣе толстымъ слоемъ разливается прибыль воды, напротивъ того — чѣмъ уже рѣка въ данномъ мѣстѣ, тѣмъ замѣтнѣе прибыль рѣки; вслѣдствіе этого приходится измѣрять ширину рѣки въ разныхъ ея мѣстахъ или е) дѣлать съемку урѣзовъ воды. На высоту подъема воды въ рѣкѣ вліяетъ и *ширина весенняго разлива,* которая также должна быть предметомъ изслѣдованія. Нерѣдко разливы рѣки и рельефъ поймы сильнѣе вліяютъ на *измѣненіе ложа рѣки,* чѣмъ самый планъ ложа и извилистость рѣки, а потому, изслѣдуя рѣку, необходимо имѣть ж) нивеллировку разлива.

Ложе рѣки мѣняется отъ осадковъ и наносовъ, влекомыхъ рѣкою, зависящихъ отъ грунта ложа и береговъ рѣки; отъ грунта ложа и береговъ рѣки нерѣдко зависитъ и большая и меньшая опасность судоходства по рѣкѣ. Поэтому, если проектируется улучшеніе воднаго пути, необходимо имѣть з) свѣдѣнія о грунтѣ ложа и береговъ и количествѣ насосовъ.

Сверхъ сего необходимо знать и) количество воды, протекающее въ весеннее, лѣтнее или меженное время, а также имѣть і) свѣдѣнія о высотѣ и продолжительности ледохода. Отъ количества протекающей въ рѣкѣ воды зависитъ ея мелководье или многоводье. Количество же воды,

---

[1]) См. глава XL, курса геодезіи Профессора Богуславскаго.

протекающей въ рѣкѣ, зависитъ отъ количества *атмосферныхъ осадковъ*, выпадающихъ въ бассейнѣ рѣки и отъ площади бассейна. Является надобность въ нѣкоторыхъ к) метеорологическихъ наблюденіяхъ, а также л) въ изслѣдованіи бассейна рѣки.

Рѣку, какъ путь сообщенія, характеризуютъ также видъ береговъ и имѣющіеся на нихъ бечевники, затоны для зимовки судовъ, пристани и т. п. предметы.

Съ цѣлью выясненія гидрологическихъ свойствъ рѣки и степени пригодности ея къ судоходству, надо имѣть въ виду 1) какъ *современное ея естественное состояніе* со всѣми препятствіями и неудобствами для судоходства, такъ и 2) сумѣть указать мѣры, которыя возможно предпринять съ цѣлью улучшенія и развитія судоходства, а равно и 3) дать возможность на будущее время слѣдить за состояніемъ рѣки и изучать происходящія въ ней перемѣны; слѣдовательно, собрать подробныя техническія данныя для составленія проектовъ улучшенія какъ *отдѣльныхъ мѣстъ* (перекатовъ), пристаней, затоновъ и т. п.), такъ и для *общаго улучшенія* современнаго состоянія всей рѣки.

§ 411. Размѣръ и время работъ, необходимыхъ для изслѣдованія рѣки. Опредѣленіе уклона рѣки дѣлается какъ общее, такъ и частное на плесахъ (прямыхъ и глубокихъ частяхъ рѣки), перекатахъ (мелкихъ мѣстахъ), порогахъ, переборахъ. Гидрометрическія данныя собираются какъ въ продолженіе отдѣльныхъ періодовъ, такъ и въ теченіе цѣлаго года; особенно тщательно дѣлаются наблюденія надъ весенними водами и изучаютъ ихъ вліяніе на образованіе перекатовъ, косъ, острововъ, подмывовъ береговъ и т. п.

Съемка рѣки, промѣры и нивеллировка уклоновъ производятся, по возможности, лѣтомъ, при состояніи воды, близкомъ къ судоходной межени. Въ случаѣ же, когда рѣка обладаетъ постоянно большими весенними паводками, то работы начинаютъ не ранѣе того времени, когда весеннія воды доходятъ до высоты, встрѣчающейся въ лѣтнее время, и во всякомъ случаѣ, когда онѣ не болѣе одной сажени надъ обычнымъ низкимъ горизонтомъ, такъ какъ, при болѣе высокой водѣ, полевыя съемочныя работы производить затруднительно. Для однообразія, при всѣхъ полевыхъ работахъ, а также при вычисленіяхъ, ведутся журналы по установленнымъ формамъ.

§ 412. Магистральная линія, ея значеніе, разбивка и измѣреніе. Основаніемъ и связующимъ звеномъ всѣхъ работъ по съемкѣ, нивеллировкѣ, промѣрамъ и проч. служитъ магистральная линія, идущая вдоль береговъ рѣки, а потому для опредѣленія положенія ея выбираютъ пріемы, устраняющіе накопленіе ошибокъ измѣреній и выполняемые съ особенною тщательностію. Хотя составленіе профилей, плановъ и картъ дѣлается исключительно съ спеціальною цѣлью изученія изслѣдуемой рѣки, какъ пути сообщенія, но для того, чтобы этими съемками можно было воспользоваться для пополненія картъ военно-топографическаго отдѣла, точки магистраль-

ной линіи связываютъ какъ при горизонтальной съемкѣ, такъ и при вертикальной *съ постоянными* точками, опредѣленными военно-топографическимъ отдѣломъ и находящимися въ предѣлахъ разлива рѣки или вблизи его границъ. За такія точки нужно считать пункты тригонометрической сѣти (сигналы), закладныя марки нивеллиръ-теодолитныхъ рядовъ (полигонныхъ ходовъ, замѣняющихъ въ лѣсной мѣстности тригонометрическую сѣть), реперы, церкви, мечети и т. п.

На магистральной линіи разбиваются пикеты черезъ каждыя 50 саженъ. Длина магистральной линіи опредѣляется стальною лентою, причемъ измѣреніе производится (особенно, когда нѣтъ мензульной съемки) два раза, по возможности отдѣльными наблюдателями, различными свѣренными лентами. Длина составляющихъ магистраль прямыхъ берется возможно большею, насколько допускаютъ мѣстныя условія, а для удобства составленія профилей и опредѣленія длины прямой рекомендуется брать отдѣльныя прямыя, равныя по длинѣ числу, кратному отъ числа пикетовъ или полупикетовъ.

При наклонѣ мѣстности, большемъ 5°, измѣряются углы наклоненія (по сектору или вертикальному кругу теодолита или пантометра) и вводится поправка въ длину линіи за ея наклонъ къ горизонту.

Углы поворотовъ магистрали опредѣляются теодолитомъ съ точностью верньеровъ не менѣе одной минуты изъ трехъ пріемовъ. Каждый пріемъ производится на новомъ мѣстѣ лимба. Визированіе должно производиться на вѣху, стоящую отвѣсно въ вершинѣ угла. Для грубой повѣрки перваго измѣренія величины измѣреннаго угла, если имѣется буссоль, рекомендуется читать по буссоли азимуты или румбы сторонъ, составляющихъ уголъ.

Если мензульной съемки не производится, а рѣка извилиста и магистраль проходитъ вдали отъ рѣки, то на берегу для его съемки и нивеллировки урѣза воды иногда прокладываютъ вторую дополнительную магистраль между точками главной магистрали въ видѣ замыкающагося полигона, служащаго повѣркою съемочныхъ работъ.

Въ журналъ магистральной линіи записываются нумера угловъ и пикетовъ, разстояніе вершинъ угловъ до ближайшихъ пикетовъ, а также разстояніе между углами. Въ журналъ же наносится графически отъ руки (или транспортиромъ) въ полѣ величина угловъ, для обозначенія въ какую сторону сдѣланъ поворотъ.

Уголъ поворота замѣчается въ полѣ прочнымъ столбомъ, на зарубкѣ котораго пишется № угла и разстояніе до ближайшаго пикета и № этого послѣдняго.

Если съ разбивкою магистрали ведется и разбивка профилей разлива береговъ и русла, то въ журналѣ магистральной линіи отмѣчается № профиля и величина угла, составляемаго направленіемъ профиля съ прямою магистрали.

Для производства мензульной съемки и для нанесенія на планъ ин-

струментальныхъ засѣчекъ, точки поворотовъ магистрали наносятся по координатамъ. При производствѣ мензульной съемки, для повѣрки длины магистрали, засѣкаются ея угловыя точки, а при измѣреніи угловъ на концахъ прямыхъ засѣкаютъ съ нихъ всѣ видимые пункты тригонометрической сѣти. Когда же мензульной съемки не производится и для вычисленія координатъ не хватаетъ времени, то на черновыхъ планахъ магистраль наносится по транспортиру. При составленіи же бѣловыхъ (чистовыхъ) плановъ, вершины угловъ наносятся по координатамъ, также наносятся и важнѣйшія точки, снятыя угломѣрно.

Азимутъ одной изъ первыхъ линій *опредѣляется астрономически*, для всѣхъ остальныхъ линій азимуты вычисляются по формулѣ $\alpha_n = \alpha_{n-1} + 180 -$ уголъ справа по ходу лежащій, если азимуты считаются отъ сѣвера къ востоку черезъ югъ и западъ. Выборъ направленія осей координатъ дѣлается согласно счета азимутовъ.

Опредѣленіе астрономическаго азимута повторяется черезъ каждые 50 верстъ магистрали, или черезъ каждыя 100 ея поворотовъ, такъ какъ при измѣненіи разстояній между точками по широтѣ и по долготѣ, замѣчается отклоненіе меридіана второй точки отъ параллели къ меридіану первой вслѣдствіе того, что всѣ меридіаны на земной сферѣ сходятся въ точкахъ сѣвера и юга. (Это отклоненіе называется *сближеніемъ меридіановъ* и равно $\delta = \lambda \operatorname{Sin} \varphi$, гдѣ λ — разность долготъ, а φ — широта мѣста). Угловая разность *между истиннымъ*, измѣреннымъ астрономически, и вычисленнымъ азимутомъ разлагается при вычисленіи координатъ на всѣ углы магистрали участка. На дальнѣйшихъ планшетахъ координаты вычисляются сообразно съ новымъ астрономическимъ азимутомъ.

Повтореніе опредѣленія азимута служитъ до извѣстной степени повѣркою точности измѣренія угловъ поворотовъ магистрали.

§ 413. Съемка мѣстности, расположенной по берегамъ рѣки, предпочтительно производится мензулою, *какъ инструментомъ наиболѣе пригоднымъ для съемки подробностей,* хотя иногда съемка ведется угломѣрнымъ инструментомъ. Основаніемъ для съемки подробностей всегда служитъ магистраль, проведенная по одному изъ береговъ рѣки. Предѣломъ съемки подробностей служатъ границы разлива наиболѣе высокихъ весеннихъ водъ, если только онѣ не прерываются боковою долиною одного изъ притоковъ. Въ послѣднемъ случаѣ съемка продолжается на нѣсколько верстъ и въ устьѣ боковой долины. Въ этихъ предѣлахъ снимаются всѣ подробности, могущія служить плавающимъ по рѣкѣ судамъ для оріентировки. Поэтому въ предѣлахъ разлива рѣки снимаются инструментально: 1) урѣзы воды рѣкъ и ея притоковъ и ихъ рукавовъ, затоновъ, наносныхъ песковъ; 2) положеніе колоколенъ, церквей, башенъ, мечетей и ближайшихъ къ водѣ зданій; 3) направленіе улицъ селеній, выходящихъ къ рѣкѣ; 3) старорѣчья, имѣющія значеніе при судоходствѣ; 5) гребни меженныхъ водъ; 6) начало и конецъ населенныхъ мѣстъ; 7) пристани и 8) различнаго рода гидротехническія сооруженія (водомѣрные посты, реперы, полузапруды и т. п.

Всѣ остальные предметы наносятъ иногда на планъ по записямъ во время пикетежа, по существующимъ картамъ и планамъ и даже по данным глазомѣрной съемки. Всѣ выдающіеся предметы, какъ-то кресты церквей, шпицы мечетей и башенъ, дымовыя заводскія трубы, громоотводы, флагштоки и т. п. опредѣляются засѣчками.

Рамка мензульнаго планшета имѣетъ видъ трапеціи, западная и восточная стороны которой соотвѣтственно равны нѣкоторому цѣлому числу минутъ по меридіану, а сѣверная и южная—по параллелямъ (см. указанія въ статьѣ о проекціи картъ).

Опорныя точки (вершины угловъ магистрали) наносятся на рабочіе планшеты мензульной съемки и на чистовые планы угломѣрной и мензульной съемки по координатамъ. При нанесеніи точекъ по географическимъ координатамъ (широтамъ и долготамъ) послѣднія выражаются числомъ градусовъ и минутъ, а доли минутъ выражаются въ саженяхъ и ея десятичныхъ доляхъ (см. § 383, стр. 1143). За исходную точку при вычисленіи координатъ принимается одинъ изъ тригонометрическихъ пунктовъ, означенныхъ въ каталогахъ записокъ Военно-Топографическаго Отдѣла.

§ **414. Нивеллированіе.** Во время изслѣдованія рѣки дѣлается продольная нивеллировка магистрали, нивеллированіе горизонта уровня воды, поперечная нивеллировка береговъ рѣки по направленію профилей (живыхъ сѣченій) русла и поперечная нивеллировка разлива воды.

Нивеллированіе магистрали ведется двумя нивеллирами *отдѣльно другъ отъ друга.* Отмѣтки точекъ магистрали служатъ исходными для всѣхъ нивеллировокъ на всемъ протяженіи работъ, а потому должны быть особенно тщательно опредѣлены.

§ **415. Нивеллировка урѣзовъ воды** или (какъ иногда допускаютъ говорить) нивеллировка горизонта воды, съ цѣлью опредѣленія уклона рѣки въ данномъ мѣстѣ, заключается въ томъ, что нивеллированіемъ связывается какой-либо пикетъ магистрали съ урѣзомъ воды. Такое нивеллированіе ведется, по возможности, на каждомъ поперечномъ профилѣ, а въ глубокихъ плесахъ *не рѣже, чѣмъ черезъ версту*; бо́льшія разстоянія между точками, въ которыхъ опредѣляются отмѣтки воды, допускаются только въ томъ случаѣ, когда крутизна береговъ не допускаетъ спуститься съ нивеллиромъ отъ магистрали къ водѣ на разстояніяхъ, болѣе близкихъ между собою.

Въ журналѣ записывается время, когда берется отмѣтка воды [1]). Рейка (см. § 216, стр. 513) ставится на колъ, вбитый вровень съ урѣзомъ воды. Самое нивеллированіе дѣлается или отдѣльными нивеллировщиками, или тѣми же, которые нивеллируютъ главную магистраль, и очевидно съ тою же самою точностію, какъ и нивеллировка магистрали; такъ какъ

---

[1]) Для наблюденія за состояніемъ горизонта воды на рѣкахъ устраиваются водомѣрные по́сты, о которыхъ будемъ говорить въ этой же статьѣ нѣсколько ниже.

малѣйшая ошибка въ нивеллировкѣ урѣза воды оказываетъ чувствительное вліяніе на опредѣленіе уклона.

Примѣчаніе. Съ цѣлью опредѣленія уклона рѣки можно рекомендовать *точное нивеллированіе 1-го разряда*, или иначе, *прецизіонное нивеллированіе*, придерживаясь правилъ, принятыхъ нашимъ Военно-Топографическимъ Отдѣломъ Главнаго Штаба.

§ 416. **Нивеллировка поперечныхъ профилей береговъ рѣки.** Эта нивеллировка имѣетъ цѣлью дать ясное представленіе о характерѣ береговъ, а потому поперечные профили разбиваются въ такихъ мѣстахъ, гдѣ мѣняется характеръ рельефа берега, напр., гдѣ берегъ переходитъ изъ пологаго и песчанаго въ крутой подмывной (яръ). Разстояніе между поперечными профилями береговъ вообще берется не болѣе одной версты. Самая нивеллировка береговъ производится или ватерпасомъ или тахеометрически, такъ какъ ошибка въ 0,1 саж. и даже въ 0,15 саж. не можетъ здѣсь имѣть большого значенія.

Поперечная нивеллировка должна также производиться: 1) по островамъ и осередкамъ (невысокимъ песчанымъ островамъ) до наивысшей ихъ точки, и 2) по направленіямъ, перпендикулярнымъ къ рукавамъ рѣки, ея притокамъ и берегамъ затоновъ, имѣющихъ судоходное значеніе; въ этихъ случаяхъ разстояніе между профилями можетъ быть увеличено до 2 верстъ.

Въ журналѣ поперечной нивеллировки береговъ должно быть записано время производства нивеллировки и ея мѣсто, т. е. указано отъ какого пикета магистральной линіи ведется профиль и записана величина угла, составляемаго профилемъ съ магистралью.

§ 417. **Поперечные профили разлива.** Они берутся какъ съ цѣлью опредѣленія ширины разлива, такъ и для опредѣленія въ общихъ (главныхъ) чертахъ характера рельефа поймы. Направленіе профилей разлива, берется, при высокихъ берегахъ и незначительной ширинѣ разлива, нормально къ теченію рѣки, притомъ такъ, *чтобы профили разлива служили продолженіемъ поперечныхъ профилей русла рѣки,* при пологихъ же берегахъ и значительной ширинѣ разлива, въ особенности при извилистой рѣкѣ, профили могутъ разбиваться приблизительно нормально къ общему направленію долины рѣки, дабы не терять лишнихъ средствъ и времени на прорубку просѣковъ и нивеллировку длинныхъ профилей. При выборѣ направленія профилей разлива стараются разположить ихъ во взаимномъ разстояніи другъ отъ друга такъ, чтобы съ помощью ихъ уловить наиболѣе характерныя особенности и изгибы поверхности разлива. При поверхности разлива шириною 5 верстъ, профили разбиваются черезъ 1 версту при ширинѣ отъ 5 до 10 верстъ — черезъ 2 версты, при ширинѣ въ 10 и болѣе верстъ — черезъ 3 версты.

Профили разлива нивеллируются въ одинъ нивеллиръ (при этомъ допускается разстояніе рейки отъ нивеллира до 100 саженей), а при крутыхъ берегахъ — ватерпасомъ или тахеометромъ.

Если на пути работъ встрѣчаются болота или плавни, то для обхода ихъ, кругомъ такихъ мѣстъ дѣлается обходная нивеллировка, чтобы опредѣлить какъ предѣлъ разлива, такъ и высоту его.

Въ журналѣ профилей разлива должно быть опредѣлено положеніе профиля относительно магистрали, т. е. отъ какого пикета и подъ какимъ угломъ взятъ онъ на магистрали, а равно, если направленіе профиля идетъ по ломанной линіи, то и углы дальнѣйшихъ поворотовъ профиля.

При нивеллировкѣ разлива непремѣнно слѣдуетъ получить отмѣтку самаго высокаго горизонта и отмѣтить время, въ какое имѣлъ мѣсто найденный горизонтъ. Свѣдѣнія эти, возможно чаще, слѣдуетъ собирать отъ мѣстныхъ жителей.

Въ мѣстахъ пересѣченія профилей съ водою притоковъ, рукавовъ, озеръ, затоновъ, а также и самой рѣки при нивеллированіи забиваются колья вровень съ поверхностью воды, и ихъ положеніе въ горизонтальной и вертикальной плоскостяхъ опредѣляется относительно ближайшихъ пикетовъ магистрали. При этомъ обозначается въ журналѣ время нивеллировки у горизонта воды.

Если магистраль прокладывается только по одному берегу, то для связи одного берега съ нивеллировкою другого поверхность воды принимается за горизонтальную въ тѣхъ только случаяхъ, когда связать двѣ точки на разныхъ берегахъ нельзя при помощи нивеллира.

Если нивеллированіе профилей разлива и береговъ на разныхъ берегахъ сдѣлано въ различное время, то при связи нивеллировокъ одного берега съ другимъ принимается во вниманіе измѣненіе горизонта воды, происшедшее въ продолженіе этого времени.

§ 418. Производство промѣровъ глубинъ рѣкъ. Съ цѣлью изученія рельефа русла рѣки берутся перпендикулярно къ ея теченію поперечные профили русла, называемые также *живыми сѣченіями*. Самые промѣры глубинъ дѣлаются *намѣткой* или футштокомъ, или же *лотомъ*.

Намѣтка имѣетъ видъ тонкаго шеста (или узкой рейки), длиною въ $2^1/_2$ саж., подраздѣленнаго на *сотки* (0,01) сажени, на которомъ подпись дѣленій идетъ черезъ 10 сотокъ. Лотъ — это тонкая веревка съ чугунною или свинцовою гирею на концѣ, вѣсомъ въ 10—15 фунтовъ. Веревка раздѣлена на десятыя доли сажени, отмѣченныя кожаными марками съ цифрами, надписанными масляной краской. Отъ употребленія веревка вытягивается (гирею), а потому длина лота требуетъ частой повѣрки.

Для обозначенія на мѣстности направленія поперечнаго профиля на берегу устанавливаются двѣ вѣхи на возможно большемъ разстояніи другъ отъ друга съ цѣлью придать направленію створа большую опредѣленность. При ширинѣ, большей 200 саженей, створы устанавливаются на обоихъ берегахъ. Направленія створовъ, по возможности, взятыя нормально къ направленію русла рѣки, и обозначаютъ направленія промѣрныхъ поперечныхъ профилей; ихъ относятъ посредствомъ угломѣрнаго инструмента къ магистральной линіи, или же наносятъ на планшеты при мензульной съемкѣ.

Въ журналѣ о промѣрахъ глубинъ обозначаютъ: 1) пикетъ магистрали, съ котораго разбитъ профиль, 2) мѣсяцъ и число, въ которые производились промѣры, а также и часъ наблюденія, съ указаніемъ,

былъ ли онъ взятъ до или послѣ полудня и 3) родъ грунта русла и береговъ.

При ширинѣ рѣки меньше 100 саж., промѣры глубинъ дѣлаются по бичевѣ, протянутой поперекъ рѣки (см. статью о нивеллированіи § 216), а при большей — положеніе точекъ, въ которыхъ опускалась наметка, опредѣляется предпочтительно способомъ засѣчекъ.

При большомъ провѣсѣ, перекинутой поперекъ рѣки бечевки, употребляются подставныя лодки, укрѣпляемыя на якоряхъ. Между шириною рѣки, опредѣленной по бечевѣ и опредѣленной засѣчками допускаютъ разницу, не превосходящую 10% отъ ширины, опредѣленной засѣчками. Разность при составленіи профилей разлагается поровну на всѣ промѣры, причемъ за вѣрную ширину рѣки признается опредѣленная засѣчкой. Если эта разность окажется болѣе 10%, то съемка и промѣры рѣки въ этомъ мѣстѣ повторяются вновь.

Особенно частые промѣрные профили русла разбиваются въ порожистыхъ мѣстахъ съ плотнымъ или каменистымъ грунтомъ на днѣ, а также въ осередкахъ, шалыгахъ (небольшія песчаныя возвышенія на днѣ рѣки) и т. п. препятствіяхъ къ судоходству. Въ подобнаго рода мѣстахъ промѣры глубинъ дѣлаются настолько часто, чтобы по нимъ можно было судить по вычерченному профилю о главныхъ неровностяхъ дна.

Положеніе подводныхъ камней, затонувшихъ судовъ, деревьевъ *(корчей)* и глубина на нихъ должны быть опредѣлены возможно точнѣе.

Грунтъ ложа рѣки опредѣляютъ въ нѣсколькихъ мѣстахъ профиля по ударамъ наметки о дно, а также по ударамъ гири лота, для чего иногда, при мягкомъ грунтѣ, углубленіе въ основаніи гири заливается саломъ.

При помощи профилей русла, т. е. сдѣланныхъ промѣровъ, *на планъ наносятся линіи равныхъ глубинъ;* онѣ вычерчиваются съ цѣлью охарактеризовать препятствія къ судоходству по рѣкѣ.

Первая изъ нихъ, считая отъ урѣза берега, обозначаетъ наименьшую глубину, бывающую на перекатахъ *при низкомъ горизонтѣ*, а послѣдняя обозначаетъ глубину, при которой судоходство, при наибольшей осадкѣ судовъ, не встрѣчаетъ затрудненій. Остальныя линіи равныхъ глубинъ проводятся черезъ равные промежутки по высотѣ, начиная отъ линіи наименьшей глубины; такъ, a) при наименьшей глубинѣ въ 2 четверти аршина на самыхъ мелкихъ перекатахъ, т. е. при глубинѣ $= {}^{2}/_{12} = 0{,}17$ сажени, первая линія глубинъ проводится на глубинѣ 0,17 сажени, вторая — на глубинѣ 0,33 саж., третья — 0,50 саж., 4-ая — 0,67 саж., b) при наименьшей глубинѣ въ 3 четверти аршина или ${}^{3}/_{12}$ сажени, первая линія проводится на глубинѣ 0,25 саж., вторая — 0,50, третья — 0,75 и т. д., c) при наим. глубинѣ въ 4 четверти или 0,33 саж., вторая линія проводится на глубинѣ 0,67, а третья — 1,00 саж. d) при наименьшей глубинѣ въ 5 четвертей аршина или 0,41 саж., вторая линія проводится на глубинѣ 0,82 саж., третья — 1,23 и e) при наим. глубинѣ 6 четвертей аршина или 0,50 саж., вторая линія проводится на глубинѣ 1 саж., а третья — на глубинѣ 1,50 саж.

Хотя промежутки между линіями равныхъ глубинъ и раскрашиваются на планѣ въ синій цвѣтъ, слоями все болѣе и болѣе густыми по мѣрѣ увеличенія глубины, тѣмъ не менѣе для наглядности рельефа дна рѣки при концахъ линій равныхъ глубинъ *по краямъ планшета* подписываются глубины, на которыхъ проведены линіи равныхъ глубинъ. Само собою разумѣется, что линіи равныхъ глубинъ суть тѣ же горизонтали, считаемыя ниже горизонта воды.

Когда *судовой ходъ* (фарватеръ) держится постоянно по серединѣ русла рѣки или у одного и того же берега, гдѣ живыя сѣченія болѣе или менѣе подобны одно другому, а линіи равныхъ глубинъ параллельны между собою и берегамъ, а это бываетъ на плесахъ (глубокихъ мѣстахъ), промѣрные профили могутъ быть располагаемы между собою на разстояніяхъ, равныхъ двойной ширинѣ рѣки, однако, не рѣже полуверсты.

При изгибахъ фарватера, при переходѣ судоходной линіи съ одного берега на другой, на перекатахъ, при обходѣ косъ или осередка (небольшого песчанаго острова) профили разбиваются настолько часто и притомъ въ такихъ мѣстахъ, чтобы линіи равныхъ глубинъ на планѣ были опредѣлены достаточнымъ числомъ точекъ и чтобы наименьшая глубина по судовому ходу была также опредѣлена достаточнымъ числомъ промѣровъ. Но при полевыхъ работахъ трудно заранѣе знать, какъ именно расположатся линіи равныхъ глубинъ, а потому, чтобы *по возможности* удовлетворить этимъ требованіямъ, необходимо *постоянно* дѣлать сравненія двухъ смежныхъ профилей. Если сравненіе приведетъ къ заключенію, что два смежныхъ профиля значительно по виду различаются между собою и, слѣдовательно, между ними возможно предположить значительныя измѣненія дна рѣки, то обязательны новыя промежуточныя живыя сѣченія рѣки съ тщательнымъ промѣромъ глубинъ.

Промѣры глубинъ такимъ же точно образомъ дѣлаются также въ старорѣчьяхъ и рукавахъ, связанныхъ съ рѣкою протоками или отдѣленныхъ отъ нея въ межень, но по которымъ, при высокомъ уровнѣ, движется значительное количество воды; при этомъ положеніе промѣрныхъ профилей или относится къ особымъ магистралямъ (связаннымъ съ главною) или же опредѣляется графически мензулою. Въ озерахъ или замкнутыхъ водныхъ пространствахъ тогда дѣлаются промѣры, когда они могутъ быть приспособлены къ устройству въ нихъ гаваней или могутъ имѣть значеніе при иныхъ гидротехническихъ сооруженіяхъ. Иногда въ дополненіе къ поперечнымъ промѣрамъ могутъ быть дѣлаемы также промѣры и *по косымъ направленіямъ* (*галсамъ* или хальсамъ) или же параллельно берегамъ между двумя заранѣе опредѣленными точками. Для этого на якоряхъ устанавливаютъ двѣ лодки, положеніе которыхъ опредѣляется засѣчками съ магистрали.

§ 419. Реперы. Для того, чтобы по имѣющимся планамъ и журналамъ можно было впослѣдствіи возобновить на мѣстности точки и линіи съ нивеллировочными отмѣтками, а также для возстановленія въ натурѣ проектныхъ начертаній какъ тѣхъ, которыя уже нанесены на планѣ, такъ и тѣхъ,

которыя будутъ нанесены, а равно для точнаго опредѣленія измѣненій, происшедшихъ *какъ на планѣ, такъ и въ рельефѣ*, со времени предыдущихъ изслѣдованій, *устанавливаются реперы*.

Нивеллирныя отмѣтки и положеніе на планѣ реперовъ должны быть точно опредѣлены относительно главной магистральной линіи.

Реперы устраиваются или въ видѣ металлическихъ винтовыхъ свай, или долговѣчныхъ, сложенныхъ изъ камня столбовъ (чертежи 745 и 746) и устанавливаются по берегамъ рѣки въ разстояніяхъ другъ отъ друга около 5 верстъ, кромѣ того на цоколяхъ каменныхъ зданій, церквахъ устанавливаются (прикрѣпляются) металлическія марки для обозначенія точекъ съ нивеллировочными отмѣтками. Реперы на планахъ отмѣчаются условными знаками, нумерами и подробно описываются въ особыхъ вѣдомостяхъ.

Нивеллируются реперы особенно тщательно, какъ основныя точки (см. о реперахъ въ статьѣ о нивеллированіи).

§ **420. Водомѣрные посты.** Горизонтъ воды въ рѣкѣ даже и лѣтомъ не остается неизмѣннымъ; онъ то повышается, то понижается, мѣняясь довольно часто за короткіе промежутки времени. Величина измѣненія оказывается различной для различныхъ точекъ рѣки, даже если бы онѣ относительно и близко лежали другъ къ другу; такъ, когда одна точка взята въ широкомъ мѣстѣ, а другая въ узкомъ, то замѣчается, что въ узкомъ мѣстѣ совершается медленнѣе спадъ воды, а въ широкомъ—прибыль воды. Совершенно также зависитъ горизонтъ высокихъ весеннихъ водъ отъ ширины долины: чѣмъ шире долина — тѣмъ ниже горизонтъ весеннихъ водъ.

Горизонтъ воды является также и функціею времени: такъ, весенній горизонтъ всегда повышается надъ лѣтнимъ, а въ теченіе лѣта горизонтъ колеблется болѣе или менѣе разнообразно [1]). Въ разные годы горизонтъ различенъ для разныхъ мѣстъ рѣки: въ одни годы весеннія воды болѣе высоки въ низовьяхъ рѣки, тогда какъ въ другіе годы — въ верховьяхъ рѣки. Разнообразныя измѣненія горизонта воды въ рѣкѣ зависятъ отъ впадающихъ въ нее притоковъ и отъ количества атмосферныхъ осадковъ въ видѣ дождя и снѣга, выпадающихъ въ ея бассейнѣ.

Разность одновременныхъ горизонтовъ какихъ-либо двухъ точекъ одного берега рѣки, какъ извѣстно, принято называть *паденіемъ* рѣки. Паденіе же на единицу разстоянія называется *уклономъ* въ данномъ мѣстѣ. Паденіе, а слѣдовательно, и уклонъ не во всѣхъ частяхъ рѣки одинаковы: они могутъ быть различны и одинаковы на обоихъ берегахъ. Въ случаѣ различныхъ уклоновъ на разныхъ берегахъ берутъ средній изъ уклоновъ (или паденій).

Изъ всего этого видно, что если нивеллировкою найдены отмѣтки горизонтовъ воды въ двухъ точкахъ рѣки по одному и тому же берегу,

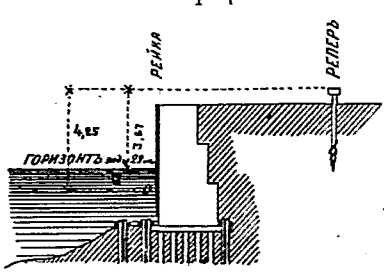
---

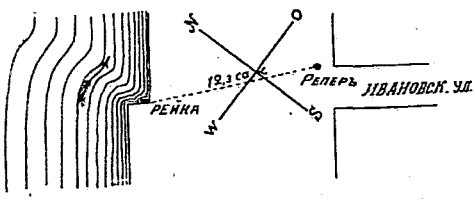
[1]) Разительный примѣръ измѣненія горизонта воды представляла рѣка Москва дождливымъ лѣтомъ 1902 года: въ іюлѣ вода поднялась болѣе чѣмъ на 1,6 саж., что вызвало временное снесеніе разводныхъ мостовъ.

то, взявъ ихъ разность, получимъ паденіе рѣки, которое будетъ относиться ко времени производства нивеллировки; въ другое же время, говоря вообще, и паденіе, и уклонъ рѣки будутъ отличаться отъ найденныхъ. Поэтому, чтобы имѣть *одновременные* горизонты и по нимъ, не производя новаго нивеллированія, для любого момента времени имѣть возможность опредѣлять паденіе и уклонъ рѣки, необходимо еще имѣть *наблюденія надъ измѣненіемъ горизонта воды* во всѣхъ тѣхъ мѣстахъ рѣки, гдѣ горизонтъ мѣняется не одинаково, т. е. какъ въ широкихъ и узкихъ мѣстахъ рѣки, такъ въ широкихъ и узкихъ мѣстахъ долины, передъ впаденіемъ въ рѣку притока и ниже этого впаденія.

Мѣста, гдѣ производятся наблюденія за измѣненіемъ горизонтовъ рѣки, называются *водомѣрными постами*. Въ Россіи они находятся въ вѣдѣніи Министерства Путей Сообщенія въ количествѣ 400 [1]), для протяженія свыше 70 тысячъ верстъ всѣхъ русскихъ судоходныхъ и сплавныхъ рѣкъ. Очевидно, что свѣдѣній, даваемыхъ ежедневно такимъ недостаточнымъ количествомъ постовъ, слишкомъ мало.

Профиль.





Планъ. Черт. 745.

Водомѣрные посты встрѣчаются двухъ родовъ, *реечные* и *свайные*.

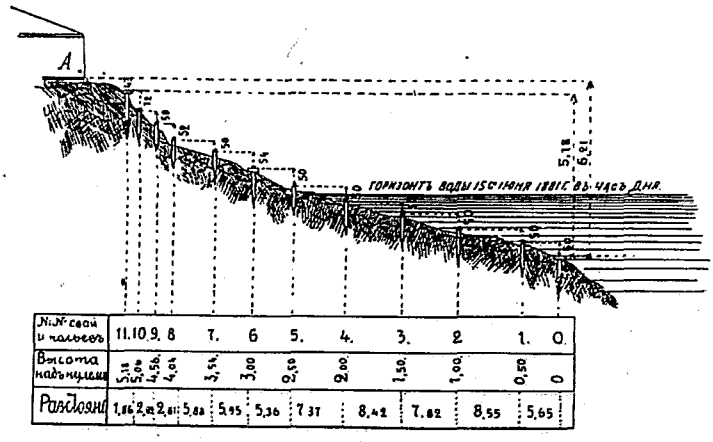
Главная часть реечнаго поста есть *футштокъ*, или рейка, длиною отъ 2 до 3 саж. съ дѣленіями. У насъ въ Россіи рейка дѣлится на сотыя доли сажени. *Нуль* рейки подписывается не у самаго нижняго ея конца, а на нѣсколько дѣленій выше, и при установкѣ рейки, помѣщается такъ, чтобы *онъ всегда былъ покрытъ водою*. Рейка прочно прикрѣпляется къ какому-либо постоянному предмету, (черт. 745), напр., къ устою или быку моста, въ такомъ мѣстѣ, гдѣ она менѣе всего подвергалась бы случайности, ниже уровня низкихъ водъ и при томъ въ такихъ мѣстахъ, гдѣ высокія воды бываютъ не велики.

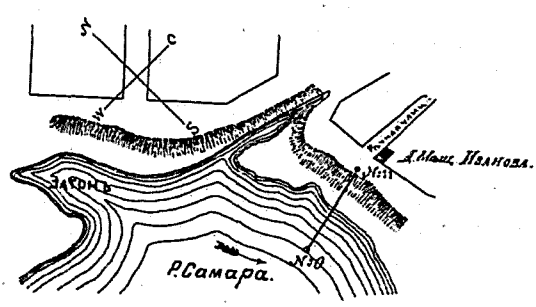
Свайные посты устраиваются такъ: на одномъ берегу рѣки забиваютъ по направленію прямой, перпендикулярной къ теченію рѣки, рядъ свай (черт. 746). Голова нижней сваи забивается ниже горизонта самыхъ низкихъ водъ, а слѣдующія за нею такъ, чтобы верхушки ихъ имѣли относительную высоту въ 0,5 сажени. Для этой цѣли верхушки свай спиливаютъ соотвѣтственно потребной ихъ высотѣ и обшиваютъ ихъ желѣзными колпаками для предохраненія отъ размочаливанія. Сваи въ порядкѣ ихъ расположенія нумеруются, причемъ № сваи пишется масляной краской на желѣзномъ колпакѣ. Нумерація начинается съ самой низкой сваи, называемой *нулемъ* водомѣрнаго поста.

[1]) Къ 1 января 1891 года ихъ было 370.

Для защиты свай отъ ледохода и плывущихъ судовъ или плотовъ, могущихъ или срѣзать сваю, или сдвинуть ее съ мѣста, ставятъ передъ сваями ледорѣзы или вокругъ каждой водомѣрной сваи вбиваютъ на нѣкоторомъ отъ нея разстояніи другія такія же (предохранительныя) сваи.

Профиль.





Планъ. Черт. 746.

Головы какъ реечныхъ, такъ и свайныхъ постовъ, связываются точною нивеллировкою съ реперами на берегу (см. черт. 745 и 746), напр., съ загнанною на берегу винтовою сваею или съ цоколемъ близлежащаго каменнаго зданія, или съ ближайшею нивеллирною маркою. Эта связь дѣлается на случай возобновленія поста послѣ его поврежденія или для періодическихъ повѣрокъ неизмѣннаго положенія свай.

Показанія уровня воды читаются, когда водомѣрный постъ реечный—непосредственно на томъ дѣленіи рейки, до котораго доходитъ вода; если же водомѣрный постъ свайный, то по особой переносной рейкѣ (футштоку), причемъ измѣреніе глубины воды *надъ головкой самой мелкой сваи* дѣлается съ лодки, и читается на рейкѣ то дѣленіе, которое приходится въ уровень съ водою; если же уровень воды стоитъ немного выше или ниже дѣленія, то читаютъ дѣленіе, ближайшее къ уровню воды, отбрасывая половинки сотыхъ долей сажени. Чтеніе по рейкѣ обыкновенно предписывается дѣлать въ тихую погоду, въ вѣтренную же погоду, когда на рѣкѣ есть волненіе, берутъ нѣсколько отсчетовъ на рейкѣ и каждый разъ замѣчаютъ дѣленіе, которое покрываетъ прибылая вершина волны и самое

низкое по уходѣ волны; изъ двухъ крайнихъ показаній берутъ среднее. Если уровень воды стоитъ выше головки сваи настолько, что ея не видно, то по направленію створа, образуемаго стоящими на берегу сваями, наблюдатель убѣждается при помощи багра, что онъ ставитъ рейку не на камень или какой-либо другой предметъ, а на сваю и на то именно мѣсто, на которое онъ обыкновенно ставитъ рейку на площадкѣ верхушки сваи, когда она видима подъ водою.

Водомѣрные посты находятся въ вѣдѣніи Министерства Путей Сообщенія и раздѣляются на посты I и II разряда.

Наблюденія за уровнемъ воды въ Россіи получили полную организацію только въ 1876 году. Съ того времени возможно знать колебанія горизонтовъ въ разныхъ частяхъ рѣки различнаго характера. На постахъ I рода наблюденія производятся круглый годъ три раза въ день (утромъ въ 7 или 8 часовъ, днемъ въ 1 часъ и вечеромъ въ 9 часовъ), а на постахъ 2-го разряда, за время отъ ледохода до ледостава—одинъ разъ въ день, утромъ.

Для записи наблюденій каждому наблюдателю выдаются корешковыя книжки съ талонами; въ нихъ обозначены дни, мѣсяцы и часы наблюденій и особыя графы для примѣчаній. Въ корешкахъ и талонахъ одновременно записываются показанія стояній уровня воды въ сотыхъ доляхъ сажени; такъ, одну сажень и тридцать пять сотыхъ сажени пишутъ безъ запятой: 135; при этомъ, если уровень воды выше нуля неподвижно укрѣпленной рейки или постоянной точки, принятой за нуль, то надъ цифрой пишутъ „выше“, напр., такъ: $\frac{выше}{135}$. Если же уровень воды ниже нуля рейки, или площадки сваи, принятой за нуль, напр. на 22 сотыхъ сажени, то пишутъ $\frac{ниже}{22}$.

Въ книжкахъ также записывается время и горизонтъ, при которомъ ледъ тронулся, начался сплошной весенній ледоходъ, рѣка очистилась отъ льда, появилось сало (тонкіе кусочки льда), сплошной осенній ледоходъ, рѣка замерзла и начался ледоставъ. Эти свѣдѣнія такъ же, какъ и свѣдѣнія о состояніи погоды, о началѣ и концѣ навигаціи заносятся въ графу примѣчаній.

Если бы нижняя свая или неподвижно укрѣпленная рейка обмелѣла и удалилась отъ воды, то въ первомъ случаѣ забиваютъ новую сваю ниже существующихъ уже свай; а во второмъ — прорываютъ къ укрѣпленной рейкѣ канаву, чтобы устроить свободное сообщеніе рейки съ рѣчной водой.

Талонъ съ наблюденіями за истекшей мѣсяцъ отсылается непосредственно въ Техническій отдѣлъ (реечное отдѣленіе) Департамента шоссейныхъ и водяныхъ сообщеній Мин. Пут. Сообщенія. На основаніи этихъ записей, приведенныхъ къ одному постоянному и опредѣленному нулю, вычерчиваются графики, въ видѣ кривой колебанія уровня воды, у которыхъ по горизонтальному направленію отмѣчаются мѣсяцы и числа года а по вертикалямъ откладываются высоты надъ нулевой сваей, наблюденныя утромъ каждаго дня.

Кромѣ постоянныхъ водомѣрныхъ постовъ устраиваются на изслѣдуемой рѣкѣ временные водомѣрные посты. При размѣщеніи водомѣрныхъ постовъ слѣдуетъ отдавать предпочтеніе мѣстамъ въ началѣ и концѣ описываемаго участка, у притоковъ съ болѣе значительными паводками, замѣтно вліяющими на колебаніе водъ описываемой рѣки, тамъ, гдѣ существуетъ стѣсненіе живого сѣченія искусственными сооруженіями (мостами, плотинами, полузапрудами), а также естественными препятствіями (порогами, перекатами). Въ послѣднемъ случаѣ слѣдуетъ производить наблюденіе на двухъ водомѣрныхъ постахъ выше и ниже естественнаго препятствія. Разстояніе между водомѣрными постами берется такое, чтобы минимумы паводковъ оказывали бы свое вліяніе не менѣе, чѣмъ на двухъ смежныхъ постахъ.

Если головки нулевыхъ свай или нулей двухъ реекъ смежныхъ водомѣрныхъ постовъ связать нивеллировкою, т. е. узнать, насколько нуль одного поста выше нуля другого поста, то можно получить изъ наблюденій надъ водомѣрными постами разность горизонтовъ воды въ рѣкѣ для каждаго дня въ мѣстахъ расположенія водомѣрныхъ востовъ. Репера временныхъ постовъ слѣдуетъ связывать нивеллировкою съ реперами постоянныхъ.

Полученныя изъ наблюденій паденія для различныхъ дней, говоря вообще, будутъ различны и тѣмъ болѣе будутъ они разниться другъ отъ друга, чѣмъ на большее разстояніе установлены посты и чѣмъ рѣзче разнится характеръ русла рѣки въ мѣстахъ расположенія постовъ. Объ опредѣленіи паденія и уклона на небольшихъ разстояніяхъ было уже сказано въ статьѣ о нивеллированіи рѣки съ цѣлью опредѣленія ея уклона, въ § 216.

§ 421. Опредѣленіе расхода воды въ рѣкѣ и скорости ея теченія [1]). *Расходомъ* воды принято называть объемъ ея Q, протекающій въ единицу времени (въ 1 секунду) черезъ извѣстное поперечное сѣченіе Ω рѣки. Очевидно, что расходъ протекающей воды въ данномъ мѣстѣ рѣки зависитъ какъ отъ величины и формы живого сѣченія, такъ и отъ средней скорости V_m теченія воды въ этомъ поперечномъ профилѣ рѣки, а слѣдовательно, и отъ высоты h воды въ рѣкѣ и отъ поверхностнаго уклона J рѣки, опредѣленнаго въ участкѣ, лежащемъ выше по теченію даннаго живого сѣченія, и наконецъ, отъ степени шероховатости русла рѣки. При опредѣленіи расхода воды въ рѣкѣ выбираютъ на ней такіе участки, для которыхъ направленіе скорости отдѣльныхъ струй воды можно было бы принять перпендикулярнымъ къ площади живого сѣченія, а самое движеніе воды считать равномѣрнымъ для того, чтобы имѣть право принять $Q=\Omega . V_m$.

За среднюю скоростью V_m съ грубымъ приближеніемъ можно принять среднее ариѳметическое изъ всѣхъ скоростей, измѣренныхъ въ различныхъ точкахъ даннаго живого сѣченія.

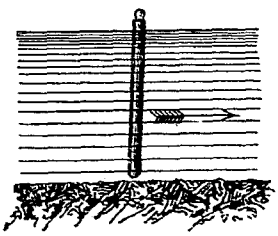
Скорость теченія рѣки опредѣляется особыми *измѣрительными приборами,* различными по устройству: а) поплавками, къ которымъ относится

---

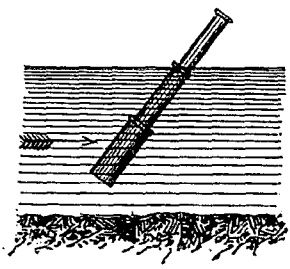
[1]) См. *Н. Д. Тяпкинъ.* „Приборы для опредѣленія скоростей и расходовъ воды въ открытыхъ руслахъ (рѣкахъ и каналахъ). Москва. 1901.

также *гидрометрическій шестъ* и рѣчной квадратъ, б) *гидрометрическими трубками* (Пито, Дарси, Франка) и в) *вертушками* (называемыми иногда мельницами) различныхъ системъ и изобрѣтателей (Вольтмана, Амслера, Баумгартена, Харлахера, Буало, Хайоса и другихъ) [1]).

Гидрометрическій шестъ примѣняется для опредѣленія средней скорости всей вертикали или ея части, взятой въ живомъ сѣченіи. Впервые его примѣнилъ Бюффонъ болѣе 200 лѣтъ тому назадъ, на рѣкѣ Тибрѣ, а затѣмъ онъ получилъ распространеніе, и его примѣняютъ въ Голландіи Италіи, Англіи и Америкѣ. Шестъ берется или сплошной изъ дуба (черт. 747), или свинчивается изъ жестяныхъ трубокъ (черт. 748), число кото-



Черт. 747.



Черт. 748.

рыхъ зависитъ отъ глубины; форма шеста — тонкій цилиндръ (діаметромъ 0,02—0,06 метра) съ дномъ и крышкою. Нижній цилиндръ заполняется дробью или свинцомъ, чтобы перемѣстить центръ тяжести шеста возможно ниже и погрузить шестъ приблизительно на $^7/_8$ — 0,94 глубины вертикали, причемъ надъ водою выступаетъ часть не болѣе 0,05 метра.

Въ стоячей водѣ шестъ принимаетъ вертикальное направленіе, въ рѣкѣ же или каналѣ верхъ его всегда склоняется въ сторону теченія, вслѣдствіе разности скоростей воды, дѣйствующихъ на него сверху и снизу, и движеніе шеста въ рѣкѣ можно принять со скоростью среднею (промежуточною) между ними; при этомъ длина l шеста не равна глубинѣ h вертикали.

Разность $l — h$ и уголъ наклона къ вертикали могутъ быть значительно уменьшены увеличеніемъ вѣса шеста и расположеніемъ возможно ниже центра его тяжести, притомъ такъ, что величинами этими можно пренебречь.

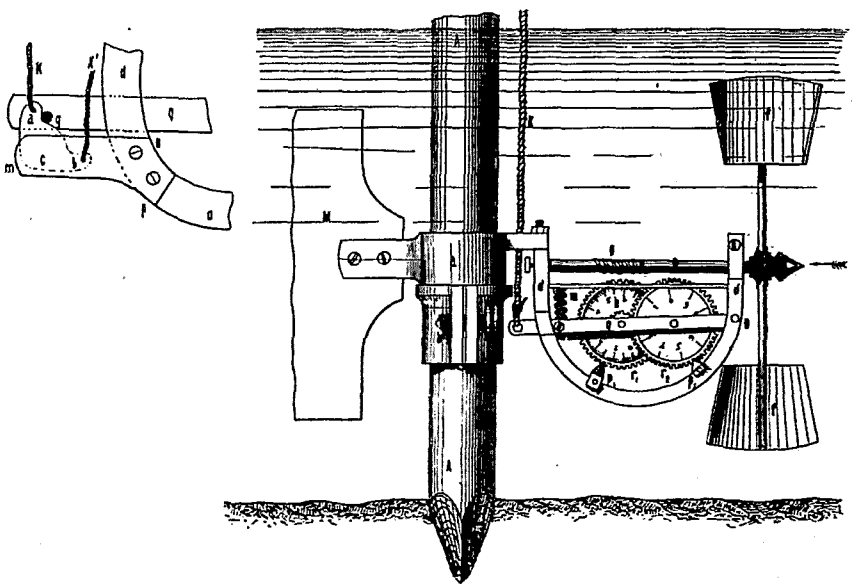
Гидрометрическія вертушки, также служащія для опредѣленія скоростей воды въ любой точкѣ вертикали, а при нѣкоторохъ добавочныхъ приспособленіяхъ и для опредѣленія средней скорости всей вертикали, представляютъ изъ себя вращающійся въ водѣ около своей продольной оси горизонтальный цилиндрическій стержень. Вращеніе происходитъ подъ дѣйствіемъ водяныхъ струй, ударяющихся въ особыя *крылья* вертушки, наглухо скрѣпленныя съ однимъ изъ концовъ стержня. *Крылья* или *лопасти вертушки* наполняютъ своимъ видомъ крылья вѣтряной мельницы. Всѣ вертушки одинаковы по идеѣ ихъ устройства и отличаются другъ отъ

[1]) См. *Н. Д. Тяпкинъ*—„Приборы для опредѣленія скоростей"; *А. Бикъ*—„Курсъ низшей Геодезіи", ч. III и *Bauernfeind.*—„Elemente der Vermessungskunde", I Band.

друга только въ деталяхъ, служащихъ для подсчета числа оборотовъ горизонтальной оси. Первый изобрѣтатель вертушки не извѣстенъ; начальный же видъ современной, дошедшей до насъ, вертушки принадлежитъ *Вольтману*, бывшему директору водяныхъ сооруженій въ Гамбургѣ; онъ въ 1790 г. ввелъ нѣкоторыя измѣненія въ старой формѣ вертушки и выдвинулъ на видъ этотъ приборъ, а затѣмъ, начиная съ Баумгартена, начались дальнѣйшія его усовершенствованія.

Вертушка въ нѣкоторыхъ случаяхъ рѣшаетъ задачу о скорости теченія воды съ такою точностью, которая недостижима другими измѣрительными приборами. Ее примѣняютъ для скоростей отъ 0,1 до 4,0 и болѣе метровъ въ секунду, для глубинъ отъ 0,1 до 10,0 и болѣе метровъ. Вертушка Вольтмана до сихъ поръ употребляется въ нѣсколько улучшенной формѣ для опредѣленія скорости теченія воды при небольшихъ руслахъ.

Описаніе устройства вертушки Вольтмана. Собственно приборъ состоитъ изъ горизонтальной оси *e* (черт. 749), двухъ, а иногда и четырехъ [1])



Черт. 749.

мѣдныхъ пластинокъ — крыльевъ *ff* трапецоидальнаго вида и поддерживающей ось *e* рамы *dd*, имѣющей видъ полуокружности, по діаметру которой и располагается ось *e*; въ водѣ ось помѣщается горизонтально, параллельно главной струѣ и не мѣняетъ своего положенія во время движенія крыльевъ. Крылья имѣютъ въ сторонѣ около 0,025 метра и расположены отъ оси *e* въ разстояніи 0,05 метра; они прикрѣплены на концахъ особаго тонкаго стержня, который по своей срединѣ наглухо соединенъ съ осью *e* и находится къ ней въ перпендикулярномъ положеніи.

Плоскости крыльевъ образуютъ между собою уголъ въ 90°, а съ осью *e*, а слѣдовательно, и направленіемъ потока, уголъ въ 15° — 45°. Величина этого угла и размѣра крыльевъ зависитъ отъ скорости теченія: чѣмъ

[1]) Для малой скорости — четыре, а для большой — двѣ лопасти.

меньше теченіе, тѣмъ больше берется этотъ уголъ и размѣръ лопастей съ цѣлью увеличить силу удара воды и скорость вращенія оси e, а при большихъ скоростяхъ ихъ уменьшаютъ съ цѣлью умѣрить силу удара и уменьшить скорость вращенія.

Для подсчета числа оборотовъ оси e, она снабжена безконечнымъ винтомъ g, нарѣзки котораго соприкасаются съ зубчатымъ колесомъ r, ось вращенія котораго находится въ перпендикулярномъ положеніи къ оси e и помѣщается на рычагѣ—перекладинѣ qo рамы dd. Рычагъ q вращается около оси o, находящейся также въ рамѣ dd, и по желанію наблюдателя можетъ быть приподнятъ или опущенъ, благодаря чему зубцы колеса r могутъ или соединяться или разъединяться съ безконечнымъ винтомъ g. Для опусканія рычага q служитъ спиральная пружина m, подыманіе же рычага дѣлается съ помощью натяженія шнура k. Собственно счетчикъ состоитъ не изъ одного зубчатаго колеса r_1 и указателя p_1 при немъ, укрѣпленнаго на рамѣ dd, а изъ двухъ колесъ r_1 и r_2; причемъ на оси перваго колеса r_1 насажена шестерня h, передающая его движеніе второму колесу r_2, отмѣчающему по индексу p_2 полные обороты перваго колеса r_1.

Одинъ полный оборотъ винта g (или крыльевъ) соотвѣтствуетъ повороту колеса r_1 на одинъ зубецъ изъ 100 имѣющихся на немъ зубцовъ.

Шестерня h имѣетъ или 10 (или 20) зубцовъ. Въ то время, какъ колесо r_1 повернется на 100 зубцовъ, т. е. одинъ разъ, шестерня повернется тоже одинъ разъ, т. е. на 10 (или 20) зубцовъ. На колесѣ r_2 также имѣется 100 зубцовъ. Зубцы шестерни h, задѣвая за зубцы колеса r_2, заставляютъ это послѣднее вращаться около своей оси, находящейся въ перекладинѣ q. Послѣ 10 (или 5) оборотовъ шестерни колесо r_2 можетъ обернуться только одинъ разъ; но 10 (или 5) оборотовъ шестерни h соотвѣтствуетъ 10 (или 5) оборотамъ колеса r_1, т. е. 1000 (или 500) оборотовъ винта g. Слѣдовательно, одинъ полный оборотъ колеса r_2 соотвѣтствуетъ 1000 (или 500) оборотамъ винта g. На каждомъ колесѣ сдѣланы надписи отъ 0 до 9.

Указатель p_1 даетъ десятки и единицы оборотовъ оси e, а указатель p_2 сотни и тысячи оборотовъ. Чтобы избѣжать продолжительнаго натягиванія шнурка k за все время работы вертушки въ водѣ, а также для большей увѣренности въ произведенномъ замыканіи или размыканіи счетчика съ безконечнымъ винтомъ, въ вертушкѣ иногда можно встрѣтить приспособленіе, состоящее изъ двухплечнаго кулачка acb (см. выноску слѣва на черт. 749), вращающагося на оси c; ось c укрѣплена въ консоли mnp, связанной съ поддержкой dd двумя шурупами; отъ кулачка идутъ два шнура k и k', прикрѣпленныхъ въ двухъ его точкахъ a и b.

Рычагъ q особымъ штифтомъ g попадаетъ то въ одно, то въ другое углубленіе кулачка, смотря по тому, за какой шнуръ потянули, а сообразно съ этимъ и колесо r_1 то смыкается, то размыкается съ безконечнымъ винтомъ вертушки.

Передъ опусканіемъ въ воду къ вертушкѣ привертывается руль M, и весь приборъ надѣвается на палку—штангу AA зажимнымъ кольцомъ b. Послѣднее можетъ быть закрѣпляемо въ любомъ мѣстѣ штанги, подраздѣленной на десятыя (иногда и сотыя) доли сажени; при большей глу-

бинѣ штанга можетъ быть у вертушки и металлическая,— обыкновенно газовая труба, свинченная изъ нѣсколькихъ колѣнъ, въ зависимости отъ глубины вертикали живого сѣченія. Сверху штанги иногда прикрѣпляется *визиръ* для установки ея въ створѣ вѣхъ, опредѣляющихъ изслѣдуемое живое сѣченіе рѣки. Въ водѣ приборъ съ помощью противовѣса—руля M устанавливается по теченію, вращаясь около штанги AA на особой муфтѣ a, надѣтой на кольцо b.

Дѣйствіе вертушки. Подъ напоромъ струй воды крылья поворачиваются вокругъ горизонтальной оси e, и пріобрѣтаемая ими скорость вращенія зависитъ отъ скорости теченія воды, съ увеличеніемъ которой увеличивается и скорость вращенія лопастей колеса; вслѣдствіе чего по скорости вращенія крыльевъ и является возможность судить о скорости теченія воды: можно даже сказать, что скорость вращенія крыльевъ, если не принимать во вниманіе тренія, пропорціональна скорости теченія воды въ рѣкѣ или каналѣ. Угловая скорость вращенія w оси e (а слѣдовательно, и путь, описываемый центрами тяжестей крыльевъ въ единицу времени) выражается цѣлыми ея оборотами, напр., числомъ n въ секунду, т. е. $w = n \,.\, 2\pi$). Вслѣдствіе чего, если центръ тяжести пластинки-крыла отстоитъ отъ центра оси e вращенія на разстояніи r, то путь крыльевъ равенъ числу ихъ оборотовъ n, умноженному на длину одного оборота, (равную окружности радіуса r), т. е. скорость движенія центра тяжести пластинки будетъ $v_1 = n \,.\, 2\pi \,.\, r$.

Скорость v_1 пропорціональна скорости v теченія воды. Если поверхность крыльевъ будетъ устроена по винтовой линіи, и высота h хода винта будетъ равна $2\pi r$, т. е. $h = 2\pi \,.\, r$, то вода пройдетъ путь h за время одного оборота крыла; скорость же v воды можно принять равной nh, т. е. $v = n \,.\, h$. При заданной формѣ крыльевъ длина r или h извѣстна, и остается только опредѣлить число оборотовъ n оси e, чтобы узнать искомую скорость v, а для этого и служитъ счетчикъ при вертушкѣ.

Если въ теченіе t секундъ времени, замѣченныхъ по *секундомѣру*, крылья сдѣлали m оборотовъ, то въ одну секунду они сдѣлали $m : t = n$ оборотовъ. Обозначая черезъ b длину одного оборота, получимъ скорость v теченія $v = b \,.\, n$. Величина b, какъ постоянная для даннаго снаряда, опредѣляется *опытнымъ путемъ*.

Употребленіе вертушки Вольтмана. Передъ самымъ примѣненіемъ вертушки для опредѣленія скорости теченія воды прежде всего необходимо озаботиться приготовленіемъ плота или подмостковъ, съ которыхъ можно было бы производить наблюденія, а также запастись исправнымъ секундомѣромъ. Измѣривъ глубину вертикали наметкою (или штангою AA вертушки), устанавливаютъ на штангѣ на желаемую глубину вертушки, дѣлаютъ по указателямъ p_1 и p_2 колесъ счетчика первый отсчетъ u_1 (или устанавливаютъ ихъ на нули, вращая отъ руки ось e, т. е. дѣлаютъ $u_1 = 0$), размыкаютъ колеса отъ винта g [1]) и опускаютъ штангу въ воду, держа ее

[1]) Если имѣется одинъ шнуръ, то помощникъ держитъ его свободно, а если два, то натягиваетъ тотъ изъ нихъ, на которомъ привязана бляшка съ буквою R, обозначающая, что шнуръ предназначенъ для размыканія счетчика отъ оси e.

въ вертикальномъ положеніи. По истеченіи приблизительно полуминуты, приборъ съ помощью руля M станетъ въ положеніе, при которомъ ось e приметъ направленіе главной струи воды, и крылья пріобрѣтутъ скорость, соотвѣтствующую скорости теченія воды. Въ этотъ моментъ счетчикъ, дѣйствуя шнуромъ, смыкаютъ съ винтомъ g (если два шнура, то натягиваютъ второй шнуръ съ бляшкою A) и по секундомѣру дѣлаютъ отсчетъ, соотвѣтствующій начальному моменту t_0 дѣйствія вертушки, по истеченіи 15—60 секундъ времени, счетчикъ размыкаютъ, дѣйствуя надлежащимъ шнуркомъ, и производятъ по секундомѣру второй отсчетъ, соотвѣтствующій моменту t_1 прекращенія дѣйствія винта g на зубчатое колесо r_1 счетчика. Послѣ этого снарядъ вынимаютъ изъ воды и по указателямъ p_2 и p_1 зубчатыхъ колесъ дѣлаютъ второй отсчетъ u_2. Разности $u_2 - u_1$ и $t_1 - t_0$ дадутъ m и t, а слѣдовательно, и $n = m : t$

Недостатками этого прибора служатъ прежде всего: а) значительное треніе между колесомъ r_1 и винтомъ g, которое развивается вслѣдствіе сильнаго натяженія шнура и можетъ въ различной степени разнообразить число оборотовъ, а слѣдов., служитъ источникомъ постоянныхъ однообразныхъ ошибокъ; б) при очень слабомъ и очень сильномъ теченіяхъ происходитъ не вполнѣ безукоризненное включеніе и выключеніе счетчика; в) при сильномъ теченіи вслѣдствіе легкости крыльевъ происходитъ дрожаніе или вертикальное колебаніе (замѣтное по штангѣ AA) вертушки, что конечно вліяетъ на точность измѣренія и г) потеря времени на подыманіе и опусканіе прибора въ воду, безъ которыхъ невозможно производить отсчетовъ оборотовъ крыльевъ.

Вслѣдствіе существованія тренія между колесомъ r_1 и винтомъ g оси e и необходимости для вертушки преодолѣть его, формула $v = bn$ для опредѣленія скорости v теченія воды становится не пригодною, и ей придаютъ иной видъ, а именно, $v = a + bn$, а иногда и $v = a + bn + cn^2 + dn^3 + \ldots$. *Коэффиціенты* a, b, c, $d \ldots$, подлежащіе опредѣленію, хотя и являются болѣе или менѣе постоянными величинами для одного и того же экземпляра вертушки, но *по истеченіи нѣкотораго времени* они *мѣняются*. Обыкновенно они очень небольшія числа, и нерѣдко для опредѣленія скорости теченія воды вполнѣ оказывается достаточною формула $v = a + bn$; изъ нея видно, что, при $n = o$, скорость $v = a$, т. е. это есть та часть скорости, которая расходуется рѣкою для преодолѣнія тренія вертушки, а потому нерѣдко коэффиціентъ a и называютъ *коэффиціентомъ тренія вертушки*; онъ представляетъ предѣлъ точности опредѣленія скоростей вертушкою.

Опредѣленіе постоянныхъ (коэффиціентовъ) вертушки. Если принять формулу $v = a + bn$, то изъ нея видно, что для нахожденія a и b достаточно имѣть два различныхъ значенія для v и n, напримѣръ, $v_1 = a + bn_1$ и $v_2 = a + bn_2$, и изъ этихъ двухъ уравненій найти $b = \frac{v_1 - v_2}{n_1 - n_2}$ и $a = \frac{n_1 v_2 - n_2 v_1}{n_1 - n_2}$. Такъ какъ скорости v_1 и v_2 и соотвѣтствующія имъ значенія n_1 и n_2 находятся изъ опыта обыкновенно при помощи искусственнаго передвиженія мало колеблющейся лодки въ стоячей водѣ, напримѣръ, глубокаго пруда,

то величины v_1, v_2, n_1, n_2, найденныя изъ двукратнаго движенія лодки, конечно, сопровождаются неизбѣжными погрѣшностями, а потому разности $v_1-(a+bn_1)$ и $v_2-(a+bn_2)$ не равны въ точности нулямъ, а даютъ въ свою очередь ошибки $\Delta_1=v_1-(a+bn_1)$ и $\Delta_2=v_2-(a+bn_2)$. Примѣняя къ опредѣленію величинъ a и b способъ наименьшихъ квадратовъ, т. е. дѣлая не двукратное наблюденіе, а, напримѣръ, 10-кратное, (а если возможно и большее) надъ величинами v и n и, предъявивъ требованіе, чтобы сумма квадратовъ ошибокъ $\Sigma\Delta^2=(v-a-bn_1)^2+(v_2-a-bn_2)^2+\ldots..+(v_{10}-a-bn_{10})^2$ была minimum, найдемъ, послѣ приравниванія производныхъ $\frac{\partial\,\Sigma\,\Delta^2}{\partial\,a}$ и $\frac{\partial\,\Sigma\,\Delta^2}{\partial\,b}$ нулю, величины a и b; итакъ, имѣемъ:

$$\frac{\partial\,\Sigma\,\Delta^2}{\partial\,a}=\sum_1^{10}2\ (v-a-bn).\ (-1)=O$$

$$\frac{\partial\,\Sigma\,\Delta^2}{\partial\,b}=\sum_1^{10}2\ (v-a-bn).\ (-n)=O$$

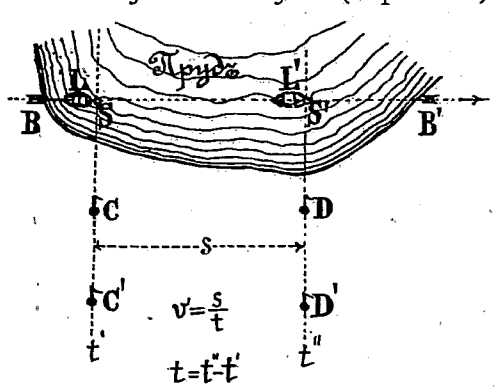
или, по раздѣленіи на (—2) послѣднихъ двухъ равенствъ,

$$\begin{vmatrix} \sum_1^{10} v-10\,a-b\sum_1^{10} n=O & \Sigma n^2 & \Sigma n \\ \sum_1^{10} vn-a\sum_1^{10} n-b\sum_1^{10} n^2=O. & \Sigma n & m=10 \end{vmatrix}$$

Откуда, *при m наблюденіяхъ*, (въ нашемъ случаѣ $m=10$), имѣемъ *общія формулы для* вычисленія *величинъ a и b*:

$$a=\frac{\Sigma v\cdot\Sigma n^2-\Sigma nv\cdot\Sigma n}{m\Sigma n^2-\Sigma n\cdot\Sigma n}\ \text{и}\ b=\frac{\Sigma v\cdot\Sigma n-m\cdot\Sigma vn}{(\Sigma n)^2-m\Sigma n^2}.$$

Опредѣленіе постоянныхъ коэффиціентовъ или тарированіе[1] *вертушки.* Для полученія входящихъ въ эти формулы величинъ n и v пользуются глубокимъ прудомъ со спокойной стоячею въ немъ водой и перемѣщаютъ по нему съ различною скоростью малоколеблющуюся лодку L (черт. 750). Съ этою цѣлью на носу лодки устраиваютъ небольшихъ размѣровъ площадку изъ досокъ, на которой *отвѣсно* закрѣпляется штанга S съ вертушкою, въ разстояніи отъ $^1/_2$ до 1 сажени отъ самой лодки. На верху штанги прикрѣпленъ блокъ для шнура, идущаго отъ перекладины счетчика. На берегахъ пруда вбиваютъ два кола B и B', и по прямой между ними (длиною въ 15—40 саженъ) натягиваютъ воротомъ канатъ. Канатъ смазывается мыломъ или саломъ и по нему съ помощью блока перемѣщается лодка L. На ближайшемъ къ линіи BB' берегу въ направленіяхъ, перпендикулярныхъ къ ней, разбиваютъ вѣхами два створа CC' и DD',



Черт. 750.

[1]) Съ нѣмецкаго, отъ глагола *tarieren*—вычитать тару, скидывать тяжесть упаковки.

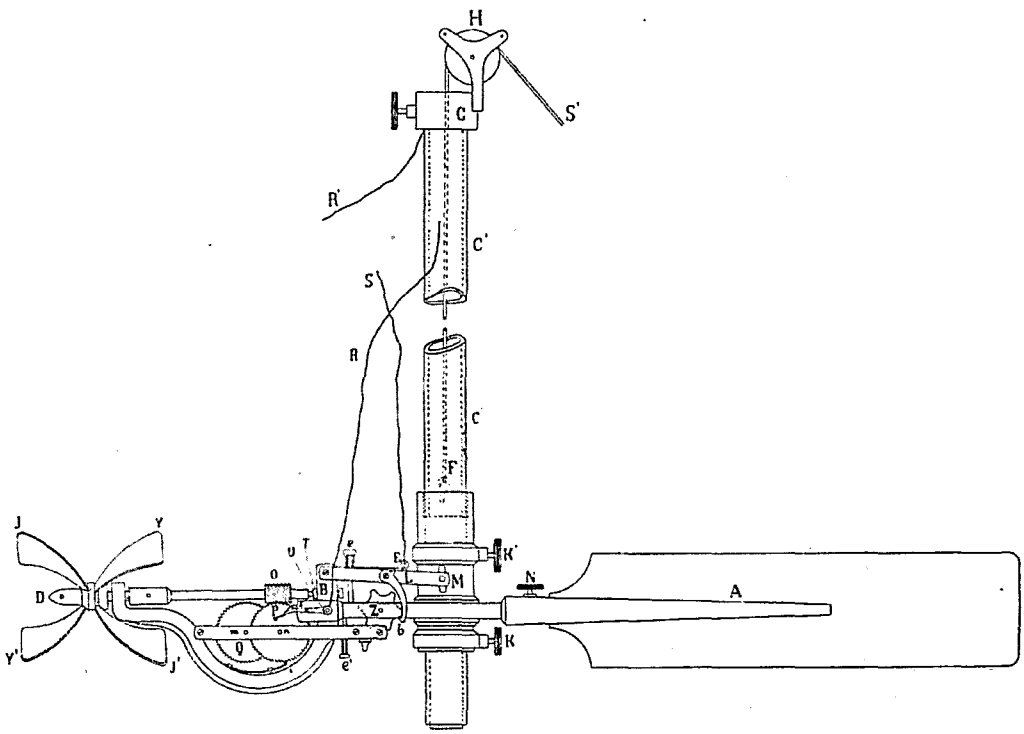
при томъ такъ, чтобы линія CD была приблизительно параллельна BB'; разстояніе s тщательно промѣряютъ. Затѣмъ ставятъ указатели счетчика вертушки на нули, пододвигаютъ лодку ближе къ берегу и отъ точки B тянутъ ее впередъ къ B'. Находящійся на лодкѣ наблюдатель ждетъ отъ помощника, стоящаго сзади вѣхи C', знака, удостовѣряющаго, что штанга S съ вертушкой находится въ створѣ CC'. Въ этотъ моментъ на лодкѣ натягивается шнуръ счетчика, а на берегу отмѣчается моментъ t' прохожденія штанги S черезъ створъ CC'. Шнуръ въ натянутомъ положеніи держится до тѣхъ поръ, пока штанга въ замѣченный по часамъ моментъ t'' не пройдетъ черезъ створъ вѣхъ D и D', что и удостовѣритъ второй помощникъ, стоящій сзади вѣхи D'. Скорость движенія лодки, очевидно, будетъ $v = s:t$, гдѣ $t = t'' - t'$, а n непосредственно прочтется по указателямъ счетчика по вынутіи снаряда на берегу, близъ B', изъ воды. Повтореніе опыта нѣсколько разъ и дастъ необходимое число величинъ v и n.

Иногда, вмѣсто обработки наблюденій по способу наименьшихъ квадратовъ, на практикѣ довольствуется тѣмъ, что число n въ масштабѣ откладываютъ по оси абсциссъ, а соотвѣтствующія имъ v по оси ординатъ двухъ осей, черезъ что должны получиться точки прямой, выраженной уравненіемъ $v = a + bn$. Отбрасывая тѣ изъ точекъ, которыя значительно удалятся отъ нѣкотораго средняго положенія прямой, по чертежу берутъ отрѣзокъ a на оси ординатъ и измѣряютъ уголъ, образуемый прямою съ осью X-овъ, тангенсъ котораго и будетъ равенъ b.

Вертушка Амслера. Недостатки вертушки Вольтмана дали мысль *Амслеру-Лаффонъ* [1]) ввести нѣкоторыя въ ней улучшенія. Прежде всего для включенія и выключенія счетчика Амслеръ замѣнилъ кулачекъ шести зубчатой шестерней (храповикомъ) Z, имѣющей ось вращенія на части $B\,N$ вертушки (черт. 751). Шестерня захватывается двойной собачкой b, имѣющей общую ось L вращенія для обѣихъ частей на рычагѣ LM. Благодаря присутствію плоской пружины E, собачка всегда плотно прилегаетъ нижними своими концами (въ видѣ крючковъ) къ шестернѣ Z. Приподнимая рычагъ LM (или наружнымъ шнуромъ ES, или шнуромъ $FGHS$, идущимъ внутри штанги—газовой трубы) можно крючками собачекъ b или поставить шестерню Z на ея выступъ—зубецъ, (который упрется въ перекладину mn счетчика и разомкнетъ счетное колесо P отъ безконечнаго винта O горизонтальной оси) или повернуть шестерню такъ, что конецъ перекладины — рычага mn счетнаго механизма, свободный отъ оси вращенія (на чертежѣ правый) придется во впадину между зубцами шестерни, и счетное колесо сомкнется съ нарѣзкою безконечнаго винта горизонтальной оси. Такое поперемѣнное дѣйствіе двойной собачки b основано на томъ, что одна ея часть короче другой, и когда крючекъ болѣе длинной части захватываетъ за зубецъ шестерню, тогда другой крючекъ у болѣе короткой части стоитъ во впадинѣ между зубцами шестерни, а потому въ то время какъ первый поднимаетъ шестерню и ставитъ ее на зубецъ, другой скользитъ внизъ и захватываетъ слѣдующій зубецъ шестерни.

[1]) Изобрѣтателю полярнаго планиметра.

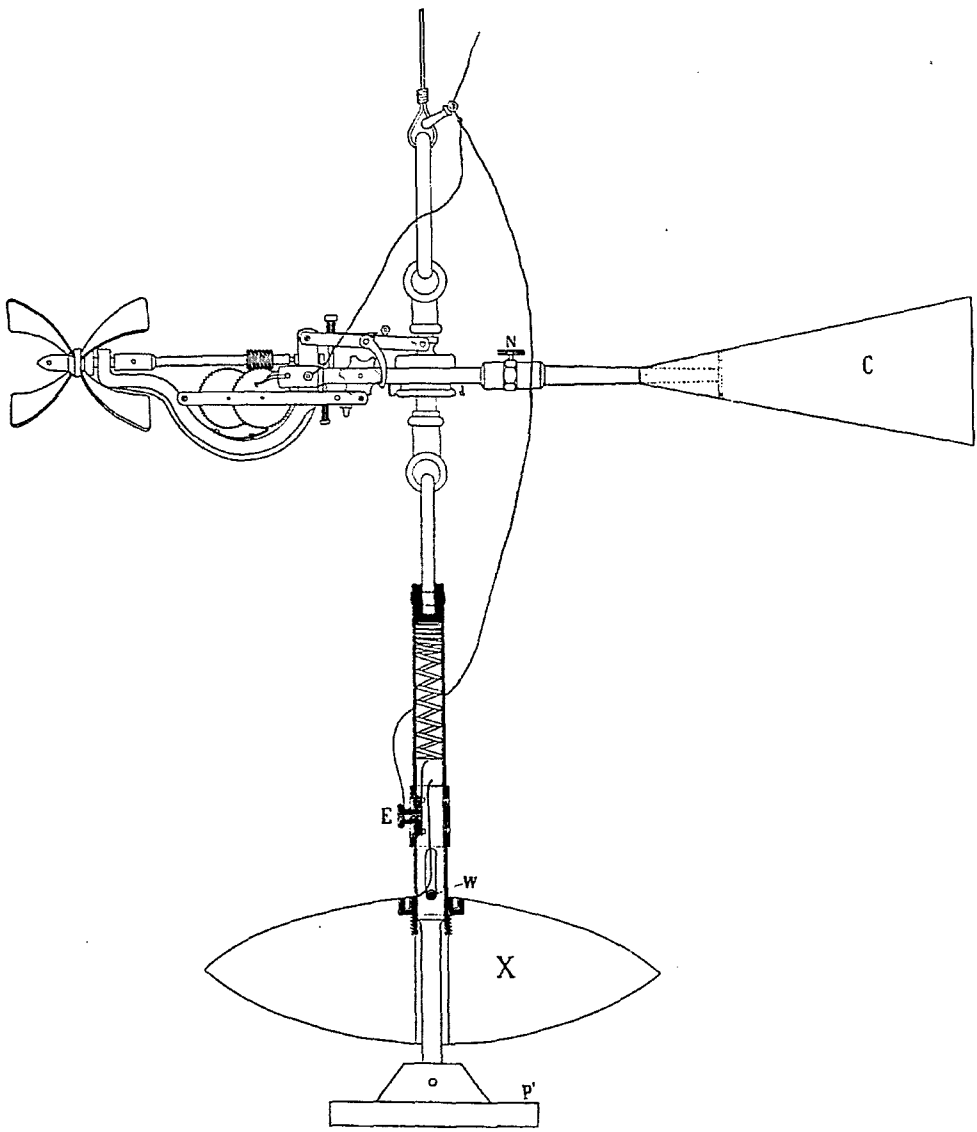
Второе усовершенствованіе Амслера состоитъ въ томъ, что при большихъ глубинахъ, вертушки можно спускать или на желѣзной штангѣ (черт. 751) или на проволокѣ (черт. 752) *и не вынимать изъ воды* для подсчета числа оборотовъ, сдѣланныхъ горизонтальною осью въ опредѣленный промежутокъ времени, напр., въ 1 минуту, а наоборотъ, примѣнивъ электрическій звонокъ, *наблюдать время, въ которое ось сдѣлаетъ опредѣленное число,* напр., 100 *оборотовъ*. Достигается это тѣмъ, что къ счетному колесу, внѣ его центра, придѣлывается штифтъ, подъ который подходитъ заостренная собачка—контактъ *P*; ось контактной собачки помѣщается въ части *B* рычага *BN*. Послѣ каждыхъ 100 оборотовъ оси счетное колесо



Черт. 751.

подводитъ штифтъ подъ носикъ собачки *P* и замыкаетъ токъ электрической батареи, пропущенный черезъ вертушку и звонокъ (черт. 755); дѣйствіе звонка прекращается послѣ того, какъ штифтъ при дальнѣйшемъ вращеніи горизонтальной оси (крыльевъ) вертушки выйдетъ изъ подъ заостреннаго конца собачки *P*. Время, замѣченное по секундомѣру между двумя послѣдовательными звонками, и будетъ соотвѣтствовать 100 оборотамъ оси (или крыльевъ). Иногда промежутки между звонками отмѣчаются автоматически. Одинъ изъ проводниковъ *R* электрической батареи (обыкновенно въ два элемента, напр., системы *Лекланше*) идетъ отъ кнопки *T* (черт. 751) подставки *B* счетчика вертушки къ штангѣ (газовой трубѣ) и отъ нея направляется къ ящику съ батареею и съ электрическимъ звонкомъ (черт. 754), а другой проводъ *R'* отъ батареи направляется къ верху трубы—штанги, въ точку *G*, причемъ штанга и вертушка также служатъ проводниками тока.

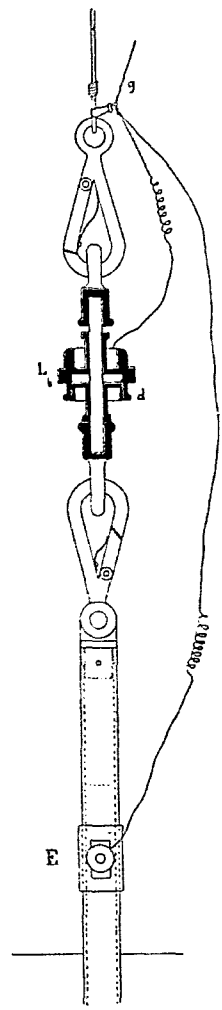
При болѣе значительныхъ глубинахъ вертушка спускается на проволочномъ канатѣ, руль *A* (черт. 751) замѣняется полнымъ конусомъ *C* (черт. 752); въ часть *BN* (черт. 751) вставляется составное (свинчивающееся) кольцо *Ld* (черт. 753) съ небольшимъ вертикальнымъ стержнемъ, на концахъ котораго сдѣланы кольца; за нихъ зацѣпляются два карабина-крючка. Кольцо *Ld* и вертикальный стержень сопряжены системою *Cordano* (двойной шарниръ *Hook*'а).



Черт. 752.

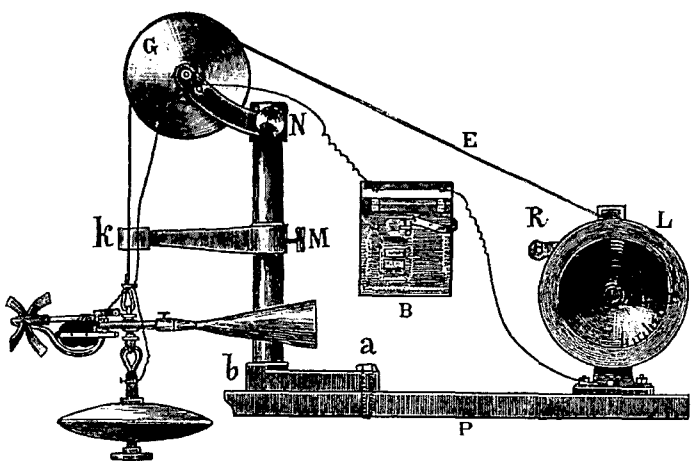
Для натяженія каната внизу прибора подвѣшивается тяжелая свинцовая чечевицеобразная гиря *X*, вѣсомъ около 2 пудовъ. Проволока наматывается на катушку лебедки *L* съ рукояткою *R* и тормазомъ храповикомъ (чертежи 754 и 755). На кругѣ катушки лебедки имѣется циферблатъ со стрѣлкою *i*, указывающею длину смотанной съ катушки проволоки, что

весьма цѣнно при измѣреніи скоростей на различныхъ глубинахъ одной и той же вертикали, такъ какъ вертушка не вынимается изъ воды при дальнѣйшемъ ея погруженіи въ воду. Для предупрежденія того, чтобы вертушка не садилась на дно рѣки, снизу чечевицы X имѣется поддонъ P, связанный съ вертушкою электрическимъ щупальцемъ EW, состоящимъ изъ двухъ цилиндрическихъ трубокъ съ контактами, обыкновенно разъединенными при опусканіи вертушки подъ дѣйствіемъ сильной спиральной пружины. Какъ только вертушка сядетъ на дно рѣки, т. е. коснется дискомъ P' поддона дна рѣки, гиря X своею тяжестью протолкнетъ ввинченную въ нее трубку; контакты (платиновыя пластинки) соединятся и раздастся *продолжительный рѣзкій звонокъ*, прекращающійся только послѣ поднятія вертушки со дна рѣки. Для опусканія вертушки служитъ блокъ G (черт. 754) на штангѣ Nb, привинченной къ доскѣ P лодки шурупами a въ концахъ лапъ b; у штанги Nb по серединѣ имѣется направляющая вилка kM.



Черт. 753.

Дальнѣйшія усовершенствованія въ вертушкѣ касаются измѣненія формы крыльевъ и руля, подшипниковъ горизонтальной оси, а также замѣны звонка телефономъ или *электрическимъ счетчикомъ*.



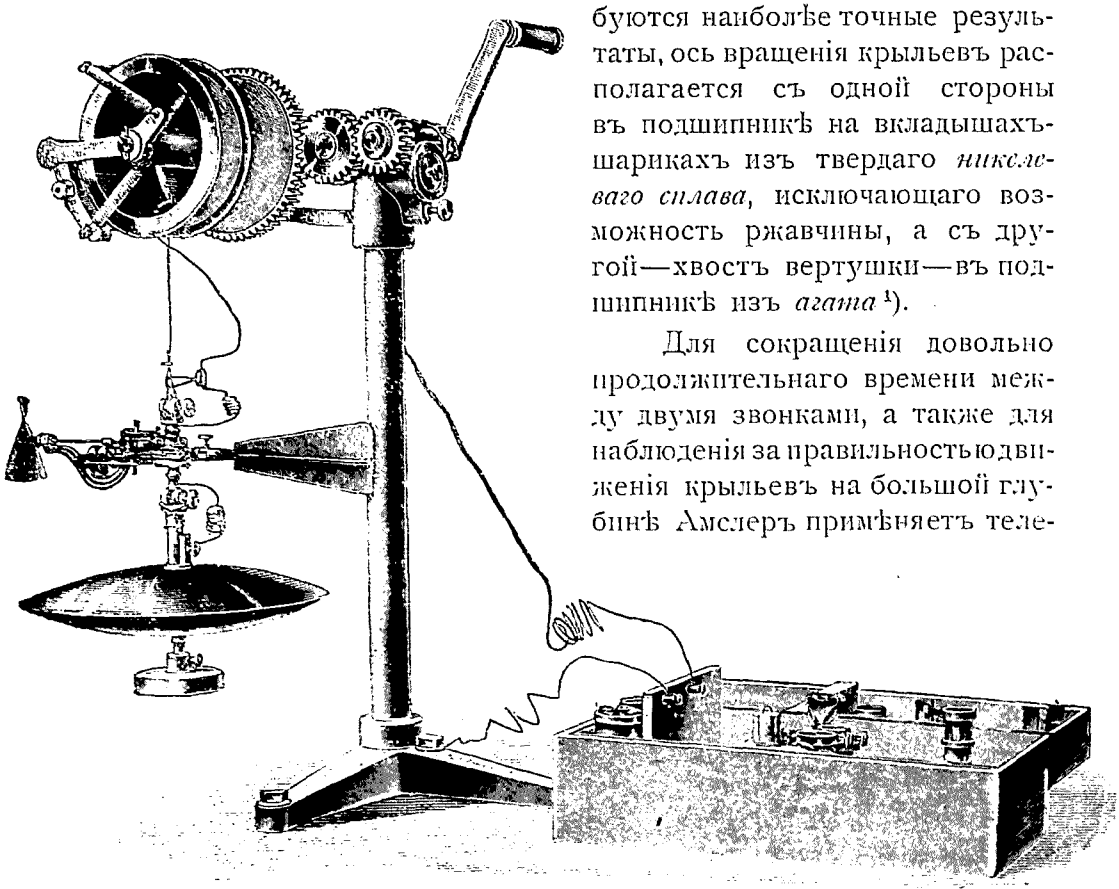
Черт. 754.

Вертушка, имѣющая крылья, выполненныя *по формѣ косыхъ плоскостей*, считается болѣе практичной; такъ *Баумгартенъ* устраиваетъ крылья въ формѣ *винтовыхъ (геллисоидальныхъ) лопастей*, заключенныхъ въ цилиндрическомъ кожухѣ (черт. 756). Этимъ достигается *большая чувствительность* вертушки; она дѣйствуетъ даже при скорости 0,30 оборота въ секунду, тогда какъ вертушка Вольтмана перестаетъ дѣйствовать и при скорости 2 оборотовъ въ секунду.

Руль вертушки *Баумгартена* имѣетъ пирамидальную форму съ крестообразнымъ сѣченіемъ (черт. 755 и 756).

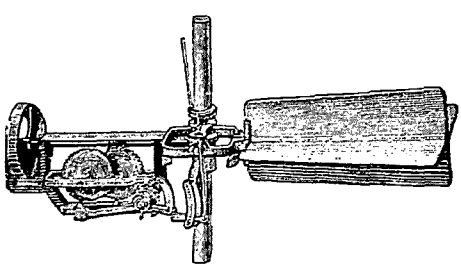
При большихъ размѣрахъ вертушки, особенно когда отъ нея требуются наиболѣе точные результаты, ось вращенія крыльевъ располагается съ одной стороны въ подшипникѣ на вкладышахъ-шарикахъ изъ твердаго *никлеваго сплава*, исключающаго возможность ржавчины, а съ другой—хвостъ вертушки—въ подшипникѣ изъ *агата* [1]).

Для сокращенія довольно продолжительнаго времени между двумя звонками, а также для наблюденія за правильностью движенія крыльевъ на большой глубинѣ Амслеръ примѣняетъ теле-



Черт. 755.

фонъ, который отдѣльное движеніе крыльевъ отмѣчаетъ яснымъ ударомъ. Съ этой же цѣлью можетъ быть примѣненъ электрическій счетчикъ, помѣщаемый на лодкѣ вблизи наблюдателя. При помощи контакта, расположеннаго на самой оси вращенія крыльевъ вертушки (а не на колесѣ счетчика), каждый оборотъ оси отмѣчается на циферблатѣ счетчика передвиженіемъ большой стрѣлки счетчика на одно дѣленіе.



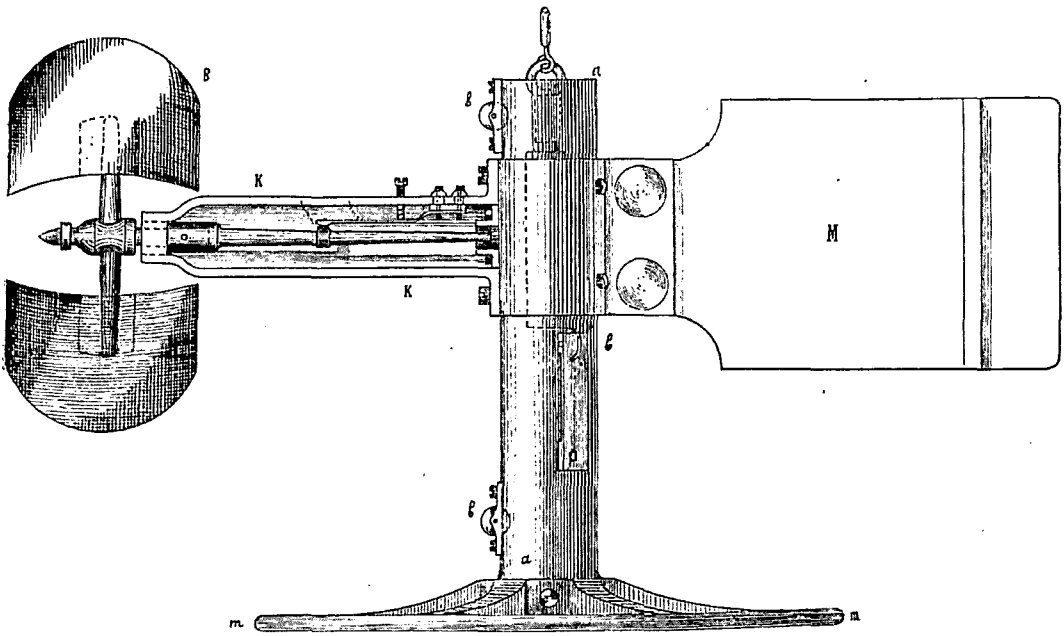
Черт. 756.

Вертушка Harlacher'а (черт. 757), названная изобрѣтателемъ *электрическимъ инструментомъ*, можетъ примѣняться какъ *для большихъ глубинъ*, такъ и *для опредѣленія средней скорости всей вертикали.*

---

[1]) Вертушка съ подобнымъ усовершенствованіемъ, системы *Harlacher*'а, имѣется при гидравлической лабораторіи Моск. Института Инж. Пут. Сообщ. Имп. Николая II, отъ фирмы *Albert Ott* въ *Kempten*'ѣ.

Ось вертушки заключена въ цилиндрическую коробку *KK*, привинченную къ муфтѣ *a*, которою приборъ насаживается на штангу — трубу; внутри штанги помѣщается подвѣсный шнуръ, дабы на него не вліяло теченіе рѣки. Снизу штанга снабжена остріемъ и уходитъ въ землю, насколько позволяетъ грунтъ, и въ такомъ положеніи остается до окончанія работъ на одной вертикали.



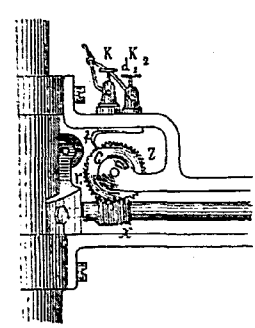
Черт. 757.

Для предохраненія вертушки отъ ударовъ о дно рѣки снизу муфты *a* прикрѣпленъ дискъ *mm*; вмѣстѣ съ муфтой онъ замѣняетъ грузъ для опусканія прибора внизъ.

Разстояніе *mo* отъ оси *o* вертушки до диска *mm* постоянно и достигаетъ отъ 0,15 до 0,20 метровъ.

Къ муфтѣ въ видѣ противовѣса привинчивается руль *M*; къ сожалѣнію онъ вызываетъ постоянное, хотя и незначительное, боковое колебаніе прибора, а потому отъ него лучше было бы отказаться.

Для уменьшенія тренія между муфтой и штангой муфта снабжается 6 каточками (роликами) *b*, изъ которыхъ два лежатъ въ эластичныхъ пружинныхъ подшипникахъ.

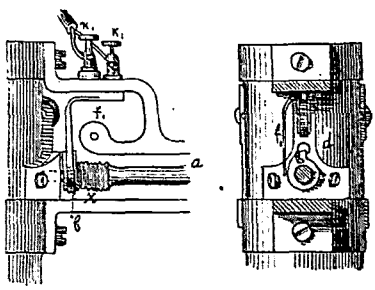


Черт. 758.

Для подсчета опредѣленнаго числа оборотовъ оси вертушки, напр., 50 или 100 оборотовъ, или лучше сказать, времени, которое потребно для того, чтобы крылья вертушки (имѣющія винтовую поверхность) сдѣлали эти 50—100 оборотовъ, безконечный винтъ *x* оси вертушки (черт. 758) соединенъ съ зубчатымъ колесомъ *Z*, снабженнымъ шрифтомъ *c*. Послѣ 50—100 оборотовъ оси вертушки штифтъ *c*, соприкасаясь съ пружинкой *f*,

заставляетъ ее прижиматься къ низу зажима K_2 проводника электрической батареи, идущаго къ электрическому звонку [1]).

Если желаютъ получать время каждаго оборота вертушки, то счетный механизмъ нѣсколько измѣняютъ, а именно: на ось вертушки насаживаютъ эксцентрикъ *b* (черт. 759), замѣняющій безконечный винтъ *x* и храповикъ *Z*. Эксцентрикъ нажимаетъ на пружину *f* послѣ каждаго оборота оси вертушки. Вмѣсто звонка ставится пишущій приборъ *Morse*'а, карандашъ котораго на лентѣ изобразитъ прерывную линію, каждая часть которой соотвѣтствуетъ одному обороту оси.



Черт. 759.

Время каждаго оборота опредѣлится, если замѣтимъ по часамъ промежутокъ времени, соотвѣтствующій опредѣленной длинѣ вышедшей изъ аппарата ленты. Вмѣсто ленты вводятъ также электрическій счетчикъ, стрѣлка котораго, слѣдуя быстротѣ оси вращенія, отмѣчаетъ каждый отдѣльный оборотъ на одномъ циферблатѣ; десятки же оборотовъ отмѣчаетъ другая стрѣлка. При счетчикѣ имѣется якорь у электромагнита, который притягиваясь къ электромагниту, ударяется объ него. Во все время хода часового механизма счетчика ясно слышны удары якоря.

Ось вертушки упирается однимъ концомъ, ближайшимъ къ муфтѣ, на агатъ, а другимъ, со стороны лопастей, поддерживается на никелевыхъ вкладышахъ, черезъ что треніе оси доводится до minimum'а, такъ что скорости въ 0,04—0,05 метра съ достаточной точностью измѣряются большими и тяжелыми лопастями.

Для непосредственнаго опредѣленія *средней скорости всей вертикали*, (не вычисляя ея на основаніи измѣренныхъ скоростей во многихъ точкахъ этой же вертикали) служитъ равномѣрное движеніе флувіометра вдоль штанги подъ дѣйствіемъ лебедки съ канатомъ: канатъ идетъ отъ вертушки чрезъ направляющій блокъ къ барабану лебедки, снабженному рукояткой и тормазнымъ храповикомъ. Вращая равномѣрно барабанъ лебедки поворотами рукоятки, можно вертушку благодаря роликамъ *b* муфты *a* равномѣрно перемѣщать по штангѣ вверхъ или внизъ.

Для достиженія равномѣрности движенія вертушки, имѣется при лебедкѣ регуляторъ въ видѣ крыльевъ вѣтряной мельницы, вращающихся въ сторону, противоположную движенію вертушки по вертикали. По барабану лебедки, снабженному циферблатомъ и стрѣлкой, судятъ о степени глубины погруженія вертушки, съ точностью до 1 сантиметра.

§ 422. Наблюденія на гидрометрическихъ станціяхъ надъ скоростями теченія рѣки съ цѣлью опредѣленія расхода воды. Расходъ воды въ рѣкѣ опредѣляется

---

[1]) Пружина *f* изолирована отъ зажима K_1. Въ K_1 и K_2 помощью винтовъ *d* зажаты двѣ мѣдныя изолированныя проволоки, заключенныя въ одну оболочку; другіе концы этихъ проволокъ соединены съ батареею.

въ различныхъ ея мѣстахъ, обыкновенно же между двумя каждыми значительными ея притоками; расходъ воды также опредѣляется и въ устьяхъ самихъ притоковъ. Если опредѣленіе расхода воды и наблюденіе надъ скоростями теченія рѣки производится въ теченіе одного года или *въ продолженіе нѣсколькихъ лѣтъ подъ-рядъ, въ одномъ и томъ же профилѣ, при различныхъ горизонтахъ воды,* то такое мѣсто въ рѣкѣ принято называть *гидрометрическою станціею.*

Гидрометрическія станціи располагаются вдоль рѣки такъ, чтобы съ помощью ихъ возможно было изучить вліяніе на изслѣдуемую рѣку главнѣйшихъ ея притоковъ въ отношеніи количества воды и измѣнчивости горизонта; съ этою цѣлью онѣ и располагаются *внизъ по рѣкѣ*, послѣ каждаго значительнаго ея притока, а слѣдовательно, одна изъ станцій должна быть ниже самаго послѣдняго притока.

Мѣста для станцій выбираются такъ, чтобы колебаніе горизонта воды на станціи совершалось, по возможности, равномѣрно, безъ внезапныхъ сильныхъ подпоровъ или паденій горизонта отъ впадающихъ притоковъ. Назначаемое для станціи мѣсто должно удовлетворять слѣдующимъ условіямъ: 1) форма русла въ томъ профилѣ, гдѣ будутъ производиться опредѣленія расходовъ, должна быть, по возможности, правильная безъ рѣзкихъ измѣненій глубинъ и безъ раздѣленія теченія на нѣсколько отдѣльныхъ рукавовъ; 2) глубина рѣки не должна быть очень значительна, дабы опредѣленіе скоростей не явилось бы слишкомъ затруднительнымъ при высокихъ горизонтахъ; 3) мѣсто наблюденія не должно быть расположено на перекатѣ; 4) уклонъ избраннаго участка долженъ соотвѣтствовать, по возможности, среднему уклону рѣки, т. е. не быть излишне большимъ и очень малымъ; 5) грунтъ ложа и береговъ не долженъ быть скалистымъ или каменистымъ, такъ какъ камни и неровности могутъ образовать водовороты, суводи и другія неправильности теченія; 6) въ избранномъ мѣстѣ не должно быть значительнаго разлива весеннихъ водъ, мѣняющихъ ширину рѣки противъ обычнаго ея размѣра и 7) избранное мѣсто должно быть изолировано, по возможности, отъ вліянія сильнаго вѣтра, сказывающагося на подъемѣ воды, или образующаго сгонъ воды книзу или подъемъ наносовъ со дна рѣки.

Очевидно, что если выбираемое мѣсто не можетъ заразъ удовлетворять всѣмъ перечисленнымъ условіямъ, то по крайней мѣрѣ должно выполняться большинство изъ нихъ.

Длина избираемаго мѣста берется сообразно съ шириною рѣки и можетъ быть отъ одной до трехъ верстъ: версту берутъ при ширинѣ въ 100 саж., двѣ—при 200 саженяхъ ширины и три—при 300 и болѣе саженяхъ ширины.

Выборъ длины мѣста долженъ удовлетворять условію, чтобы паденіе рѣки и изѣненіе его были величинами измѣряемыми.

Избранное мѣсто для станціи на указанномъ протяженіи снимаютъ на планъ, составляемый или въ масштабѣ 25 саженъ въ $^1/_{100}$ сажени, если ширина рѣки въ межень не превышаетъ 100 саженей, или въ масштабѣ

50 саженъ въ одной сотой сажени, если меженняя ширина рѣки болѣе 100 саженей.

Выбравъ въ началѣ, въ срединѣ и концѣ участка поперечные профили, устанавливаютъ въ нихъ на обоихъ берегахъ водомѣрныя сваи и реперы, которые и связываютъ между собою возможно точною нивеллировкою. Связь реперовъ, стоящихъ на разныхъ берегахъ, при помощи нивеллировки поперекъ рѣки, дѣлается въ случаѣ значительной ширины рѣки зимою по льду. Если же такой нивеллировки сдѣлать нельзя, то отмѣтки горизонта воды относятъ на каждомъ берегу къ своему условному горизонту. Самая нивеллировка какъ продольная, такъ и поперечная, для свай и для опредѣленія поперечныхъ профилей производится передъ началомъ и концомъ каждой навигаціи; поперечная же нивеллировка провѣряется во всѣхъ тѣхъ случаяхъ, когда возникаетъ сомнѣніе относительно сохраненія водомѣрными сваями ихъ первоначальнаго положенія.

Опредѣленіе коэффиціентовъ вертушекъ дѣлается по крайней мѣрѣ два раза въ теченіе лѣта.

Наблюденія надъ измѣненіемъ горизонта воды во время всей навигаціи производятся особыми наблюдателями, не менѣе двухъ разъ въ сутки; въ заранѣе установленные часы, при помощи рейки; наблюдатель обходитъ съ рейкой всѣ водомѣрныя сваи на обоихъ берегахъ и записываетъ показанія рейки съ точностью до 0,002 сажени.

Каждая свая ограждается съ цѣлью защиты отъ волненія и достиженія болѣе точныхъ отсчетовъ по рейкѣ, напр., бездоннымъ ящикомъ съ пробуравленными дырами стѣнками. На рѣкахъ съ значительной шириной на каждомъ берегу наблюденія дѣлаются особымъ наблюдателемъ, при томъ одновременно на обоихъ берегахъ. Въ теченіе зимняго времени, т. е. отъ начала осенняго ледохода до начала весенняго паводка наблюденія производятъ на одномъ какомъ-либо профилѣ и съ одного берега, на которомъ имѣется помѣщеніе для наблюдателя. При опредѣленіи скоростей теченія зимою, въ дни наблюденій скоростей, наблюденія надъ состояніемъ горизонта воды производятся на обоихъ берегахъ на всѣхъ трехъ профиляхъ. Вокругъ сваи, на которой мѣряется горизонтъ воды, должна быть сдѣлана значительная прорубь.

Изъ наблюденій надъ горизонтомъ воды находится уклонъ рѣки (во время опредѣленія скоростей и расхода) и устанавливается зависимость расхода отъ уклона рѣки въ томъ или другомъ ея мѣстѣ, согласно формулъ гидравлики.

Наблюденія надъ скоростями теченія съ цѣлью вычисленія расходовъ воды производятся въ тихую погоду; ихъ дѣлаютъ насколько возможно часто какъ при одномъ и томъ же горизонтѣ воды, такъ и при различныхъ горизонтахъ.

При этомъ наблюденія располагаются по длинѣ проходящихъ паводковъ настолько часто, чтобы возможно было нанести графически линію измѣненія не только горизонтовъ, но и расходовъ.

Скорости теченій обыкновенно опредѣляются въ среднемъ изъ трехъ

промѣрныхъ профилей съ водомѣрными постами, почему этотъ профиль и измѣряется болѣе тщательно.

Для того, чтобы удержать въ различные дни лодку или плотъ, съ котораго будутъ измѣряться скорости, на однихъ и тѣхъ же мѣстахъ этого профиля, заблаговременно завинчиваютъ винтовыя сваи (или закладываютъ мертвые якоря съ прикрѣпленными къ нимъ цѣпями) въ тѣхъ мѣстахъ дна рѣки, которыя нѣсколько выше этого профиля. При этомъ длина цѣпей берется нѣсколько болѣе, чѣмъ глубина рѣки въ этомъ мѣстѣ. Вмѣсто якорей иногда загружается канатъ поперекъ рѣки, на подобіе туэрной цѣпи.

Во всякомъ случаѣ, какой бы способъ ни былъ выбранъ, измѣреніе скоростей должно производиться такъ, чтобы положеніе этихъ точекъ на самой линіи профиля было точно опредѣлено

Опредѣленіе глубины рѣки помощью лебедки вертушки дѣлается такъ: установивъ лодку или плотъ, устроенный на лодкахъ, такимъ образомъ, чтобы отвѣсная проволока, на которой подвѣшена вертушка, находилась въ створѣ вѣхъ, означающихъ направленіе живого сѣченія, начинаютъ спускать вертушку до тѣхъ поръ, пока поддонъ коснётся нижней своей плоскостью горизонта воды; въ этотъ моментъ по циферблату лебедки дѣлаютъ отсчетъ. Затѣмъ вертушку спускаютъ въ воду до тѣхъ поръ, пока не раздастся звонокъ, дающій сигналъ, что поддонъ сѣлъ на дно рѣки (или до видимой слабины натянутаго тяжестью вертушки каната), и вновь читаютъ по счетчику лебедки; разность отсчетовъ даетъ глубину рѣки.

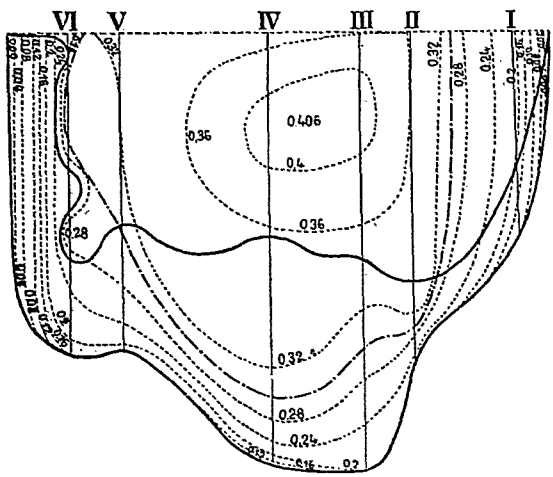
Для удобства наблюденія вертушкою нерѣдко, вмѣсто лодки устраивается плотъ въ видѣ помоста на двухъ лодкахъ, соединенныхъ на разстояніи около одной и болѣе сажени; плотъ удерживается четырьмя якорями. Во время весенняго разлива на широкихъ рѣкахъ, вслѣдствіе многоводья, опредѣленіе скоростей сопряжено съ большими трудностями, и въ одинъ и тотъ же день наблюденія съ одного плота не могутъ быть закончены, а потому ихъ слѣдуетъ вести заразъ съ двухъ или трехъ помостовъ.

Въ каждомъ профилѣ число вертикалей, взятыхъ для наблюденія скоростей теченія, зависитъ какъ отъ ширины рѣки, такъ и отъ большей или меньшей измѣнчивости скоростей, соотвѣтствующихъ различнымъ вертикалямъ. Въ всякомъ случаѣ разстояніе между вертикалями не слѣдуетъ брать рѣже 40 саженей.

Число точекъ, въ каждой вертикали, въ которыхъ наблюдаются скорости, зависитъ отъ глубины; при глубинахъ, меньшихъ одного аршина, опредѣленіе скорости должно быть сдѣлано, по крайней мѣрѣ, въ двухъ точкахъ; первая изъ этихъ точекъ берется на глубинѣ, считая отъ поверхности воды, 10-и сотыхъ сажени, а другая — 0,6 глубины h (т. е. около 0,2 сажени); при глубинахъ h отъ аршина до сажени — въ трехъ точкахъ: на 0,1 сажени ниже поверхности воды, на 0,6 глубины h всей вертикали (считая ее отъ поверхности воды) и у дна рѣки; наконецъ, при глубинахъ

болѣе одной сажени въ пяти точкахъ: 0,1 саж. ниже горизонта воды, а. затѣмъ на 0,2 глубины h вертикали, 0,5 h, 0,6 h, 0,75 h и у дна.

На чертежѣ 760 показано, что для опредѣленія скоростей въ профилѣ взято шесть вертикалей: I, II, III, IV, V, VI.



Черт. 760.

Въ каждой точкѣ вертикали скорость опредѣляется не менѣе трехъ разъ, если числа секундъ въ промежуткахъ между двумя звонками, отмѣчающими каждые 100 оборотовъ оси (крыльевъ), получаются согласными между собою и отличаются незначительно другъ отъ друга. Въ противномъ случаѣ число наблюденій увеличиваютъ и доводятъ ихъ до 10-и. Разницы въ числѣ секундъ зависятъ главнымъ образомъ отъ назначительности скоростей. Малыя скорости преимущественно наблюдаются у дна или на вертикаляхъ близъ береговъ. При скоростяхъ, не менѣе 0,10 саж., всегда получаются болѣе или менѣе близкія между собою разницы въ числѣ секундъ, опредѣляющихъ время 100 оборотовъ вертушки.

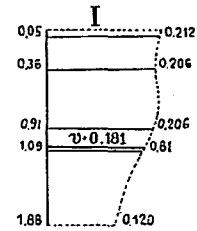
Несогласіе въ разницахъ можетъ иногда вызываться засореніемъ вертушки тиною, листкомъ водяного растенія и т. п. мелкихъ предметовъ, плавающихъ въ рѣкѣ; въ этихъ случаяхъ, разумѣется, вертушка извлекается изъ воды для осмотра и очистки ея.

При началѣ и при концѣ наблюденій скоростей вертушкою, отмѣчаются горизонты воды и соотвѣтствующее имъ время; расходъ же воды относится къ среднему изъ этихъ горизонтовъ.

Когда всѣ наблюденія въ одномъ и томъ же профилѣ не могутъ быть закончены въ теченіе одного дня, такъ какъ число всѣхъ точекъ можетъ оказаться очень значительнымъ, то его сокращаютъ для каждой вертикали до трехъ, двухъ и даже одной, *предпочитая всѣмъ точкамъ одну, находящуюся на 0,6 h всей глубины вертикали,* такъ какъ и по опытамъ, и теоретически оказывается, что скорость въ этой точкѣ равна средней скорости изъ всѣхъ скоростей одной вертикали. Въ подобныхъ случаяхъ незамѣнимую услугу можетъ оказать вертушка системы Харляхера. Если же, несмотря на сокращеніе числа точекъ, всѣ необходимыя наблюденія не могутъ быть закончены въ одинъ день, ихъ стремятся окончить на слѣдующій день.

Для опредѣленія количества несомыхъ рѣкой наносовъ одновременно съ наблюденіемъ скоростей берутъ пробы воды изъ рѣки.

По вычисленнымъ скоростямъ и измѣреннымъ глубинамъ чертятъ графики распредѣленія скоростей въ каждой вертикали (чертежи 761 и 762), причемъ для вертикальныхъ разстояній (глубинъ) и для горизонтальныхъ разстояній (скоростей) берутся для наглядности различные масштабы, какъ это вообще принято для построенія профилей, т. е. скорости изображаются въ болѣе крупномъ масштабѣ, сравнительно съ глубинами, при которыхъ онѣ измѣрены.

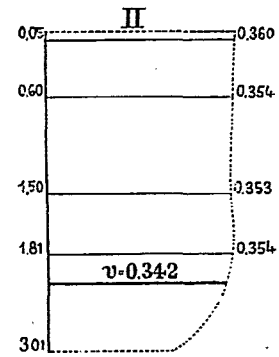


Черт. 761.

Площадь, ограниченная *кривой распредѣленія скоростей*, вертикалью глубинъ и горизонтомъ воды, представляетъ собою, такъ сказать, *элементарный расходъ;* она вычисляется обыкновенно планиметромъ.

Полусумма двухъ смежныхъ элементарныхъ расходовъ, умноженная на разстояніе между соотвѣтствующими имъ вертикалями, дастъ часть всего расхода между этими вертикалями.

Сумма подобныхъ частей, взятыхъ во всемъ профилѣ, дастъ весь расходъ профиля.



Черт. 762.

Частное отъ дѣленія всего расхода на площадь живого сѣченія дастъ среднюю скорость профиля. Для вычисленія расхода прибѣгаютъ еще и къ другому пріему: вычертивъ профиль русла рѣки (черт. 760), наносятъ вертикали I до VI и на нихъ назначаются точки, имѣющія одинаковуюскорость, взятыя съ кривыхъ распредѣленія скоростей изъ соотвѣтственныхъ чертежей (напр., 761 и 762). Всѣ такія точки соединяются кривыми, носящими названіе *изотахій*, или *линій равныхъ скоростей*, послѣ чего вычисляются планиметромъ площади, образованныя изотахіями. Площадь каждой изотахіи умножаютъ на среднюю ариѳметическую изъ двухъ смежныхъ скоростей и суммируютъ подобныя произведенія. Сумма ихъ дастъ расходъ Q воды въ рѣкѣ въ данномъ профилѣ. Частное же $v = Q : P$, гдѣ P — площадь живого сѣченія, даетъ среднюю скорость теченія въ данномъ профилѣ.

Согласно чертежа 760 расходъ $Q = 190{,}34$ куб. саж.. $P = 638{,}5$ кв. саж. и $V = 0{,}298$ саж.

§ 423. Изслѣдованіе перекатовъ. Такъ какъ перекаты являются на большинствѣ русскихъ рѣкъ самымъ главнымъ препятствіемъ къ движенію судовъ съ большою осадкою въ лѣтнее или меженнее время, то такія мѣста на рѣкѣ изучаются (изслѣдуются) всесторонне, съ возможною подробностью въ теченіе нѣсколькихъ навигацій.

Эти изслѣдованія заключаются въ продольной и поперечной нивелировкахъ, въ наблюденіяхъ надъ горизонтомъ воды на обоихъ берегахъ рѣки, въ промѣрѣ глубинъ по косымъ створамъ, въ измѣреніи скоростей, въ опредѣленіи направленія теченія и въ опредѣленіи расхода воды, для чего на нѣкоторыхъ изъ перекатовъ устраиваются наблюдательныя гидрометрическія станціи.

Отмѣтки урѣза воды въ мѣстахъ перекатовъ слѣдуетъ непремѣнно опредѣлять выше и ниже по теченію рѣки, т. е. ранѣе начала и нѣсколько далѣе конца переката. Съ этою цѣлью магистраль ведется, при значительной ширинѣ рѣки, по обоимъ ея берегамъ, а при ширинѣ меньшей 75 саженей довольствуются проложеніемъ магистрали по одному берегу. При производствѣ нивеллировки вдоль магистралей, точки одной изъ нихъ связываются (при помощи нивеллира) съ точками другой, такъ какъ нельзя допустить (какъ это можно было бы подумать съ перваго раза), что горизонтъ воды на обоихъ берегахъ по направленію одного и того же поперечнаго профиля имѣетъ одинаковыя отмѣтки. Опредѣленіе отмѣтокъ урѣзовъ воды дѣлается на обоихъ берегахъ и при значительной ширинѣ рѣки. Для связи точекъ магистралей, расположенныхъ на разныхъ берегахъ, можно воспользоваться болѣе глубокими и узкими мѣстами прямыхъ плесовъ рѣки, расположенныхъ выше и ниже переката.

Въ узкихъ и глубокихъ мѣстахъ скорѣе можно принять безъ большой погрѣшности поверхность воды по направленію профилей за горизонтальную, чего, какъ уже замѣчено выше, нельзя сдѣлать по отношенію къ профилямъ перекатовъ.

Помимо отмѣтокъ урѣзовъ воды выше и ниже переката, ихъ опредѣляютъ также по возможности и въ мѣстахъ промѣрныхъ профилей переката.

Наблюденія за колебаніемъ уровня воды производятъ при помощи рѣечныхъ постовъ, причемъ нули реекъ связываются нивеллировкою съ постоянными реперами, имѣющимися на берегахъ, близъ перекатовъ. Самыя наблюденія ведутся въ теченіе одной или нѣсколькихъ навигацій, дабы установить, насколько разнятся колебанія уровня воды на перекатахъ сравнительно съ измѣненіями уровня на постоянныхъ водомѣрныхъ постахъ.

Для связи изслѣдованій, производимыхъ на перекатахъ въ различные годы, перекаты обставляются достаточнымъ числомъ прочныхъ реперовъ. Къ этимъ реперамъ относятъ положеніе магистральной линіи, а также всѣ линіи равныхъ глубинъ и вообще всѣ нивеллировочныя отмѣтки.

Станціи, устраиваемыя съ цѣлью подробныхъ изслѣдованій перекатовъ, воздвигаются въ межень и наблюденія на нихъ ведутся за все время навигаціи до осенняго ледохода того же года. Въ послѣдующіе же годы наблюденія начинаются съ конца весенняго ледохода и продолжаются до начала осенняго ледохода.

Промѣрные профили на перекатахъ разбиваются черезъ каждыя 50 саженъ; а для того, чтобы можно было судить объ измѣненіи дна перекатовъ, промѣры на нѣкоторыхъ изъ нихъ ведутся въ однихъ и тѣхъ же мѣстахъ; съ этою цѣлью на берегахъ вбиваютъ сваи по прямымъ и косымъ створамъ и снабжаютъ ихъ пятками, въ которыя во время промѣровъ вставляютъ вѣхи съ флагами. Самыя точки профиля опредѣляются пересѣченіемъ направленій прямыхъ и косыхъ створовъ, а потому сваи должны быть расположены такъ, чтобы точки пересѣченія приходились на разстояніи другъ отъ друга около 20 саженій. На подобнаго рода профиляхъ скорости теченія рѣки на ея поверхности опредѣляются одновременно

съ промѣрами глубинъ и для этого въ каждой вертикали лодка удерживается на якоряхъ, заложенныхъ выше профиля. По всѣмъ остальнымъ профилямъ промѣры дѣлаются по гребкамъ.

Чтобы судить объ измѣненіи скоростей на перекатѣ съ измѣненіемъ уклона, на обоихъ берегахъ устраиваются черезъ одинъ профиль водомѣрные посты. Сваи водомѣрныхъ постовъ связываютъ между собою на каждомъ берегу точной нивеллировкой. Зимою, если это окажется возможнымъ, дѣлаютъ нивеллировку между сваями обоихъ береговъ по льду.

Наблюденія на водомѣрныхъ постахъ дѣлаются въ то время, когда опредѣляются скорости, чтобы можно было для этого же времени найти уклонъ, съ какимъ вода вступаетъ въ профиль и съ какимъ она выступаетъ.

Въ тѣ дни, когда измѣреніе скоростей не производится, вслѣдствіе вѣтряной погоды или иныхъ причинъ, наблюденія надъ состояніемъ горизонта воды производятся одинъ разъ въ день на профилѣ, въ которомъ опредѣляется расходъ. Для опредѣленія количества несомыхъ осадковъ берутся пробы воды на нѣкоторыхъ профиляхъ во время измѣренія скоростей.

Въ одномъ изъ профилей расходъ воды опредѣляется нѣсколько разъ въ продолженіе всего лѣта.

Направленіе теченія опредѣляется по движенію поплавковъ.

Наблюденія на профиляхъ повторяются въ одномъ и томъ же порядкѣ. Число серій наблюденій стремятся довести до возможнаго *maximum*'а.

Свѣдѣнія о наибольшихъ и наименьшихъ глубинахъ на всѣхъ перекатахъ собираются за нѣсколько лѣтъ.

§ 424. О приведеніи всѣхъ полевыхъ работъ къ условной поверхности (условному горизонту). Очертаніе урѣзовъ воды мѣняется съ измѣненіемъ горизонта воды въ рѣкѣ, поэтому на планѣ очертанія береговъ непремѣнно должно быть отмѣчено *время, когда производилась съемка береговъ.*

Для связи между собою всѣхъ собранныхъ свѣдѣній и работъ по изслѣдованію рѣки за довольно длинный промежутокъ времени, за который горизонтъ воды мѣняется, необходимо всѣ собранныя данныя привести къ *условной* поверхности воды. При выборѣ этой поверхности руководствуются наблюденіями водомѣрныхъ постовъ и *за условную поверхность принимаютъ тотъ горизонтъ меженнихъ водъ рабочаго года, который можно считать болѣе постояннымъ изъ низкихъ стояній воды даннаго года и который имѣлъ мѣсто въ одинъ и тотъ же моментъ въ этомъ году на всемъ изслѣдуемомъ участкѣ рѣки.*

Когда разные участки изслѣдуются въ разные годы, то ежегодно принятые условные горизонты должны разниться между собою по возможности менѣе.

Если предыдущее правило допускаетъ для выбора условнаго горизонта нѣсколько рѣшеній, то слѣдуетъ остановиться на той поверхности, при которой получаются наименьшія разницы между условными поверхностями смежныхъ участковъ.

Если изслѣдуемая рѣка подвержена частымъ лѣтнимъ паводкамъ, такъ что на всемъ изслѣдуемомъ участкѣ рѣки нельзя въ рабочій годъ

выбрать *однодневной* постоянной поверхности воды, то за условную поверхность слѣдуетъ принять *низшее стояніе уровня воды* въ рѣкѣ, *послѣдовательно* наступавшее у мѣстъ всѣхъ водомѣрныхъ постовъ этого участка.

Когда имѣются наблюденія надъ измѣненіемъ уровня воды за нѣсколько лѣтъ и изъ нихъ можно убѣдиться, что колебанія уровня настолько правильны, что можно *предвидѣть* за нѣсколько дней время наступленія межени въ разныхъ частяхъ изслѣдуемаго участка по времени наступленія ея въ верхнихъ частяхъ рѣки, то для опредѣленія условной поверхности можетъ быть примѣненъ слѣдующій способъ: весь изслѣдуемый участокъ рѣки подраздѣляется на нѣсколько частей; на каждой изъ этихъ частей работы поручаются или особымъ инженерамъ, или техникамъ, которые съ наступленіемъ межени связываютъ нивеллировкою уровень воды на всемъ протяженіи, порученной ихъ надзору части рѣки съ реперами, расположенными на берегу. Впослѣдствіи всѣ эти реперы вводятся въ общую нивеллировку, чрезъ что непосредственно получаются отмѣтки поверхности воды въ нѣсколькихъ точкахъ. Отмѣтки же промежуточныхъ точекъ получаются черезъ измѣненіе отмѣтокъ воды при рабочемъ горизонтѣ на высоту прибылыхъ водъ у смежныхъ реперовъ.

Въ тѣхъ же случаяхъ, когда опредѣлить время наступленія межени оказывается затруднительно, или только-что приведенный способъ окажется по какимъ-либо инымъ причинамъ неудобовыполнимымъ, то для приведенія всѣхъ данныхъ къ одной условной поверхности употребляется иной способъ, при примѣненіи котораго пользуются наблюденіями на водомѣрныхъ постахъ и при производствѣ нивеллировки.

Самое же приведеніе отмѣтокъ точекъ горизонта воды, найденныхъ непосредственно изъ нивеллировки$_1$ къ условной поверхности, можно произвести слѣдующимъ пріемомъ.

1) Назовемъ величину поправки (срѣзку) къ нивеллировочной отмѣткѣ для какой-либо точки воды, находящейся между двумя водомѣрными постами, черезъ h, и пусть d_1 и d_2 — разстоянія этой точки до водомѣрныхъ постовъ, а H_1 и H_2 — высоты уровня воды надъ условною поверхностью на водомѣрныхъ постахъ во время полученія нивеллировкой отмѣтки, тогда величина h (хотя и приближенно) получится путемъ интерполяціи изъ пропорціи:

$$(H_2 - h) : (h - H_1) = d_2 : d_1$$

и будетъ

$$h = \frac{H_2 d_1 + d_2 H_1}{d_1 + d_2}$$ [1])

Этотъ способъ предполагаетъ возможность полученія значеній H_1 и H_2 изъ наблюденій на водомѣрныхъ постахъ, *допуская при этомъ, что измѣненіе уровня воды на водомѣрныхъ постахъ пропорціонально времени*, или же, что за все время нивеллировки на постахъ величины H наблюдались возможно часто (напр., черезъ каждые два часа), хотя въ дѣйстви-

[1]) Сличи съ рѣшеніемъ задачи 3 § 214, на стр. 501.

тельности наблюденія по рейкамъ или сваямъ водомѣрныхъ постовъ нерѣдко поручаются простымъ рабочимъ, а потому въ большинствѣ случаевъ и не могутъ быть принимаемы съ совершеннымъ довѣріемъ. Наконецъ, ежедневная прибыль или убыль воды въ точкѣ, для которой ищется срѣзка h, можетъ разниться отъ полученной путемъ интерполяціи.

Если допустимъ, что наблюденія дѣлаются надъ измѣненіемъ уровня воды какъ во время производства нивеллировочныхъ работъ, такъ и за промежутокъ времени отъ конца работъ одного дня до начала ихъ на другой день, то измѣненіе уровня за время работъ разбивается *пропорціонально времени* и *вводится* въ отмѣтки, непосредственно полученныя изъ нивеллировки. Сумма же дневного и ночного измѣненія представляетъ собою разность рабочихъ горизонтовъ смежныхъ дней.

Всѣ эти разности рабочихъ горизонтовъ отъ начала работъ у какого-либо водомѣрнаго поста до момента полученія отмѣтки у промежуточной точки послѣдовательно прикладываются къ высотѣ уровня воды у водомѣрнаго поста надъ условнымъ горизонтомъ и полученная сумма вычитается изъ отмѣтки рабочаго горизонта при промежуточной точкѣ.

Полученная разность могла бы быть признана за отмѣтку условной поверхности, но такъ какъ при слѣдующемъ водомѣрномъ постѣ обнаруживается разница между опредѣленной такимъ образомъ отмѣткой условной поверхности и отмѣткой, непосредственно опредѣленной по отмѣткѣ нуля рейки и ея показанію, соотвѣтствующему межени, то разность эта разбивается на весь промежутокъ между водомѣрными постами. *Разбивка* эта *производится пропорціонально найденнымъ паденіямъ уровня воды,* но не пропорціонально разстояніямъ между постами, такъ какъ разбивка пропорціонально разстоянію ввела бы значительныя измѣненія уклоновъ въ частяхъ рѣки съ незначительными паденіями.

На основаніи всѣхъ собранныхъ данныхъ при изслѣдованіи рѣки, составляются графики водомѣрныхъ постовъ и гидрометрическихъ наблюденій, карты, профили (подробные и сокращенные) въ масштабахъ, всякій разъ устанавливаемыхъ для каждой рѣки, съ показаніемъ горизонта, имѣвшаго мѣсто во время работъ, а также съ показаніемъ и условнаго горизонта.

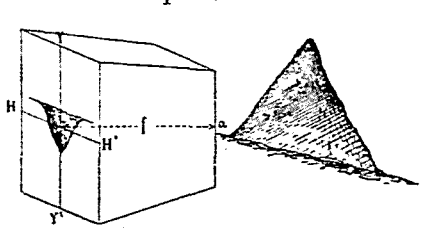
ГЛАВА XI.

Фотограмметрія (фототопографія).

§ 425. Опредѣленіе и общее понятіе. Фотограмметрія, или метро-фотографія есть не что иное, какъ примѣненіе фотографіи къ основному вопросу низшей геодезіи, — къ составленію плана мѣстности въ горизонталяхъ. Этотъ пріемъ составленія нивеллирнаго плана сводитъ всю детальную полевую работу по съемкѣ мѣстности къ поразительному *tititит*'у, такъ какъ требуетъ отъ съемщика, главнымъ образомъ, умѣнья пользоваться фотографической камерой; онъ состоитъ въ томъ, что прежде всего съ

помощью фотографической камеры получаютъ обычные вертикальные перспективные снимки съ той мѣстности, для которой требуется составить планъ въ горизонталяхъ, а затѣмъ путемъ обмѣра съ этихъ снимковъ получаютъ всѣ необходимыя данныя къ тому, чтобы имѣть возможность 1) примѣнить способъ засѣчекъ для составленія горизонтальной проекціи снятой мѣстности и 2) собрать цифровыя данныя объ относительной высотѣ точекъ мѣстности надъ центромъ объектива фотографической камеры. Очевидно, что этотъ способъ съемки мѣстности основанъ на теоріи перспективы, и такъ какъ онъ не даетъ непосредственно результатовъ въ видѣ цифровыхъ данныхъ, какъ, напр., угломѣрная, тахеометрическая съемка, нивеллировка, то онъ ближе всего подходитъ къ графическому пріему съемки мѣстности мензулою; а это послѣднее обстоятельство справедливо подало поводъ къ тому, что его называютъ иногда *фото-топографіею*. Точныя перспективныя изображенія (см. § 370), которыя такъ легко получаются въ настоящее время при помощи фотографіи, почти тотчасъ по изобрѣтеніи фотографіи, вызвали мысль о возможности построенія горизонтальнаго плана мѣстности по двумъ снятымъ съ нея фотографіямъ [1]).

§ 426. Геометрическія основанія фотограмметріи [2]). Объективъ фотографической камеры даетъ на ея матовомъ стеклѣ (черт. 763), на разстояніи, равномъ главному его фокусному разстоянію f, обратное перспективное изображеніе предметовъ мѣстности. Условимся отмѣчать при горизонтальномъ положеніи оптической оси объектива, на матовомъ стеклѣ слѣды вертикальной и горизонтальной плоскостей, проходящихъ черезъ центръ объектива, въ видѣ прямыхъ VV' и HH' и называть ихъ *главною вертикалью* и *главною горизонталью*. Если представимъ себѣ, что глазъ C (черт. 764) наблюдателя совмѣщенъ съ центромъ объектива камеры, а перспективное изображеніе въ прямомъ видѣ перенесено и установлено въ точку K *спереди ка-*

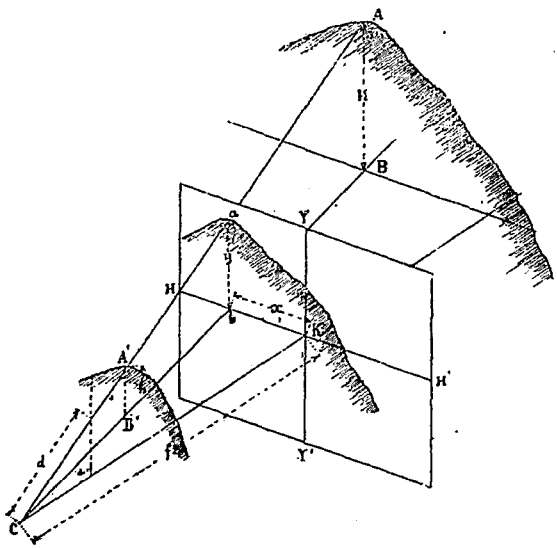


Черт. 763.

[1]) Полезныя свойства двухъ перспективъ одного и того же предмета, взятыхъ съ разныхъ станцій, были впервые доказаны профессоромъ *Hauk*'омъ. Болѣе же общею задачею въ начертательной геометріи является вопросъ о построеніи по двумъ даннымъ перспективнымъ изображеніямъ (одного и того же предмета) — третьяго.

[2]) Болѣе подробно см. 1) *Ed. Dolezal.* — Die Anwendung der Photographie in der praktischen Messkunst. Halle a/S, 1896. 2) *П. И. Шуровъ.*—Примѣненіе фото-топографіи къ изысканіямъ путей сообщенія. Записки Кавказскаго Отдѣленія Императорскаго Русскаго Техническаго Общества. Томъ XXIV, 1898. Выпускъ VII. 3) *Г. Н. Шебуевъ* и *Н. Н. Веселовскій.*—Геометрическія основанія фотограмметріи. Москва, 1899. 4) *Е. Девиллъ.* — Фотографическая съемка со включеніемъ основаній начертательной геометріи и перспективы. Переводъ съ англійскаго Шталь, изд. Гл. Гидрографическ. Управл., редакц. *Бялокозъ.* Спб., 1897. 5) *Р. Тилле.* — Практическая фото-топографія. Журналъ М. П. С. 1897. Кн. 4 — 6. См. также новое изданіе отдѣльной книгой, 1908 г. 6) *Gelion Towne.* — Astronomie, geodésie, topographie pratique. Paris, 1896. 7) *Э. Вархаловскій.*— Очерки фотограмметріи. Москва, 1912 г.

меры, параллельно матовому стеклу, на разстояніи CK, равномъ фокусному разстоянію f объектива, притомъ такъ, чтобы главная вертикаль и главная горизонталь находились въ соотвѣтствующихъ имъ плоскостяхъ, проходящихъ черезъ центръ объектива, то наблюдателю картинная плоскость, т. е. фотографическій снимокъ, замѣнитъ собою снятую на него мѣстность. Если теперь спроектируемъ на главную горизонталь HH' изображеніе a точки A мѣстности (на чертежѣ 764 вершину горы) въ точку b, и примемъ HH' за ось абсциссъ, VV'— за ось ординатъ, а точку K, лежащую на главной горизонтали HH' картинной плоскости и являющуюся проекціею на нее глаза наблюдателя и называемую *главною точкою* или центромъ перспективы, или *глазнымъ пунктомъ картинной плоскости*, — за начало координатъ, то положеніе точки a на плоскости перспективы будетъ опредѣляться прямоугольными координатами



Черт. 764.

$$x = Kb \text{ и } y = ba. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Соединяя затѣмъ точку b съ глазомъ C наблюдателя, мы получимъ два угла: 1) $bcK = \alpha$, лежащій въ горизонтальной плоскости и опредѣляющій собою проекцію Cb направленія CA на данную точку A мѣстности (горизонтальное положеніе Cb луча зрѣнія CA) и называемый *дирекціональнымъ угломъ* или *угломъ направленія* и 2) вертикальный уголъ $\beta = aCb$ (черт. 765) наклона луча CA къ горизонту или иначе *уголъ высотъ*. По этимъ угламъ и по $CK = f$, величины x и y равенства (1) можно представить въ видѣ:

$$x = f \,.\, tg\alpha \text{ и } y = Cb \,.\, tg\beta; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1')$$

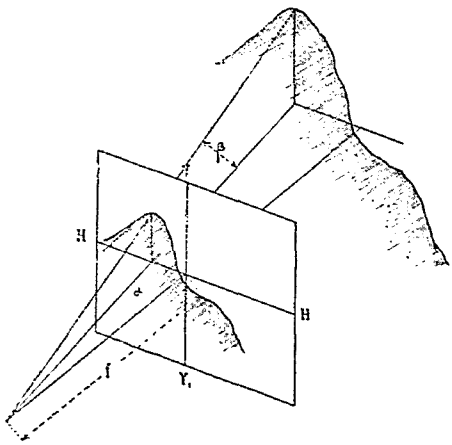
но такъ какъ $CK = f = Cb \,.\, cos\alpha$ или $Cb = f : cos\alpha$, то

$$x = f \,.\, tg\alpha \text{ и } y = \frac{f}{cos\alpha} \cdot tg\beta \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

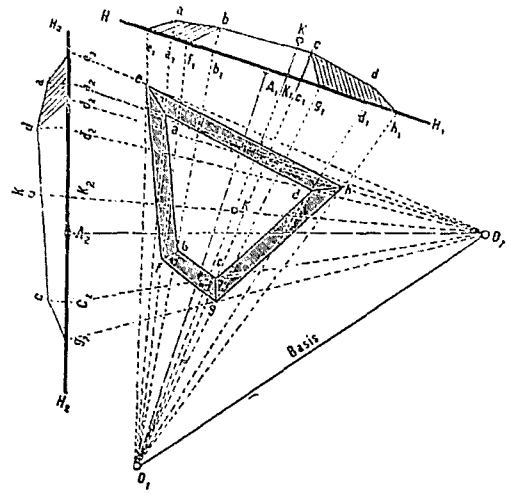
Эти два уравненія и являютъ собою законъ плоскихъ перспективныхъ изображеній.

§ 427. Построеніе плана мѣстности по двумъ фотографіямъ и опредѣленіе высотъ точекъ мѣстности. Положимъ, что на мѣстности съ концовъ нѣкотораго базиса сняты двѣ фотографіи съ башни, имѣющей видъ призматоида, на вершинѣ которой имѣется флагштокъ. Далѣе допустимъ, что на бумагѣ въ масштабѣ, напр.: 1 : 10000, нанесенъ этотъ базисъ въ видѣ прямой o_1o_2 (черт. 766) и относительно него *орієнтированы* обѣ фотографіи. Какимъ

образомъ оріентированы обѣ фотографіи, пока мы не будемъ объяснять и скажемъ объ этомъ въ слѣдующихъ §§. Предположимъ также, что на

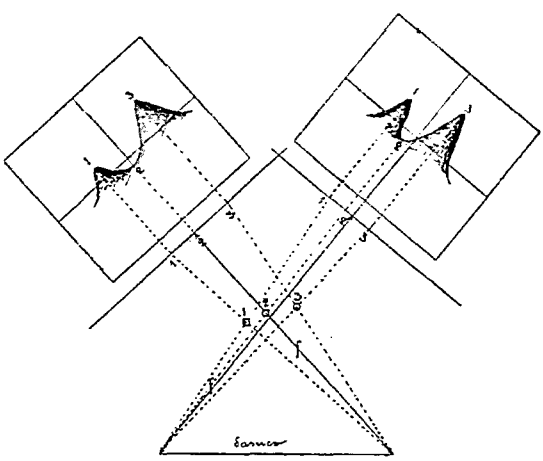


Черт. 765.



Черт. 766.

обѣихъ фотографіяхъ отмѣчена главная горизонталь: на первой (на чертежѣ верхней) въ видѣ прямой H_1H_1, а на второй (на чертежѣ см. слѣва) въ видѣ H_2H_2. Сама же башня на первой фотографіи даетъ изображеніе $abcd...$, а на второй $= cda...$. Пусть A_1 и A_2 — главныя точки картинныхъ плоскостей. Найдемъ на каждой фотографіи изображенія одной и той же точки, напр., точку d, и изъ нея опустимъ перпендикуляры dd_1 и dd_2 на горизонты $H_1A_1H_1$ и $H_2A_2H_2$, замѣтивъ эти точки d_1 и d_2 на фотографіяхъ (бѣлою или красною краскою), и проведемъ лучи o_1d_1 и o_2d_2. Въ пересѣченіи ихъ на планѣ получимъ точку d [1]).



Черт. 767.

Точно такъ же опредѣлится точка h, если проведемъ прямыя o_1h_1 и o_2h_2.

Продолжая далѣе указаннымъ пріемомъ работу, мы въ планѣ построимъ наклонныя ребра башни cg, dh, ae, вполнѣ видимыя со станцій o_1 и o_2, четвертое же ребро bf видно только изъ o_1 и не видно изъ o_2, а потому не можетъ быть построено по двумъ даннымъ изображеніямъ H_1KH_1

[1]) На чертежѣ 767 показаны двѣ оріентированныя фотографіи съ горной мѣстности, причемъ вершины обозначены нечетными цифрами, а лощины — четными. Прямыя (1, 2, 3) и (1′, 2′, 3′), параллельныя главной горизонтали, иногда называются *картинными* линіями.

и H_2KH_2 и для ея построенія необходимо имѣть третью фотографію, снятую со второго базиса, находящагося подъ угломъ къ первому.

Точка K, какъ уже сказано, изображаетъ верхушку башни.

Опредѣлимъ высоту этой башни. Для чего прежде всего, примѣняясь къ чертежу 764, выведемъ общую формулу для нахожденія величины высоты $H=AB$ въ натуральную ея величину, по измѣреннымъ на фотографіи величинамъ $Kb=x$ и $ab=y$, по главному фокусному разстоянію f *и разстоянію* $CB'=d$, *взятому по построенному* (только-что описаннымъ способомъ засѣчекъ) *плану*. По чертежу 764 имѣемъ:

$$\frac{H}{CB}=\frac{y}{Cb}$$

или

$$H=\frac{y}{Cb}\cdot CB.$$

Пусть масштабъ плана $\frac{1}{M}$, тогда прежде всего найдемъ величину взятаго съ построеннаго плана горизонтальнаго проложенія d въ натуральную его величину; оно будетъ $CB=D=d\,.\,M$. Искомая высота H будетъ:

$$H=\frac{d\,.\,M\,.\,y}{Cb}.$$

Входящая сюда величина Cb можетъ быть или измѣрена на бумагѣ попутно при построеніи плана, или найдена изъ треугольника CbK по формулѣ

$$d'=\sqrt{f^2+x^2}.$$

Такимъ образомъ

$$H=\frac{d\,.\,M\,.\,y}{d'}\ldots.(H)$$

Возвратимся теперь къ нашему частному случаю, т. е. нахожденію высоты башни K; при этомъ, для упрощенія задачи, предположимъ, что точки o_1 и o_2 имѣютъ равныя альтитуды и лежатъ въ общемъ горизонтѣ H_1H_1 и H_2H_2 обѣихъ фотографій.

Измѣримъ, напр., въ миллиметрахъ разстояніе $O_1K_1=d_1'=80{,}1^{mm}$; $K_1K=y_1=7{,}0^{mm}$; $O_2K_2=d_2'=80{,}3^{mm}$; $K_2K=y_2=7{,}7^{mm}$; $O_1K=d_1=53{,}0^{mm}$; $O_2K=d_2=48{,}3^{mm}$; тогда, при масштабѣ чертежа 1 : 10000, дѣйствительныя горизонтальныя разстоянія будутъ $O_1K=53^{mm}\,.\,10000=530^m$ и $O_2K=483^m$, а дѣйствительныя высоты найдутся изъ пропорціи:

$$\begin{cases} K_1K:7^{mm}=530^m:80{,}1^{mm} \\ K_2K:7{,}7^{mm}=483^m:80{,}3^{mm} \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} K_1K=h_1=\frac{7}{80{,}7}\,.\,530^m=46{,}3^m, \\ K_2K=h_2=\frac{7{,}7}{80{,}3}\,.\,483^m=46{,}3^m. \end{cases}$$

Если въ точкахъ O_1 и O_2 (черт. 766) на мѣстности непосредственно измѣрены при помощи вертикальнаго круга углы наклоненія η_1 и η_2, то высоты получатся вычисленіемъ $h_1=O_1K\,.\,tg\eta_1$ и $h_2=O_2K\,.\,tg\eta_2$. При боль-

шихъ разстояніяхъ, очевидно, должна быть введена поправка за кривизну земли и рефракцію.

Ниже мы укажемъ пріемы и приспособленія, облегчающіе построеніе засѣчекъ въ планѣ и нахожденіе высотъ h_1, h_2.

Если точки стоянокъ лежатъ не на одномъ горизонтѣ, то пріемъ построенія плана все равно не мѣняется, такъ какъ горизонтальные углы остаются тѣ же.

Имѣя возвышеніе или пониженіе каждой точки относительно центра глаза или объектива и зная отмѣтку точки стоянки съ инструментомъ, а также высоту надъ ней центра объектива инструмента, легко получить отмѣтки всѣхъ точекъ. По отмѣткамъ же точекъ мѣстности можно, согласно § 213 стр. 496, интерполяціей найти на планѣ между ними мѣста точекъ, имѣющихъ одинаковыя отмѣтки, напр., въ цѣлыхъ саженяхъ. Соединяя плавными кривыми такія точки на планѣ, получимъ горизонтали—конечную цѣль работы.

§ 428. Фототеодолиты системы Лосседа и Поллака[1]). Для производства фототопографической съемки имѣется нѣсколько системъ инструментовъ, описаніе и чертежи которыхъ можно, напримѣръ, найти у *P. Тилле* (журналъ М. П. С. за 1897 г. кн. 4 или въ отдѣльномъ изданномъ имъ въ 1908 году трудѣ). Всѣ они представляютъ собою обыкновенную фотографическую камеру съ различными приспособленіями для ея точной установки. Въ нихъ разстояніе матоваго стекла отъ объектива (разстояніе r картинной плоскости) есть величина постоянная, почти равная фокусному разстоянію f объектива камеры, почему онѣ и не имѣютъ раздвижного мѣха: когда разстоянія до предметовъ значительны, напримѣръ, нѣсколько сотъ метровъ, то разстояніе r плоскости изображенія (картины) за объективомъ остается почти постояннымъ, какъ и для безконечно удаленныхъ предметовъ, и только для незначительныхъ разстояній, меньшихъ 100 метр. величина r замѣтно мѣняется. Дѣйствительно: обозначимъ черезъ f фокусное разстояніе, черезъ R — разстояніе до предмета отъ центра линіи и черезъ r — разстояніе изображенія отъ него (точнѣе, отъ главныхъ точекъ), тогда, какъ извѣстно изъ оптики, получимъ уравненіе:

$$\frac{1}{R}+\frac{1}{r}=\frac{1}{f};$$

откуда

$$r=\frac{Rf}{R-f}=\frac{f}{1-\frac{f}{R}}=f\left(1-\frac{f}{R}\right)^{-1}$$

или приближенно

$$r=f+\frac{f^2}{R}.$$

При $f=200^{mm}$ получимъ

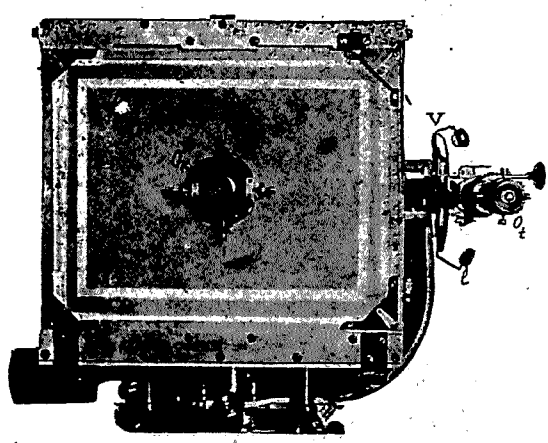
при $R=\infty$,	400^m,	100^m,	50^m,	20^m,	5^m,
$r-f=r-200=0{,}0^{mm}$	$0{,}1^{mm}$	$0{,}4^{mm}$;	$0{,}8^{mm}$;	2^{mm};	$8{,}3^{mm}$.

[1]) См. также § 443: Фототеодолитъ Цейсса.

Въ фототеодолитѣ системы Поллака [1]) при $f = 218{,}5^{mm}$, при измѣненіи разстоянія R отъ 10 саж. до ∞, фокусное разстояніе мѣняется на $2{,}5^{mm}$, что вполнѣ согласуется съ приведенными выше цифрами.

При геодезическихъ съемкахъ R всегда болѣе 100^{m} (50 саж.), а потому r съ погрѣшностью, не превышающею точности установки, можно считать постояннымъ.

Переходя къ описанію устройства фототеодолитовъ, замѣтимъ, что въ аппаратахъ съ камерой, не вращающейся на горизонтальной оси, матовое стекло всегда остается вертикальнымъ; въ другихъ же—всю камеру вмѣстѣ съ матовымъ стекломъ можно наклонять относительно вертикальной плоскости на нѣкоторый уголъ и даже перевести черезъ зенитъ около горизонтальной оси. Аппараты, у которыхъ фотографическая камера соединена съ теодолитомъ, принято называть *фототеодолитами*. При этомъ теодолитъ или можетъ быть отдѣленъ отъ камеры и поставленъ на тотъ же штативъ, или же теодолитъ (правильнѣе, визирный его снарядъ — зрительная труба) образуется объективомъ камеры и окуляромъ, врѣзаннымъ въ матовое стекло, какъ, напримѣръ, въ фототеодолитѣ системы Поллака; у него, помимо окуляра O_t зрительной трубы (черт. 768), соединенной съ вертикальнымъ кругомъ V (съ лупами l), имѣется еще окуляръ O_k къ объективу камеры, врѣзанный въ матовое стекло. Другіе аппараты имѣютъ или буссоль, или совсѣмъ не имѣютъ угломѣрнаго инструмента и лимба, имѣющагося у первыхъ.



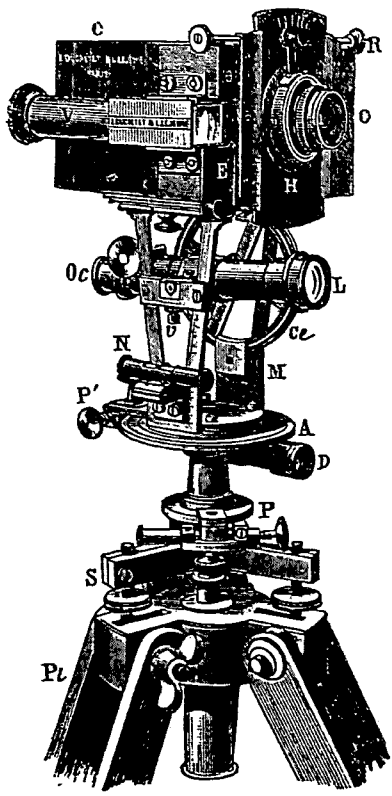
Черт. 768.

Фототеодолитъ системы Лосседа. Первый инструментъ, спеціально построенный для съемочныхъ цѣлей, — фототеодолитъ изобрѣтателя фотограмметріи, полковника французской службы *Лосседа*, былъ сдѣланъ Бруннеромъ въ 1858—59 г., который затѣмъ подвергся ряду измѣненій. Въ 1895 году по указанію того же Лосседа выпущенъ парижской фирмой E. Ducretet & L. Lejeune новый легкій фототеодолитъ [2]) (черт. 769). Онъ состоитъ 1) изъ обыкновеннаго повторительнаго теодолита на трехъ подъемныхъ винтахъ S, которыми онъ устанавливается на легкій французской системы штативъ Pl (радіусъ головы около 5 сантиметр.) и прикрѣпляется къ послѣднему обычнымъ становымъ винтомъ и 2) *изъ небольшой*, имѣющей

[1]) Инструментъ, которымъ работали на Кавказѣ. См. докладъ, читанный въ Кавказск. отдѣленіи Имп. Рус. Технич. Общ. инженеромъ п. с. П. И. Щуровымъ. Экземпляръ такого инструмента имѣется въ Межевомъ Институтѣ.

[2]) Случайно пріобрѣтенный экземпляръ такого типа отъ инженера Д. Н. Головнина имѣется въ геодезическомъ кабинетѣ Института Инженеровъ Путей Сообщенія Императора Николая II.

въ сѣченіи, перпендикулярномъ къ вертикальной оси, видъ трапеціи, латунной фотографической камеры *CH*, помѣщаемой или сверху, какъ это дѣлалось раньше, надъ зрительной трубою *LOc*, на верхнихъ концахъ трегера *NM*, или соединяемой съ зрительной трубой *LOc*, располагая ее сбоку камеры, симетрично съ трубочкой-искателемъ *V* и уменьшая тѣмъ самымъ малую устойчивость инструмента на маленькой головкѣ штатива. Матовое стекло камеры можетъ замѣняться выдвижной рамой съ кассеткой на 2 пластинки $6^1/_2 \times 9$ сант.[1]). Эту рамку-кассетку можно замѣнить другими, имѣющимися при инструментѣ въ запасѣ кассетками, даже при полномъ дневномъ свѣтѣ.



Черт. 769

Широкоугольный (съ большимъ полемъ зрѣнія) объективъ *O* камеры состоитъ изъ двухъ чечевицъ, образующихъ комбинацію, называемую *прямолинейною — апланатическою*, т. е. дающей изображеніе предметовъ безъ всякаго искаженія; онъ имѣетъ фокусное разстояніе въ 75 миллим. (въ экземплярѣ училища оно равно 141 миллим.); уголъ между двумя крайними горизонтальными точками, отмѣченными на фотографіяхъ, т.-е. поле зрѣнія, равенъ 60°. Объективъ снабженъ *ирисовой* діафрагмой съ измѣняющимся діаметромъ, дающей возможность мѣнять діаметръ отверстія объектива, и можетъ служить съ окрашенными экранами для полученія лучшихъ отчетливыхъ изображеній (фотографій) при значительномъ разстояніи и при пасмурной погодѣ. Быстрое наведеніе любой точки главной вертикали матоваго стекла въ фокусъ объектива достигается кремальеркой съ винтомъ *R*, съ помощью которыхъ вся пластинка *H* перемѣщается вверхъ и внизъ по шкалѣ съ дѣленіями; камера такимъ образомъ можетъ служить для большихъ разстояній при съемкѣ и для малыхъ — при сниманіи группъ и другихъ предметовъ, причемъ матовое стекло камеры всегда можетъ остаться совершенно вертикальнымъ. Искатель *V* съ приспособленіемъ для наведенія на фокусъ даетъ размѣры вида, покрываемаго чувствительной пластинкой; онъ имѣетъ большое отверстіе и когда бываетъ не нуженъ, то его объективъ закрывается крышкой (ставнемъ) *E*. Камера можетъ быть отдѣлена отъ теодолита и самостоятельно установлена на штативѣ. Внутри ея, въ плоскости матоваго стекла, прикрѣплены 4 зубца, находящіеся по серединѣ каждой стороны прямоугольника, и служатъ для обозначенія на снимкѣ направленій главной горизонтали и главной вертикали. Форматъ чувствительныхъ пластинокъ слишкомъ малъ

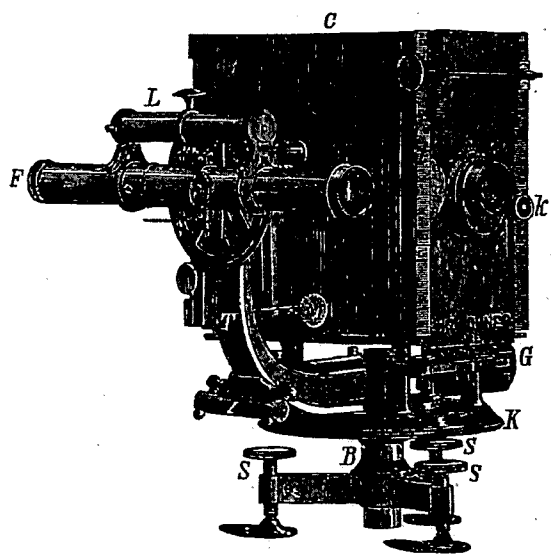
[1]) Въ экземплярѣ Института 12×16 такихъ кассетъ 10, по 5 въ двухъ ящикахъ-магазинахъ.

для полученія снимковъ, *годныхъ безъ увеличенія* для отысканія на нихъ ясно опредѣленныхъ точекъ въ достаточномъ количествѣ при составленіи плана мѣстности. И хотя при теодолитѣ имѣется приспособленіе къ увеличенію снимковъ до размѣра 18×24 сантиметровъ, но какъ бы то ни было, увеличеніе усложняетъ работу, поглощаетъ лишнее время и уменьшаетъ рѣзкость оригинальнаго негатива.

Зрительная труба LOc теодолита, находящаяся въ центрѣ лимба A, снабжена визирными нитями и уровнемъ, параллельнымъ оптической оси трубы, отдѣляющимся отъ нея; труба переводится черезъ зенитъ.

Центральное положеніе трубы обезпечиваетъ большую устойчивость теодолита сравнительно съ той, которая была бы, если бы труба помѣщалась внѣ центра—сбоку. Несмотря на это, въ экземплярѣ Института труба при камерѣ сбоку, но зато она легко можетъ быть отдѣлена отъ вертикальнаго аллюминіеваго круга и при помощи дополнительной подставки самостоятельно установлена на алидаду теодолита. Лимбъ A и вертикальный кругъ Ce, движущійся вмѣстѣ съ трубою, раздѣлены на полуграды, имѣютъ только по одному верньеру (безъ возможности уничтожить эксцентриситетъ) съ точностью въ 5 минутъ. Для приведенія лимба въ горизонтальное положеніе, при подставкѣ трубы находится уровень N. Лимбъ и алидада снабжены микрометренными винтами P и P'. Подъ лимбомъ помѣщена буссоль въ видѣ трубочки D. Нѣкоторыя части инструмента сдѣланы изъ аллюминія, вслѣдствіе чего вѣсъ ящика съ инструментомъ и магазинами-кассетами не достигаетъ 20 фунтовъ.

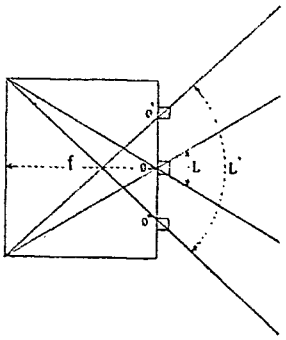
Фототеодолитъ системы Поллака (черт. 770) работы вѣнской фирмы Лехнера считался до послѣдняго времени самымъ совершеннымъ и былъ пріобрѣтенъ Министерствомъ путей сообщенія для работъ на Кавказѣ [1]). Онъ состоитъ также изъ камеры C, размѣра 18×24 сантим., помѣщающейся надъ коническимъ лимбомъ K теодолита; но зрительная его труба F съ уровнемъ L и вертикальнымъ кругомъ помѣщена сбоку, внѣ центра лимба, на подставкѣ T; вслѣдствіе этого съ противоположной трубѣ стороны камеры помѣщается противовѣсъ G. Объективъ O камеры системы Цейсса (анастигматъ) съ относительнымъ отверстіемъ $\left(\frac{h}{f}\right) = 1:18$, гдѣ h радіусъ отверстія объектива, съ постояннымъ фокуснымъ



Черт. 770.

[1]) Подобный же экземпляръ со всѣми принадлежностями пріобрѣтенъ Константиновскимъ Межевымъ Институтомъ и находится въ геодезическомъ его музеѣ.

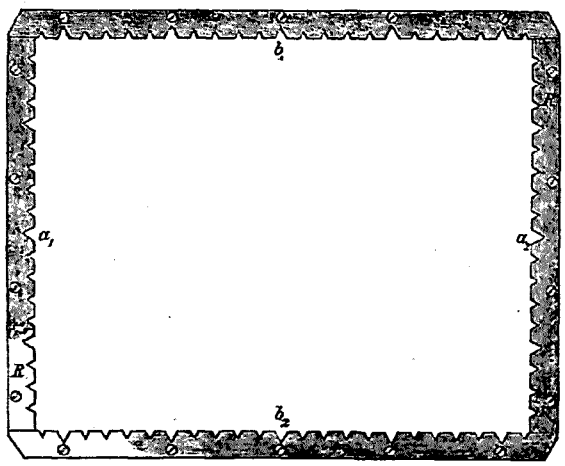
разстояніемъ = 212 миллим., имѣетъ вертикальное движеніе вверхъ и внизъ на 5 сантим. вдоль шкалы t съ конусомъ n и снабженъ діафрагмой ирисъ k.



Черт. 771.

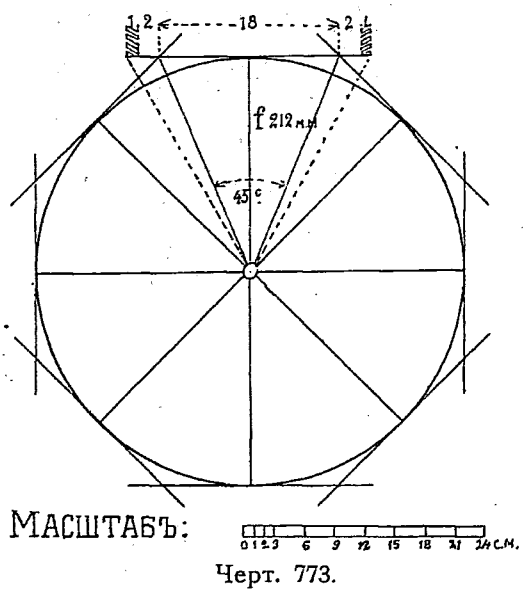
Благодаря тому, что объективъ камеры можетъ быть приподнятъ или опущенъ, вертикальный уголъ съемки (черт. 771) можетъ измѣняться, напр., съ 38° 14′ до 59° 51′, принимая во вниманіе наибольшія передвиженія въ обѣ стороны, а это даетъ возможность снимать весьма крутые и высокіе скаты. Точность ноніуса n шкалы t равна 0,1 миллиметра.

Въ серединѣ матоваго стекла врѣзанъ окуляръ съ сѣткою, образующею совмѣстно съ объективомъ вторую зрительную трубу теодолита (черт. 768). Для удобства обозначенія на фотографіи главной горизонтали и вертикали, внутри камеры, при матовомъ стеклѣ, имѣется рамка съ сантиметровыми дѣленіями (черт. 772), которая во время экспозиціи прикладывается къ чувствительной пластинкѣ. На краяхъ рамы сдѣланы вырѣзы черезъ каждый сантиметръ, причемъ на среднихъ вырѣзкахъ горизонтальныхъ и вертикальныхъ сторонъ имѣются болѣе длинные зубчики: a_1 и a_2, опредѣляющіе главную горизонталь, и b_1 и b_2, опредѣляющіе главную вертикаль. Къ рамкѣ особымъ приспособленіемъ плотно прижимается чувствительная пластинка, на которой сами собою и отпечатываются вырѣзы рамы, такъ что плоскости рамки и пластинки можно считать совпадающими.



Черт. 772.

Горизонтальный уголъ, захватываемый камерою = 51° 25′. Если приходится захватить большій уголъ, то дѣлаютъ два и болѣе снимка, вращая каждый разъ камеру около вертикальной оси на 45°. Остальные 6° даютъ мѣста общія двумъ снимкамъ (черт. 773).



Черт. 773.

Разстояніе пластинки отъ объектива всегда остается постояннымъ.

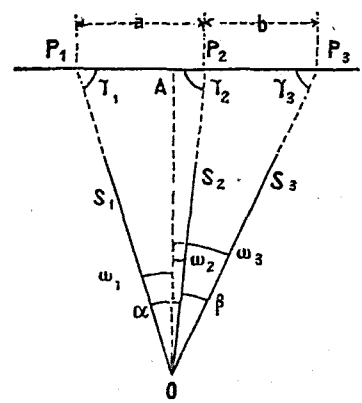
Для цѣлой панорамы требуется 8 снимковъ. Въ горизонтальномъ углѣ въ 45° получается на пластинкѣ изо-

браженіе (за выключеніемъ мѣста, занимаемаго сантиметровой рамой) въ 22 см., изъ которыхъ 18 см. приходятся на среднюю часть изображенія, а по два сантиметра на каждой сторонѣ (черт. 773) для крайнихъ частей, повторяющихся на прилегающихъ сосѣднихъ пластинкахъ.

При камерѣ имѣются уровни, буссоль и винты для повѣрки. При аппаратѣ два ящика съ 12 двойными кассетами въ обоихъ.

Труба F переводится черезъ зенитъ и снабжена дальномѣрною сѣткою; точность верньеровъ обоихъ круговъ одна минута. Этого рода приборомъ, помимо фотографической съемки, свободно можно производить тахеометрическую съемку и нивеллировку.

§ 429. Опредѣленіе разстоянія r отъ глаза до картинной плоскости и отысканіе на ней главнаго пункта. Допустимъ, что мы имѣемъ *одно* вертикальное *перспективное* изображеніе; постараемся прежде всего опредѣлить на немъ положеніе горизонта, а затѣмъ уже положеніе главной точки и, наконецъ, найдемъ разстояніе $AO = r$ (черт. 774) между главнымъ пунктомъ A картинной плоскости и глазомъ O.



Черт. 774.

Горизонтъ HH' легко найдется, если будутъ извѣстны, по крайней мѣрѣ, для двухъ точекъ картины углы высотъ η и углы направленій ω, послѣдніе, какъ и разстояніе $r = AO$, хотя бы *приближенно*. Что же касается угловъ высотъ η, то они должны быть *точно* измѣрены теодолитомъ, по крайней мѣрѣ, для двухъ пунктовъ. Тогда вычисливъ для этихъ точекъ по формулѣ (2) §-а 425-го, $y = r \,.\, sec\,\omega \,.\, tg\,\eta$ и отложивъ ихъ отъ соотвѣтствующихъ точекъ картины внизъ по вертикали, мы получимъ двѣ точки горизонта, черезъ которыя и проведемъ его на картинной плоскости. Вмѣстѣ съ тѣмъ мы этимъ построеніемъ получимъ проекціи на горизонтъ разсматриваемыхъ точекъ картины. Если при этомъ горизонтальные углы въ пространствѣ для точекъ перспективы были уже измѣрены, то, они, разумѣется, будутъ соотвѣтствующими горизонтальными углами между проекціями этихъ точекъ на горизонтъ. Допустимъ, 1) что *въ горизонтѣ картинной плоскости* взаимное положеніе трехъ точекъ P_1, P_2 и P_3 опредѣляется извѣстными ихъ разстояніями $P_1P_2 = a$ и $P_2P_3 = b$, и 2) что измѣрены горизонтальные углы $P_1OP_2 = \alpha$ и $P_2OP_3 = \beta$. По этимъ даннымъ мы опредѣлимъ положеніе главнаго пункта A и разстояніе $r = AO$. Здѣсь мы имѣемъ дѣло съ частнымъ случаемъ извѣстной уже намъ задачи *Потенота* (стр. 999), и вопросъ упрощается тѣмъ, что три данныя точки лежатъ на одной прямой. Рѣшеніе задачи *Потенота*, какъ извѣстно, основывается на нахожденіи величины угловъ γ_1 и γ_3 по ихъ суммѣ и разности. Въ нашемъ случаѣ сумма угловъ $\gamma_1 + \gamma_3$ найдется изъ $\triangle$-ка P_1P_3O. Для отысканія разности прибѣгнемъ къ методу нахожденія отношенія $\frac{Sin\,\gamma_3}{Sin\,\gamma_1}$,

обозначая его черезъ тангенсъ вспомогательнаго угла λ. Изъ чертежа имѣемъ:

$$S_2 = \frac{a}{Sin\ \alpha} \cdot Sin\ \gamma_1 = \frac{b}{Sin\ \beta} \cdot Sin\ \gamma_3 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

откуда

$$\frac{Sin\ \gamma_3}{Sin\ \gamma_1} = \frac{a}{Sin\ \alpha} : \frac{b}{Sin\ \beta} = tg\ \lambda \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Написавъ послѣднее выраженіе въ видѣ $\frac{Sin\ \gamma_1}{Sin\ \gamma_3} = \frac{1}{tg\ \lambda}$ и взявъ производную пропорцію, получимъ:

$$\frac{Sin\ \gamma_1 - Sin\ \gamma_3}{Sin\ \gamma_1 + Sin\ \gamma_3} = \frac{1 - tg\ \lambda}{1 + tg\ \lambda} = cotg\ (45^0 + \lambda)$$

или

$$tg\ \frac{\gamma_1 - \gamma_3}{2} = tg\ \frac{\gamma_1 + \gamma_3}{2}\ cotg\ (45^0 + \lambda) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Но такъ какъ изъ $\triangle\ P_1 P_3 O$ извѣстно, что

$$\gamma_1 + \gamma_3 = 180^0 - (\alpha + \beta) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

то

$$tg^1/_2\ (\gamma_1 + \gamma_3) = cotg^1/_2\ (\alpha + \beta) \text{ и}$$

$$tg\ \frac{\gamma_1 - \gamma_3}{2} = cotg^1/_2\ (\alpha + \beta)\ cotg\ (45 + \lambda) \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

Изъ равенствъ (4) и (5) найдутся γ_1 и γ_3. Уголъ $\gamma_2 = 180^0 - (\alpha + \gamma_1)$, а потому S_2 будетъ извѣстно изъ равенства (1), а S_1 и S_3 изъ равенствъ:

$$S_1 = \frac{a}{Sin\ \alpha} \cdot Sin\ \gamma_2 \text{ и } S_3 = \frac{b}{Sin\ \beta} \cdot Sin\ \gamma_2.$$

Углы направленій ω_1, ω_2 и ω_3, по отношенію къ AO найдутся такъ:

$$\omega_1 = 90^0 - \gamma_1,$$
$$\omega_2 = 90^0 - \gamma_2,$$
$$\text{и } \omega_3 = 90^0 - \gamma_3.$$

Искомое разстояніе r получится трижды:

$$r = S_1 \cdot Sin\ \gamma_1 = S_2 \cdot Sin\ \gamma_2 = S_3 \cdot Sin\ \gamma_3 = S_1 \cdot Cos\ \omega_1 = S_2 \cdot Cos\ \omega_2 = S_3 \cdot Cos\ \omega_3$$

или непосредственно по a, b и ω

$$r = \frac{a \cdot Cos\ \omega_1 \cdot Cos\ \omega_2}{Sin\ (\omega_2 + \omega_1)} = \frac{b \cdot Cos\ \omega_2 \cdot Cos\ \omega_3}{Sin\ (\omega_3 + \omega_2)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Также и абсциссы трехъ точекъ P_1, P_2, P_3 относительно A получатся вычисленіемъ

$$AP_1 = x_1 = S_1 \cdot Sin\ \omega_1 = r \cdot tg\ \omega_1$$
$$AP_2 = x_2 = S_2 \cdot Sin\ \omega_2 = r \cdot tg\ \omega_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$
$$AP_3 = x_3 = S_3 \cdot Sin\ \omega_3 = r \cdot tg\ \omega_3$$

Эти абсолютныя величины должны быть сопровождаемы знакомъ $+$ или $-$ ($+x$ — вправо отъ A и $-x$ — влѣво отъ A) такъ же, какъ и углы ω.

Числовой примѣръ.

P_1	$a = 79{,}4$ mm.	$\alpha = 23^0\ 05'$
P_2	$b = 71{,}2$ „	$\beta = 19^0\ 33'$
P_3		
	$a + b = 150{,}6$ mm.	$\alpha + \beta = 42^0\ 38'$
		$\gamma_2 + \gamma_2 = 137^0 22'$

Вычисленіе по приведеннымъ формуламъ даетъ:

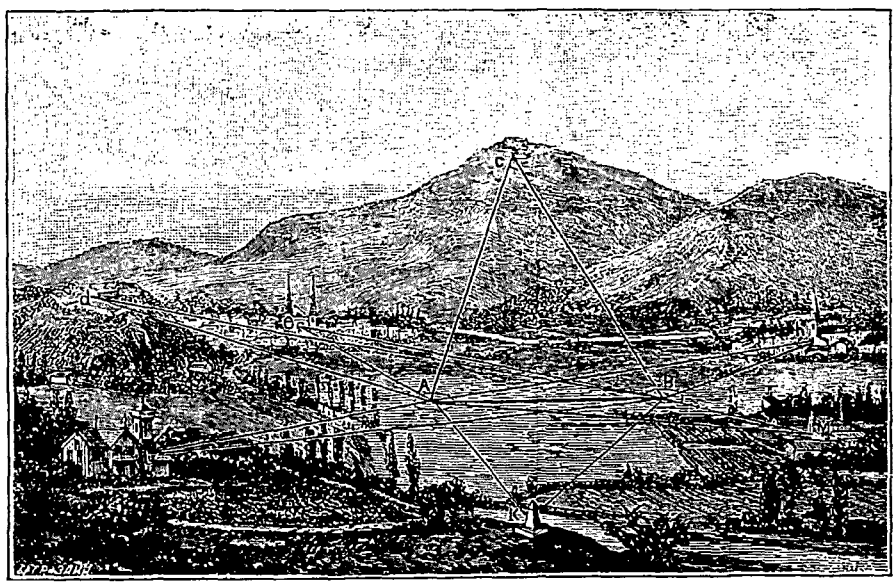
$\lambda = 43^0\ 35'\ 6''$	$\lambda + 45^0 = 88^0\ 35'\ 6''$	
$\gamma_1 = 72^0\ 18'\ 20''$	$\gamma_2 = 84^0\ 36'\ 40''$	$\gamma_3 = 65^0\ 3'\ 40''$
$\omega_1 = -17^0\ 41'\ 40''$	$\omega_2 = -5^0\ 23'\ 20''$	$\omega_3 = 24^0\ 56'\ 20''$
$s_1 = 201,\ 62$ mm.	$s_2 = 192{,}39$ mm.	$s_3 = 211,\ 83$ mm.
$x_1 = -61,\ 28$ mm.	$x_2 = +18{,}12$ mm.	$x_3 = +89,\ 32$ mm.
	$r = 192{,}06$ mm.	

Повѣрка: $x_2 - x_1 = 79,\ 40$ mm. $= a$ и $x_3 - x_2 = 71,\ 20$ mm. $= b$.

Такимъ образомъ будетъ извѣстно положеніе главной точки A, если отложимъ отъ P_1 вправо 61,28 mm., или отъ P_2 — влѣво 18,12 mm.

Если извѣстно, что главный пунктъ картины находится близъ средины листа, то достаточно *двухъ точекъ* для опредѣленія разстоянія или исправленія перваго предположенія относительно положенія главнаго пункта.

Если взаимное разстояніе обѣихъ точекъ и разстояніе каждой изъ нихъ до станціи извѣстно, а также извѣстны относительныя высоты этихъ точекъ надъ станціею,



Черт. 775.

то разстояніе r еще проще и легче опредѣляется. На практикѣ этотъ случай встрѣтится тогда, когда сама станція C (черт. 775) и оба *взятые на мѣстности* пункта A и B представляютъ собою точки тріангуляціи.

Въ этомъ случаѣ x_1 и y_1 координаты точки A } взяты съ фотографіи,
„ x_2 и y_2 „ „ B }
D_1 данное разстояніе между станціею C и точкою A
D_2 „ „ „ „ C „ B

h_1 данная относительная высота точки A надъ станціею C
h_2 » » » » B » » »

Тогда, обозначая черезъ S_1 и S_2 горизонтальныя проложенія разстояній отъ проекціи O (черт. 774) станціи C до проекціи P_1 и P_2 (взятыхъ на мѣстности точекъ A и B), найдемъ:

$$\left.\begin{array}{l} S_1 : D_1 = y_1 : h_1 \\ S_2 : D_2 = y_2 : h_2 \end{array}\right\} \text{ откуда } \begin{array}{l} S_1 = y_1 \cdot \dfrac{D_1}{h_1} \\ S_2 = y_2 \cdot \dfrac{D_2}{h_2} \end{array}$$

Уголъ α можетъ быть измѣренъ въ полѣ, или высчитанъ изъ треугольника P_1OP_2 по формулѣ плоской тригонометріи

$$tg\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(p-D_1)(p-D_2)}{p(p-D_3)}},$$

гдѣ $2p = D_1 + D_2 + D_3$ и $D_3 = P_1P_2$.

Само разстояніе r опредѣлится, если, напримѣръ, вычислимъ площадь F треугольника OP_1P_2, а именно: $2F = S_1 . S_2 . Sin\ \alpha = S_1 . a . Sin\ \gamma_1 = S_2 . a . Sin\ \gamma_2$, такъ какъ $2F = a . r$ и

$$r = \frac{2F}{a} \quad \text{. . . . . (8)}$$

Числовой примѣръ: $\alpha = 28^\circ\ 2'\ 30''$

$D_1 = 3250$ m, $D_2 = 9720$ m, $h_1 = 181{,}10$ m, $h_2 = 279{,}77$ m.

По измѣреніи пластинки найдены

$x_1 = -46{,}05$ mm $\qquad y_1 = +13{,}75$ mm
$x_2 = +75{,}40$ mm $\qquad y_2 = +\ 7{,}30$ mm

Вычислено

$S_1 = 246{,}77$ mm
$S_2 = 253{,}62$ mm
$\gamma_1 = 79^\circ\ 7'\ 1{,}1''$
$\gamma_2 = 72^\circ\ 50'\ 28{,}9''$

$r_2 = 0{,}242331$ m $\qquad$ или $\qquad r_3 = 0{,}242354$ m
$r_2 = 242{,}331$ mm $\qquad\qquad r_3 = 242{,}354$ mm

$$\text{среднее } r_0 = \frac{r_2 + r_3}{2} = 242{,}342 \text{ mm}$$

$\omega_1 = 90^\circ - \gamma_1 = 10^\circ\ 52'\ 58{,}9''$ и $\omega_2 = 90 - \gamma_2 = 17^\circ\ 9'\ 31,\ 1''$
$x_1 = r\ .\ tg\omega_1 = 46{,}59$ mm; $x_2 = rtg\omega_2 = 74{,}82$ mm.
Измѣрено по пластинкѣ 46,05 и 75,40
разность + 0,54 —0,42

Углы наклона измѣрены $\beta_1 = 3^\circ\ 11'\ 30''$ | $\beta_2 = 1^\circ\ 38'\ 30''$

$$y_1 = \frac{r}{Crs\ \omega_1} tg\beta_1,\ y_2 = \frac{r}{Cos\ \omega_2} \cdot tg\beta_2 .$$

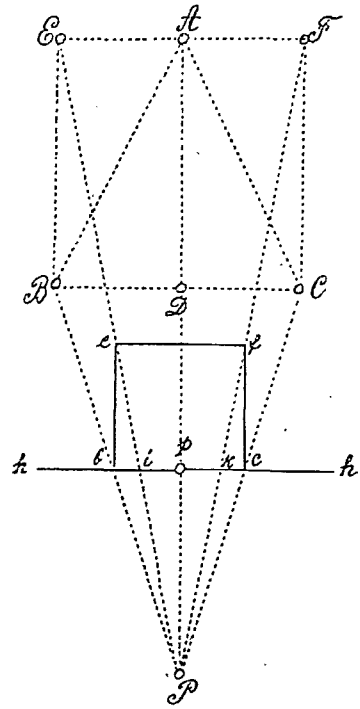
Вычислено

$y_1 = 13{,}761$ mm, $y_2 = 7{,}269$ mm.
Измѣрено по пластинкѣ $y_1' = 13{,}75$ и $y_2' = 7{,}30$
разность + 0,01 — 0,03

§ 430. Приближенный способъ Легро[1]) **для графическаго построенія r.** На мѣстности 4 вѣхами разобьемъ сперва такой треугольникъ ABC (черт. 776), съ высотою AD, въ которомъ основаніе BC равно высотѣ AD, а затѣмъ вѣхами E и F дополнимъ треугольникъ ABC до полнаго квадрата $EFBC$. Послѣ чего саженяхъ въ 12 — 13 отъ D, по продолженію линіи AD, въ

[1]) *V. Legros.* Elements de Photogrammétrie. Paris 1892.

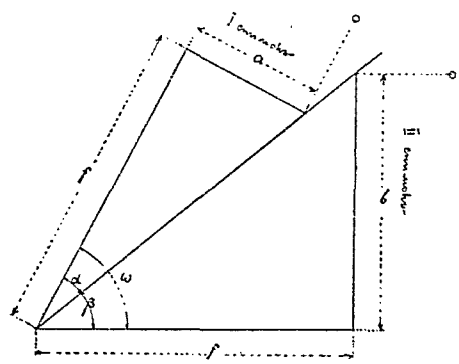
точкѣ P установимъ фотографическую камеру (если фокусное разстояніе объектива приблизительно равно 20 см., то DP берется не менѣе 25 метровъ). Размѣры квадрата должны быть таковы, чтобы вѣхи B и C основанія треугольника помѣстились ближе къ краямъ пластинки. Вѣха D должна закрывать вѣху A, т. е. обѣ онѣ должны находиться на оси объектива. На матовомъ стеклѣ фотографической камеры получится перспективное изображеніе мѣстности съ изображеніемъ вѣхъ 1) E и F, 2) B и C и 3) D. Указаннымъ въ § 427 путемъ намѣтимъ главную горизонталь hh, и на ней отмѣтимъ точки b, c, p, i и k изображеній вѣхъ B, C, D, E и F. Отмѣтивъ взаимное положеніе точекъ b, i, p, k и c на стеклѣ, *на бумагѣ строимъ по сторонѣ bc квадратъ $bcfe$.* Соединяя затѣмъ e съ i и f съ k, получимъ на пересѣченіи линій ei и fk точку P. Длина pP дастъ искомое фокусное разстояніе. Дѣйствительно, такъ какъ перспективная проекція—проекція конформная (подобная, сохраняющая величины угловъ) [1]), то отношеніе $BE : be = BC : bc$; но $BE : be = PB : Pb$ и $CP : cP = FC : fc$, а потому $\triangle BPC \sim \triangle bPc$. Изъ чего слѣдуетъ, что $BC : bc = DP : pP$, т. е. pP есть разстояніе $r = f + \frac{f^2}{R}$ (см. § 428) изображенія отъ глаза.



Черт. 776.

§ 431. Опредѣленіе фокуснаго разстоянія f объектива при помощи двухъ снимковъ. Поставивъ саженяхъ въ 20 отъ аппарата сигналъ (вѣху) и сдѣлавъ отсчетъ на горизонтальномъ лимбѣ, дѣлаемъ первый снимокъ; повернувъ затѣмъ камеру по горизонту на произвольный уголъ и сдѣлавъ второй отсчетъ по лимбу, приступаютъ къ фотографированію второго снимка.

Если теперь отмѣтимъ на каждомъ снимкѣ горизонтальную проекцію сигнала (вѣхи), нанесемъ на листѣ бумаги направленія снимковъ и построимъ для каждаго снимка направленіе на горизонтальную проекцію сигнала (на вѣху), то (черт. 777), при правильно намѣченномъ фокусномъ разстояніи, оба направленія на сигналъ будутъ совпадать.



Черт. 777.

Вслѣдствіе этого можно сказать, что самый способъ отысканія величины f будетъ основанъ на слѣдующемъ. Беремъ съ каждаго негатива циркулемъ абсциссу изображенія сигнала: a и b. Углы α и β—неизвѣстны, но сумма ихъ $\alpha + \beta = \omega$ равна разности отсчетовъ, сдѣланныхъ по горизонтальному лимбу.

И такъ какъ $tg\alpha = \frac{a}{f}$ и $tg\beta = \frac{b}{f}$, то

[1]) См. гл. X, о проекціяхъ картъ.

$$tg(\alpha+\beta)=tg\omega=\frac{tg\alpha+tg\beta}{1-tg\alpha\ tg\beta}=\frac{\frac{a}{f}+\frac{b}{f}}{1-\frac{ab}{f^2}}$$

или $tg\omega=\frac{(a+b)f}{f^2-ab}$. Откуда

$$f^2tg\omega+ab\,.\,tg\omega-(a+b)f=o$$

и, по рѣшенiи этого квадратнаго уравненiя, получимъ

$$f=\frac{a+b\pm\sqrt{a^2+b^2+2ab+4ab\,.\,tg^2\omega}}{2tg\omega}.$$

При $\omega=45^0\ldots$ $f=\frac{a+b+\sqrt{a^2+6ab+b^2}}{2}$

Въ случаѣ, когда $\alpha=\beta=22^030'$, достаточно имѣть одинъ снимокъ, ибо тогда абсцисса $a=b$. Измѣривъ ее по снимку, получимъ $f=\frac{a}{tg\,22^030'}=2{,}4105a$. Для того чтобы $\alpha=\beta=22^030'$ достаточно сдѣлать два наведенiя *трубою* на сигналъ-вѣху (Кр. Пр. и Кр. Л.), взять среднее изъ отчетовъ m и прибавить къ нему $22^030'$, т. е., высчитавъ $m+22\frac{1}{2}^0=s$, установить на него ноль верньера и сдѣлать требуемый снимокъ.

§ 432. Повѣрки фототеодолита должны быть сдѣланы какъ по отношенiю къ его частямъ, образующимъ своей совокупностью теодолитъ-тахеометръ съ внѣцентренною трубою и уровнемъ, параллельнымъ ея оптической оси, такъ и по отношенiю къ камерѣ, матовое стекло которой должно во все время работы оставаться вертикальнымъ.

Здѣсь мы остановимся только на повѣркѣ камеры, такъ какъ остальныя повѣрки уже изложены нами въ статьяхъ объ угломѣрныхъ инструментахъ и о тахеометрахъ. Обратимъ только наше вниманiе на то, что при изслѣдованiи коллимацiонной ошибки зрительной трубы необходимо наведенiе дѣлать на достаточно удаленную точку, лежащую не ближе 1,5 версты отъ теодолита, такъ какъ только при такомъ разстоянiи не сказывается на отсчетахъ (при *К. П.* и *К. Л.*) внѣцентренность трубы или же произвести эту повѣрку, какъ въ универсальномъ инструментѣ.

Повѣрка камеры. Къ камерѣ предъявляютъ слѣдующiя условiя: 1) *матовое стекло, при горизонтальности лимба, должно быть вертикально и* 2) *линiя, соединяющая центръ рамки съ центромъ объектива камеры, должна быть горизонтальна и параллельна визирной оси зрительной трубы теодолита, при совпаденiи нулей верньера и вертикальнаго круга, а главныя горизонталь и вертикаль должны быть дѣйствительно горизонтальной и вертикальной линiями.*

1. Повѣрка вертикальности матоваго стекла и совпадающей съ нимъ рамки фотографической камеры дѣлается отъ времени до времени, причемъ самая повѣрка производится слѣдующимъ образомъ: около горизонтально установленной камеры ставятъ вертикально нивеллирную рейку съ дѣленiями, а въ сторонѣ отъ нихъ, саженяхъ въ 10—15—нивеллиръ. По-

вернувъ камеру такъ, чтобы дѣленія рейки отразились отъ блестящей стороны матоваго стекла (какъ въ зеркалѣ) и установивъ вертикальную ось вращенія вывѣреннаго нивеллира въ отвѣсное положеніе, дѣлаютъ по горизонтальной его нити (горизонтальнымъ лучемъ зрѣнія) отсчетъ по рейкѣ; затѣмъ наводятъ трубу нивеллира на отраженіе рейки въ матовомъ стеклѣ камеры и здѣсь дѣлаютъ второй отсчетъ по горизонтальной нити. Если оба отсчета совпадаютъ, то стекло вертикально, если нѣтъ — исправляютъ его положеніе исправительнымъ винтомъ подъ объективомъ камеры, до полнаго равенства обоихъ отсчетовъ. Ту же повѣрку достаточно точно можно сдѣлать при помощи отвѣса и его отраженнаго изображенія въ матовомъ стеклѣ.

Для того, чтобы не повѣрять впослѣдствіи каждый разъ, при работахъ, вертикальности рамки, тотчасъ послѣ произведенной указаннымъ выше способомъ повѣрки вертикальности матоваго стекла, приставляютъ къ рамкѣ дополнительный уровень на треугольникѣ и устанавливаютъ исправительнымъ его винтомъ пузырекъ на середину трубки, послѣ чего и пользуются при работахъ такимъ вывѣреннымъ уровнемъ.

2. Для повѣрки условія относительно параллельности линіи, соединяющей центръ объектива камеры съ центромъ рамки, къ оптической оси зрительной трубы теодолита, при совпаденіи нулей верньера и алидады вертикальнаго круга, или, что то же самое, параллельности коллимаціонныхъ плоскостей у зрительной трубы теодолита и у фотографической камеры поступаютъ такъ: приводятъ лимбъ въ горизонтальное положеніе, совмѣщаютъ нуль верньера съ нулемъ вертикальнаго круга и выставляютъ саженяхъ въ 25 отъ теодолита миру. На этой мирѣ, движущейся вдоль вертикальной подставки-палки, наносятъ предварительно горизонтальную и двѣ вертикальныхъ линіи — одну въ центрѣ миры, другую боковую на разстояніи, равномъ разстоянію отъ центра объектива камеры до визирной оси трубы. Установивъ по отвѣсу палку миры, перемѣщаютъ по ней дискъ миры до тѣхъ поръ, пока пересѣченіе нитей зрительной трубы, направленной на миру, не придется на горизонтальную линію миры, въ точку пересѣченія ея боковою вертикальною линіею. Сдѣлавъ такое наведеніе трубы на приподнятую миру (движеніемъ алидады по лимбу), смотрятъ, приходится ли изображеніе центра миры на пересѣченіе нитей окуляра, врѣзаннаго въ матовое стекло; если нѣтъ и уклоненіе незначительно, то исправительными винтами этого окуляра устанавливаютъ пересѣченіе его нитей на центръ изображенія миры и тѣмъ достигаютъ требуемой параллельности между визирными осями зрительной трубы и камеры. Затѣмъ, покрывшись чернымъ сукномъ и вращая камеру вокругъ вертикальной оси теодолита сперва въ одну, а затѣмъ въ другую сторону, смотримъ черезъ матовое стекло и его окуляръ, остается ли изображеніе центра миры на горизонтальной нити и совмѣщается ли оно съ средними зубцами рамки, опредѣляющими главную горизонталь. Въ случаѣ совпаденія съ обоими зубцами мы убѣждаемся, что главная горизонталь дѣйствительно горизонтальна; въ случаѣ же несовпаденія исправленіе дѣлается при помощи винтовъ, расположенныхъ на верху камеры. Для повѣрки

правильности главной вертикали поступаемъ такъ: сдѣлавъ наведеніе креста нитей зрительной трубы на боковую вертикаль миры, дѣлаемъ отсчетъ a на горизонтальномъ лимбѣ. Приподнявъ или опустивъ нѣсколько объективъ, отводимъ изображеніе центра миры къ одному краю рамки и дѣлаемъ второй отсчетъ b по лимбу. Потомъ отодвигаемъ изображеніе центра миры къ другому краю рамки и дѣлаемъ третій отсчетъ c по лимбу. Полусумма $^1/_2\ (b+c)$ должна въ предѣлахъ точности отсчитыванія по верньеру лимба равняться отсчету a, если главная вертикаль занимаетъ правильное положеніе; такъ какъ $b-a$ должно быть равно $a-c$, то $(b-a)-(a-c)=o$; откуда $(b+c)=2a$ или $\frac{1}{2}(b+c)=a$. Если же окажется налицо разность $r=\frac{1}{2}(b+c)-a$, то вводятъ ее въ послѣдній отсчетъ c съ соотвѣтствующимъ знакомъ. Напр., если $a=20°0'$; $b=30°15'$ и $c=9°,35'$, то $r=\frac{1}{2}(39°50')-20°=-5'$ и $c'=c-r=9°35'+5'=9°40'$.

Получивъ исправленный отсчетъ c', устанавливаютъ на него нуль верньера лимба, чрезъ что изображеніе отодвинется отъ края рамки. Тогда, дѣйствуя винтомъ, находящимся слѣва вверху камеры, снова совмѣщаютъ изображеніе центра миры съ краемъ рамы.

Примѣчаніе. Эта повѣрка предполагаетъ, что рамка съ зубцами не находится на своемъ истинномъ мѣстѣ относительно матоваго стекла; а потому для правильной ея установки и приходится ее перемѣщать исправительными винтами.

Для возможности дѣйствовать этими винтами приходится предварительно ослаблять соотвѣтствующіе винты, находящіеся внутри камеры, а по окончаніи повѣрки вновь ихъ закрѣпить. Само собою разумѣется, что насколько передвинется, при передвиженіи рамки, лѣвый ея край, настолько же перемѣстится и правый, а вмѣстѣ съ ними и главная вертикаль.

§ 433. Производство полевой работы фототеодолитомъ основано на общемъ для всѣхъ родовъ съемокъ правилѣ перехода *„отъ общаго къ частному“*, и, слѣдовательно, при фото-топографическихъ работахъ такъ же, какъ и при другихъ родахъ инструментальной съемки требуется предварительное (или попутное) опредѣленіе основныхъ, такъ называемыхъ *опорныхъ* точекъ съемки, которыми, какъ намъ уже извѣстно, могутъ быть или *пункты* разбитой на мѣстности *тригонометрической сѣти*, или *вершины* проложеннаго на мѣстности *полигона*. Послѣдній пріемъ иногда называютъ *съемкой маршрута* или *способомъ обхода*, а иногда *„разбивкою магистрали“*; онъ съ успѣхомъ примѣняется при желѣзнодорожныхъ изысканіяхъ и можетъ быть выполненъ тѣмъ же фототеодолитомъ, по правиламъ тахеометрической съемки, т. е. съ опредѣленіемъ разстояній между полигонометрическими пунктами дальномѣромъ, горизонтальныхъ угловъ отсчетами азимутовъ по лимбу и превышеній — съ помощью угловъ наклоненія, взятыхъ по вертикальному кругу. Иногда же магистраль предварительно

снимаютъ угломѣромъ и стальной лентой, а затѣмъ нивеллируютъ геометрически, т. е. обыкновеннымъ нивеллиромъ.

При попутномъ, т. е. одновременномъ съ фотографическою съемкою, составленіи сѣти опорныхъ точекъ выгоднѣе заранѣе произвести рекогносцировку мѣстности для болѣе удачнаго выбора мѣстъ какъ для точекъ сѣти, такъ и для станцій (точекъ установки фотографической камеры).

Способъ составленія тригонометрической сѣти можно рекомендовать въ тѣхъ случаяхъ, когда наблюдатель можетъ оставаться нѣкоторое (болѣе или менѣе продолжительное) время на мѣстности, подлежащей съемкѣ на планъ, и самъ планъ въ горизонталяхъ долженъ быть составленъ въ крупномъ масштабѣ, напр. $\frac{1}{1000}$ и не мельче $\frac{1}{20000}$. Во всѣхъ же остальныхъ случаяхъ, когда наблюдатель долженъ почти безостановочно двигаться по снимаемой мѣстности, довольствуясь собираніемъ свѣдѣній, только строго необходимыхъ для составленія своего маршрута въ мелкомъ масштабѣ (отъ $\frac{1}{20000}$ до $\frac{1}{50000}$, т. е. отъ 200 саженъ въ сотнѣ до одной версты въ сотнѣ) и для выраженія на немъ лишь общаго (главнаго) характера снятой мѣстности, тогда примѣняютъ способъ обхода.

Иногда для малоизслѣдованныхъ странъ довольствуются *астрономически* опредѣленными пунктами (положеніе которыхъ опредѣляется географическою широтою φ и долготою λ изъ наблюденій надъ солнцемъ или звѣздами), между которыми идутъ маршрутомъ, причемъ разстояніе между станціями опредѣляютъ приближенно (дальномѣромъ, шагами, временемъ и даже на глазъ); магистраль, слѣдовательно, снимается пріемами такъ называемыхъ *летучихъ* съемокъ малой точности.

Наконецъ, въ томъ случаѣ, когда идетъ рѣчь о съемкѣ небольшихъ участковъ, можно довольствоваться двумя станціями, однако, располагая ихъ такъ, чтобы: 1) на фотографіи съ одной было видно мѣсто другой и чтобы 2) съ обѣихъ станцій получалось достаточное число общихъ точекъ, необходимыхъ для построенія плана.

Разстояніе между обѣими станціями—*базисъ* должно быть опредѣлено (измѣрено); при этомъ также измѣряются горизонтальные углы между базисомъ и главнымъ лучемъ снимка или же опредѣляются азимуты базиса и главныхъ лучей (осей) снимковъ. Можно также съ базиса засѣкать точку, общую для обоихъ снимковъ и рѣзко (ясно и безспорно) обозначенную на мѣстности.

А. Пріемъ составленія тригонометрической сѣти при фото-топографической съемкѣ остается прежній, а именно: избравъ базисъ, нужно возможно точнѣе его измѣрить имѣющимися подъ руками средствами, затѣмъ опредѣлить его азимутъ и, наконецъ, перейти къ измѣренію угловъ треугольниковъ и зенитныхъ разстояній (или дополняющихъ ихъ до 90° угловъ наклоненія).

Вершины треугольниковъ сѣти чаще всего служатъ фотографическими станціями и должны удовлетворять условію, чтобы изъ каждой станціи были видимы двѣ другія, дабы каждую станцію можно было за-

сѣчь съ двухъ другихъ, и чтобы снимаемый участокъ весь *равномѣрно* былъ покрытъ станціями, притомъ такъ, чтобы его можно было весь снять при помощи фотографированія съ этихъ станцій. При этомъ нѣтъ необходимости, чтобы тригонометрическіе пункты непремѣнно были и фотографическими станціями; но *существенно важно, чтобы каждая изъ станцій была возможно ближе къ пунктамъ сѣти и тщательно къ нимъ привязана* (горизонтальной и вертикальной съемкой, см. статью о пользованіи тригонометрической сѣтью для детальной съемки и о значеніи нивеллирныхъ реперовъ).

Понятно, что чѣмъ крупнѣе масштабъ, тѣмъ болѣе должно быть опредѣлено основныхъ точекъ, слѣдовательно, тѣмъ короче должны быть стороны треугольниковъ. Напримѣръ, для масштаба $^1/_{1000}$ до $^1/_{5000}$ достаточенъ базисъ въ 200—300 метровъ и стороны треугольниковъ, заключающіяся между 500 и 2000 метровъ и даже длиннѣе; при масштабѣ отъ $^1/_{5000}$ до $^1/_{10000}$ стороны могутъ достигать 4—5 километровъ, а начиная съ $^1/_{20000}$ могутъ простираться до 10—12 километровъ, но тогда, конечно, часто придется прибѣгать къ дополнительнымъ станціямъ. Такъ какъ точки плана получаются засѣчками, то для возможности примѣненія этого способа съ надлежащимъ успѣхомъ, необходимо соблюдать условіе, чтобы направленія не пересѣкались подъ углами слишкомъ острыми или тупыми (не менѣе 30° и не болѣе 150°). Если допустимъ, что разстояніе отъ точки зрѣнія до картины (фокусное разстояніе объектива въ фотографическихъ аппаратахъ) равно 0,30 метра, то длины линій, пересѣченіями которыхъ получаются точки плана, можно доводить до 0,40 и даже до 0,50 метра, такъ какъ тогда соотвѣтствующія имъ линіи на мѣстности, согласно вышеприведенныхъ масштабовъ и будутъ достигать ранѣе указанныхъ размѣровъ. Такъ, при масштабѣ $^1/_{1000}$ линія плана въ 0,5 метра, будетъ соотвѣтствовать 500 метрамъ, при $^1/_{5000}$—2500, а для масштаба $^1/_{20000}$—10 километрамъ. Само собою разумѣется, что число станцій увеличивается или уменьшается сообразно съ характеромъ снимаемаго участка. Въ виду этого и полезна предварительная рекогносцировка, если только на нее хватаетъ времени. Правильный выборъ станцій сокращаетъ ихъ число, а слѣдовательно, и число снимковъ, а потому не слѣдуетъ особенно скупиться временемъ на рекогносцировку.

При составленіи плана сѣть, согласно сдѣланнаго отъ руки наброска (кроки, абриса), наносится въ масштабѣ плана на бумагу. Нанося на планъ, по точкамъ сѣти, станціи (болѣе подробно о чемъ будетъ сказано ниже), не совпадающія съ вершинами треугольниковъ, легко замѣтить, что со станцій, образующихъ внѣшній полигонъ (границу) участка, нѣтъ надобности имѣть снимки, расположенные по всему горизонту (на 360°) и часто число снимковъ съ такихъ станцій, вмѣсто 6 или 8, сокращается до 3 и даже до 2. Кромѣ того, въ странахъ очень гористыхъ, гдѣ восхожденія на вершины могутъ быть длинны и трудны, приходится довольствоваться выборомъ станцій на склонахъ на средней высотѣ и тогда чаще всего достаточно снять половину горизонта. Число снимковъ, какъ уже выше было замѣчено, зависитъ отъ поля зрѣнія объектива; въ настоящее время въ

широкоугольныхъ объективахъ поле зрѣнія доходитъ до 90°, а слѣдовательно, число снимковъ всего горизонта можетъ быть сведено къ 4; однако, *при построеніи плана* болѣе удобны снимки меньшаго протяженія; поэтому Лосседа остановился на амплитудѣ въ 60° и даже 45°, что и вызываетъ необходимость доводить число снимковъ до 6 или 8 по всему горизонту.

Примѣчаніе. При размѣрѣ пластинокъ 18×24, для полученія амплитуды въ 60° фокусное разстояніе объектива камеры должно быть равнымъ около 0,20 метра ($^{24}/_{2}\ \sqrt{3} = 12 . 1{,}73 = 20{,}76$ сантим.). Опытъ показываетъ, что фокусное разстояніе можетъ быть равнымъ 0,30 метра. При амплитудѣ въ 45° фокусное разстояніе доходитъ до 0,27 метра и совершенно допустимо.

Для путешествія болѣе удобны пластинки 13×18, такъ какъ при равномъ вѣсѣ онѣ позволяютъ число ихъ значительно увеличить, хотя по возвращеніи изъ путешествія приходится прибѣгать къ увеличенію снимковъ. При амплитудѣ въ 60° фокусное разстояніе выходитъ равнымъ $^{18}/_{2} \cdot \sqrt{3} = 15{,}57$ сантим., а потому, если камера въ путешествіи имѣла объективъ съ $f = 14$ сантим., и снимки должны быть увеличены до размѣровъ 18×24, то достаточно для увеличенія имѣть камеру съ нормальнымъ фокуснымъ разстояніемъ въ 0,30 метра; такой способъ принятъ въ Канадѣ.

В. Съемка маршрутовъ или способъ обхода примѣняется для узкихъ полосъ и заключается въ разбивкѣ и нивеллировкѣ магистрали, точки поворотовъ которой и даютъ опорные пункты для детальной съемки. Эта магистраль при желѣзнодорожныхъ изысканіяхъ ничего общаго не имѣетъ съ проектной линіей дороги, но должна быть связана съемкой и нивеллировкой съ послѣднею. Положеніе магистрали всецѣло обусловливается удобствомъ ея разбивки и выгодою, съ которою можно ею пользоваться для съемки участка. Если на ней самой найдутся точки, съ которыхъ хорошо видны снимаемыя мѣста, то ими и пользуются, какъ станціями. Если же точки магистрали по своему низкому положенію (случай, когда магистраль лежитъ въ долинѣ или равнинѣ), или по другимъ причинамъ являются неудобными (такъ какъ съ равнинъ съ трудомъ рѣдко удается снять нѣсколько полезныхъ видовъ), то мѣста стоянокъ съ фотографической камерой можно выбирать въ сторонѣ отъ магистрали; однако, *положеніе станціи относительно магистрали должно быть опредѣлено какъ въ планѣ* (засѣчками прямой, обратной, задачей Потенота или *по азимуту* и разстоянію), *такъ и по высотѣ* — угломъ наклоненія. Выбирать точки стоянокъ нужно, руководствуясь тѣмъ соображеніемъ, чтобы каждая снимаемая точка магистрали была видна minimum на двухъ снимкахъ и лучше если на трехъ фотографіяхъ.

Предѣльное разстояніе снимаемыхъ на фотографію точекъ отъ станціи зависитъ отъ масштаба плана и отъ фокуснаго разстоянія объектива. Вышеупомянутымъ фото-теодолитомъ Поллака на Кавказѣ, при изысканіяхъ на линіи Эривань — Джульфъ, при съемкѣ полосы вдоль лѣваго берега Алинджачайскаго ущелья, имѣвшей въ длину около 3 верстъ, при

ширинѣ въ среднемъ около 150 саженей, разстояніе доходило до 250 саж., при промежуткахъ между стоянками въ 50—100 саженей и масштабѣ 20 саженъ въ соткѣ, т. е. $^1/_{2000}$. Для повѣрокъ и оріентировокъ снимковъ полезно имѣть безспорно опредѣленныя точки (реперы). Такими точками могутъ служить или спеціально поставленные сигналы или вѣшки, а также деревья, телеграфные и верстовые столбы и т. п. Сигналы нужно ставить такъ, чтобы они характеризовали собою вершины холмовъ, хребтовъ, долинъ, овраговъ и т. д. Для сигналовъ удобно употреблять желѣзные миры-щиты, размѣрами 1×1 арш., выкрашенные въ бѣлую краску, съ нарисованными на нихъ красной или черной краской правильными фигурами въ видѣ креста, круга, квадрата; щиты укрѣпляются на короткихъ вѣхахъ. Вмѣсто щитовъ употребляются вѣхи съ флагами, причемъ вѣхи красятъ черезъ 0,1 саж., поперемѣнно въ два цвѣта, напр., бѣлый и красный.

Это простое приспособленіе, какъ увидимъ ниже, можетъ быть очень полезно, при опредѣленіи разстоянія до любого предмета при помощи одного снимка, когда извѣстна высота этого предмета въ натурѣ, напр., при опредѣленіи разстоянія до вѣшки заранѣе извѣстной длины.

На сигналы (реперы), обыкновенно визируютъ теодолитомъ съ двухъ точекъ магистрали, опредѣляя ихъ положеніе въ планѣ засѣчками, а отмѣтку — угломъ наклоненія. Полезно, чтобы съ каждой стоянки было хотя по одной такой, инструментально опредѣленной точкѣ. *На мѣстности, на которой мало встрѣчается рельефно выступающихъ точекъ, приходится ставить цѣлую сѣть сигналовъ.*

Мѣста, плохо видимыя съ магистрали, напр., впадающій сбоку оврагъ въ снимаемую долину, требуютъ добавочныхъ станцій. Такія станціи связываютъ съ магистралью или небольшою тріангуляціею, или способомъ промѣра.

При съемкѣ широкаго участка съ холмистымъ рельефомъ, выгоднѣе проводить магистраль по серединѣ участка, выбирая станціи на возвышенныхъ холмахъ и снимая фотографіи съ мѣстности панорамами.

Для съемки урѣза воды въ рѣкѣ, озерѣ или морѣ стоянки нужно выбирать возможно выше.

Такимъ образомъ изъ сдѣланнаго описанія видно, что самыя операціи при съемкѣ маршрутовъ вполнѣ аналогичны съ указанными раньше, при составленіи тріангуляціи; однако, получаемые изъ наблюденій элементы бываютъ здѣсь менѣе удовлетворительны, такъ какъ содержатъ неизбѣжные недочеты и нужно съ осторожностью пользоваться собранными данными, такъ какъ положеніе станцій опредѣляется здѣсь подчасъ менѣе точно, чѣмъ положеніе точекъ въ тріангуляціи.

За начальную и конечную точки съемки обыкновенно принимаютъ тѣ, положенія которыхъ (координаты) хорошо извѣстны или же координаты и альтитуды ихъ опредѣлены предварительно; точно такъ же долженъ быть извѣстенъ азимутъ первой линіи полигона, какъ и азимутъ базиса въ тригонометрической сѣти.

При фототопографической съемкѣ также ведется журналъ, согласно котораго нумеруются пластинки; при этомъ въ нижнемъ углу негатива, при вынимании его изъ кассеты, пишутся несмывающимися чернилами № станціи и № пластинки; напр., такъ: 45/3, что означаетъ третій снимокъ на 45-ой станціи.

Чтобы еще легче было разбираться въ негативахъ на каждой станціи, полезно при журналѣ прилагать небольшой чертежъ, подобно ниже приведенному чертежу 778.

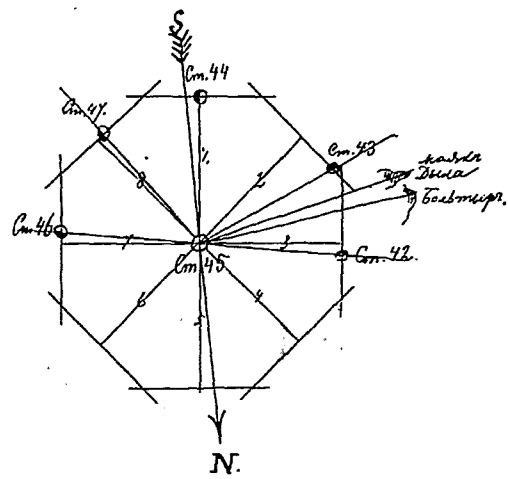
Образецъ фототопографическаго журнала.

Фототопографическій журналъ.

Станція: № 45.

По лѣвой сторонѣ магистрали.

22-го сентября 1898 года.



Черт. 778. Мѣста стоянки.

Погода: Ясная, но вѣтрено.

Высота инструмента $i = 0{,}64$ саж.

Главное направленіе: На ст. 44 (гора Боргастуй).

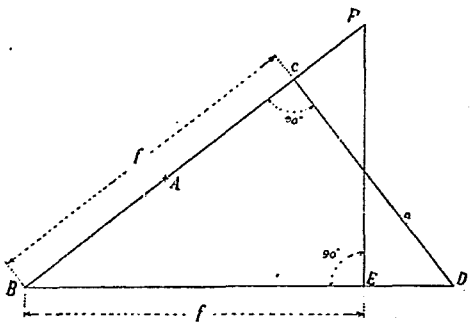
Азимутъ: на ст. 44 = 176°.

№№ пластинокъ.	Отсчетъ по лимбу			Вертикальный кругъ			Объективъ камеры.		Экспозиція.	Примѣчаніе.
	на	°	′	на	°	′	выше 0	ниже 0		
1	ст. 44	27°	15′	—	+2°	18′	—	20 мм.	Моментальнымъ затворомъ.	Вершина Боргастуя. (ст. 44).
2	—	72°	15′	—	—	—	—	—		Ст. 43, видна у праваго края пластинки.
	ст. 43	88°	3′	—	+0°	3′	—	20 мм.		

№№ пластинокъ.	Отсчетъ по лимбу			Вертикальный кругъ			Объективъ камеры.		Экспозиція.	Примѣчаніе.
	на	o	′	на	o	′	выше 0	ниже 0		
3	—	117°	15′	—	—	—	—	20 мм.	Моментальнымъ затворомъ:	
	Маякъ горы Дылъ	98°	7′	—	—	—	—	—		У лѣваго края.
	Вершина горы Больтыръ	103°	58′	—	—	—	—	—		Въ лѣвой сторонѣ.
	ст. 42	122°	26′	—	—0°	14′	—	—		Бл. центра ст. 42.
4	—	162°	15′	—	—	—	—	20 мм.		
5	—	207°	15′	—	—	—	—	20 мм.		
6	—	252°	15′	—	—	—	—	—		
7	—	297°	15′	—	—	—	—	—		
	ст. 46	301°	34′	—	+0°	7′	—	20 мм.		Бл. центра ст. 46.
8	—	342°	15′	—	—	—	—	—		
	ст. 47	345°	47′	—	—0°	4′	—	20 мм.		Бл. центра ст. 47.

§ 434. Кабинетныя работы при составленіи плана и вспомогательные инструменты. Составленіе плана начинается, какъ уже было говорено раньше, съ нанесенія на бумагу въ данномъ масштабѣ пунктовъ тріангуляціи или полигоннаго хода (построеніе магистрали) и всѣхъ мѣстъ стоянокъ съ фотографической камерой, послѣ чего приступаютъ къ оріентированію фотографій и отысканію на нихъ тождественныхъ точекъ. *Оріентированіе фотографическаго снимка на планѣ* заключается въ томъ, что по измѣренному (или вычисленному по измѣренному горизонтальному углу) *азимуту главнаго луча снимка*, на планѣ проводятъ черезъ намѣченную на немъ точку O (черт. 778) стоянія съ камерой (станцію) линію OA направленіе главнаго луча и на немъ откладываютъ фокусное разстояніе $f = OA$, черезъ точку A проводятъ въ обѣ стороны перпендикуляръ P_1AP_2. Это и будетъ *картинная прямая*, параллельно которой помѣщается главная горизонталь фотографическаго снимка; главная же вертикаль совмѣщается съ направленіемъ главнаго луча OA и служитъ его продолженіемъ (см. черт. 767).

Если азимутъ главнаго луча неизвѣстенъ, а на отпечаткахъ сфотографированы безспорно опредѣленныя (напр., тригонометрическія) точки, то для отысканія на планѣ направленія главнаго луча можно поступать такъ: изъ точки стоянки B (черт. 779) по направленію къ нанесенной на планѣ тригонометрической точкѣ A (или къ вѣхѣ, на которую визировали съ двухъ станцій) проводимъ прямую BA и на ея продолженіи откладываемъ отъ B прямую $BC = f$ (фокусному разстоянію) и изъ B опишемъ дугу радіусомъ, равнымъ f. Въ точкѣ C проведемъ касательную CD, перпендикулярную къ BC. На перпендикулярѣ отложимъ длину $CD = a$, равную разстоянію отъ вертикальной оси снимка до разсматриваемой точки A. Соединяя затѣмъ точку D со станціею B, получимъ направленіе BD главнаго луча снимка. Дѣйствительно, отложимъ на BD длину $BE = f$ (или, что то же самое, отмѣтимъ на BD точку E пересѣченія прямой DB съ окружностью радіуса $BC = BE = f$) и построивъ въ точкѣ E перпендикуляръ EF къ прямой BD, продолжимъ его до пересѣченія съ прямою BC въ точкѣ F. Разсматривая затѣмъ прямоугольные треугольники BCD и BEF, видимъ, что они равны, такъ какъ имѣютъ по равному катету ($BE = BC = f$), а острый уголъ B у нихъ общій. А потому $EF = CD = a$, и линія EF будетъ *картинною прямою*, а BED — главнымъ лучемъ. Этотъ способъ пригоденъ главнымъ образомъ для камеръ, не имѣющихъ отдѣльной зрительной трубы, но устанавливаемыхъ на горизонтальномъ кругѣ, или же для камеръ, не имѣющихъ ни лимба, ни вообще угломѣрнаго инструмента, хотя и приспособленныхъ къ съемкѣ, т. е. снабженныхъ уровнями для установки камеры въ горизонтальное положеніе и значками или отмѣтками въ кассетной части камеры для полученія на негативахъ слѣдовъ перспективныхъ постоянныхъ [1]).



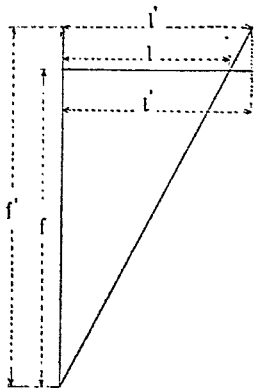
Черт. 779.

Зная направленіе каждой фотографіи на планѣ, нетрудно найти два, три снимка съ общими мѣстами и, кладя ихъ рядомъ, при внимательномъ сравненіи, найти достаточное число одинаковыхъ (общихъ обѣимъ фотографіямъ) точекъ, которыя и отмѣтить затѣмъ одними и тѣми же №№ или буквами. Послѣ этого отмѣченныя точки сносятся на картинныя прямыя каждой фотографіи и для построенія плана остается только сдѣлать необходимыя засѣчки.

Общія точки и необходимыя измѣренія, конечно, лучше всего было бы дѣлать по негативамъ. Но такъ какъ обратное положеніе изображенія на негативѣ, а также и свѣтовое его впечатлѣніе для непривычнаго глаза затруднительны, то лучше *съ негатива* отпечатать *позитивъ*, представляющій изображеніе предмета въ правильномъ положеніи очертаній и свѣтотѣней. Отпечатки на разныхъ бумагахъ, вслѣдствіе пребыванія въ различныхъ жидкостяхъ и водѣ, подвергаются растяженію, болѣе или менѣе удлиняясь въ извѣстномъ направленіи, главнымъ образомъ при наклеиваніи на картонъ. Вслѣдствіе сжатія или расширенія бумаги позитива, на

[1]) Такимъ аппаратомъ произведена въ 1896 г. съемка на „Новой Землѣ" кн. Б. Голицинымъ и Ѳ. Н. Чернышевымъ (см. *Г. Краевскій.* „Желѣзнодорожныя изысканія", стр. 265).

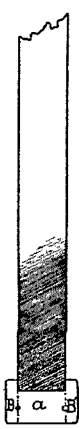
осяхъ снимковъ, отъ точекъ стоянокъ приходится откладывать фокусное разстояніе объектива не въ натуральную его величину f, а нѣсколько измѣненное. Измѣненное, вслѣдствіе посадки бумаги позитива, фокусное разстояніе f' получится, если измѣримъ сантиметровой линейкой длину рамы l на негативѣ и l' — на отпечаткѣ, изъ пропорціи $f : f' = l : l'$ или же найдется графически, какъ указано на черт. 780.



Черт. 780.

Главную горизонталь и главную вертикаль на снимкахъ проводятъ чернилами (или тушью) по отпечатаннымъ вырѣзамъ рамки.

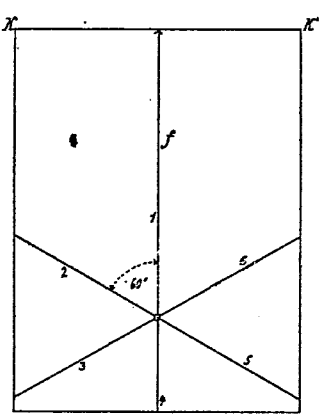
Для ускоренія работы при проведеніи линій засѣчекъ на планѣ можно пользоваться линейками, напр., вырѣзанными изъ толстаго (4-хъ-листоваго) бристольскаго бѣлаго картона, на концахъ которыхъ, для удержанія срѣзаннаго прямого ребра у точекъ плана, изображающихъ станціи, приклеены прозрачныя целлюлоидныя пластинки (черт. 781) a съ тонкими круглыми отверстіями (проколами B и B' по линіямъ обрѣза линейки для втыканія черезъ нихъ иголки. Линейки эти легки, чисты, никогда не коробятся и могутъ быть вырѣзаны самимъ чертежникомъ изъ картона въ необходимыхъ и удобныхъ для построенія чертежа размѣрахъ.



Черт. 781.

Для отмѣтки главныхъ лучей снимковъ на каждой стоянкѣ можно также пользоваться листомъ целлюлоида, размѣромъ 18×24 сантим. (черт. 782), на которомъ заранѣе точно нанесены подъ углами въ 60° или 45° визирные лучи. Кромѣ того этотъ прозрачный листъ прекрасно даетъ возможность находить на фотографіяхъ общія имъ мѣста, если онѣ недостаточно рѣзко отмѣчены на фотографіяхъ. Одинъ изъ лучей можетъ имѣть точную длину фокуснаго разстоянія, а потому верхній обрѣзъ листа, перпендикулярный къ этому лучу, служитъ для проведенія картинной прямой.

Для опредѣленія высотъ достаточно измѣрять ординаты съ одного снимка, и опредѣленіе высоты съ другого снимка является лишь повѣркой, поэтому нужно выбирать тотъ снимокъ, который былъ сдѣланъ *съ ближайшей* къ данной точкѣ *станціи*, такъ какъ на немъ изображеніе рисуется крупнѣе, а слѣдовательно, со снимка нужныя величины можно брать съ большею точностью. Величина высоты H вычисляется, какъ мы уже видѣли, по формулѣ (H)

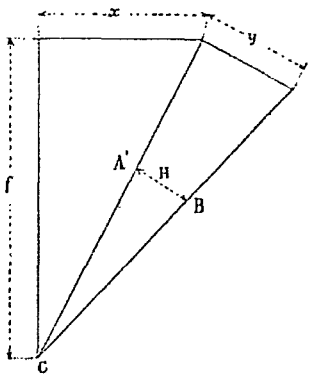


Черт. 782.

$$H = \frac{d \,.\, M \,.\, y}{d'},$$

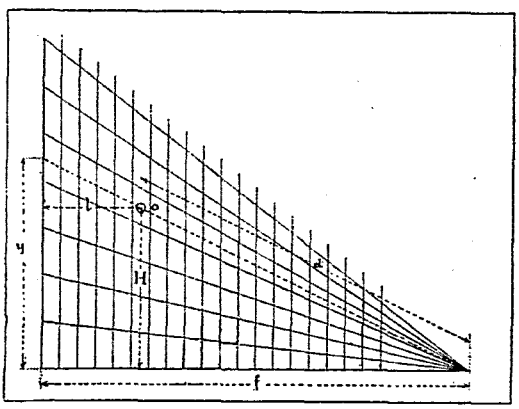
гдѣ $d' = \sqrt{f^2 + x^2}$, d — берется съ плана масштаба $\frac{1}{M}$, а x и y — измѣряются по фотографіи. Но то же самое опредѣленіе высоты H можно сдѣлать графически, а именно: сперва построить прямоугольный треугольникъ

на катетахъ f и x (черт. 783) а затѣмъ, принимая гипотенузу $d' = \sqrt{f^2 + x^2}$ за катетъ новаго треугольника, у котораго второй катетъ равенъ y, построить второй треугольникъ; если теперь обратимся къ формулѣ (H), то изъ нея можно написать, что $y : d' = H : (d \cdot M)$; но $H : (d \cdot M) = \frac{H}{M} : d$, а потому $y : d' = \frac{H}{M} : d$, т. е. чтобы получить высоту H графически на бумагѣ, въ видѣ прямой длиною $\frac{H}{M}$, достаточно отъ точки C отложить по катету d' длину $CA' = d$, тогда $A'B \parallel y$ и даетъ искомую высоту H на бумагѣ.



Черт. 783.

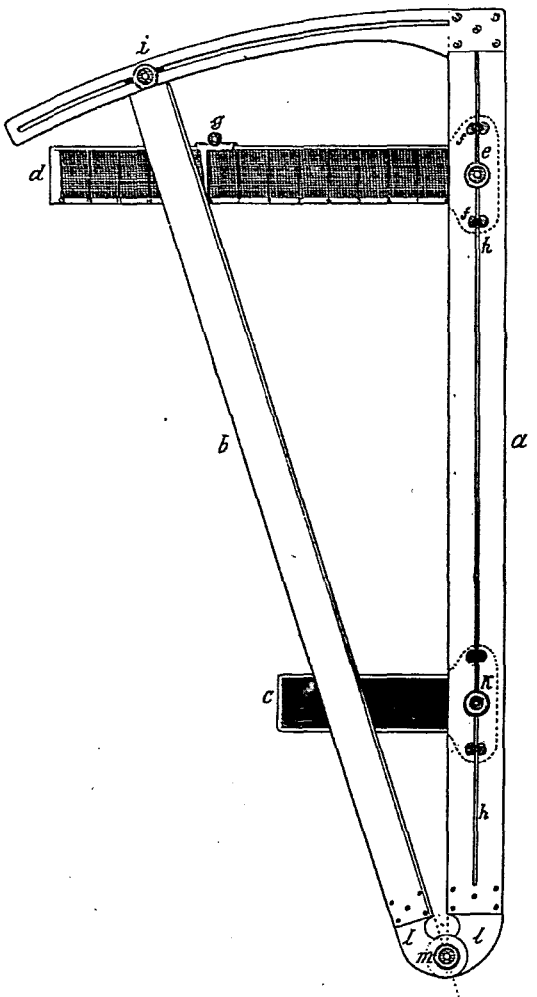
Для той же цѣли можно построить діаграмму, называемую также *масштабомъ высотъ*. Строится она слѣдующимъ образомъ: на горизонтальной прямой (черт. 784) откладываютъ длину, равную фокусному разстоянію f объектива, а въ одномъ изъ концовъ ея возставляютъ перпендикуляръ, на которомъ откладываютъ отъ его подошвы рядъ равныхъ между собою промежутковъ. Точки отложенія соединяютъ наклонными прямыми съ другимъ концомъ горизонтальной прямой. Построенную такимъ образомъ діаграмму на прозрачной бумагѣ или роговой пластинкѣ накладываютъ при ея употребленіи на чертежъ такъ, чтобы ея горизонтальная ось совпала съ направленіемъ оси снимка, и на этой оси отмѣчаютъ съ плана горизонтальное проложеніе разстоянія отъ станціи до той точки, высоту которой желаютъ опредѣлить. Въ концѣ этого разстоянія проводятъ параллель вертикальной оси діаграммы. На вертикальной же оси, отъ ея начала откладываютъ ординату y, взятую въ растворъ циркуля съ фотографическаго снимка, и соединивъ конецъ ординаты съ общею точкою пересѣченія всѣхъ наклонныхъ, замѣчаютъ на вновь проведенной наклонной точку ея пересѣченія съ построенной параллелью къ вертикальной оси. Разстояніе, взятое по параллели отъ замѣченной на ней точки до горизонтальной оси діаграммы, и будетъ искомая *высота H, выраженная въ масштабѣ съемки*. Ординату y, при отложеніи, можно увеличивать въ 5—10 разъ, тогда опредѣленную высоту H нужно уменьшать во столько же разъ. Очевидно, что примѣненіе этой діаграммы основано на допущеніи, что $y : \frac{H}{M} = f : d$. Между тѣмъ по формулѣ (H) $y : \frac{H}{M} = d' : d$, гдѣ $d' = \sqrt{f^2 + x^2} = f\sqrt{1 + \left(\frac{x}{f}\right)^2}$. Допустимъ, что $d' = f$, что возможно, когда дробь $\frac{x}{f}$ очень малая величина въ сравненіи съ 1. На чертежѣ 784, изображающемъ діаграмму, показано, что если отъ подошвы ординаты y, по горизонтальной оси, отложить разстояніе l отъ картинной плоскости до точки плана, высота которой ищется, то изъ подобія треугольниковъ слѣдуетъ, что $f : (f - l) = y : \frac{H}{M}$. Изъ формулы же (H) можно написать $y : \frac{H}{M} = d' : d$, гдѣ $d' = \sqrt{f^2 + x^2}$, а d есть разстояніе



Черт. 784.

(горизонтальное проложеніе), взятое по плану, а потому $d' : d = f : (f - l)$, т. е. d' можно взять съ діаграммы.

Механическій опредѣлитель высотъ Тилле-Паганини. (Черт. 785) представляетъ изъ себя двѣ линейки *a* и *b*, соединенныя на одномъ концѣ (на чертежѣ нижнемъ) по линіямъ ихъ обрѣза иглою—шарниромъ *m*, находящимся на тонкихъ целлюлоидныхъ пластинкахъ *ll*. На неподвижной линейкѣ *a*, по серединѣ, параллельно ея обрѣзу, сдѣланъ пазъ *hh*, вдоль котораго можетъ перемѣщаться целлюлоидная съ дѣленіями пластинка *d* при помощи кнопки *e* и штифтовъ *ff*. На той же линейкѣ *a* укрѣплена вторая подвижная пластинка *c* съ тонкими частыми линіями.



Черт. 785.

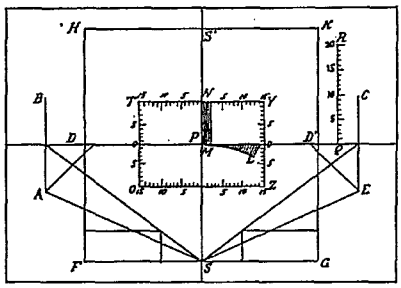
Края обѣихъ пластинокъ *c* и *d* перпендикулярны къ ребру линейки *a*. Вторая линейка *b*—подвижна; она, вращаясь на оси *m*, перемѣщается другимъ своимъ концомъ по дугѣ, скрѣпленной съ неподвижной линейкой *a*. Конецъ линейки *b* закрѣпляется на дугѣ при помощи зажимного винта *i*. Употребленіе опредѣлителя заключается въ слѣдующемъ: на неподвижной линейкѣ *a* устанавливается пластинка *d* на разстояніи *me*, равномъ фокусному разстоянію объектива. На пластинкѣ *d*, отъ ея начала, совпадающаго съ правымъ на (чертежѣ 785) ребромъ линейки *a*, откладываютъ при помощи циркуля, взятую въ его растворъ со снимка абсциссу *x*. Ко второй ножкѣ пододвигается указатель *g* линейки *b*; на линейкѣ *b* получится гипотенуза $d' = \sqrt{f^2 + x^2}$. Отодвинутая циркулемъ линейка *b*, по удаленіи циркуля съ пластинки *d*, придвигается вновь къ линейкѣ *a*. Тогда гипотенуза $d' = \sqrt{f^2 + x^2}$ спроектируется на неподвижную линейку *a*.

Пластинку *d* вновь продвинемъ по линейкѣ *a* до точки, въ которую пришелся указатель *g*, и отъ нея на пластинкѣ *d* циркулемъ отложимъ ординату *y*. Отодвинутую при этомъ вращающуюся линейку *b* удерживаютъ у конца циркуля и закрѣпляютъ на дугѣ винтомъ. Взявъ затѣмъ съ плана горизонтальное проложеніе *d* (разстояніе отъ станціи до той точки, высота которой опредѣляется), откладываютъ его на линейкѣ *a* отъ точки *m*, въ точку отложенія продвигаютъ ребро пластинки *c*, на которой и читаютъ искомую высоту $\frac{H}{M}$.

Если на дугѣ нанесены градусныя дѣленія, а у конца линейки *b* помѣщенъ ноніусъ, напр., съ точностью до 1′, то на ней можно откладывать величину угла наклоненія β при отысканіи *h* по формулѣ $h = dtg\beta$. На поперечной линейкѣ *c* наносятся дѣленія = 1 миллим., и имѣется ноніусъ съ точностью $t = {}^1/_{50} = 0{,}02$ мм.

Примѣчаніе. Иногда при кабинетныхъ работахъ можно встрѣтить такъ называемую *фотографическую доску* (черт. 786). На ней разъ навсегда нанесены нѣкоторыя вспомогательныя линіи, которыя приходится проводить на фотографіяхъ или на планѣ. Она представляетъ обыкновенный планшетъ съ натянутой чертежной бумагой. Двѣ линіи *DD′* и *SS′* представляютъ направленія главной горизонтали и вертикали. Раз-

стоянія $PS = PD = PS' = PD' = f$ = фокусному разстоянію объектива. Прямоугольникъ $TYZO$ по своимъ размѣрамъ близко подходитъ къ размѣрамъ фотографіи. На сторонахъ его нанесены шкалы, служащія для проведенія параллелей къ линіи горизонта и главной вертикали. Отъ точки D' въ нѣкоторомъ разстояніи находится перпендикуляръ RQ со шкалою тангенсовъ, имъ пользуются для проведенія изъ точки D линій подъ заданнымъ угломъ къ DD'. Подобнаго же рода значенія имѣютъ и другія линіи на этой доскѣ.

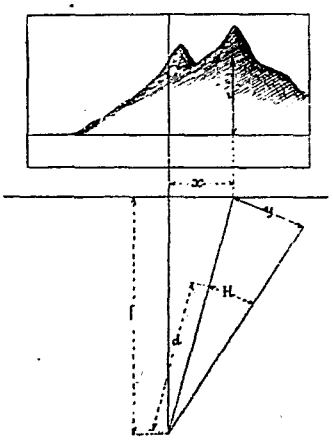


Черт. 786.

Для облегченія проведенія общаго очертанія горизонталей на планѣ, до интерполированія точекъ съ отмѣтками въ цѣлыхъ саженяхъ, можно рекомендовать слѣдующій способъ: опредѣливъ на планѣ двѣ-три точки, черезъ которыя должна пройти одна и та же горизонталь, стремятся отмѣтить ихъ на фотографіяхъ, для чего по имѣющимся отмѣткамъ находятъ H (превышеніе горизонтали надъ центромъ объектива), а затѣмъ по d и H (черт. 787) графически или вычисленіемъ находятъ ординаты y

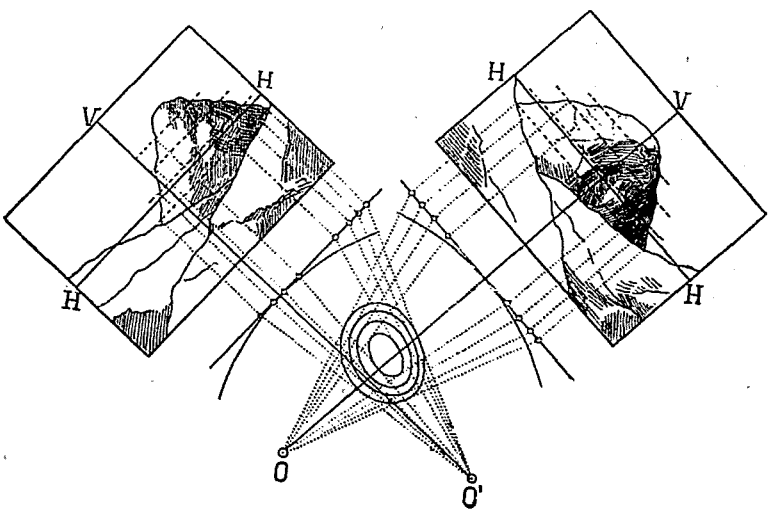
$$y = \frac{H}{M} \cdot \frac{d'}{d} .$$

По имѣющимся x и y отмѣчаются на снимкѣ точки съ одинаковыми отмѣтками, а по нимъ проводятъ на самой фотографіи горизонтальныя прямыя черезъ опредѣляемую возвышенность, какъ это указано на чертежѣ 788.



Черт. 787.

Проектируя конечныя точки горизонтальныхъ линій на *картинную прямую* снимка и проводя отъ проекцій лучи къ соотвѣтствующимъ станціямъ O и O', получимъ въ пересѣченіи лучей на планѣ мѣста точекъ, принадлежащія одноименнымъ горизонталямъ, а по нимъ уже окончательно вырисуемъ и самыя горизонтали на планѣ.



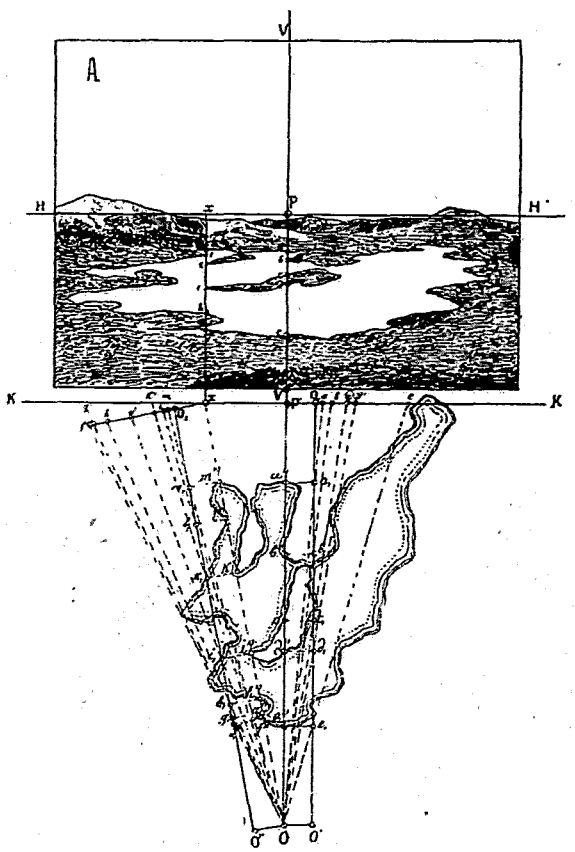
Черт. 788.

Впрочемъ при переносѣ достаточно и одного снимка, такъ какъ съ него всегда можно взять соотвѣтствующее значеніе y, а по нему вычислить, или графически найти, длину

$$d = \frac{H}{M} \cdot \frac{d'}{y} \quad . \quad . \quad . \quad (d).$$

§ 435. О полученіи плана урѣза воды по одной фотографіи. По той же формулѣ (*d*), или построеніемъ, рѣшается вопросъ о полученіи плана урѣза водной поверхности, напр., озера, при помощи одного только снимка. Для этого нужно только знать пониженіе поверхности воды относительно центра объектива, такъ какъ тогда въ формулѣ, въ правой ея части, всѣ члены будутъ извѣстны и искомое *d* легко вычислится; а потому, не прибѣгая къ разыскиванію одинаковыхъ точекъ на другихъ снимкахъ, можно помимо способа засѣчекъ, получить разстояніе до любой точки урѣза, а слѣдовательно, получить и его планъ.

Чѣмъ больше разность отмѣтокъ стоянки и горизонта воды, тѣмъ съ большею точностью можно построить планъ, такъ какъ тогда пересѣченіе лучей, идущихъ отъ точекъ берега къ объективу, съ плоскостью горизонта будетъ получаться подъ большимъ угломъ.



Черт. 789.

По этой же формулѣ, при помощи одного снимка, на которомъ имѣется предметъ опредѣленной высоты, напр., раскрашенная въ два цвѣта по соткамъ вѣшка, легко опредѣлить разстояніе до этого предмета отъ объектива.

Полученіе плана водной поверхности при помощи построенія показано на черт. 789. Пусть A — оріентированная фотографія снятаго озера, OP' — главный лучъ и въ то же время визирный лучъ точекъ a, b, c, d, e урѣза воды. Для опредѣленія этихъ точекъ на планѣ, проведемъ на планѣ прямую $O'O_1$ параллельно OP' на разстояніи $\frac{H}{M}$, равномъ разности высотъ точекъ стоянки и уровня озера. Отмѣтивъ теперь на полоскѣ бумаги ординаты точекъ a, b, c, d, e и отложивъ ихъ на прямой, перпендикулярной къ OP' (въ данномъ случаѣ она совпадетъ съ картинною прямою KK), получимъ на этой прямой отрѣзки, концы которыхъ a', b', c', d' и e' соединимъ съ точкою O прямыми. Точки пересѣченія прямой $O'O_1$ съ этими отрѣзками, т. е. a_1, b_1, c_1, d_1 и e_1, спроектируемъ на главный лучъ OP', тогда въ точкахъ a'', b'', c'', d'' и e'' получимъ мѣста искомыхъ точекъ на планѣ.

Подобнымъ же образомъ получаются на планѣ мѣста точекъ f, g, h i, k, l и m. Отложивъ общую ихъ абсциссу отъ точки P' на картинной прямой, проводимъ сперва линію Ox, а затѣмъ параллель къ ней $O''\ O_2$ на разстояніи, равномъ $\frac{H}{M}$. На перпендикулярѣ $O_2\ f'$ къ прямой $O''\ O_2$ отложимъ величины соотвѣтствующихъ ординатъ, и изъ концовъ ихъ f', g', h', i' k', l' и m' проведемъ лучи къ точкѣ O'. Точки f_1, g_1, h_1, i_1, k_1, l_1 и m_1 пересѣченія этихъ лучей съ прямой $O''\ O_2$ перенесемъ на линію Ox, тогда на ней и получимъ мѣста этихъ точекъ на планѣ въ f'', g'', h'', i'', k'', l'' и m''.

Замѣчаніе. Что касается построенія плановъ съ фотографій, снятыхъ въ наклонномъ положеніи, то правила построенія остаются тѣ же, что и при фотографіяхъ, снятыхъ на вертикальныхъ пластинкахъ; разница только въ томъ, что всѣ имѣющіяся на снимкахъ вертикальныя линіи параллельны между собою, а при наклонномъ положеніи пластинокъ всѣ вертикальныя въ натурѣ линіи сходятся въ одной точкѣ удаленія на перспективѣ ближе или дальше отъ центральной точки, смотря по величинѣ наклона къ горизонту пластинки. Поэтому всѣ визирныя плоскости пересѣкаютъ картинную плоскость не перпендикулярно къ линіи основанія, а расходятся къ линіи горизонта, исходя изъ точки удаленія всѣхъ вертикальныхъ линій и вслѣдствіе этого опредѣляются на планѣ посредствомъ совмѣщенія плоскостей [1]).

§ 436. Точность фотограмметріи. Точность фотограмметрическихъ работъ зависитъ: 1) отъ качества объектива, 2) отъ точности опредѣленія величинъ x и y на пластинкахъ, 3) отъ ошибки въ опредѣленіи фокуснаго разстоянія объектива, центральной точки, направленія главной горизонтали, 4) отъ точности оріентировки фотографіи, 5) отъ ошибокъ построенія плана. Объективъ фотографической камеры имѣетъ огромное значеніе при фототопографическихъ съемкахъ. Отъ точности даваемыхъ имъ изображеній зависятъ тѣ цифровыя (или графически опредѣляемыя) данныя, при помощи которыхъ строится планъ въ горизонталяхъ. Поэтому объективъ съемочной камеры прежде всего не долженъ давать искаженій. Поле его должно имѣть угловую величину около 60°, и даваемая имъ *отчетливость изображеній* должна быть *одинакова* по всей пластинкѣ. Эти условія заставляютъ употреблять такъ называемые „широкоугольные“ объективы; обыкновенно они двойные, т. е. состоятъ изъ двухъ парныхъ линзъ, причемъ въ каждой парѣ обѣ линзы поставлены почти вплотную другъ къ другу, а внутри между обѣими парами помѣщается діафрагма.

Въ объективахъ системы *Цейсса* разстояніе по оси между двумя линзами = 2,88 миллиметра. Представляя собою комбинацію изъ двухъ соединенныхъ частей, обладающихъ различными, притомъ противоположными показателями преломляемости въ кронгласѣ (стеклѣ меньшей разсѣивающей способности) и флинтгласѣ (съ большей разсѣивающей силой), они позволяютъ достигать сущности важнаго принципа — *анастигматическаго апланатизма* системы линзъ, освобожденныхъ отъ сферической и хроматической аберраціи при большихъ отверстіяхъ. Почему такіе объективы и называются также *анастигматами* Цейсса. Предположимъ,

[1]) *Г. Шебуевъ.* Геометрическія основанія фотограмметріи. *Е. Девилль.* Гл. IX. *Р. Тилле* — Ж. М. П. С. кн. 6, за 1897 г. *Э. Вархаловскій.* Очерки фотограмметріи. Москва. 1912 г

что камера снабжена объективомъ подобнаго рода, а потому не будемъ касаться ошибокъ изображеній, а сосредоточимъ наше вниманіе только *на ошибкахъ измѣреній линій на пластинкѣ.* Допустимъ также, что, при опредѣленіи фокуснаго разстоянія, сдѣлана неизбѣжная погрѣшность. Что же касается ошибокъ въ положеніи центральной точки на фотографіи и главной горизонтали, то замѣтимъ, что относительно этихъ ошибокъ пр. Іорданъ говоритъ, что ошибка въ 0,1 миллиметра въ положеніи центральной точки даетъ ошибку въ направленіи какой-либо точки на планѣ maximum въ 2′ [1]).

Итакъ, положимъ, что мы имѣемъ пластинку длиною въ 8 дюймовъ, при фокусномъ разстояніи f объектива также въ 8 дюймовъ. Опредѣлимъ ошибку въ углѣ ω, опредѣляемомъ формулою $tg\omega = x : f$ для точки, для которой $x=2$ дюймамъ, т. е. лежащей въ разстояніи тѣхъ же двухъ дюймовъ отъ края пластинки, какъ и отъ ея центральной точки. Для нашего случая $tg\,\omega = (2:8)$ или $\omega . Sin\ 1' = 0{,}25$; откуда $\omega = 0{,}25' . 3438'$ или круглымъ числомъ 15°. Изъ формулы слѣдуетъ, что $lg\ tg\ \omega = lg\ x - lg\ f$ и $\frac{d\omega}{Cos^2\omega\ tg\,\omega} = \frac{dx}{x} - \frac{df}{f}$ или, переходя къ среднимъ ошибкамъ,

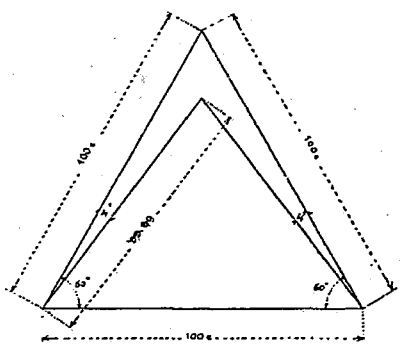
$$d\omega = \frac{1}{2} Sin\ 2\ \omega\ .\ \sqrt{\left(\frac{dx}{x}\right)^2 + \left(\frac{df}{f}\right)^2}\ .$$

При $dx = df = 0{,}005$ (т. е. $^1/_{200}$) дюйма, находимъ въ минутахъ

$$d\omega = \frac{1}{4} \cdot \frac{0{,}005}{2} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{16}} \cdot 3438' = 2'.$$

Принимая же во вниманіе ошибку въ направленіи, происходящую отъ ошибочнаго положенія центральной точки, доходящую до 2′, можно сказать, что средняя ошибка въ направленіи = 4′, а предѣльная ошибка достигаетъ 12′.

Переходя затѣмъ отъ ошибки въ горизонтальныхъ углахъ къ ошибкѣ въ разстояніяхъ, опредѣленныхъ засѣчками, возьмемъ частный случай, когда по сторонѣ даннаго треугольника въ 100 саж. (черт. 790) и двумъ угламъ при основаніи по 60° съ ошибками въ 4′, ищутся двѣ другія стороны. Искомыя стороны длиною въ 100 саж. будутъ ошибочны на величину, опредѣляемую изъ пропорціи $\frac{dx}{100} = \frac{Sin\,4'}{Sin\,60°}$, т. е.



Черт. 790.

$$dx = 100 \cdot 4 \cdot \frac{1}{3438} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = 0{,}14 \text{ саж.}$$

При предѣльной ошибкѣ точность опредѣленія разстояній будетъ около 0,5%.

---

[1]) См. Zeitschrift für Vermessungswesen 1876, стр. 12.
Iordan. Handbuch der Vermessungskunde. II Band.
T. F. Salneuve—Cours de topographie et de geodésie.

Ошибка въ превышеніи, а слѣдовательно, и въ отмѣткѣ, при ошибкѣ въ углѣ въ 4′, дойдетъ, при $d=100$, $\Delta=\frac{1}{n}D\frac{1}{300}$, $\alpha=45°$, $d\alpha=4'$, согласно § 238c на стр. 584, до величины

$$W=100\,.\left(\frac{1}{300}+\frac{4\,.\,2}{3438}\right)=\frac{1}{2}\text{ саж.}$$

Не лишены интереса изслѣдованія въ этомъ направленіи Н. Н. Веселовскаго [1]), который при $f=5{,}332$ дюйма и средней ошибкѣ въ положеніи центральной точки $=0{,}061$ дюйма, получилъ среднія ошибки: въ x и y равной 0,008 дюйма, а въ азимутахъ около 39′.

Изъ вышеизложеннаго видно, что точность фотограмметріи не высока. Этимъ только и можно объяснить то обстоятельство, что до сего времени фототопографія не получила широкаго примѣненія на практикѣ. Чтобы не быть излишне пристрастнымъ въ нашемъ сужденіи о значеніи фототопографіи, замѣтимъ слѣдующее:

1) Фотограмметріи нѣтъ мѣста въ тѣхъ геодезическихъ работахъ, гдѣ среднія ошибки въ углахъ оцѣниваются только въ секундахъ.

2) Фотограметрія не замѣнима въ тѣхъ случаяхъ, гдѣ не требуется большой точности отъ полевой работы, но сама съемка должна быть произведена быстро или секретно (военноглазомѣрная съемка и съемка непріятельскихъ крѣпостей и позицій, съемка мало изслѣдованныхъ мѣстъ, на которыя не имѣется картъ или плановъ, напр., съемка на Новой Землѣ экспедиціею Императорской Академіи Наукъ въ 1896 г.).

3) Въ ровныхъ степныхъ мѣстностяхъ работать фототеодолитомъ невозможно: для стоянки прибора нельзя найти возвышеннаго пункта, т. к. на мѣстности не находится ни одной рельефно выступающей точки. Напротивъ того для мѣстности гористой, особенно при крутыхъ обрывахъ и отвѣсныхъ скалахъ, когда есть мѣста, недоступныя ногѣ человѣка, работа фототеодолитомъ ничѣмъ не замѣнима.

4) При фотограмметрическихъ работахъ иногда очень бываетъ трудно признать одноименныя точки на различныхъ пластинкахъ, и ошибки въ этомъ направленіи возможны и часты. Во избѣжаніе ихъ приходится снимать нѣсколько (болѣе двухъ) фотографій и вычислять высоты точекъ, и только тѣмъ контролировать себя, что взятыя на разныхъ пластинкахъ точки одноименны. Вслѣдствіе чего во всѣхъ тѣхъ случаяхъ, гдѣ мѣстность не представляетъ рѣзко и ясно очерченныхъ точекъ, приходится выставлять особыя сигналы или вѣхи.

5) Фотографія снимаетъ механически мѣстность, безъ разбора на ней главныхъ и второстепенныхъ точекъ. Вслѣдствіе чего можетъ оказаться, что на фотографическомъ снимкѣ весьма важныя пункты скрыты за случайными складками рельефа мѣстности, а черезъ это горизонтали могутъ получиться сильно обобщенными и не выразить наиболѣе типичныхъ формъ

---

[1]) Г. Н. Шебуевъ и Н. Н. Веселовскій. Геометрическія основанія фотограмметріи, Москва, 1899.

рельефа. Сверхъ того при фотограмметріи нѣтъ никогда полной увѣренности въ томъ, что планъ получится безъ пропусковъ (или безъ обобщеній). Однако снятыя мѣста на фотографіи даютъ всѣ возможныя точки земной поверхности съ подробностью, не достигаемою никакою другою съемкою.

6) Хотя полевая работа и быстро идетъ, зато кабинетная значительно медленнѣе. Сдѣланные пропуски въ полевой работѣ не всегда могутъ быть своевременно открыты, а слѣдовательно, и восполнены.

7) Фототопографія не есть самостоятельный способъ съемки; она для своей быстроты и точности требуетъ одновременныхъ съ нею работъ другими геодезическими инструментами.

8) Фотограмметрія требуетъ отъ съемщика спеціальныхъ познаній въ области фотографированія. Съемщикъ долженъ обратить серьезное вниманіе на правильность времени экспозиціи, соображаясь съ силою свѣта и состояніемъ погоды Проявленіе негативовъ должно быть по возможности ежедневно, хотя бы затѣмъ, чтобы знать объ ихъ пригодности. Промывка должна совершаться въ хорошей проточной водѣ. Фиксажъ негатива долженъ производиться также умѣлою рукою, спеціальными составами, въ особомъ темномъ помѣщеніи, съ краснымъ свѣтомъ. Все это, конечно, не говоритъ за легкость и практичность фототопографіи.

9) Успѣхъ и быстрота черченія плана требуютъ спеціальныхъ инструментовъ, ошибки построенія которыхъ, разумѣется, должны сказаться на построеніи плана и проведеніи на немъ горизонталей.

10) Наблюденія фототеодолитомъ примѣнимы при метеорологическихъ наблюденіяхъ надъ облачностью неба, а также въ цѣляхъ астрономическихъ, напр., при опредѣленіи лунныхъ разстояній.

За послѣднее премя, благодаря успѣхамъ Dr. Pulfrich'a, работающаго въ фирмѣ Zeiss'a въ Jen'ѣ, недостатки фотограмметріи значительно ослаблены примѣненіемъ къ ней стереоскопа. Этотъ новый видъ съемки извѣстенъ подъ именемъ стереофотограмметріи; употребляющійся въ немъ при домашнихъ работахъ приборъ носитъ названіе стереокомпаратора. Къ изложенію этого вопроса мы сейчасъ и перейдемъ.

Стереофотограмметрія [1]).

§ 437. Предварительныя понятія. Современный обыкновенный пріемъ фотограмметріи основывается на принципѣ засѣчекъ, столь свойственномъ мензульной съемкѣ и отличается отъ него лишь только тѣмъ, что направленія (лучи) на планѣ проводятся не къ дѣйствительнымъ предметамъ мѣстности, а къ ихъ проекціямъ на фотографическихъ снимкахъ.

[1]) См. Arthur Freiherr *von Hübl.*—Die Stereophotogrammetrie. Wien. 1903.
Его-же. Das stereoskopische Messverfahren. 1904.
A. Schell. Die stereophotogrammetrische Bestimmung der Lage eines Punktes im Raume. Wien. 1904.

Въ обоихъ способахъ съемки исходятъ отъ основной линіи или такъ называемаго *базиса*, длина котораго или непосредственно измѣряется, или извѣстна изъ данныхъ (проложенной на мѣстности) тріангуляціи.

При данной (заранѣе извѣстной) точности, съ которой на чертежѣ строятся направленія, ошибка въ опредѣленіи положенія точки (разстояніе до которой хорошо намъ извѣстно) зависитъ главнымъ образомъ отъ *длины избраннаго базиса*: чѣмъ онъ короче, тѣмъ острѣе уголъ, подъ которымъ совершается засѣчка, и тѣмъ съ меньшей точностью опредѣляется искомый пунктъ на планѣ.

Но съ увеличеніемъ длины базиса при фотограмметріи возрастаютъ затрудненія въ домашней работѣ: не всегда возможно установить *тождественность (идентичность)* однихъ и тѣхъ же пунктовъ мѣстности на обоихъ фотографическихъ снимкахъ, такъ какъ ландшафтъ съ двухъ, достаточно удаленныхъ точекъ, въ особенности при сильно пересѣченной мѣстности (богатой различными контурами), кажется совершенно инымъ. При этомъ нерѣдко однѣ формы покрываютъ другія, да и оба снимка не одинаковы по содержанію, а если и имѣютъ, то сравнительно небольшія общія части.

При полевыхъ работахъ устранить этотъ недостатокъ снимковъ весьма затруднительно, а потому при домашнихъ работахъ, при отысканіи однѣхъ и тѣхъ же точекъ мѣстности, приходится пользоваться болѣе, чѣмъ двумя снимками одной и той же мѣстности, что не только вредно сказывается на продолжительности работы, но и требуетъ отъ составителя плана большой опытности въ быстромъ умѣньи распознавать однѣ и тѣ же формы мѣстности на разныхъ снимкахъ.

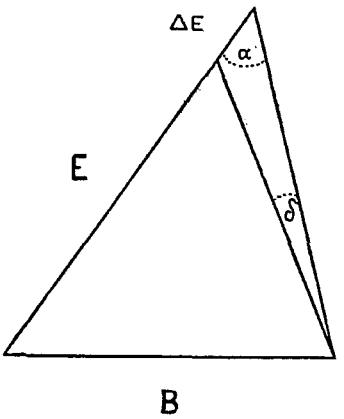
Кто хорошо, хотя бы и однажды, ознакомился съ практической стороной фотограмметріи, тотъ твердо знаетъ, что такое представляетъ изъ себя косой снимокъ, на которомъ даже и большія формы мѣстности искажаются до неузнаваемости и сколько труда нужно положить для того, чтобы идентифицировать, т. е. установить тождественность той или иной точки на разныхъ снимкахъ; онъ особенно хорошо знакомъ съ тѣмъ досадливымъ внезапнымъ открытіемъ, что, сверхъ всякихъ ожиданій, на снимкѣ не хватаетъ значительной части мѣстности, ибо она закрыта другими, (также сверхъ ожиданія) иначе расположившимися формами земной поверхности.

При короткомъ базисѣ, напротивъ того, получаются очень сходныя между собою изображенія, содержащія однѣ и тѣ же части мѣстности и допускающія съ необычайной легкостью устанавливать тождественность необходимыхъ точекъ. Однако, при опредѣленіи точекъ засѣчками, направленія (лучи) пересѣкаются подъ столь острыми углами, что по неволѣ приходится прибѣгать къ третьему снимку, чтобы установить несомнѣнность опредѣляемой точки.

Поэтому-то и стараются выбрать базисъ возможно короче, однако, въ то же время и настолько длинный, чтобы точность опредѣленія точекъ соотвѣтствовала спеціальной цѣли съемки. Вообще стремятся достигнуть

засѣчекъ подъ угломъ, приблизительно въ 30°, но довольствуются и тѣми изъ нихъ, которыя совершаются подъ углами даже отъ 15 до 20°.

Если B — длина базиса (черт. 791), E — искомое разстояніе до данной точки, δ — средняя ошибка при построеніи угловъ направленія для засѣчекъ, а α — уголъ пересѣченія направленій, то ошибка при опредѣленіи E будетъ



Черт. 791.

$$\triangle E = \frac{E \,.\, \delta}{Sin\ \alpha} \sqrt{2}$$

и такъ какъ при сравнительно короткомъ базисѣ можно допустить $E \,.\, Sin\,\alpha = B$, то приближенно:

$$\triangle E = 1{,}4 \,.\, E^2 \,.\, \frac{\delta}{B} \,.$$

При тщательныхъ работахъ, при которыхъ приняты во вниманіе искаженія, свойственныя снимкамъ на бумагѣ, абсциссы могутъ быть взяты съ точностью до 0,1 — 0,2 mm., и при фокусномъ разстояніи въ 240 mm., δ достигаетъ отъ $2'$ до $3'$.

Если бы нужно было укоротить длину базиса B, безъ того однако, чтобы нанести этимъ ущербы точности съемки, то слѣдовало бы отношеніе $\frac{\delta}{B}$ оставить неизмѣннымъ, т. е. точность построенія направленія (или иначе луча) должна бы расти пропорціонально укороченію основанія (базиса B).

Чтобы повысить точность построенія направленій (лучей) или вообще говоря, элементовъ, опредѣляющихъ положеніе точекъ, можно для измѣренія изображеній пользоваться фотографическими негативами, и опредѣленіе точекъ производить не графически, проведеніемъ направленій (лучей) и ихъ пересѣченіемъ, а аналитически (путемъ вычисленій). Самые точные результаты даетъ способъ, примѣненный Д-ромъ К. Коппе, по которому измѣреніе координатъ изображенія замѣняется измѣреніемъ угловъ.

Но и эти усовершенствованія метода измѣренія не приводятъ все-таки къ желанному результату при фотограмметрической съемкѣ мѣстности, такъ какъ здѣсь большею частью приходится имѣть дѣло съ несовсѣмъ ясно снятыми предметами. Если даже не придавать значенія неясности, которая при фотографическихъ снимкахъ часто появляется, и допустить, что необходимая деталь (часть) мѣстности точно идентифицирована (тождественно установлена), то и тогда лишь въ рѣдкихъ случаяхъ удается найти принадлежащую этой детали мѣстности точку, которая была бы столь ясно и рѣзко очерчена, чтобы положеніе ея можно было измѣрять точно до сотыхъ долей миллиметра или долей минуты.

Нетрудно будетъ, напримѣръ, идентифицировать въ двухъ изображеніяхъ отдѣльный камень въ кучкѣ щебня на обвалѣ или осыпи въ гор-

ной мѣстности, но часто не имѣется никакой возможности въ обоихъ изображеніяхъ предмета получить рѣзко отпечатанной и пригодной для точнаго измѣренія детали. Къ этому еще слѣдуетъ прибавить и то обстоятельство, что контуры детали въ обоихъ изображеніяхъ могутъ быть весьма различно очерчены, такъ какъ тѣневая сторона самого предмета не отдѣляется отъ бросаемой имъ тѣни и т. п.

Вслѣдствіе этого приведенныя выше соображенія относительно точности фотограмметрическаго способа оказываются вѣрными лишь отчасти, такъ какъ точность, съ которой тождественная точка можетъ быть взята, на обоихъ снимкахъ весьма различна и имѣетъ громадное вліяніе на ошибку, которую слѣдуетъ ожидать при опредѣленіи ея проекціи. Итакъ, однимъ усовершенствованіемъ метода измѣренія еще не достигается преслѣдуемая цѣль — возможное укороченіе базиса или основанія, — нужно еще, чтобы вмѣстѣ съ тѣмъ была устранена неточность при отождествленіи или такъ называемомъ идентифицированіи точекъ.

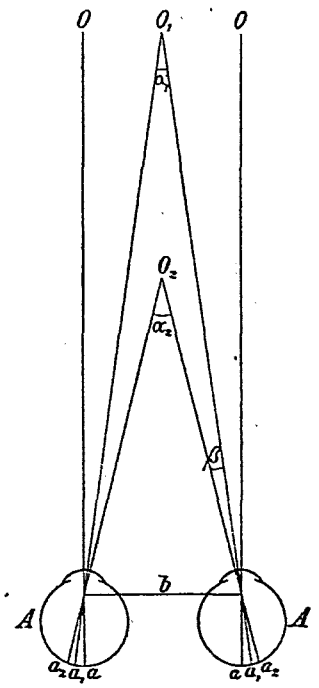
До послѣдняго времени это казалось почти немыслимымъ, но въ настоящее время эта проблема разрѣшается изумительно просто при помощи аппарата, который въ значительной мѣрѣ отвѣчаетъ также требованію относительно точности измѣренія. Онъ основанъ на методѣ измѣренія *стереоскопическихъ* снимковъ и можно считать, что онъ получился естественнымъ послѣдствіемъ и развитіемъ Цейссовскаго стереоскопическаго дальномѣра, если не считаться и не принимать во вниманіе нѣкоторыхъ старыхъ, весьма не совершенныхъ опытовъ.

§ 438. Стереоскопическое измѣреніе разстояній. Почти всѣ инструменты для дальномѣрнаго опредѣленія разстояній основаны на измѣреніи угловъ съ концовъ какого-нибудь извѣстнаго, возможно короткаго, базиса. Однако, если базисъ выбранъ настолько малымъ, что онъ почти исчезаетъ въ сравненіи съ разстояніемъ, подлежащимъ опредѣленію, то измѣреніе угловъ происходитъ уже какъ-бы изъ одной только точки, а потому обыкновенный пріемъ измѣренія угловъ угломѣрнымъ приборомъ въ этомъ случаѣ нельзя уже болѣе считать умѣстнымъ, такъ какъ онъ не даетъ пригоднаго для дѣла результата.

Въ дальномѣрѣ Цейсса вмѣсто угловъ измѣряется стоящая съ ними въ связи степень удаленности (или иначе разность глубинъ), получаемыхъ въ трубѣ стереоскопическихъ изображеній отдѣльныхъ предметовъ ландшафта (мѣстности).

Намъ хорошо извѣстно, что глазъ человѣка можно уподобить фотографической камерѣ, а совокупность двухъ глазъ человѣка сравнивать съ дальномѣромъ съ перемѣннымъ угломъ и съ постояннымъ базисомъ, равнымъ разстоянію между центрами глазъ, принимаемымъ въ среднемъ равнымъ 65 миллиметрамъ. Изображенія весьма удаленнаго, напр., находящагося на нашемъ горизонтѣ, предмета O (черт. 792) въ обоихъ нашихъ глазахъ A получаются на *одинаково* въ нихъ расположенныхъ точкахъ a и a. Приближеніе предмета изъ O въ O_1, а затѣмъ въ O_2, заставляетъ насъ по получаемымъ въ глазахъ изображеніямъ a_1 и a_1 или a_2 и a_2 сводить обѣ главныя оси нашихъ глазъ на предметѣ O_1 подъ угломъ α_1 или въ O_2—

подъ угломъ α_2. Понятно, что чѣмъ болѣе удаленъ предметъ O отъ нашихъ глазъ A, находящихся на постоянномъ разстояніи (базисѣ) b, тѣмъ острѣе параллактическій уголъ α.



Черт. 792.

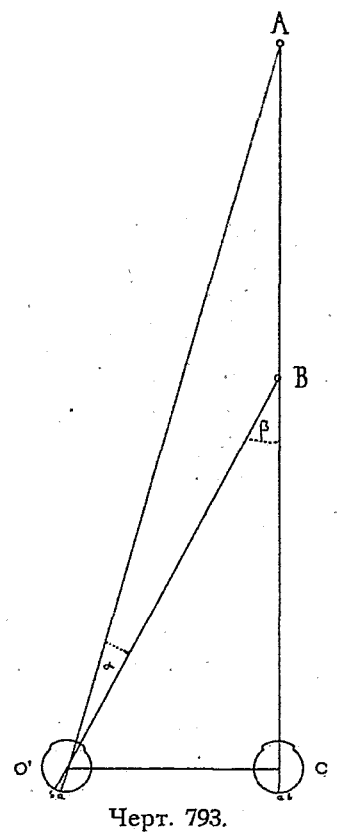
Изъ равнобедреннаго треугольника съ параллактическимъ угломъ α_1 при вершинѣ O_1 и съ основаніемъ b легко находится его высота R — разстояніе предмета O_1 отъ линіи глазъ AA наблюдателя — по формулѣ:

$$R = \frac{1}{2} b \cdot ctg \frac{\alpha_1}{2} \qquad (1)$$

Предѣльная величина для угла α равна 30″, такъ какъ наши глазные нервы подъ болѣе острымъ угломъ не могутъ усматривать болѣе удаленные предметы. Итакъ, если принять $\alpha = 30''$ или полуминутѣ, а слѣдовательно, допустить $tg \frac{1}{2}\alpha = sin \frac{1}{2}\alpha = \alpha' \cdot sin\ 1'$, то, зная, что $sin\ 1' = \frac{1}{3438}$, найдемъ изъ (1) величину искомаго

$$R = \frac{65\ mm}{2} \cdot \frac{3438}{0{,}25} = 446{,}94 \text{ метр.},$$

т. е., круглымъ числомъ, равнымъ около полуверсты; за этимъ предѣломъ удаленные предметы кажутся намъ, какъ бы плоскими, т. е. и малорельефными.



Черт. 793.

Если мы разсматриваемъ незнакомую намъ мѣстность однимъ только глазомъ, то въ видимомъ нами перспективномъ изображеніи мы отчетливо различаемъ главнымъ образомъ отдѣльныя направленія, въ которыхъ находятся различные предметы, о степени же ихъ удаленности отъ насъ мы дѣлаемъ лишь различныя предположенія, подобно тому, какъ это намъ приходится дѣлать, когда мы разсматриваемъ плоскій фотографическій снимокъ. Въ то время, какъ одинъ глазъ, напр., правый, O (черт. 793) не видитъ предмета A, закрытаго другимъ предметомъ B, второй (лѣвый) глазъ O' легко можетъ видѣть заразъ оба предмета; невольное соединеніе глазами двухъ соотвѣтственныхъ изображеній для каждаго предмета мѣстности въ *одно рельефное*, пластичное изображеніе и позволяетъ намъ видѣть разные предметы на различной глубинѣ въ пространствѣ, т. е. различно удаленными отъ глаза наблюдателя,— эта то способность глазъ человѣка и называется *стереоскопическимъ видѣніемъ*; у различныхъ людей

она не одинакова; такъ, у молодыхъ людей предѣльная величина параллактическаго угла доходитъ даже до 10″, а имѣя въ виду, что *b* колеблется отъ 58 до 72 mm., можно сказать, что *воспріятіе глубинъ*, колеблясь отъ 400 до 500 метровъ, можетъ у молодыхъ людей достигать до полутора верстъ.

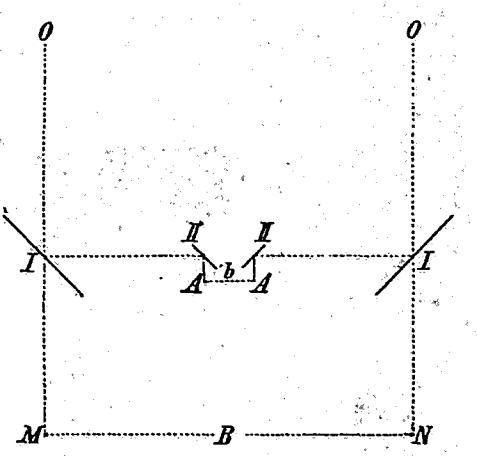
Лица съ ослабленной остротой зрѣнія, или лица, которыя вслѣдствіе продолжительной работы съ оптической трубой, лупой или микроскопомъ, привыкли смотрѣть только однимъ глазомъ, а другой помимо воли выключать, обладаютъ только очень несовершенной способностью ощущать разность глубинъ.

Изъ приведенныхъ соображеній слѣдуетъ, что предметы съ углами схожденія меньше 30″ мы уже не видимъ на разныхъ разстояніяхъ при сравненіи ихъ другъ съ другомъ; они уже кажутся намъ тогда одинаковыми и равно удаленными, какъ безконечно далекія точки.

Эти предѣлы пространственнаго, стереоскопическаго, видѣнія, зависящіе отъ разстоянія *b* нашихъ обоихъ глазъ, т. е. отъ разстоянія между зрачками, лежатъ между 400 и 500 метрами.

Въ этихъ предѣлахъ мы видимъ всѣ предметы какого-нибудь пейзажа, какъ „*пространственное*“ изображеніе, т. е. рельефными, все же другое, лежащее на болѣе далекомъ разстояніи только, какъ „*плоское*“ перспективное изображеніе, подобно картинѣ или фотографіи.

Но предѣлъ пространственнаго изображенія можно произвольно увеличивать (расширять) или путемъ примѣненія двойной зрительной трубы, увеличивающей изображенія на сѣтчатой глазной оболочкѣ, а вмѣстѣ съ ними и разстоянія aa_1 и aa_2, обусловливающія степень воспріятія глубинъ, или же можно примѣнять такія приспособленія, которыя какъ будто раздвигаютъ наши глаза.



Черт. 794.

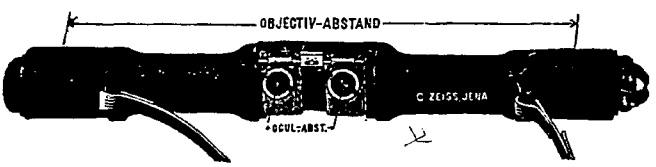
Когда мы разсматриваемъ, напримѣръ, пейзажъ въ полевой бинокль съ шестикратнымъ увеличеніемъ, то во столько же разъ увеличиваются и изображенія на сѣтчатой оболочкѣ, и параллактическія разницы направленій, а потому предѣлъ стереоскопическаго воспріятія увеличивается также въ 6 разъ. Въ силу этого мы видимъ пейзажъ, расчлененный пространственно на протяженіи отъ 2000 до 3000 m.

Второе вспомогательное средство основано на употребленіи прибора, даннаго Гельмгольцомъ и называемаго *телестереоскопомъ*; онъ состоитъ изъ 4 зеркалъ I и II, (черт. 794) взаимное расположеніе которыхъ видно изъ чертежа. Если допустимъ, что наблюдатель смотритъ въ аппаратъ и его глаза помѣщаются въ *AA*, то онъ видитъ отраженный отъ зеркалъ пейзажъ *OO* такъ, какъ будто бы его глаза находились въ точкахъ *M* и

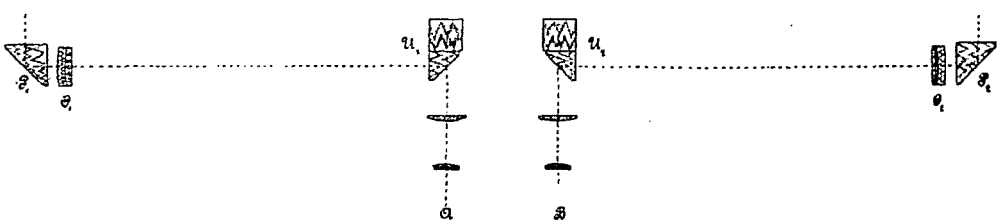
N; т. е. онъ видитъ тогда изображеніе пейзажа такъ, какъ будто бы онъ смотрѣлъ въ аппаратъ, имѣя разстояніе B между обоими глазами и предѣлъ пространственнаго воспріятія передвинутъ вдаль соотвѣтственно отношенію основаній $\frac{B}{b}$. Если, напр., разстояніе b у наблюдателя $= 65$ mm. а B выбирается равнымъ 650 mm., то параллактическія разницы направленій увеличиваются въ 10 разъ, и воспріятіе глубины (разстояній) простирается тогда почти до $4^1/_2$ километровъ.

Фирма Цейсса, подъ руководствомъ д-ра Пульфриха, по идеѣ профессора шарлотенбургскаго политехникума инженера де-Грузильера, замѣнила зеркала стереоскопа Гельмгольца призмами и, соединяя вмѣстѣ оба принципа увеличенія силы стереоскопическаго зрѣнія глазъ, построила съ тою же цѣлью болѣе совершенный приборъ: онъ состоитъ изъ двухъ, соединенныхъ вмѣстѣ, на подобіе бинокля, зрительныхъ трубъ, связанныхъ призматическимъ телестереоскопомъ. У этой двойной рельефной зрительной трубы увеличеніе V и отношеніе $\frac{B}{b}$ входятъ въ видѣ произведенія, и величина $\left(V \cdot \frac{B}{b}\right)$ даетъ такъ называемую *„полную пластику“*, повышающую воспріятіе глубинъ, при $V = 6$ и $B : b = 10$ до 60 разъ, т. е. до 27 километровъ, при чемъ пейзажъ кажется намъ въ 60 разъ пластичнѣе.

Возможность замѣны пейзажа мѣстности (видимаго простыми глазами или въ трубу) его фотографическими снимками и дала мысль соединить непосредственно видимый въ трубу пейзажъ мѣстности съ двумя фотографическими снимками съ такъ называемой „перспективной шкалой разстояній“, и рельефная или стереоскопическая труба Цейсса, соединенная съ перспективной дальномѣрной шкалой, носитъ названіе *стереоскопическаго дальномѣра* Цейсса де-Грузильера и показана на черт. 795, при чемъ рас-



Черт. 795.



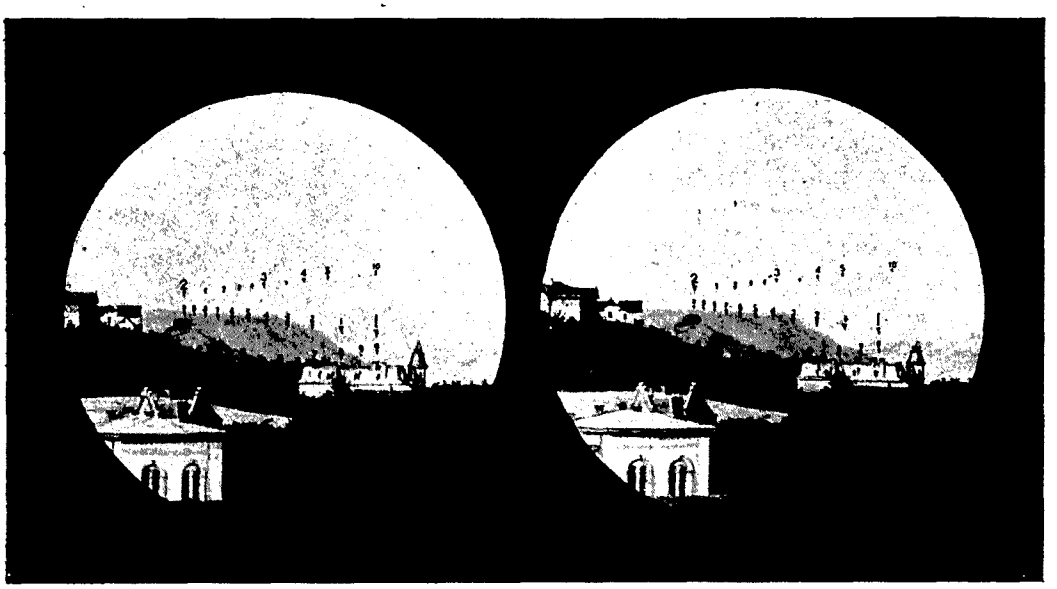
Черт. 796.

положеніе призмъ дано на черт. 796. Способъ употребленія такой трубы ясенъ изъ чертежей 797 и 798; при чемъ не надо забывать, что и шкалу и

пейзажъ наблюдатель видитъ ординарными, а не двойными, *въ рельефномъ*

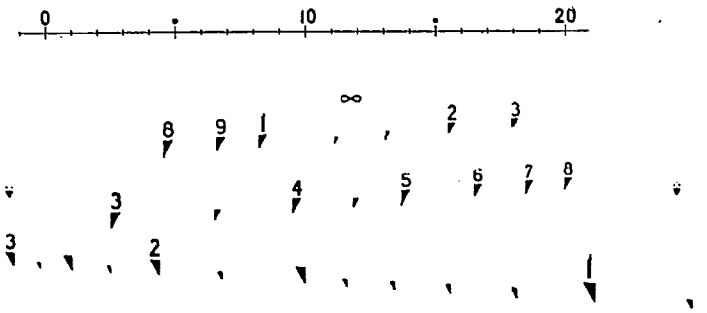


Черт. 797.



Черт. 798.

видѣ, и о степени удаленности предметовъ судитъ по надписямъ зигзагообразной шкалы (черт. 799).



Черт. 799.

Значеніе цифръ масштаба.

∞ безконечность.

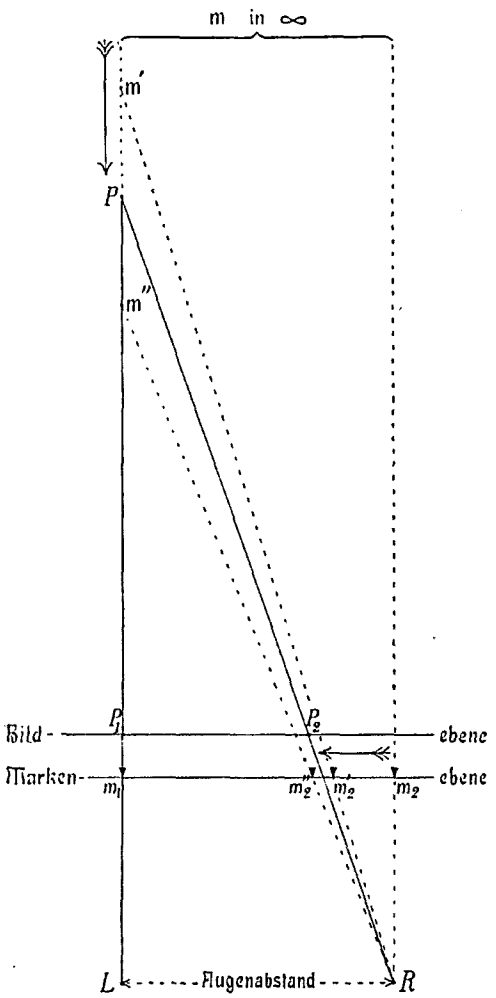
8	**9**	**1**			**2**	**3**						
800	900	1000	1250	1500	2000	3000	метр.					
3		**4**		**5**	**6**	**7**	**8**					
300	350	400	450	500	600	700	800					
3				**2**		**1**					**1**	
300	275	250	225	200	175	150	140	130	120	110	100	90 метр.

Устройство перспективной шкалы, составляющей существенную часть дальномѣра Цейсса, основано на слѣдующихъ соображеніяхъ. Если *въ каждомъ* изъ нашихъ глазъ, на сѣтчатой его оболочкѣ, на подобіе того, какъ въ фотографической камерѣ, на свѣточувствительной пластинкѣ, получается отъ одного и того же предмета мѣстности по изображенію, и эти изображенія находятся *не* на одинаковыхъ, а на симметричныхъ (относительно главной оси) мѣстахъ нашихъ глазъ, то возможно и обратное предположеніе, а именно: если бы *передъ глазами* наблюдателя, въ каждой картинной плоскости пейзажа, имѣющейся въ каждой изъ обѣихъ трубъ дальномѣра Цейсса, поставить по изображенію нѣкотораго значка, напр., въ видѣ треугольной марки, соотвѣтственно тому, какъ эти изображенія могли бы получиться у насъ въ лѣвомъ L (черт. 800) и правомъ R глазу, то въ пространствѣ наши глаза рельефно-стереоскопически увидали бы марку. Если бы такихъ *парныхъ* изображеній сдѣлать нѣсколько, напр., въ точкахъ (черт. 801) m'_1 и m'_2, m''_1 и m''_2, m'''_1 и m'''_2, . . . въ плоскости, обозначенной на чертежѣ „Marken-ebene", то въ пространствѣ мы увидали бы марки въ точкахъ m' m'' m''' . . . , и о положеніи предметовъ P и Q мѣстности въ пространствѣ можно было бы судить по положенію усматриваемыхъ тамъ же марокъ

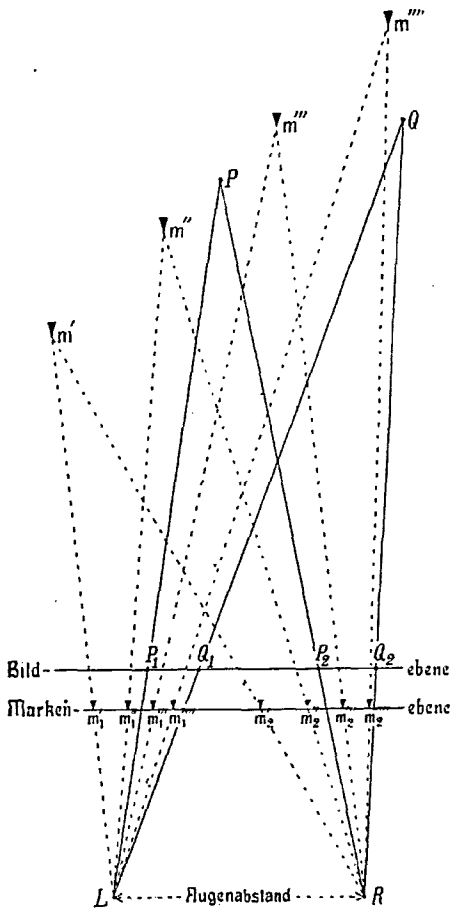
$$m', m'', m''', \ldots$$

Слѣдовательно, остается только сумѣть правильно нанести рядъ парныхъ марокъ m_1 и m_2 въ картинной плоскости, чтобы судить (по степени

удаленности *одновременно съ пейзажемъ видимыхъ* замѣтокъ (марокъ) о глубинѣ находящихся между ними въ простанствѣ предметовъ мѣстности.



Черт. 800.



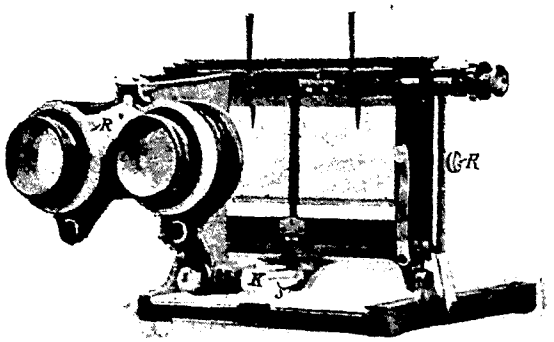
Черт. 801.

Болѣе внимательное разсмотрѣніе чертежа 793 указываетъ намъ, что если изображеніе предмета A въ правомъ глазу O остается неизмѣннымъ, а въ лѣвомъ O' оно отодвигается изъ a въ b все лѣвѣе и лѣвѣе, по мѣрѣ приближенія предмета къ намъ изъ A въ B, то возможно произвести слѣдующій опытъ. Пусть имѣются два достаточно длинныхъ и полыхъ внутри цилиндра, соединенныхъ вмѣстѣ наподобіе трубокъ бинокля, и пусть на каждомъ изъ нихъ, на переднихъ ихъ концахъ, помѣщено по маркѣ, т. е. по одинаковому металлическому треугольнику, изъ которыхъ одинъ, напр., правый, можетъ помощью микрометреннаго винта приближаться и удаляться отъ неподвижно закрѣпленнаго лѣваго значка, тогда окажется, что 1) наши глаза соединятъ въ пространствѣ оба треугольничка въ одинъ, и 2) по мѣрѣ сближенія марокъ намъ будетъ казаться, что находящаяся въ пространствѣ и стереоскопически усматриваемая нашими глазами марка будетъ

отодвигаться въ глубь пространственнаго пейзажа, имѣющагося передъ нашими глазами.

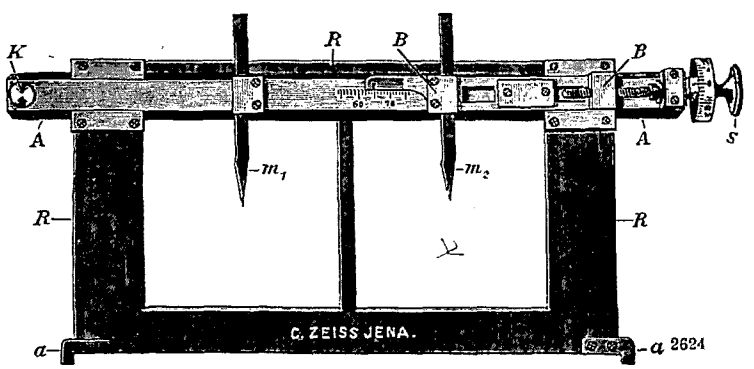
Изъ сказаннаго слѣдуетъ, что существованію и измѣненію углового параллакса α (черт. 793) соотвѣтствуетъ въ нашихъ глазахъ (или картинной плоскости стереоскопа) существованіе и измѣненіе *линейнаго параллакса* aa_1 и aa_2 (въ стереоскопѣ (черт. 800) $m_2\ m'_2$ и $m_2\ m''_2$).

Для демонстраціи существованія величины линейнаго параллакса фирма Цейсса къ своему біокулярному стереоскопу (черт. 802) присоеди-



Черт. 802.

нила стереомикрометръ (черт. 803), состоящій изъ рамы R съ микрометреннымъ винтомъ S, подсчитывающимъ по дѣленіямъ барабана, находящагося близъ шляпки винта, части полнаго его оборота, а по шкалѣ B — цѣлые его обороты. Винтъ S можетъ перемѣщать подвижную марку m_2.

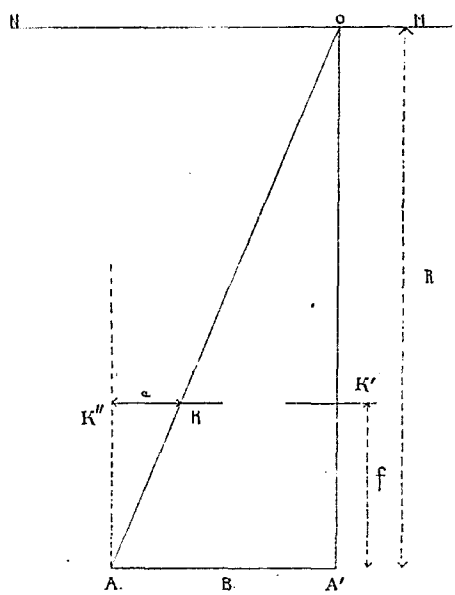


Черт. 803.

Перемѣщеніе въ пространствѣ въ глубь марки m съ одного предмета на другой учитывается отсчетами числа оборотовъ винта S, дающими величину перемѣщенія марки m_2 вдоль рамы (или такъ называемый линейный параллаксъ).

Такимъ образомъ можно утверждать, что дѣйствительно связь между обоими изображеніями удаленнаго предмета O, находящагося въ удаленіи R отъ нашихъ глазъ A, въ общей ихъ картинной плоскости, опредѣляется величиной линейнаго параллакса.

Примѣнительно къ чертежамъ 792-му и 793-му сдѣлаемъ чертежъ 804, пусть въ немъ K и K' означаютъ картинныя плоскости, въ разстояніи f отъ глазъ A и A' наблюдателя, пусть длина базиса $AA' = B$ и разстояніе отъ глазъ до предмета O мѣстности $A'O = R$. Если линія AK'' параллельна $A'O$, то KK'' будетъ линейный параллаксъ $= a$, и тогда



Черт. 804.

1) $KK' = B - a$,

2) $\frac{a}{f} = \frac{B}{R}$ и 3) $\frac{KK'}{B} = \frac{B-f}{R}$.

Откуда $a = \frac{B}{R} \cdot f$ и

$$B - a = B\left(1 - \frac{f}{R}\right),$$

т.-е. *всякому данному разстоянію R до предмета O соотвѣтствуетъ, при постоянныхъ B и f, опредѣленная величина линейнаго параллакса a,* и относительное разстояніе между обоими изображеніями предмета въ ихъ общей картинной плоскости равно $(B - a)$.

Что же касается до абсолютнаго положенія одного изъ нихъ въ картинной плоскости K, то (примѣнительно къ чертежу 792) можно сказать, что оно мѣняется съ перемѣною мѣста предмета (O_1 или O_2) въ пространствѣ. И такъ какъ разстояніемъ R опредѣляется не одна точка O пространства, а цѣлый рядъ точекъ прямой MON параллельной KK', то *одному и тому же линейному параллаксу a соотвѣтствуетъ рядъ точекъ, лежащихъ на одной прямой*, параллельной плоскости.

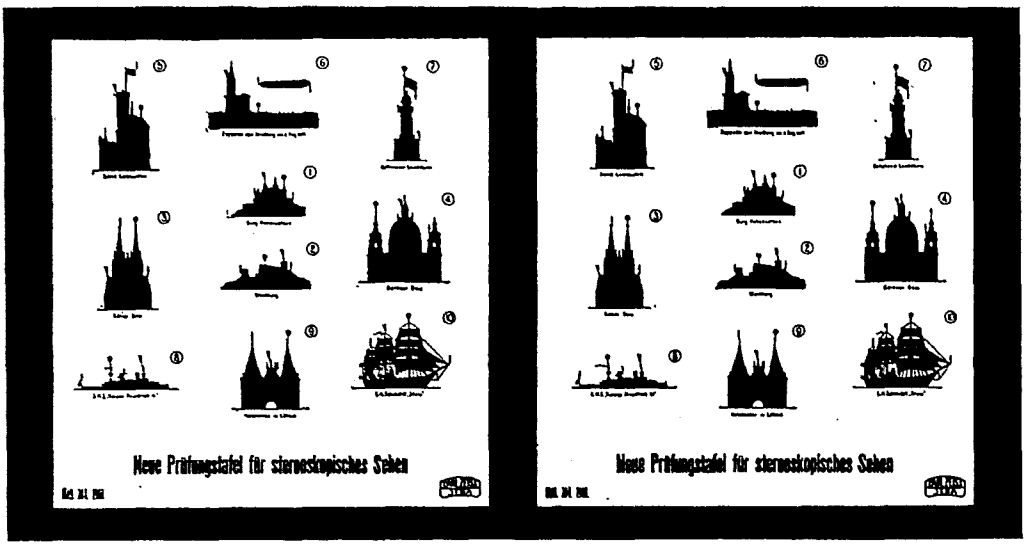
Изъ сказаннаго слѣдуетъ, что если бы мы *заранѣе* знали разстояніе R отъ глаза A до предмета O (черт. 792), то *по законамъ перспективы* [1]) построили бы его изображеніе, напр., въ лѣвой половинѣ картинной плоскости, а затѣмъ по линейному параллаксу a и правое его изображеніе. Отсюда становится яснымъ, какимъ образомъ построена зигзагообразная шкала марокъ въ дальномѣрѣ Цейсса, и что зигзагообразная форма ей придана ради лишь удобства наблюденій.

Съ цѣлью изслѣдованія способности у различныхъ людей стереоскопическаго видѣнія фирма Цейсса для своего біокулярнаго стереоскопа приготовила *испытательную шкалу* и ключъ къ ней, по которой каждый наблюдатель можетъ самъ себя провѣрить, что онъ видитъ въ каждой

---

[1]) См. Начертательную Геометрію — о построеніи перспективы точки, заданной ея разстояніемъ отъ картинной плоскости, а также пунктъ 6. Гл. III, статьи И. Р. Левицкаго, въ 3 книгѣ Извѣстій Кіевскаго Политехническаго Института за 1909 годъ.

фигурѣ (черт. 805) впереди, что позади и что по серединѣ, — крестъ ли, шаръ ли, треугольникъ ли, или штрихъ. Таблица имѣетъ 10 такихъ фигуръ.



Черт. 805.

Итакъ, здѣсь не подлежатъ измѣренію никакіе углы при основаніи или углы схожденія, а только зависящая отъ этихъ величинъ стереоскопическая распознаваемость глубинъ, приведенная къ опредѣленной шкалѣ. Такъ какъ при этомъ способѣ имѣется возможность распознавать уже самыя минимальныя разности угловъ, то мы въ состояніи съ очень короткимъ базисомъ (основаніемъ) достигнуть сравнительно высокой точности.

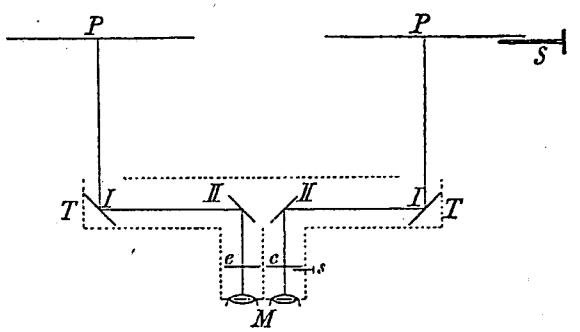
§ 439. Стереоскопическое измѣреніе разстояній по фотографическимъ снимкамъ. Теперь уже не трудно перенести принципъ этого прибора для измѣренія разстояній на фотограмметрію и тутъ также получить вышеуказанныя преимущества короткаго основанія. Дѣйствительно, вмѣсто натуральнаго пейзажа, можно съ такимъ же успѣхомъ воспользоваться его фотографическими изображеніями, полученными съ концовъ базиса, т. е. съ крайнихъ точекъ измѣренной „линіи стоянія“ съ камерой. Снимки эти могутъ быть, разумѣется, сдѣланы одинъ за другимъ, одной и той же фотографической камерой, и наблюдаемые при помощи аппарата, похожаго на дальномѣръ, они вполнѣ замѣнятъ натуральный пейзажъ, а разстояніе до любыхъ точекъ можетъ быть измѣрено съ помощью шкалы глубинъ [1]).

Тотчасъ же, послѣ появленія дальномѣра, фирмѣ Карла Цейссъ въ Іенѣ была съ разныхъ сторонъ (главнымъ образомъ со стороны инженера H. de Grousillier) сообщена эта идея, и завѣдующій научной частью фирмы Цейссъ, Докт. К. Пульфрихъ, которому мы обязаны практическимъ выполненіемъ дальномѣра Цейсса, уже много лѣтъ самостоятельно занимался этой

[1]) Такой аппаратъ *стереоскопъ Цейсса* демонстрировался въ Межевомъ Институтѣ, на выставкѣ геодезическихъ инструментовъ въ Москвѣ, въ январѣ 1908 года.

проблемой и построилъ для этой цѣли аппаратъ, носящій названіе *стереокомпаратора*; его необыкновенные успѣхи вызвали всеобщее вниманіе также и въ другихъ научныхъ областяхъ, какъ напр., въ астрономіи, судебной экспертизѣ и т. п.

Принципъ устройства этого аппарата понятенъ изъ чертежа 806. Оба изображенія *PP* лежатъ въ одной плоскости и расположены на рамѣ, снабженной салазками — ползушками; каждое изображеніе отдѣльно можетъ вращаться вокругъ своего центра, а оба вмѣстѣ могутъ быть подвигаемы вправо и влѣво, равно какъ и подымаемы, и опускаемы. Всѣ передвиженія производятся при помощи винтовъ и могутъ быть по шкаламъ (масштабамъ) подсчитаны. Кромѣ этого правый снимокъ можетъ быть самъ по себѣ передвигаемъ вправо и влѣво при помощи точнаго микрометреннаго винта *S*. I и II суть 4 призмы зеркальнаго стереоскопа *T*, изображенія въ коихъ могутъ быть наблюдаемы при помощи двухъ микроскоповъ съ трехъ — и шестикратнымъ увеличеніемъ. Участіемъ въ ходѣ лучей системы призмъ Порро устраняется обратность изображеній, вызываемая объективами микроскоповъ. Въ картинной плоскости обоихъ микроскоповъ имѣются стекляныя пластинки *e* съ одной маркой или помѣткой, въ видѣ вертикальнаго штриха, который при наблюденіи черезъ объективы появляется, какъ стереоскопическое изображеніе, лежащее въ пространствѣ на извѣстномъ разстояніи, устанавливаемомъ винтомъ *S*. Общій видъ стереокомпаратора показанъ на чертежѣ 807, въ $^1/_5$ натуральной величины того экземпляра, который извѣстенъ у фирмы подъ названіемъ „Модель D“, для пластинокъ 9×12 ст. [1]).



Черт. 806.

На чертежѣ 807 *A* обозначаетъ главную ползушку (салазки) — подвижную раму, лежащую на общей чугунной (на четырехъ ножкахъ) подставкѣ. Въ раму горизонтально вкладываются стеклянныя пластинки P_1 и P_2 съ фотографическими снимками (мѣстности). Рама можетъ передвигаться влѣво и вправо при помощи вращенія рукоятки *H*.

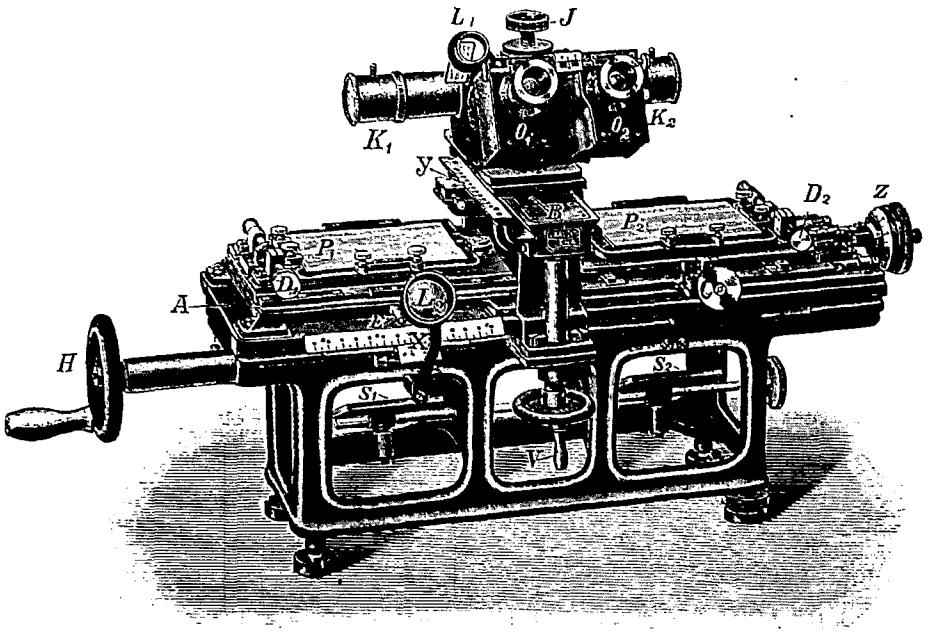
E — задвижка для неподвижной установки и закрѣпленія второй ползушки съ пластинкой P_1, перемѣщающейся независимо отъ общей ползушки *A*.

B — третья ползушка для передвиженія стереомикроскопа съ окулярами O_1 и O_2 въ направленіи, параллельномъ главной вертикали снимковъ (и слѣдовательно, перпендикулярномъ къ направленію перемѣщенія ползушки *A*). Для перемѣщенія ползушки *B* служитъ рукоятка *V*.

---

[1]) Такой экземпляръ пріобрѣтенъ Имп. Московскимъ Инженернымъ Училищемъ в. п. с., нынѣ Инст. Инж. П. С. Императора Никалая II, и полученъ имъ въ сентябрѣ мѣсяцѣ 1908 года.

C — уравнительный винтъ для достиженія соотвѣтствующаго превышенія обѣихъ пластинокъ вслѣдствіе неравенства высотъ обоихъ концовъ базиса, избраннаго для стереофотограмметрической съемки.



Черт. 807.

D_1 и D_2 — винты для вращенія и установки пластинокъ по направленію (по азимуту).

S_1 и S_2 — два зеркала, вращающіяся на общей оси, для освѣщенія снизу (путемъ отраженія свѣта) обѣихъ стеклянныхъ пластинокъ P_1 и P_2.

X — шкала (масштабъ) съ подвижнымъ ноніусомъ для измѣренія абсциссъ.

Y — подобная же шкала для опредѣленія ординатъ.

Z — микрометренный винтъ, служащій для измѣренія такъ называемаго параллакса, снабженный переставнымъ барабаномъ съ дѣленіями.

Окуляры O_1 и O_2 могутъ быть передвигаемы отъ руки для яснаго видѣнія „странствующей марки“ (подвижного штриха) и могутъ быть сдвинуты или раздвинуты при помощи винтика для установки разстоянія между ними по глазамъ наблюдателя.

K_1 и K_2 — отверстія, закрываемыя заслонками, — для объективовъ стереоскопа.

F — винтъ для установки стереоскопа по фокусу — для достиженія возможной отчетливости видимыхъ въ микроскопѣ изображеній, а съ противоположной стороны микроскопа—нажимательный винтъ для закрѣпленія разъ установленнаго по фокусу микроскопа. Увеличеніе микроскопа въ 6 разъ.

Для чтенія ординатъ *Y* — можетъ служить наклонное зеркало и подвижная лупа *L*.

J — винтъ для закрѣпленія стереоскопа на ползушкѣ *B*, отпуская который возможно приподнять и удалить стереомикроскопъ съ подставки.

Наблюдатель видитъ въ приборъ часть пейзажа въ видѣ стереоскопическаго изображенія въ 100-кратной, быть можетъ, пластичности, одновременно съ такъ называемымъ движущимся въ пространствѣ штрихомъ (странствующей маркой).

Если передвигать правый снимокъ при помощи микрометреннаго винта S, (черт. 806), то пространственное изображеніе пейзажа станетъ двигаться впередъ и назадъ, между тѣмъ какъ штрихъ будетъ оставаться неподвижнымъ. Въ дѣйствительности же впечатлѣніе получается отнюдь не такое, а совершенно иное: кажется совсѣмъ наоборотъ,— будто пейзажъ остается неподвижнымъ, а штрихъ мѣняетъ свое мѣсто по направленію глубины. Этотъ „странствующій штрихъ" легко удается установить на одинаковое разстояніе съ какой-либо опредѣленной точкой пейзажа; для чего необходимо лишь передвинуть правый снимокъ, и по положенію винта S (т. е. по отсчету на его барабанѣ Z (черт. 807), такъ называемаго *параллакса*) можно (легко) опредѣлить разстояніе до соотвѣтствующей точки.

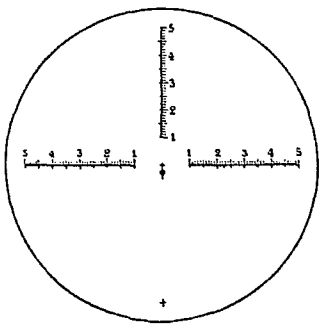
Существеннымъ условіемъ при этомъ способѣ измѣренія является то, чтобы положеніе обоихъ изображеній въ компараторѣ точно соотвѣтствовало положенію свѣто-чувствительныхъ пластинокъ въ камерѣ во время производства фотографированія, ибо только тогда можно получить пространственный снимокъ, сходный съ пейзажемъ по отношенію ко всѣмъ его размѣрамъ. Такъ какъ оба снимка разсматриваются, какъ лежащіе въ одной плоскости, то даже при работѣ въ полѣ камера должна быть установлена на обоихъ крайнихъ концахъ базиса такимъ образомъ, чтобы обѣ пластинки лежали въ одной плоскости, все равно въ вертикальной ли, или въ наклонной.

Правильное взаимное расположеніе обоихъ снимковъ въ компараторѣ достигается тѣмъ, что устанавливаютъ точку пересѣченія горизонтали картинной плоскости съ главной вертикалью, т. е. „главную точку" на направленіе оптическихъ осей обоихъ микроскоповъ, ибо только тогда отвѣчаетъ стереоскопическій снимокъ тому пространственному изображенію, которое бы далъ намъ пейзажъ въ томъ случаѣ, если бы мы представили себѣ, что наши глаза перенесены въ оба конца базиса, причемъ ихъ оси остались параллельны первоначальному ихъ положенію. При подобной „установкѣ" изображеній все-таки является необходимость пользоваться ради контроля и для исправленій еще и другими, инымъ путемъ опредѣленными точками снимка.

При производствѣ измѣреній прежде всего устанавливаютъ окуляры O_1 и O_2 по глазамъ, 1) сближая ихъ вращеніемъ отъ руки, примѣнительно къ разстоянію между центрами глазъ наблюдателя и 2) приближая или удаляя каждый изъ нихъ въ отдѣльности отъ трубы K_1 K_2, вращая вокругъ оси до тѣхъ поръ, пока каждый глазъ отчетливо *не* увидитъ марку въ видѣ баллона, а затѣмъ оба глаза заразъ не усмотрятъ рельефно въ пространствѣ одно (а не два) изображеніе марки. Чтобы отчетливо видѣть пейзажъ, изображенный на пластинкахъ P_1 и P_2, верхнюю часть подымаютъ или опускаютъ по мѣрѣ надобности и закрѣпляютъ, дѣйствуя винтомъ F.

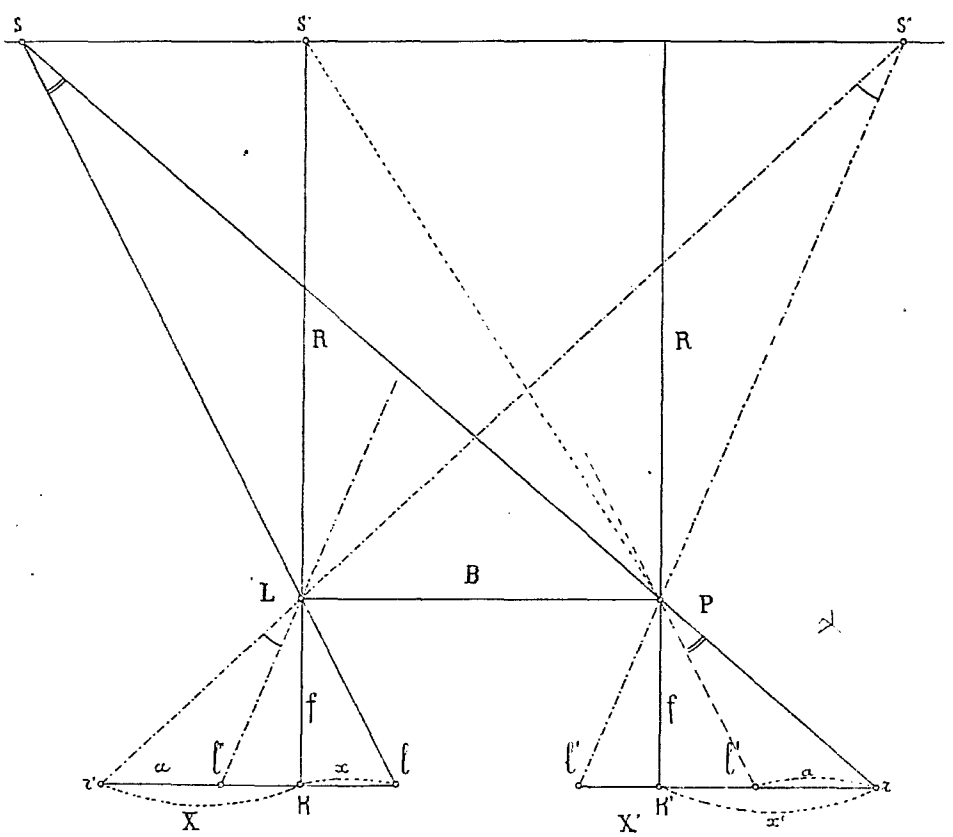
Дѣйствуя винтами D_1 и D_2, обѣ пластинки выравниваютъ такъ, что-

бы движущаяся марка (черт. 808), имѣющая видъ баллона со шпицемъ на концѣ, совпавъ съ верхнимъ отверстіемъ, опредѣляющимъ направленіе главной вертикали, прошла при вращеніи рукоятки V, черезъ подобное же нижнее отверстіе. Винтъ C служитъ для выравниванія существующей разницы въ высотѣ обоихъ снимковъ, происходящей вслѣдствіе неравенства высотъ обѣихъ точекъ стоянія при фотографированіи мѣстности съ концовъ базиса.



Черт. 808.

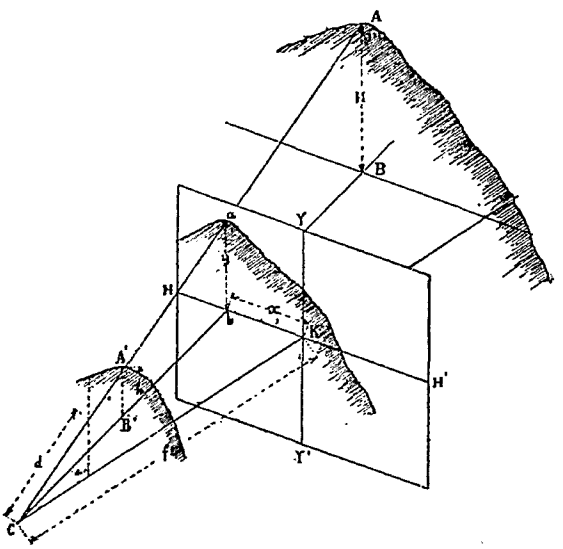
Чтобы выяснить себѣ значеніе винта Z, измѣряющаго линейный параллаксъ a, обратимъ наше вниманіе на чертежи 809 и 764. Если B (черт. 809) есть разстояніе тежду глазами наблюдателя лѣвымъ L и правымъ P, f— фокусное разстояніе объектива камеры, R — разстояніе отъ базиса B до предмета S мѣстности (или правильнѣе до линіи $SS'S''$) точки K и K' начала координатъ (горизонтальной x и вертикальной y), то легко усмо-



Черт. 809.

трѣть, что, гдѣ бы точка S ни находилась въ S или S', или S'' всегда отношеніе $B:R$ (основанія треугольника SLP къ его высотѣ) остается постояннымъ и равно отношенію $a:f$, гдѣ $a=x'-x=X-X'$, ибо $\triangle SLP\sim\triangle l'Pr$, а также $\triangle LS''P\sim\triangle l''Lr''$.

Изъ чертежа же 764 видно, что 1) $H:y=R:f$, т. е. $H=y\,.\,\frac{R}{f}$ и 2) $X=R\,.\,\frac{x}{f}$, и, слѣдовательно, для того, чтобы построить какую-либо точку мѣстности, нужно, зная B и f, на компараторѣ опредѣлить величину линейнаго параллакса a (по винту Z); для чего и устанавливаютъ *движущуюся марку* на одинаковое разстояніе съ интересующей насъ точкой пейзажа мѣстности, передвигая правый снимокъ на компараторѣ винтомъ Z и дѣлая по его барабану соотвѣтствующій отсчетъ, тогда тотчасъ же опредѣлится R по формулѣ $R=B\,.\,\frac{f}{a}$, а затѣмъ по отсчету x высчитается $X=x\,.\,\frac{R}{f}$ и, наконецъ, по прочтенному y вычислится $H=y\,.\,\frac{R}{f}$.



Черт. 764.

Стереоскопическое изображеніе точки пейзажа оказывается одинаково удаленнымъ съ пространственнымъ штрихомъ, очевидно, тогда, когда изображенія этой точки лежатъ въ картинной плоскости микроскоповъ, гдѣ находятся и обѣ марки. Итакъ, вовсе нѣтъ надобности заранѣе идентифицировать точку мѣстности на обоихъ снимкахъ, ибо послѣ установки изображеній совпадающими съ „пространственнымъ указателемъ (штрихомъ)“, очевидно, что индексы (марки) микроскоповъ лежатъ у тождественныхъ точекъ обоихъ изображеній, а изъ положенія винта S опредѣляется стереоскопическій параллаксъ этой точки мѣстности. Это измѣреніе можетъ быть произведено при вышеприведенномъ увеличеніи микроскопа съ точностью почти до 0,01 mm.

Итакъ, стереокомпараторъ доставляетъ намъ три элемента для опредѣленія положенія точки: ея абсциссу и ординату въ лѣвомъ изображеніи и ея стереоскопическій параллаксъ.

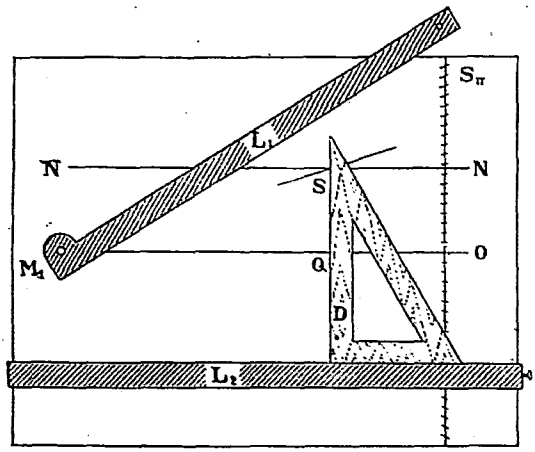
Горизонтальная проекція и высота точки могутъ быть по этимъ даннымъ найдены указаннымъ способомъ.

§ 440. Построеніе плана. Покажемъ теперь, какимъ образомъ по прочтеннымъ a, x и y строится точка плана.

Для построенія плана фирма Цейсса рекомендуетъ пользоваться приспособленной ею спеціальной чертежной доской, шириною въ 72 см. и высотою въ 52 ст. (черт. 810), съ заранѣе наклеенной на ней бумагой съ нанесенными линіями съ миллиметровыми дѣленіями.

Доска снабжена постоянной точкой M_1 въ видѣ конусообразнаго отверстія, въ которое вкладывается конусообразная ось вращенія металли-

ческой линейки L_1, также снабженной по ребру миллиметровыми дѣленіями. По доскѣ движется вторая линейка L_2 съ нажимательнымъ винтомъ для установки линейки L_2 въ неизмѣнномъ положеніи. Вдоль линейки L_2 передвигается обыкновенный чертежный деревянный треугольникъ D.



Черт. 810.

Точка M_1 — изображаетъ станцію I и отъ нея откладывается фокусное разстояніе $f = M_1O$, на разстояніи котораго проводится линія S_n NO, перпендикулярная къ M_1O. Отложивъ отъ O величину ON, равную разстоянію B, на той же линіи ONS_n проводятъ линію $NN \parallel M_1O$. Послѣ этого на ONS_n откладываютъ величину a и вращаютъ линейку L_1 около точки M_1 до встрѣчи съ линіею NN въ точкѣ S.

Замѣтивъ точку S, продвигаютъ до нея, двигая по линейкѣ L_2, треугольникъ D и отмѣчаютъ на линіи M_1O точку Q (черт. 811). Остается на линіи SQ найти точку P (для которой прочтены a и x). Для этого на линіи OS_n откладываютъ отъ O кверху величину x и къ точкѣ отложенія продвигаютъ скошенный край линейки L_1, тогда на линіи SQ и получится точка P. Для опредѣленія превышенія H точки P надъ M_1 достаточно отъ точки Q внизъ найти на линіи SQ точку R, тогда RQ и будетъ H; а для этого достаточно отъ точки O (линіи ONS_n) внизъ отъ линіи OQM_1 отложить величину y и къ точкѣ отложенія придвинуть скошенное ребро линейки L_1.

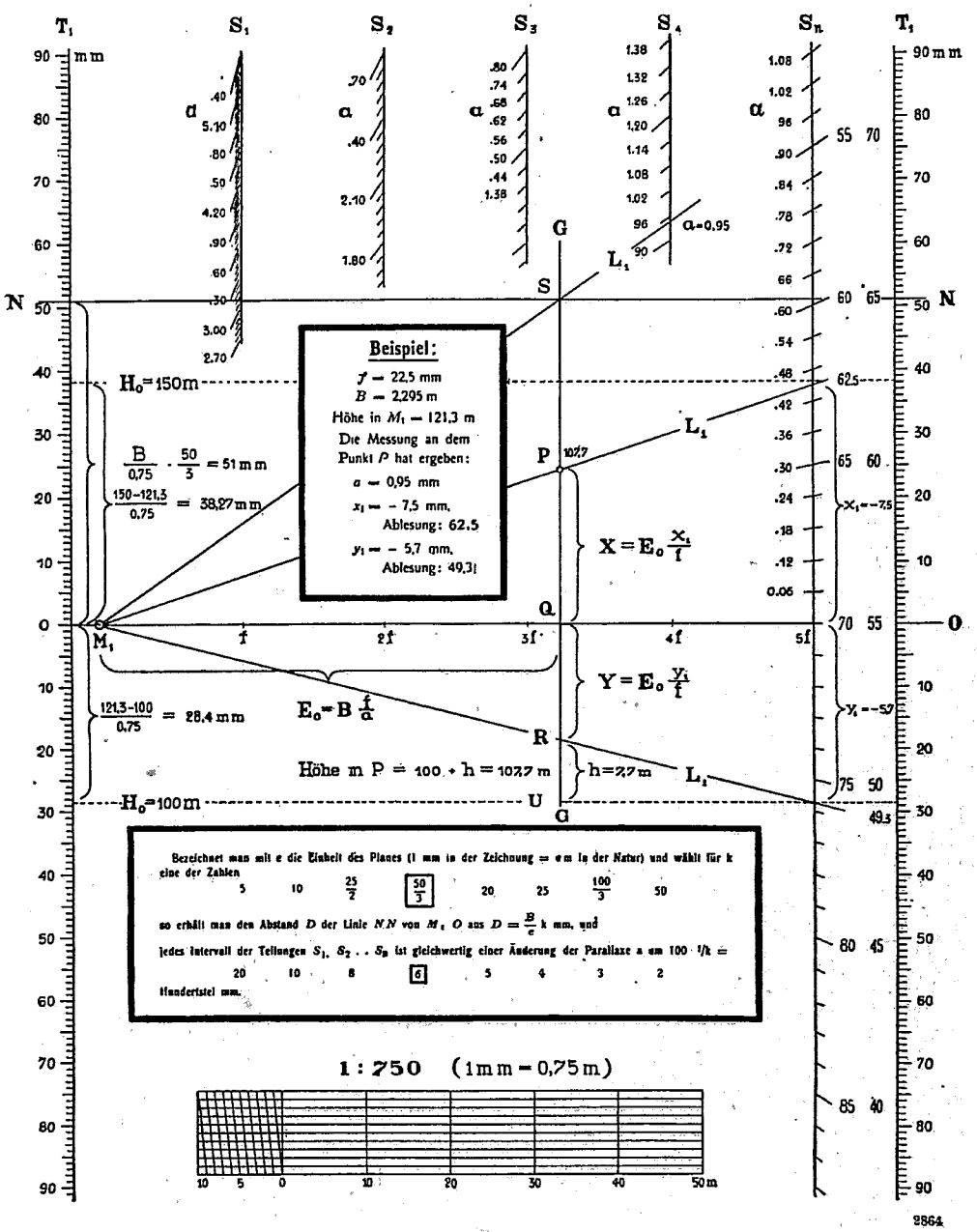
Линія M_1RL_1 въ пересѣченіи съ продолженіемъ книзу линіи SQ и даетъ точку R.

Для удобства построенія плана въ заданномъ масштабѣ мы преобразуемъ наши формулы:

$$\left.\begin{aligned} R &= B \cdot \frac{f}{a} \\ X &= R \cdot \frac{x}{f} \\ H &= R \cdot \frac{y}{f} \end{aligned}\right\} \text{ такъ } \left\{\begin{aligned} R &= kB \cdot \frac{nf}{kna} \\ X &= R \cdot \frac{nx}{nf} \\ H &= R \cdot \frac{ny}{nf} \end{aligned}\right.$$

положимъ $R = E_0$ и $H = Y$, тогда, примѣняясь къ этому, на чертежной доскѣ (черт. 811) на линіи M_1O отложимъ отъ M_1 длины $2f$, $3f$, . . . nf сколько ихъ помѣстится на доскѣ и въ точкахъ отложенія проведемъ линіи S_1, S_2, S_3, . . . S_n, перпендикулярныя къ M_1O, и на нихъ отъ линіи M_1O нанесемъ дѣленія въ 1, 2, 3, 4, . . . n миллиметровъ, дѣлая на нихъ подписи, однако, по мѣрѣ надобности и то отнюдь не по всей ихъ длинѣ, а лишь сверху, и только одну изъ нихъ — крайнюю, напр. S_5 подпишемъ

сплошь. По лѣвому и правому краю доски проводятся двѣ линіи T_1 и T_2, параллельныя S, также подраздѣленныя на миллиметры; онѣ подписы-



Черт. 811.

ваются въ обѣ стороны отъ линіи M_1O и по нимъ откладываются 1) базисъ B для проведенія вспомогательной линіи NN для откладыванія разстояній R и 2) отсчитанныя величины x и y, дающія положеніе опредѣляемой точки P и ея превышенія H надъ M_1. Пусть, напримѣръ, $f = 22{,}5$ mm. $B = 2{,}295$ mtr. Высота въ точкѣ $M_1 = 121{,}3$ mtr.

Для искомаго пункта P по измѣренiи получено $a = 0{,}95$ mm.,

$$\begin{cases} x = -7{,}5 \text{ mm.} \\ \text{Отсчетъ } 62{,}5 \end{cases} \quad \begin{cases} y_1 = -5{,}7 \text{ mm.} \\ \text{Отсчетъ } 49{,}3. \end{cases}$$

Масштабъ плана: въ 1 mm. — 0,75 метра.

Отложимъ прежде всего базисъ B въ заданномъ масштабѣ, увеличивъ его предварительно въ K разъ.

При этомъ замѣтимъ, что если вообще принятъ масштабъ для плана „въ 1 mm. e метровъ“, то на планѣ для базиса ($K.\ B.$) придется отложить $\frac{B}{e}$. K миллиметровъ. Для K подбираютъ такую величину, чтобы $\frac{B}{e}$. K получалось примѣрно цѣлымъ числомъ миллиметровъ, а каждый миллиметровый промежутокъ на линiяхъ S_1, S_2, . . . S_n для откладыванiя линейнаго параллакса a соотвѣтствовалъ бы

20	сотымъ	миллиметра,	если	принято	$K = 5$
10	„	„	„	„	10
8	„	„	„	„	$\frac{25}{2}$
6	„	„	„	„	$\frac{50}{3}$
5	„	„	„	„	20
4	„	„	„	„	25
3	„	„	„	„	$\frac{100}{3}$
2	„	„	„	„	50

Вообще же придется одно миллиметровое дѣленiе для линiй параллакса въ зависимости отъ K считать не за 1 миллиметръ, а за $\left(100 \cdot \frac{1}{K}\right)$ *сотыхъ* миллиметра.

Для нашего примѣра $e = 0{,}75$ mm., $K = \frac{50}{3}$, а потому находимъ $\frac{B \cdot K}{e} = \frac{2{,}295}{0{,}75} \cdot \frac{50}{3} = 3{,}06 \times \frac{50}{3} = 50.1{,}02 = 51$ миллиметръ.

Одно дѣленiе для параллакса $100 \cdot \frac{1}{K} = 100 \cdot \frac{3}{50} = 6$ сотымъ миллиметра.

Если для x прочтено $x_1 = -7{,}5$ мм. (62,5 на шкалѣ x),
а для y „ $y_1 = -5{,}7$ „ (49,3 „ „ y),
то, допуская, что для главной горизонтали отсчетъ былъ 70, а для главной вертикали отсчетъ былъ 55, на линiяхъ S_n справа, а T_2 — слѣва, при точкѣ O, пишутъ 70 и 55, а кверху и книзу отъ нея черезъ каждые 5 миллиметровъ пишутъ соотвѣтственно: по линiи S_n кверху 65, 60, 55, а книзу отъ 0 — 75, 80, 85, по линiи же T_2 — кверху 60, 65, 70 и книзу 50, 45 и 40.

Соотвѣтственно высчитанной величинѣ $\frac{Bk}{e} = 51$ mm. проведена на чертежѣ 811 линія NN, на линіяхъ S_5 (S_n) и S_4 отложенъ параллаксъ $a = 0{,}95$; на линіи NN при помощи поворота линейки L_1 получена точка S и проведена треугольникомъ D линія GG, т. е. получено разстояніе

$$R = E_0 = B \cdot \frac{f}{a} = NS = M_1Q.$$

На той же линіи S_n отъ точки O отложены

кверху $x_1 = -7{,}5$ (62,5)
и книзу $y = -5{,}7$ (49,5)

и поворотами линейки L_2 получена по линіи GG сама искомая точка P и точка R, дающая величину превышенія $QR = H = Y = E_0 \cdot \frac{y_1}{f} = -14{,}6$.

Для непосредственнаго чтенія высоты точки P проведемъ линіи высотъ $H_0 = 150$ m. и $H_0 = 100$ m′ изъ расчета, что при M_1 величина высоты дана равной 121,3 метра, а именно:

$$\frac{150 - 121{,}3}{0{,}75} = 38{,}27 \text{ mm. и } \frac{121{,}3 - 100}{0{,}75} = 28{,}4 \text{ mm.}$$

На чертежѣ объ линіи показаны горизонтальными *пунктирными* линіями.

Въ поясненіе того, какъ по фотографическимъ снимкамъ, стереоскопически разсматриваемымъ въ стереокомпараторѣ, получается на доскѣ планъ, прилагаемъ чертежъ 812.

Въ Австріи, въ Военно-Географическомъ Институтѣ, въ техническомъ отдѣлѣ, лейтенантъ фонъ-Орелъ предложилъ соединить рядомъ линеекъ стереокомпараторъ съ чертежной доской, дабы на ней *механически* эти линейки, перемѣщающіяся параллельно самимъ себѣ, вращаясь на шарнирахъ, давали бы не только искомую точку P, но и проводили бы *механически* на планѣ нужныя горизонтали. Усовершенствованіемъ аппарата фонъ- Орелъ занятъ д-ръ Пульфрихъ въ Іенѣ.

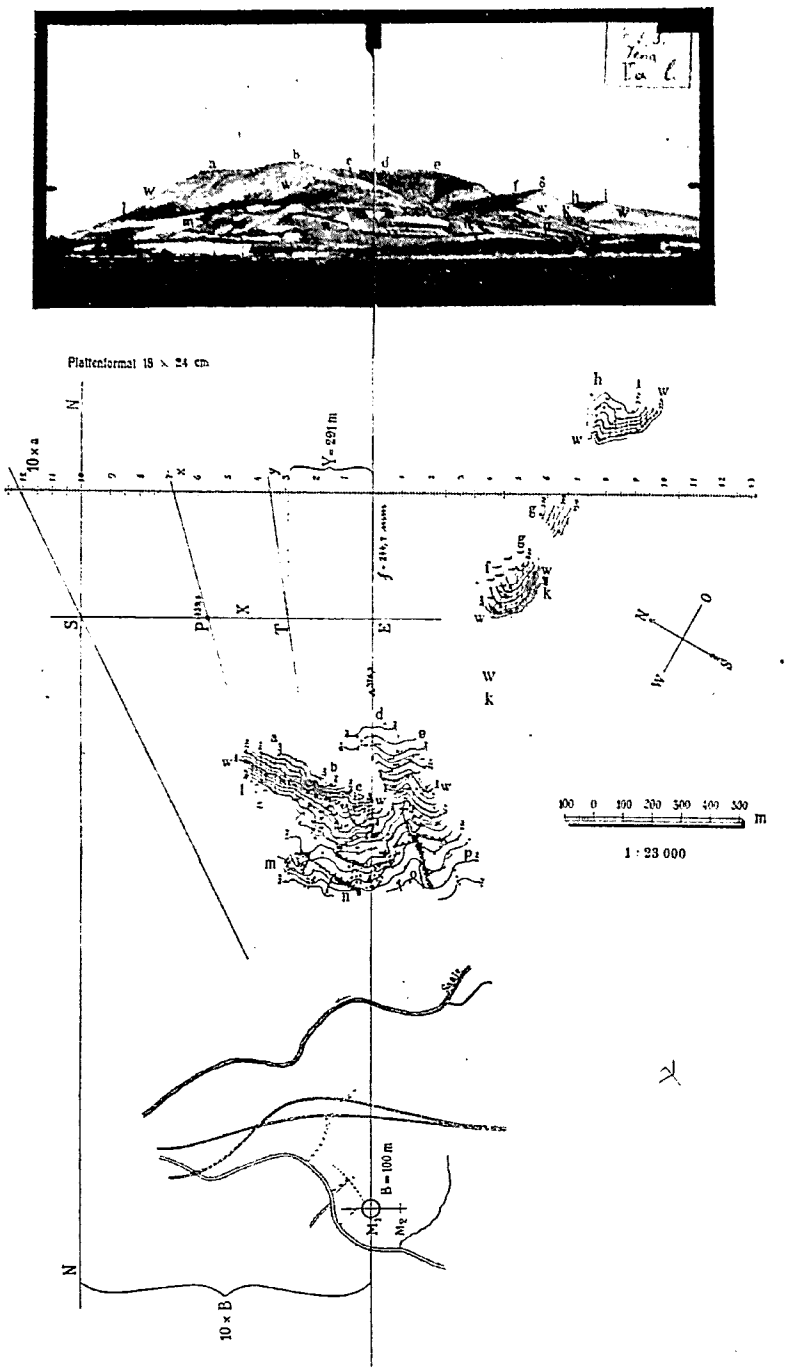
Чертежи 813 и 814 могутъ дать понятіе о приборѣ фонъ-Орла, названномъ имъ *автостереографомъ*.

Чертежи же 815—818—о тѣхъ результатахъ, которыхъ можно имъ достичь для равнинной и горной странъ. Результаты сравнивались съ тахеометрическими данными.

Что же касается самого вопроса о проведеніи горизонталей на планѣ помощью стереокомпаратора, то замѣтимъ слѣдующее: превышеніе H какой-либо точки мѣстности надъ горизонталью h_1 центра объектива камеры получается по прочтенному y по формулѣ:

$$H = y \cdot \frac{R}{f} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (H)$$

Допустимъ, что горизонтали должны быть проведены черезъ промежутки $= \triangle H$, тогда h_1 можно представить въ видѣ $h_1 = m \,.\, \triangle H + k$, гдѣ



Черт. 812.

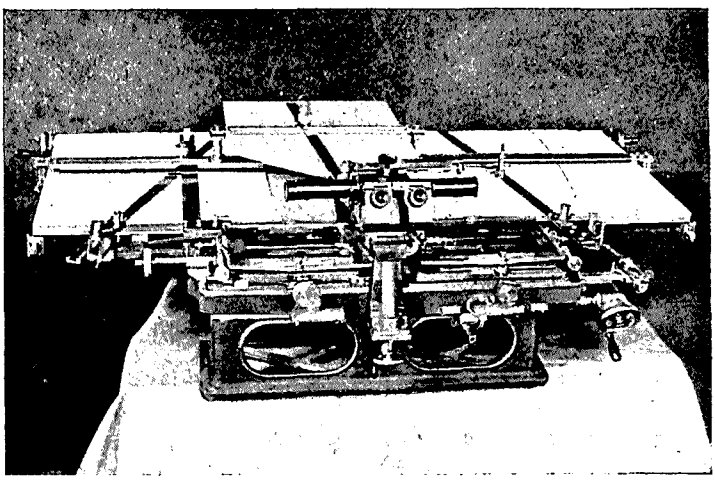
$k < \triangle H$, а $m \,.\, \triangle H$ — соотвѣтствуетъ цѣлому числу горизонталей. Всѣ горизонтали, начиная отъ $m \,.\, \triangle H$, можно представить суммою

$$m \cdot \triangle H + n \cdot \triangle H,$$

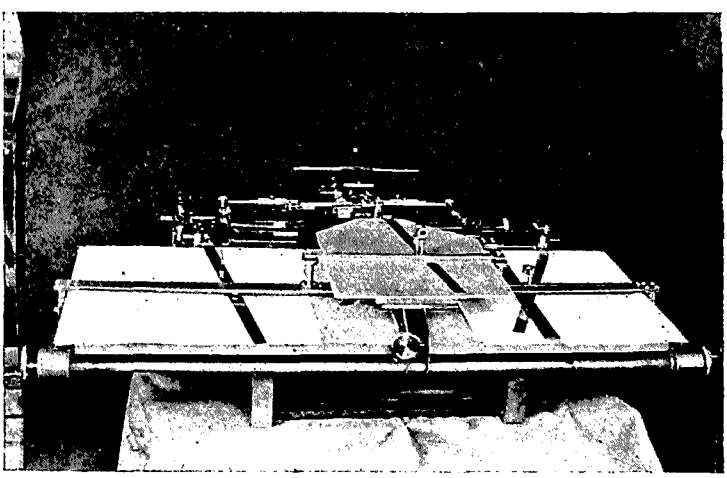
гдѣ $n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

Превышеніе горизонтали $n \cdot \triangle H$ надъ h_1 изобразится въ видѣ

$$H = m \cdot \triangle H + n \cdot \triangle H - h_1,$$



Черт. 813.

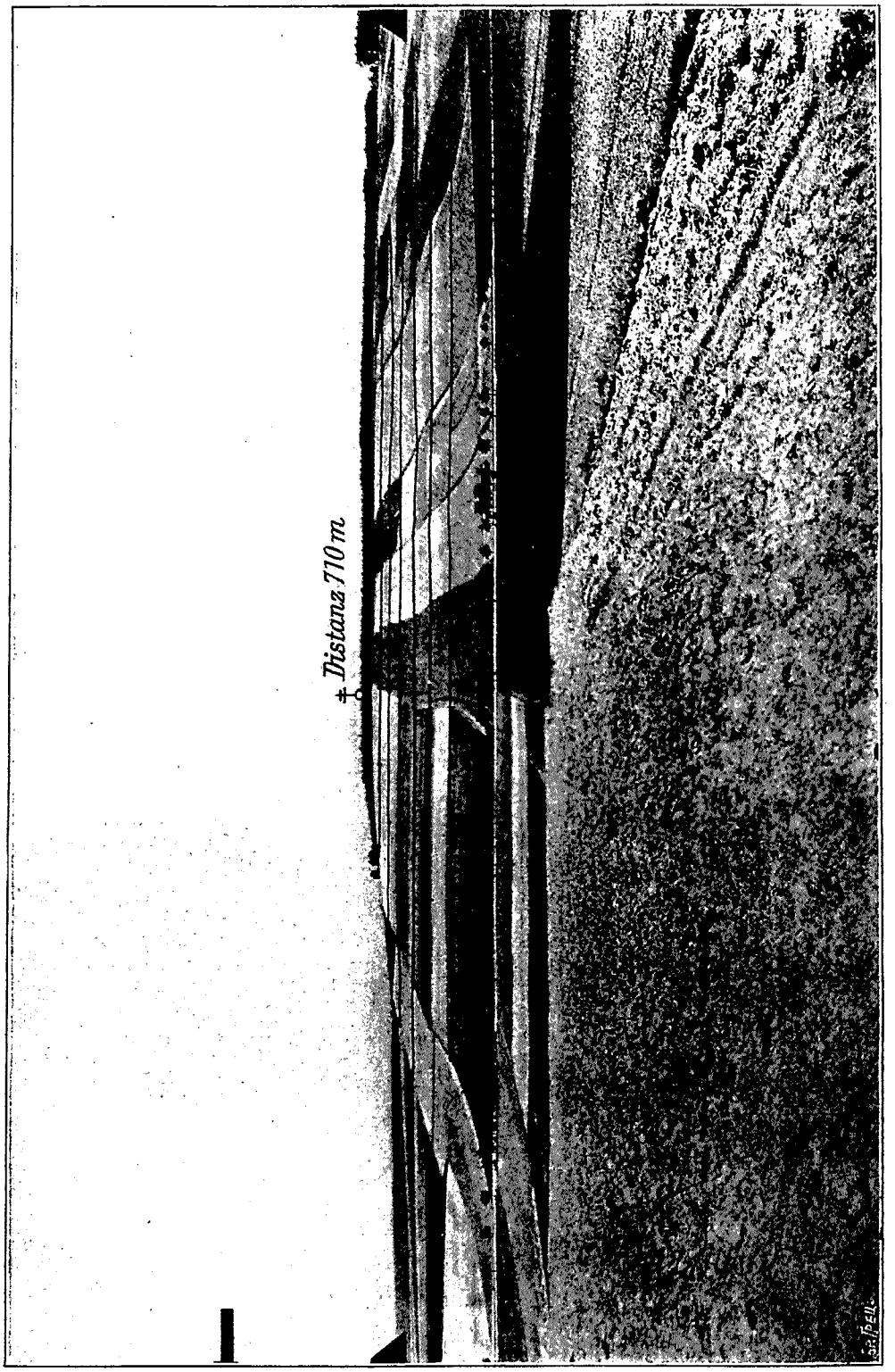


Черт. 814.

а потому соотвѣтствующій Y_n по вышеприведенной формулѣ (H) будетъ

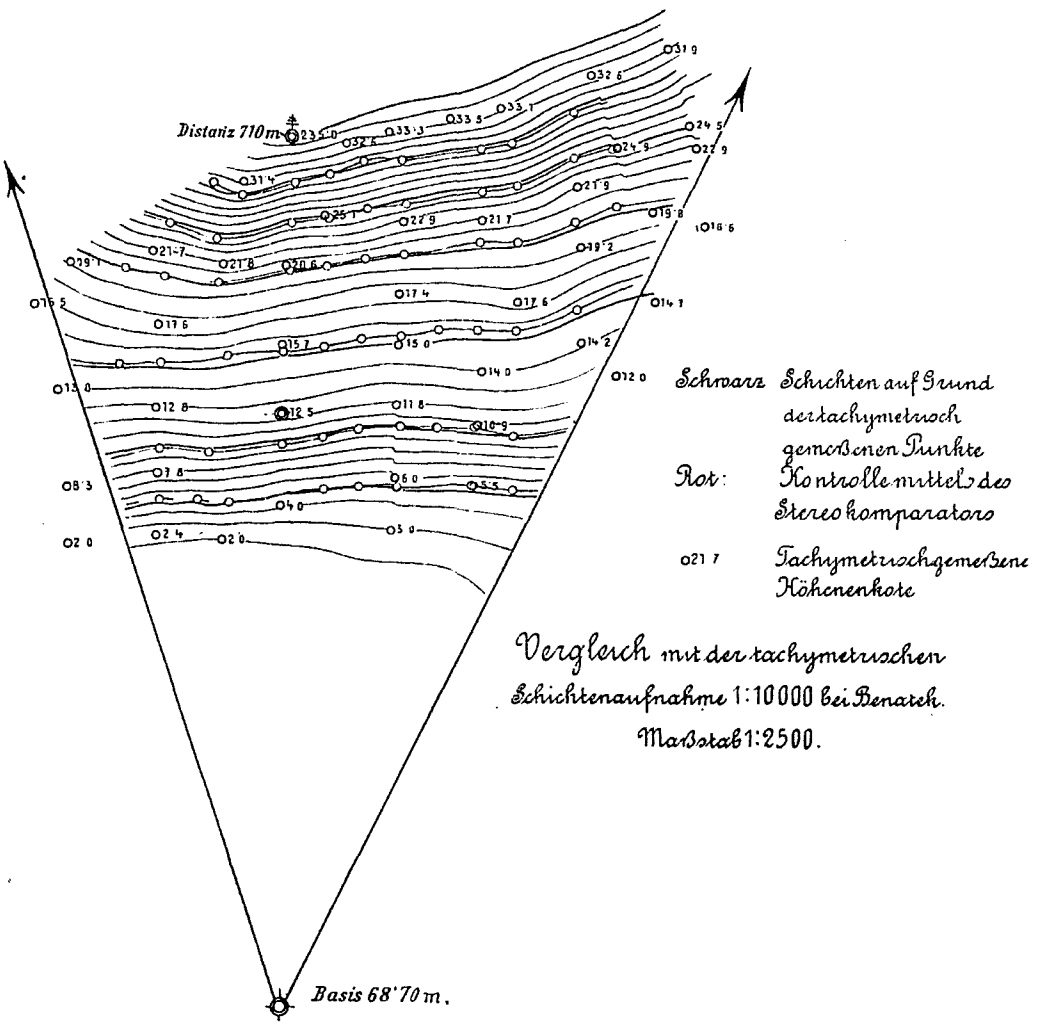
$$Y_n = \frac{m \cdot \triangle H - h_1 + n \cdot \triangle H}{R} \cdot f.$$

Поэтому мы будемъ для проведенія горизонталей поступать слѣдующимъ образомъ:



Черт. 815.

1) установимъ марку на опредѣленное разстояніе R, что́ достигается горизонтальнымъ перемѣщеніемъ правой пластинки P_2 въ стереокомпараторѣ, при чемъ вертикальная нить дастъ нульпунктъ для линейнаго параллакса $a = \left(\frac{B}{R} \cdot f\right)$,

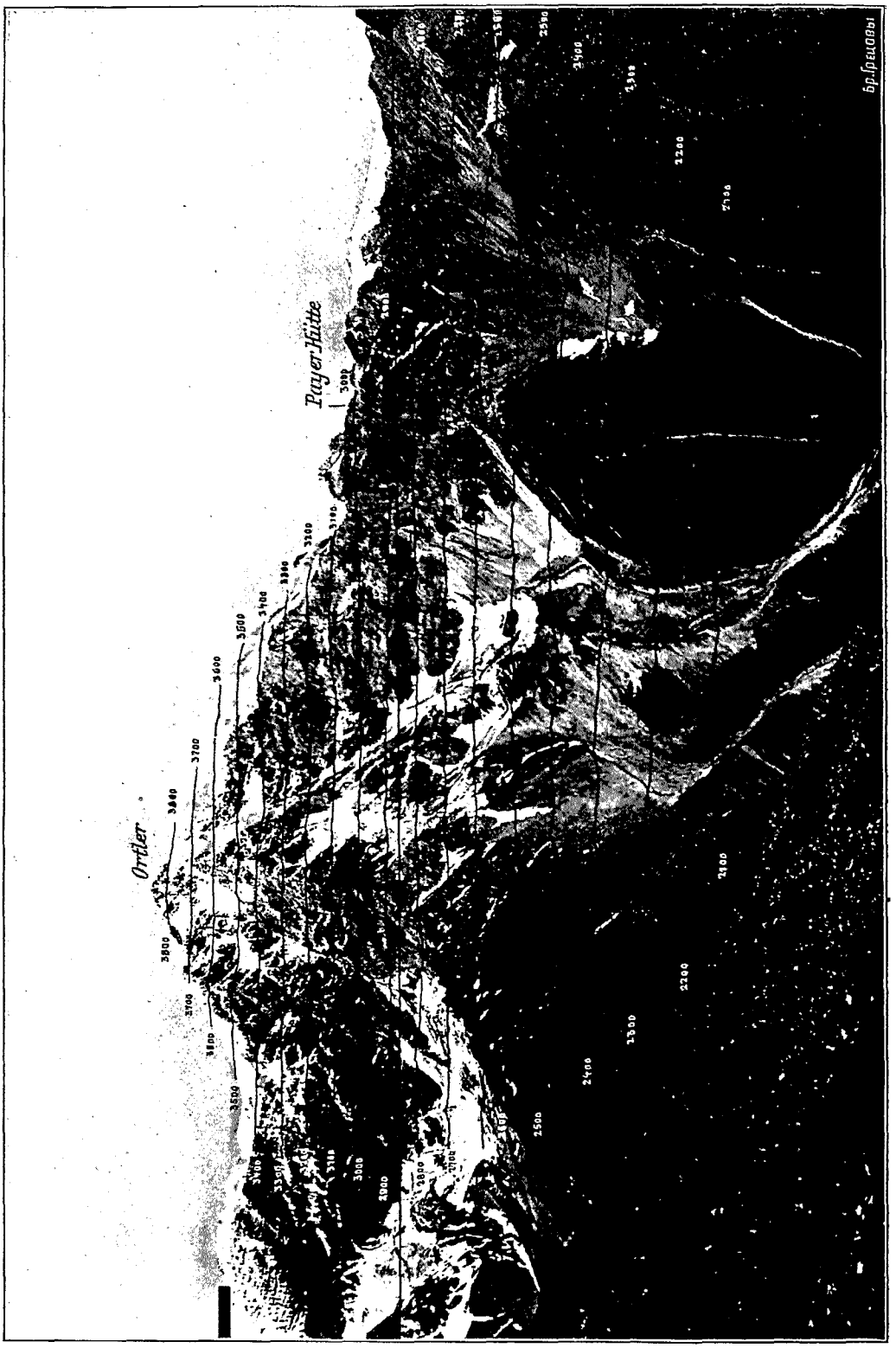


Черт. 816.

2) передвигаемъ въ вертикальномъ направленіи обѣ пластинки, устанавливая ихъ каждый разъ на предварительно вычисленныя величины v_0, y_1, y_2...: при чемъ горизонтальная нить пластинки дастъ нульпунктъ для значеній координатъ y и

3) передвиженіемъ въ горизонтальномъ направленіи обѣихъ пластинокъ на стереокомпараторѣ отыскиваютъ точки пейзажа (ландшафта), находящіяся (какъ это намъ будетъ казаться) въ одинаковомъ удаленіи съ маркой.

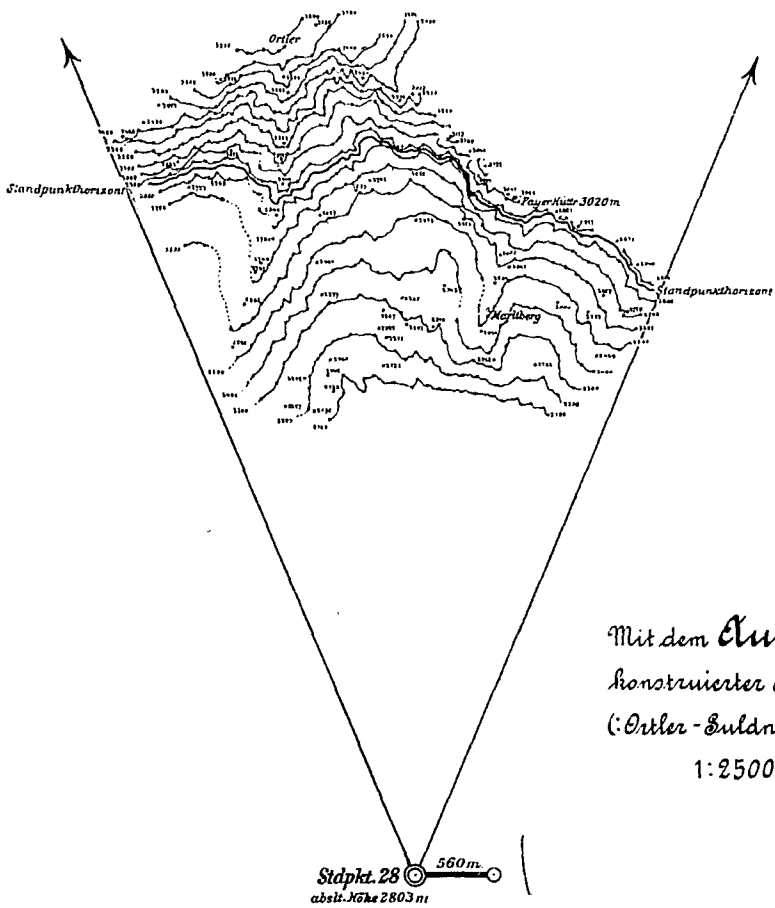
Прочтенная по горизонтальному масштабу A стереокомпаратора величина x и служитъ для нанесенія искомой точки на планъ.



Черт. 817.

Измѣреніе величинъ y дѣлаютъ по масштабу B стереокомпаратора или по подложенному подъ пластинку стеклянному масштабу.

На планѣ мы прежде всего получимъ прямую, перпендикулярную къ M_1Z, (черт. 819), удаленную отъ точки стоянія M_1 въ разстояніи R и на ней рядъ точекъ, высоты которыхъ будутъ отмѣчаться на постоянную



Черт. 818.

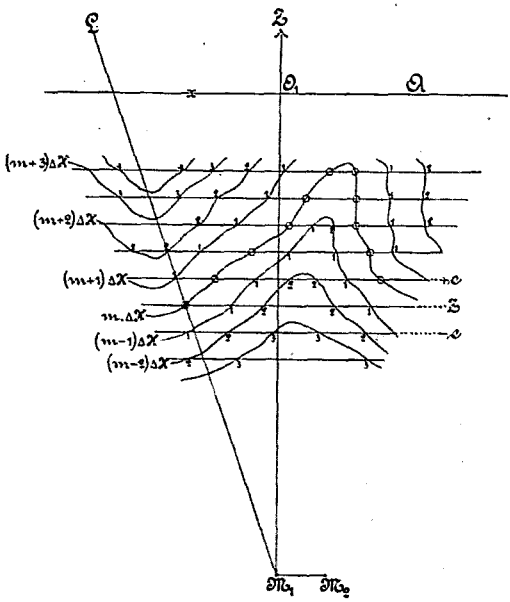
величину $\triangle H$ и будутъ послѣдовательно равны $m.\triangle H + n.\triangle H$. Эти точки слѣдуетъ тщательно отмѣчать, дабы впослѣдствіи не принять одну за другую.

Точно также поступаютъ по отношенію къ другой прямой, удаленной отъ M_1 въ разстояніи $R+e$, и къ третьей — $R+2e$, четвертой $R+3e, \ldots$ и т. д. памятуя, что передвиженіе пластинокъ на стереокомпараторѣ вверхъ или внизъ должно точно соотвѣтствовать высчитанной величинѣ y, постепенно уменьшающейся съ увеличеніемъ разстоянія R ($R+e$, $R+2e, \ldots$).

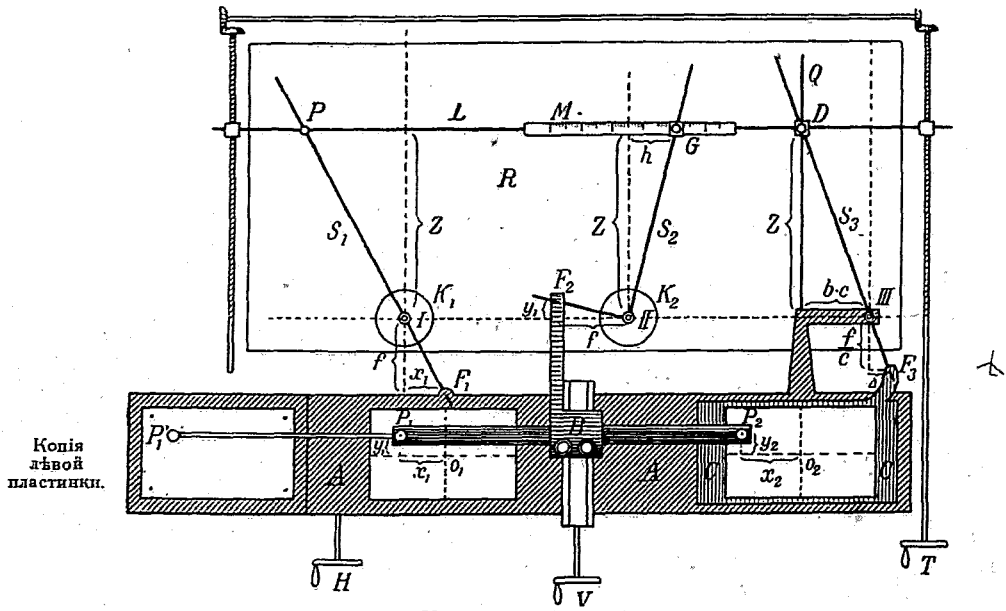
Соединяя одноименныя по высотѣ точки, получимъ направленіе горизонталей (черт. 819).

Въ журналѣ Zeitschrift für Vermessungswesen (въ № 1 за 1913 г.) профессоръ Eggert приводитъ слѣдующее описаніе автостереографа:

Пусть искомое разстояніе отъ объектива до даннаго предмета будетъ Z (на страницѣ 1292 мы его обозначали черезъ R) базисъ, взятый для съемки — b (ранѣе мы его называли B), а параллаксъ, который мы прежде обозначали черезъ a, пусть будетъ Δ. Тогда дѣйствіе автостереографа легко усмотрѣть изъ чертежа (813—814) bis, на которомъ по прежнему A — главныя салазки (ползушка); B — ползушка для передвиженія стереокомпаратора въ направленіи, перпендикулярномъ къ перемѣщенію ползушки A (см. стр. 1289) и C — второстепенная ползушка для передвиженія только одной изъ пластинокъ. H — рукоятка для передвиженія главныхъ салазокъ и V для передвиженія поперечныхъ салазокъ B. T — рукоятка, соотвѣтствующая параллактическому винту Z (черт. 807) R — чертежная доска; h — превышеніе даннаго предмета надъ центромъ объектива (на стр. 1293 мы его обозначали черезъ H).



Черт. 819.



Черт. (813—814) bis.

Автоматическая передача совершается при помощи трехъ рычаговъ: прямолинейныхъ S_1 и S_3 и колѣнчатаго S_2, имѣющихъ оси вращенія соотвѣтственно въ точкахъ I, III и II. Рычагъ S связанъ короткимъ плечомъ въ точкѣ F_1 съ ползушкой A, а S_3 въ точкѣ F_3 съ ползушкой C, а короткое колѣно рычага S_2 соединено въ точкѣ F_2 съ поперечною ползуш-

кою B. Движеніе каждаго изъ трехъ рычаговъ является слѣдствіемъ передвиженія ползушекъ. Оси I и II непосредственно укрѣплены въ рисовальной доскѣ, а ось III непосредственно связана рукавомъ съ главной ползушкой. Такимъ образомъ движеніе рычага S_3 обусловлено движеніемъ ползушекъ A и C. Ось вращенія I лежитъ по направленію марки лѣваго микроскопа. Штанга L посредствомъ рукоятки T и системы зубчатыхъ колесъ можетъ перемѣщаться параллельно оси главныхъ салазокъ. Къ послѣднимъ наглухо прикрѣплена поперечная штанга Q, которая при перемѣщеніи главныхъ салазокъ движется вдоль штанги L.

Точка F_1 лежитъ на продолженіи вертикали лѣвой пластинки и ея разстояніе отъ оси вращенія I при нормальномъ положеніи главныхъ салазокъ равно фокусному разстоянію f фотографическаго объектива.

Если главныя салазки передвинуть на абсциссу x_1 любой точки P лѣвой пластинки, то прямая S_1 укажетъ направленіе, на которомъ лежитъ точка P мѣстности. Для механическаго опредѣленія разстоянія Z отъ объектива до даннаго предмета P служитъ рычагъ S_3 и штанга Q. Эти послѣдніе параллельны другъ другу, когда разстояніе между главными точками O_1 и O_2 равно разстоянію между марками обоихъ микроскоповъ, т. е. когда послѣднія установлены для безконечно удаленной точки мѣстности. Для любой же болѣе близкой точки P мѣстности, точка F_3 передвинется противъ нормальнаго ея положенія на величину параллакса Δ и рычагъ S_3 займетъ тогда положеніе, указанное на чертежѣ.

Точка D пересѣченія его со штангой Q дастъ тогда искомое разстояніе Z, соотвѣтствующее параллаксу Δ.

Дѣйствительно, если разстояніе отъ точки F_3 до основанія штанги Q сдѣлаемъ равнымъ базису b, а разстояніе отъ той же точки F_3 до оси вращенія III при нормальномъ положеніи рычага S — равнымъ f, то, изъ подобія треугольниковъ, получимъ:

$$\frac{Z}{f} = \frac{b}{\Delta} \text{ откуда}$$

$$Z = b \cdot \frac{f}{\Delta}$$

Въ стереографѣ же, во избѣжаніе острыхъ засѣчекъ въ точкѣ D, вмѣсто величинъ f и b откладываютъ въ масштабѣ плана соотвѣтственно $\frac{f}{c}$ и $b.c$, гдѣ c — постоянный коэффиціентъ. Отъ этого формула для Z не измѣнится:

$$Z = b.c \frac{\frac{f}{c}}{\Delta}$$

Итакъ, перемѣщеніемъ главныхъ салазокъ посредствомъ рукоятки H и поперечныхъ салазокъ рукояткою V точка P_1 лѣвой пластинки устанавливается на лѣвую марку, вслѣдствіе чего штанга S_1 даетъ направленіе, на которомъ должна лежать точка P мѣстности. Установка точки P_2 правой пластинки на правую марку достигается вращеніемъ рукоятки T; при

этомъ точка D скользитъ по штангѣ Q и рычагъ S_3 вращается вслѣдствіе движенія салазокъ C. Рукоятку T вращаютъ до тѣхъ поръ, пока блуждающая марка не совпадетъ съ соотвѣтствующей точкой мѣстности. Точка пересѣченія P штанги L и рычага S_1 дастъ тогда положеніе точки мѣстности на доскѣ R.

Для отсчитыванія на приборѣ высотъ служитъ колѣнчатый рычагъ S_2. Если h — высота точки мѣстности надъ осью фотографическаго объектива, то, какъ извѣстно,

$$h = y_1 \frac{Z}{f}$$

гдѣ y_1 — ордината точки на лѣвой пластинкѣ. Какъ видно изъ чертежа, по этой формулѣ искомая высота непосредственно получается на приборѣ, такъ какъ разстояніе точки F_2 отъ оси вращенія II при нормальномъ положеніи рычага S_2 равно f.

Если, слѣдовательно, посредствомъ трехъ рукоятокъ H, V и T блуждающую марку установить на соотвѣтствующую точку мѣстности, то можно по прикрѣпленному къ штангѣ L масштабу M сейчасъ же прочесть соотвѣтствующую высоту h.

Масштабъ M можно устанавливать различно, въ зависимости отъ альтитуды основной точки, т. е. сообразно съ тѣмъ отъ какого уровня мы желаемъ отсчитывать всѣ высоты.

Особенность описаннаго прибора состоитъ еще въ томъ, что онъ позволяетъ на планѣ механически вычерчивать горизонтали, имѣя стереоскопическое изображеніе мѣстности. Для этого точку G устанавливаютъ на соотвѣтствующую высоту искомой горизонтали и посредствомъ особаго зажима точку D связываютъ съ рычагомъ S_2. Если теперь посредствомъ рукоятки H или рукоятки T привести въ движеніе главныя салазки A или второстепенныя C, то при этомъ поперечныя салазки B будутъ автоматически перемѣщаться и блуждающая марка будетъ постоянно двигаться въ соотвѣтствующей горизонтальной плоскости. При этомъ при помощи рукоятки H и T блуждающую марку всегда необходимо удерживать такъ, чтобы она казалась соприкасающейся съ соотвѣтствующими точками мѣстности.

§ 441. Точность построенія плана въ стереофотограмметрическомъ способѣ зависитъ отъ точности опредѣленія разстоянія R и координатъ X и Y, а онѣ въ свою очередь зависятъ отъ точности измѣренія x, y и a на стереокомпараторѣ.

Изъ выраженія $R = \frac{B \cdot f}{a}$ слѣдуетъ, что

$$dR = -Bf \cdot \frac{da}{a^2} = -R\frac{da}{a}$$

или также

$$dR = -\frac{R^2}{Bf}\,da \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (dR)$$

Первое изъ этихъ равенствъ даетъ

$$\frac{dR}{R} = -\frac{da}{a}$$

Второе же можно преобразовать, замѣняя въ немъ линейный параллаксъ da черезъ угловой δ.

Если φ — фокусное разстояніе окуляра, то $da = \varphi . \delta$ и

$$dR = -\frac{R^2}{Bf} \cdot \varphi \cdot \delta; \text{ но } \frac{\varphi}{f} = \frac{1}{v},$$

гдѣ v увеличеніе, а потому

$$dR = -\frac{R^2}{B} \cdot \frac{\delta}{v}$$

Съ другой стороны, зная, что $v\frac{B}{b} = k$ есть „полная пластинка", величина постоянная для даннаго стереокомпаратора, можно написать $vB = k.b$ и

$$dR = -\frac{R^2 \cdot \delta}{k \cdot b}.$$

Но такъ какъ $b = r . \delta$, гдѣ b — разстояніе между глазами, δ — предѣльный параллактическій уголъ и r — нормальное разстояніе рельефнаго зрѣнія невооруженныхъ глазъ, то $dR = -\frac{R^2}{k \cdot r}$; но такъ какъ $k . r = Z$ есть рельефное зрѣніе стереоскопической трубы (стереокомпаратора), то

$$dR = -\frac{R^2}{Z} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (dR').$$

т. е. *ошибка въ опредѣленіи разстоянія R прямо пропорціональна квадрату разстоянія.*

Если при данномъ B, разстоянію R до предмета соотвѣтствуетъ параллактическій уголъ $\triangle$, то $R \triangle = B$ или $R = \frac{B}{\triangle}$. Откуда $dR = -\frac{Bd\triangle}{\triangle^2}$.

Если $d\triangle = \delta$, то $dR = \frac{-R}{\triangle} \cdot \delta$ или $\frac{dR}{R} = -\frac{\delta}{\triangle}$. При $B = 60$ mm. и $\delta = \frac{1'}{2} = \frac{1}{6800}$ величина $\triangle = \frac{B}{R}$ при $R = 1$ метр. даетъ $\triangle = \frac{60}{1000} = \frac{1}{150}$ и $\frac{\delta}{\triangle} = \frac{1}{408}$.

При E	$\frac{dR}{R} = \frac{\delta}{\triangle}$	$R^2\frac{\delta}{\triangle}$
1 м.	$\frac{1}{408}$	2,5 mm.
2 „	$\frac{1}{200}$	10 „
20 „	$\frac{1}{20}$	1 „
40 „	$\frac{1}{10}$	4 „
400 „	1	400 „

Если $\triangle = \frac{B}{R}\ \delta = \frac{B}{E}$, то $\frac{\delta}{\triangle} = \frac{R}{E}$, но такъ какъ $\frac{dR}{R} = \frac{\delta}{\triangle}$, то $dR = \frac{R^2}{E}$.

Если же $\frac{dR}{R} = \frac{\delta}{\triangle}$ измѣнить въ зависимости отъ увеличеній V_2 и V_1, то $\frac{\frac{\delta}{V_2}}{\triangle . V_1} = \frac{1}{V V_2} \cdot \frac{\delta}{\triangle}$ и при $V_1 . V_2 = 10 \times 10$, получимъ:

R	$dR : R$	$R^2 \frac{\delta}{\triangle}$
20	$\frac{1}{2000}$	10 mm.
40	$\frac{1}{1000}$	40 „
80	$\frac{1}{500}$	160 „
160	$\frac{1}{250}$	0,6 „

Подобно тому, какъ изъ $R = \frac{f . B}{a}$ получаемъ $dR = -\frac{R^2}{Bf} \cdot da$, найдемъ для $X = \frac{R}{f} x_1$ и $Y = \frac{R}{f} \cdot y_1$ соотвѣтственно

$$dX = \frac{R}{f} \cdot dr,$$

$$dY = \frac{R}{f} \cdot dy.$$

Обыкновенно принимаютъ, что $da = \pm 0{,}01$ миллиметра, а $dx = dy = 0.1$ mm. (точность верньеровъ горизонтальнаго и вертикальнаго масштабовъ A и B стереокомпаратора).

Такъ, при $B = 100$ метр.,

$f = 200$ миллиметр. и $R = 10$ километр.,

найдемъ $$dR = \frac{10\,0000000 \times 0{,}00001}{0{,}20 \times 100} = 50 \text{ метр.}$$

$$dX = \frac{10000}{0{,}20} \cdot 0{,}0001 = 5$$

и $Z = \frac{R^2}{dR} = \frac{10\,000\,0000}{50} = 2000000$ метр. $= 200$ километровъ.

Изъ выраженія (dR) слѣдуетъ, что

$$B = \frac{R^2}{dR \cdot \frac{f}{da}}; \text{ но } \frac{R^2}{dR} = Z,$$

а потому $$B = \frac{Z}{\frac{f}{da}}.$$

Отсюда видно, что при данныхъ f, R и dR можно находить величину подходящаго базиса:

Пусть $R = 10$ километр. и $dR = 50$ метр., а $f = 200$ миллим., тогда

$$Z = 200 \text{ килом. и } B = \frac{200000 \text{ метр.}}{\frac{200}{0{,}01}} = 100 \text{ метр.}$$

§ 442. Практическое примѣненіе стереофотограмметріи вызываетъ, однако, цѣлый рядъ не легко преодолѣваемыхъ затрудненій, вытекающихъ изъ существа самого метода въ особенности по отношенію къ точности полевой работы, и практика лишь съ большимъ трудомъ можетъ удовлетворить этимъ требованіямъ.

Мы предположили, что стереоскопическіе параллаксы изображеній могутъ быть измѣряемы съ точностью до 0,01 mm., что во всякомъ случаѣ не вызываетъ никакихъ преувеличенныхъ требованій по отношенію къ точности совмѣщенія точки мѣстности съ индексомъ стереокомпаратора. При фокусномъ разстояніи камеры въ 240 mm., 0,01 mm. отвѣчаетъ параллактической разницѣ направленій въ 10″, которая, какъ уже выше было замѣчено, воспринимается отдѣльными лицами даже безъ помощи увеличенія, какъ разность глубинъ. Если же та же точность измѣренія параллаксовъ должна быть и при опредѣленіи точекъ, то изображенія пейзажа должны быть вполнѣ вѣрны, т. е. отдѣльные снимки не должны показывать ни малѣйшаго искаженія, а соотвѣтственная пара снимковъ должна быть взаимно и безошибочно согласована.

Бумажные снимки поэтому совершенно не годятся для измѣреній въ компараторѣ, но не подлежитъ никакому сомнѣнію употребленіе стеклянныхъ діапозитивовъ или даже просто негативовъ. Точно также погрѣшности изображеній, получаемыя вслѣдствіе невѣрнаго показанія фотографическихъ объективовъ, не должны вызывать слишкомъ большихъ ошибокъ, ибо тождественныя точки изображенія падаютъ почти на одинаковыя мѣста пластинокъ, а потому показываютъ почти такую же невѣрность. Но въ стереокомпараторѣ играютъ роль только разности абсциссъ, а слѣдовательно, только разности невѣрностей.

Однако, очень значительныя ошибки возникаютъ тогда, когда фотографическія пластинки не совсѣмъ равны. Обыкновенныя сухія пластинки обладаютъ неправильными искривленіями плоскости съ отступленіями отъ плоскости до 1 mm. Такіе недостатки вызвали бы у краевъ пластинокъ ошибку въ параллаксахъ отъ 0,3 до 0,4 mm., что имѣло бы слѣдствіемъ полученіе громадныхъ ошибокъ при опредѣленіи точекъ. Обыкновенныя сухія пластинки поэтому не пригодны для стереофотограмметріи, а опытъ долженъ показать, насколько примѣненіемъ зеркальнаго стекла эти ошибки устранимы.

Не легко также установить камеру при фотографической съемкѣ такъ, чтобы пластинки лежали въ одной плоскости. Это положеніе достигается легче всего зрительной трубой, прикрѣпленной къ камерѣ параллельно къ плоскости пластинокъ. Камера устанавливается сперва на одномъ концѣ базиса и при помощи зрительной трубы ее оріентируютъ по другому концу базиса, который заблаговременно обозначается соотвѣтствующимъ знакомъ (визиркой) и, убѣдившись въ правильной оріентировкѣ, дѣлаютъ первый снимокъ, затѣмъ мѣняютъ мѣста камеры и знака, послѣ чего, провѣривъ оріентировку, и вставляютъ уже въ камеру для экспозиціи вторую пластинку. При этомъ слѣдуетъ производить установку и оріентированіе камеры самымъ тщательнымъ образомъ, ибо взаимное перемѣщеніе пластинокъ на 1′ уже имѣетъ слѣдствіемъ ошибку въ параллаксѣ отъ 0,01 до 0,02 mm.; камера кромѣ того должна быть при этомъ свободна отъ всякихъ ошибокъ.

Что же касается выбора базиса, то слѣдуетъ принять во вниманіе, что вмѣстѣ съ его длиной растетъ и относительная точность въ измѣреніяхъ параллаксовъ, и съ этимъ попутно устраняется также вліяніе только что упомянутыхъ ошибокъ. Всетаки въ общемъ базисъ долженъ быть сравнительно короткимъ, дабы могла получиться пара снимковъ, пригодныхъ для стереоскопическихъ наблюденій.

Длина базиса, которую слѣдуетъ выбирать, опредѣляется, какъ показано выше, на основаніи слѣдующей формулы:

$$B = \frac{Z}{\frac{f}{da}}.$$

Если возьмемъ, напримѣръ, $f = 240$ mm., и предположимъ, что снимки совершенно безошибочны, а потому параллаксы могутъ быть измѣряемы съ точностью до 0,01 mm., т. е. $da = 0{,}01$ mm. и если на разстояніяхъ въ 3000 mm. допускается еще ошибка въ 5 m., то $B = 75$ метр.

При опредѣленіи болѣе отдаленныхъ точекъ ожидаемая ошибка растетъ довольно быстро; такъ, при 4000 m. она составляетъ уже 9 m., при 5000 m. 14 и т. д.

Если вслѣдствіе несовершенства аппарата, пластинокъ, или вслѣдствіе недостаточной точности самой съемки и т. п. приходится считать снимки не совсѣмъ безошибочными, при томъ настолько, что ошибки въ параллаксахъ, напримѣръ, въ 0,03 mm. неизбѣжны, то слѣдуетъ, съ цѣлью достиженія той же степени точности съемки, выбрать базисъ B въ 3 раза длиннѣе, т. е. длиной въ 225 m.

Итакъ, при примѣненіи этого способа нужно производить или очень тщательную полевую работу съ заранѣе испытаннымъ аккуратно работающимъ фотографическимъ аппаратомъ, и тогда можно фотографировать съ концевъ короткаго базиса, — или же пренебречь малыми несовершенствами камеры и полевой работы, но брать тогда болѣе длинный базисъ. Можно стереоскопическое измѣреніе снимковъ производить также по частямъ въ нѣсколько пріемовъ и для каждой части снимковъ снова про-

изводить установку соотвѣтственной пары изображеній въ стереокомпараторѣ, пользуясь для сего, нѣкоторыми, опредѣленными точками, обыкновеннымъ фотограмметрическимъ способомъ.

Измѣреніе базиса также должно производиться съ большой тщательностью; удобнѣе всего для этой цѣли пользоваться оптическимъ дальномѣромъ съ рейкой.

Такъ какъ $R=\frac{Bf}{a}$, то $dR=\frac{f}{a}dB=R\frac{dB}{B}$, или $\frac{dR}{R}=\frac{dB}{B}$, т. е. относительная ошибка въ базисѣ равна относительной ошибкѣ въ опредѣляемомъ разстояніи.

Длины отъ 100 до 200 m. при благопріятныхъ обстоятельствахъ, т. е. при неподвижной рейкѣ и при хорошемъ освѣщеніи могутъ быть измѣряемы съ точностью до $^1/_{1000}$; а потому неизбѣжно появляется та же ошибка и при опредѣленіи положенія всѣхъ остальныхъ точекъ. Итакъ, уже хотя бы по этой причинѣ придется при точкахъ, удаленныхъ на 4000 m., считаться съ ошибками въ ± 4 m.

Хотя при полевой работѣ и приходится имѣть дѣло съ нѣкоторыми, не особенно легко устранимыми, но во всякомъ случаѣ не непреодолимыми затрудненіями, то всетаки можно сказать, что при пользованіи изображеніями при помощи стереокомпаратора ясно выступаютъ всѣ *преимущества этого способа.*

Какъ уже выше было указано, тутъ совершенно отпадаетъ идентифицированіе подлежащихъ опредѣленію точекъ, что составляетъ громадное облегченіе при комнатной работѣ, ибо какъ разъ идентифицированіе точекъ и представляетъ крайне кропотливую, отнимающую много времени и напрягающую глазъ, предварительную работу фотограмметрическихъ построеній.

Тутъ получается возможность безъ малѣйшихъ затрудненій установить (фиксировать), напр., любое дерево густо заросшаго лѣсомъ склона съ такой же точностью, какъ и какой-нибудь хорошо замѣтный тріангуляціонный знакъ; установка индекса (марки) удается даже по отношенію къ произвольной точкѣ гладкой поверхности, напр., поверхности, поросшей травой или кучки мелкаго камня: эта поверхность, какъ бы накалывается колеблющейся въ пространствѣ вертикальной маркой въ любой опредѣляемой точкѣ, положеніе и высота которой получаются изъ отчетовъ на компараторѣ. Благодаря этому не представляется надобности для полученія основныхъ точекъ прибѣгать къ утомительнымъ поискамъ тождественныхъ между собою второстепенныхъ точекъ, лежащихъ вблизи характерныхъ формъ мѣстности; каждая желаемая точка можетъ быть опредѣлена съ необычайной легкостью, не смотря на то, гдѣ она находится — на хребтѣ или перегибѣ мѣстности, въ рытвинѣ, или на ребрѣ неоднородныхъ откосовъ и т. п. При такихъ обстоятельствахъ явится также возможность уменьшить число второстепенныхъ точекъ (деталей), необходимыхъ для (изображенія) очертанія формъ. Благодаря короткому базису мы получаемъ снимки одинаковые по содержанію, что опять таки даетъ возможность

уменьшить количество необходимыхъ точекъ стоянія съ камерой и этимъ обусловливается, конечно, сокращеніе полевой работы. Вслѣдствіе ненадобности идентифицированія точекъ, какъ при фотограмметріи, не только освобождаются отъ существеннаго источника ошибокъ, но и самый методъ становится примѣнимымъ даже въ плоскихъ странахъ. Онъ поэтому съ одинаковымъ успѣхомъ примѣняется какъ въ лѣсистыхъ мѣстностяхъ, такъ и въ гористой или холмистой странѣ, если только имѣется на лицо нѣсколько благопріятно расположенныхъ точекъ стоянія съ камерой, съ которыхъ легко различать одну форму земной поверхности отъ другой.

По отношенію къ фотографическимъ снимкамъ стереофотограмметрія также не ставитъ высокихъ требованій относительно отчетливости и рѣзкости. Снимки слабые или передержанные, съ мало деталированной тѣнью, или снимки плоско освѣщенные имѣютъ для фотограмметріи сравнительно ничтожную цѣнность и примѣнимы только въ ограниченныхъ размѣрахъ, и то съ большимъ трудомъ. Въ стереоскопѣ же даже такіе снимки показываютъ почти безукоризненный рельефъ, и недостатокъ въ рѣзкихъ деталяхъ, который при фотограмметріи дѣлаетъ невозможнымъ опредѣленіе точекъ, здѣсь вреденъ лишь отчасти, ибо компараторъ въ состояніи обойтись и безъ такихъ рѣзко очерченныхъ точекъ.

Наконецъ, еще одно существенное преимущество стереофотограмметріи заключается въ томъ, что вмѣсто плоскихъ перспективныхъ изображеній мы имѣемъ передъ собой пространственное изображеніе, на которомъ и производятся измѣренія.

Хотя микроскопъ-стереоскопъ и обладаетъ небольшимъ полемъ зрѣнія, около 1 сантим. въ радіусѣ, но его можно замѣнить стереоскопомъ съ большими зеркалами, который дастъ возможность окинуть взоромъ уже все изображеніе; мы видимъ тогда пространственное изображеніе всего пейзажа, конечно, не въ натуральныхъ размѣрахъ, а въ величинѣ модели, которая благодаря богатой фотографической расчлененности пріобрѣтаетъ необыкновенно изящный видъ.

Кажущаяся величина этого пространственнаго изображенія зависитъ отъ взаимнаго разстоянія между обѣими фотографическими точками стоянія и отъ разстоянія между глазами у наблюдателя. Если это послѣднее напр., 65 mm. а длина базиса, допустимъ, 65 m., то пейзажъ получается въ видѣ модели, уменьшенной въ отношеніи 1 : 1000.

При одномъ взглядѣ въ аппаратъ сразу оріентируешься въ совершенно чужой мѣстности; остальныя точки, подлежащія опредѣленію съ цѣлью передать формы, могутъ быть выбираемы съ большой увѣренностью; крутизна склоновъ, измѣненіе откосовъ, глубина всякаго вырѣза легко узнаются и несравненно увѣреннѣе оцѣниваются, чѣмъ въ природѣ.

Вслѣдствіе этого значительно облегчается вѣрная, характерная передача всѣхъ формъ въ горизонтальной проекціи: мы имѣемъ тутъ передъ собой не природу съ ея колоссальными массивными формами, которыя мы въ состояніи обозрѣть только въ самой малой части, и перенесеніе которыхъ на чертежную доску требуетъ продолжительнаго упражненія и навыка, — а имѣемъ передъ собой изящную пластику, дающую намъ полный

видъ, въ которой второстепенная деталь совершенно подчинена большей или меньшей возможности расчлененія большихъ формъ. Преимущества, которыми пользуется работа съ компараторомъ по сравненію съ современнымъ методомъ опредѣленія точекъ засѣчками, такъ значительны, что не слѣдуетъ жалѣть ни труда, ни затратъ для того, чтобы удовлетворить требованіямъ также и полевой работы.

Особенное значеніе должна бы имѣть стереофотограмметрія для съемки морскихъ береговъ съ борта корабля. Если поставить на переднемъ и заднемъ концѣ корабля два аппарата, снабженные электрически освобождаемыми моментальными затворами для одновременной экспозиціи, то тогда устраняются всѣ тѣ затрудненія при фотографической съемкѣ изображеній, на которыя было указано выше. Длина основанія извѣстна вполнѣ точно, а требованіе относительно расположенія пластинокъ въ одной плоскости всегда обезпечено и не зависитъ совершенно отъ движеній корабля, если только оба аппарата установлены взаимно разъ навсегда.

Такимъ образомъ будетъ легко снимать во время поѣздки двойныя изображенія, по которымъ можно будетъ съ небольшимъ трудомъ построить подробный планъ обозрѣваемой области берега со всѣми постройками и прочими деталями.

§ 443. Фототеодолитъ Цейсса. Порядокъ полевой работы при стереофотограмметрической съемкѣ. Фирма Цейсса для правильнаго производства какъ полевой, такъ и домашней части работы стерео-фотограмметрической съемки, выпускаетъ изъ своихъ мастерскихъ цѣлый комплектъ инструментовъ, состоящій, помимо вышеупомянутаго *стереокомпаратора*, еще изъ фототеодолита Ph. Th. со слѣдующими принадлежностями (см. черт. 820).

I, II, III — три *штатива,* снабженные брезентовыми мѣшками *S*, наполняемыми камнями во время работы, съ цѣлью придать наибольшую устойчивость и неподвижность штативамъ.

D — подставки-*треножники*, неразрывно связываемые во время работы со штативами, при помощи становыхъ, въ видѣ втулки, винтовъ, оканчивающихся звѣздообразными грифами — кольцами; каждый треножникъ снабженъ небольшимъ круглымъ уровнемъ, а также кольцомъ *R* для прикрѣпленія фототеодолита Ph. Th (или визирокъ *V*) къ треножнику.

V — *визирки* (марки) въ видѣ цилиндрика съ конусообразной головкой, вставляющіяся во втулки треножниковъ на мѣсто удаляемой верхней части фототеодолита; каждый треножникъ снабженъ такой визиркой, скрѣпленной со штативомъ цѣпочкой.

B — ящикъ для установки и переноски на спинѣ фототеодолита съ одной станціи на другую, снабженный ремнями на подобіе ранца.

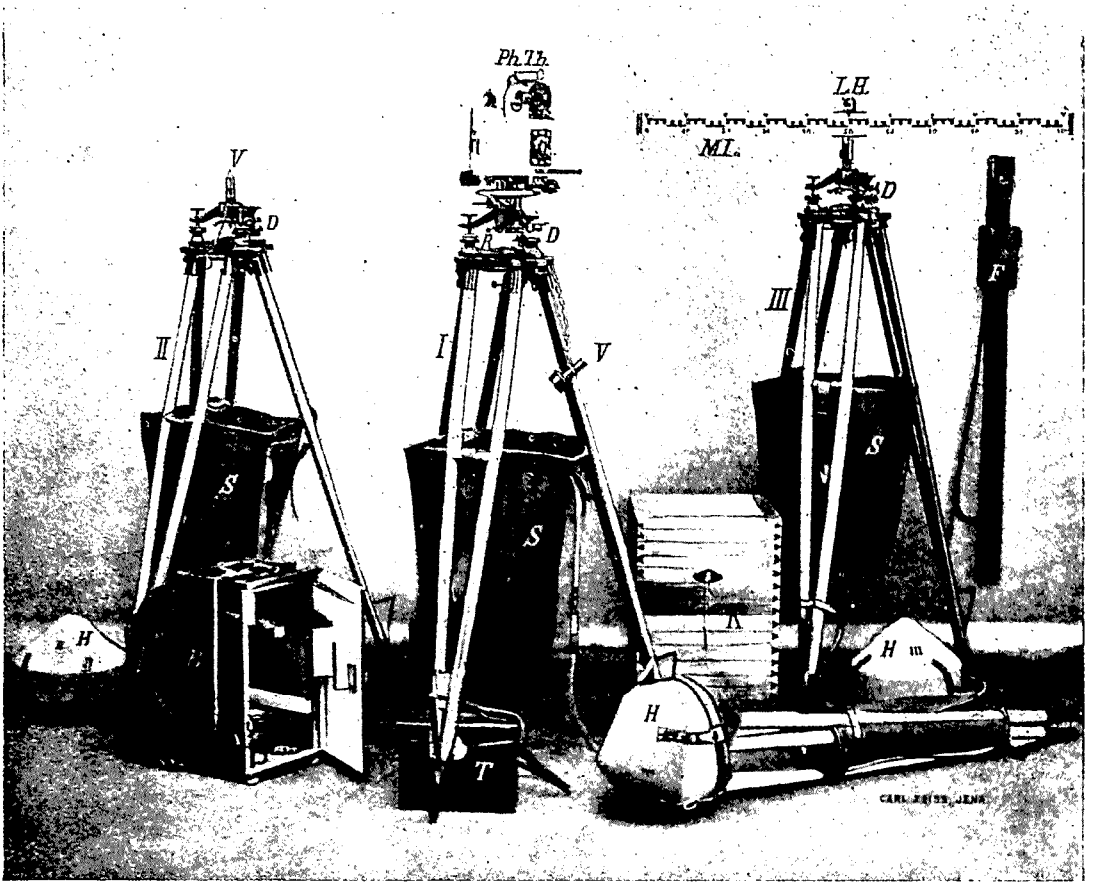
K — второй ящикъ, выстеганный внутри мягкой подкладкой, для перевозки фототеодолита по дорогамъ.

H — пристяжной на пряжкахъ чехолъ для треножниковъ.

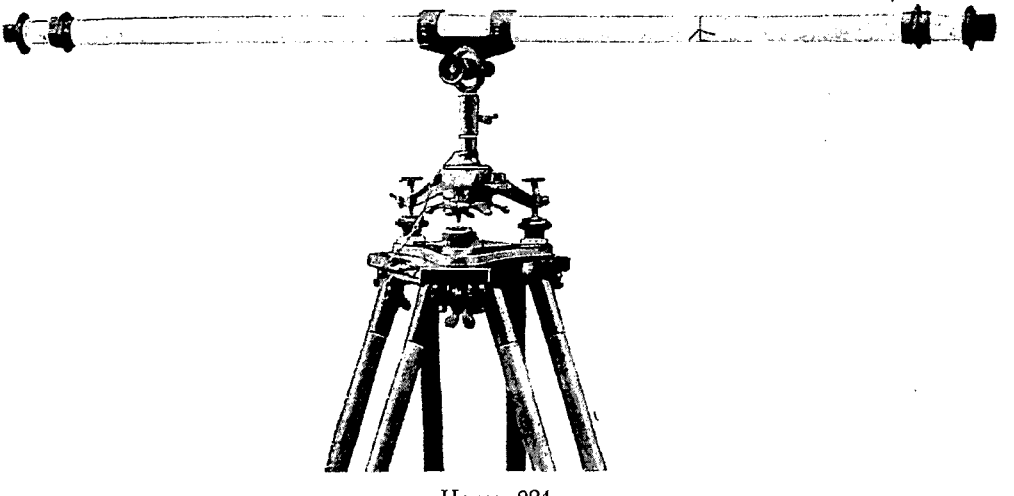
M. L. и *L. H.* — дальномѣрная рейка съ пробоемъ, съ помощью котораго рейка надѣвается и закрѣпляется на головкѣ треножника *D*.

F — футляръ для рейки и пробоя.

T — сумка съ тремя кассетами и надлежащимъ числомъ фотографическихъ пластинокъ изъ толстаго зеркальнаго стекла (ибо сухія пластинки



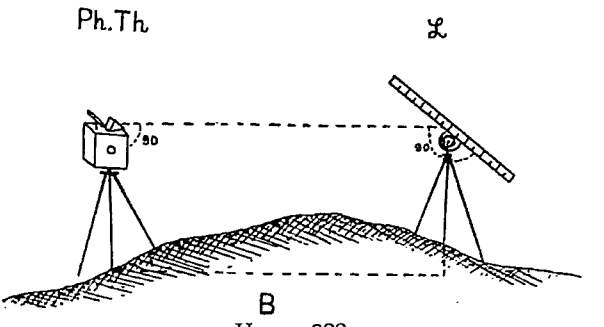
Черт. 820.



Черт. 821.

здѣсь не примѣнимы) и съ переноснымъ темнымъ мѣшкомъ изъ брезента, для смѣны свѣточувствительныхъ пластинокъ въ полѣ.

Показанная на чертежѣ 820 рейка *M. L.* съ сантиметровыми дѣленіями и діоптромъ, коллимаціонная плоскость котораго перпендикулярна къ подраздѣленной сторонѣ рейки, позднѣе была замѣнена рейкой безъ дѣленій, а діоптръ замѣненъ зрительной трубочкой, помѣщаемой подъ рейкой (см. черт. 821); рейка безъ дѣленій, *съ цѣлями* на концахъ, состояла изъ трехъ вдвигаемыхъ другъ въ друга металлическихъ полыхъ трубъ, давая общую длины рейки въ 3 метра; въ послѣднее время[1]) круглая рейка замѣнена *складной* на шарнирахъ деревянной четырехгранной безъ мелкихъ дѣленій рейкой, состоящей также изъ трехъ частей, общая длина которыхъ=3 метрамъ; на рейкѣ нанесены 6 дѣленій, по полуметру каждое.



Черт. 822.

Для полученія съ помощью фототеодолита двухъ стереометрическихъ снимковъ, помѣщаемыхъ въ стерео-компараторъ, необходимо фототеодолитъ помѣщать на концахъ базиса *B*, длина котораго должна быть хорошо измѣрена. Измѣреніе базиса производится дальномѣрнымъ способомъ, по рейкѣ, *перпендикулярно* устанавливаемой (помощью находящагося при ней діоптра или зрительной трубочки) къ направленію базиса *B* (черт. 822); на одномъ изъ концовъ базиса и помѣщается рейка въ то время, какъ на другомъ концѣ находится фототеодолитъ, ось фотографической камеры котораго направлена перпендикулярно къ базису и, слѣдовательно, параллельна рейкѣ.

Фототеодолитъ, рекомендуемый фирмой Цейсса (на основаніи работъ и опыта фонъ-Гюбля и капитана Трука), главнымъ образомъ для инженерныхъ работъ, а именно, на такъ называемой модели *B*, съ фокуснымъ разстояніемъ камеры $f=127$ mm., для пластинокъ, размѣромъ 9×12 cm., (см. общій видъ и поперечный разрѣзъ на чертежахъ 823 и 823а) собственно состоитъ изъ трехъ частей: 1) изъ втулки съ лимбомъ, входящей въ круглое отверстіе головы треножника, 2) изъ фотографической камеры и 3) зрительной трубы, скрѣпленной съ вертикальнымъ кругомъ[2]).

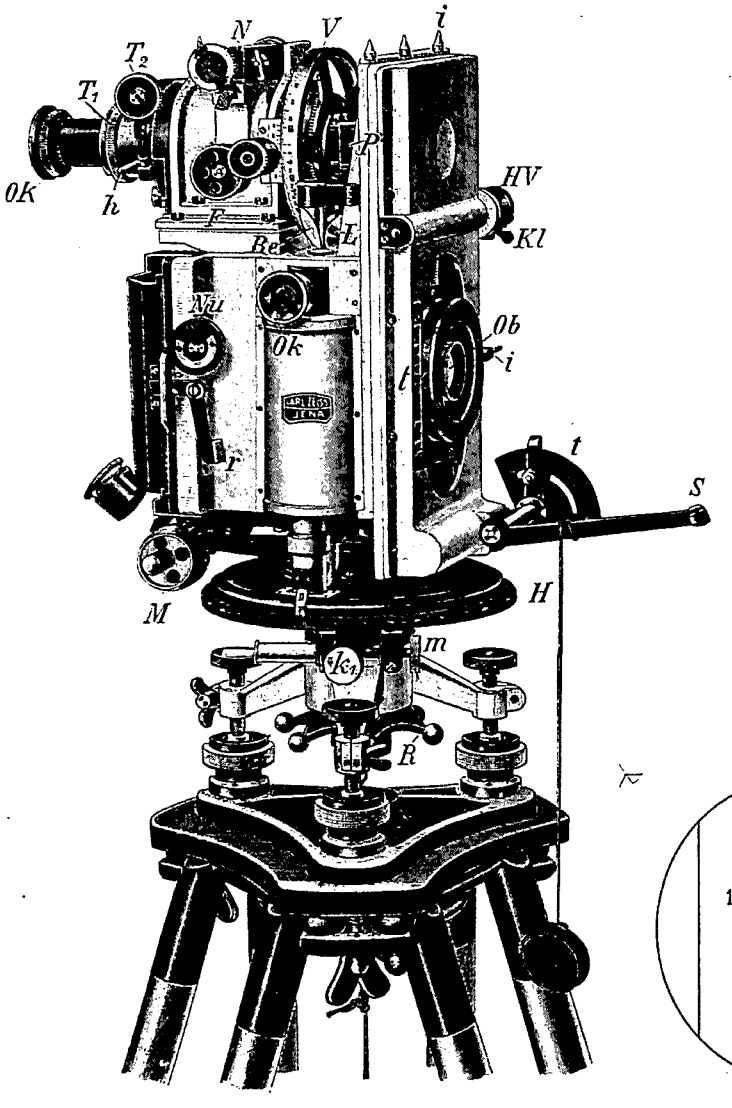
Вверхняя часть теодолита вкладывается вертикальною осью вращенія горизонтальнаго лимба *H* во втулку треножника съ подъемными винтами и прикрѣпляется къ нему снизу звѣздообразной гайкой-грифомъ *R*. При инструментѣ, какъ уже сказано, полагаются *три* штатива съ такими же треножниками, во втулки которыхъ вкладываются поперемѣнно то ось теодолита, то ось *визирки* въ видѣ цилиндрика съ конусообразной го-

[1]) Въ сентябрѣ 1908 года въ комплектѣ, присланномъ Инженерному Училищу в. п. с., нынѣ Инст. Инж. П. С. Императора Николая II.

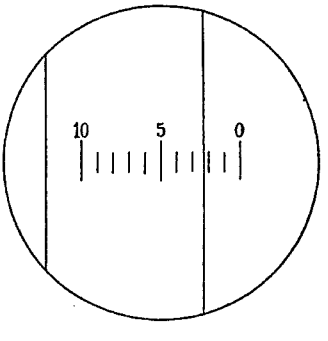
[2]) У экземпляра, присланнаго Имп. Моск. Инженерному училищу в. п. с., труба уже не имѣетъ излома, а передъ объективомъ трубы находится призма, соединенная и вращающаяся вмѣстѣ съ трубой около геометрической оси трубы; ось трубы параллельна оси камеры; лучи, идущіе отъ рейки или визирки *V* попадаютъ сперва въ призму и, преломясь, попадаютъ уже въ трубу и глазъ наблюдателя.

ловкой. Визирки прикрѣпляются къ головкѣ штатива съ помощью цѣпочки, на которой и остаются висѣть въ то время, когда въ треножникъ вдѣта ось теодолита.

Горизонтальный и вертикальный круги подраздѣлены отъ $^1/_2{}^\circ$ до $^1/_2{}^\circ$; точность верньера $= 1'$, а при оцѣнкѣ на глазъ $^1/_2{}'$. Отсчеты по горизонтальному кругу производятся помощью микроскоповъ оцѣнщиковъ съ транверсальными (поперечными) штрихами (черт. 824, см. замѣчаніе о тахеометрѣ Гаммеръ-Феннеля, а также и Heft 25 Zeitschrift für Instrumenten-



Черт. 823.

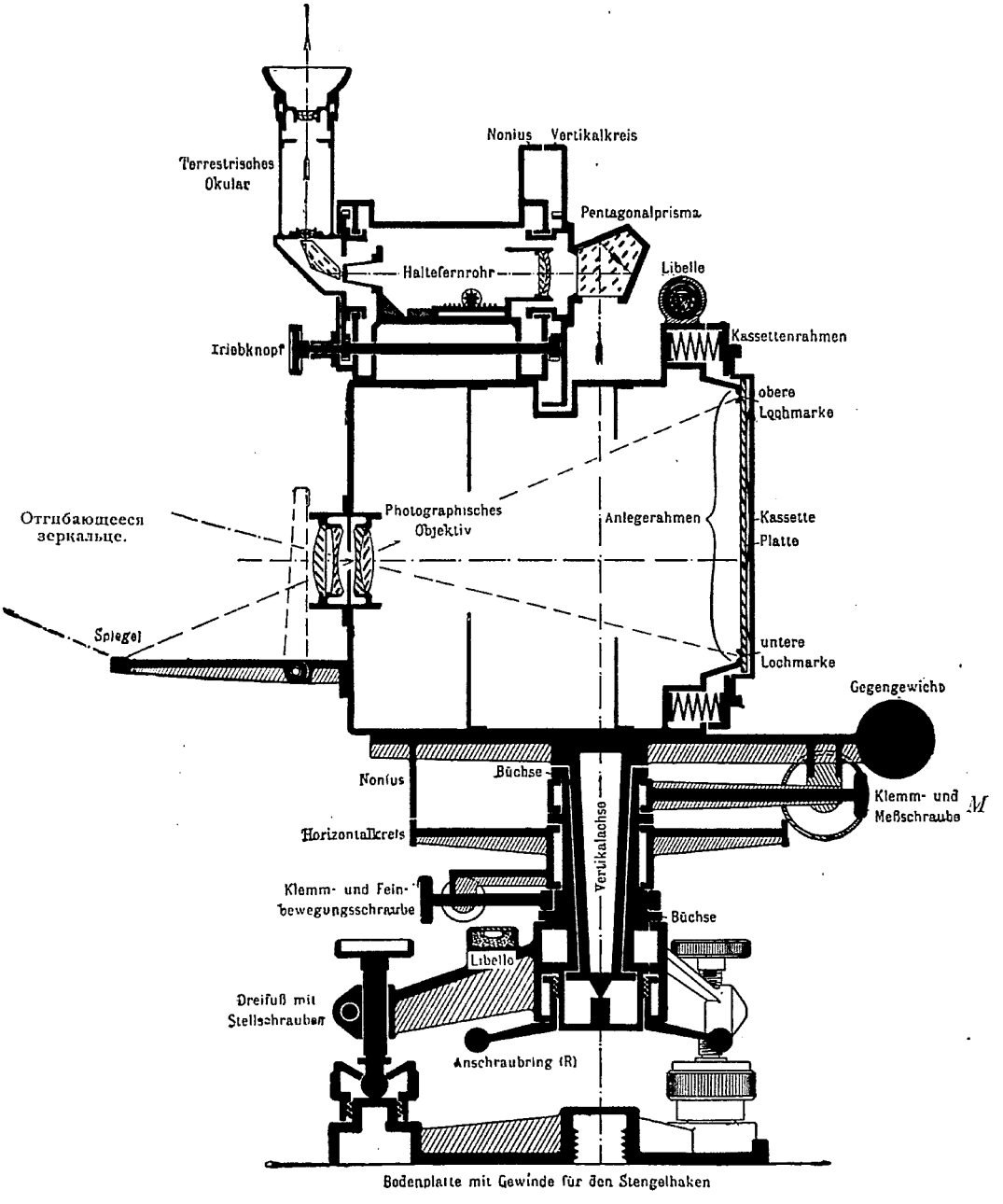


Черт. 824.

kunde за 1907 г.). Для прекращенія вращенія алидады около вертикальной оси имѣется нажимательный винтъ K_1, медленное вращеніе алидады достигается микрометреннымъ винтомъ m. Лимбъ вращается независимо отъ алидады и можетъ быть вращаемъ отъ руки грубо, а по закрѣпленіи нажимательнаго винта, медленно своимъ микрометреннымъ винтомъ.

На алидадѣ лимба помѣщается фотографическая камера съ передвижнымъ помощью винта *HV* по высотѣ объективомъ *Ob*. Матовое стекло связано мѣхомъ съ камерой и пристегивается (прижимаясь къ рамѣ съ зубцами, дающими направленіе главной вертикали) крючками *r*. Алидада

Труба приподнята и держится въ такомъ положеніи во время переноски инструмента



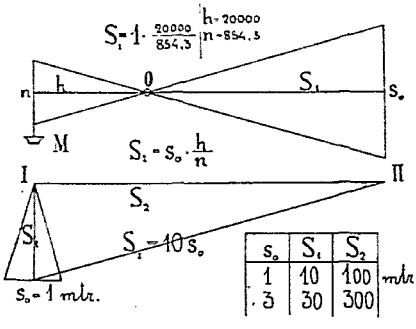
Черт 823а.

снабжена микрометреннымъ винтомъ *M* съ барабаномъ для измѣренія разстояній (базиса) отъ фототеодолита до дальномѣрной рейки, надѣваемой на цилиндрикъ визирки, вставляемый въ треножникъ штатива. (Черт. 821 и 822).

Сверху камеры находятся: окуляръ OK, вертикальный кругъ V, буссоль N и уровень L. Труба отъ руки вращается за грифъ T_1 вокругъ своей геометрической оси вмѣстѣ съ кругомъ V и устанавливается по фокусу T_2 и наглухо закрѣпляется щеколдой-гайкой h. Чтобы опредѣлить величину снимка, захватываемаго камерой, сверху и сбоку камеры помѣщаются визирки i въ видѣ заостренныхъ на концахъ, съ круглыми отверстіями, красныхъ цилиндриковъ. По отгибаніи зеркала S, служащаго для освѣщенія скважинъ зубцовъ рамы, дающихъ направленіе главной вертикали, пользуются секторомъ t, ставя его индексъ на ту же цифру, на которую поставленъ указатель шкалы l приподнятаго объектива камеры.

Остановимся на теоріи микрометреннаго винта M [1]), который какъ сказано, (черт. 823) снабженъ *дѣленной* на 100 частей шляпкой (барабаномъ) и мелкой нарѣзкой. Онъ служитъ для измѣренія угловъ между перпендикуляромъ къ рейкѣ и линіями визированія на цѣли рейки, или все равно, по извѣстной длинѣ между цѣлями рейки даетъ длину самаго базиса B въ видѣ отсчета по шкалѣ и барабану. Отношеніе хода винта къ разстоянію до вертикальной оси вращенія теодолита точно равно 1 : 100, вслѣдствіе чего одно дѣленіе барабана винта $= {}^1/_{10000}$ и соотвѣтствуетъ углу въ 20″. Если O (черт. 825) вертикальная ось вращенія инструмента и h разстояніе до нея винта M, то искомое разстояніе S_1 по длинѣ рейки S_0 и по отсчету n опредѣляется изъ пропорціи

$$S_1 = S_0 \frac{h}{n}.$$



s_0	S_1	S_2
1	10	100
3	30	300

Черт. 825.

При $S_0 = 1$ метру, $h = 20000$ и $n = 854{,}3$ $S_1 = 1 \cdot \frac{20000}{854{,}3}$.

Въ тѣхъ случаяхъ, когда искомое разстояніе S между станціями I и II нельзя непосредственно измѣрить по рейкѣ $S_0 = 1$ метру, ее располагаютъ параллельно базису S_2 и предварительно измѣряютъ вспомогательный базисъ S_1, стремясь сдѣлать соотношеніе между S_0, S_1 и S_2 равнымъ 1 : 10 : 100; при $S_0 = 3$ метрамъ, $S_1 = 30$ и $S_2 = 300$ метрамъ.

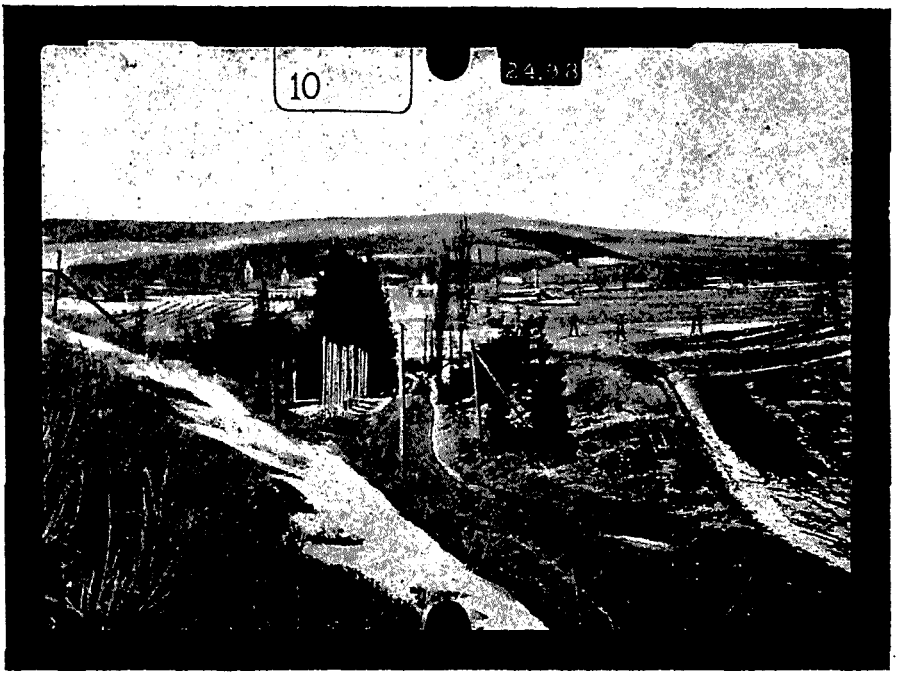
При измѣреніи горизонтальнаго проложенія базиса, длиной превосходящаго 50 метр., рейку можно ставить по серединѣ, между концами базиса B, опредѣляя длину его изъ примѣрно равнобедреннаго треугольника, въ вершинѣ котораго стоитъ рейка на третьемъ вспомогательномъ штиватѣ, а на концахъ основанія — поперемѣнно фототеодолитъ и второй штативъ съ визиркой V, позволяющіе измѣрить какъ углы треугольника при основаніи, такъ и длины обоихъ боковъ треугольника по установленной рейкѣ.

---

[1]) Подобнаго тому, который имѣется при нивеллиръ-тахеометрахъ Фоглера-Розенберга и Штампфера.

Если же базисъ B болѣе 100 метровъ, то его длину находятъ по *вспомогательному базису*, длиною въ 10—20 метр., перпендикулярно направленному къ главному базису B, и проходящему черезъ одинъ изъ его (базиса B) концовъ. Малый базисъ измѣряется по рейкѣ, а большой — по малому (какъ бы по рейкѣ) съ помощью подсчета числа оборотовъ барабана микрометреннаго винта фототеодолита. Вспомогательный базисъ можно также сфотографировать, и длину его найти по стереокомпаратору изъ измѣренія параллакса.

По отношенію къ объективу камеры здѣсь предъявляются болѣе высокія требованія, чѣмъ у обыкновеннаго фототеодолита, такъ какъ точность для измѣренія разстояній по снимкамъ должна возрасти почти въ 20 разъ. Имѣя въ виду, что хотя для снимковъ съ неподвижныхъ предметовъ достаточно имѣть одинъ, а для движущихся предметовъ (волнъ, облаковъ, маневровъ войскъ и т. п.) два инструмента, все-таки приходится устанавливать фототеодолитъ на концахъ базиса такъ, чтобы обѣ фотографи-



Черт. 826.

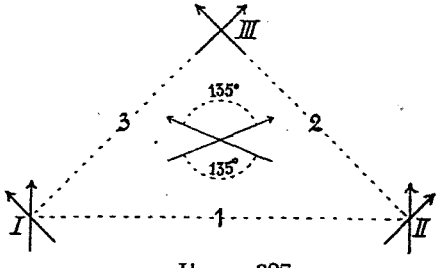
ческія пластинки, предназначаемыя для стереокомпаратора, *строго находились въ одной плоскости, перпендикулярной къ оптической оси* камеры. Для обозначенія главной вертикали на задней рамѣ камеры сдѣланы двѣ полукруглыя пластинки (черт. 826) съ круглыми отверстіями, каждое съ коническимъ уширеніемъ до 0,15 миллим. въ сторону объектива: одна — вверху рамы, другая — внизу.

Линія, соединяющая эти два отверстія, параллельна вертикальной оси вращенія алидады теодолита. Разстояніе точки пересѣченія главной вертикали съ оптической осью камеры отъ нижняго отверстія показано на

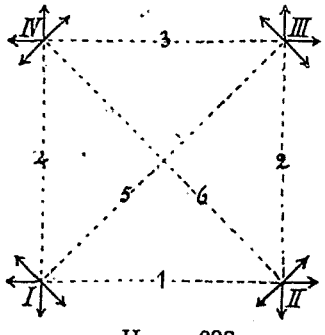
рамѣ, а именно, на черт. 826, изображающемъ фотографическій снимокъ; очевидно, разстояніе это показано наоборотъ, т. е. у верхняго отверстія. Для освѣщенія верхняго отверстія передъ объективомъ помѣщается отгибающееся зеркальце, (см. поперечный разрѣзъ фототеодолита черт. 823а), а также и его общій видъ (черт. 823).

Фокусное разстояніе объектива = 180 m/m., при которомъ отклоненіе въ установкѣ одной пластинки отъ другой на 0,01 m/m., соотвѣтствуетъ углу (0,01 : 180) × 206265 = около 20″.

Зрительная труба устроена такъ, что изображенія предметовъ, разсматриваемыхъ въ трубу, получаются въ плоскости, перпендикулярной къ оптической оси фотографической камеры и при томъ, параллельной вертикальной оси вращенія инструмента (прослѣди ходъ лучей на поперечномъ разрѣзѣ фототеодолита, на чертежѣ 823а). Вслѣдствіе чего достаточно на одномъ концѣ базиса имѣть визирку, а на другомъ фототеодолитъ, труба



Черт. 827.



Черт. 828.

котораго направлена на визирку, чтобы быть увѣреннымъ въ томъ, что обѣ пластинки находятся въ одной плоскости и оптическая ось камеры при обѣихъ постановкахъ фототеодолита перпендикулярна къ базису.

Уголъ, охватываемый объективомъ, около 45°, но онъ можетъ быть увеличенъ до 135° и даже обозрѣваемое пространство увеличено до 270°, если употреблять не два, а три (или четыре) штатива, см. чертежи 827 и 828.

Въ первомъ случаѣ, 3 штатива образуютъ прямоугольный равносторонній треугольникъ съ 3 базисами 1, 2 и 3, во второмъ—четыреугольникъ (квадратъ) съ 6 базисами.

Случай одновременной установки двухъ инструментовъ на обоихъ концахъ базиса показанъ на чертежѣ 829. Изъ него видно, что оба снимка находятся въ оной и той же плоскости.

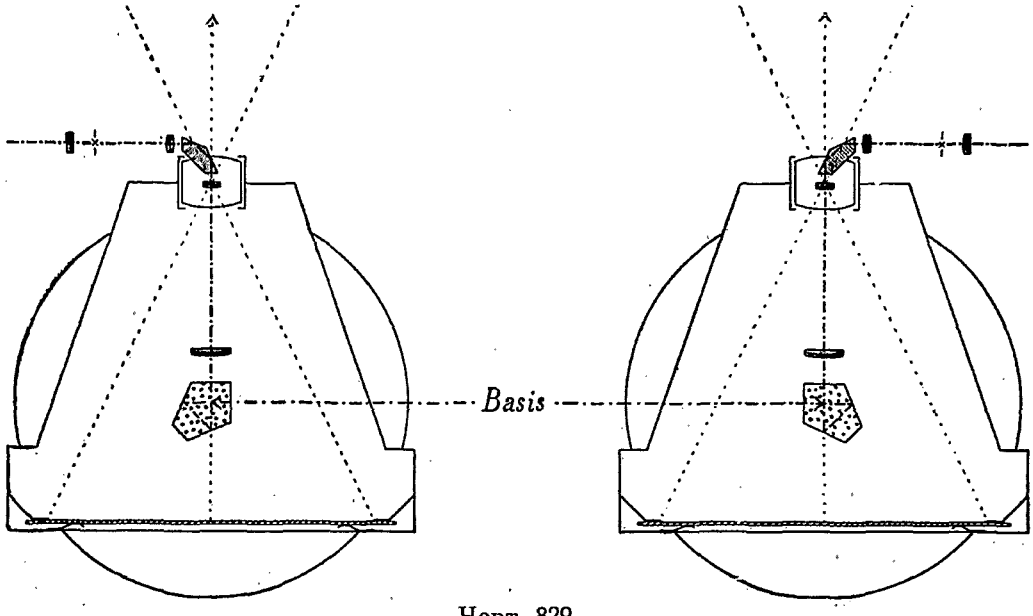
Укажемъ здѣсь на примѣрахъ **порядокъ полевой работы** во время стереофотограмметрической съемки, пользуясь двумя и тремя штативами. (черт. 827).

1-й примѣръ. Съемка на Ландграфской горѣ (къ сѣверу отъ Іены) 7 октября 1909 года.

Избравъ двѣ точки стоянія *A* и *B*, въ разстояніи примѣрно 134 метровъ другъ отъ друга, и привязавъ, по задачѣ Потенота одну изъ точекъ стоянія къ пунктамъ тригонометрической сѣти города Іены, *въ 1-й точкѣ A*, послѣ оріентировки по магнитной стрѣлкѣ, по горизонтальному лимбу,

для 1-го и 2-го (повторнаго изъ предосторожности) снимковъ „*впередъ*", по указателю ноніуса I прочтено 20° 24′,2, по вертикальному кругу на точку *B*...+1°6′,5. Сдѣланы камерой самые снимки № 1 и № 2.

Затѣмъ, имѣя въ виду, что съемкой захватывается по горизонту уголъ въ 60°, сдѣланъ алидадою поворотъ „*вправо*" на 30° и по лимбу



Черт. 829.

прочтено 50° 42′, 3, произведены снимки № 3 и № 4 (повторный). Послѣ этого сдѣланъ поворотъ камеры „*влѣво*", по лимбу прочтено 355°, (такъ какъ въ промежуткѣ направленіе „впередъ" было установлено на 25°). Камерой произведены фотографическіе снимки № 5 и № 6.

Измѣреніе вспомогательнаго базиса, въ дѣленіяхъ барабана

$$\frac{16{,}011 + 15{,}999 + 16{,}018}{3} = 16{,}009.$$

Точка стоянія B.

Горизонтальный лимбъ послѣ оріентировки по магнитной стрѣлкѣ. *I*... 24° 57′,7 („впередъ"). Снимки № 7 и № 8.

Вертикальный кругъ = 1° 20′,5.

Поворотъ „вправо" снимки № 9 и № 10.

„ „влѣво" „ № 11 и № 12.

Отсчеты по барабану винта при наблюденіяхъ одометровой линейки (дальномѣрной рейки), установленной въ вспомогательной точкѣ *B′* (примѣрно въ 12 метрахъ отъ *B*).

$$\frac{17{,}821 + 17{,}827 + 17{,}830 + 17{,}830}{4} = 17{,}827.$$

$$\text{Длина вспомогат. баз.} = \frac{20000}{17{,}827} = 11{,}219 \text{ m}.$$

Уголъ $B'BA = 108^0\ 39',5$ (измѣренъ).

Примѣръ 2-й. Избраны 3 точки стоянія: къ сѣверу — A, востоку — B и къ западу — C. Въ точкахъ установлены штативы. Въ указанныхъ точкахъ измѣрены углы

$$\begin{array}{r} \alpha = 96^0\ 42',7 \\ \beta = 41^0\ 49',4 \\ \gamma = 41^0\ 27',9 \\ \hline \text{Сумма} = 180^0\ 0',0 \end{array}$$

Изъ точки C сдѣланы наблюденія на

	Отсчеты по 1 ноніусу оріентированнаго горизонтальнаго лимба.	Отсчеты по вертикальному кругу.
Лютеръ-крейцъ.	$346^0\ 32',7$	$+\ 0^0\ 48',5$
Писчебумажн. фабрика . . .	$14^0\ 55',4$	$-\ 2^0\ 23',0$
Домъ Ландграфа	$86^0\ 53',3$	$+\ 2^0\ 31',0$
Труба фабрики Брандшней .	$117^0\ 37',7$	$-\ 1^0\ 10'$
Башня Бисмарка	$168^0\ 17',8$	$+12^0\ 43'$
A	$93^0\ 28',1$	$-\ 4^0\ 51'$
B	$134^0\ 56',0$	$+\ 1^0\ 31'$

Измѣреніе сторонъ CA и CB (изъ C).

Рейка въ 1 метръ послѣдовательно установлена въ A и B

$$S_1 = \frac{20000}{n}$$

Число n дѣленій барабана винта (1 дѣленіе = 10″)

CA: 837,3, 6,9, 7,3 } Средн. 837,17 съ ошибк. $\pm 0,1$ ($= 1''$) $CA = 23,890$ метр.

$$\frac{d\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{dn}{n} = \frac{1}{8400}$$

CB: 561,8, 2,5, 1,8 } Средн. $562,03 \pm 0,15$ $CB = 35,586$ метр.

$$\frac{d\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{1}{3700}.$$

Вычисленіе 3-й стороны AB.

$$AB = AC.\frac{Sin\ \gamma}{Sin\ \beta} = 23{,}725 \text{ м.}$$
$$AB = BC.\frac{Sin\ \gamma}{Sin\ \alpha} = 23{,}726 \text{ м.}$$

что уклоненіе только 1/24000 — дѣло случая.

Величина нѣкоторыхъ угловъ, послѣ измѣреній по фотографическимъ пластинкамъ ($f = 128{,}04$ миллиметровъ).

Лейтеркрейцъ: $x = -38{,}97$; $y = 1{,}85$.

Пластинка 5-я. Уклон. отъ оптич. оси
$-16^0\ 55',7$; $0^0 49',7$
приведен. къ одинаков. высотѣ $0^0 49',1$
наблюден. $0^0 48{,}5$

Положеніе оптич. оси:

$93^0\ 28',1$ (направленіе $C - A$)
-90^0-
$3^0\ 28',1$
$-16^0\ 55',7$
$346^0\ 32{,}4$ наблюд. $346^0\ 32',7$. Разн. $0_3'$

Бумажная фабрика:

$x = +25{,}94$
$+11^0\ 27',2$
$3^0\ 28',1$
$+11^0\ 27{,}2$
$14^0\ 55',3$ наблюд. $14^0 55',4$ Разность $0'$,

Измѣреніе стороны CB помощью вспомогательнаго базиса CA' по рейкѣ, стоящей въ A', близъ C. Отрѣзокъ $S_0 = 300$ миллиметровъ. Дѣленія барабана

$$\left.\begin{matrix}1895{,}3\\4{,}9\\4{,}9\end{matrix}\right\} \quad 1895{,}0 \pm 0{,}15 \quad CD = \frac{20000}{1895{,}9} \cdot 0{,}300 = 3{,}166 \text{ м.}$$

$\gamma'_1 = 85^0\ 2'$ (измѣрен.)

β' — измѣренъ микрометрически $\left.\begin{matrix}1784{,}5\\3{,}6\\3{,}8\end{matrix}\right\}$ 1783,7

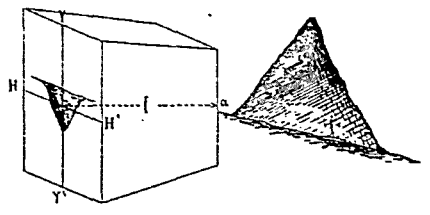
$$tg\ \frac{\beta'}{2} = \frac{1783{,}7}{40000}$$
$$\frac{\beta'}{2} = 2^0 23' 12''$$
$$\beta = 5^0 6' 24''$$

$15^0\ 2',5$
$15^0\ 6',4$
$90^0\ 8',9\ \ \alpha' = 89^0\ 51',1$

$CB = CA' . \frac{Sin\,\alpha'}{Sin\,\beta'} = 35{,}570$ метр. (непосредственное измѣреніе 35,586 м.). Разн. 1,6 сантим.

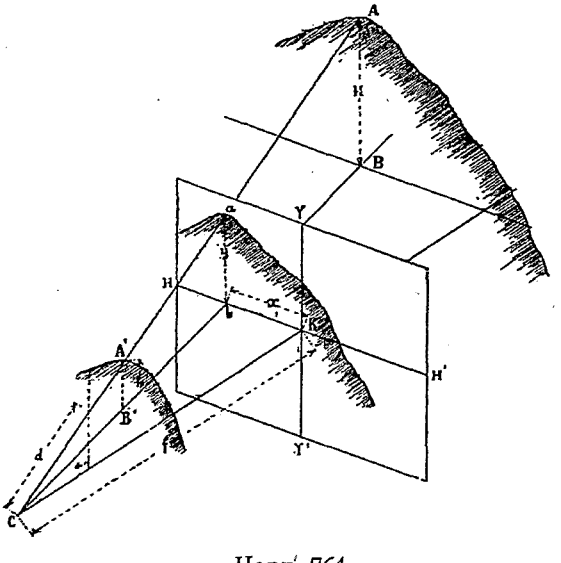
Полученные съ помощью фототеодолита два стереометрическіе снимка должны быть помѣщены въ *стереокомпараторѣ*.

§ 444. Стереофотограмметрическій методъ съемки. Область его примѣненія. Итакъ, въ стереофотограмметріи такъ же, какъ и въ фотограмметріи, для составленія плана мѣстности необходимо имѣть съ нея всего два одновременныхъ фотографическихъ снимка, полученныхъ съ обоихъ концовъ одного и того же базиса; слѣдовательно, чтобы примѣнять стереофотограмметрическій методъ съемки, необходимо располагать фототеодолитомъ. Такъ же, какъ и тамъ, на этихъ снимкахъ должны быть отмѣчены направленія какъ главной горизонтали HH', такъ и главной вертикали yy' (черт. 763). Такимъ образомъ по идеѣ полевыя дѣйствія остаются тѣми же самыми, что и въ фотограмметріи, если не считать нѣкоторыхъ усовершенствованій, введенныхъ д-мъ Пульфрихомъ въ устройство фототеодолита, и примѣненія дальномѣра при измѣреніи базиса. Здѣсь такъ же, какъ и тамъ, мѣстность замѣняется фотографическимъ снимкомъ (черт. 764). Разница заключается лишь въ томъ, что въ фотограмметріи планъ мѣстности чертится



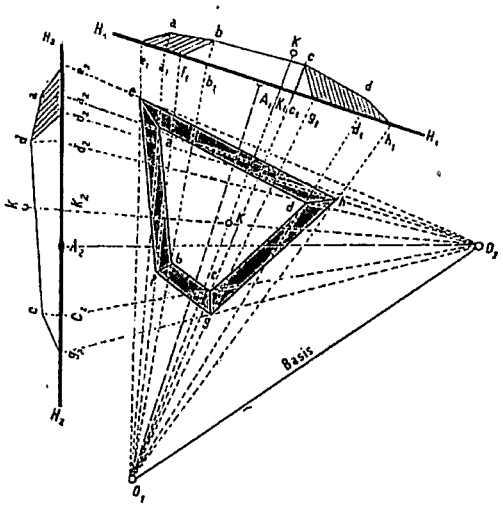
Черт. 763.

графически, методомъ засѣчекъ (черт. 766 и 767), и для проведенія горизонталей на одномъ изъ снимковъ измѣряется ордината y, по которой и вычисляется превышеніе H искомой точки надъ центромъ объектива камеры (черт. 764) по формулѣ $H = \frac{d\,.\,M}{\sqrt{x^2+f^2}}\,.\,y$, гдѣ M знаменатель численнаго масштаба плана, d — взятое съ плана разстояніе, f — фокусное разстояніе объектива камеры и x — измѣренная по фотографіи абсцисса данной точки мѣстности, въ стереофотограмметріи же каждая точка наносится на планъ *по ея координатамъ*, измѣреннымъ на спеціальномъ приборѣ, въ которомъ

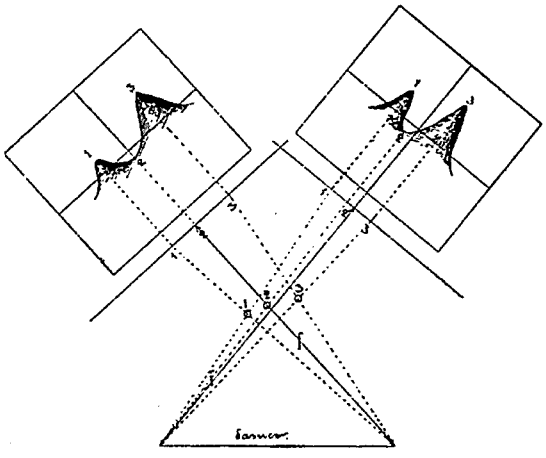


Черт. 764.

одновременно стереоскопически и разсматриваются оба фотографическіе снимка на приборѣ, носящемъ названіе *стереокомпаратора.*



Черт. 766.



Черт. 767.

Такимъ образомъ стереофотограмметрія основывается на принципахъ стереоскопіи и стереоскопическаго видѣнія нашихъ глазъ, требуя для своего примѣненія, помимо чертежнаго прибора, еще спеціальнаго, построеннаго фирмой Цейсса, прибора — стереокомпаратора, значительно облегчающаго разсмотрѣніе деталей фотографическихъ снимковъ мѣстности [1]), но зато значительно затрудняющаго примѣненія этого метода, благодаря высокой стоимости самого прибора (около 1350 рублей).

Область примѣненія стереофотограмметріи весьма широка; ею пользуются при рѣшеніи научныхъ вопросовъ не только въ геодезіи, но и въ астрономіи, архитектурѣ, военномъ и морскомъ дѣлѣ, судебныхъ слѣдствіяхъ, антропометріи и т. п.; но особенно широкое и умѣлое примѣненіе ея сдѣлано Вѣнскимъ Военно-географическимъ Институтомъ въ области изданія подробныхъ топографическихъ картъ. У насъ, въ Россіи, встрѣчаются также попытки подобнаго рода работъ преимущественно въ военномъ вѣдомствѣ, а также и въ вѣдомствѣ путей сообщенія, въ примѣненіи къ изысканіямъ путей сообщенія.

Что же касается до примѣненія стереофотограмметріи къ изысканіямъ путей сообщенія и точности этихъ работъ, то интересующихся этими вопросами отсылаемъ къ статьѣ *Sigismund Truck.* Zeitschrift für Vermessungswesen, Heft 12 и 13 за 1906 г. и вышеупоминаемой брошюрѣ D-ра Schell'я.

---

[1]) При томъ только *двухъ*, а не болѣе, снимковъ, чего не доставало фотограмметріи, и дѣлало ее временами малопримѣнимой.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЯ СТАТЬИ.

ГЛАВА XII.

Вычисленіе земляныхъ объемовъ [1]).

§ 445. Предварительныя понятія. За единицу земляныхъ объемовъ насыпей и выемокъ въ Россіи считаютъ кубическую сажень.

Объемъ земли V между двумя поперечными профилями P_1 и P_2 можно принять *приближенно* за объемъ призмы съ основаніемъ, равнымъ полусуммѣ поперечныхъ сѣченій, и высотою, равною разстоянію l между поперечными сѣченіями, т. е.

$$V = \frac{P_1 + P_2}{2} \cdot l. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (V)$$

Если поперечныя сѣченія идутъ параллельно другъ другу, то объемъ K всего земляного тѣла выразился бы въ видѣ:

$$K = V_1 + V_2 + \ldots = \Sigma V = \frac{P_0 + P_1}{2} \cdot l + \frac{P_1 + P_2}{2} \cdot l_2 + \ldots + \frac{P_{n-1} + P_n}{2} \cdot l_n$$

или

$$K = P_0 \cdot \frac{l_1}{2} + P_1 \cdot \frac{l_1 + l_2}{2} + \ldots + P_n \cdot \frac{l_n}{2}.$$

При

$$l_1 = l_2 = \ldots = l_n = l$$

получимъ

$$K = l\left(\frac{P_0}{2} + P_1 + P_2 + \ldots + \frac{P_n}{2}\right) \ldots\ldots\ldots (K)$$

Если поперечные профили не параллельны другъ другу, что имѣетъ мѣсто около кривыхъ или вершинъ угловъ поворотовъ осей нивеллиро-

---

[1]) Болѣе подробно см. 1) *Gieseler.* — Erdbau, 2) *В. Курдюмовъ,* — Матеріалы для курса строительныхъ работъ. Выпускъ II. Земляныя работы, 3) *Ф. Мурзо.*—Универсальныя таблицы для скораго и точнаго вычисленія объемовъ земляныхъ работъ, 4) *Вяч. Яцына.*—Новѣйшіе способы и таблицы для скораго и точнаго подсчета объемовъ земляныхъ работъ при любой ширинѣ полотна, откосахъ и склонахъ и *Его же.* — Наивыгоднѣйшее проектированіе земляного полотна.

ванія, то за l слѣдовало бы считать не разстоянія по продольной оси, а разстоянія между центрами тяжестей поперечныхъ сѣченій; однако, и въ этомъ случаѣ формулы все же удерживаются тѣ же самыя.

Результаты вычисленій по формуламъ (V) и (K) всегда не точны, и по нимъ получаются величины болѣе дѣйствительныхъ объемовъ, поэтому для полученія болѣе точныхъ величинъ употребляютъ формулы Винклера и Мурзо.

Самый расчетъ объемовъ и площадей ведется на основаніи данныхъ, заключающихся въ проектѣ земляного сооруженія.

Составъ проекта зависитъ отъ вида сооруженія.

Въ составъ проекта дорожнаго полотна или канала входятъ: 1) продольный *профиль земли* по направленію оси полотна и продольный профиль самой оси,

2) поперечные профили земли и

3) нормальные профили полотна.

Разстоянія между точками продольнаго профиля достаточно имѣть до 0,5 саж. (большая точность въ измѣреніи промежуточныхъ точекъ не имѣетъ большого значенія).

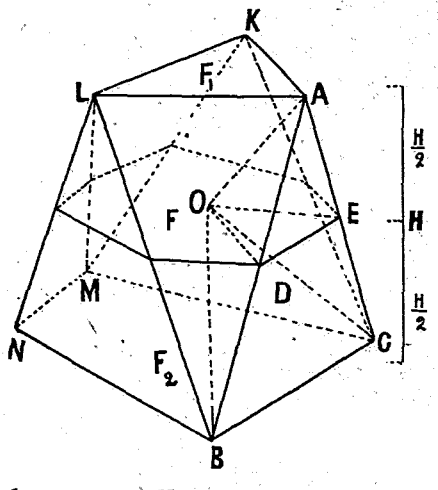
Высоты насыпей и выемокъ достаточно знать до 0,01 саж.

Подъ площадью поперечныхъ профилей подразумѣваютъ площади, ограниченныя, съ одной стороны, профилемъ земли, а съ другой, нормальнымъ профилемъ полотна.

Поперечные профили для удобства вычисленія ихъ площадей чертятся (для горизонтальныхъ и вертикальныхъ разстояній) въ одномъ и томъ же масштабѣ, а именно: 2 сажени въ 0,01 саж.

Вычисленіе площадей съ удобствомъ можетъ производиться планиметромъ, хотя для этой же цѣли можно пользоваться и иными пріемами.

§ 446. Объемъ призматоида. Объемъ земляного тѣла, заключающійся между двумя поперечными профилями, хотя и можетъ быть опредѣленъ разными способами, но онъ точнѣе опредѣляется по способу инженера Винклера, причемъ земляное тѣло приводится къ виду призматоида.



Черт. 830.

Призматоидъ есть геометрическое тѣло, ограниченное съ двухъ сторонъ многоугольниками F_1 и F_2, лежащими въ параллельныхъ плоскостяхъ и имѣющими произвольное число сторонъ; они разсматриваются, какъ основанія тѣла, а рядъ треугольниковъ составляютъ его боковую поверхность (черт. 830). Число боковыхъ граней равно суммѣ сторонъ верхняго и нижняго основаній.

Для опредѣленія объема призматоида проведемъ черезъ средину его высоты сѣкущую плоскость F, параллельную основаніямъ; на ней возь-

мемъ произвольную точку O и соединимъ ее прямыми со всѣми вершинами обоихъ основаній (на чертежѣ это соединеніе показано только для вершинъ A, B и C). Проведя черезъ эти прямыя рядъ плоскостей, мы раздѣлимъ нашъ призматоидъ на 2 пирамиды — $OAKL$ и $OBCMN$, которыхъ вершины лежатъ въ точкѣ O, а основаніями служатъ верхнее и нижнее основанія призматоида — и на рядъ пирамидъ, аналогичныхъ $OABC$, основаніями которыхъ служатъ боковыя грани призматоида. Въ такомъ случаѣ W, объемъ призматоида, можетъ быть выраженъ суммою объемовъ, входящихъ въ него пирамидъ, а именно: $W = V_1 + V_2 + \Sigma V$, гдѣ

V_1 — объемъ пирамиды $OAKL$
V_2 — „ „ $OBCMN$
ΣV — сумма объемовъ боковыхъ пирамидъ вида $OABC$.

Обозначимъ площадь верхняго основанія призматоида буквою F_1, площадь нижняго — буквою F_2, высоту — H, тогда объемъ пирамиды $OAKL$ будетъ:

$$V_1 = \frac{H}{2} \cdot \frac{F_1}{3} = \frac{HF_1}{6},$$

объемъ пирамиды $OBCMN$

$$V_2 = \frac{H}{2} \cdot \frac{F_2}{3} = \frac{HF_2}{6}.$$

Опредѣлимъ ΣV. Разсмотримъ пирамиду $OABC$. Плоскость средняго сѣченія призматоида отсѣкаетъ отъ пирамиды $OABC$ пирамиду $OADE$. Объемы пирамидъ, имѣющихъ общую вершину, относятся какъ площади ихъ основаній, а потому

$$OABC : OADE = \triangle ABC : \triangle ADE.$$

Плоскость средняго сѣченія призматоида пересѣкаетъ грань ABC по прямой $DE \parallel BC$ и притомъ $DE = \frac{1}{2} BC$, а потому

$$\triangle ABC : \triangle ADE = 4 : 1.$$

Въ виду этого и

$$OABC : OADE = 4 : 1$$

или

$$OABC = V = 4\, OADE,$$

но

$$OADE = \triangle ODE \times \frac{1}{3} \cdot \frac{H}{2},$$

а слѣдовательно,

$$V = 4\, OADE \cdot \frac{H}{6} = \frac{2}{3} \triangle ODE \cdot H.$$

А объемъ всѣхъ боковыхъ пирамидъ:

$$\Sigma V = \Sigma \frac{2}{3} \triangle ODE \times H = \frac{2}{3} H \,.\, \Sigma \triangle ODE = \frac{2}{3} H \,.\, F,$$

гдѣ F — площадь средняго сѣченія.

Итакъ, объемъ W пирамиды равенъ:

$$W=\frac{H\,.\,F_1}{6}+\frac{H\,.\,F_2}{6}+\Sigma V=\frac{H}{6}[F_1+F_2+4F]\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(1)$$

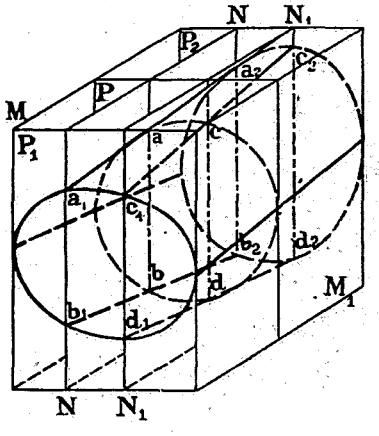
Эта формула предложена Симпсономъ. Она можетъ быть выражена также въ видѣ

$$W=\left[\frac{2}{3}F+\frac{1}{6}(F_1+F_2)\right]\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(2)$$

Если въ призматоидѣ площадь средняго сѣченія равна среднему ариѳметическому изъ площадей параллельныхъ его граней, т. е., если $F=\frac{1}{2}(F_1+F_2)$, то для такого тѣла объемъ W получаетъ видъ:

$$W=\frac{H}{6}(F_1+F_2+4F)=F\,.\,H\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(3)$$

Для примѣненія приведенныхъ формулъ къ вычисленію объемовъ земляныхъ работъ, при сооруженіи дорогъ, плотинъ и т. п., представимъ себѣ тѣло (черт. 831), ограниченное съ двухъ сторонъ основаніями *произвольнаго* вида, лежащими *въ* двухъ *взаимно параллельныхъ* плоскостяхъ P_1 и P_2 и допустимъ, что *контуры* этихъ *основаній касаются двухъ*, также взаимно *параллельныхъ плоскостей* M и M_1. Будемъ разсматривать боковую поверхность тѣла, образованнаго движеніемъ прямой, все время остающеюся параллельною плоскостямъ M и скользящей по контурамъ основаній. При криволинейныхъ контурахъ основаній, такое тѣло можно разсматривать какъ призматоидъ съ безконечно большимъ числомъ боковыхъ граней.



Черт. 831.

Предположимъ далѣе, что среднее сѣченіе этого тѣла сдѣлано плоскостью P, параллельною P_1 и P_2 и проведемъ еще двѣ *безконечно близкія* на разстояніи dh сѣкущія плоскости N и N_1, параллельныя плоскостямъ M и M_1.

Плоскости N и N_1 пересѣкутъ основанія соотвѣтственно по прямымъ a_1b_1, c_1d_1 и a_2b_2, c_2d_2, а среднее сѣченіе — по прямымъ ab и cd, и выдѣлятъ изъ плоскостей P_1, P_2 и P — элементы площадей $a_1b_1c_1d_1=dF_1$, $a_2b_2c_2d_2=dE_2$ и $abcd=dF$. Очевидно, онѣ будутъ трепеціями. Согласно сдѣланныхъ обозначеній, можно написать:

$$dF_1=\frac{dh}{2}(a_1b_1+c_1d_1)$$

$$dF_2=\frac{dh}{2}(a_2b_2+c_2d_2)$$

$$dF=\frac{dh}{2}(ab+cd)$$

Но

$$ab = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2}{2}$$

и

$$cd = \frac{c_1 d_1 + c_2 d_2}{2},$$

а потому

$$dF = \frac{dh}{2}\left(\frac{a_1 b_1 + a_2 b_2}{2} + \frac{c_1 d_1 + c_2 d_2}{2}\right) =$$
$$= \frac{dh}{2}\left(\frac{a_1 b_1 + c_1 d_1}{2} + \frac{a_2 b_2 + c_2 d_2}{2}\right) =$$
$$= \frac{dF_1}{2} + \frac{dF_2}{2}$$

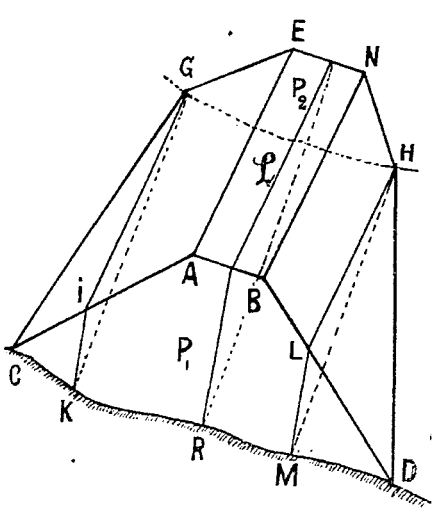
или по интегрированіи

$$F = \frac{F_1 + F_2}{2} + C,$$

гдѣ C — произвольная постоянная, вошедшая при интегрированіи; но при $F_1 = F_2 = 0$ и $C = 0$, а потому $F = {}^1/_2 (F_1 + F_2)$ и формула Симпсона принимаетъ видъ уравненія (3)

$$W = \frac{H}{6}[F_1 + F_2 + 2(F_1 + F_2)] = \frac{H}{2}(F_1 + F_2) = F \cdot H.$$

Объемъ земляного тѣла, ограниченнаго двумя поперечными профилями, можно разсматривать какъ объемъ призматоида, одна часть боковой поверхности котораго ограничена плоскими гранями, а другая — поверхностью земли, которая свободно можетъ быть принята за поверхность, образованную движеніемъ прямой по двумъ смежнымъ профилямъ, какъ направляющимъ, при условіи параллельности вертикальной плоскости, проектирующей ось полотна на землю. Поэтому его можно вычислять по формулѣ Симпсона.



Черт. 832.

Чтобы избѣжать вычисленія площади средняго сѣченія и сдѣлать примѣнимою и болѣе удобною формулу (3), видоизмѣнимъ самый призматоидъ: черезъ двѣ точки G и H (черт. 832) данныхъ профилей, ближайшія къ плоскости R, вертикально проектирующей ось полотна, проведемъ двѣ плоскости GIK и HLM параллельно плоскости R; онѣ разсѣкутъ все земляное тѣло на три части, изъ которыхъ двѣ боковыя $GICK$ и $HLMD$ будутъ имѣть очертанія, весьма близко подходящія къ пирамидамъ, а средняя $GENHMLBAIK$ — частный видъ призматоида, къ которому примѣнимъ формулу (3).

Пусть площади профилей полнаго земляного тѣла будутъ P_1 и P_2, а

площади основаній отсѣкаемыхъ пирамидъ $ICK = \varphi_1$ и $LMD = \varphi_2$, тогда объемъ средней части будетъ *вполнѣ точно* выраженъ равенствомъ.

$$v_1 = \frac{P_1 + [P_2 - (\varphi_1 + \varphi_2)]}{2} \cdot L,$$

гдѣ L — высота призматоида или разстояніе между профилями, объемы же v_2 и v_3 двухъ пирамидальныхъ отрѣзковъ выразятся *приблизительно* (ибо поверхность земли не плоская) такъ:

$$v_2 + v_3 = (\varphi_1 + \varphi_2) \cdot \frac{L}{3}.$$

Весь же объемъ всего земляного тѣла полностію выразится такъ:

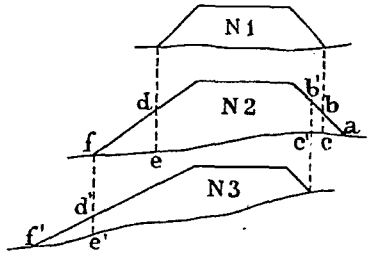
$$V_1 = \frac{[P_1 + \{P_2 - (\varphi_1 + \varphi_2)\}] \cdot L}{2} + (\varphi_1 + \varphi_2) \cdot \frac{L}{3}$$

или

$$V_1 = \left(\frac{P_1 + P_2}{2} - \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{6}\right) \cdot L \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

это — формула Винклера.

Способъ опредѣленія величинъ φ_1 и φ_2 на двухъ смежныхъ профиляхъ показанъ на чертежѣ 833.



Черт. 833.

При расчетѣ объема между профилями № 1 и № 2:

$$\varphi_1 = abc \text{ и } \varphi_2 = def$$

между № 2 и № 3:

$$\varphi_1 = ab'c' \text{ и } \varphi_2 = d'e'f'.$$

Тотъ же объемъ V_1 по формулѣ Симпсона (2) можно написать въ видѣ:

$$V_1 = \frac{2P}{3} L + \frac{1}{2}(P_1 + P_2) \cdot \frac{L}{3} \quad \ldots (2)'$$

Умножая (4) на $\frac{1}{3}$ и вычитая изъ (2)', получимъ:

$$\frac{2}{3} V_1 = \frac{2}{3} P \cdot L + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{6} \cdot \frac{L}{3}$$

или

$$V_1 = P \cdot L + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{12} L \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

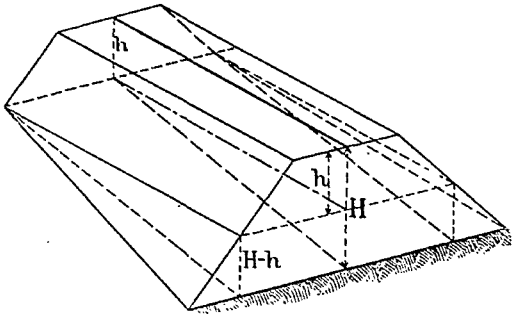
Это формула инженера *Ф. Мурзо.*

Члены $\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{6}$ и $\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{12}$ въ формулахъ Винклера и Мурзо называются *поправочными,* которыми можно пренебрегать при приближенныхъ расчетахъ объемовъ.

Если мѣстность не имѣетъ поперечнаго уклона, то площадь профиля выемки или насыпи для полотна нормальныхъ размѣровъ зависитъ только отъ величины красной отмѣтки.

Если h и H (черт. 834) — красныя отмѣтки двухъ смежныхъ профилей, отстоящихъ на разстояніи l, то красная отмѣтка въ среднемъ сѣченіи будетъ

$$\frac{H+h}{2}.$$

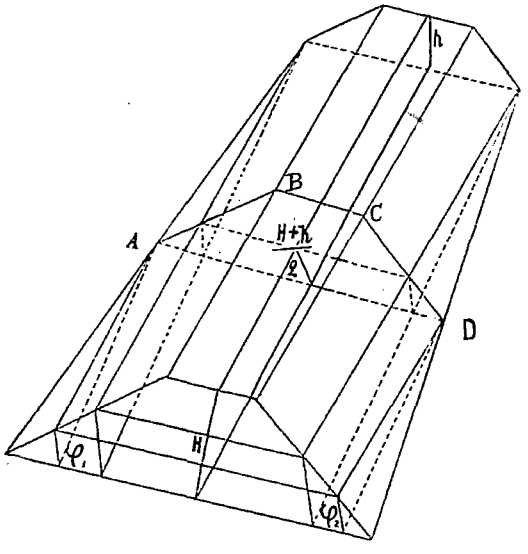


Черт. 834.

При одинаковыхъ откосахъ слѣва и справа треугольники φ_1 и φ_2 равны между собою и имѣютъ высоту $H-h$ и основаніе (при полуторномъ откосѣ) $^3/_2$ $(H-h)$, вслѣдствіе чего поправочный членъ

$$\frac{\varphi_1+\varphi_2}{12}=\frac{1}{12}\cdot\frac{3}{2}(H-h)^2=\frac{(H-h)^2}{8}.$$

Формула Мурзо для вычисленія земляныхъ работъ *при всякой ширинѣ* земляного *полотна* и *любомъ* его *откосѣ*.



Черт. 835.

Возьмемъ формулу Мурзо въ общемъ видѣ:

$$V=\left(F+\frac{\varphi_1+\varphi_2}{12}\right)L \quad \ldots\ldots (5)$$

и приложимъ ее къ случаю, когда мѣстность не имѣетъ поперечнаго уклона, когда оба откоса одинаковые и коэффиціентъ этихъ откосовъ равенъ n, т. е. заложеніе откосовъ въ n разъ болѣе ихъ высоты. При этихъ условіяхъ

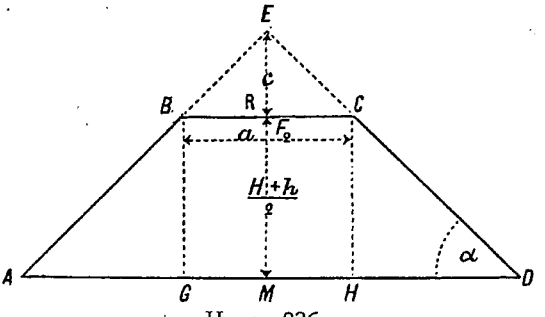
$$\varphi_1=\varphi_2=\varphi=\frac{H-h}{2}\times n\ (H-h)=$$
$$=\frac{n}{2}(H-h)^2$$

и

$$V_n=\left\{F+\frac{n(H-h)^2}{12}\right\}L \quad \ldots\ldots\ldots (6)$$

гдѣ F есть площадь поперечнаго профиля $ABCD$ (черт. 835) при средней красной отмѣткѣ $\frac{H+h}{2}$.

Разсмотримъ эту площадь отдѣльно (черт. 836) и прежде всего обратимъ вниманіе на то обстоятельство, что если у ней продолжимъ стороны AB и CD до пересѣченія ихъ въ точкѣ E, то получимъ такую добавочную площадь (треугольника BEC), которая для принятаго поперечнаго профиля земляного тѣла, т. е. при постоянной ширинѣ полотна и постоянномъ коэффиціентѣ откоса, не будетъ зависѣть отъ постепенныхъ измѣненій красныхъ отмѣтокъ, но останется постоянною. Постоянною будетъ и высота $\triangle$-ка EBC, которую поэтому и обозначимъ черезъ c (constants). При этомъ для насыпей изъ чертежа 836 имѣемъ:



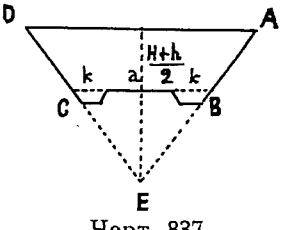
Черт. 836.

$$\frac{a}{2} = nc \quad \text{и} \quad c = \frac{a}{2} \times \frac{1}{n}$$

въ частности при $n = 1 \ldots\ldots c = \frac{a}{2}$

„ $n = \frac{3}{2} \ldots\ldots c = \frac{a}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{a}{3}$

Для выемки, при опредѣленіи c, къ ширинѣ полотна a прибавляется ширина двухъ кюветовъ по верху $= 2k$ (черт. 837).



Черт. 837.

Выразимъ теперь нашу площадь F въ функціи этой новой величины c, для чего будемъ разсматривать площадь $ABCD$ (черт. 836) какъ разность площадей AED и BEC. Имѣемъ:

$$F = ABCD = AED - BEC,$$

но

$$AED = EM \times AM = EM \times n \,.\, EM = n \,.\, EM^2 = n\left(\frac{H+h}{2} + c\right)^2$$

$$BEC = ER \times BR = c \times n \,.\, c = n \,.\, c^2,$$

а слѣдовательно,

$$F = n\left(\frac{H+h}{2} + c\right)^2 - n \,.\, c^2 = n\left\{\left(\frac{H+h}{2} + c\right)^2 - c^2\right\}$$

Подставляя это новое выраженіе площади F въ формулу (6), получимъ:

$$V_n = \left[n\left\{\left(\frac{H+h}{2} + c\right)^2 - c^2\right\} + \frac{n(H-h)^2}{12}\right] L \ldots\ldots (7)$$

Это и есть формула, выведенная инженеромъ Мурзо для любой ширины полотна и любого его откоса.

Для пользованія этой формулой имъ же составлены, и въ 1898 году изданы, таблицы подъ заглавіемъ „Универсальныя таблицы для скораго и

точнаго вычисленія объемовъ земляныхъ работъ при всякой ширинѣ земляного полотна, склоновъ его откосовъ и на косогорахъ, по способу инженера Ф. Ф. Мурзо, пригодныя для ширококолейныхъ, узкоколейныхъ, шоссейныхъ, грунтовыхъ дорогъ и прочихъ земляныхъ сооруженій".

Въ текстѣ, предшествующемъ этимъ таблицамъ, помѣщенъ и самый выводъ формулы, затѣмъ объясненіе къ употребленію таблицъ, образецъ расчетнаго бланка, готовые числовые примѣры и, наконецъ, выводъ формулы для вычисленія объемовъ земляныхъ работъ на косогорахъ, къ которому мы и перейдемъ.

3. *Вычисленіе объемовъ земляныхъ работъ на косогорахъ.*

Напишемъ формулу Мурзо въ общемъ видѣ, т. е. равенство (5)

$$V=\left(F+\frac{\varphi_1+\varphi_2}{12}\right)L \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

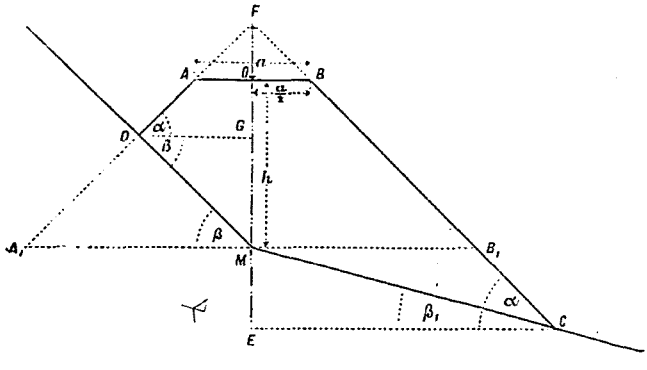
и формулу Винклера:

$$V=\left(\frac{P_1+P_2}{2}-\frac{\varphi_1+\varphi_2}{6}\right)L \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

Умножая на 2 равенство (5) и сложивъ съ равенствомъ (4), найдемъ:

$$V=\left(\frac{P_1+P_2}{2}+2F\right)\cdot\frac{L}{3} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (8)^1)$$

т. е. *объемъ земляного полотна равенъ объему двухъ пирамидъ, изъ которыхъ основаніе одной равно полусуммѣ крайнихъ площадей, и другой — удвоенной площади при средней красной отмѣткѣ.*



Черт. 838.

Опредѣлимъ площадь P_1, P_2 и F (черт. 838) *на косогорахъ*. Изъ чертежа имѣемъ:

Площадь $DABCM = DFCM - AFB = DFM + FMC - AFB$

„ $DFM=\frac{DG\times FM}{2}$ | $FM = OM + OF = h + \frac{a}{2}tg\alpha$

„ $FMC=\frac{EC\times FM}{2}$ | $FG = DG \times tg\alpha$, $GM = DG \times tg\beta$

$$FG + GM = FM = DG\ (tg\alpha + tg\beta).$$

$$DG=\frac{FM}{tg\alpha+tg\beta}=\frac{h+\frac{a}{2}tg\alpha}{tg\alpha+tg\beta};$$

[1]) Очевидно, это есть видоизмѣненная формула (2) Симпсона.

подобнымъ же образомъ

$$EC = \frac{h + \frac{a}{2} tg\alpha}{tg\alpha - tg\beta_1}$$

и

$$AFB = \frac{a^2}{4} tg\alpha$$

Такимъ образомъ площадь P — поперечнаго сѣченія насыпи или выемки будетъ:

$$DABCM = \left(h + \frac{a}{2} tg\alpha\right)^2 \left[\frac{1}{2(tg\alpha + tg\beta)} + \frac{1}{2(tg\alpha - tg\beta_1)}\right] - \frac{a^2}{4} tg\alpha. \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Величина $\frac{a}{2} tg\alpha$ — постоянна, при постоянной ширинѣ и уклонѣ откоса, т. е.

$$\frac{a}{2} tg\alpha = c.$$

Въ универсальныхъ таблицахъ Мурзо мы находимъ сперва таблицу, озаглавленную:

Объемы насыпей или выемокъ $\left(\frac{H+h}{2} + c\right)^2$ при ширинѣ полотна $= 0$, одиночныхъ откосахъ и разстояніяхъ

$$1, 2, 3 \ldots . 9.$$

Она содержитъ девять столбцовъ, изъ нихъ первый есть ни что иное, какъ таблица квадратовъ чиселъ (k^2) отъ 0 до 12 черезъ 0,01; второй, третій и т. д. столбцы суть $2k^2$, $3k^2$, ... $9k^2$.

Полагая 1) $k = \frac{H+h}{2} + c$ и 2) $k = c$, мы находимъ въ таблицѣ произведенія $\left(\frac{H+h}{2} + c\right)^2 L$ и $c^2 L$, которыя нужно только помножить на n, чтобы получить главную часть объема.

Поправочный членъ при $n = 1$ обращается въ $\frac{(H-h)^2}{12} \cdot L$

„ $n = 1\frac{1}{2}$ „ „ $\frac{(H-h)^2}{8} \cdot L$

„ $n = 1\frac{1}{4}$ „ „ $\frac{5(H-h)^2}{48} \cdot L$,

который и берется по аргументамъ $(H-h)$ и L.

Для вычисленія объемовъ на косогорахъ приложены три таблички A, B и C, содержащія по три графы для 3 значеній коэффиціента откосовъ.

Таблица A даетъ значенія $\frac{1}{2(tg\alpha+tg\beta)}$ отъ 0 до 2 черезъ 0,01 | при откосахъ $tg\alpha = 1$ (1 : 1)

„ B „ „ $\frac{1}{2(tg\alpha-tg\beta)}$ „ 0 „ 1 „ 0,01 | „ $= {}^2/_3(1 : 1{}^1/_2)$

„ C „ „ $\left[\frac{1}{2(tg\alpha+tg\beta)}+\frac{1}{2(tg\alpha-tg\beta)}\right]$ отъ 0 до 1 черезъ 0,01 | „ $= {}^4/_5(1 : 1{}^1/_4)$

При вычисленіи площадей P и P_1 уклоны косогоровъ $tg\alpha$ и $tg\beta_1$ получаются изъ данныхъ нивеллировки (непосредственно изъ поперечной нивеллировки), а уклоны въ среднемъ сѣченіи F высчитываются какъ ариѳметическія среднія изъ уклоновъ сосѣднихъ профилей (т. е. P и P_1).

Примѣръ. Вычислить, пользуясь таблицами Мурзо, объемъ земляного тѣла насыпи, при ея длинѣ = 50 саж. (между двумя смежными сѣченіями), ширинѣ по верху = 2,60 саж. и откосахъ: слѣва 1 : $1{}^1/_2$ и справа 1 : $1{}^1/_4$. Красныя отмѣтки: въ первомъ профилѣ = 2,40 саж. и во второмъ = = 3,60 саж.

Такъ какъ откосы полотна разные, то сперва найдемъ: a) полный объемъ насыпи при откосѣ 1 : $1{}^1/_2$ и возьмемъ его половину, а затѣмъ b) полный объемъ насыпи при откосѣ 1 : $1{}^1/_4$ и также возьмемъ его половину и, наконецъ, c) возьмемъ сумму этихъ полуобъемовъ; она и дастъ искомый объемъ насыпи.

a) У насъ $a = 2{,}60$ и $n = \frac{3}{2}$; слѣдовательно, $c = \frac{2{,}60}{3} = 0{,}87$;

$\frac{H+h}{2}+c = 3{,}00+0{,}87 = 3{,}87$ саж.

По аргументамъ 3,87 и 0,87 изъ главной таблицы находимъ:

$\left(\frac{H+h}{2}+c\right)^2 . L = 748.85$ (по табл. 2-го изд. 1900 г. стр. 8, колонна 5).

$c^2 . L = 37.85$ („ „ „ „ „ „ „ 2, „ 5).

Основной объемъ (при $n = 1$) $= 711.00$

„ „ („ $n = \frac{3}{2}$) $= 1066{,}5$

Поправка $\frac{(H-h)^2}{8} L$ . . . . . $+9.0$

Всего $= 1075.5$

b) Принимаемъ $n = \frac{5}{4}$, тогда $c = \frac{2.60}{2.50} = 1{,}04$

$\frac{H+h}{2}+c = 4{,}04$

$\left(\frac{H+h}{2}+c\right)^2 . L = 816{,}08$ (стр. 9)

$c^2 . L = 54{,}08$ (стр. 3)

Основн. объемъ (при $n=1$) $= 762{,}00$

$\left(\text{при } n=\frac{5}{4}\right) = 952{,}5$

Поправка $\frac{5}{48}(H-h)^2 . L = 7{,}5$

Всего . . 960,0

c) Объемъ насыпи $\frac{1075{,}5+960{,}0}{2} = 1017{,}8$ куб. саж.

Инженеръ *Вяч. Яцына* формулѣ (9) придаетъ видъ:

$$P_1 = [(h_1+c_n)^2 \varphi_1 - \omega_n],$$

гдѣ

$$\omega_n = \frac{a^2}{4} tg\alpha,$$

$$\varphi = \left[\frac{1}{2(tg\alpha+tg\beta)} + \frac{1}{2(tg\alpha-tg\beta_1)}\right]$$

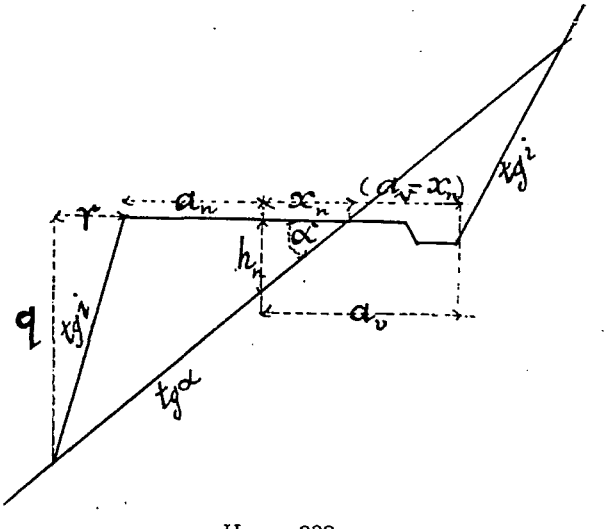
и

$$c_n = \frac{a}{2} tg\alpha,$$

и формулу Симпсона преобразовываетъ въ

$$V_n = \left[\frac{(h_1+c_n)^2}{6}\varphi_1 + \frac{(h_2+c_n)^2}{6}\varphi_2 + \frac{(h_1+h_2+2c_n)^2}{6}\varphi - \omega_n\right] l_n \quad . \quad . \quad (10)$$

Для значеній $\frac{(h+c)^2}{6}$ или $\frac{(h_1+h_2+2c)^2}{6}$, умноженныхъ послѣдовательно на 1, 2, 3 . . . . 9, составлены таблицы (I) отъ 0,01 до 18,00 саж. черезъ одну сотку, а для коэффиціентовъ φ — таблицы (II), имѣющія 8 графъ, для различныхъ употребительнѣйшихъ откосовъ и уклоновъ косогора, измѣняющихся на 0,01 саж. При подсчетѣ сперва берутъ изъ (II) таблицы φ, а затѣмъ уже изъ таблицы (I) $\frac{(h+c)^2}{6} l$; послѣ чего суммируются отдѣльные члены. Формула (10) является такимъ образомъ общею для любого φ, т. е. и для косогора, и для ровной (съ малымъ уклономъ) мѣстности.



Черт. 839.

Въ случаяхъ, когда профиль представляетъ полунасыпь (черт. 839)

или полувыемку (черт. 840), площади ихъ вычисляются слѣдующимъ образомъ:

Площадь насыпи (черт. 839)

$$p_n = \frac{a_n + x_n}{2} \cdot q,$$

гдѣ a_n — полуширина полотна насыпи.

Изъ чертежа видно, что

$$q = [r + (a_n + x_n)]\, tg\alpha$$

и

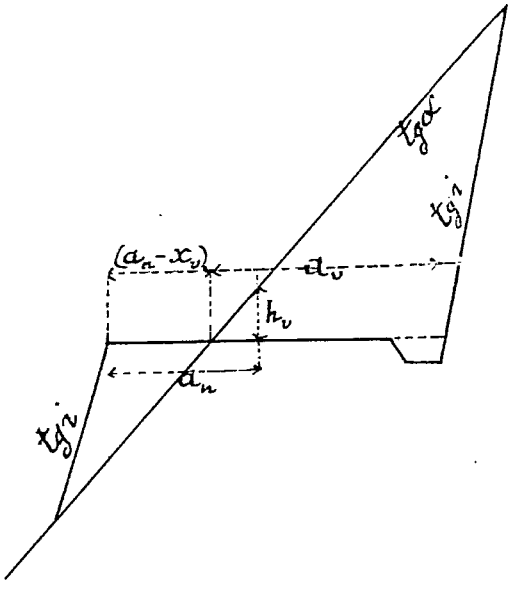
$$q = r \cdot tg\, i$$

Исключая отсюда r, найдемъ:

$$q = (a_n + x_n)\, \frac{tg\, i \cdot tg\alpha}{tg\, i - tg\alpha},$$

а потому

$$p_n = (a_n + x_n)^2\, \frac{tg\, i \cdot tg\alpha}{2(tg\, i - tg\alpha)} = (a_n + x_n)^2 \cdot \gamma,$$



Черт. 840.

гдѣ

$$\gamma = \frac{tg\, i \cdot tg\alpha}{2(tg\, i - tg\alpha)}.$$

Площадь выемки въ полунасыпи выразится совершенно аналогично:

$$p_v = (a_v - x_v)^2 \cdot \gamma,$$

гдѣ a_v — полуширина полотна выемки.

Для полувыемки (черт. 840) тѣ же формулы примутъ видъ

$$p_k = (a_n - x_n)^2 \cdot \gamma$$
$$p_v = (a_v + x_v)^2 \cdot \gamma.$$

Изъ этихъ формулъ легко замѣтить, что x_n берется (при h_n) съ + для площади насыпи, а x_v также берется (при h_v) съ + для площади выемки.

Для ускоренія вычисленія площадей p_n и p_v приведена у Яцыны табличка (III), дающая значенія

$$\gamma = \frac{tg\, i \quad tg\alpha}{2(tg\, i - tg\alpha)}$$

при откосахъ ($tg\, i$) наиболѣе употребительныхъ и поперечныхъ склонахъ ($tg\, \alpha$), измѣняющихся черезъ 0,01 сажени.

Для косогора

$$x = \frac{h}{tg\, \alpha}$$

и по сравненію x съ a_v легко узнать, имѣемъ ли мы дѣло со смѣшанной (полунасыпь или полувыемка) или съ однородной (чистой) работой (полная насыпь или полная выемка), такъ какъ въ первомъ случаѣ $x < a_v$, а во второмъ $x > a_v$.

Принятая ранѣе формула (10) будетъ, очевидно, пригодна и для смѣшанныхъ работъ, и таблица (I) и здѣсь будетъ примѣнима.

Приведенныя (въ сноскѣ) сочиненія Яцыны обращаютъ на себя вниманіе, между прочимъ, еще и потому, что содержатъ указанія на земляныя сооруженія большой площади.

ГЛАВА XIII.

Приложеніе геодезіи къ вопросамъ по землеустройству.

Привязка точекъ окружныхъ границъ участка къ пунктамъ (тригонометрической и полигонометрической) сѣти и къ постоянкымъ предметамъ мѣстности.

§ 447. Предварительныя понятія. Желаніе *сохранить* по возможности *на долгое время* точки, принадлежащія окружной границѣ участка, снятаго угломѣрнымъ инструментомъ, заставляетъ не только на составленномъ на этотъ участокъ планѣ *записать цифровыя данныя*, опредѣляющія взаимное положеніе точекъ окружной границы, какъ-то: румбы, астролябическіе углы, длины линій, углы ихъ наклоненія и т. п., *но еще сверхъ того озаботиться*:

1) *о наложеніи* на мѣстности *прочныхъ*, неизмѣнныхъ *признаковъ въ указанныхъ точкахъ*, на подобіе того, какъ это дѣлалось съ закладкою центровъ на пунктахъ тригонометрической сѣти, нивеллиръ-теодолитнаго ряда и полигонныхъ ходовъ, т. е. подъ землею зарывать знакъ въ видѣ кирпича или бутылки, помимо признака, поставленнаго надъ землею; на границахъ отдѣльныхъ владѣній (на межахъ владѣльческихъ дачъ) также накладываются такъ называемые межевые признаки: ставятся деревянные, каменные или чугунные столбы, роются межевыя ямы, пропахиваются межники, насыпаются курганы;

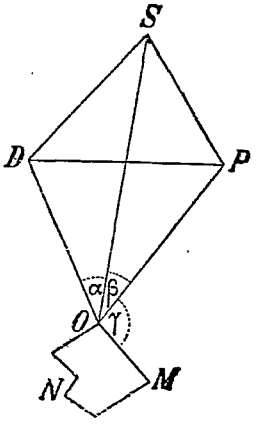
2) *о составленіи* подробныхъ *описаній* границъ владѣній, *замѣняющихъ планъ* (геодезическій журналъ, полевой журналъ, межевая книга),

и 3) *о привязкѣ* путемъ дополнительныхъ измѣреній *точекъ границъ къ* близлежащимъ (или даже только видимымъ) *предметамъ мѣстности, на неизмѣнное положеніе которыхъ* въ теченіе весьма долгаго промежутка времени *можно было бы свободно положиться*.

Нѣкоторое понятіе о привязкѣ къ точкамъ тригонометрической сѣти и о промѣрахъ полигонныхъ пунктовъ отъ угловъ зданій въ селеніяхъ и отъ спеціально вбитыхъ въ стѣны домовъ болтовъ, мы упоминали уже въ § 338, стр. 1026 о пользованіи тригонометрической сѣтью для съемокъ

(способъ промѣровъ, задача Потенота, задача Ганзена) и на стр. 1063, объ обозначеніи полигонныхъ пунктовъ.

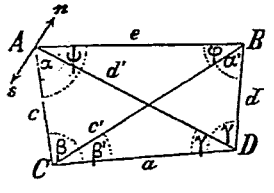
Остановимся еще разъ на этомъ вопросѣ, имѣющемъ важное значеніе въ съемочномъ (землемѣрномъ и особенно межевомъ) дѣлѣ.



Черт. 841.

§ 448. **Привязка граничныхъ линій къ точкамъ сѣти: а) по задачѣ Потенота** заключается въ томъ, что, ставъ въ точку O (черт. 841) поворота границы полигона съ угломѣрнымъ инструментомъ, измѣряютъ *три угла* α, β и γ. Изъ нихъ первые два опредѣляютъ положеніе (координаты) точки O относительно трехъ данныхъ точекъ сѣти D, S и P, а третій *примычный* уголъ γ служитъ для вычисленія азимута первой стороны OM, а по нему и всѣхъ послѣдующихъ азимутовъ сторонъ границы участка OMN.

б) Привязка по задачѣ Ганзена. Примѣняя задачу Ганзена, будемъ различать два случая: 1) привязывается сторона полигона и 2) — діагональ полигона. Въ первомъ случаѣ (черт. 842) достаточно въ двухъ точкахъ C и D границы смѣрить по два угла β и β', γ и γ', чтобы привязать сторону CD къ точкамъ сѣти. Одинъ изъ этихъ угловъ и будетъ служить примычнымъ, для полученія азимута стороны CD. Во второмъ же случаѣ, въ каждой изъ точекъ C и D, сверху угловъ β и β', γ и γ', необходимо измѣрить еще по *третьему* углу, заключающемуся между привязанной діагональю и прилегающими къ ней сторонами полигона, чтобы получить азимутъ хотя бы одной изъ сторонъ привязываемаго полигона.



Черт. 842.

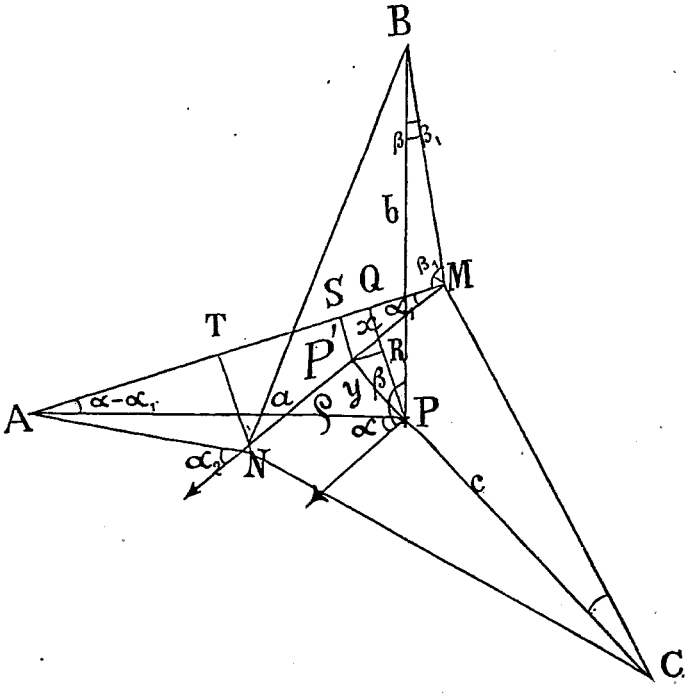
в) **Привязка способомъ промѣровъ** состоитъ въ томъ, что 1) въ пунктѣ O (черт. 841) привязываемой границы участка OMN, измѣряютъ 1-й примычный уголъ $MOP = \gamma$, 2) промѣряютъ длину прямой OP (или прокладываютъ ломанную линію), связывающую точку O съ близлежащимъ пунктомъ P сѣти и 3) въ пунктѣ P измѣряютъ 2-й примычный уголъ OPS на видимый изъ точки P второй пунктъ S сѣти.

Цѣль привязки границъ участка къ пунктамъ сѣти заключается въ томъ, чтобы можно было вычислить *координаты* точекъ поворота границъ *относительно тѣхъ же осей* координатъ, относительно которыхъ даны координаты пунктовъ сѣти.

Чтобы возможно надежнѣе привязать границу участка къ пунктамъ сѣти, нужно избранную точку, сторону или діагональ привязывать *не* къ тремъ, а къ возможно большему числу пунктовъ сѣти, т. е. въ избранномъ мѣстѣ, кромѣ необходимыхъ измѣреній, слѣдуетъ дѣлать еще и *избыточныя* или дополнительныя, а также не довольствоваться одной привязанной точкой границы, а стараться привязать двѣ, три и болѣе точекъ границы, возможно удаленныхъ другъ отъ друга.

Конечная же цѣль привязки къ пунктамъ основной сѣти состоитъ въ томъ, чтобы впослѣдствіи возможно было *быстро разыскать* точку или линію границы, надземные признаки на которой утратились отъ времени.

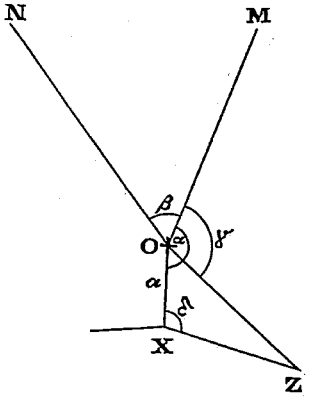
§ 449. Привязка къ постояннымъ предметамъ мѣстности дѣлается съ тою же цѣлью, что и привязка къ пунктамъ сѣти. Самый же пріемъ привязки зависитъ какъ отъ числа постоянныхъ точекъ такъ и отъ формы самого предмета, къ которому собираются сдѣлать привязку, а равно и отъ взаимнаго расположенія привязываемой точки и постоянныхъ предметовъ.



Черт. 843.

1. Если привязываемая точка P (черт. 843) лежитъ относительно трехъ постоянныхъ предметовъ (точекъ) A, B и C такъ, что возможно смѣрить два угла APB и BPC въ привязываемой точкѣ подобно тому, какъ это мы дѣлали въ случаѣ примѣненія *задачи Потенота*, то не смотря на то, что хотя взаимное положеніе трехъ данныхъ постоянныхъ точекъ намъ и неизвѣстно, все-таки возможно будетъ, какъ увидимъ впослѣдствіи, разыскать съ помощью угловъ APB и BPC привязанную точку M способомъ, предложеннымъ вѣнскимъ профессоромъ *Марекомъ*. (См. также стр. 876).

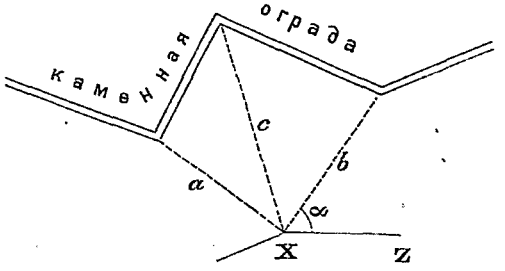
2. Если же привязываемая точка лежитъ вблизи, напр., одиноко лежащаго большого камня или вообще постояннаго мѣстнаго предмета O (черт. 844), надъ которымъ возможно стать съ угломѣрнымъ инструментомъ и смѣрить въ точкѣ O уголъ α между другимъ постояннымъ предметомъ M и привязываемой точкою X стороны XZ полигона, то возможно, измѣривъ еще въ точкѣ X примычный уголъ $\delta = OXZ$, примѣнить *способъ промѣровъ*, для чего необходимо, однако, смѣрить еще и линію $OX = a$. Въ случаѣ, если окажется возможнымъ дѣлаютъ сверхъ необходимыхъ, еще и избыточныя измѣренія: угловъ β и γ и разстоянія OZ.



Черт. 844.

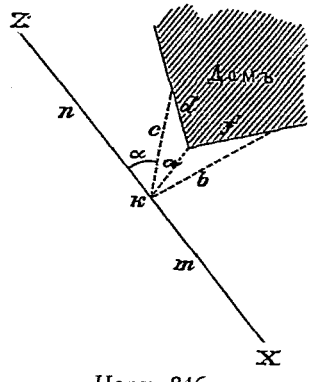
3. Если бы привязываемая линія XZ границы участка пришлась вблизи

каменной ограды (черт. 845), на которой возможно отмѣтить три точки ея излома, то можно было бы положеніе точки X опредѣлить пересѣченіемъ трехъ линій a, c и b, идущихъ отъ точки X къ тремъ упомянутымъ изломамъ ограды, для опредѣленія же положенія линіи XZ пришлось бы смѣрить еще и уголъ α. Смѣривши же, сверхъ указанныхъ величинъ, еще два угла: между отрѣзками a и c и отрѣзками c и b, можно было бы примѣнить способъ Марека. Если бы ограда была достаточно низка или достаточно толста настолько, что можно было бы смѣрить уголъ въ точкѣ пересѣченія между отрѣзкомъ, напр., b и направленіемъ *ограды*, то оказалось бы возможнымъ примѣнить *способъ промьровъ*.



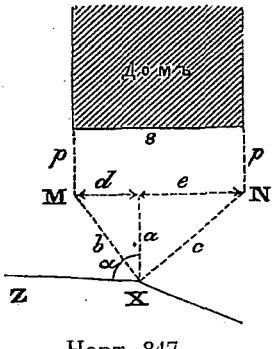
Черт. 845.

4. Положимъ, что линія XZ идетъ мимо угла дома (черт. 846), тогда точку k линіи XZ можно было бы привязать къ углу дома и двумъ болтамъ (гвоздямъ), вбитымъ въ стѣны дома въ разстояніяхъ d и f отъ угла. Промѣры $n = Zk$ и $m = Xk$ опредѣлили бы положеніе самой точки k на линіи XZ, а разстоянія a, b и c — положеніе той же точки относительно угла дома и болтовъ, вбитыхъ въ стѣны. Направленіе же линіи XZ опредѣлилось бы угломъ α въ точкѣ k между отрѣзками n и a (или m и b).



Черт. 846.

5. Наконецъ, если бы домъ расположился такъ, что стѣна его была бы приблизительно параллельна линіи XZ (черт. 847) или точка X пришлась примѣрно противъ середины стѣны дома, то для опредѣленія точки X и линіи XZ можно, напр., продолжить направленія двухъ другихъ сторонъ дома (провѣшить) и на нихъ отложить отрѣзки p и q, соединяя концы которыхъ, получить прямую MN, а на нее изъ точки X опустить перпендикуляръ.



Черт. 847.

Измѣреніемъ отрѣзковъ p, d и a, опредѣлилась бы точка X, а измѣреніемъ угла α — и линія XZ. Для контроля и для избыточныхъ (запасныхъ) измѣреній опредѣляются длины отрѣзковъ s, p и e, а также b и c.

Если $p = q$, то $d + e = s$.

Сдѣлавъ въ полѣ привязку, необходимо дома сдѣлать сбоку плана въ крупномъ масштабѣ чертежъ привязки точки и линіи границы участка, указавъ на немъ въ перспективѣ форму постояннаго предмета, а также четко надписавъ результаты всѣхъ сдѣланныхъ необходимыхъ и избыточныхъ измѣреній, т. е. поступать совершенно такъ же, какъ это дѣлалось при нивелированіи, при замѣткѣ *реперовъ*.

Разысканіе и возобновленіе границъ участка.

§ 450. Разысканіе точекъ границъ, привязанныхъ къ пунктамъ сѣти, начинается съ того, что становятся съ угломѣрнымъ инструментомъ примѣрно тамъ, гдѣ предполагается привязанная точка O (черт. 841), и въ новой точкѣ O' измѣряются два угла α' и β', если привязка была сдѣлана по задача Потенота. Если же привязка дѣлалась по задачѣ Ганзена, то примѣрно намѣчаютъ C' и D' — мѣста обѣихъ точекъ C и D границы и измѣряютъ въ нихъ углы β_1 и β_1' или γ_1 и γ_1'.

По этимъ измѣреннымъ угламъ и координатамъ точекъ сѣти вновь повторяютъ вычисленіе задачи Потенота или Ганзена, пользуясь вышеприведенными схемами (стр. 1003 и 1008).

Найдя координаты точки O' (см. также черт. 615 стр. 1003), по извѣстной задачѣ аналитической геометріи, находятъ разстояніе $O'O$ и азимутъ его, пользуясь при этомъ формулами:

$$tg(O'O)=\frac{y_0-y_{0'}}{x_0-x_{0'}} \text{ и } \overline{O'O}=\sqrt{(y_0-y_{0'})^2+(x_0-x_{0'})^2}$$

или

$$\overline{O'O}=m=\frac{y_0-y_{0'}}{Sin(O'O)}=\frac{x_0-x_{0'}}{Cos(O'O)}.$$

По азимутамъ двухъ линій $O'P$ и $O'O$ получаютъ уголъ $PO'O$, какъ разность этихъ азимутовъ. Въ точкѣ O' отмѣряютъ уголъ $PO'O$, а затѣмъ отъ точки O' до O разстояніе $m=O'O$ и разыскиваютъ подземные признаки въ точкѣ O. Указаннымъ путемъ можетъ найтись привязанная точка O границы OMX. Перенеся въ нее инструментъ, отмѣряютъ примычный уголъ γ_1 и, найдя направленіе линіи OM на мѣстности, отмѣряютъ длину $\overline{OM}$, послѣ чего переносятъ инструментъ въ точку M и здѣсь по углу поворота и длинѣ линіи находятъ слѣдующую точку границы и т. д.

Подобнымъ же образомъ, примѣняя задачу Ганзена, берутъ точки C' и D', а по нимъ находятъ привязанныя точки C и D.

При разысканіи точки O, привязанной промѣромъ (черт. 841) поступаютъ въ порядкѣ обратномъ тому, который велся при привязкѣ, а именно: ставъ въ точку P, отмѣряютъ 2-й примычный уголъ SPO, затѣмъ прямую (или ломанную) PO и, найдя точку O, отмѣряютъ 1-й примычный уголъ γ, который даетъ направленіе линіи OM границы участка.

При разысканіи точекъ, привязанныхъ къ постояннымъ предметамъ мѣстности, также сперва находятъ положеніе на мѣстности привязанной точки X, пользуясь сдѣланными при привязкѣ промѣрами, а затѣмъ уже прокладываютъ, пользуясь примычнымъ угломъ α, и самое направленіе XZ.

§ 451. О разысканіи пункта, привязаннаго къ постояннымъ предметамъ, по способу Марека. Разысканіе точки P, привязанной къ тремъ постояннымъ предметамъ мѣстности A, B и C (черт. 843) начинается съ того, что, ставъ, сообразно съ чертежемъ, сдѣланнымъ на планѣ, вблизи точки P, измѣ-

ряютъ въ этой точкѣ углы между направленіями на тѣ же три предмета мѣстности A, B и C. Сравнивая вновь полученные углы съ записанными на планѣ, можно сообразить, въ какую сторону слѣдуетъ подвигаться отъ избранной точки для того, чтобы числовыя величины привязочныхъ угловъ возможно ближе подошли къ записаннымъ на планѣ.

Если вновь избранная точка дастъ желаемый результатъ, то ограничиваются двумя точками стоянія, если же нѣтъ, то повторяется перемѣщеніе до тѣхъ поръ, пока въ точкѣ N углы будутъ ближе подходить къ записаннымъ на планѣ, чѣмъ въ ранѣе избранной точкѣ M.

Итакъ, пусть MN то направленіе, по которому мы передвигались; оно указано на чертежѣ стрѣлкой. Обозначимъ разстояніе MN черезъ ρ, разстояніе отъ P до A черезъ a, углы, считаемые отъ направленія MN на точку A въ точкѣ M черезъ α_1, на B — черезъ β_1 и на C — черезъ γ_1; тѣ же углы въ точкѣ N пусть будутъ соотвѣтственно α_2, β_2, γ_2, а въ точкѣ P — α, β и γ (считая ихъ отъ направленія, параллельнаго MN).

Примемъ точку M за начало координатъ, направленіе MN — за ось x-овъ и изъ P опустимъ перпендикуляръ PP' на MN, тогда координаты искомой точки M будутъ $MP' = x$ и $P'P = y$, которыя опредѣлятся изъ выведенныхъ выше (стран. 876—878) слѣдующихъ двухъ уравненій:

$$\left.\begin{aligned}[(\beta-\alpha)-(\beta_1-\alpha_1)]\,.\,\rho &= [(\beta_2-\alpha_2)-(\beta_1-\alpha_1)]\,x + \\ &+ [(\beta_2-\beta_1)\,ctg\beta_1-(\alpha_2-\alpha_1)\,ctg\alpha_1]\,.\,y\end{aligned}\right\}$$

и

$$\left.\begin{aligned}[(\gamma-\beta)-(\gamma_1-\beta_1)]\,.\,\rho &= [(\gamma_2-\beta_2)-(\gamma_1-\beta_1)]\,x + \\ &+ [(\gamma_2-\gamma_1)\,ctg\gamma_1-(\beta_2-\beta_1)\,ctg\beta_1]\,.\,y\end{aligned}\right\}$$

Рѣшеніе этихъ уравненій относительно x и y даетъ искомыя нами величины $x = MP'$ и $y = P'P$. Построивъ ихъ на мѣстности, легко отыскать и точку P.

Здѣсь такъ же, какъ и при рѣшеніи задачи Потенота, выгоднѣе, если точки C и A равно удалены отъ P, а B лежитъ ближе къ P, притомъ впереди или позади ея (5-й и 6-й случаи). Задача неопредѣленна, если P лежитъ на окружности, проходящей черезъ 3 данныя точки (2-й случай).

Если PA, PB и BC около 5—6 верстъ, то углы можно измѣрять одноминутнымъ теодолитомъ.

Если бы x и y вышли слишкомъ велики, въ чемъ убѣждаются на мѣстности, то это указало бы на то, что M и N слишкомъ далеко взяты отъ P; имѣя же первое, приближенно-найденное положеніе точки P, необходимо *слѣдуетъ* искать второе, принявъ первое приближенное положеніе P за точку M и повторить весь пріемъ и вычисленіе еще разъ, тутъ же, въ полѣ.

Числовой примѣръ.

Пусть, напримѣръ,

$$APB = 114^0\ 1' = \beta - \alpha$$
$$BPC = 119^0\ 30' = \gamma - \beta.$$

При разысканіи найдено:

	въ точкѣ M.		*въ точкѣ N.*
при наведеніи на	N . . .	$0^0\ 0'$	на M . . . $180^0\ 0'$
„ „ „	C . . .	$102^0\ 32' = \gamma_1$	„ C . . . $103^0\ 4' = \gamma_2$
„ „ „	A . . .	$229^0\ 0' = \alpha_1$	„ A . . . $225^0\ 31' = \alpha_2$
„ „ „	B . . .	$343^0\ 12' = \beta_1$	„ B . . . $342^0\ 55' = \beta_2$

Разстояніе $MN = \rho = 108{,}33$ фута $= 15{,}48$ саж.

Находимъ

$\beta_1 - \alpha_1 = 114^0\ 12'$	$\beta_2 - \alpha_2 = 117^0\ 24'$
$\gamma_1 - \beta_1 = 119^0\ 20'$	$\gamma_2 - \beta_2 = 120^0\ 9'$
$\alpha_2 - \alpha_1 = -209'$	$ctg\gamma_1 = -0.2223$
$\beta_2 - \beta_1 = -17'$	$ctg\alpha_1 = +0.8693$
$\gamma_2 - \gamma_1 = +32'$	$ctg\beta_1 = -3.312$

$$-11 \,.\, 108{,}33 = 192\ x + [(-17)(-3.312) + 209 \,.\, (0.8693)]\ y$$
$$10 \,.\, 108{,}33 = 49\ x + [32 \,.\, (-0.2223) + 17 \,.\, (-3.312)]\ v$$

или

$-1191{,}93 = 192\ x + 237{,}98\ y$	$-6{,}2 = x + 1{,}24\ y$
$1083{,}3 = 49\ x - 63{,}41\ y$	$22{,}1 = x - 1{,}29\ y$

Откуда

$$y = -11{,}18 \text{ фута} = -1{,}597 \text{ саж.}$$
$$\text{и} \quad x = +7{,}57 \text{ „} = +1{,}081 \text{ „}$$

Отложивъ отъ M (по направленію къ N) 7,57 фута $= 1{,}08$ саж., влѣво отъ линіи MN, отъ точки P', откладываютъ перпендикуляръ $P'P = 11{,}18$ фута $= 1{,}597$ саж. и здѣсь роютъ яму, стараясь найти признакъ (кирпичъ, бутылку съ запиской и т. п.), зарытый въ землю.

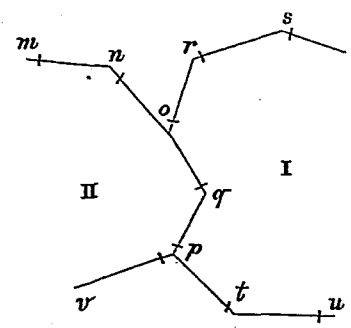
§ 452. **Разысканіе границъ на мѣстности по межевымъ документамъ** (по плану или межевой книгѣ) и **возобновленіе межевыхъ признаковъ**. На мѣстности, для обозначенія работъ земельныхъ владѣній, согласно существующихъ статей межевыхъ законовъ, полагается въ точкахъ поворота межи ставить опредѣленной высоты и формы деревянные столбы (или насыпать въ безлѣсной мѣстности курганы, складывать каменные столбы), вдоль линій межи пропахивать узкія полосы земли (межники), а въ лѣсу прорубать просѣки и рыть на межахъ ямы. Съ теченіемъ времени межевые признаки (столбы, ямы, межники, просѣки) утрачиваются: деревянные, обожженые снизу столбы, которыми обозначаются вершины угловъ между каждыми двумя граничными линіями, сгниваютъ отъ сырости и падаютъ, ямы заплываютъ, особенно въ низкихъ луговыхъ мѣстахъ, и сглаживаются вровень съ землею, межники также постепенно запахиваются, просѣки въ лѣсу заростаютъ. Нерѣдко знаки утрачиваются такъ, что мѣста ихъ существованія дѣлаются неизвѣстными даже мѣстнымъ жителямъ; между тѣмъ встрѣчается надобность въ разысканіи границъ (напр., при раздѣлѣ владѣнія) и въ возстановленіи (возобновленіи) утратившихся признаковъ.

Лучше всего сохраняются на мѣстности ямы; по нимъ не трудно найти и мѣста столбовъ, такъ какъ яма обыкновенно роется *впередъ по*

межѣ, въ разстояніи одной сажени отъ столба, и земля изъ ямы выбрасывается по обѣ стороны отъ межника, образуя такъ называемый развалъ.

Обыкновенно при малѣйшихъ признакахъ межевой ямы сначала снимаютъ дернъ, гдѣ (по плану) долженъ стоять межевой столбъ и стараются опредѣлить,—не сохранился ли въ землѣ обожженый конецъ столба, яму же зондируютъ желѣзнымъ ломомъ, прислушиваясь, не будетъ ли удара о камни, положенные при межеваніи на дно ямы.

Межуемая дача, при обходѣ ея, держится всегда *вправо*, и если сперва была обмежевана дача I (черт. 848), то ямы у столбовъ $u, t, p, q, o, r, s, \ldots$ будутъ находиться по *прямому ходу, впередъ по межѣ*; при межеваніи же смежной дачи II, часть границы *oqp* будетъ общей съ дачей I; эта часть вновь не обходится и на ней новыхъ ямъ не роется; если же идти по межѣ II дачи, то ямы при столбахъ *o*, *q* и *p* окажутся *назадъ по межѣ*, ибо *oqp* будетъ *ходъ обратный*, пройденному *pqo* по межѣ дачи I.



Черт. 848.

При разысканіи мѣста утратившагося столба всегда слѣдуетъ сообразить съ планомъ,—на прямомъ или обратномъ ходѣ ищется столбъ, а по опросу мѣстныхъ жителей, гдѣ находится дача, для которой возобновляются признаки,—вправо или влѣво отъ линіи межи. Сама же линія узнается по имѣющемуся на планѣ и измѣренному вновь ея румбу и по ея длинѣ, или иначе, по мѣрѣ линіи.

Положеніе границъ владѣній при первоначальномъ (генеральномъ, т. е. общемъ и при спеціальномъ) межеваніи дачи опредѣлялось у насъ, въ Россіи, съ точностію для угловъ до $15'$ ($^1/_4{}^0$), т. е. съ тою, которую допускали въ то время угломѣрные инструменты, — графометры и астролябіи съ діоптрами, а точность измѣренія линій зависѣла отъ мѣрной стальной цѣпи (шестидесятиколѣнной или аршинной, семидесятиколѣнной или футовой), а потому, прокладывая линіи по даннымъ величинамъ съ плана на мѣстность, т. е. производя новыя дѣйствія съ новыми неизбѣжными погрѣшностями, нельзя ожидать, чтобы возобновляемыя граничныя линіи ложились математически вѣрно по тѣмъ именно линіямъ, которыя были пройдены при начальномъ межеваніи: поэтому, прежде чѣмъ возобновить границы, надо предварительно разыскать старые признаки, для чего произвести новый частичный инструментальный обходъ границы между сохранившимися въ разныхъ мѣстахъ межи знаками, съ тою цѣлью, чтобы потомъ, сколь возможно правильнѣе назначить мѣста утратившихся *промежуточныхъ* пунктовъ.

При разысканіи границъ какой-либо дачи могутъ представиться слѣдующіе четыре случая:

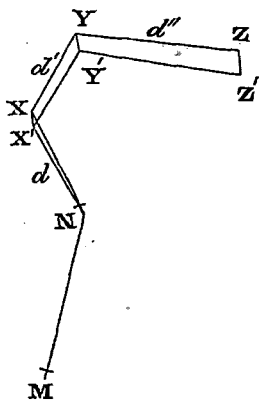
1) на всей окружной межѣ, или въ той ея части, въ которой происходитъ возобновленіе границъ, сохранились два знака, принадлежащіе одной и той же линіи,

2) на всей окружной межѣ сохранились два знака, не принадлежащіе одной и той же линіи, но вѣха, поставленная при одномъ, видна изъ другого,

3) на межѣ сохранился одинъ знакъ,

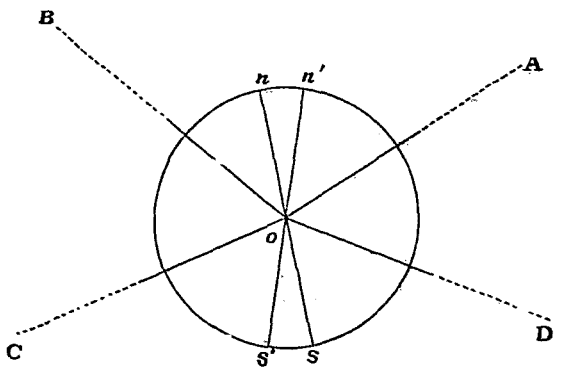
и 4) не сохранилось на межѣ ни одного признака.

Первый случай. Пусть на мѣстности сохранились два знака, напр., двѣ ямы. Сообразуясь съ тѣмъ, что эти ямы лежатъ на прямомъ или обратномъ ходѣ межуемой дачи [1]), а также и по сохранившимся развалямъ ямъ, выставляютъ въ разстояніяхъ одной сажени отъ каждой изъ нихъ по вѣхѣ *M* и *N* (черт. 849). Створъ этихъ вѣхъ долженъ выразить направленіе межника, а мѣста вѣхъ — тѣ точки, гдѣ стояли столбы при межеваніи; однако, послѣднее можно допустить въ томъ случаѣ, если разстояніе между ямами отличается отъ 250 саж. [2]), такъ какъ на длинныхъ межникахъ роются еще ямы черезъ каждыя 250 саж., а также, если отличаются и отъ разстоянія ямы до ближайшаго поворота межи на длинной линіи, показанной на планѣ. На мѣсто вѣхи *M* ставятъ инструментъ съ буссолью и опредѣляютъ азимутъ (или румбъ) линіи *MN* и измѣряютъ ея длину; послѣ чего на планѣ по указанному смежеству отыскиваютъ линію, имѣющую ту же длину, а направленіе (румбическій уголъ) по величинѣ близко подходящее къ измѣренному; линія, удовлетворяющая этимъ условіямъ и будетъ искомая. Если по указанному смежеству имѣются нѣсколько линій, румбы и длина которыхъ близко подходятъ къ измѣреннымъ, то выбираютъ ту изъ нихъ, длина которой ближе всего подходитъ къ измѣренной на мѣстности, ибо румбъ можетъ мѣняться съ измѣненіемъ склоненія стрѣлки. Если на планѣ въ картушѣ значится, что планъ составленъ по истинному меридіану, то разность между румбическими углами, показаннымъ на планѣ и измѣреннымъ на мѣстности, выразитъ склоненіе стрѣлки во время разысканія признаковъ; если же граница нанесена на планъ по магнитному меридіану, то эта разность покажетъ измѣненіе склоненія стрѣлки за время, протекшее со времени составленія плана при первоначальномъ обмежеваніи дачи.



Черт. 849.

Здѣсь вообще отмѣтимъ себѣ, что если бы, напр., во время межеванія магнитная стрѣлка имѣла направленіе *ns* (черт. 850) и линія



Черт. 850.

[1]) въ чемъ убѣждаются по плану и изъ опроса мѣстныхъ жителей относительно того, гдѣ лежитъ межуемая дача — вправо или влѣво отъ линіи, и какая смежная дача находится по другую сторону отъ линіи, опредѣляемой двумя ямами.

[2]) Около 750 шаговъ.

oA имѣла румбъ сѣверо-востокъ ($NO: 60^1/_2{}^0$), а во время разысканія магнитный румбъ той же линіи оказался $NO: 58^3/_4{}^0$, то разность $60^1/_2 — 58^3/_4 = 1^3/_4{}^0$ указала бы, что стрѣлка уклонилась сѣвернымъ концомъ къ востоку на $1^3/_4{}^0$, занявъ положеніе $n's'$ и, слѣдовательно, всѣ граничныя линіи дачи также измѣнятъ числовыя величины румбовъ противъ записанныхъ на планѣ на эту же величину въ $1^3/_4{}^0$, а именно: числовая величина румбовъ линій съ названіями сѣверо-востокъ (линія OA) и юго-западъ (SW) линія OC, при указанномъ уклоненіи стрѣлки сѣвернымъ концомъ къ востоку, уменьшится, а числовая величина румбовъ линій съ названіями NW и SO, т. е. линіи OB и OD—увеличатся. Сдѣлавъ каждый разъ подобное соображеніе и перечисливъ всѣ румбы плана, продолжаютъ разысканіе границъ далѣе, для чего переносятъ инструментъ въ точку N и, направивъ трубу на M, дѣлаютъ отсчетъ a^0 на лимбѣ, затѣмъ, взявъ величину *внутренняго* угла MNX съ плана (или высчитавъ ее по записанному астролябическому) и, имѣя въ виду, что подпись дѣленій на лимбѣ идетъ по ходу часовой стрѣлки, что межуемая дача лежитъ вправо по ходу и что внутренній уголъ $MNX = a - b$, гдѣ b отсчетъ, дѣлаемый по лимбу при наведеніи зрительной трубы на X, опредѣляютъ величину отсчета $b^0 = a — MNX$ [1]) и устанавливаютъ на него верньеръ по лимбу, закрѣпивъ алидаду, получаютъ по трубѣ направленіе линіи NX. Убѣдившись, что магнитная стрѣлка показываетъ перечисленный румбъ линіи NX, провѣшиваютъ по направленію коллимаціонной плоскости трубы линію, по направленію которой отмѣряютъ отъ N длину $NX = d$, записанную на планѣ и въ концѣ ея забиваютъ колышекъ. Если линія идетъ по мѣстности съ значительными углами наклоненія (большими 2^0), то, воспользовавшись записью на планѣ величинъ этихъ угловъ, вводятъ (придаютъ) поправки къ записаннымъ на планѣ горизонтальнымъ проложеніямъ линіи.

При концѣ отложенной линіи внимательно осматриваютъ мѣстность и смотрятъ,—нѣтъ ли гдѣ вблизи признаковъ бывшей межевой ямы; при разрываніи земли въ такомъ мѣстѣ, на извѣстной глубинѣ, могутъ оказаться камни и уголья, что и подтвердитъ, что здѣсь дѣйствительно была межевая яма, которую и расчищаютъ. По плану, сообразуясь съ мѣстомъ найденной ямы, намѣчаютъ мѣсто бывшаго столба X, отъ котораго назадъ провѣшиваютъ линію XN; а съ точки X продолжаютъ разысканіе границъ, расчистивъ въ лѣсной мѣстности просѣкъ съ X на N. Если же вблизи точки X, замѣченной (по промѣру линіи NX) колышкомъ, никакихъ межевыхъ признаковъ не окажется, то въ точкѣ X устанавливаютъ угломѣрный инструментъ, центрируютъ надъ колышкомъ и приведя инструментъ въ горизонтальное положеніе, отмѣряютъ ранѣе описаннымъ пріемомъ уголъ NXY, свѣряютъ румбъ, отсчитанный по стрѣлкѣ для линіи XY съ перечисленнымъ румбомъ плана, отмѣриваютъ вдоль провѣшенной линіи XY ея длину d'. Если и въ Y признаковъ не окажется, то по инструменту отмѣряютъ уголъ XYZ и вѣшатъ линію YZ, на которой лентой отбиваютъ ея длину d''. Допустимъ, что идя отъ точки N по плану, т. е.

[1]) (Напр., $a = 20^0\ 12'$ и $MNX = 240^0\ 8'$, то $b = 20^0\ 12' — 240^0\ 8' = 140^0\ 4'$).

по внутреннимъ угламъ и мѣрѣ линій, дошли, наконецъ, до точки Z, гдѣ вблизи нея нашлась яма и по ней назначили мѣсто столба Z'. Если невязка ZZ' незначительна, то продолжаютъ разысканіе далѣе, начиная съ точки Z', куда переносятъ инструментъ. Если же разстояніе ZZ' будетъ и значительно по величинѣ, напр., 10 саж., однако, не превыситъ $^1/_{200}$ доли пройденнаго периметра $d+d'+d''$, то, прежде чѣмъ продолжать разысканіе далѣе, дѣлаютъ разысканіе признаковъ между Z и N *обратнымъ ходомъ*, причемъ поступаютъ двоякимъ образомъ.

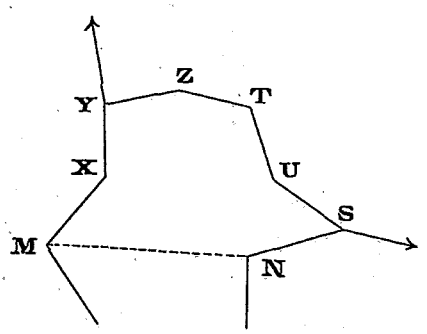
1) Черезъ Z' проводятъ линію $Z'Y'$ параллельную ZY и, по промѣрѣ по ней ея длины d'', ищутъ въ Y' мѣсто межевыхъ признаковъ, надѣясь на то, что Y' ближе ляжетъ къ бывшему межевому столбу, или ямѣ, чѣмъ Y, такъ какъ невѣрное положеніе Y зависитъ отъ большаго числа и совокупности погрѣшностей проложенныхъ линій отъ N до Y, чѣмъ отъ Z' до Y', при обратномъ ходѣ, почему и считаютъ, что обратный ходъ можетъ лучше указать мѣста бывшихъ межевыхъ признаковъ. При обратномъ ходѣ нерѣдко и находятъ заплывшія ямы. Послѣ чего отъ Y', руководствуясь внутренними углами, проходятъ остальныя линіи до N.

2) Измѣривъ румбъ и длину невязки ZZ', уничтожаютъ ее параллельными линіями, подобно тому, какъ это дѣлалось на планѣ, т. е. черезъ Y и X прокладываютъ линіи, параллельныя ZZ', и на YY' и на XX' откладываютъ величины, вычисленныя изъ пропорцій:

$$YY' : ZZ' = (d+d') : (d+d'+d'')$$
$$XX' : ZZ' = d : (d+d'+d'')$$

Такимъ образомъ, если выходятъ, при разысканіи нѣсколькихъ линій, на мѣсто Z сохранившагося знака, то признаки возобновляются въ тѣхъ мѣстахъ Y и X, гдѣ стоялъ инструментъ при прямомъ ходѣ съ N на Z. Если же получается невязка ZZ', то знаки ставятся въ точкахъ Y' и X', согласно разверстки невязки.

Второй случай. Пусть на межѣ сохранились только двѣ ямы, опредѣляющія мѣста M и N (черт. 851) межевыхъ столбовъ при нихъ, причемъ вѣха, поставленная въ точкѣ N, видна изъ точки M или обратно.



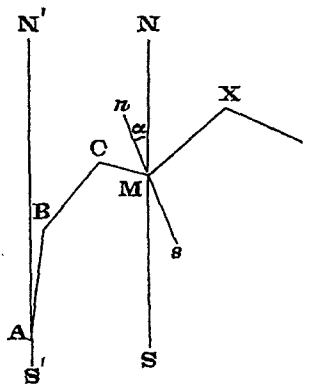
Черт. 851.

При опредѣленіи,—какія именно точки плана соотвѣтствуютъ существующимъ на мѣстности M и N, обращаются съ разспросами къ мѣстнымъ жителямъ о смежныхъ владѣніяхъ и объ указаніи мѣста, гдѣ сходятся три или болѣе владѣнія, т. е. стараются опредѣлить разстояніе сохранившагося знака до такъ называемаго *трехземельнаго пункта*, какъ напр., пункта Y, а равно о разстояніи до существующихъ на межѣ и обозначенныхъ на планѣ естественныхъ предметовъ, какъ-то овраговъ, ручейковъ, дорогъ, каменныхъ построекъ и т. п., или угловъ, образуемыхъ направленіями на колокольни церквей и

близлежащихъ заводскихъ трубъ, флагштоковъ зданій, отдѣльныхъ деревьевъ, а равно о приблизительномъ направленіи межниковъ при точкѣ стоянія (если яма сохранилась хорошо и замѣтенъ развалъ вынутой изъ нея земли, то и онъ служитъ къ указанію приближеннаго направленія одного изъ межниковъ).

Собравъ всѣ эти свѣдѣнія [1]) и сдѣлавъ всѣ нужныя измѣренія въ натурѣ, включительно до измѣренія румба и длины линіи *MN*, а также румба линіи межи *MX*, землемѣръ опредѣляетъ по плану, — какія именно точки плана надо принять за сохранившіяся и, измѣривъ по транспортиру румбъ линіи *MN* и высчитавъ по румбамъ *MN* и *XM* уголъ *XMN*, а по масштабу длину линіи *MN*, устанавливаетъ въ точкѣ *M* угломѣрный инструментъ и начинаетъ отъ линіи *MN* вести разысканіе признаковъ такъ же, какъ это дѣлается въ 1-мъ, только что разсмотрѣнномъ нами случаѣ.

Третій случай. На окружной межѣ сохранился одинъ знакъ. Подобно предыдущему случаю стараются опредѣлить изъ разспросовъ мѣстныхъ жителей и изъ собственныхъ измѣреній и соображеній, — какая точка на планѣ соотвѣтствуетъ данной на мѣстности. Дальнѣйшія же дѣйствія сообразуются съ тѣмъ, какъ составленъ планъ, т. е. а) нанесена ли окружная межа на планъ по истинному меридіану, б) окружная межа хотя и наложена по магнитному меридіану, но въ картушѣ плана записано склоненіе магнитной стрѣлки, бывшее во время размежеванія и составленія плана межуемой дачи, и в) планъ составленъ по магнитнымъ румбамъ, взятымъ во время межеванія, но склоненіе стрѣлки не указано ни въ картушѣ плана, ни въ межевой книгѣ.



Черт. 852.

а) Пусть точка *M* (черт. 852) есть мѣсто столба, намѣченное по сохранившейся ямѣ. Придя въ нее съ угломѣрнымъ инструментомъ, опредѣляютъ направленіе *NS* истиннаго меридіана, оріентируютъ лимбъ нулевымъ діаметромъ по меридіану и отсчитываютъ склоненіе α магнитной стрѣлки. Затѣмъ, пользуясь записаннымъ истиннымъ румбомъ линіи *MX*, повертываютъ алидаду, а слѣдовательно, и коллимаціонную плоскость трубы на уголъ *NMX*. Провѣшивъ по трубѣ линію *MX* и отложивъ записанную на планѣ ея длину, получаютъ первую линію разыскиваемой границы.

Далѣе поступаютъ по ранѣе описанному. При отсчитываніи по стрѣлкѣ и сличеніи записанныхъ истинныхъ румбовъ съ измѣренными не слѣдуетъ упускать изъ вида, что они будутъ различаться на величину опредѣленнаго склоненія стрѣлки.

Если бы по мѣстнымъ условіямъ оказалось, что необходимыя наблюденія въ точкѣ *M* сдѣлать затруднительно, а болѣе удобно опредѣлить

---

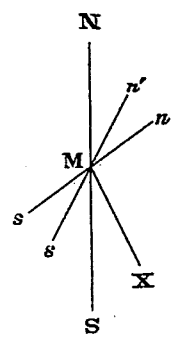
[1]) Здѣсь особенно ясно выступаетъ значеніе способа Марека и привязки къ постояннымъ предметамъ мѣстности.

направленіе истиннаго меридіана $N'S'$ возможно въ точкѣ A, которую легко соединить полигономъ $ABCM$ съ точкою M, то опредѣливъ азимутъ линіи AB по угламъ поворотовъ B и C, легко высчитать азимутъ линіи CM. Разность азимутовъ $(MC)-(MX)=CMX$, очевидно, даетъ уголъ поворота CMX въ точкѣ M.

б) Если окружная межа нанесена по магнитному меридіану и извѣстно склоненіе стрѣлки для времени размежеванія дачи, то извѣстны (ибо ихъ легко высчитать) истинные азимуты (или румбы) всѣхъ линій межи, и слѣдовательно, этотъ случай вполнѣ аналогиченъ предыдущему, а потому, опредѣливъ направленіе истиннаго меридіана NS въ точкѣ M и склоненіе α стрѣлки ns, т. е. уголъ $\alpha=NMn$, и взявъ изъ картуши плана величину склоненія NMn' для времени размежеванія, получаютъ уголъ $n'Mn$, равный разности склоненій или иначе измѣненіе склоненія стрѣлки $n's'$ со времени размежеванія дачи до времени разысканія границъ; на величину склоненія легко исправить всѣ записанные румбы на планѣ и сличать ихъ съ получаемыми по стрѣлкѣ при возобновленіи границъ.

в) Если бы оказалось, что склоненіе стрѣлки не было записано только въ межевыхъ документахъ I-ой дачи, для которой разыскиваются межи, то тогда стараются найти его по межевымъ документамъ смежныхъ дачъ, одновременно размежеванныхъ съ той дачей, для которой разыскиваются признаки.

Если же и въ документахъ смежныхъ дачъ склоненіе стрѣлки не найдено, то берутъ въ смежной дачѣ линію съ двумя сохранившимися признаками и измѣряютъ ея румбъ. Сличая измѣренный румбъ съ записаннымъ на планѣ для той же линіи, легко найти (черт. 853) $n'Mn=n'MX-nMX$, т. е. измѣненіе склоненія стрѣлки [1]), на величину котораго можно исправить всѣ магнитные румбы той дачи, для которой возобновляются границы; вслѣдствіе сего *первую линію разыскиваемой межи придется продолжить, пользуясь магнитной стрѣлкой, чтобы она*, при вращеніи алидады, *показала перечисленный магнитный румбъ;* напр., во время межеванія записано, что румбъ линіи MX, т. е. $n'MX$ равенъ $NW:54^1/_4°$; измѣненіе склоненія оказалось къ востоку на $6^3/_4°$. Перечисляемый румбъ будетъ NW $(54^1/_4-6^3/_4)=NW:47^3/_4°$, пользуясь имъ и прокладываютъ первую линію разыскиваемой границы.



Черт. 853.

Четвертый случай. Когда на всей окружной границѣ не сохранилось ни одного знака, тогда приходится начинать разысканіе и возобновленіе границъ отъ сохранившихся знаковъ одной изъ смежныхъ дачъ и вести его до трехземельнаго пункта разсматриваемой дачи. Если же на границахъ смежныхъ дачъ нѣтъ признаковъ, тогда ищутъ на границахъ смежныхъ со смежными или, иначе, на границахъ дачъ такъ называемаго слѣдующаго циркуля.

---

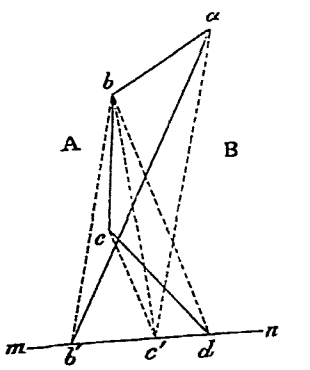
[1]) Лучше, если такихъ линій будетъ взято не одна, а нѣсколько, и измѣненіе склоненія опредѣлится нѣсколько разъ. Среднее ариѳметическое, изъ опредѣленныхъ величинъ, принимается за окончательное.

Возобновленіе межевыхъ признаковъ дѣлается правительственнымъ, на сей предметъ командируемымъ, землемѣромъ. Указаніе же направленія граничныхъ линій, безъ рытья ямъ и постановки столбовъ, безъ расчистки просѣковъ, можетъ быть сдѣлано каждымъ свѣдующимъ лицомъ.

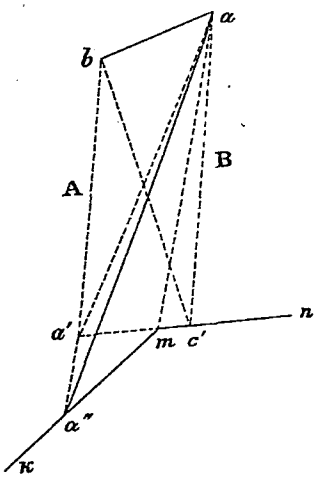
Разысканіе признаковъ иногда дѣлается по магнитной стрѣлкѣ, но возобновленіе направленія границъ между разысканными признаками слѣдуетъ дѣлать по внутреннимъ угламъ между линіями межи.

Выпрямленіе границъ участка.

§ 453. **Выпрямленіе границъ** между двумя *равноцѣнными* участками является необходимымъ иногда ради удобствъ, сопряженныхъ съ пользованіемъ этими участками въ хозяйственномъ отношеніи, а иногда и ради простоты формы самой границы и легкости ея возобновленія въ случаѣ ея утраты на мѣстности. Пусть, напримѣръ, ломанная линія *abcd* (черт. 854), раздѣляющя два владѣнія, или два поля, *A* и *B* упирается въ прямую линію *mn* и намѣчается къ замѣнѣ ея одною прямою, выходящею изъ точки *a*. Задача разрѣшается сперва дома, на планѣ, чисто геометрическимъ путемъ, а именно: соединивъ двѣ вершины *d* и *b* полигона *dcba*, черезъ пропущенную точку *c* проводятъ параллель *cc′*, прямая *bc′*, соединяющая точку *c′* съ *b*, замѣнитъ ломанную *bcd*. Съ ломанною линіею *abc′* поступаютъ совершенно такъ же, какъ и съ *bcd*, т. е. соединяя *c′* съ *a*, проводятъ сперва *bb′* ∥ *ac′*, а затѣмъ соединяютъ *b′* съ *a*. Прямая *ab′* и будетъ новою *спрямленною* границею, вмѣсто ранѣе существовавшей ломанной *abcd*. Въ полѣ придется лишь отмѣрить отъ точки *d* взятую съ плана длину *db′* вдоль данной прямой *ndm* и провѣшить прямую *ab′*, пользуясь угломъ *db′a* при точкѣ *b′*, въ томъ случаѣ, если мѣстность закрытая, и высчитывая его по румбамъ линіи *nm* и линіи *b′a*, измѣреннымъ также по плану.



Черт. 854.



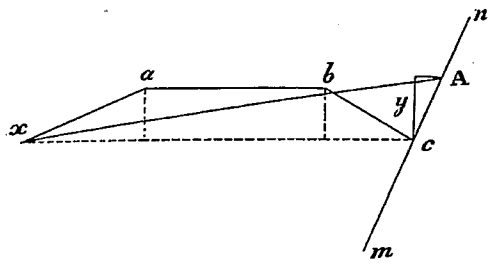
Черт. 855.

Въ томъ случаѣ, когда прямая *nm* мѣняетъ въ точкѣ *m* свое направленіе и переходитъ въ прямую *mk* (черт. 855), можетъ оказаться, что, при замѣнѣ ломанной *abc′* прямой, параллель къ *ac′* пересѣчь прямую *nm* не можетъ, такъ какъ точка *m* остается вправо отъ этой параллели, тогда слѣдуетъ *mn* продолжить и сперва найти точку *a′*. Линія *aa′* замѣнитъ ломанную *abc′*, и граница приметъ видъ ломанной *aa′m*; послѣ чего останется эту ломанную линію *aa′m* замѣнить прямой *aa″*, проведя предварительно *a′a″* параллельно *am*. При рѣшеніи этой простой задачи, какъ

извѣстно, площади отрѣзковъ отъ участка A равняются площадямъ прирѣзковъ къ площади участка B.

Для проведенія параллельныхъ линій на планѣ можно пользоваться съ большимъ удобствомъ параллельной линейкой Зарубина.

Если же при рѣшеніи той же задачи желали бы избѣжать графическаго рѣшенія, зависящаго отъ точности масштаба плана, то слѣдовало бы ломанную границу *xabc* (черт. 856) снять въ полѣ методомъ координатъ относительно прямой *xc* (принимая ее за ось абсциссъ) и, пользуясь промѣрами, занесенными въ абрисъ, вычислить площадь p фигуры *cxabc*. Пусть измѣренная діагональ $xc = d$; тогда, полагая, что xA есть искомая прямая, разрѣшающая нашу задачу, т. е. дающая площадь $\triangle cxA = p$, при основаніи $xc = d$, намъ останется найти высоту y этого треугольника изъ равенства

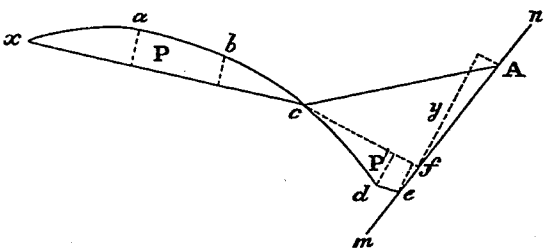


Черт. 856.

$$\frac{1}{2} dy = p, \text{ т. е. } y = \frac{2p}{d},$$

послѣ чего, возставивъ перпендикуляръ къ xc въ точкѣ c, отложить на немъ длину y и черезъ конецъ его провести параллель [1]) къ cx до встрѣчи ея въ точкѣ A съ прямой mn.

Подобнымъ же образомъ можно криволинейную границу *xabcde* (черт. 857) замѣнить ломанной xcA, для чего необходимо снять кривую *xabc* относительно прямой xc и высчитать площадь P фигуры *xabc*, а часть кривой *cde* снять относительно прямой *cf*, найдя также площадь $P' = cdefc$.



Черт. 857.

Дѣйствительно, такъ какъ площадь P, отрѣзанная отъ владѣнія, лежащаго внизъ отъ кривой *xabc*, *не* равна площади P', прирѣзаемой къ этому же владѣнію отъ сосѣда, лежащей выше кривой *cde*, то этому послѣднему надлежитъ прирѣзать разницу $(P—P')$, напримѣръ, прямой cA, принявъ $cf = d$ за основаніе $\triangle$-ка cfA, равнаго по площади $P—P'$ и опредѣляя высоту его y изъ равенства

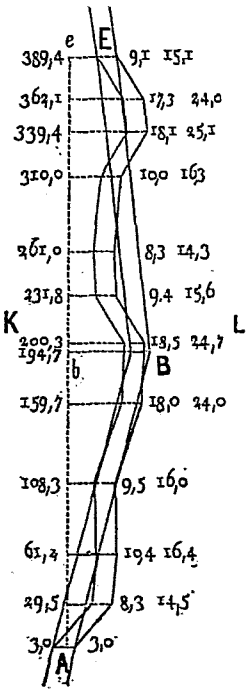
$$y = \frac{2(P—P')}{d}.$$

Примѣнимъ только что изложенное къ слѣдующимъ двумъ примѣрамъ [2]):

[1]) т. е. возставить перпендикуляръ къ перпендикуляру.

[2]) См. *F. G. Gauss.*— Die Teilung der Grundstücke insbesondere unter Zugrundelegung rechtwinkligen Koordinaten.

а) Границею между двумя владѣніями K и L (черт. 858) служитъ кривая дорога AE, шириною въ 6 саж., ее нужно спрямить такъ, чтобы начальная ея точка A и конечная E остались безъ измѣненія; изломъ можно допустить только по серединѣ ея, въ точкѣ B; причемъ новое направленіе дороги не только не должно нарушить обоихъ владѣній по площади, но и избытокъ, полученный отъ спрямленія дороги, долженъ быть поровну раздѣленъ между обоими владѣльцами.



Четр. 858.

Пусть взаимное положеніе обѣихъ сторонъ дороги заснято ординатами относительно оси абсциссъ Ae, причемъ числовыя значенія координатъ x и y показаны на чертежѣ; точка A принята за начало координатъ.

Вычислимъ площадь F между прямой Ae и серединою дороги, пользуясь извѣстной намъ формулой:

$$2F = \Sigma(x_{n+1} - x_{n-1})\, y_n;$$

причемъ, подставляя сюда вмѣсто y полусуммы двухъ ординатъ, взятыхъ къ обоимъ краямъ дороги относительно одной и той же абсциссы, напр.,

$$y_1 = \frac{14{,}5 + 8{,}3}{2},$$

мы дѣлитель 2 отнесемъ къ лѣвой части равенства, такъ что, послѣ суммированія соотвѣтствующихъ произведеній, получимъ площадь $4F$.

$$\begin{aligned}
y_1(x_2 - x_0) &= 22{,}8 \times 61{,}2 = 1395{,}36.\\
y_2(x_3 - x_1) &= 26{,}8 \times (108{,}3 - 29{,}5) = 26{,}8 \times 78{,}8 = 2111{,}84\\
&\quad\ldots\ldots 25{,}5 \times 98{,}5 = 2511{,}75.\\
&\quad\ldots\ldots 42{,}0 \times 92{,}0 = 3864{,}00.\\
y_5(x_6 - x_4) &= 43{,}2 \times 72{,}1 = 3114{,}72.\\
y_6(x_7 - x_5) &= 25{,}0 \times 60{,}7 = 1517{,}50.\\
&\quad\ldots\ldots 22{,}6 \times 78{,}2 = 1767{,}32.\\
&\quad\ldots\ldots 26{,}3 \times 78{,}4 = 2061{,}92.\\
&\quad\ldots\ldots 43{,}2 \times 52{,}1 = 2250{,}72.\\
&\quad\ldots\ldots 41{,}3 \times 50{,}0 = 2065{,}00.\\
y_{11}(x_{12} - x_{10}) &= 24{,}2 \times 27{,}3 = \ 660{,}66.\\
4F &= 23320{,}79\\
2F &= 11660{,}40
\end{aligned}$$

Согласно заданному условію, поворотъ въ точкѣ B долженъ быть по серединѣ между точками A и E, т. е. абсцисса точки B будетъ $\frac{389{,}4}{2} = 194{,}7$; площадь же F между Ae и серединою новой дороги выра-

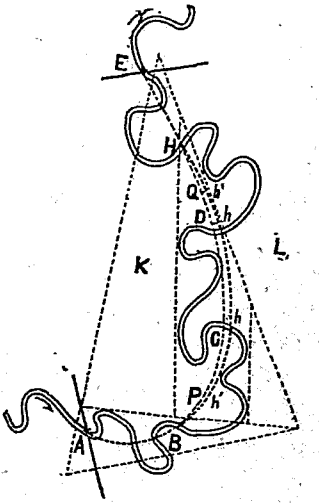
зится суммою 2-хъ площадей: $\triangle AbB$ и трапеціи $BEeb$ или, что то же самое, суммой площадей двухъ треугольниковъ ABe и eBE, т. е.

$$Ae \,.\, bB + eE \,.\, be = 2F.$$

Откуда, замѣняя $2F$ черезъ 11660,40, eE черезъ 12,1, be черезъ 194,7 и, наконецъ, Ae — черезъ 389,4 найдемъ:

$$bB = \frac{11660{,}40 - 12{,}1 \times 194{,}7}{389{,}4} = 23{,}895.$$

Отложивъ ординату bB, получимъ средину B новой дороги, отмѣривъ въ обѣ стороны отъ нея по 3 саж., проведемъ къ линіямъ AB и BE параллели, которыя и дадутъ искомое положеніе выпрямленной дороги, рѣшающее нашу задачу.



Черт. 859.

b) Если бы отъ A до E (черт. 859) границею между владѣльцами K и L была бы середина довольно извилистаго ручья и нужно было бы выправить ложе ручья, уничтоживъ излучины и придавъ оси ручья видъ плавной кривой, притомъ не только не нарушающей площадей владѣній, но и дѣлящей получающійся избытокъ въ площади отъ замѣны стараго ложа ручья новымъ пополамъ, то задачу приходится рѣшать путемъ послѣдовательныхъ приближеній, а именно:

на мѣстности, примѣняясь къ существующимъ обстоятельствамъ (неровностямъ почвы, имѣющимся на лицо зданіямъ и т. п.) и къ заявленію владѣльцевъ, намѣчаютъ примѣрное приблизительно положеніе оси новаго ложа ручья и производятъ съемку какъ существующихъ обоихъ береговъ ручья, такъ и проектной кривой линіи. По составленному въ крупномъ масштабѣ чертежу вычисляютъ двѣ площади: F_1 — между проектной линіей и лѣвымъ берегомъ ручья и F_2 — проектной линіей и правымъ берегомъ. Если F_1 не равно F_2, то проектная линія намѣчена неудачно: ее слѣдуетъ передвинуть, чтобы уравнять обѣ площади. Съ этою цѣлью составляютъ полусумму $F_0 = \frac{F_1 + F_2}{2}$ и опредѣляютъ, которому изъ владѣльцевъ нарѣзано проектной линіей больше противъ слѣдуемой нормы. Допустимъ, что правому владѣльцу L нарѣзано линіею $ABCDHE$ больше на величину $F_1 - F_0 = f$. Тогда подвинемъ эту кривую въ сторону владѣнія K такъ, чтобы ея точки B и H остались на мѣстѣ, а вновь намѣчаемая проектная линія, направляясь отъ D къ C, отошла отъ прежней на одну и ту же величину h, а отъ D къ H и отъ C къ B пошла бы постепенно приближаясь къ первоначальной проектной линіи.

Величину h приближенно найдемъ изъ равенства:

$$2f = BC \,.\, h + 2CD \,.\, h + DH \,.\, h,$$

т. е.

$$h = \frac{2f}{BC + 2CD + DH}.$$

Найденную ширину h откладываютъ *полностію* въ любой точкѣ вдоль всей кривой DC, и на нее передвигаютъ первоначально намѣченную проектную линію между точками D и C; для постепеннаго же приближенія новой кривой къ старой, между C и B, въ любой ея точкѣ P кривой BC, а также между D и H, въ любой точкѣ Q кривой DH, высчитываютъ величину h' изъ пропорцій:

$$h' : h = BP : BC$$
$$h' : h = HQ : HD.$$

Если бы изъ вычисленій оказалось, что h значительно передвигаетъ намѣченную кривую, то, исправивъ ее, вновь провѣряютъ площади F_1 и F_2, отсѣкаемыя проектной линіей отъ каждаго изъ владѣльцевъ, дабы путемъ послѣдовательныхъ приближеній намѣтить кривую, дающую незначительную величину f, а слѣдовательно, и h, а также и h'.

Дѣленіе площадей фигуръ по заданнымъ условіямъ.

§ 454. Дѣленіе площадей совершается обыкновенно по заданнымъ условіямъ владѣнія; при этомъ обыкновенно принимается во вниманіе цѣнность отдѣльныхъ угодій (пашни, луга, лѣса, выгона и т. п.). Цѣнность (иначе качество) угодья можетъ быть дана *абсолютная* въ видѣ стоимости одной его квадратной единицы, напр., десятины или въ видѣ дохода, получаемаго съ нея, въ денежныхъ знакахъ (въ рубляхъ), въ урожаѣ зерна, въ укосѣ сѣна и т. п., или же качество дается *относительное* въ единицахъ площади другого угодья, напр., 3 десятины пашни равняются, по своей стоимости, одной десятинѣ лѣса, т. е. качество пашни равно $^1/_3$ качества лѣса.

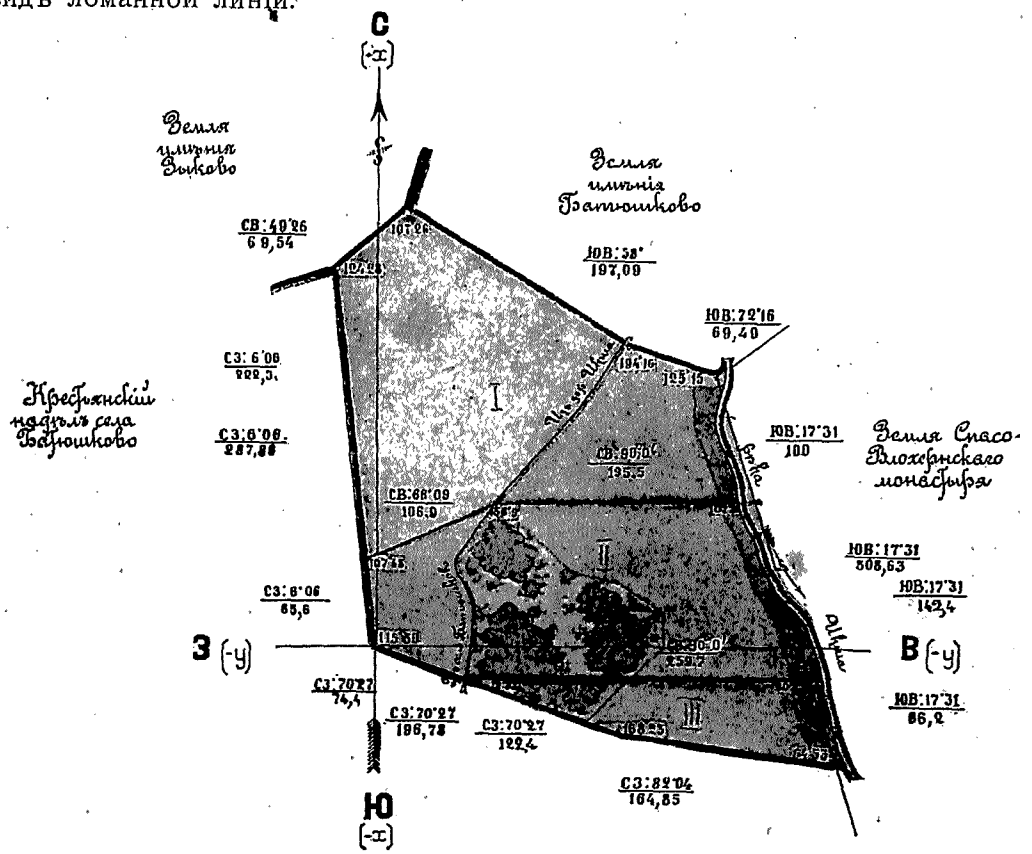
Простѣйшій случай дѣленія площади состоитъ въ раздѣлѣ данной площади *одного* какого-либо *угодья въ заданномъ геометрическомъ отношеніи* и, слѣдовательно, въ этомъ случаѣ дѣленіе совершается, не принимая во вниманіе качествъ угодій.

Условія раздѣла могутъ быть весьма разнообразны и даются самими владѣльцами, то же самое слѣдуетъ сказать и относительно качествъ угодій, хотя эти послѣднія и могли бы быть назначены по правиламъ таксаціи.

Мы остановимся на примѣрѣ, чаще всего встрѣчающемся на практикѣ, выполняя его по плану, приведенному нами въ главѣ объ угломѣрной съемкѣ, а именно разсмотримъ дѣленіе пустоши Адамовки (черт. 860), состоящей изъ 16 десятинъ 2228 саж. пашни, 14 десятинъ 1293 саж. выгона, 6 десятинъ 668 саж. лиственнаго лѣса, 2 десятины 534 саж. луга и имѣющей подъ проселочной дорогой 692 саж. и полурѣкою 470 саж., всего же 40 десятинъ 1085 саженъ, въ отношеніи 5 : 4 : 1 между тремя владѣльцами съ соблюденіемъ слѣдующихъ условій.

Третьему владѣльцу требуется отдѣлить участокъ въ южной части дачи пустоши Адамовки *одной линіей, параллельной* оси y-овъ, т. е. идущей съ Запада на Востокъ.

Между вторымъ и первымъ владѣльцами граница можетъ идти въ видѣ ломанной линіи.



Черт. 860.

Качества угодій заявлены слѣдующія:

1	десятина	лѣса стоитъ	45	руб.
1	„	пашни „	30	„
1	„	луга „	40	„
1	„	выгона „	20	„

Задача рѣшается рядомъ попытокъ или графически по плану, или путемъ вычисленія координатъ точекъ раздѣльныхъ межъ.

Самая операція дѣленія можетъ вестись по абсолютнымъ или по относительнымъ качествамъ угодій.

Остановимся сперва на дѣленіи дачи графически по плану, по абсолютнымъ качествамъ.

Прежде всего высчитаемъ стоимость всей дачи пустоши Адамовки; она будетъ слагаться изъ стоимостей:

пашни	16,927	дес.	× 30	руб.	= 507	руб. 81	коп.
выгона	14,539	„	× 20	„	= 290	„ 78	„
лѣса	6,278	„	× 45	„	= 282	„ 51	„
луга	2,222	„	× 40	„	= 88	„ 88	„
				Всего . . .	1169	руб. 98	коп.

Изъ этого числа на долю третьяго владѣльца
приходится 0,1, т. е. участокъ стоимостью . . . . . = 117 руб. — к.
на долю второго 0,4, т. е. участокъ стоимостью . . = 467 „ 99 „
„ „ перваго 0,5, „ „ „ „ . . = 584 „ 99 „

Отношеніе владѣній 1 : 4 : 5 Сумма . 1169 руб. 98 к.

Раздѣлъ начнемъ съ проведенія сѣверной границы (въ видѣ прямой) для третьяго владѣнія. Участокъ будетъ состоять изъ выгона, лѣса и луга. Средняя цѣнность для одной десятины ихъ $= \frac{45+40+20}{3} = 35$ руб. Общая же стоимость участка высчитана въ 117 руб., а потому приблизительная его площадь будетъ 117 : 35 = 3,343 десят.

Проведя на глазъ отъ конца дороги прямую, параллельную оси *y*-овъ, допустимъ, что она отсѣкла слѣдующія площади, вычисленныя планиметромъ: выгона — 2,60 десятины, лѣса — 0,70 десят. и лугу — 0,50 десят., а всего на сумму (2,60 × 20 руб. + 0,70 × 45 + 0,50 × 40) = 103 руб. 50 к. Не достаетъ на (117 р. — 103 р. 50 к.) = 13 р. 50 к., приблизительно площади, равной (13 р. 50 к. : 35) = 0,386 десятины. Приходится проектированную линію подвинуть, параллельно самой себѣ такъ, чтобы отсѣченная площадь трапеціи, равнялась 0,39 десят.

Вслѣдствіе незначительности самой площади трапеціи, западная и восточная стороны будутъ также малы, и мы примемъ эту трапецію за параллелограммъ; тогда, измѣривъ по плану длину первоначально намѣченной линіи, оказавшейся равной 255 саж., высчитываемъ высоту параллелограмма = 0,386 дес. : 255 саж. = 886 саж. : 255 = 3,50 саж.

Взявъ ее по масштабу и отложивъ на перпендикулярѣ къ первоначально намѣченной граничной линіи, проводимъ параллель къ этой послѣдней и вновь вычисляемъ отсѣченныя площади; пусть оказалось, что теперь отсѣчено:

лѣсу = 0,780	дес.,	по 45	р.	за	десят.	на	сумму	35,10	руб.
выгону = 2,885	„	„ 20	„	„	„	„	„	57,70	„
лугу = 0,604	„	„ 40	„	„	„	„	„	24,16	„
								116,96	руб.

недостаетъ на 4 коп.

Такой нехваткой обыкновенно пренебрегаютъ.

Для раздѣла оставшейся части между вторымъ и третьимъ владѣльцами мы также сперва проведемъ линію, параллельную оси *y*-овъ, до встрѣчи ея съ западной граничной линіей (СЗ : 6°06′ длиной 287,86), чтобы она примѣрно отдѣлила второму владѣльцу площадь стоимостью въ 467 р. 99 к. при среднемъ качествѣ въ 35 руб. или 467 р. 99 к. : 35 = = 13,346 десят.

Пусть оказалось, что 2-му владѣльцу проектной линіей отсѣчено:

лугу — 0,90 дес. × 40 руб. = 36 руб.
выгону — 6,55 „ × 20 „ = 131 „

пашни — 3,58 дес. × 30 руб. = 107 руб. 40 к.
лѣсу — 5,48 „ × 45 „ = 246 „ 60 „
Всего на 521 руб. — к.
Слѣдовало же отрѣзать на 467 „ 99 „
Излишне отрѣзано на 53 руб. 01 к.

Этотъ избытокъ выключимъ изъ пашни.

По площади онъ будетъ 53 р. 01 к. : 30 = 1,77 десятины; сдѣлавъ изломъ границы въ точкѣ встрѣчи проектной линіи съ дорогой, находимъ, что отсѣкаемый треугольникъ будетъ имѣть площадь $p = 1{,}77$ дес. и по плану основаніе a, равное 100 саж., и слѣдовательно его, высота y будетъ опредѣляться формулою:

$$2p = a \cdot y \quad \text{или} \quad y = 2p : a,$$

т. е.

$$2 \times 1{,}77 \text{ дес.} : 100 = 84{,}96 \text{ саж.}$$

Построивъ эту высоту, черезъ точку отложенія проводимъ линію, параллельную основанію до встрѣчи ея съ линіей СЗ : 6° 06′; точка встрѣчи и будетъ искомой вершиной отсѣкаемаго треугольника.

Провѣривъ затѣмъ площадь, оставшуюся на долю перваго владѣльца, т. е.

пашни 15,14 × 30 = 454 р. 20 к.
выгону 5,10 × 20 = 102 „ — „
лугу 0,72 × 40 = 28 „ 80 „
585 р. — к.

убѣждаемся, что раздѣлъ сдѣланъ правильно.

Сдѣлаемъ дѣленіе той же дачи пустоши Адамовки, принимая во вниманіе *относительныя качества* угодій и примемъ за единицу не рубль, а десятину земли лучшаго качества, т. е. лѣса. Относительныя качества угодій будутъ: для лѣса — 1, для пашни — $\frac{30}{45} = \frac{2}{3}$, для луга — $\frac{40}{45} = \frac{8}{9}$ и для выгона — $\frac{20}{45} = \frac{4}{9}$.

Пересчитаемъ теперь площадь каждаго угодья, выражая его эквивалентнымъ количествомъ десятинъ лучшей земли (лѣса):

пашни	16,927 дес.	×	$^2/_3$ =	11,285 дес.
выгона	14,539 „	×	$^4/_9$ =	6,462 „
луга	2,222 „	×	$^8/_9$ =	1,975 „
лѣса	6,278 „	×	1 =	6,278 „
Всего	39,966			26,000 дес.

Итакъ 39,966 десятинъ земли разнаго качества можно считать соотвѣтствующимъ 26,000 десятинамъ лучшей земли.

Раздѣлъ совершается въ отношеніи 5 : 4 : 1; слѣдовательно,

на долю	3-го	владѣльца	приходится	2,600	десят. лучшей земли.
„ „	2-го	„	„	10,400	„ „ „
„ „	1-го	„	„	13,000	„ „ „
				26,000	десят.

Третьему владѣльцу отсѣкаемъ площадь изъ расчета, что въ составъ его владѣній войдутъ земли трехъ качествъ: 1, $^8/_9$ и $^4/_9$, дающія землю средняго качества въ $(1+{}^8/_9+{}^4/_9):3=\frac{21}{9}:3=\frac{7}{9}$.

Такой земли средняго качества надо нарѣзать $\left(2{,}600:\frac{7}{9}=3{,}343\right)$ десятины. Проведя на глазъ (приблизительно) прямую, параллельную оси y-овъ и отдѣляющую площадь въ 3,343 дес., вычисляемъ планиметромъ точно, сколько именно отрѣзала проектная линія; пусть оказалось, что выгона отдѣлено 2,60 десятины, лѣса — 0,70 десятины и лугу — 0,50 десятины. Перечисливъ ихъ въ десятины лучшаго качества, находимъ:

выгона	$2{,}60\times{}^4/_9=1{,}156$	дес.	лѣса.
лѣса	$0{,}70\times 1=0{,}700$	„	„
лугу	$0{,}50\times{}^8/_9=0{,}444$	„	„
	Всего . . . 2,300	дес.	лѣса.
Слѣдовало	отрѣзать . 2,600	„	„

Не достаетъ . 0,300 десятины лучшей земли или земли средняго $^7/_9$ качества не достаетъ 0,386 десятины.

Далѣе поступаютъ такъ же, какъ и при дѣленіи дачи по абсолютнымъ качествамъ, т. е. находятъ высоту y параллелограмма съ площадью въ 0,386 дес. = 886 □ саж. и съ основаніемъ въ 255 саж. (длина первоначальной проведенной проектной линіи), т. е. въ $(936:255)=3{,}5$ саж.

Найдя высоту y, построивъ ее и проведя новую проектную линію, параллельную первой, повторяютъ снова вычисленіе отрѣзанныхъ ею площадей планиметромъ, послѣ чего перечисляютъ ихъ на землю лучшаго качества.

Пусть при вторичной попыткѣ отсѣчено:

лѣсу	0,780	дес.	$\times 1=0{,}780$	дес.	лѣса
выгону	2,885	„	$\times{}^4/_9=1{,}282$	„	„
лугу	0,604	„	$\times{}^8/_9=0{,}537$	„	„
			2,599	дес.	лѣса
	Слѣдовало . .		2,600	„	„
	Не достаетъ .		0,001	дес.	лѣса.

Такой нехваткой пренебрегаемъ.

Пусть далѣе для раздѣла оставшейся земли между вторымъ и первымъ владѣльцемъ мы провели также линію съ востока на западъ и ею отдѣлили земли:

лугу	0,90 дес.	× 8/9 =	0,80	дес.	лѣса
выгону	6,55 „	× 4/9 =	2,91	„	„
пашни	3,58 „	× 2/3 =	2,39	„	„
лѣсу	5,48 „	× 1 =	5,48	„	„
		Всего .	11,58	дес.	лѣса
Слѣдуетъ отрѣзать .			10,40	„	„
Излишне отрѣзано .			1,18	дес.	лучшей земли.

Такъ какъ излишекъ можно отдѣлить отъ пашни, сдѣлавъ при дорогѣ изломъ границы, то 1,18 десятины лучшей земли равны $\left(1{,}18 : \frac{2}{3}\right) = 1{,}77$ десятины пашни, такъ какъ качество одной десятины = = 2/3 качества лѣса. Приравнявъ 1,77 дес. равной площади треугольника, который слѣдуетъ отсѣчь отъ второго владѣльца и смѣривъ по плану основаніе (отъ дороги до западной границы) и найдя его равнымъ 100 саж., находимъ высоту y треугольника, равной (2 × 1,77 дес.) : 100 = 84,96 саж. Построивъ y, проводимъ вторую граничную линію между вторымъ и первымъ владѣльцемъ.

Провѣряемъ число десятинъ, оставшееся на долю перваго владѣльца, находимъ:

пашни	15,14 × 2/3 =	10,093	дес.	лучшей	земли
выгону	5,10 × 4/9 =	2,267	„	„	„
лугу	0,72 × 8/9 =	0,640	„	„	„
		13,000	дес.	лучшей	земли,

что и убѣждаетъ насъ въ вѣрности произведеннаго раздѣла.

Разсмотрѣнный случай дѣленія дачъ въ современныхъ землеустроительныхъ операціяхъ на основаніи Пол. Земл. 29 мая 1911 г. можетъ быть примѣненъ только лишь къ такимъ видамъ землеустройства, предусмотрѣннымъ ст. 1 Пол., которые направлены къ образованію обособленныхъ владѣній, однако, не отдѣльныхъ хозяйствъ, а отдѣльныхъ болѣе мелкихъ земельныхъ союзовъ, какъ-то: выдѣлъ земель сельскимъ обществамъ, селеніямъ, частямъ селеній и выселкамъ. При такомъ — групповомъ землеустройствѣ, размѣры землеустраиваемыхъ площадей обыкновенно настолько велики, что погрѣшности проектированія новыхъ владѣній указаннымъ способомъ дадутъ сравнительно небольшую относительную невязку въ площадяхъ.

Въ тѣхъ же случаяхъ, когда землеустройство направлено на образованіе такъ называемыхъ *единоличныхъ владѣній* или, вѣрнѣе, на образованіе *отдѣльныхъ хозяйствъ* посредствомъ: частичнаго выдѣла *отрубныхъ* участковъ отдѣльнымъ членамъ обществъ и *полнаго разверстанія* угодій на отрубные участки цѣлымъ обществамъ, графическій способъ дѣленія дачъ часто оказывается не достаточно точнымъ.

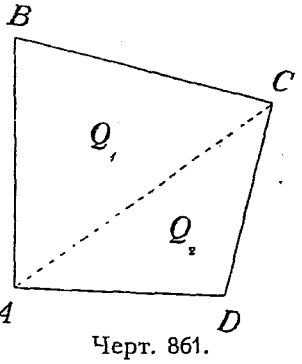
Поэтому механическій **способъ опредѣленія и проектированія площадей** планиметромъ замѣняется въ такихъ случаяхъ **вычисленіемъ.** При этомъ задача нѣсколько усложняется, если при образованіи новыхъ участковъ, послѣднимъ необходимо придать прямоугольную форму.

Если по установленнымъ участниками землеустройства условіямъ разверстанія размѣры владѣній каждаго изъ нихъ должны быть опредѣлены на основаніи данныхъ предварительной расцѣнки земли, то всѣ заснятые сорта (разряды) должны быть перенесены на планъ. Взаимное отношеніе разрядовъ (классовъ) угодій, какъ мы уже упоминали, обыкновенно опредѣляется или денежной оцѣнкой, или путёмъ относительнаго сравненія земли одного сорта съ другимъ сообразно со степенью доходности, отдаленности отъ усадебной осѣдлости, обезпеченностью водою и т. п. Опредѣливъ площади всѣхъ разрядовъ и зная цѣнность единицы площади каждаго изъ нихъ, легко опредѣлить цѣнность всей землеустраиваемой дачи. Раздѣливъ затѣмъ стоимость всей дачи пропорціонально правамъ каждаго владѣльца, наносятъ на планъ участки такихъ размѣровъ и такимъ образомъ, чтобы они удовлетворяли стоимости каждаго владѣнія.

Мы остановимся лишь на геометрической сторонѣ дѣла, при чемъ, для простоты разсужденій, предположимъ, что дѣленію на участки подлежитъ равноцѣнная площадь.

При этомъ замѣтимъ, что проектированію участковъ необходимо предшествуетъ задача вычисленія не только всей подлежащей землеустройству площади, но и составляющихъ ея частей, такъ называемыхъ отдѣльныхъ массивовъ — большихъ массъ, при чемъ избранный способъ вычисленія площади часто обусловливаетъ и самый методъ проектированія отдѣльныхъ участковъ въ томъ или иномъ массивѣ, не говоря уже о томъ, что если вся площадь вычислялась графически, то и проектированіе производится также графически.

Поэтому то въ цѣляхъ экономіи времени и труда *часто предпочитаютъ* въ такихъ случаяхъ *площадь всей фигуры* данной дачи *вычислять, какъ сумму площадей элементарныхъ фигуръ,* на которыя можетъ быть разбита общая фигура дачи (гоны, столбы, клѣтки, квадраты...). При этомъ болѣе или менѣе удачный выборъ направленій, которыми общая фигура разбивается на элементы, можетъ значительно облегчить и самую задачу предстоящаго проектированія.



Черт. 861.

1. Если окружная межа вычислена по координатамъ, *и вычисленіе площади* образованной ею фигуры, независимо отъ метода проектированія, *желательно вести тоже по координатамъ,* то, разбивъ фигуру діагоналями, площади четыреугольниковъ и треугольниковъ, примѣнительно къ черт. 861, можно вычислять по формуламъ:

$$2Q = \Delta x_{AB}\ \Delta y_{AC} - \Delta y_{AB}\ \Delta x_{AC} \quad \text{. . . . для треугольника,}$$

гдѣ $\Delta x_{AB} = x_B - x_A$ $\Delta y_{AB} = y_B - y_A$ и $\Delta x_{AC} = x_C - x_A$ $\Delta y_{AC} = y_C - y_A$

и $2P = \Delta x_{AC} \cdot \Delta y_{BD} - \Delta y_{AC}\ \Delta x_{BD}$ ..... *для четыреугольника.*

Въ самомъ дѣлѣ, представимъ себѣ четыреугольникъ $ABCD$ (черт. 861), разбитый діагональю AC на два треугольника; выразимъ удвоенную его площадь $2P$, какъ сумму удвоенныхъ площадей треугольниковъ ABC и CDA,

т. е. $$2P = 2Q_1 + 2Q_2,$$

гдѣ Q_1 и Q_2 — площади треугольниковъ ABC и CDA.

Примѣнимъ къ треугольнику ABC общую формулу для вычисленія площадей по координатамъ вершинъ:

$$2Q_1 = (x_c - x_b)\ y_a + (x_a - x_c)\ y_b + (x_b - x_a)\ y_c$$

и перенесемъ начало координатъ въ точку A, т. е. положимъ $x_a = y_a = 0$, тогда получимъ:

$$2Q_1 = x_b\ y_c - y_b\ x_c\ ,$$

но если координаты точки A равны нулю, то координаты точекъ B и C, представятъ собою приращенія отрѣзковъ AB и AC, т. е.

$$2Q_1 = \Delta x_{AB}\ \Delta y_{AC} - \Delta y_{AB}\ \Delta x_{AC} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Такъ какъ въ эту *формулу для площади треугольника* не входятъ координаты его вершинъ, а только приращенія, то она всегда будетъ имѣть мѣсто, независимо отъ того, находится ли начало кооринатъ въ одной изъ вершинъ треугольника, или въ какой-либо другой точкѣ.

Примѣняя формулу (1) къ $\triangle$ CDA, получимъ:

$$2Q_2 = \Delta x_{AC} \cdot \Delta y_{AD} - \Delta y_{AC} \cdot \Delta x_{AD}\ .$$

Слѣдовательно,

$$2P = 2Q_1 + 2Q_2 = \Delta x_{AC}\ (\Delta y_{AD} - \Delta y_{AB}) + \Delta y_{AC}\ (\Delta x_{AB} - \Delta x_{AD}) = \\ = \Delta x_{AC} \cdot \Delta y_{BD} + \Delta y_{AC}\ \Delta x_{DB}\ .$$

Или $$2P = \Delta x_{AC}\ \Delta y_{BD} - \Delta y_{AC}\ \Delta x_{BD} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

2. Иногда *вычисленіе* площади *удобнѣе вести*, *пользуясь* для этого *результатами*, полученными *изъ непосредственныхъ измѣреній въ натурѣ*, примѣняя при этомъ слѣдующія формулы (см. черт. 862).

$$2Q = ab\ Sin\ \alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

— *для площади треугольника* и

$$2P = cd\ Sin\ \beta + ce\ Sin\ \delta \pm ed\ Sin\ \gamma, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

— *для площади четыреугольника*

гдѣ $\pm\gamma = (\beta + \delta) - 180^0$

Первая формула извѣстна изъ тригонометріи; вторую же можно получить слѣдующимъ образомъ: продолживъ стороны четыреугольника 1—5 и 3—4 (черт. 862) до пересѣченія ихъ въ точкѣ 6, будемъ имѣть:

$$2P = 2 \text{ пл. } \Delta (1—3—6) — 2 \text{ пл. } \Delta (5—4—6) = (d+m)(e+n)\ Sin\gamma — \frac{c^2\ Sin\beta\ Sin\delta}{Sin\gamma},$$ но

$$m = \frac{c\ Sin\delta}{Sin\gamma} \qquad n = \frac{c\ Sin\beta}{Sin\gamma}$$

поэтому

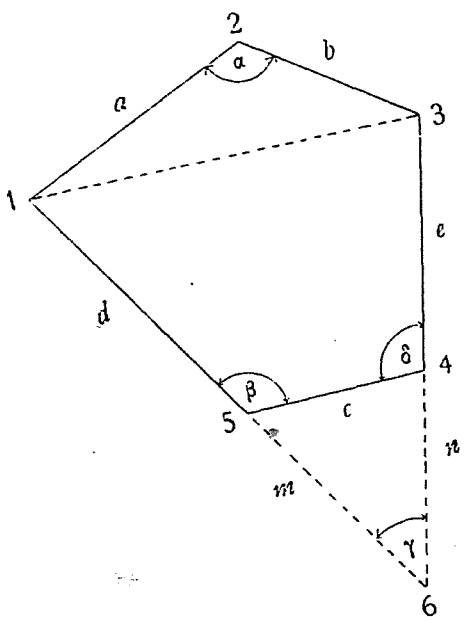
$$2P = \left(d + \frac{c\ Sin\delta}{Sin\gamma}\right)\left(e + \frac{c\ Sin\beta}{Sin\gamma}\right) Sin\gamma - \frac{c^2\ Sin\beta\ Sin\delta}{Sin\gamma} =$$

$$= \frac{c^2\ Sin\delta\ Sin\beta}{Sin\gamma} + dc\ Sin\beta + ce\ Sin\delta + cd\ Sin\gamma - \frac{c^2\ Sin\delta\ Sin\beta}{Sin\gamma}$$

или

$$2P = cd\ Sin\beta + ce\ Sin\delta + ed\ Sin\gamma$$

Въ этой формулѣ $Sin\gamma$ можетъ быть положительнымъ или отрицательнымъ въ зависимости отъ знака угла γ, который, какъ видно изъ чертежа, равенъ $(\beta+\delta) — 180^0$.



Черт. 862

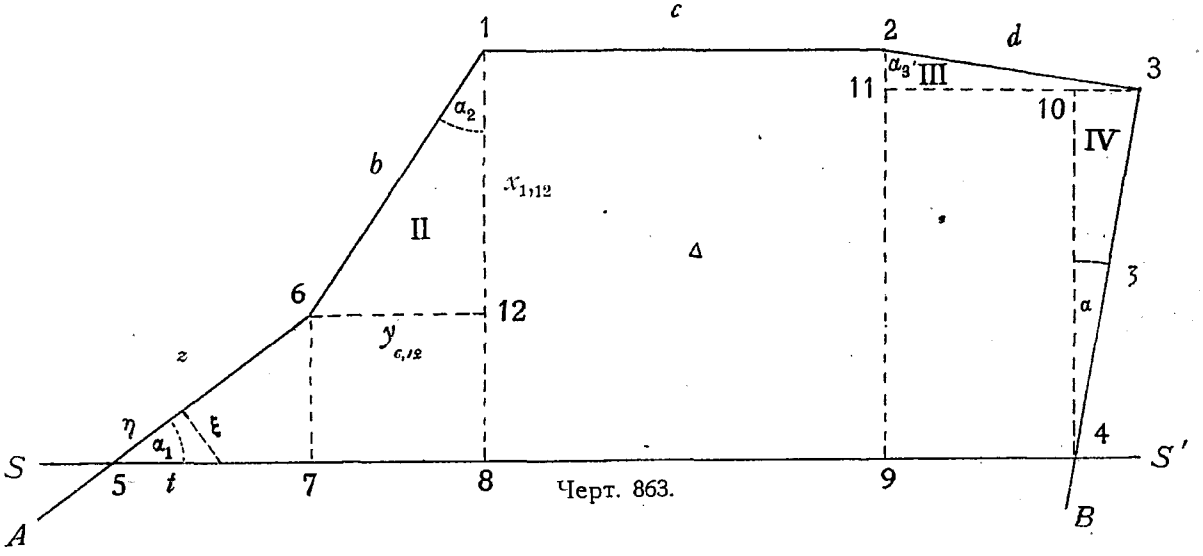
Легко убѣдиться, что для вычисленія площадей пятиугольниковъ или шестиугольниковъ нѣтъ надобности приводить для нихъ формулы въ общемъ видѣ, такъ какъ таковыя получаются для пятиугольника сложеніемъ (3) и (4) формулъ а для шестиугольника сложеніемъ двухъ формулъ (4), взятыхъ для двухъ различныхъ четыреугольниковъ, на которые діагональю разбивается шестиугольникъ, при чемъ *число членовъ* въ формулахъ, подлежащихъ вычисленію, *отъ соединенія ихъ въ одну не уменьшается*, а потому, если полигонъ имѣетъ форму пятиугольника или шестиугольника, разбиваютъ его діагональю 1—3 (черт. 862) на двѣ простѣйшихъ фигуры и вычисляютъ каждую отдѣльно.

При этомъ, какъ видно изъ черт. 862, въ обоихъ случаяхъ вовсе не нужно знать величину діагонали 1—3, которую поэтому въ натурѣ можно и не промѣрять. При вычисленіяхъ же по этимъ формуламъ болѣе сложныхъ фигуръ часто является необходимымъ знать нѣкоторыя изъ діагоналей, которыми разбивается данная фигура на элементарныя. Поэтому всегда полезно вычислить координаты окружной межи, чтобы впослѣдствіи можно было по нимъ расчитать длину и направленіе любой діагонали по-

лигона, такъ какъ непосредственное измѣреніе ея въ натурѣ иногда нежелательно, а часто и невозможно.

3. Если предстоящее проектированіе имѣютъ въ виду вести въ такъ называемой гоновой (ленточной) системѣ, т. е. нарѣзку участковъ желаютъ производить линіями, параллельными какому-либо одному, заранѣе выбранному, направленію, напр., поперечнику ленты-гона, то предварительное *вычисленіе* подлежащей землеустройству *площади* удобнѣе *производить разбивкой на простѣйшія фигуры не діагоналями* [1]), какъ въ предыдущихъ двухъ случаяхъ, *а системою линій, параллельныхъ и перпендикулярныхъ выбранному направленію*, пользуясь при этомъ простѣйшими формулами для площадей прямоугольныхъ треугольниковъ и четыреугольниковъ.

Вычисленіе площадей въ этомъ случаѣ ведутъ по частямъ, приноравливаясь къ размѣрамъ будущихъ гоновъ (полосъ земли, назначенныхъ цѣлой группѣ участковъ). Пусть, напримѣръ, въ части окружной межи $A\,6\,12\,3\,B$ (черт. 863) первую гоновую линію желательно установить при-



Черт. 863.

мѣрно по направленію SS' параллельному линіи окружной межи (1—2). (На практикѣ направленіе всѣхъ гоновъ, т. е. SS' опредѣляется въ зависимости отъ мѣстныхъ условій, съ одной стороны, и наивыгоднѣйшей конфигураціей участковъ, съ другой).

Тогда сначала вычисляютъ площадь, ограниченную этой линіей SS' и линіями окружной межи. Затѣмъ подобнымъ же образомъ вычисляютъ слѣдующій гонъ и т. д. пока, наконецъ, не будетъ вычислена вся площадь полигона.

Для рѣшенія поставленной задачи въ пунктахъ 1 и 2 окружной межи возставимъ перпендикуляры 1—8 и 2—9 такой длины h, которая соотвѣтствуетъ положенію линіи SS' (величину h можно задавать и произвольно). Тогда въ серединѣ гона получается прямоугольникъ 1—2—9—8. Крайнія, неправильныя фигуры разбиваютъ перпендикулярами или, что то же, прямыми, параллельными сторонами прямоугольника 1—2—9—8, на простѣйшія

[1]) Линіями, идущими отъ одной вершины полигона къ другой.

геометрическія фигуры, какъ указано на чертежѣ. Тогда, очевидно, всѣ углы каждой такой элементарной фигуры нашего гона будутъ извѣстны, ибо извѣстны направленія (румбы) основныхъ линій, т. е. линіи (1—2) и отрѣзковъ h, къ ней перпендикулярныхъ, а стороны ихъ легко получатся, какъ катеты прямоугольныхъ треугольниковъ.

Такъ, изъ II треугольника имѣемъ:

$$x_{1,12} = b\cos\alpha_2 \text{ слѣдов.}, \quad x_{8,12} = h - x_{1,12} = x_{6,7}$$
$$y_{6,12} = b\sin\alpha_2 = y_{8,7},$$

гдѣ x съ соотвѣтствующими указателями — стороны элементарныхъ фигуръ, перпендикулярныя, а y — параллельныя направленію гона.

Изъ III треугольника имѣемъ:

$$x_{2,11} = d\cos\alpha_3 \text{ слѣдов.}, \quad x_{11,9} = h - x_{2,11} = x_{4,10}$$
$$y_{3,11} = d\sin\alpha_3$$

Указанныя вычисленія производятся по таблицамъ приращеній, напр., Гаусса (Волкова).

Изъ чертежа видно, что

$$y_{1,2} = c = y_{8,9}$$

Остается теперь только рѣшить еще два треугольника: I и IV. Здѣсь придется поступить немного иначе, такъ какъ неизвѣстными теперь являются гипотенузы z и ζ, но зато извѣстны катеты $x_{6,7}$ и $x_{4,10}$:

$$x_{6,7} = z\,Sin\,\alpha_1 \text{ и } x_{4,10} = \zeta\,Cos\,\alpha_4$$

откуда

$$z = \frac{x_{6,7}}{Sin\,\alpha} = x_{6,7}\ Cosec\,\alpha_1$$
$$\zeta = \frac{x_{4,10}}{Cos\,\alpha_4} = x_{4,10}\ Sec\,\alpha_4$$

Послѣднія формулы можно вычислять также по таблицамъ приращеній, рѣшая задачу, обратную нахожденію приращеній Δx, т. е. по величинамъ $x_{6,7}$ и $x_{4,10}$, разсматривая ихъ, какъ приращенія, находить послѣдовательно изъ таблицъ соотвѣтствующія имъ значенія гипотенузъ (какъ мѣръ линій) по аргументу α. Или просто, взявъ изъ таблицъ натуральный *sec* и *cosec* умножить на x по таблицамъ произведеній, напр., Орлова.

Послѣ указанныхъ вычисленій нетрудно получить

$$y_{5,7} = z\cos\alpha_1;\ y_{3,10} = \zeta\,Sin\,\alpha_4;\ y_{9,4} = y_{3,11} - y_{3,10} \text{ и отрѣзки}$$
$$y_{5,4} = y_{5,7} + y_{7,8} + c + y_{9,4}, \text{ а}$$

затѣмъ сообразить площадь каждой элементарной фигуры и взять ихъ сумму.

Теперь перейдемъ къ разсмотрѣнію **пріемовъ проектированія**. При этомъ замѣтимъ, что въ силу общаго, принятаго въ геодезіи принципа: *вести*

работу отъ общаго къ частному и при проектированіи также, во избѣжаніе накопленія *ошибокъ*, стремятся создать сперва основную сѣть участковъ болѣе или менѣе значительныхъ по площади (массивы) въ зависимости отъ условій разверстанія. И только за симъ уже перейти къ разверстанію ихъ на болѣе мелкія единицы (отруба, хутора). Руководящимъ началомъ при образованіи такихъ группъ участковъ прежде всего должна служить *дорожная сѣть, которая проектируется въ первую очередь*, сообразно съ мѣстными условіями и, сверхъ того, *условія разверстанія* какъ выработанныя самими крестьянами при участіи землеустроителя, такъ и предусмотрѣнныя *„правилами землеустроительной техники"*. Такъ, въ силу 41 ст. временныхъ правилъ землеустроительной техники маломѣрные участки (однодушниковъ, огородниковъ и т. п.) отводятся въ однихъ мѣстахъ (гнѣздами) и при томъ въ предпочтительной близости къ усадебной осѣдлости.

Однако, какъ проектированіе цѣлыхъ группъ участковъ, такъ и слѣдующее за симъ разверстаніе ихъ на болѣе мелкія единицы можетъ быть произведено одними и тѣми же пріемами.

I. Если общая площадь землеустраиваемой дачи вычислена по одному изъ указанныхъ способовъ, или по координатамъ вершинъ полигона, а проектированіе участковъ желаютъ вести не придерживаясь гоновой системы и безъ строгаго соблюденія прямоугольной фигуры участковъ, то работу проектированія можно поставить слѣдующимъ образомъ: запроектировать сначала требуемую площадь планиметромъ, придавъ ей по возможности простую геометрическую фигуру; затѣмъ вычислить точно ея величину или по координатамъ вершинъ запроектированной фигуры, или же примѣненіемъ формулъ (1) (2) или (3) и (4) для площадей треугольниковъ и четыреугольниковъ, на которые можетъ быть разбита запроектированная фигура, взявъ при этомъ необходимыя линейныя величины непосредственно съ плана. Очевидно, между заданной площадью Q и запроектированной Q_1 всегда будетъ нѣкоторая разность $q = \pm(Q - Q_1)$. Но обыкновенно (при масштабѣ плана 50 саж. въ англійскомъ дюймѣ) она невелика и ее всегда можно прирѣзать или отрѣзать съ вполнѣ достаточной точностью треугольникомъ или четыреугольникомъ, беря при этомъ необходимыя высоты непосредственно съ плана. Дѣйствительно, если, напримѣръ, прирѣзку сдѣлать треугольникомъ, высоту котораго h мы возьмемъ съ плана въ масштабѣ 50 саж. въ дюймѣ, то погрѣшность въ ней можно считать не болѣе 0;5 саж. Тогда ошибка въ искомой величинѣ основанія $a = \frac{2q}{h}$ прирѣзаемаго треугольника будетъ $da = a\left(\frac{dh}{h}\right)$ и при величинѣ h въ 100 саж. и $a = 1$ саж. будетъ меньше 0.0055 саж. А обусловленная ею ошибка въ величинѣ площади прирѣзаемаго треугольника

$$\Delta = \frac{Sa\ Sin\alpha}{2}$$

будетъ

$$d\Delta = \frac{S \cdot Sin\alpha}{2}\ da = \left[\frac{S}{2}da\right] \text{ при } Sin\alpha_{max} = 1$$

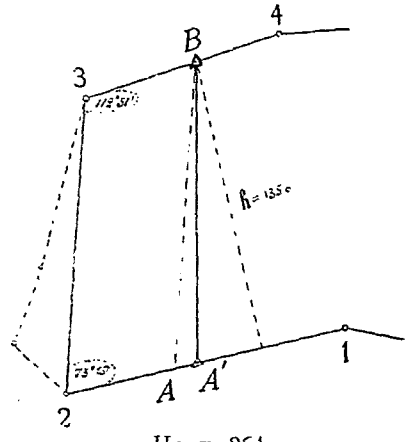
Откуда видно, что только при S длиною въ 2 версты ошибка $d\Delta \equiv 3$ кв. саж., что для всей площади дастъ ничтожную относительную невязку.

Примѣръ:

Пусть въ части окружной межи 1, 2, 3, 4... (черт. 864) требуется нарѣзать участокъ площадью 3 десят. 710 кв. саж. такъ, чтобы раздѣльная линія AB была приблизительно параллельна линіи окружной межи 2—3.

Найдя примѣрное положеніе линіи AB проектированіемъ заданной площади посредствомъ планиметра, беремъ съ плана (въ масштабѣ 50 саж. въ англ. дюймѣ) величины отрѣзковъ

$$3 - B = 64.{}_4 \text{ саж.}$$
$$\text{и } 2 + A = 56.{}_1 \quad \text{„}$$



№№ точекъ.	Вычисл. румбы.	Мѣра линій.	Координаты. X.	Координаты. Y.
1			.....	.....
2	ЮЗ 79°0′	.....	— 88.41	— 64.73
3	СВ : 5°41′	134.8	+ 45.73	— 51.38
4	СВ:73°10′		.....	.....

Черт. 864.

Имѣя координаты точекъ и направленія (румбы) линій окружной межи, подсчитываемъ координаты

$$x_a = -77.65 \qquad x_b = +64.39$$
$$y_a = -\ 9.37 \qquad y_b = +10.26$$

точекъ раздѣльной линіи AB, послѣ чего, пользуясь формулой (2), вычисляемъ площадь четыреугольника $A23B$, она оказалась равной 3 десят. 635.7 кв. саж., но такъ какъ по поставленному выше условію проектируемая площадь должна содержать 3 десят. 710 кв. саж., то слѣдуетъ прирѣзать еще 74.3 кв. саж., для чего беремъ съ плана высоту $h = 135.{}_0$ саж. треугольника ABA' и расчитываемъ величину отрѣзка AA' изъ условія $2q = h \,.\, AA'$

$$AA' = \frac{148.{}_6}{135.{}_0} = 1.{}_1 \text{ саж.}$$

Придавъ эту величину къ ранѣе взятой съ плана $56.{}_4$ саж., окончательно устанавливаемъ раздѣльную линію $A'B$ на разстояніяхъ отъ точекъ 2 и 3 соотвѣтственно равныхъ $57.{}_5$ саж. и $64.{}_4$ саж.; послѣ чего, вычисливъ координаты точки A', нетрудно точно установить длину и направленіе раздѣльной линіи $A'B$ по формуламъ:

$$d = \frac{y_b - y_a}{Sin\alpha} = \frac{x_b - x_a}{cos\alpha} \quad \text{и} \quad tg\alpha = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a}$$

Необходимыя при этомъ вычисленія можно расположить слѣдующимъ образомъ:

№№ точекъ.	x.	y.	Δx. $A-3.$ $2-B.$	Δy. $A-3.$ $2-B.$
A	— 77.65	— 9.37	+ 123.38	— 42.01
2	— 88.41	— 64.73	+ 152.80	+ 74.99
3	+ 45.73	— 51.38		
B	+ 64.39	+ 10.26	—	+
A'	— 77.44	— 8.29	— 123.17	— 43.09
2	— 88.41	— 64.73	+ 152.80	+ 74.99
3	+ 45.73	— 51.38		
B	+ 64.39	+ 10.26	—	+

	$A'-B.$
$y_b - y_a$	+ 18.55
$x_b - x_a$	+ 141.83
$lg\,(y_b - y_a)$	1.26834
$lg\ Sin\ \alpha$	9.11289
$lg\ d$	2.15545
$lg\,(x_b - x_a)$	2.15177
$lg\ Cs\ \alpha$	9.99632
$lg\ Tg\ \alpha$	9.11658
α	7°. 27′
d	143.04

1) $2P = (+123.38)\ (+74.99) - (-42.01)\ (+152.80)$

$2P = 9252.2662 + 6419.1280 = 15671.3942$ к. с.

Нарѣзано. . . . . $P =$ 3 дес. $635._7$ к. с.

Слѣдуетъ. . . . . — „ $710._0$ „ „

Прирѣзать. . . . — $74._3$ к. с.

2) $2P = 9236.5183 + 6584.1520 = 15820.6703$ к. с.

$P =$ 3 дес. $710._3$ кв. с.

II. Если общая площадь вычислена по способу указанному въ п. 3 настоящаго § и проектированіе желаютъ вести въ такъ называемой гоновой системѣ, по возможности соблюдая прямоугольную форму участковъ, то можно поступить слѣдующимъ образомъ:

Обратимся снова къ черт. 863. Пусть $b = 216.0$ саж. $c = 348.75$ и $d = 231.1$. Положимъ далѣе, что при предварительномъ вычисленіи общей площади мы, въ видахъ равномѣрной ширины гоновъ, приняли $h = x_{1,8} = x_{2,9} = 210$ саж., а вычисленные по румбамъ углы α_1, α_2, α_3 и α_4 оказались соотвѣтственно равными 22° 20′, 36° 30′, 89° 20′ и 5° 4′.

Тогда рѣшеніе II треугольника дастъ:

$$x_{1,12} = 173.63 \text{ слѣдов.},\ x_{8,12} = x_{6,7} = 36.37$$
$$y_{6,12} = y_{8,7} = 128.48.$$

Изъ рѣшѣнія III треугольника получимъ:

$$x_{2,11} = 2.69 \text{ слѣдов.},\ x_{11,9} = x_{1,10} = 207.31$$
$$y_{3,11} = 231.07$$

Изъ равенствъ $36.37 = z\ Sin\ 22° 20'$

и $207.31 = \zeta\ cos\ 5° 4'$

находимъ z и ζ по таблицамъ приращеній:

		36.37				207.31	
табл.	. . .	34.20	. . . . 90.00	табл.	. . .	199.20	. . . 200.00
		2.17				8.09	
табл.	. . .	1.90	. . . . 5.00	табл.	. . .	7.97	. . . 8.00
cent.	. . .	0.27	. . . . 0.70	cent.	. . .	0.12	. . 0.12
			$z = 95.70$ саж.				$\zeta = 208.12$ саж.

$$y_{5,7} = z \cos\alpha_1 = 88.52 \; ; \; y_{3,10} = \zeta \operatorname{Sin}\alpha_4 = 18.38$$
$$y_{9,4} = y_{3,11} - y_{3,10} = 212.69$$

Поэтому отрѣзокъ линіи SS'

$$y_{5,4} = 88.52 + 128.48 + 348.75 + 212.69 = 778.44 \text{ саж.}$$

Очевидно, площадь всей фигуры составится изъ площадей

треугольника I $\dfrac{y_{5,7} \times x_{6,7}}{2} = \dfrac{88.52 \times 36.37}{2} =$ 1609.7 кв. саж.

трапеціи II $\dfrac{x_{6,7} \times h}{2} y_{6,12} = \dfrac{37.37 \times 210.00}{2} \times 128.48 =$ 15826.2 кв. саж.

прямоугольника Δ $c \times h = 348.75 \times 210.00 =$ 73237.5 кв. саж.

треугольника III $\dfrac{x_{2,11} \times y_{3,11}}{2} = \dfrac{2.69 \times 231.07}{2} =$ 310.0 кв. саж.

треугольника IV $\dfrac{x_{10,4} \times y_{3,10}}{2} = \dfrac{20731 \times 18.38}{2} =$ 1905.0 кв. саж.

и прямоугольника $x_{11,9} \times y_{9,4} = 20731 \times 212.69 =$ 44092.7 кв. саж.,

что въ суммѣ даетъ 57 дес. 182 кв. саж.

Если предположимъ, что на одинъ душевой земельный пай приходится 3 дес. 1628 кв. саж., то въ запроектированномъ гонѣ можно помѣстить 15 душевыхъ паевъ, причемъ останется излишекъ $q = 364$ кв. саж., отрѣзку котораго можно произвести двояко: во первыхъ, можно отрѣзать его отъ площади I треугольника линіей ξ (это особенно удобно въ данномъ случаѣ, т. к. уголъ α_1 въ этомъ треугольникѣ слишкомъ острый и отрѣзка лишь улучшитъ фигуру гона) перпендикулярной къ сторонѣ (5—6). Тогда по данной величинѣ $2q$ и углу α_1 необходимо, найти отрѣзки t, ξ и η, какъ стороны прямоугольнаго треугольника:

Очевидно,

$$2q = \xi\eta$$
$$\xi = t \operatorname{Sin}\alpha_1$$
$$\eta = t \operatorname{Cos}\alpha_1$$
$$\xi \cdot \eta = 2q = t^2 \operatorname{Sin}\alpha_1 \operatorname{Cos}\alpha_1 = \frac{t^2}{2} \operatorname{Sin} 2\alpha_1$$
$$t^2 = \frac{4q}{\operatorname{Sin} 2\alpha_1}.$$

Вычисливъ по этой формулѣ t, легко по таблицамъ приращеній получить ξ и η. Во вторыхъ, излишнее или недостающее количество можетъ быть прирѣзано или отрѣзано линіей, параллельной всей длинѣ гона. Однако, легко убѣдиться, что въ этомъ послѣднемъ случаѣ мы нарушили бы всѣ произведенные ранѣе расчеты и въ нихъ придется вводить рядъ поправокъ.

Разсмотрѣнные способы проектированія, изъ коихъ послѣдній имѣетъ въ виду гоновую систему, какъ мы видѣли, не позволяютъ сразу, однимъ пріемомъ, запроектировать требуемую площадь.

Поэтому мы укажемъ еще два пріема проектированія, которые *прямо приводятъ къ цѣли*, при этомъ, какъ и прежде, мы сначала разберемъ способъ проектированія не преслѣдующій строго прямоугольной фигуры участковъ, а затѣмъ опишемъ способъ проектированія, не только весьма быстро приводящій къ цѣли, но одновременно дающій идеальнѣйшую съ точки зрѣнія землеустройства конфигурацію и расположеніе участковъ.

III. Обратимся снова къ черт. 864 и разсмотримъ тотъ же примѣръ, т. е. пусть въ части окружной межи 1, 2, 3, 4.... требуется отрѣзать участокъ площадью въ 3 дес. 710 кв. саж.

Найдя примѣрное положеніе линіи AB проектированіемъ заданной площади посредствомъ планиметра, беремъ съ плана величину отрѣзка $3-B=64.4$ саж. и, примѣняя формулу (4) для площади четыреугольника, вычисляемъ отрѣзокъ $2-A=x$ изъ условія, что $2P=15820$ кв. саж.

Въ нашемъ случаѣ $c=134.8$ саж.; $d=64.4$ саж. $e=x$; $\beta=112^0 31'$; $\delta=73^0 19'$; $\gamma=+5^0 50'$, а потому для опредѣленія x будемъ имѣть слѣдующее уравненіе:

$$15820=134.8\times 64.4\ Sin\,67^0 29'+134.8x\ Sin\,73^0 19'+64.4x\ Sin\,5^0 50'$$

или $$15820=64.4\ (134.8\ Sin\,67^0 29')+x\ (134.8\ Sin\,73^0 19')+x\ (64.4\ Sin\,5^0 50').$$

Величины, заключенныя въ скобки, беремъ сразу по таблицамъ приращеній; тогда будемъ имѣть:

$$15820=64.4\times 124.52+129.13x+6.55x$$

$$7801.01=135.68x$$

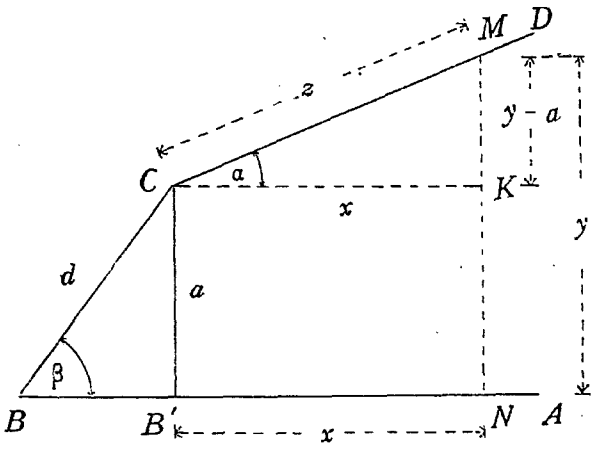
откуда $$x=57.49 \text{ саж.} \equiv 57.5 \text{ саж.}$$

т. е. получили то же значеніе для отрѣзка $2-A'$, что и въ I пріемѣ съ тою лишь разницею, что теперь задача рѣшена однимъ пріемомъ. Длина и направленіе раздѣльной линіи $A'B$ получается подобно предыдущему.

Какъ въ I пріемѣ, такъ и въ настоящемъ случаѣ мы взяли часть окружной межи, въ которой производилось проектированіе, въ видѣ четыреугольника, такъ какъ къ этой фигурѣ всегда можно перейти отъ болѣе сложной. Такъ, если бы окружная межа въ части, гдѣ надлежало бы начать проектированіе, имѣла видъ, указанный на черт. 864 пунктиромъ, то вычисливъ сначала площадь Q, ограниченную этою пунктирною линіей и линіей $2-3$, по одному изъ указанныхъ выше пріемовъ, пришлось бы за симъ лишь прирѣзать отъ линіи $2-3$, какъ только что было указано, разность между $P-Q$, гдѣ P — заданная для нарѣзки площадь. Очевидно,

что для этого нужно было бы только расчитать по координатамъ длину и направленіе линіи 2—3, которая въ этомъ случаѣ въ натурѣ могла быть и не измѣрена.

IV. Если общая площадь полигона вычислена, а *проектированіе необходимо вести въ гоновой системѣ,* причемъ такъ, чтобы раздѣльныя линіи участковъ были перпендикулярны къ одному изъ направленій, то наиболѣе удобнымъ является способъ, предложенный Мих. Черногоровымъ (Земл. Дѣло № 4 за 1913 г.).



Черт. 865.

Представимъ себѣ, что въ части окружной межи $ABCD$ (черт. 865) необходимо запроектировать площадь P линіей MN, перпендикулярной къ сторонѣ AB. Опустивъ изъ точки C перпендикуляръ CB' на линію AB, изъ прямоугольнаго треугольника $BB'C$ легко по таблицамъ приращеній вычислить его катеты $a = d\ Sin\ \beta$ и $BB' = d\ Cos\ \beta$, и сообразить отсѣченную площадь $Q = \frac{BB' \times a}{2}$. Тогда отъ линіи a придется запроектировать площадь $P - Q = p$. Если румбы линій окружной межи извѣстны, то α — можно легко получить. Наша задача будетъ заключаться въ опредѣленіи отрѣзковъ $MN = y$, $B'N = x$ и $CM = z$. Изъ чертежа имѣемъ:

$$MK = y - a = x\,tg\,\alpha.$$

Кромѣ того, если считать, что линія MN установлена надлежащимъ образомъ, то

$$\frac{a+y}{2}x = p$$

или

$$y + a = \frac{2p}{x}$$

и слѣдовательно,

$$(y-a)(y+a) = 2p\,tg\,\alpha$$

или

$$y^2 - a^2 = 2ptg\,\alpha$$

откуда

$$y^2 = a^2 + 2ptg\,\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

Изъ прямоугольнаго треугольника CMK имѣемъ:

$$y - a = z\ sin\,\alpha$$

откуда

$$z = \frac{y-a}{sin\,\alpha} = (y-a)\ cosec\,\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

и

$$x = z\ cos\,\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

Этими тремя формулами задача вполнѣ разрѣшается. Если слѣдовать при вычисленіи этихъ формулъ указанному нами порядку, то нѣкоторую трудность можетъ представить лишь (5) формула вслѣдствіе нелогариѳмическаго ея вида. Что же касается послѣдней (7) формулы, то если величина z уже найдена, x можетъ быть получена непосредственно по таблицамъ приращеній.

Въ томъ случаѣ, если линіи CD и AB, въ противоположность чертежу (865), сходятся по направленію, считаемому вправо отъ линіи $CB' = a$, т. е. въ томъ случаѣ, когда отрѣзокъ y долженъ получиться менѣе отрѣзка a, написанныя выше формулы какъ легко убѣдиться, примутъ видъ:

$$y^2 = a^2 - 2ptg\,\alpha$$
$$z = \frac{a-y}{\sin\alpha} = (a-y)\ cosec\,\alpha$$
$$x = z\ cos\,\alpha$$

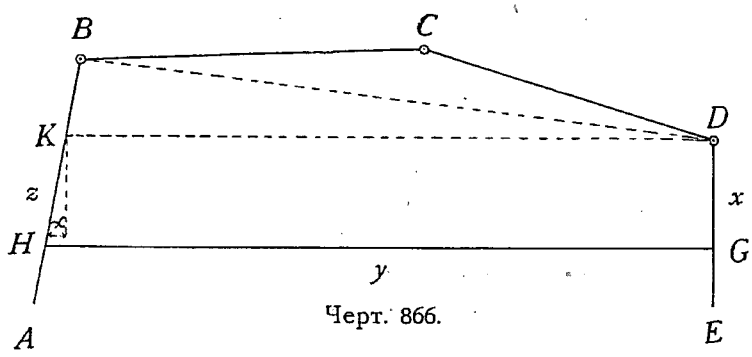
Поэтому, имѣя въ виду оба возможные случая, выведенныя формулы можно представить въ слѣдующемъ видѣ:

$$y^2 = a^2 \pm 2\ ptg\alpha \quad . . . . . (8)$$
$$z = \pm (y-a)\ cosec\alpha \quad . . . . . (9)$$
$$x = z\ cos\alpha \quad . . . . . (10)$$

Примѣръ.

$ABC = 105°35'$
$BCD = 160°56'$
$CDE = 105°10'$

AC . . . СВ : 12°42'
BC . . . СВ : 87° 7' / 366.91
CD . . . ЮВ : 73°49' / 303.20
DE . . ЮЗ : 1°1'



Черт. 866.

Пусть въ части окружной межи $ABCDE$ черт. 866 требуется запроектировать первый гонъ площадью 78470 кв. с. такъ, чтобы гоновая линія HG' была перпендикулярна къ линіи окружной межи DE, т. е. имѣла румбъ: СЗ : 88° 59'.

Сначала по координатамъ точекъ B и D расчитываемъ длину и направленіе линіи BD и находимъ румбъ : ЮВ : 84° 16' и мѣру 661.00 саж.

Засимъ, проводимъ линію DK, перпендикулярную къ линіи окружной межи DE, т. е. слѣдовательно, имѣющую румбъ СВ : 88° 59'. Такъ какъ въ треугольникѣ BDK румбы всѣхъ его сторонъ извѣстны, то слѣдовательно, извѣстны и всѣ его углы и кромѣ того извѣстна одна сторона $BD = 661.00$. Рѣшивъ этотъ треугольникъ по правиламъ тригонометріи, получимъ $KD = 670.00$ и $BK = 55.50$. Послѣ этихъ вычисленій, нетрудно найти площадь четыреугольника $KBCD = 36.391$ кв. саж. Теперь, очевидно, отъ

линіи KD, перпендикулярной къ DE остается только прирѣзать площадь $P = 78470$ кв. саж. $- 36391$ кв. саж. $= 42079$ кв. саж. линіей HG', перпендикулярной къ линіи DE. Такимъ образомъ задача свелась къ только что разсмотрѣнной: въ четыреугольникѣ $HKDG'$, въ которомъ $a = 670.00$ саж. а уголъ $\alpha = 12^0 42' - 1^0 1' = 11^0 41'$, по заданной площади $P = 42079$ кв. с. надо найти отрѣзки $HG' = y$, $KH = z$ и $DG' = x$. Изъ чертежа видно, что y должно быть болѣе a. Поэтому необходимо примѣнить формулы (5) (6) и (7).

Вычисленія располагаемъ въ слѣдующемъ порядкѣ:

$$\begin{array}{r} a^2 = 448900 \\ 2\ ptg\alpha = \ \ 17402._7 \\ \hline y^2 = 466302._7 \\ y = 682.86 \\ a = 670.00 \\ \hline y - a = 12.86 \\ z = 63.51 \\ x = 62.20 \end{array}$$

При разсмотрѣніи различныхъ методовъ проектированія мы предполагали землю равноцѣнной. Если же по условіямъ разверстанія установлены разряды угодій разной цѣнности, то какъ было уже сказано, участки наносятся на планъ такимъ образомъ, чтобы они отвѣчали цѣнности каждаго владѣнія соотвѣтственно правамъ владѣльца и качеству угодій. При этомъ замѣтимъ, что предварительное вычисленіе площадей различныхъ разрядовъ угодій, равно какъ и предварительное размѣщеніе, соразмѣрно правамъ каждаго владѣльца, ихъ участковъ можетъ быть сдѣлано менѣе точно, напримѣръ, при помощи планиметра, такъ какъ при окончательномъ, точномъ установленіи границъ каждаго участка, хотя и произойдутъ небольшія перемѣщенія предварительно установленныхъ границъ, но они будутъ во всякомъ случаѣ настолько незначительны, что части угодій одного качества, перемѣстившіяся въ сосѣдній участокъ съ землею другого качества можно принять равноцѣнными, тѣмъ болѣе, что въ природѣ едва ли можно встрѣтить рѣзкій переходъ отъ почвъ одного качества къ другому. Во всякомъ случаѣ, не слѣдуетъ забывать, что сорта различныхъ угодій при самой расцѣнкѣ обыкновенно устанавливаются приблизительно [1]).

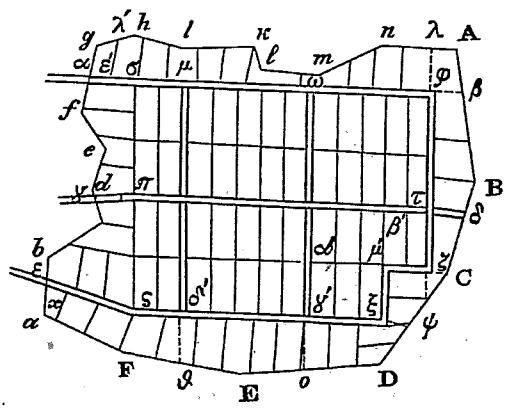
Послѣ того, какъ на планѣ окончательно намѣчены и проведены проектныя линіи, ихъ прокладываютъ на мѣстности *по внутреннимъ* угламъ, вычисляя астролябическіе углы по румбическимъ. Если же получены координаты точекъ поворотовъ раздѣльной межи, то по ихъ координатамъ вычисляютъ азимуты и длины граничныхъ линій, а по разности азимутовъ находятъ величину угловъ поворотовъ. Если бы при прокладкѣ обнаружилась невязка, то, опредѣливъ ея азимутъ, уничтожаютъ ее способомъ

[1]) Такъ какъ при землеустройствѣ важно знать *относительную,* а не абсолютную, цѣнность угодій, то выгодно цѣнности угодій назначать не крупными, а болѣе мелкими числами. Иначе планъ необходимо вычерчивать въ очень крупномъ масштабѣ, чтобы довести разность въ рубляхъ до возможнаго *minimum*'а.

параллельныхъ линій, какъ это мы уже дѣлали на планѣ или при разысканіи границъ на мѣстности.

§ 455. Разбивка поля на десятины. Снявъ въ натурѣ данное поле, накладываютъ его въ крупномъ масштабѣ на бумагу. Проектъ разбивки составляется по плану, на которомъ также должны быть обозначены направленія главнѣйшихъ скатовъ или, еще лучше, нанесены горизонтали. По направленію главнѣйшихъ скатовъ намѣтимъ діагонали отдѣльныхъ десятинъ для уменьшенія быстроты стока воды и уменьшенія размыва полей отъ дождя. Сообразно съ рельефомъ намѣтимъ и направленіе дорогъ, отдѣляющихъ другъ отъ друга такъ называемые *кварталы*, т. е. прямоугольники, содержащіе два ряда по 5 или 6 десятинъ. Дороги намѣчаются шириною въ 1 саж., межники между десятинами—въ 1 или 0,5 арш. Размѣръ десятины 30 саж. на 80 саж., или 40×60 саж., или 48×50 саж. заранѣе указывается самимъ владѣльцемъ. При съемѣ должны быть опредѣлены углы наклона для введенія поправки въ длины линій за наклонъ.

Пусть снято поле *abghAβBDFa* (черт. 867), которое разбивается на десятины размѣромъ 30×80 саж. по 10 десятинъ. въ кварталѣ. На планѣ намѣтимъ прямую αβ вблизи сѣверной извилистой границы поля по возможности такъ, чтобы цѣлое число неправильной формы десятинъ вдоль нея было наименьшее. Отсѣкая это число не забудемъ прибавить къ нему то количество квадратныхъ саженей, которое необходимо для межниковъ между десятинами, исходя при этомъ изъ расчета, что на каждую десятину въ кварталѣ, состоящемъ изъ 10—12 десятинъ требуется 12=15 кв. саженъ. Затѣмъ подъ прямымъ угломъ къ αβ проведемъ на востокѣ другую прямую линію φψ. Относительно этихъ линій сперва намѣтимъ дороги и кварталы, а затѣмъ уже перейдемъ къ разбивкѣ отдѣльныхъ десятинъ.



Черт. 867.

Чтобы намѣтить отдѣльные кварталы шириною по 5 десятинъ, замѣтимъ, что на 5 десятинъ потребуется: 5×30 кв. саж. + на 4 межника между ними по полуаршину каждый, $-4 \times {}^1/_2$ арш. $= {}^2/_3$ сажен., а всего $150^2/_3$ саж.

Отложивъ отъ φ влѣво по линіи αβ — $152^2/_3$ саж., получаютъ точку ω, отъ нея откладываютъ: сперва назадъ 1 саж. на дорогу между кварталами, затѣмъ вновь $152^2/_3$ саж., послѣ чего, получивъ точку μ, еще 1 саж. и, прикинувъ циркулемъ по масштабу длину μα, намѣчаютъ еще двѣ десятины по 30 саж., т. е. 2×30 саж. $+ {}^1/_2 \times 2$ арш. для двухъ межниковъ, т. е. всего $60^1/_2$ саж. и откладываютъ линію $\mu\sigma = 61^1/_3$ саж.

Черезъ точки ω, μ и σ проводятъ линіи ωγ′, μδ′ и σπρ, параллельныя φψ; на каждой изъ этихъ линій откладываютъ внизъ по $1 + 2 \times 80$ саж. +

$+1$ арш. $= 161^1/_3$ саж., получаютъ линію $\pi\tau$, отдѣляющую два полныхъ квартала по 10 десятинъ.

Подобнымъ же путемъ намѣтится линія $\rho\delta'\gamma'\xi$, отдѣляющая къ югу еще одинъ полный въ 10 десятинъ и 1 неполный въ 8 десятинъ кварталы. Выведя влѣво отъ границы $ABCD$ дороги, намѣчаютъ на краяхъ поля отдѣльныя десятины, стараясь, чтобы онѣ не были остроугольны и неудобны для обработки: сначала это дѣлается на глазъ а затѣмъ путемъ вычисленія опредѣляютъ, куда и на сколько нужно отодвинуть каждый межникъ. Тѣ части на краяхъ поля, гдѣ нельзя выдѣлить полныхъ десятинъ, нарѣзаютъ $^1/_2$ $^1/_3$ $^1/_4$ десятины.

На мѣстности, разбивая проектъ, начинаютъ съ назначенія въ полѣ дорогъ. Взявъ съ плана промѣры $A\beta$ и $g\alpha$ отъ вершинъ A и g, проводятъ дорогу $\alpha\beta$, связавъ двѣ сохи на разстояніи 1 саж. или провѣшивъ линію $\alpha\beta$ и проведя сохою одну борозду, намѣчаютъ вѣхами линію, параллельную съ ней на разстояніи 1 саж. и пропахиваютъ вторую борозду. По линіи $\alpha\beta$ путемъ промѣра намѣчаютъ точки ω, μ, σ и α.

Подобнымъ же образомъ по промѣрамъ $F\theta$, Eo, $B\delta$ и $d\gamma$, $C\psi$, ... намѣтятся точки θ, o, d, ψ,γ, ...

Провѣшивъ линіи $\mu\theta$, ωo, $\varphi\psi$, ... откладываютъ на нихъ 1 саж., $160^1{}_3$, еще 1 саж. и проводятъ борозды для дорогъ и межниковъ.

Всѣ нужныя для проведенія дорогъ и межниковъ данныя необходимо *предварительно* подписать на планѣ.

Въ точкахъ μ, ω, φ, τ, $\mu'_{\text{н}}$ δ' . . . можно было бы воспользоваться экеромъ: провѣшивъ и проведя, напр., линію $\delta'\theta$, можно было бы затѣмъ промѣрить для контроля линію $E\theta$ и θF.

ПРИЛОЖЕНІЕ.

Временныя правила землеустроительной техники [1]).

(Приложеніе къ ст. 7 Наказа Землеустроительнымъ Комиссіямъ по примѣненію положенія о землеустройствѣ).

1. Настоящія правила заключаютъ въ себѣ основныя указанія по исполненію, при землеустройствѣ, нижеслѣдующихъ дѣйствій:

I. опредѣленіе подлежащей землеустройству площади;

II. обслѣдованіе землеустраиваемой мѣстности въ водномъ отношеніи;

III. устройство дорожной сѣти;

IV. зачетъ и расцѣнка земель, и

V. образованіе отдѣльныхъ владѣній и ихъ размѣщеніе.

2. Примѣняя изложенныя въ сихъ правилахъ общія указанія, землеустроитель обязывается имѣть въ виду: *а)* что техническія подробности отдѣльныхъ землеустроительныхъ исполненій подлежатъ самой внимательной разработкѣ по указаніямъ опыта землеустройства и въ соотвѣтствіи съ условіями и особенностями каждаго дѣла, *б)* что, такъ какъ *конечною цѣлью землеустройства является уничтоженіе вредной въ хозяйственномъ отношеніи общности и чрезполосности владѣній и образованіе прочныхъ единоличныхъ хозяйствъ путемъ сведенія устраиваемыхъ земель каждаго владѣльца къ однимъ мѣстамъ, то техническое исполненіе* тѣхъ видовъ землеустройства, которые ведутъ къ указанной цѣли постепенно, или при коихъ она осуществляется частично (напримѣръ, выдѣлы отдѣльныхъ селеній, частей ихъ и выселковъ — по сравненію съ полнымъ по цѣлымъ обществамъ разверстаніемъ), *должно быть производимо съ такимъ расчетомъ, чтобы исполненіе это не создавало въ послѣдующемъ затрудненій къ достиженію указанной конечной задачи землеустройства.*

I.

3. При выясненіи состава и внѣшнихъ границъ земельной площади, на которую должна распространиться данная землеустроительная мѣра, землеустроитель обязывается лично *изучить въ натурѣ заявленную къ землеустройству мѣстность* во всѣхъ подробностяхъ.

4. Въ цѣляхъ указаннаго въ предыдущей статьѣ изученія производится *осмотръ мѣстности*, въ результатѣ коего составляется отъ руки, лично землеустроителемъ или, въ подлежащихъ случаяхъ, *при содѣйствіи землемѣра, глазомѣрный схематическій чертежъ съ показаніемъ на немъ рас-*

[1]) Курсивъ мой.

положенія подлежащихъ землеустройству владѣній, главныхъ угодій, основныхъ уклоновъ мѣстности, постоянныхъ ея предметовъ, какъ-то: мѣстъ поселенія, водоемовъ, дорогъ, овраговъ и пр. Для надобностей осмотра и изготовленія чертежа используются наличные плановые матеріалы, и составленіе чертежа завершается *примѣрнымъ изображеніемъ на немъ* предполагаемаго размѣщенія владѣній, или ихъ *основныхъ группъ*, развѣ бы такое предварительное указаніе на расположеніе вновь образуемыхъ владѣній могло затруднить въ послѣдующемъ правильную и безпристрастную, со стороны населенія, расцѣнку земельныхъ угодій.

На чертежѣ должны быть, во всякомъ случаѣ, *указаны угодья или части ихъ, предположенныя къ оставленію въ нераздѣльномъ владѣніи* участниковъ землеустройства.

5. Если изученіе расположенія заявленныхъ къ землеустройству владѣній удостовѣритъ въ невозможности исполненія предстоящей по нимъ землеустроительной задачи безъ привлеченія для сего чрезполосныхъ съ ними постороннихъ владѣній (для уничтоженія непосредственной чрезполосности, либо образованія дачи разверстанія), то эти послѣднія владѣнія привлекаются къ землеустройству лишь въ той мѣрѣ, въ какой это безусловно необходимо для правильнаго въ техническомъ отношеніи исполненія упомянутой землеустроительной задачи.

6. Въ частности, соотвѣтственно установленному въ ст. 5 началу, чрезполосность заявленныхъ къ разверстанію земель крестьянскаго общества съ посторонними владѣніями, сама по себѣ, не должна быть признаваема рѣшительнымъ поводомъ для привлеченія этихъ послѣднихъ къ землеустройству въ цѣляхъ предварительнаго уничтоженія означенной чрезполосности, если въ предѣлахъ чрезполосныхъ крестьянскихъ владѣній окажется возможнымъ самостоятельно, не перемѣщая ихъ, образовать отдѣльные участки единоличнаго владѣнія домохозяевъ, не создавая при томъ препятствій къ послѣдующему землеустройству вышеуказанныхъ постороннихъ владѣній.

II.

7. *Каждое владѣніе*, образуемое при землеустройствѣ съ перенесеніемъ на него усадьбы, *должно быть обезпечено удовлетворительнаго качества водою въ достаточномъ количествѣ и въ возможной*, по мѣстнымъ условіямъ, *близости*. Независимо отъ этого, при всякомъ землеустройствѣ, направленномъ къ образованію единоличныхъ владѣній, хотя бы и не связанномъ съ переносомъ усадебной осѣдлости, землеустроитель, постоянно имѣя въ виду возможность такого переноса въ будущемъ, обязанъ тщательно выяснить условія водоснабженія землеустраиваемой мѣстности для использованія ихъ при размѣщеніи владѣній (ст.ст. 35—37).

8. *Выясненіе условій водоснабженія* производится при подготовкѣ дѣла и *исполняется наиболѣе простыми въ данныхъ условіяхъ средствами* и *способами*, удовлетворяющими требованіямъ данной землеустроительной работы, землеустроителемъ лично или при содѣйствіи землемѣра, если онъ назначенъ для подготовки дѣла. При этомъ слѣдуетъ пользоваться указа-

ніями участвующихъ въ дѣлѣ владѣльцевъ и, въ случаѣ надобности, свѣдущихъ мѣстныхъ людей.

9. *При невозможности надежнаго выясненія условій водоснабженія* указанными въ ст. 8 средствами, въ виду сложности необходимыхъ для сего изысканій, надлежитъ, въ установленномъ порядкѣ, *привлечь* къ производству воднаго обслѣдованія землеустраиваемой мѣстности *спеціалиста-гидротехника*, каковое *обслѣдованіе*, въ зависимости отъ рода работъ и обстоятельствъ дѣла, можетъ производиться при подготовкѣ послѣдняго до включенія его въ планъ работъ, или одновременно съ исполненіемъ дѣла, но во всякомъ случаѣ *должно быть закончено до размѣщенія владѣній.*

10. Въ итогѣ подготовки дѣла со стороны воднаго обслѣдованія землеустраиваемой мѣстности, въ какомъ бы порядкѣ таковое ни производилось, должно быть съ полною опредѣлительностью установлено, возможно-ли, по условіямъ водоснабженія, проектированіе будущей хозяйственной осѣдлости владѣльцевъ на землеустраиваемой площади повсемѣстно, или только въ нѣкоторыхъ частяхъ ея, и въ послѣднемъ случаѣ,— въ какихъ именно и къ какимъ воднымъ источникамъ, естественнымъ или искусственнымъ, имѣютъ быть пріурочены образуемыя при землеустройствѣ владѣнія.

Данныя воднаго оослѣдованія, а именно: мѣста нахожденія открытыхъ водъ (рѣкъ, ручьевъ, ключей и имѣющихся колодцевъ), выясненныя при подготовкѣ дѣла мѣста для устройства искусственныхъ водоемовъ, родъ ихъ, приблизительная ихъ глубина и т. п. *отмѣчаются на примѣрномъ чертежѣ* землеустраиваемой мѣстности (ст. 4).

11. Если цѣлесообразное размѣщеніе земельныхъ владѣній окажется невозможнымъ безъ производства водоотводныхъ работъ для осушки тѣхъ или иныхъ площадей землеустраиваемой мѣстности, то эти послѣднія должны быть точно выяснены въ порядкѣ ст. ст. 8 и 9, съ опредѣленіемъ при этомъ, если окажется возможнымъ, направленія водоотводныхъ канавъ. При исполненіи дѣла, *положеніе осушительныхъ канавъ* въ натурѣ *должно быть установлено до размѣщенія владѣній,* въ цѣляхъ послѣдующаго соображенія ихъ границъ съ расположеніемъ упомянутыхъ канавъ.

12. При проектированіи искусственныхъ устройствъ по водоснабженію либо отводу воды, землеустроители обязаны неупустительно имѣть въ виду, что устройства эти должны быть простѣйшими въ данныхъ условіяхъ, доступными для населенія въ отношеніи требующихся для ихъ осуществленія силъ и средствъ, окупающими производимыя на ихъ исполненіе затраты и не требующими въ дальнѣйшемъ значительныхъ расходовъ, либо сложныхъ работъ по поддержанію ихъ въ исправности, и что средства, способы и срокъ исполненія означенныхъ устройствъ должны быть надлежащимъ образомъ обезпечены.

III.

13. *Участки каждаго владѣльца должны быть связаны кратчайшимъ и удобнѣйшимъ сообщеніемъ между собою и съ дорогами общаго пользованія*

и таковымъ же доступомъ къ обслуживающимъ означенные участки водянымъ источникамъ, для чего, предварительно размѣщенія владѣній, устанавливается дорожная сѣть.

14. Въ цѣляхъ достиженія наибольшихъ удобствъ сообщенія и устраненія препятствій къ размѣщенію владѣній, *существующія дороги должны быть, по возможности, спрямлены.* Тѣ изъ нихъ, которыя находятся въ вѣдѣніи правительственныхъ и общественныхъ установленій, подлежатъ спрямленію, а въ случаяхъ особой необходимости — измѣненію въ ихъ ширинѣ, по соглашенію съ сими установленіями.

15. *При недостаточности существующихъ дорогъ* для полнаго обслуживанія всѣхъ указанныхъ въ ст. 13 надобностей, *устраивается дополнительная дорожная сѣть, густота которой должна быть соображена съ предполагаемымъ размѣщеніемъ владѣній, ихъ числомъ, размѣрами и расположеніемъ водныхъ источниковъ, а положеніе на мѣстности — опредѣлено въ зависимости отъ рельефа послѣдней.*

16. *Разбивкѣ дорожной сѣти должно предшествовать предварительное проектированіе ея на мѣстности* въ цѣляхъ надежнаго удостовѣренія въ томъ, что всѣ мѣста будущаго проложенія дорогъ по своему положенію, уклону и грунту окажутся дѣйствительно удобными для проѣзда и правильно соображены съ размѣрами и характеромъ ожидаемаго послѣ землеустройства движенія по новымъ дорогамъ. Личное удостовѣреніе въ соблюденіи всѣхъ этихъ условій вмѣняется землеустроителю въ непремѣнную обязанность.

17. *При устройствѣ дорожной сѣти* землеустроители обязываются *избѣгать проектированія,* безъ крайней необходимости, *такихъ дорогъ, для пользоввнія которыми потребуется устройство сложныхъ или дорогихъ* мостовыхъ *сооруженій* или особое укрѣпленіе дорогъ, либо частый ремонтъ ихъ впослѣдствіи и, во всякомъ случаѣ, должны окончательно останавливаться на проложеніи упомянутыхъ дорогъ лишь послѣ того, какъ средства, способы и срокъ устройства по нимъ необходимыхъ вспомогательныхъ сооруженій будутъ надлежащимъ образомъ выяснены и обезпечены.

18. *Ширина полотна вновь прокладываемыхъ при землеустройствѣ полевыхъ дорогъ, соединяющихъ владѣнія между собою и съ дорогами общаго пользованія, не должны быть менѣе двухъ саженъ.* Сверхъ этого пространства отводится потребное количество земли по сторонамъ дороги для окапыванія ея канавами, если такое окапываніе требуется по мѣстоположенію дороги для осушки ея полотна или защиты его отъ размыванія. Ширина особыхъ прогоновъ для скота, если устройство таковыхъ окажется необходимымъ, соображается въ каждомъ отдѣльномъ случаѣ съ размѣрами обслуживаемой ими потребностями.

Примѣчаніе. Въ цѣляхъ возможнаго уменьшенія количества земли, необходимаго для отвода подъ осушительныя канавы, надлежитъ использовать для цѣлей осушки дорожныя канавы, и обратно — изыскивать способы къ тому, чтобы осушительныя канавы оказалось возможнымъ использовать въ качествѣ дорожныхъ, путемъ цѣлесо-

образнаго взаимнаго расположенія на мѣстности дорожныхъ и водоотводныхъ сооруженій.

19. *Продольный уклонъ дорогъ*, по возможности, *не долженъ превышать* 10/100 (десять саженъ пониженія на сто саженъ длины дороги, *что соотвѣтствуетъ углу наклоненія приблизительно въ* 5—6°) и, во всякомъ случаѣ, не можетъ быть выводимъ за предѣлы, обезпечивающіе въ данныхъ условіяхъ возможность незатруднительнаго пользованія дорогою (ст. 16).

20. *Дороги должны быть устраиваемы безъ крутыхъ поворотовъ, скрещеніе или примыканіе дорогъ устраивается подъ углами, близкими къ прямому, которые* затѣмъ *скругляются или скашиваются* для обезпеченія удобства поворота съ одной дороги на другую и предохраненія прилежащихъ владѣній отъ заѣзда.

IV.

21. Средствами для успѣшнѣйшаго достиженія основной цѣли землеустройства, состоящей въ образованіи самостоятельныхъ хозяйствъ путемъ сведенія разноправныхъ и разнокачественныхъ земель каждаго владѣльца къ однимъ мѣстамъ, служатъ зачетъ и замѣна земель и угодій, производящіеся по добровольному соглашенію о семъ владѣльцевъ, либо въ обязательномъ порядкѣ.

22. При производствѣ землеустройства *въ добровольномъ порядкѣ, размѣръ и характеръ замѣны земель и зачета угодій* какъ *одинаковаго*, такъ *и различнаго* рода и *качества*, полностью *опредѣляются соглашеніемъ владѣльцевъ*, къ достиженію какового соглашенія, въ интересахъ установленія наибольшей раздѣльности и самостоятельности владѣній и правильности ихъ размѣщенія, землеустроитель обязывается всемѣрно стремиться. При землеустройствѣ же обязательномъ, землеустроитель долженъ особо слѣдить, чтобы допускаемый закономъ зачетъ разнородныхъ угодій, если таковой окажется необходимымъ, былъ производимъ лишь въ той мѣрѣ, въ какой это не создастъ для владѣльца непосильныхъ затрудненій при устройствѣ хозяйства на новомъ владѣніи. При разрѣшеніи вопроса объ объемѣ и характерѣ зачета угодій, надлежитъ руководствоваться не только наличнымъ ихъ расположеніемъ, но и предусматривать возможность обращенія существующихъ угодій въ требуемый условіями хозяйства видъ ихъ, — если такое обращеніе будетъ оказываться доступнымъ для владѣльца въ кратчайшій срокъ, безъ коренного измѣненія привычныхъ пріемовъ хозяйства и непосильныхъ затратъ труда или средствъ.

23. Въ тѣхъ случаяхъ, когда разноцѣнность отдѣльныхъ частей землеустраиваемой мѣстности окажется столь значительной, что при отводѣ причитающихся владѣльцамъ земель не представится возможнымъ руководствоваться лишь количествомъ ихъ, но, въ зависимости отъ мѣста отвода, будетъ необходимо принимать во вниманіе и ихъ *относительныя качества*, — эти послѣднія *устанавливаются посредствомъ раздѣленія* устраиваемыхъ *земель на разряды и сравнительной расцѣнки ихъ качества*. Въ случаѣ утвердительнаго рѣшенія вопроса о необходимости произвести расцѣнку, *эта послѣдняя*, какъ служащая основаніемъ для размѣщенія

владѣній, *должна быть исполнена до составленія проекта* такого размѣщенія.

24. Пріемы расцѣнки избираются въ зависимости отъ требованія даннаго землеустроительнаго исполненія, условій мѣстности и желанія владѣльцевъ, при чемъ землеустроитель обязывается, какъ лично воздерживаться отъ расширенія предѣловъ или усложненія способовъ расцѣнки безъ достаточныхъ къ тому основаній, такъ и отклонять отъ сего владѣльцевъ. Равнымъ образомъ, землеустроитель долженъ избѣгать такихъ способовъ уравненія разнокачественности земель, примѣненіе которыхъ могло бы нанести ущербъ интересамъ сторонъ, либо неблагопріятно повліять на соотвѣтствіе вновь образуемыхъ владѣній землеустроительнымъ требованіямъ.

25. *Расцѣнка производится* подъ руководствомъ землеустроителя, *съ содѣйствіемъ* въ потребныхъ случаяхъ *земледѣла*, — участвующими въ землеустройствѣ владѣльцами, либо особо избранными ими для этого лицами и при участіи, если то необходимо по свойству дѣла, стороннихъ добросовѣстныхъ изъ мѣстныхъ свѣдущихъ людей. При уклоненіи сторонъ отъ производства расцѣнки, таковая производится самимъ землеустроителемъ, при содѣйствіи стороннихъ добросовѣстныхъ.

V.

26. *Основною формою образуемыхъ при землеустройствѣ владѣній, въ особенности небольшихъ* (хуторскія и отрубныя владѣнія крестьянъ и мелкихъ частныхъ собственниковъ), *почитается прямоугольная, приближающаяся къ квадратной; отношеніе длины участка къ его ширинѣ, по возможности, не должно превышать 5 : 1, а для пахотныхъ участковъ,* равно какъ и тѣхъ частей участковъ, въ коихъ расположены угодья, предназначенныя къ распахиванію, *вышеозначенное отношеніе 5 : 1 является предѣльнымъ.*

27. О соблюденіи устанавливаемой ст. 26 прямоугольной формы надлежитъ въ особенности заботиться при отводѣ участковъ, предназначающихся къ распахиванію, наблюдая при этомъ, чтобы расположеніе участка обезпечивало возможность при вспахиваніи въ мѣстахъ, страдающихъ избыткомъ влаги, прокладывать борозды — для отвода почнимъ воды — вдоль линій естественнаго уклона мѣстности, а при недостаткѣ воды — для удержанія ея въ бороздахъ — поперекъ упомянутыхъ линій.

28. *Искусственныя границы образуемыхъ при землеустройствѣ владѣній прокладываются прямыми,* безъ значительныхъ изломовъ линіями, *и не должны заключать въ себѣ вдающихся или выдающихся острыхъ (менѣе 45°) угловъ, препятствующихъ обработкѣ прилегающихъ къ границамъ земель.*

29. *Естественныя границы участковъ не должны быть прокладываемы по измѣняющимся живымъ урочищамъ,* напримѣръ, ползучимъ оврагамъ мелкимъ пересыхающимъ рѣчкамъ и ручьямъ, течеямъ и т. п., а также истокамъ рѣчекъ и верховьямъ овраговъ; *въ этихъ случаяхъ границы проводятся такимъ образомъ, чтобы означенныя живыя урочища входили*

обоими своими берегами въ прилегающія къ нимъ владѣнія, но чтобы вмѣстѣ съ тѣмъ каждое изъ этихъ послѣднихъ включало въ свои границы входящую обоими берегами часть живого урочища, если оно представляетъ необходимый источникъ водоснабженія. Напротивъ, урочища постоянныя и затруднительныя для переѣзда, каковы: крутые овраги, глубокія балки, рѣки, озера и т. п., предпочтительно изслѣдуются въ качествѣ естественныхъ границъ отдѣльныхъ владѣній.

30. *По общему правилу, дороги и водоотводныя канавы должны служить границами отдѣльныхъ владѣній, въ особенности мелкихъ, а не пересѣкать ихъ. При этомъ, граничная линія проводится по одному краю дороги, а эта послѣдняя полностью включается въ смежный участокъ, съ отнесеніемъ занимаемой ею площади къ неудобной землѣ* и съ надлежащимъ закрѣпленіемъ на мѣстности другого края дороги въ предупрежденіе ея запахиванія.

31. *При размѣщеніи владѣній надлежитъ наблюдать, чтобы постоянные предметы мѣстности* (живыя урочища, хребты, дороги, канавы и т. п.), не могущіе быть использованными въ качествѣ естественныхъ границъ владѣній, *не пересѣкались съ* этими *границами подъ острыми* (менѣе 45°) *углами, а также не отсѣкали отъ упомянутыхъ владѣній такихъ частей, которыя по своимъ малымъ размѣрамъ, неудобной формѣ или расположенію представляли бы затрудненія для обработки* (напримѣръ, отрѣзаемые дорогами или оврагами небольшіе углы участка, узкія полосы и т. п.).

32. Вновь устанавливаемыя при землеустройствѣ общія внѣшнія границы землеустраиваемой мѣстности, въ цѣляхъ удобства примыканія къ нимъ внутреннихъ участковъ, должны удовлетворять тѣмъ же требованіямъ, которыя предписаны настоящими правилами относительно границъ отдѣльныхъ владѣній. Равнымъ образомъ, о приведеніи внѣшнихъ границъ въ удовлетворяющее названнымъ требованіямъ состояніе землеустроители обязаны не упускать заботиться при отграниченіи земель, производимомъ въ связи съ землеустройствомъ, и при возобновленіи межевыхъ знаковъ по окружнымъ границамъ, прибѣгая въ подлежащихъ случаяхъ къ спрямленію границъ путемъ обмѣна частей, прилегающихъ къ нимъ смежныхъ владѣній и вообще уничтоженію пограничной чрезполосности (вклиниваніе смежныхъ владѣній одно въ другое).

33. При установленіи порядка размѣщенія владѣній землеустроитель обязанъ исходить изъ наиболѣе правильнаго и цѣлесообразнаго сочетанія пожеланій и интересовъ владѣльцевъ съ условіями и особенностями мѣстности, стремясь въ то же время къ установленію наибольшей обособленности и самостоятельности вновь образуемыхъ владѣній.

34. Наиболѣе совершеннымъ признается такое землеустройство, при которомъ всѣ устраиваемыя разноправныя или разнокачественныя земли каждаго владѣльца, во сколькихъ бы мѣстахъ таковыя до землеустройства ни были расположены, сводятся въ одинъ сплошной участокъ съ включеніемъ въ него и мѣста поселенія. При невозможности образованія владѣнія въ одномъ участкѣ, допускается отводъ его сплошными отрубами,

особо по каждому роду угодій, и по возможности съ тѣмъ, чтобы усадебное мѣсто входило въ участокъ отводимый изъ основного для даннаго хозяйства угодья. Указанный въ настоящей статьѣ видъ землеустройства именуется хуторскимъ.

35. Въ случаѣ невозможности образованія хуторовъ примѣняется отрубное землеустройство, при которомъ усадебное мѣсто владѣльца не включается ни въ одинъ изъ отводимыхъ ему полевыхъ участковъ; образуемые при этомъ отруба должны быть расположены либо въ необходимой для веденія хозяйства близости отъ мѣстъ населенія владѣльцевъ сихъ отрубовъ, либо въ такихъ мѣстахъ, которыя по условіямъ водоснабженія пригодны для обращенія этихъ отрубовъ въ будущемъ въ хутора.

36. При неосуществимости землеустройства, предусматриваемаго ст. ст. 34 и 35,— примѣняется поселково-отрубное размѣщеніе владѣній, при которомъ усадьбы владѣльцевъ располагаются въ видѣ небольшихъ, по возможности, поселковъ на обезпеченныхъ водою мѣстахъ, съ отводомъ названнымъ владѣльцамъ отрубовъ въ возможной близости къ упомянутымъ усадьбамъ. По общему правилу, поселки должны быть располагаемы настолько часто, насколько это позволяютъ условія обводненія (существующіе и предполагаемые къ устройству водоемы), при чемъ наблюдается, чтобы къ одному водному источнику было относимо лишь столько хозяйствъ, сколько онъ по своему состоянію можетъ вполнѣ обезпечить водою.

37. При скудости водоснабженія землеустраиваемой мѣстности наличные водные источники, равно какъ и удобныя для устройства искусственныхъ водоемовъ мѣста, могущія обслуживать цѣлую группу располагаемыхъ вблизи нихъ отдѣльныхъ владѣній, не включаются въ участки отдѣльныхъ владѣльцевъ, а оставляются въ общемъ пользованіи хозяевъ названныхъ владѣній, вмѣстѣ съ достаточно широкою полосою земли, обязательно оставляемою въ такихъ случаяхъ около воднаго источника въ цѣляхъ обезпеченія удобства пользованія имъ для хозяйственныхъ надобностей, въ томъ числѣ и для водопоя скота.

38. Величина отводимыхъ въ поселкахъ усадебныхъ участковъ должна быть достаточною для устройства на нихъ хозяйственной осѣдлости. При распланированіи поселеній землеустроители обязаны руководствоваться дѣйствующими по сему предмету въ данной мѣстности обязательными постановленіями (ст. ст. 213 и 214 Уст Строит.), а также ст. ст. 218—220 и 224 Уст. Строит.

39. Если въ предѣлахъ землеустраиваемой мѣстности будутъ находиться участки, принадлежащіе владѣльцамъ, земли коихъ окажутся расположенными также и по смежности съ означенною мѣстностью, то таковые участки подлежатъ отводу въ первую очередь, съ примежеваніемъ ихъ къ соотвѣтственнымъ смежнымъ владѣніямъ.

40. По отводѣ участковъ къ внѣшнимъ границамъ землеустраиваемой мѣстности производится размѣщеніе прочихъ находящихся въ означенныхъ границахъ владѣній, при чемъ соблюдаются нижеслѣдующія главнѣйшія условія: а) *въ случаѣ обширности подлежащей землеустройству площади* —

будь то дача разверстанія или вообще совокупность чрезполосныхъ владѣній, какъ, напримѣръ, крестьянскій надѣлъ — *означенная площадь для удобства размѣщенія владѣній разбивается на менѣе крупныя части, въ предѣлахъ которыхъ и производится затѣмъ самостоятельно размѣщеніе владѣній*; б) земли лицъ, объединенныхъ по владѣнію сими землями въ сельскія общества или товарищества, а равно земли отдѣльныхъ владѣльцевъ пріурочиваются къ подлежащему селенію или усадьбѣ, либо къ наибольшему сплошному участку основного въ ихъ хозяйствѣ угодья; в) отдѣльные участки, вкрапленные въ постороннія владѣнія, образующія сплошной массивъ, вымежевываются изъ этихъ владѣній съ отводомъ къ подлежащимъ землямъ (ср. ст. 39), либо въ особые отруба; г) размѣщеніе владѣній меньшихъ по площади предшествуетъ отводу мѣстъ для владѣній крупныхъ (напримѣръ, отводъ участковъ мелкимъ частнымъ собственникамъ въ дачѣ разверстанія долженъ производиться ранѣе назначенія мѣстъ для массивовъ крестьянскихъ земель, подлежащихъ дальнѣйшему разверстанію); д) *каждое владѣніе составляется, по возможности, изъ угодій однородныхъ съ тѣми, изъ которыхъ оно состояло до землеустройства,* — дабы не ставить владѣльца, безъ его на то согласія, въ необходимость рѣзко измѣнять принятое имъ хозяйство (ср. ст. 22); е) при недостиженіи требуемаго закономъ согласія владѣльцевъ особо цѣнныхъ участковъ на ихъ промѣнъ или передвиженіе, причитающіяся такимъ владѣльцамъ земли, по возможности, пріурочиваются къ упомянутымъ участкамъ; ж) чрезполосности между однородными угодьями вновь образуемыхъ владѣній, равно какъ и установленія между ними связи общимъ сѣвооборотомъ не должно быть допускаемо, и з) общія между владѣльцами угодья, по возможности, должны быть подвергаемы раздѣлу, съ отводомъ причитающейся на долю каждаго владѣльца части общаго владѣнія по смежности, съ производствомъ необходимаго для сего зачета угодій, а при неисполнимости сего въ возможной близости къ основному отдѣльному его владѣнію.

41. При землеустройствѣ обществъ и товариществъ независимо отъ исполненія указанныхъ въ ст. 40 общихъ правилъ размѣщенія владѣній, соблюдаются еще слѣдующія требованія: а) *при производствѣ одиночныхъ и групповыхъ выдѣловъ* надѣльныхъ земель *къ однимъ мѣстамъ, таковые выдѣлы* не должны затруднять землепользованія остающихся въ общинѣ домохозяевъ и *пріурочиваются предпочтительно къ краю надѣла, либо къ запольнымъ землямъ*, съ непремѣннымъ, однако, условіемъ, чтобы и хозяйственные интересы выдѣляющихся были въ полной мѣрѣ учтены при выборѣ мѣста для выдѣла; б) въ тѣхъ случаяхъ, когда выдѣляемые домохозяева сверхъ надѣла и по смежности съ нимъ имѣютъ частноправную землю, выдѣлъ долженъ быть пріуроченъ къ упомянутой смежности, если этимъ не будетъ существенно нарушено требованіе п. а или затруднено дальнѣйшее землеустройство остающихся въ общинѣ; в) при исполненіи выдѣла группы домохозяевъ, владѣнія которыхъ должны быть расположены смежно, *первоначально отводится общій предназначенный для упомянутой группы участокъ, который затѣмъ и развертывается между вы-*

дѣляющимися на единоличныя владѣнія; г) образуемые при разверстаніи крестьянскихъ земель на отруба *малоимѣрные участки* (*однодушниковъ*), *огородниковъ и т. п.*) *отводятся въ однихъ мѣстахъ* (гнѣздами) и при томъ *въ предпочтительной*,— по сравненію съ участками многоземельныхъ владѣльцевъ,— *близости къ усадебной осѣдлости*, и д) принадлежащіе отдѣльнымъ домохозяевамъ *участки, приторгованные однимъ у другого, а также состоящіе въ спорѣ между владѣльцами* по поводу принадлежности участковъ или положенія границъ фактическаго владѣнія, — *отводятся смежно*.

Перечень вѣдомствъ, въ которыхъ сосредоточена современная геодезическая дѣятельность въ Россіи [1]).

У насъ, въ Россіи, геодезическія работы ведутся въ слѣдующихъ шести министерствахъ: въ Военномъ, Морскомъ, Земледѣлія и Государственныхъ Имуществъ [2]), Путей Сообщенія, Юстиціи, Двора и Удѣловъ, а отчасти и въ Министерствѣ Внутреннихъ Дѣлъ.

Однако, ни одно изъ нихъ не ведетъ этихъ работъ съ общегосударственной точки зрѣнія, т. е. для созданія картъ страны и поддержанія ихъ въ современномъ состояніи, т. е. для того, чтобы можно было по нимъ судить объ общегеографическихъ свойствахъ страны въ данный моментъ времени: расположеніи горъ, долинъ, рѣкъ, водныхъ бассейновъ, населенныхъ мѣстъ, общихъ контуровъ воздѣланныхъ пространствъ и лѣса, большихъ пространствъ болотъ, главнѣйшихъ путей сообщенія, государственныхъ и административныхъ границъ и т. п. Напротивъ того, если прежде, съ 20-хъ до 70-хъ годовъ XIX столѣтія, обязанность вести государственныя съемки лежала на Военно-Топографическомъ Депо Главнаго Штаба Военнаго Министерства, то съ 1877 года, при утвержденіи положенія о Корпусѣ военныхъ топографовъ назначеннаго исключительно для геодезическихъ и картографическихъ работъ Военнаго Вѣдомства, нѣтъ болѣе учрежденія, на обязанности котораго лежало бы составленіе, изданіе и исправленіе русскихъ картъ крупнаго масштаба.

Военное Вѣдомство занимается топографическими съемками, т.-е. мензульною [3]) и глазомѣрными съемками; однако, производя ихъ Корпусомъ военныхъ топографовъ, оно основываетъ ихъ или на *тригонометрической* сѣти, или полигонометрической (такъ называемые *нивеллиръ теодолитные ряды)* или на астрономически опредѣленныхъ пунктахъ.

Орографія мѣстности выражается горизонталями (а ранѣе штрихами) при помощи кипрегеля — дальномѣра. Основаніемъ опредѣленія высотъ служатъ *точныя геометрическія нивеллировки*, производимыя вдоль желѣзныхъ дорогъ, съ закладкою на каменныхъ сооруженіяхъ (весьма часто на

---

[1]) 1) См. Курсъ Низшей Геодезіи А. Бикъ, ч. III, гл. XV. Съемочныя работы и инструкціи въ Россіи. 2) Курсъ Геодезіи Н. А. Богуславскаго, гл. XLII.—Краткій историческій очеркъ геодезическихъ работъ въ Россіи. 3) И. А. Ивероновъ. — Современная геодезическая дѣятельность въ Россіи.

[2]) Нынѣ Главное Управленіе Земледѣлія и Землеустройства.

[3]) Мензульная съемка ведется въ масштабѣ полверсты въ дюймѣ. Горизонтали по высотѣ проводятся черезъ двѣ сажени.

паровозныхъ депо) особыхъ нивеллирныхъ марокъ—*реперовъ*. Сверхъ того составленіе тригонометрической сѣти сопровождается геодезическимъ нивеллированіемъ. Военное Вѣдомство издаетъ томами „Записки Военно-Топографическаго Отдѣла Главнаго Штаба", въ которыхъ ежегодно печатаются отчеты о геодезической и картографической дѣятельности и научныя статьи отдѣльныхъ лицъ Военнаго Вѣдомства [1]).

Морское Министерство занимается съемками береговыхъ пространствъ морей Чернаго, Балтійскаго и Бѣлаго, составленіемъ плановъ бухтъ, гаваней, устьевъ рѣкъ, промѣрами глубинъ въ прибрежныхъ областяхъ. Съемки производятся въ масштабѣ 100—200 саж. въ дюймѣ и основываются на тригонометрической сѣти или астрономическихъ пунктахъ. Результаты въ видѣ издаваемыхъ детальныхъ плановъ легко могутъ служить матеріаломъ при составленіи или пополненіи подробныхъ топографическихъ картъ.

Министерство Земледѣлія и Государственныхъ Имуществъ [2]) производитъ съ самаго своего основанія обширныя съемочныя работы, преслѣдующія исключительно хозяйственную цѣль — устройство казенныхъ земель и лѣсовъ. Съ 1863 года, оно занимается надѣленіемъ землею казенныхъ крестьянъ и устройствомъ оставшихся за выдѣломъ оброчныхъ статей. Съемка производилась мензулою, безъ составленія даже геометрической сѣти.

Въ послѣдніе годы можно отмѣтить поворотъ къ лучшему: пріобрѣтаются постепенно новые инструменты—теодолиты, лѣсная съемка производится болѣе раціонально, а именно, составляется полигонометрическая сѣть по границамъ и квартальнымъ просѣкамъ лѣсныхъ дачъ, внутри которой подробности снимаются мензулою.

Въ томъ же министерствѣ производятся меліораціонныя работы Западной и Сѣверной экспедиціями по орошенію Россіи, вошедшими въ составъ особаго Отдѣла Земельныхъ Улучшеній въ преобразованномъ Министерствѣ Земледѣлія и Государственныхъ Имуществъ. (Меліораціонныя работы генерала Жилинскаго). Эти работы помимо детальной съемки и нивеллировки требовали общей нивеллировки на значительномъ протяженіи для полученія начальныхъ топографическихъ данныхъ о рельефѣ той области, въ которой производятся работы.

Наконецъ, была экспедиція подъ руководствомъ знаменитаго геодезиста А. А. Тилло для изслѣдованія источниковъ главнѣйшихъ рѣкъ. Геодезическій отдѣлъ экспедиціи производитъ помимо летучихъ нивеллировокъ анероидами еще и геометрическую.

Большія работы Министерство Государственныхъ Имуществъ начало въ 1885 году въ Сибири, при посредствѣ западно-сибирскаго переселенческаго отряда, по образованію переселенческихъ и запасныхъ участковъ.

---

[1]) См. 1) Инструкцію для инструментальныхъ топографическихъ съемокъ въ Евр. Россіи, производимыхъ Корпусомъ военныхъ топографовъ въ масштабѣ 1 вер. въ дюймѣ, 2) То-же—въ масштабѣ 250 с. въ дюймѣ, 3) Инструкцію для производства тріангуляцій перваго класса, 4) Инструкцію для производствъ нивеллировокъ высокой точности.

[2]) Нынѣ Главное Управленіе Земледѣлія и Землеустройства.

Работы эти особенно обращаютъ на себя вниманіе толковыми инструкціями, предписывающими основывать работы мензулой и теодолитомъ на тригонометрическихъ и астрономическихъ пунктахъ.

Начиная съ 1906 года предприняты большія землемѣрныя работы въ Европейской Россіи, преслѣдующія цѣли землеустройства крестьянскаго населенія. Онѣ находятся въ вѣдѣніи Комитета по землеустроительнымъ дѣламъ (центральное учрежденіе) и на мѣстахъ—въ Губернскихъ и Уѣздныхъ Землеустроительныхъ Комиссіяхъ (въ 1908 году было 37 губернскихъ и 389 уѣздныхъ комиссій, въ которыхъ работало 1200 человѣкъ землемѣровъ). Комиссіи образуются по закону 4 марта 1906 года.

Для дѣятельности Комиссій изданъ наказъ, по которому въ жизнь проводятся мѣропріятія: о ликвидаціи частновладѣльческихъ земель, пріобрѣтенныхъ крестьянскимъ банкомъ для продажи ихъ крестьянамъ, о продажѣ и распредѣленіи казенныхъ земель крестьянамъ для увеличенія ихъ землевладѣнія, объ улучшеніи условій землевладѣнія и порядка землепользованія селеній и отдѣльныхъ хозяевъ и объ осуществленіи добровольныхъ сдѣлокъ крестьянъ со смежными владѣльцами, объ уничтоженіи черезполосности и общности угодій и объ отмѣнѣ сервитутовъ. Для работъ издана временная техническая инструкція землемѣрамъ землеустроительныхъ комиссій. По этой инструкціи техническія работы по границамъ обособленныхъ владѣній, при заключительныхъ дѣйствіяхъ по землеустройству, производятся исключительно угломѣрнымъ инструментомъ. При подготовительныхъ работахъ и съемкѣ внутреннихъ контуровъ (ситуаціи) допускается употребленіе мензулы [1]).

Министерство Путей Сообщенія. Работы производятся частными, преимущественно, обществами, при изысканіяхъ для постройки желѣзныхъ дорогъ. Эти работы также, какъ и работа по изслѣдованію рѣкъ, какъ путей сообщенія, даютъ наиболѣе цѣнный матеріалъ лишь въ области гипсометріи Россіи произведенными нивеллировками, такъ какъ министерскими инструкціями не ставится обязательныхъ требованій относительно связи работъ съ тригонометрическими пунктами Военнаго Вѣдомства, относительно правильной оріентировки съемки и ихъ точности въ строго научномъ смыслѣ. Хотя по послѣднимъ инструкціямъ продольная нивеллировка и должна производиться въ два нивеллира, и разница между соотвѣтственными нивеллировочными отмѣтками не должна превосходить до 0,01 саж. на версту, при протяженіи линій въ 20 верстъ, а въ предѣлахъ длины линіи свыше 50 верстъ—0,005 саж. на версту; но по словамъ А. А. Тилло, производившаго сводку всѣхъ нивеллировокъ Россіи, вѣроятная ошибка желѣзнодорожныхъ профилей доходитъ до 3 саж., хотя нѣкоторыя изъ нихъ и точнѣе. По сравненію съ заграничными желѣзнодорожными нивеллировками, допускающими вѣроятную ошибку въ 3 миллиметра на километръ, наши нивеллировки крайне грубы.

Министерство Юстиціи. Въ Министерствѣ Юстиціи геодезическія работы сосредоточены въ Межевомъ Вѣдомствѣ; онѣ начались съ 1765

---

[1]) См. Инструкцію для производства землемѣрныхъ работъ при землеустройствѣ.

года, когда открылось генеральное межеваніе, и производятся чинами Межевой Канцеляріи и Губернскихъ Чертежныхъ. Всѣ эти работы главнымъ образомъ, если не исключительно, касаются горизонтальной съемки на планъ *межъ* (границъ) владѣльческихъ дачъ и административныхъ (губернскихъ, уѣздныхъ, волостныхъ) угломѣрнымъ инструментомъ. Съемка внутри владѣній не всегда требуется, а потому работы эти не только мало точны, но нерѣдко даже грубы, а потому никакой цѣны не имѣютъ съ картографической точки зрѣнія.

Лишь на Кавказѣ работы по межеванію основаны на дополнительной, довольно густой тригонометрической сѣти, связанной съ тригонометрическими пунктами Военнаго Вѣдомства. Работа ведется мензулой и кипрегелемъ съ выраженіемъ рельефа горизонталями въ масштабѣ 100 саж. въ дюймѣ.

Чинами Межевого Вѣдомства съ 1855 по 1859 гг. произведенъ рядъ геодезическихъ и астрономическихъ работъ въ Восточной и Западной Сибири, однако не для нуждъ Межевого Вѣдомства. Сверхъ того имѣется атласъ топографическихъ картъ для 8 губерній, составленный по распоряженію графа М. П. Муравьева, бывшаго управляющаго Межевымъ Корпусомъ, чинами Межевого Вѣдомства совмѣстно съ военными топографами, подъ руководствомъ генерала Менде.

За послѣднее время чинами Межевого Вѣдомства исполненъ рядъ болѣе цѣнныхъ и точныхъ работъ по съемкѣ и нивеллировкѣ городовъ Москвы, Пензы, Харькова, Ростова на Дону, Симферополя, Владимира на Клязьмѣ, Костромы и уѣздныхъ городовъ Московской губерніи.

Министерство Удѣловъ производитъ работы по съемкѣ и устройству земель Членовъ Императорской Фамиліи. Съемки ведутся астролябіею безъ посредства тригонометрической сѣти. На Кавказѣ мензулой на основаніи тригонометрически опредѣленныхъ пунктовъ.

Въ Министерствѣ Внутреннихъ Дѣлъ работы ведутся въ земствахъ и городахъ земскими и городскими землемѣрами, касаются устройства и распланировки городскихъ и земскихъ земель по отдачѣ ихъ въ аренду частнымъ лицамъ.

Всѣ обширныя работы, которыя ведутся разными вѣдомствами, поражаютъ ихъ дробностію и полной несогласованностію другъ съ другомъ. Всѣ вѣдомства мало интересуются собственно геодезическою частію своихъ работъ. Нельзя, поэтому, не привѣтствовать того благого почина, который былъ сдѣланъ въ Министерствѣ Путей Сообщенія въ 1882 году, тогдашнимъ его Министромъ, адмираломъ *Посьетомъ:* имъ была высказана мысль объ образованіи и организаціи центральнаго органа, *Геодезическаго Совѣта,* на обязанности котораго лежало бы изысканіе средствъ къ объединенію всѣхъ работъ, т.-е. къ установленію общаго *научнаго* метода въ производствѣ съемокъ разными вѣдомствами, въ собираніи и приведеніи въ извѣстность, а главное въ опубликованіи всѣхъ картографическихъ матеріаловъ, которые добываются различными вѣдомствами при преслѣдованіи ими своихъ спеціальныхъ задачъ.

Сочиненія, бывшія подъ руками, при составленіи курса.

А. Бикъ. Курсъ низшей геодезіи. Москва. 1891—1894, 1895, 1896.

Н. А. Богуславскій. Курсъ геодезіи и приложенія ея къ техническимъ изысканіямъ путей сообщенія. Спб. 1904.

В. Витковскій. Картографія. Спб. 1907.

— Практическая геодезія. Спб. 1898.

— Топографія. Спб. 1904.

Н. Д. Артамоновъ. Курсъ низшей геодезіи. Спб. 1899.

Р. Савельевъ. Лекціи геодезіи. Кіевъ. 1899.

Н. Цингеръ. Курсъ высшей геодезіи. Спб. 1898.

К. Лоренцъ. Топографія. Спб. 1907.

Ѳ. А. Слудскій. Лекціи по высшей геодезіи. Москва. 1894.

С. Бѣликовъ. Общій основной курсъ топографіи или низшей геодезіи. Москва. 1893.

— Военная топографія. Москва. 1889.

— Полный курсъ военной топографіи. Москва. 1888.

— Учебникъ топографическаго черченія. Москва. 1889.

— Основанія топологіи для топографическаго изученія мѣстности. Москва. 1891.

С. П. Бѣликовъ. Атласъ образцовъ важнѣйшихъ топографическихъ картъ. Москва. 1885.

А. Бикъ. Учебникъ низшей геодезіи. Москва. 1909.

Ф. Мейенъ. Курсъ низшей геодезіи. Москва. 1864. Ч. I.

Н. Смирновъ. Курсъ низшей геодезіи, ч. II. Москва. 1876.

А. Болотовъ. Курсъ высшей и низшей геодезіи. Спб. 1869.

М. Андреевъ. Низшая геодезія. Спб. 1875.

П. Н. Андреевъ. Геодезія. Руководство для техниковъ путей сообщенія. Спб. 1889.

Н. Веселовскій. Способъ распредѣленія невязки въ координатахъ точекъ окружной межи. Москва. 1893.

К. А. Цвѣтковъ. и *М. А. Цвѣтковъ.* Точное нивеллированіе въ Москвѣ Москва. 1903.

Г. Н. Шебуевъ. Геометрическія основанія геодезіи на трехъосномъ эллипсоидѣ, весьма мало отличающемся отъ сфероида. Москва. 1896.

Вольфъ Вильгельмъ, переводъ *Н. А. Афанасьева.* Лекціи по исторіи практической геометріи (геодезіи). Москва. 1885.

Н. Афанасьевъ. Описаніе двухъ планиметровъ системы Гомана и Коради. Спб. 1887.

Р. Ю. Тилле. Фототопографія въ современномъ развитіи. Спб. 1908.

Г. Н. Шебуевъ и *Н. Н. Веселовскій.* Геометрическія основанія фотограмметріи. Москва. 1899.

П. И. Щуровъ. Примѣненіе фотографіи къ изысканіямъ путей сообщенія. Тифлисъ. 1898.

П. Леонтовскій. Маркшейдерскія задачи. Екатеринославъ. 1906.

— Сокращенный способъ уравновѣшиванія тріангуляцій малыхъ (рудничныхъ) участковъ. 1905.

Е. Девилль, переводъ Шталь. Фотографическая съемка, со включеніемъ основаній начертательной геометріи и перспективы. Спб. 1897.

М. Хандриковъ. Теорія фигуры земли. Кіевъ. 1900.

Кларкъ, переводъ Витковскаго. Геодезія. Спб. 1890.

Л. А. Штукенбергъ. Производство желѣзнодорожныхъ изысканій. Спб. 1891.

Г. Краевскій. Желѣзнодорожныя изысканія и составленіе проекта. Спб. 1902.

Н. Тихановъ. Практическія замѣтки по изысканіямъ для желѣзныхъ дорогъ и канавъ. Спб. 1890.

В. Н. Травинъ. Руководство къ низшей геодезіи. Москва. 1897.

М. А. Тиссо, переводъ Д. П. Рашкова. Изображеніе одной поверхности на другой и составленіе географическихъ картъ. Москва. 1899.

W. Iordan. Dr. Руководство высшей геодезіи, переводъ Бика. Москва. 1881.

П. А. Некрасовъ. Теорія вѣроятностей. Лекціи. Москва. 1896.

Н. Н. Веселовскій. Элементарная теорія ошибокъ наблюденій и способъ наименьшихъ квадратовъ. Москва. 1897.

И. А. Иверонов. Способъ наименьшихъ квадратовъ. Москва. 1904.

А. Бикъ. Таблицы для барометрическаго нивеллированія. Москва. 1878.

Б. Срезневскій. Инструкція для опредѣленія высотъ помощію барометрическихъ опредѣленій. Спб. 1891.

М. В. Пѣвцовъ. О барометрическомъ нивеллированіи. Спб. 1895.

Н. И. Ефимовичъ. Справочная книга для инженеровъ и техниковъ путей сообщенія.

Д. Менделѣевъ. О барометрическомъ нивеллированіи и примѣненіи для него высотомѣра. Спб. 1876.

К. Шарнгорстъ. Таблицы для вычисленія высотъ изъ барометрическихъ наблюденій. Спб. 1887.

Ѳ. Ѳ. Витрамъ. Нивеллировка между Кронштадтомъ. и С.-Петербургомъ въ 1892 г. Спб. 1894.

— Нивеллировка между Пулковымъ и Колпинымъ. Спб. 1898.

Гельманъ. Точное нивеллированіе по швейцарскому способу. Спб. 1883.

Еренфейхтъ. Курсъ высшей геодезіи литографированныя лекціи. Рига. 1911.

Н. Цингеръ. Курсъ астрономіи. Спб. 1899.

А. Л. Ивановъ. Курсъ сферической астрономіи и практической астрономіи. Спб. 1914.

Р. Фогель. Курсъ сферической астрономіи. Кіевъ. 1910.

П. М. Орловъ. Дѣленіе площадей. Москва. 1912.

К. Цвѣтковъ. Лекціи по астрономіи. Москва. 1912.
Кренке. Руководство къ разбивкѣ закругленій. Спб. 1896.
С. П. Стримбанъ. Руководство къ разбивкѣ закругленій. Москва. 1896.
А. Моржовъ. Новыя таблицы для разбивки желѣзнодорожныхъ и шоссейныхъ кривыхъ взамѣнъ Кренке. Спб. 1902.
Вяч. Яцына. Таблицы для скорой и точной разбивки кривыхъ. Спб. 1903.
Ж. Гаварре. Теорія Гаусса, примѣненная къ сферическимъ зеркаламъ и стекламъ.
Богуславскій. Тахеографометръ. Спб. 1881.
К. Л. Кирпичевъ. Постройка Сенъ-Готардскаго тоннеля. Спб. 1883.
В. Ларіоновъ. Задачи по предмету низшей геодезіи. Москва. 1900.
Коломійцовъ. Самарская гидрометрическая станція. Москва. 1899.
Межевой Вѣстникъ. 1883, 1884.
Записки Военно-Топографическаго Отдѣла.
Труды Топографо-Геодезической Комиссіи.
Землемѣрное дѣло. Топографическій и геодезическій журналъ.
Извѣстія и Памятныя книжки Константиновскаго Межевого Института. (Приложенія).
Н. Скрицкій. Руководство къ изученію 1-й части „Инструкціи о съемкѣ и составленіи плановъ при межеваніи земель въ Закавказскомъ краѣ". Тифлисъ. 1898.
Ив. Иверонов. Наблюденія надъ качаніями поворотныхъ маятниковъ Репсольда. Спб. 1896.
И. А. Иверонов. Современная геодезическая дѣятельность въ Россіи. Москва. 1896.
Ѳ. А. Слудскій. Главнѣйшіе геодезическіе выводы касательно строенія земли. Москва. 1896.
— Опредѣленіе размѣровъ земли изъ градусныхъ измѣреній по новому способу. Москва. 1892.
А. А. Тилло. Гипсометрія Европейской Россіи. Спб. 1889.
Журналъ *Министерства Путей Сообщенія.*
„Инструкція для производства изысканій и составленія проекта желѣзнодорожной линіи Чепца—Киштымъ", ч. I. Спб. 1902.
Ф. Мурзо. Универсальныя таблицы для скораго и точнаго вычисленія объема земляныхъ работъ. Москва. 1900.
Вяч. Яцына. Новѣйшіе способы и таблицы для скораго и точнаго подсчета объемовъ земляныхъ работъ. Спб. 1904.
— Наивыгоднѣйшее проектированіе земляного полотна. Спб. 1906.
Проф. И. А. Иверонов. Пособіе для практическихъ занятій по геодезіи. Москва. 1907.
Л. Н. Любимовъ. Низшая геодезія. Томскъ. 1903.
Н. Д. Тяпкинъ. Приборы для опредѣленія скоростей и расходовъ воды въ открытыхъ руслахъ. Москва. 1901.

В. Витковскій. Литографированныя записки топографіи. Спб. 1894.
П. Н. Андреевъ. Геодезія. Лекціи, читанныя въ Институтѣ Инженеровъ Путей Сообщенія. Литографированный курсъ. Спб. 1883.
Г. Н. Шебуевъ. Теорія случайныхъ погрѣшностей измѣренія (литографированный курсъ). Москва. 1897.
Н. А. Шапошниковъ. Лекціи (литографированныя). Теорія вѣроятностей. Москва. 1894.
Богуславскій. Курсъ высшей геодезіи. Литографированныя лекціи. Спб. 1895—6.
К. Ю. Цеглинскій. Курсъ желѣзныхъ дорогъ. Москва. 1913.
Ch. Aug. Vogler. Dr. Lehrbuch der praktischen Geometrie. Braunschweig. 1894.
— Graphische Barometertafeln. Braunschweig. 1880.
— Geodätische Uebungen für Landmesser und Ingenieure Berlin. 1899.
— Abbildungen geodätischer Instrumente. Berlin. 1892.
W. Jordan, Dr. Handbuch der Vermessungskunde. Stuttgart.
C. Bohn, Dr. Die Landmessung. Berlin. 1886.
F. G. Gauss. Die trigonometrischen und polygonometrischen Rechnungen in der Feldmesskunst. Halle a/S. 1893.
A. Tissot переводъ E. Hammer, Die Netzentwürte geographischen Karten. Stuttgart. 1887.
I. Adamczik. Compendium der Geodäsie. Leipzig und Wien. 1901.
Weitbrecht. Praktische Geometrie. Stuttgart. 1901.
C. Prochaska. Praktische Anleitung zur Durchführung von Gebiets-Vermessungen und Terrain-Aufnahmen. Wien. 1900.
F. R. Helmert. Die Ausgleichungsrechnung. Leipzig. 1907.
Josef Kozak. Grundprobleme der Ausgleichungsrechnung. Wien. 1907.
Max Pernt. Tafeln zum Abstecken von Kreis — und Übergangsbögen. Wien. 1903.
A. Galle. Geodäsie. Leipzig. 1907.
E. Hegemann. Lehrbuch der Landesvermessung. Berlin. 1906.
— Übungsbuch für die Anwendung der Ausgleichungsrechnung. Berlin. 1902.
H. Gross. Die einfacheren Operationen der praktischen Geometrie. Stuttgart. 1897.
Er. Baur. Lehrbuch der Niederen Geodäsie. Berlin. 1895.
C. M. Bauernfeind. Dr. Elemente der Vermessungskunde. Stuttgart. 1879.
Otto Koll. Die Theorie der Beobachtungsfehler und die Methode der kleinsten Quadrate. Berlin. 1893.
Barfuss — bearbeitet von W. Ieep. Handbuch der Feldmesskunde. Weimar. 1889.
Ed. Dolezal. Die Anwendung der Photographie in der praktischen Messkunst. Halle a/S. 1896.

E. Hammer. Lehrbuch der ebenen und sphärischen Trigonometrie mit Anwendungen auf praktische Geometrie und sphärische Astronomie. Stuttgart. 1885.
F. R. Helmert. Dr. Die matematischen und phisikalischen Teorieen der höheren Geodäsie. Leipzig. 1880.
T. Talpa.—Grundzüge der niederen Geodäsie.
Dokulil.—Geodätische Instrumente.
N. Hohenner.—Geodäsie.
S. Wellisch. Theorie und Praxis der Ausgleichungsrechnung.
E. Czuber. Theorie der Beobachtungsfehler.
Zachariae. Die geodätischen Hauptpunkte und ihre Coordinaten, переводъ Lamp. Berlin. 1878.
I. H. Franke, Dr. Die Grundlehren der trigonometrischen Vermessung im rechtwinkligen Koordinatensystem. Leipzig. 1879.
F. Wilski. Einführung in die trigonometrischen bezw. Ausgleichungsrechnungen der Anweisung IX vom 25 Oktober 1881. Liegnitz. 1883.
Oscar Schreiber. Theorie der Projectionsmethode der hannoverschen Landesvermessung. Honnover. 1866.
E. G. Gauss. Die Teilung der Gründstücke. Berlin. 1878.
Feldmann. Die Teilung der Gründstücke. Bon-Poppelsdort. 1888. Литограф. курсъ.
H. Ehrhardt. Neues System der Flächenberechnung und Flächenteilung. Stuttgart. 1900.
Гауссъ. Таблицы для вычисленія прямоугольныхъ координатъ, изданіе Н. Л. Волкова. Москва. 1908.
А. А. Фокъ. Таблицы координатъ. Спб. 1903.
П. М. Орловъ. Таблицы приращеній прямоугольныхъ координатъ.
F. M. Clouth. Tafeln zur Berechnung Goniometrischer Koordinaten. Halle a/S. Paris.
Zeitschrift für Vermessungswesen.
Zeitschrift für Instrumentenkunde.
Kalender für Geometer und Kulturtechniker.
Eugène Prevot. Topographie. Paris. 1900.
A. Laussedat. Rechersches sur les instruments, les méthodes et le dessin topographiques. Paris. 1901.
E. Bertraud. Traité de topographie et de reconnaissances militaires. Paris. 1893.
C. M. Goulier. Etudes theoriques et pratiques sur les levers topométriques et en particulier sur la tachéometrie. Paris. 1892.
H. Faye. Cours d'astronomie. Paris. 1881.
Henri Bonnami. Manuel de l'opérateur au tacheomètre. Paris. 1883.
J. Moinot. Levés de plans à la stadia. Paris. 1877.
E. Prevot. Les tachéomètres autoréducteurz. Paris. 1895.
I. L Sanguet. Le tacheométre Sanguet (autoreducteur). Paris. 1894.
I. B. Johnson, C. E. The theory and practice of Surveying. New-York. London. 1897.
E. Becker. Ueber Relief-Fernrohre nnd Entfernungsmesser von Carl Zeisr. Frauenfeld 1900.

Moritz von Rohr. Die binokularen Instrumente. Berlin. 1907.
A. Freiherr von Hübl. Stereophotogrammetrie. Wien. 1904.
— Das stereoskopische Messverfahren. Wien. 1904.
P. Seliger. Die stereoskopische Messmethode in der Praxis. 1911.
A. Schell. Die stereophotogrammetrische Bestimmung der Lage eines Punktes im Raume. Wien. 1904.
O. Seifert. Vierstellige Polygonometrische Tafeln. Braunschweig. 1907.
H. Gretschel. Lehrbuch der Karten-Projektion. Weimar. 1873.
K. Zöppritz. Leitfaden der Kartenentwurfslehre. Leipzig. 1899.
A. Reich. Die geodätischen Rechnungen. Hanau. 1889.
H. Zondervan. Allgemeine Kartenkunde. Leipzig. 1901.
Tinter. Lehrbuch der sphärischen Astronomil.
A. Germain. Traité des Projections. Paris.
F. Lorberg. Ueber die Genauigkeit der Längenmessungen. Wien. 1877
H. Löschner. Genauigkeitsuntersuchungen für Längenmessung. Hannover. 1902.
W. Miller. Die Vermessungskunde. Hannover. 1906.
E. Dolezal-Hartner-Wastler. Hand und Lehrbuch der Niederen Geodäsie. Wien. 1903.
E. Hammer. Tachymeter-theodolit. Stuttgart. 1901.
N. Herz. Geodäsie. Leipzig. Wien. 1905.
Francoiur. Geodésie. Paris. 1903.
A. Baule. Lehrbuch der Vermessungskunde. Leipzig. Berlin. 1901.
Lorber-Stampfer. Das Nivelliren. Wien 1894.
G. Kraft. Die Afnangsgrunde der theodolitmessung. Hannover. 1895.
G. Reinhertz. Geodäsie. 1899.
I. Whitelaw, jun. Surveying as practised by civil Engineers and Surveyors London. 1906.