

Проеф Г В Вульфъ.

СПОСОБЪ ГРАФИЧЕСКАГО РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ

по

КОСМОГРАФИИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГЕОГРАФИИ

съ 5-ю ЛИТОГРАФИРОВАННЫМИ ТАБЛИЦАМИ.



НИЖНІЙ-НОВГОРОДЪ

1909.

Печатано по распоряженію Правленія Нижегородскаго Клуба Любителей Физики и Астрономіи.

25 Ноября 1908 г.

Председатель клуба *В. Адриановъ.*

ПРЕДИСЛОВІЕ.

Предлагаемый способ графическаго рѣшенія задачъ по космографіи и физической географіи основанъ на примѣненіи стереографической сѣтки.

Происхожденіе этого способа таково. Стереографическая сѣтка была построена авторомъ для его „Руководства по кристаллографіи“, къ которому она и приложена. На первый взглядъ покажется, пожалуй, страннымъ, что между наукой о кристаллахъ и наукой о небесныхъ свѣтилахъ можетъ быть нѣчто общее, конечно, помимо „кристалльныхъ сферъ“ античной астрономіи, давно разбитыхъ Коперникомъ. Однако это такъ. Въ методахъ кристаллографіи и астрономіи есть много общаго: кристаллъ существенно опредѣляется углами его граней, и кристаллографъ также долженъ быть знакомъ со способами измѣренія и вычисленія угловъ, какъ и астрономъ. Болѣе того: такъ какъ протяженія въ кристаллѣ играютъ второстепенную роль въ сравненіи съ углами его граней, то кристаллографъ воображаетъ кристаллъ описаннымъ около нѣкотораго шара и, намѣтивъ на этомъ шарѣ точки касанія граней кристалла, совершенно отбрасываетъ самыя грани. Полученная система точекъ на шарѣ служить вѣрнымъ изображеніемъ кристалла, напоминаеть звѣзды на небесахъ сводѣ и можетъ быть изучаема при помощи сѣтки круговъ—меридіановъ и параллелей, нанесенныхъ на поверхность шара, точѣ въ точѣ, какъ это дѣлаетъ астрономъ съ небесными свѣтилами.

Вотъ это-то родство методовъ кристаллографіи и астрономіи и навело автора на мысль дать болѣе широкое примѣненіе стереографической сѣткѣ, по столько болѣе широкое, по скольку математическая географія и астрономія науки гораздо болѣе общія и болѣе привлекающія къ себѣ вниманіе, чѣмъ кристаллографія, наука мало извѣстная, составляющая одну изъ многочисленныхъ главъ физики.

При нѣкоторомъ, даже небольшомъ, навыкѣ стереографическая сѣтка можетъ вполне замѣнить глобусъ—земной и небесный. Не обладая вполне наглядностью глобуса, она имѣетъ передъ нимъ большое преимущество плоскаго чертежа. Подложивъ сѣтку подъ прозрачную кальку, мы можемъ на калькѣ нанести различныя точки—небесныя свѣтила или точки земной поверхности, смотря по нашей цѣли, пользуясь при этомъ

меридіанами и параллелями сѣтки, видимыми сквозь кальку; можемъ зачерчивать отъ руки необходимыя намъ круги или измѣрять угловыя разстоянія между нанесенными точками. Подвижность кальки по сѣткѣ замѣняетъ намъ вращеніе самаго глобуса на его оси и его меридіаннаго кольца въ горизонтальномъ кольцѣ. Переходъ отъ одной системы координатъ къ другой производится съ необыкновенною легкостью.

Что касается до точности результатовъ, то на сѣткѣ она несомнѣнно гораздо больше, чѣмъ на глобусѣ, даже превышающемъ своими размѣрами сѣтку. Приложенный экземпляръ сѣтки даетъ возможность производить измѣренія съ точностью до половины градуса дуги или до двухъ минутъ времени. Если принять еще во вниманіе, что такая точность достигается однимъ лишь черченіемъ отъ руки, безъ употребленія циркуля и линейки, то станетъ ясно, какимъ незамѣнимымъ средствомъ можетъ явиться сѣтка при приблизительныхъ расчетахъ и при контролѣ вычисленій, не говоря уже о той пользѣ, какую можетъ она принести начинающему знакомиться съ космографіей.

Центръ тяжести предлагаемаго пособия лежитъ, конечно, въ задачахъ, снабженныхъ рѣшеніями и иллюстрированныхъ чертежами. При составленіи задачъ авторъ стремился не только дать примѣры теоретическихъ вопросовъ, рѣшаемыхъ съ помощью сѣтки, но и сообщить по крайней мѣрѣ нѣкоторымъ задачамъ практическій интересъ (задача о продолжительности освѣщенія солнцемъ оконъ зданія, расположеніе котораго извѣстно; задача о построеніи солнечныхъ часовъ и проч.). Всѣ задачи, въ которыхъ географическая широта должна быть извѣстна, составлены для горизонта Москвы. Это сдѣлано по двумъ мотивамъ—во-первыхъ, разнообразіе въ выборѣ широты лишило бы возможности пользоваться одной и той же таблицей для рѣшенія нѣсколькихъ задачъ, а во-вторыхъ, за выборъ Москвы говорило положеніе этого города въ центрѣ Европейской Россіи.

Настоящей иллюстраціей способа употребленія стереографической сѣтки являются три чертежа на прозрачной тонкой бумагѣ. Первоначальной мыслью автора было иллюстрировать рѣшенія всѣхъ важнѣйшихъ задачъ подобными чертежами, чтобы читатель могъ, наложивъ чертежъ на сѣтку, слѣдить за

ходомъ рѣшенія задачи. Однако, для этого понадобилось бы по меньшей мѣрѣ одиннадцать такихъ чертежей, что значительно увеличило бы цѣну изданія, и авторъ рѣшилъ свести число такихъ чертежей лишь къ тремъ, соединивъ остальные въ уменьшенномъ видѣ въ одну общую таблицу на обыкновенной бумагѣ.

Чертежи на прозрачной бумагѣ начерчены самимъ авторомъ на литографской калькѣ. Кромѣ краевыхъ окружностей, нанесенныхъ заранѣе циркулемъ, на оригиналахъ всѣ линіи нанесены отъ руки. При литографскомъ воспроизведеніи оригиналовъ, однако, неизбежно въѣкоторое, хотя и небольшое искаженіе чертежа отъ растяженія бумаги, что необходимо принять въ расчетъ при пользованіи чертежами. Относительно этихъ чертежей еще необходимо замѣтить, что они представляютъ небесный сводъ снаружи, т. е. изображаютъ какъ бы поверхность небеснаго глобуса. Однако это нисколько не мѣшаетъ ими пользоваться тѣмъ, кто привыкъ къ изо-

браженію внутренней, видимой нами поверхности небеснаго свода—для этого стоитъ только перевернуть таблицы наизнанку, съ которой линіи чертежа такъ же рѣзко видны, какъ и съ лицевой стороны.

Всѣ таблицы, равно какъ и сѣтка, сдѣланы въ литографскомъ заведеніи Глущевского въ Варшавѣ.

Авторъ окончилъ свой трудъ еще въ 1904-мъ году. Однако, не будучи астрономомъ, онъ не рѣшался опубликовать его безъ предварительнаго просмотра рукописи специалистами. Поэтому авторъ считаетъ своимъ пріятнымъ долгомъ выразить глубокую признательность Нижегородскому Кружку Любителей Физики и Астрономіи и въ частности секретарю Кружка В. В. Мурашеву за вниманіе, оказанное его труду. Авторъ приноситъ также глубокую благодарность В. М. Вокнову, тщательно ознакомившемуся съ этимъ трудомъ въ рукописи и сдѣлавшимъ много цѣнныхъ указаній, которыя и были приняты авторомъ во вниманіе при окончательной редакціи.

10 ноября 1908 года.

ГЛАВА I.

Стереографическая сѣтка и ея употребленіе.

Приблизительное рѣшеніе задачъ изъ области математической географіи очень просто достигается помощью небеснаго или земнаго глобусовъ, снабженныхъ меридіанами и горизонтальными кругами. Подобный глобусъ вращается на оси, оба конца которой вставлены въ вертикальное кольцо изъ дерева или металла, дѣленное на градусы и представляющее меридіанъ. Это кольцо поддерживается въ вертикальномъ положеніи другимъ кольцомъ, изображающимъ горизонтъ. Заставляя меридіанное кольцо скользить въ вырѣзахъ горизонтальнаго кольца, можно сообщать полюсамъ шара наклонъ къ горизонтальному кольцу, соответствующій широтѣ даннаго мѣста. Если мы имѣемъ дѣло съ небеснымъ глобусомъ, то весьма легко придать ему положеніе, соответствующее распредѣленію звѣздъ надъ горизонтомъ мѣста съ заданною широтою, въ извѣстный часъ сутокъ. Для этого стоитъ только привести подъ меридіанное кольцо кругъ склоненій, пересѣкающій небесный экваторъ въ точкѣ, соответствующей указанному часу. Тогда звѣзды, прямое восхождение которыхъ равно этому „звѣздному“ часу, будутъ въ меридіанѣ, звѣзды, заходящія и восходящія въ этотъ часъ, будутъ расположены на горизонтальномъ кругѣ. Такой глобусъ значительно облегчаетъ знакомство со звѣздами, видимыми простымъ глазомъ, и съ созвѣздіями.

Совершенно подобнымъ же образомъ можно съ помощью земнаго глобуса рѣшать вопросы географіи. Напримѣръ, помѣстивъ меридіанное кольцо и глобусъ такъ, чтобы эклиптика совпадала съ горизонтальнымъ кольцомъ, мы можемъ опредѣлять, пользуясь обозначеніями и надписями на горизонтальномъ кольцѣ, положеніе Солнца на эклиптикѣ для всякаго дня года и найти такимъ образомъ точки земнаго шара, въ которыхъ Солнце въ данное время года находится въ зенитѣ.

Авторъ этихъ строкъ поставилъ себѣ задачей показать, какъ можно замѣнить громоздкіе глобусы простымъ чертежомъ—стереографической сѣткой, начерченной на бумагѣ. При помощи этой сѣтки всѣ задачи математической географіи и космографіи рѣшаются чрезвычайно быстро и наглядно, съ точностью, правда небольшой,—всего до полуградуса, но вполне достаточной для многихъ цѣлей практики.

Стереографическая сѣтка есть плоское изображеніе меридіановъ и параллелей, нанесенныхъ на шаровую поверхность, оставленное слѣдующимъ образомъ. Желая изобразить одно изъ полушарій, на которыя дѣлится шаръ плоскостью одного изъ меридіановъ, мы наносимъ на плоскость этого меридіана всѣ меридіаны и параллели въ томъ видѣ, какъ они представляются глазу, помѣщенному въ точкѣ экватора, удаленной на 90° отъ плоскости означеннаго раздѣльнаго меридіана.

Такую сѣтку весьма нетрудно построить.

Пусть *NESO* (Таб. I рис. 1) будетъ меридіанный кругъ, лежащій, основаніемъ изображаемаго полушарія, *NS* линія

полюсовъ, которая въ то же время будетъ и изображеніемъ срединнаго меридіана, и *EO*—изображеніемъ экватора.

Раздѣлимъ основной меридіанъ на желаемое число частей, положимъ на 12 по 30° . Точка зрѣнія помѣстится въ точкѣ шара, находящейся, положимъ, надъ чертежомъ, какъ разъ надъ точкой *C*, въ точкѣ *C'*. Изъ этой точки зрѣнія точки полуэкватора, проходящаго черезъ точку *C'*, противоположную *C'*, и черезъ *O* и *E*, будутъ представляться на линіи *OCE* совершенно такъ, какъ представляются на той же линіи точки полукруга *ONE*, видимыя изъ *S*. Поэтому дѣленія линіи *OCE* мы получимъ, соединяя *S* прямыми съ точками дѣленія полукруга *ONE*. Совершенно такое же разсужденіе приложимъ и къ нахожденію точекъ дѣленія прямой *NCS*. Остается провести черезъ точки дѣленія круга *NESO* и прямыхъ *NS* и *OE* изображенія параллелей и меридіановъ, проводя черезъ каждую серію изъ трехъ точекъ круги, какъ показано на рис. (Таб. I, рис. 1). Тутъ возникаетъ вопросъ, почему именно круги, а не другія какія-нибудь линіи? Это вытекаетъ изъ самой сущности принятаго способа изображенія, называемаго стереографической проекціей, основное свойство которой и состоитъ именно въ томъ, что каждый кругъ на шарѣ изображается въ проекціи также кругомъ.

Это весьма существенное свойство стереографической проекціи можно обнаружить слѣдующими соображеніями. Возьмемъ на шарѣ малый кругъ *R* (Таб. I, рис. 2) и соединимъ всѣ точки его окружности прямыми съ точкой зрѣнія *q*. Полученный косою конусъ вырѣжетъ на плоскости проекціи *Q* контуръ *r*, который и будетъ изображеніемъ круга *R*. Примемъ въ расчетъ два совершенно очевидныя свойства конуса: 1) параллельныя сѣченія конуса подобны и 2) симметричны сѣченія равны, если они проведены черезъ одну и ту-же точку оси конуса. Проведемъ меридіанъ, дѣлящій конусъ симметрично по его оси, мы получимъ рис. 3, табл. I. Треугольники *BAq* и *abq* подобны, ибо уголъ *qAB* равенъ углу *abq*, такъ какъ оба эти угла измѣряются половиной суммы четверти круга и дуги *BM*. Точно также равны и углы *ABq* и *baq*, потому что уголъ *ABq* измѣряется полусуммой дугъ *Aq' + q'Nq*, т. е. $\frac{1}{2} (Aq' + 180^\circ)$, а уголъ *baq* измѣряется полусуммой дугъ *Mq* и *Nq'A*, что также равно $\frac{1}{2} (180^\circ + Aq')$. Третьи углы треугольниковъ общіе, въ вершинѣ *q*. Мы можемъ поэтому повернуть треугольникъ *abq* такъ, чтобы онъ занялъ положеніе *a'b'q*. При этомъ и часть конуса отъ *q* до *r* (табл. I, рис. 2) повернется и совмѣстится со всѣмъ конусомъ въ положеніи, симметричномъ предыдущему. Поэтому сѣченіе конуса перпендикулярное къ плоскости чертежа по *a' b'* будетъ равно сѣ-

ченію по ab , а такъ какъ $a'b'$ параллельно AB , то сѣченіе по $a'b'$ будетъ подобно сѣченію по AB , т. е. будетъ кругъ, а поэтому и сѣченіе по ab , т. е. фигура $г$, будетъ тоже кругъ.

При черченіи изображеній круговъ можетъ встрѣтиться вѣскомо случаеъ. Всякій кругъ, малый или большой, проходящій черезъ точку зрѣнія, изображается въ видѣ прямой, такъ какъ глазъ находится въ его плоскости. Если это большой кругъ, то прямая, его изображающая, будетъ діаметромъ основного круга сѣтки. Всякій большой кругъ, не проходящій черезъ точку зрѣнія, представится дугою круга, проходящаго черезъ концы діаметра основного круга.

Замѣтимъ, что стереографическая проекція не ограничивается только пространствомъ внутри окружности основного круга, но занимаетъ неограниченное протяженіе, такъ какъ точки шара, находящіяся на полушаріи, заключающемъ точку зрѣнія, проектируются на плоскости проекціи въѣ основного круга. Поэтому дуги, изображающія параллели и меридіаны, могутъ быть съ полнымъ правомъ продолжены и дополнены до полныхъ круговъ, которые будутъ изображеніями цѣлыхъ параллелей и меридіанныхъ круговъ на обоихъ полушаріяхъ. Для нашихъ цѣлей, однако же, проще ограничиться однимъ полушаріемъ, а если понадобится изобразить и другое, то мы будемъ его изображеніе воображать наложеннымъ на изображение перваго полушарія, какъ бы начерченнымъ на обратной сторонѣ бумаги и видимымъ черезъ него. При этомъ полезно отличать какими нибудь образомъ точки одного полушарія отъ точекъ другого, напримѣръ, обозначая одѣя точками, а другія крестиками.

Можно еще изобразить полушаріе съ его меридіанами и параллелями на плоскости экватора. Это будетъ гораздо проще, такъ какъ параллели изобразятся концентрическими кругами, а меридіаны радіусами, но такого рода сѣтка не можетъ служить для построеній во всѣхъ случаяхъ.

Къ тексту приложена стереографическая сѣтка перваго меридіаннаго типа. Радіусъ ея равенъ 1 дециметру, меридіаны и параллели проведены на ней черезъ каждые два градуса, что позволяетъ легко отмѣчать положеніе точекъ съ точностью до полуградуса. Сѣтка эта не служитъ непосредственно для черченія, которое должно производиться на наложенной на сѣтку гладкой, тонкой и прозрачной калькѣ. Этотъ способъ имѣетъ въ себѣ много выгодъ. Во-первыхъ, это дѣлаетъ чертежъ независимымъ отъ случайнаго направленія на шарѣ меридіановъ и параллелей, такъ какъ мы можемъ накладывать кальку на сѣтку во всевозможныхъ относительныхъ положеніяхъ. Во-вторыхъ, мы можемъ копировать отъ руки видимые черезъ кальку круги сѣтки и даже воображаемые промежуточные, что совершенно избавляетъ насъ отъ необходимости пользоваться циркулемъ и линейкою. Въ-третьихъ, мы можемъ легко дѣлать вспомогательныя построенія на отдѣльныхъ листахъ кальки и копировать результаты на новый ея листъ. Въ-четвертыхъ, въ случаѣ нужды легко воспроизвести чертежъ на калькѣ въ неограниченномъ количествѣ экземпляровъ фотографическими способами, практикуемыми въ техникѣ, копируя чертежъ на свѣточувствительной бумагѣ.

На листѣ кальки копируютъ предварительно отъ руки или проводятъ циркулемъ кругъ, равный сѣткѣ, и отмѣчаютъ его центръ. Для детальныя построеній даже нѣтъ необходимости проводить круга, но центръ необходимо отмѣтить всегда. Также необходимо отмѣтить на калькѣ какое-либо определенное дѣленіе окружности сѣтки, для того, чтобы имѣть

возможность по желанію наложить снятую кальку на сѣтку совершенно въ прежнемъ положеніи, совмѣстивъ центръ чертежа на калькѣ съ центромъ сѣтки и отмѣтку на калькѣ съ соответственнымъ дѣленіемъ окружности сѣтки.

Для построеній приходится сплосить и рядомъ вращать кальку на сѣткѣ. При этомъ могутъ быть два случая—концентрическое и эксцентрическое вращеніе. При концентрическомъ вращеніи мы слѣдимъ за тѣмъ, чтобы въ началѣ и въ концѣ вращенія центръ кальки и сѣтки совпадали. Отнюдь не слѣдуетъ для облегченія этой манипуляціи прикалывать кальку къ сѣткѣ въ центрѣ булавкой или придерживать остриемъ карандаша, такъ какъ калька и сѣтка отъ этого портятся и точность чертежа значительно уменьшается. При эксцентрическомъ вращеніи центры кальки и сѣтки не совпадаютъ.

Заручившись этими предварительными свѣдѣніями, разберемъ рѣшенія основныхъ задачъ стереографической проекціи съ помощью стереографической сѣтки. Прежде, однако же, замѣтимъ слѣдующее. Каждый большой кругъ дѣлитъ шаръ на два равныя и симметричныя полушарія. Въ этомъ смыслѣ каждый большой кругъ можетъ быть названъ экваторомъ. Къ каждой точкѣ на шарѣ можно провести большой кругъ, всѣ точки котораго находились бы на разстояніи четверти окружности, или 90° , отъ данной точки. Поэтому всякую точку шара въ этомъ смыслѣ можно назвать полюсомъ.

Двѣ діаметрально противоположныя точки на окружности сѣтки, въ которыхъ сходятся меридіаны, въ дальнѣйшемъ изложеніи будутъ называться полюсами сѣтки, экваторомъ сѣтки будетъ называться срединная параллель, изображающаяся въ видѣ прямой линіи.

1. Провести большой кругъ, проходящій черезъ двѣ данныя точки, и измѣрить взаимное угловое разстояніе этихъ точекъ. Нанеся на кальку обѣ точки, вращаемъ ее концентрически до тѣхъ поръ, пока обѣ точки не помѣстятся на одномъ и томъ же меридіанѣ сѣтки. Конечно, этотъ меридіанъ можетъ и не находиться среди начерченныхъ меридіановъ сѣтки, а проходить между ними, но въ такомъ случаѣ его всегда легко себѣ вообразить. Помѣстивъ обѣ точки на одномъ меридіанѣ, мы наводимъ этотъ меридіанъ отъ руки на калькѣ. Для определенія разстоянія точекъ, сосчитываемъ по этому меридіану число градусовъ между точками, сперва сосчитывая по промежуткамъ между болѣе толстыми параллелями число десятковъ градусовъ, а потомъ прибавляя число единицъ градусовъ по обоимъ концамъ дуги меридіана между точками.

2. Найти полюсъ даннаго большого круга. Данный кругъ приводятъ концентрически вращеніемъ чертежа на меридіанъ сѣтки и отыскиваютъ на экваторѣ сѣтки точку, отстоящую на 90° отъ точки пересѣченія меридіана съ экваторомъ сѣтки. Найденная точка и будетъ искомымъ полюсомъ круга.

3. Найти экваторъ для даннаго полюса. Эта задача представляетъ обращеніе предыдущей. Данный полюсъ приводятъ концентрическимъ вращеніемъ на экваторъ сѣтки, отыскиваютъ на экваторѣ точку на разстояніи 90° отъ полюса, и наводятъ отъ руки проходящій черезъ нее меридіанъ сѣтки.

4. Найти геометрическое мѣсто точекъ, отстоящихъ отъ данной точки на данное число градусовъ. Это очень важная задача, постоянно примѣняющаяся при построе-

ниях. Если заданная точка лежит на окружности чертежа, то решение очень просто. Стоит привести точку чертежа концентрическим вращением в полюс сѣтки и скопировать соответственную заданному разстоянію параллель. Если же заданная точка находится внутри окружности чертежа, то поступаемъ слѣдующимъ образомъ. При какомъ-нибудь случайномъ или заранее выбранномъ, для удобства, концентрическомъ положеніи кальки, черезъ заданную точку пройдетъ нѣкоторый меридіанъ сѣтки, на которомъ и отмѣчаемъ точку, отстоящую отъ данной на заданное число градусовъ α° . Затѣмъ вращаемъ кальку концентрически на любой уголъ, послѣ чего заданная точка придется на другомъ меридіанѣ сѣтки. На этомъ новомъ меридіанѣ откладываемъ опять α° отъ заданной точки. Стоитъ еще разъ повернуть кальку концентрически и повторить то же построение, и мы найдемъ три точки, отстоящія отъ заданной на α° . Эти три точки будутъ лежать на маломъ кругѣ, представляющемъ, очевидно, искомое геометрическое мѣсто, и черезъ нихъ легко провести циркулемъ этотъ кругъ. Но можно обойтись и безъ циркуля. Стоитъ повторить еще нѣсколько разъ указанное простое построение, чтобы найти побольше точекъ, удовлетворяющихъ требованію задачи, и, сдвинувъ кальку съ концентрическаго положенія, найти и навести на калькѣ отъ руки дугу параллельнаго круга, наиболее совершенно проходящую черезъ намѣченную серію точекъ. Вращая кальку эксцентрически такъ, чтобы часть параллели на сѣткѣ совпадала съ частью своей копій на калькѣ, мы можемъ, наводя постепенно сдвинутыя части параллели, совершенно замкнуть кругъ. Конечно, для этого построения достаточно было бы и трехъ исходныхъ точекъ, но отъ числа послѣднихъ зависитъ точность выбора параллели.

Пользуясь циркулемъ можно еще болѣе упростить рѣшеніе этой задачи, стоитъ только помѣстить заданную точку концентрическимъ вращениемъ кальки на экваторъ сѣтки и отмѣтить на экваторѣ и на сѣверной и южной части меридіана, проходящаго черезъ заданную точку, по точкѣ на требуемомъ разстояніи. Черезъ полученныя три точки легко провести циркулемъ кругъ, центръ котораго, очевидно, будетъ находиться на экваторѣ сѣтки. Раскрытіе циркуля удобнѣе всего найти повторными пробами.

5. Замѣнить плоскость стереографической проекціи. Для того, чтобы наиболее просто рѣшить эту задачу, замѣтимъ, что полюсъ меридіана, на которомъ начерчена сѣтка, помѣщается въ центрѣ сѣтки. Если раздѣлимъ шаръ плоскостью какъ-нибудь иначе, желая на новую плоскость раздѣла начертить стереографическое изображеніе шара, то въ прежнемъ изображеніи эта новая плоскость раздѣла или изображенія представится какимъ-нибудь большимъ кругомъ, полюсъ котораго легко найти. Чтобы совмѣстить новую плоскость раздѣла съ плоскостью чертежа, необходимо полюсъ ея привести въ центрѣ сѣтки. Для этого накладываемъ кальку концентрически такъ, чтобы полюсъ новой раздѣльной плоскости пришелся на экваторѣ сѣтки и сосчитываемъ число градусовъ, отдѣляющихъ этотъ полюсъ отъ центра сѣтки. Если теперь вообразимъ себѣ, что этотъ полюсъ перемѣщается по экватору по направленію къ центру чертежа вмѣстѣ со всѣмъ изображеніемъ шара, то всѣ точки шара будутъ одновременно перемѣщаться по параллелямъ сѣтки на то же число градусовъ. Такимъ образомъ легко перерисовать всѣ точки чертежа въ новыя мѣста и получить изображеніе шара на новую плоскость проекціи. Можно при этомъ провести меридіаны и параллели

въ ихъ новомъ положеніи. Перечерчивать точки можно на чистомъ листѣ кальки, наложивши его поверхъ прежняго чертежа и сѣтки, такъ какъ сѣтка видна черезъ нѣсколько слоевъ кальки. Не слѣдуетъ только накладывать на сѣтку больше двухъ—трехъ листовъ кальки, такъ какъ точность нанесенія точекъ уменьшается, становясь въ зависимость отъ положенія глаза чертащаго.

6. Опредѣлять длину кривой линіи, начерченной въ стереографической проекціи. Вращая кальку концентрически, мы приводимъ различныя участки линіи въ совпаденіе съ различными меридіанами сѣтки. Предположимъ, что съ нѣкоторымъ меридіаномъ кривая линія совпадаетъ на протяженіи своего отрезка ab . Измѣряемъ по этому меридіану величину этого отрезка въ градусахъ. Затѣмъ ищемъ, вращая кальку концентрически, другой меридіанъ, съ которымъ бы совпадалъ слѣдующій отрезокъ кривой, начиная съ b . Положимъ, что мы нашли такой меридіанъ, съ которымъ кривая совпадаетъ на протяженіи bc . Измѣряемъ число градусовъ въ bc , затѣмъ находимъ меридіанъ, совмѣщающійся съ кривой на протяженіи слѣдующей ея части cd и т. д. Мы можемъ такимъ образомъ измѣрить длину кривой въ градусахъ на всемъ ея протяженіи. Очевидно, что длина участковъ ab , bc , cd ,... совпадающихъ при каждомъ новомъ положеніи кривой съ меридіанами сѣтки, зависятъ всецѣло отъ кривизны кривой въ различныхъ ея точкахъ. Получивъ длину кривой въ градусахъ, мы можемъ вычислить и ея длину, зная радіусъ шара r . Длина дуги въ одинъ градусъ по большому кругу (меридіану) будетъ $\frac{\pi r}{180}$; считая $\pi = \frac{22}{7}$, получимъ приблизительно $\frac{1}{57} r$.

7. Опредѣлять площадь шара, очерченную нѣкоторой кривой, стереографическая проекція которой дана. Эта задача рѣшалась бы простымъ счетомъ клѣточекъ сѣтки, заключающихся внутри контура площади, если бы площади всѣхъ клѣточекъ были одинаковы. На самомъ дѣлѣ одинаковы только площади клѣточекъ, заключенныхъ между одними и тѣми же двумя параллелями. Поэтому необходимо знать площадь клѣточекъ между каждою парою параллелей.

Считая параллели отъ экватора, мы получимъ для радіуса шара, равнаго единицѣ, слѣдующее значеніе площадей клѣточекъ:

0°	0.00122	40°	0.00092
2	0.00122	42	0.00089
4	0.00122	44	0.00086
6	0.00122	46	0.00083
8	0.00121	48	0.00080
10	0.00121	50	0.00077
12	0.00120	52	0.00073
14	0.00119	54	0.00069
16	0.00118	56	0.00066
18	0.00117	58	0.00063
20	0.00115	60	0.00063
22	0.00114	62	0.00059
24	0.00112	64	0.00055
26	0.00110	66	0.00052
28	0.00109	68	0.00048
30	0.00107	70	0.00040
32	0.00105	72	0.000356
34	0.00102	74	0.000316
36	0.00100	76	0.000316
38	0.00097	78	0.000274
40	0.00093	80	0.000234

Наложивъ чертежъ концентрически на сѣтку и притомъ такъ, чтобы измѣряемая площадь находилась въ области экватора сѣтки (что увеличиваетъ точность и удобство отсчетовъ),

мы записываемъ число клетокъ и ихъ приблизительно оцененныхъ частей, заключающагося внутри измѣряемой площади между каждыми двумя смежными параллелями, значеніе которыхъ тоже отбѣаемъ. Напримѣръ,

между 14° и 16° — $1\frac{1}{2}$ клетки

" 16 и 18—5 "

" 18 и 20— $1\frac{1}{3}$ "

" 20 и 22—2 "

тогда вся площадь будетъ равна

$1\frac{1}{2} \times 0.00118 + 5 \times 0.00117 + 4\frac{1}{3} \times 0.00115 + 2 \times 0.00114 = 0.01488$ квадратныхъ радиусовъ шара. Можно эту площадь выразить въ дробь площади всего шара, равной 12,57 квадратныхъ радиусовъ шара. Получимъ 0.00118. Площадь эту можно выразить также въ мѣрахъ поверхности, умноживъ 0.01488 на квадратъ радиуса шара.

ГЛАВА II.

О сферическомъ треугольникѣ и о его построеніи помощью стереографической сѣтки.

Для непосредственной цѣли, для которой предназначено это маленькое руководство, текущая глава не является необходимой. Авторъ поэтому и не настаиваетъ на необходимости читать ее. Но онъ полагаетъ, что написанное здѣсь можетъ послужить въ пользу тому, кто, не будучи знакомъ со сферической тригонометріей, познакомится съ его содержаніемъ. Уже съ первыхъ шаговъ изучающему космографію становится ясно, что безъ знанія свойствъ сферическаго треугольника нельзя справиться съ вычисленіями, касающимися положенія точекъ на землѣ или на небѣ. Дѣлая построенія съ помощью стереографической сѣтки, мы, конечно, не дѣлаемъ никакихъ вычисленій, и даже самое понятіе о сферическомъ треугольникѣ можетъ быть обойдено, но съ другой стороны, стереографическая сѣтка даетъ какъ разъ чрезвычайно простые способы построенія и рѣшенія сферическаго треугольника и служить, такимъ образомъ, превосходнымъ пособіемъ при знакомствѣ съ основными свойствами этой фигуры. Вотъ это-то обстоятельство и побудило автора написать эту главу и тѣмъ самымъ исчерпать всѣ ресурсы, заключающіеся въ стереографической сѣткѣ и въ томъ способѣ ея употребленія, какой здѣсь предлагается.

Возьмемъ на поверхности шара три точки A , B и C (рис. 4, таб. I), не лежащія на одномъ большомъ кругѣ, и соединимъ ихъ попарно дугами большихъ круговъ.

Мы получимъ фигуру, называемую сферическимъ треугольникѣмъ. Эту фигуру можно было бы съ меньшимъ удобствомъ назвать сферическимъ трехсторонникомъ, но это названіе не вошло въ употребленіе. Проведенныя дуги большихъ круговъ называются сторонами сферическаго треугольника, а углы, подъ которыми онѣ пересѣкаются въ точкахъ A , B и C —углами его. Точки A , B и C называются вершинами треугольника. Стороны и углы называются общимъ именемъ элементовъ сферическаго треугольника. Очевидно, что въ сферическомъ треугольникѣ всѣ элементы однородныя величинами, такъ какъ и стороны и углы измѣряются одною, угловою мѣрою, тогда какъ въ плоскомъ треугольникѣ стороны выражаются въ линейной, а углы въ угловой мѣрѣ. Обыкновенно принято обозначать вершины сферическаго треугольника большими буквами, напр., A , B , C , при чемъ разумѣютъ подъ каждой изъ этихъ буквъ и соответствующій уголъ, стороны же, противоположныя вершинамъ, соответственной малой буквой, напр. a , b , c .

Если даны элементы сферическаго треугольника A , B , C , a , b , c , то, пользуясь вышеуказаннымъ, мы можемъ изъ нихъ построить два треугольника, относящихся другъ къ другу, какъ предметъ къ своему изображенію въ зеркалѣ. Эти два треугольника различаются послѣдовательностью элементовъ. Если смотрѣть на поверхность треугольника съ выпуклой его стороны, то въ одномъ треугольникѣ элементы a , b , c , A , B , C будутъ слѣдовать другъ за другомъ по направленію движенія часовой стрѣлки, въ другомъ—наоборотъ. Чтобы избѣгнуть такой двусмысленности въ опредѣленіи сферическаго треугольника, принято перечислять его элементы въ порядкѣ, обратномъ движенію часовой стрѣлки.

Углы сферическаго треугольника измѣряются углами прямыхъ, касательныхъ къ шару въ вершинахъ треугольника и проведенныхъ въ плоскостяхъ большихъ круговъ, заключающихъ стороны треугольника. Легко сообразить, что эти углы представляютъ линейные углы двугранныхъ угловъ, образуемыхъ плоскостями упомянутыхъ большихъ круговъ. Такъ какъ эти большіе круги пересѣкаются въ одной точкѣ—центрѣ шара, то они образуютъ одинъ трехгранный уголъ, двугранные углы котораго равны угламъ, а плоскіе—сторонамъ сферическаго треугольника. Каждому сферическому треугольнику соответствуетъ такой трехгранный уголъ съ вершиною въ центрѣ шара (рис. 5, таб. I) и, наоборотъ, для каждаго даннаго трехграннаго угла можно построить сферическій треугольникъ, стоитъ только произвольнымъ радиусомъ описать шаръ изъ вершины трехграннаго угла, какъ изъ центра. Пересѣченіе поверхности шара съ гранями трехграннаго угла и даетъ искомый сферическій треугольникъ. Такъ какъ ни для трехграннаго угла, ни для сферическаго треугольника линейныя протяженія не имѣютъ существеннаго значенія, то радиусъ шара остается при этомъ исполнѣ произвольнымъ.

Если въ сферическомъ треугольникѣ одинъ уголъ прямой, то такой треугольникъ называется прямоугольнымъ. Также, какъ и въ плоскомъ, въ сферическомъ прямоугольномъ треугольникѣ различаютъ катеты и гипотенузу. Треугольникъ, въ которомъ одна сторона равна 90° , называется квадрантнымъ.

Полусомъ большаго круга называется точка на шарѣ, отстоящая отъ всѣхъ точекъ большаго круга на 90° . Самъ большаго круга по отношенію къ его полюсу можетъ быть названъ экваторомъ. Очевидно, что для каждаго большаго

круга получимъ два полюса, расположенныхъ на концахъ диаметра шара, перпендикулярнаго къ плоскости большого круга.

Такимъ образомъ для каждой стороны сферическаго треугольника можно найти два полюса. Если въ каждой изъ полученныхъ трехъ паръ полюсовъ выбрать по одному полюсу такъ, чтобы выбранный полюсъ былъ расположенъ въ томъ-же направленіи отъ своей стороны треугольника, въ какомъ расположенъ и самый треугольникъ, и соединить выбранные такимъ образомъ три полюса дугами большихъ круговъ, то получится новый сферическій треугольникъ, полярный данному треугольнику.

Пусть ABC (рис. 6, таб. I) будетъ сферическій треугольникъ, а b' и c' полюсы сторонъ b и c , расположенные относительно этихъ сторонъ по ту же сторону, что и весь треугольникъ. Обозначивъ черезъ m и n точки встрѣчи дуги большого круга $b'c'$ со сторонами b и c или съ ихъ продолженіями, мы найдемъ что $b'n=90^\circ$ и $c'm=90^\circ$, по построению. Кроме того, такъ какъ b' отстоитъ отъ каждой точки Am на 90° , будучи полюсомъ этого круга, то и точка A отстоитъ отъ b' на 90° . Точно также найдемъ, что и отъ c' точка A должна отстоять на 90° . Поэтому точка A будетъ полюсомъ дуги большого круга $b'c'$. Изъ этого заключаемъ, что вершина треугольника ABC будетъ полюсомъ стороны полярнаго ему треугольника $a'b'c'$ (точка a' не обозначена на рисункѣ), т. е. что оба треугольника полярны другъ другу. Кроме того, изъ этого же вытекаетъ, что дуга mn равна углу A . Это обстоятельство позволитъ вывести весьма простую связь между углами и сторонами двухъ взаимнополярныхъ треугольниковъ. Дѣйствительно.

$$\begin{aligned}b'm + mn &= 90^\circ \\nc' + mn &= 90^\circ, \\b'c' &= b'm + mn + nc'.\end{aligned}$$

Складывая эти три равенства, получимъ:

$$b'm + mn + nc' + mn + b'c' = 180^\circ + b'm + mn + nc'.$$

$$\text{Или: } mn + b'c' = 180^\circ.$$

$$\text{Но } mn = A, \text{ слѣдовательно: } A + b'c' = 180^\circ.$$

Словами: стороны и углы сферическаго треугольника равны дополненію къ 180° соответственныхъ угловъ и сторонъ полярнаго треугольника. При этомъ подъ угломъ одного треугольника, соответственнымъ какой-либо сторонѣ другого, надо разумѣть уголъ, имѣющій вершиною полюсъ этой стороны.

Необходимо еще познакомиться съ условіями возможности сферическаго треугольника, т. е. съ условіями, которымъ должны удовлетворять его элементы, чтобы изъ нихъ можно было построить сферическій треугольникъ.

Разсмотримъ трегранный уголъ, принадлежащій сферическому треугольнику. Станемъ измѣнять его величину, а вмѣстѣ съ тѣмъ и величину сферическаго треугольника, увеличивая постепенно плоскіе углы трегранныя угла или равныя имъ стороны треугольника. При этомъ трегранный уголъ будетъ все болѣе и болѣе раскрываться и, наконецъ, перестанетъ существовать, превратившись въ плоскость. При этомъ, очевидно, сумма его плоскихъ угловъ станетъ равна 360° , а каждый двугранный уголъ станетъ равенъ 180° . Изъ этого заключаемъ, что сумма сторонъ сферическаго треугольника не можетъ превышать 360° , а сумма его угловъ $3 \times 180^\circ$.

Другой предѣлъ значенія этихъ суммъ найдемъ, постепенно уменьшая плоскіе углы нашего трегранныя угла. Очевидно, что сумма его плоскихъ угловъ, а въ соответствіи съ нею и сумма сторонъ сферическаго треугольника, будетъ приближаться къ нулю, съ которымъ и сравняется, когда трегранный уголъ и треугольникъ исчезнутъ совершенно. Значитъ, сумма сторонъ сферическаго треугольника должна быть больше нуля. Уменьшаясь все болѣе и болѣе, сферическій треугольникъ станетъ занимать все болѣе и болѣе малую часть поверхности шара, все болѣе и болѣе приближающуюся къ совпаденію съ плоскостью, касательной къ шару въ точкѣ, лежащей внутри треугольника. Самый треугольникъ все менѣе и менѣе будетъ отличаться отъ плоскаго, для котораго сумма угловъ равна 180° . Отсюда заключаемъ, что сумма угловъ треугольника всегда больше 180° . Итакъ, приходимъ къ двумъ неравенствамъ:

$$\begin{aligned}0 &< a+b+c < 360^\circ \\180^\circ &< A+B+C < 3 \times 180^\circ.\end{aligned}$$

Не трудно видѣть также, что каждый уголъ и каждая сторона сферическаго треугольника должны заключаться между 0° и 180° , такъ какъ, если въ трегранный уголъ плоскій уголъ станетъ равенъ 180° , то два ребра этого угла совпадутъ въ одну прямую.

Наконецъ, каждая сторона треугольника должна быть меньше суммы двухъ другихъ его сторонъ, такъ какъ кратчайшимъ разстояніемъ между двумя точками на шарѣ является дуга большого круга, проходящая черезъ эти точки.

Рѣшеніе сферическихъ треугольниковъ помощью стереографической сѣтки.

Положимъ, что дана стереографическая проекція треугольника ABC (табл. II) и что требуется измѣрить величины элементовъ этого треугольника. Накладываемъ нашу проекцію, начерченную на калькѣ, на стереографическую сѣтку концентрически и, вращая проекцію концентрически-же, приводимъ поочередно стороны треугольника въ совпаденіе съ меридіанами сѣтки, по которымъ и отсчитываемъ число градусовъ, занимаемое каждой стороной.

Нѣсколько сложнѣе измѣреніе угловъ. Чтобы измѣрить, положимъ, уголъ B , мы, вращая кальку концентрически, приводимъ точку B на экваторъ сѣтки, отсчитываемъ по экватору отъ точки B разстояніе въ 90° и копируемъ меридіанъ сѣтки pq , проходящій черезъ найденную такимъ образомъ точку экватора. Дуга этого меридіана, заключающаяся между сторонами треугольника a и c , и будетъ мѣрою угла B . Если меридіанъ не пересѣчетъ какой-либо изъ сторонъ треугольника, то надо эту сторону соответственно продолжить. Этотъ случай встрѣтится при измѣреніи угловъ A и C (табл. II). Для измѣренія угла A , напр., необходимо продолжить сторону b , иначе меридіанъ mn , отстоящій отъ A на 90° , не пересѣчетъ стороны b .

Такимъ образомъ, измѣреніе угловъ треугольника A , B и C приводится къ измѣренію дугъ mn , pq и rs .

Построеніе сферическихъ треугольниковъ съ помощью стереографической сѣтки.

Какъ и плоскій, сферическій треугольникъ опредѣляется тремя своими элементами. Поэтому при рѣшеніи сферическихъ

треугольниковъ могутъ представиться слѣдующіе шесть случаевъ:

- 1) даны три стороны,
- 2) даны три угла,
- 3) даны сторона и два прилежащіе къ ней угла,
- 4) даны уголъ и заключающія его двѣ стороны,
- 5) даны двѣ стороны и уголъ, противолежащій одной изъ нихъ,
- 6) даны два угла и сторона, противолежащая одному изъ нихъ.

Само собою разумѣется, что эти задания не должны противорѣчить условіямъ возможности самого треугольника, изложеннымъ выше.

Разберемъ способы построения треугольниковъ для каждаго случая въ отдѣльности, предполагая, что мѣсто ни одного изъ заданныхъ элементовъ не опредѣлено заранее на стереографической проекціи. Эта оговорка важна не только для облегченія построения, но и для увеличенія его точности, такъ какъ, не будучи стѣснены выборомъ мѣста на стереографической сѣткѣ, мы можемъ располагать наше построение по возможности у краевъ сѣтки, т. е. въ мѣстахъ ея, допускающихъ большую точность отчета.

Случай 1. Построить сферическій треугольникъ по тремъ даннымъ его сторонамъ a , b и c .

Возьмемъ для примѣра $a=94^\circ$, $b=53^\circ$, $c=108^\circ$.

Откладываемъ на калькѣ по окружности сѣтки (табл. II) дугу $B'C'=a=94^\circ$ такъ, чтобы точка B' помѣщалась въ полюсѣ сѣтки. Копируемъ дугу $m'n'$, параллель, отстоящую отъ полюса на 108° (величину стороны c). Вращаемъ кальку concentрически такъ, чтобы точка C' помѣстилась въ полюсѣ, и отмѣчаемъ на дугѣ $m'n'$ точку A' , отстоящую отъ C' на 53° (величину стороны b). Найденная точка A' представитъ третью вершину треугольника. Наведи на калькѣ меридіанъ $B'A'$, мы, вращая кальку concentрически, приводимъ въ полюсъ точку B' и, пересѣкая меридіанъ $B'A'$, довершаемъ построение треугольника. Остается только измѣрить углы треугольника, причемъ мы найдемъ $A=81^\circ$, $B=52^\circ$ и $C=110^\circ$.

Случай 2. Построить сферическій треугольникъ по тремъ даннымъ угламъ A , B , C .

Этотъ случай легко привести къ предыдущему помощью построения треугольника, полярнаго данному. Для послѣдняго данными являются стороны $a'=180^\circ-A$, $b'=180^\circ-B$ и $c'=180^\circ-C$.

Построивъ треугольникъ по сторонамъ a' , b' , c' , мы опредѣлимъ его углы A' , B' , C' , равные дополненіямъ до 180° сторонъ заданнаго треугольника: $a=180^\circ-A'$, $b=180^\circ-B'$ и $c=180^\circ-C'$. Треугольникъ является опредѣленнымъ тремя его сторонами и можетъ быть построенъ вышеизложеннымъ способомъ.

Случай 3. Построить сферическій треугольникъ по сторонамъ и двумъ прилежащимъ угламъ.

Возьмемъ для примѣра $a=94^\circ$, $B=52^\circ$ и $C=110^\circ$. Откладываемъ на калькѣ дугу $B'C'=a=94^\circ$ (табл. II) по окружности сѣтки такъ, чтобы точка B' приходилась въ полюсѣ

сѣтки, и наводимъ меридіанъ $B'A'$, составляющій съ меридіаномъ $C'B'$ уголъ $B=52^\circ$. Concentрическимъ вращеніемъ кальки приводимъ точку C' въ полюсъ сѣтки и наводимъ меридіанъ $C'A'$, составляющій съ меридіаномъ $C'B'$ уголъ $C=110^\circ$. Пересѣченіе меридіановъ $B'A'$ и $C'A'$ даетъ точку A' , третью вершину треугольника. Треугольникъ построенъ, и остается измѣрить неизвѣстные элементы b , c и A .

Случай 4. Построить треугольникъ по углу и заключающимъ его двумъ сторонамъ.

Примѣръ: даны $a=94^\circ$, $c=108^\circ$ и $B=52^\circ$.

Отложивъ на калькѣ по окружности сѣтки дугу $B'C'=a=94^\circ$ отъ полюса сѣтки B' , проводимъ меридіанъ $B'A'$, заключающій съ меридіаномъ $B'C'$ уголъ $B=52^\circ$ и откладываемъ на немъ дугу $B'A'=c=108^\circ$. Точка A' будетъ третьей вершиной треугольника. Остается привести concentрическимъ вращеніемъ кальки точку C' въ полюсъ сѣтки и соединить меридіаномъ точки C' и A' . Треугольникъ построенъ, и можно измѣрить неизвѣстные элементы b , A и C .

Случай 5. Построить сферическій треугольникъ по двумъ сторонамъ и углу, противолежащему одной изъ нихъ.

Примѣръ: даны $a=94^\circ$, $b=53^\circ$ и $B=52^\circ$.

Откладываемъ на калькѣ дугу $B'C'=a=94^\circ$ по окружности сѣтки отъ полюса сѣтки, въ которой помѣстимъ точку B' . Проводимъ меридіанъ $B'A'$, составляющій съ $B'C'$ уголъ $B=52^\circ$. Приведемъ concentрическимъ вращеніемъ кальки точку C' въ полюсъ сѣтки, чертимъ параллель $p'q'$, отстоящую отъ C' на 53° , т. е. на число градусовъ, заключающихся въ сторонѣ b . Эта параллель пересѣчетъ меридіанъ $B'A'$ въ третьей вершинѣ треугольника A' . При этомъ могутъ быть три случая. 1) Дуга $p'q'$ пересѣчетъ дугу $B'A'$ въ двухъ точкахъ A' и A'' , и мы получимъ два треугольника, удовлетворяющихъ заданію: $A'B'C'$ и $A''B'C'$. 2) Дуга $p'q'$ можетъ коснуться дуги $B'A'$ въ одной точкѣ. Тогда получится только одинъ треугольникъ. 3) Наконецъ, дуга $p'q'$ можетъ совсѣмъ не встрѣтить дуги $B'A'$. Въ послѣднемъ случаѣ треугольникъ оказывается невозможнымъ. Построивъ треугольникъ, измѣряемъ неизвѣстные его элементы.

Случай 6. Построить сферическій треугольникъ по двумъ угламъ и сторонѣ, противолежащей одному изъ нихъ.

Примѣръ: даны A , B и a .

Этотъ случай сводится къ предыдущему помощью полярнаго треугольника, для котораго данными будутъ двѣ стороны: $a'=180^\circ-A$, $b'=180^\circ-B$ и уголъ $A'=180^\circ-a$, противолежащій сторонѣ a' . Здѣсь также возможны три случая, т. е. два треугольника, удовлетворяющихъ заданію, одинъ или ни одного.

Если намъ не представлена возможность распорядиться положеніемъ треугольника въ области проекціи, то и въ этомъ случаѣ указаные способы рѣшенія сохраняютъ въ общемъ свою силу, усложняясь только тѣмъ, что мы не можемъ пользоваться непосредственно полюсами и окружностью сѣтки.

ГЛАВА III.

Значеніе терминовъ, встрѣчающихся при описаніи земного шара и небеснаго свода.

Прежде, чѣмъ перейти къ рѣшенію нѣкоторыхъ задачъ съ помощью стереографической сѣтки, вспомнимъ значеніе терминовъ, съ которыми приходится встрѣчаться при описаніи земного шара и небеснаго свода.

Системою координатъ вообще называется всякая совокупность величинъ, служащая для опредѣленія положенія какой-либо точки пространства. Простѣйшимъ примѣромъ системы координатъ, примѣняющихся въ обыденной жизни, можетъ служить канва или разграфленная на квадратики бумага. При вышиваніи по канвѣ мы, сами того не сознавая, пользуемся, такъ называемою, прямоугольною системою прямолинейныхъ координатъ, состоящей изъ двухъ взаимноперпендикулярныхъ рядовъ равноотстоящихъ прямыхъ. Желая опредѣлить положеніе вышиваемаго на канвѣ витяного крестика, мы отсчитываемъ нѣкоторое число нитокъ канвы сперва въ одномъ направленіи, потомъ въ другомъ отъ какихъ-нибудь двухъ взаимноперпендикулярныхъ нитокъ канвы, принятыхъ за исходныя и называемыхъ въ системѣ координатъ осями координатъ. Оси координатъ пересѣкаются въ точкѣ, называемой началомъ координатъ. Очевидно, отъ нашего произвола зависитъ, какія нити выбрать за оси координатъ или, иначе, гдѣ помѣстить начало. Вышивающій по канвѣ постоянно мѣняетъ оси и начало координатъ, отсчитывая нитки и вѣточки отъ различныхъ крестиковъ, какъ ему удобнѣе. Такъ какъ въ канвѣ разстоянія нитей въ обоихъ направленіяхъ одинаковы, то, очевидно, что отсчитанное число нитей даетъ намъ разстояніе центра намѣчаемаго крестика отъ обѣихъ осей.

Для опредѣленія точки на шарѣ, на его поверхности мы тоже воображаемъ своего рода канву изъ меридіановъ и параллелей. Всѣ меридіаны, будучи большими полуокружностями шара, проходятъ между двумя діаметральнопротивоположными точками поверхности шара—полюсами шара, лежащими на концахъ оси шара. Всѣ параллели представляютъ малые круги, кромѣ одной—экватора шара, большого круга, отстоявшаго на 90° отъ обѣихъ полюсовъ и перпендикулярнаго къ оси шара. Изъ меридіановъ одинъ выбирается условно за первый меридіанъ. Желая опредѣлить положеніе точки на шарѣ, мы указываемъ 1) разстояніе меридіана, проходящаго черезъ точку отъ первого меридіана и 2) разстояніе параллели, проходящей черезъ точку, отъ полюса или отъ экватора шара. Разстояніе при этомъ опредѣляется въ угловой мѣрѣ. Для точнаго опредѣленія положенія меридіана и параллели точки, необходимо указать, въ какую сторону слѣдуетъ идти отъ первого меридіана и отъ экватора.

Эта система сферическихъ координатъ служитъ не только для опредѣленія положенія точекъ на поверхности шара. Ей можно придать болѣе общее значеніе, при которомъ при помощи ея можно опредѣлять точки уже не на поверхности шара только, а вообще въ пространствѣ. Для этого вообразимъ себѣ радіусъ шара, проходящій черезъ точку на поверхности шара и продолжимъ его безвреднѣе. Для опре-

дѣленія направленія этого радіуса достаточно указать 1) двугранный уголъ, образуемый плоскостью меридіана, заключающаго радіусъ, съ плоскостью перваго меридіана и 2) уголъ радіуса, въ плоскости его меридіана, съ осью шара или съ экваторомъ. Задавъ эти два угла, мы найдемъ нашу неограниченную прямую, на которой расположены концы радіусовъ безчисленнаго множества различной величины шаровъ. Если необходимо обозначить опредѣленную точку въ пространствѣ, то къ двумъ указаннымъ угловымъ координатамъ прибавляютъ третью—длину радіуса шара, на поверхности котораго находится точка, но обыкновенно ни въ географіи, ни въ астрономіи эта третья координата не принимается въ расчетъ, потому что для точекъ на поверхности земли она одна и та же и равна радіусу земного шара: а радіусъ небеснаго свода не указывается потому, что мы опредѣляемъ вообще лишь направленіе, по которому мы видимъ свѣтило.

Географическія координаты. Для описанія земного шара, т. е. для опредѣленія положенія различныхъ точекъ его поверхности, проводятъ систему меридіановъ черезъ полюсы земного шара. Двугранный уголъ, образуемый плоскостью меридіана даннаго мѣста на землѣ съ плоскостью перваго меридіана называется долготою мѣста λ , а угловое разстояніе мѣста отъ экватора въ плоскости меридіана—широтой мѣста φ . Долгота считается отъ условно принятаго перваго меридіана, напр. отъ меридіана Гринвичской, Парижской, Пулковской и другихъ астрономическихъ обсерваторій—отъ 0° до 360° и притомъ по направленію на востокъ, или же въ обѣ стороны отъ 0° до 180° ; въ послѣднемъ случаѣ восточная долгота считается положительной, а западная отрицательной.

Направленіе съ запада на востокъ въ астрономіи называется прямымъ и можетъ быть опредѣлено еще слѣдующимъ образомъ. Вообразимъ себѣ наблюдателя, стоящаго на сѣверномъ полюсѣ. Для него направленіе съ запада на востокъ представится обратнымъ движенію часовой стрѣлки. Противоположное направленіе, съ востока на западъ, или направленіе по часовой стрѣлкѣ для расположеннаго вышеописаннымъ образомъ наблюдателя зовется въ астрономіи обратнымъ.

Широта считается отъ 0° до 90° и бываетъ сѣверная и южная. Вмѣсто широты иногда указываютъ полярное разстояніе мѣста, т. е. уголъ дополнительный къ 90° . Часто сѣверную широту обозначаютъ положительнымъ, а южную отрицательнымъ знакомъ. Полярное разстояніе считается отъ сѣвернаго полюса къ южному, отъ 0° до 180° .

Долготу часто выражаютъ въ единицахъ времени, считая, что цѣлая окружность экватора, т. е. 360° соответствуетъ полному обороту земного шара на его оси въ 24 часа. Положивъ, что 360° равны 24-мъ часамъ, мы получимъ, что одинъ часъ равенъ пятнадцати градусамъ дуги, а одинъ градусъ дуги равенъ четыремъ минутамъ времени. Искъ въ виду эту зависимость, легко долготу, выраженную въ градусахъ и

минутах дуги, перевести на время и наоборот. Напримѣръ, долгота $136^{\circ}45'$ равна $136^{\circ}15' = 9$ полнымъ часамъ времени и 1° дуги, который равенъ 4 минутамъ времени; 45 минутъ дуги равны $\frac{4}{60}45' = 3$ минутамъ времени. Всего, стало быть,

получимъ 9 часовъ и 7 минутъ времени, что обозначается $9^h 7^m$. Если требуется перевести обратно $9^h 7^m$ въ градусы и минуты дуги, то поступимъ проще всего, раздробивъ часы въ минуты и раздѣливъ полученное число на 4. Въ данномъ случаѣ получимъ $9^h 7^m = 9 \times 60 + 7 = 547^m$; $547^m : 4 = 136^{\circ} \frac{3}{4}$.

Въ дальнѣйшемъ изложеніи долгота будетъ обозначаться черезъ λ , широта черезъ ϕ , полярное же разстояніе черезъ ρ .

Сферическія системы координатъ на небесномъ шарѣ.

Для опредѣленія положенія свѣтила на небесномъ сводѣ употребляются, смотря по обстоятельствамъ, различныя сферическія координаты, отличающіяся другъ отъ друга положеніемъ своего полюса.

Первая система. Положеніе свѣтила опредѣляется прямымъ восхожденіемъ AR и склоненіемъ δ . Въ этой системѣ положеніе свѣтила относится къ небесному экватору или небесному полюсу. При этомъ плоскость небеснаго экватора составляетъ лишь продолженіе плоскости экватора земного, а небесные полюсы лежатъ на продолженіи земной оси. Полу-круги большихъ круговъ, проходящихъ черезъ оба небесныхъ полюса, называются кругами склоненій. Прямымъ восхожденіемъ свѣтила называется двугранный уголъ, образуемый плоскостью круга склоненій, проходящаго черезъ центръ свѣтила, съ плоскостью круга склоненій, проходящаго черезъ точку весенняго равноденствія, лежащую на экваторѣ и обозначаемую греческой буквой γ . Счетъ прямыхъ восхожденій ведется съ запада на востокъ или въ прямомъ направленіи. Обыкновенно прямое восхожденіе, какъ и долгота земного шара, задается не въ угловой мѣрѣ, а въ единицахъ времени. Такъ какъ небесный сводъ совершаетъ полный оборотъ въ 24 часа, то одинъ градусъ дуги оказывается равнымъ четыремъ минутамъ времени, а одинъ часъ времени равнымъ пятнадцати градусамъ дуги. Такимъ образомъ, напр. $AR = 4^h 1^m$ означаетъ, что кругъ склоненія, проходящій черезъ центръ свѣтила, образуетъ съ кругомъ склоненія, проходящимъ черезъ точку γ , уголъ въ $60^{\circ}15'$ по направленію на востокъ. Иначе говоря, свѣтило это при суточномъ вращеніи небеснаго свода кульминируетъ (проходитъ черезъ меридіанъ) въ какомъ-либо мѣстѣ земного шара на $4^h 1^m$ звѣзднаго времени позже точки весенняго равноденствія.

Склоненіемъ свѣтила называется его угловое разстояніе отъ небеснаго экватора до свѣтила по кругу склоненій. Если свѣтило лежитъ на сѣверномъ полушаріи небеснаго свода, то склоненіе называется сѣвернымъ и обозначается знакомъ $+$, если же на южномъ, то и склоненіе будетъ южное, отрицательное, его знакомъ $-$. Часто вмѣсто склоненія указываютъ его полярное разстояніе, т. е. его угловое разстояніе отъ сѣвернаго полюса, считаемое отъ 0° до 90° . Это полярное разстояніе будемъ обозначать греческой буквой α .

Эта система координатъ, совершенно аналогичная системѣ географическихъ координатъ земного шара, называется уранографической.

Вторая система небесныхъ координатъ отличается отъ

первой тѣмъ, что вмѣсто прямого восхожденія вводятъ часовой уголъ t , составляемый кругомъ склоненія свѣтила съ тѣмъ кругомъ склоненія, который въ данный моментъ совпадаетъ съ плоскостью меридіана мѣста. Часовой уголъ выражается въ единицахъ звѣзднаго времени и считается съ востока на западъ, т. е. въ обратномъ направленіи. Такъ какъ часовой уголъ зависитъ отъ мѣста наблюденія, то систему координатъ, его заключающую, называютъ мѣстной, въ отличіе отъ предыдущей, не зависящей ни отъ мѣста, ни отъ времени наблюденія.

Благодаря тому, что обѣ описанныя системы имѣютъ общую ось съ земной системой координатъ, земному наблюдателю является широкая и въ высшей степени вѣрная возможность опредѣлять свое положеніе на земномъ шарѣ путемъ наблюденія небесныхъ свѣтилъ; благодаря этому мореплавателю можетъ не затеряться среди безбрежнаго горизонта открытаго моря и въ каждый моментъ съ точностью опредѣлить мѣсто своего нахожденія.

Третья система называется зенитальной. Въ каждомъ мѣстѣ уровень спокойной жидкости въ широкомъ сосудѣ съ точностью опредѣляетъ положеніе горизонтальной плоскости, а отвѣсъ вполне точно опредѣляетъ отвѣсное направленіе, перпендикулярное къ этой плоскости. Такъ какъ нахожденіе горизонта и вертикали можетъ быть сдѣлано очень точно, то очень важна система сферическихъ координатъ, въ которой роль экватора играетъ горизонтальная плоскость, а роли полюсовъ—двѣ точки небеснаго свода: верхняя—зенитъ и нижняя—надиръ, въ которыхъ отвѣсное направленіе встрѣчаетъ небесный сводъ. Обыкновенно горизонтальная плоскость, опредѣляющая видимый горизонтъ даннаго мѣста, замѣняется плоскостью математическаго горизонта, параллельною первой, но проходящею черезъ центръ земного шара и небеснаго свода. Мы въ правѣ сдѣлать эту замѣну въ виду того, что земной радіусъ неощутительно малъ въ сравненіи съ разстояніями небесныхъ тѣлъ. Черезъ зенитъ и надиръ проводятся большіе полу-круги—вертикальные круги, или круги высотъ. Ихъ счетъ ведется отъ южной части меридіана мѣста, тоже проходящаго черезъ зенитъ и притомъ на западъ, т. е. въ обратномъ направленіи отъ 0° до 360° . Двугранный уголъ, составляемый кругомъ высоты даннаго свѣтила и меридіаномъ въ указанномъ направленіи, называется азимутомъ свѣтила, а угловое разстояніе свѣтила отъ зенита—его зенитнымъ разстояніемъ, которое считаютъ отъ 0° до 180° . Часто говорятъ также о высотѣ свѣтила, подъ которой разумѣютъ угловое разстояніе свѣтила отъ горизонта. Очевидно, что зенитное разстояніе и высота дополняютъ другъ друга до 90° . Азимутъ можно также считать и въ обѣ стороны отъ меридіана отъ 0° до 180° ; тогда говорятъ о восточномъ отрицательномъ и западномъ положительномъ азимутѣ. Мы будемъ обозначать азимутъ черезъ A , зенитное разстояніе черезъ Z , а высоту черезъ h .

Меридіанъ пересѣкаетъ плоскость горизонта по полуденной линіи. Круги высоты, перпендикулярные къ меридіану, проходящіе черезъ точку востока и точку запада, образуютъ первый вертикаль. Плоскость горизонта раздѣляетъ для наблюдателя небесный сводъ на два полушарія—видимое и невидимое.

Наблюдаемая зенитная разстоянія всегда меньше истинныхъ, благодаря преломленію лучей свѣта въ земной атмосферѣ или такъ называемой атмосферической рефракціи

Въ зенитѣ рефракція отсутствуетъ, для зенитнаго разстоянія въ 45° она уже достигаетъ одной минуты дуги, для 65° она равна двумъ минутамъ, для 72° — тремъ и быстро увеличивается къ горизонту, достигая на немъ $36'$. Для графическихъ цѣлей только послѣдняя величина имѣетъ значеніе, такъ какъ построения можно производить съ точностью до половины градуса. Для построений придется исправлять только зенитныя разстоянія въ 88° , 89° и 90° , для которыхъ истинное зенитное разстояніе превышаетъ въ среднемъ кажущееся на $\frac{1^\circ}{2}$.

Рефракція очень замѣтно вліяетъ на опредѣленіе времени восхода и захода свѣтилъ, такъ какъ благодаря ей свѣтило остается видимымъ подъ горизонтомъ еще нѣсколько времени спустя послѣ того, какъ оно опустится подъ горизонтъ, а при восходѣ становится видимымъ раньше, чѣмъ подымется надъ горизонтомъ.

Четвертая система состоитъ въ отнесеніи точекъ небеснаго свода къ эклиптикѣ. Это такъ называемая эклиптическая система координатъ. Важность эклиптики понятна — она представляетъ путь, по которому солнце обходитъ небесный сводъ въ прямомъ направленіи въ теченіе года. Черезъ полюсы эклиптики и черезъ точку на небѣ, положеніе которой хотятъ опредѣлить, проводятъ большой полукругъ и указываютъ: 1) двугранный уголъ этого полукруга съ полукругомъ, проходящимъ черезъ точку весенняго равноденствія γ ; этотъ уголъ называется долготой точки и считается отъ 0° до 360° въ прямомъ направленіи, т. е. въ сторону движенія Солнца по эклиптикѣ; 2) угловое разстояніе точки отъ эклиптики, широту точки. Въмѣсто широты указываютъ также разстояніе точки отъ сѣвернаго полюса эклиптики. Долготу мы будемъ обозначать буквой L , широту буквой l , а полярное разстояніе греческой буквой β . Широта бываетъ сѣверная (+) и южная (—).

Связь этой системы координатъ съ уранографической и мѣстной опредѣляется положеніемъ эклиптики на небесномъ сводѣ. Эклиптика пересѣкаетъ экваторъ въ двухъ точкахъ — въ точкѣ γ и ей діаметрально противоположной. Она наклонена къ экватору на $23\frac{1}{2}^\circ$, и точка γ представляется ея восходящій узелъ, т. е. въ этой точкѣ Солнце, двигаясь по небосклону въ прямомъ направленіи, переходитъ съ южнаго полушарія на сѣверное.

Звѣздное и солнечное время.

Равномѣрное вращеніе земли въ прямомъ направленіи вокругъ оси вызываетъ кажущееся равномѣрное вращеніе небеснаго свода въ обратномъ направленіи. Періодъ этого вращенія называется звѣздными сутками. Въ теченіе звѣздныхъ сутокъ каждая звѣзда обходитъ небосклонъ по малому кругу, называемому суточной параллелью звѣзды. Счетъ звѣзднаго времени въ какомъ-либо мѣстѣ земли ведется отъ верхней кульминаціи точки γ , т. е. отъ прохожденія этой точки черезъ меридіанъ мѣста въ ближайшемъ разстояніи отъ зенита. Звѣздныя сутки раздѣляются на 24 звѣздныхъ часа, часъ звѣзднаго времени дѣлится на минуты и секунды, причемъ часы считаются отъ 0 до 24.

Солнечныя сутки, т. е. промежутки между двумя по-

слѣдовательными верхними кульминаціями центра солнечнаго диска, длиннѣе звѣздныхъ, благодаря перемѣщенію Солнца между звѣздами въ прямомъ направленіи. Въ своемъ годичномъ пути по эклиптикѣ Солнце проходитъ точку весенняго равноденствія 21-го марта новаго стиля (8-го по старому), достигаетъ своей наибольшей высоты надъ горизонтомъ въ сѣверномъ полушаріи во время весенняго солнцестоянія 21-го іюня новаго стиля (8-го по старому), 23-го сентября новаго стиля (10-го по старому) оно проходитъ точку осенняго равноденствія, а 21-го декабря новаго стиля (8-го старого) во время зимняго солнцестоянія достигаетъ наименьшей высоты надъ горизонтомъ въ сѣверномъ полушаріи.

Солнечныя сутки не одинаковы по продолжительности. Это происходитъ отъ двухъ причинъ: во-первыхъ оттого, что Солнце движется по эклиптикѣ неравномѣрно — зимой быстрѣе, а лѣтомъ медленнѣе, такъ что на сѣверномъ полушаріи оно на дѣлую недѣлю остается дольше, чѣмъ на южномъ. Во-вторыхъ, даже если бы Солнце двигалось по эклиптикѣ равномѣрно, длина сутокъ въ эпоху равноденствія должна быть меньше, чѣмъ въ эпоху солнцестоянія, благодаря наклону эклиптики къ экватору. У солнцестояній дуга эклиптики на нѣкоторомъ, хотя и весьма маломъ протяженіи, можетъ считаться параллельной дугѣ экватора, и путь, описываемый Солнцемъ въ сутки по эклиптикѣ, равенъ своей проекціи на экваторѣ. У точекъ же равноденствія, гдѣ эклиптика пересѣкается съ экваторомъ, эта проекція равна дугѣ эклиптики, умноженной на косинусъ $23\frac{1}{2}^\circ$, т. е. на 0,92.

Обѣ эти причины дѣлаютъ солнечныя сутки неравномѣрными и поэтому непригодными въ качествѣ единицы мѣры времени для практическихъ цѣлей. Въ виду того, однако, что жизнь свою человекъ распределяетъ по положенію Солнца на небѣ, а не по звѣздамъ, невозможно отказаться отъ такой удобной единицы мѣры, какъ солнечныя сутки. Давы найти выходъ изъ затрудненія, введено такъ называемое среднее солнечное время, опредѣляемое по воображаемому Солнцу, равномѣрно движущемуся по небесному экватору и обходящему небесный сводъ одновременно съ истиннымъ Солнцемъ. Оба Солнца имѣютъ поэтому одинъ и тотъ же тропическій годъ, равный періоду прохожденія Солнца черезъ точку весенняго равноденствія. Тропическій годъ равенъ 365, 2422 среднихъ солнечныхъ или 366, 2423 звѣздныхъ сутокъ.

Чтобы перейти отъ истиннаго солнечнаго времени, которое, между прочимъ, даютъ солнечныя часы, къ среднему, пользуются уравненіемъ времени. Такъ называется число минутъ и секундъ, которыя надо придать къ времени истиннаго солнечнаго полудня, чтобы получить время средняго полудня. Это число достигаетъ иногда 16 минутъ времени или 4° дуги. При построенияхъ, служащихъ для опредѣленія положенія Солнца, его, слѣдовательно, отнюдь нельзя оставлять безъ вниманія, а потому мы и приведемъ таблицу уравненія времени, выраженную въ градусахъ дуги, и притомъ съ точностью до полуградуса. Знакъ + означаетъ, между прочимъ, что истинное Солнце въ суточномъ обращеніи идетъ впередъ, т. е. западнѣе средняго Солнца, знакъ — означаетъ обратное. Числа дней даны по старому стилю. Этими округленными числами можно пользоваться изъ года въ годъ, тогда какъ точныя числа таблицъ уравненія времени мѣняются ежегодно и помѣщаются въ каждый порядочный календарь.

Январь.	Февраль.	Мартъ.
1 — 20 — 2 ⁰	1 — 14 — 3 ^{1/2} ⁰	1 — 2 — 2 ^{1/2} ⁰
2 — 7 — 2 ^{1/2}	15 — 24 — 3	3 — 9 — 2
8 — 15 — 3	25 — 29 — 2 ^{1/2}	10 — 15 — 1 ^{1/2}
16 — 31 — 3 ^{1/2}		16 — 22 — 1
		23 — 29 — 1 ^{1/2}
		30 — 31 ± 0
Апрѣль.	Май.	Июнь.
1 — 6 ± 0 ⁰	1 — 14 + 1 ⁰	1 — 6 ± 0 ⁰
7 — 19 + 1 ^{1/2}	15 — 27 + 1 ^{1/2}	7 — 15 — 1 ^{1/2}
20 — 30 + 1	27 — 31 ± 0	16 — 26 — 1
		27 — 30 — 1 ^{1/2}
Июль.	Августъ.	Сентябрь.
1 — 29 — 1 ^{1/2} ⁰	1 — 8 — 1 ⁰	1 — 2 + 1 ⁰
29 — 31 — 1	9 — 15 — 1 ^{1/2}	3 — 8 + 1 ^{1/2}
	16 — 22 ± 0	9 — 14 + 2
	23 — 28 + 1 ^{1/2}	15 — 20 + 2 ^{1/2}
	29 — 31 + 1	21 — 27 + 3
		28 — 30 + 3 ^{1/2}
Октябрь.	Ноябрь.	Декабрь.
1 — 6 + 3 ^{1/2} ⁰	1 — 3 + 4 ⁰	1 — + 1 ^{1/2} ⁰
7 — 31 + 4	4 — 11 + 3 ^{1/2}	2 — 9 + 1
	12 — 17 + 3	10 — 13 ± 0
	18 — 22 + 2 ^{1/2}	14 — 17 — 1 ^{1/2}
	23 — 27 + 2	18 — 22 — 1
	28 — 30 + 1 ^{1/2}	23 — 26 — 1 ^{1/2}
		27 — 31 — 2

Предвареніе равноденствій.

Точка весенняго равноденствія γ не остается неподвижной на небесномъ сводѣ, но сама перемѣщается по эклиптикѣ въ сторону, обратную движенію Солнца, т. е. въ прямомъ направленіи, на 50" въ годъ, совершая полный обходъ эклиптики въ 26000 лѣтъ. Такимъ образомъ Солнце приходитъ раньше въ точку γ , чѣмъ возвратится въ то мѣсто небеснаго свода, гдѣ оно было годъ тому назадъ. Въ этомъ и состоитъ явленіе предваренія равноденствій. Явленіе это можетъ быть описано болѣе наглядно, если обратить вниманіе не на оба большіе круга—эклиптику и экваторъ, а на ихъ полюсы. Тогда увидимъ, что перемѣщеніе точки γ обуславливается медленнымъ вращеніемъ, съ періодомъ въ 26000 лѣтъ, полюса міра около полюса эклиптики, причемъ ось міра описываетъ конусъ, ось котораго совпадаетъ съ осью эклиптики. Годичное перемѣщеніе точки весенняго равноденствія такъ незначительно, что для многихъ цѣлей имъ можно пренебречь; въ графическихъ методахъ его даже рѣшительно нельзя принять въ расчетъ. Но если представится намъ задача, связанная съ положеніемъ свѣтилъ на небесномъ сводѣ въ болѣе или менѣе отдаленныя прошедшія или будущія времена, то этимъ перемѣщеніемъ уже нельзя пренебречь. Въ 1000 лѣтъ, напр., перемѣщеніе точки γ будетъ составлять около 14° дуги или почти 1 часть времени.

З а д а ч и.

Задача 1. Принявъ Пулковскій меридіанъ за первый, получимъ для городовъ Плоцка и Владивостока слѣдующія географическія координаты: для Плоцка—долгота—0h 42, m 4, широта +52°33', для Владивостока—долгота—+6h 46 m, 4 широта +43°07'. Определить въ километрахъ кратчайшее разстояніе этихъ городовъ по поверхности земнаго шара.

Рѣшеніе (благодаря простотѣ построеній, особаго чертежа не приложено).

Примемъ сѣтку за изображеніе меридіановъ и параллелей земнаго шара. Возьмемъ разность долготъ +6h 46, m 4 — (—0h 42, m 4) = 6h 46, m 4 + 0h 42, m 4 = 7h 28, m 8 и превратимъ ее въ градусы. Одинъ часъ времени отвѣчаетъ 15° дуги, слѣдовательно 7h дадутъ 105°; каждый градусъ дуги отвѣчаетъ 4m времени, поэтому 28m, 8 дадутъ 28m, 8 : 4 = 7° 2; итого вся разность дастъ 105° + 7° 2 = 112° 2. Примемъ лѣвую полуокружность сѣтки за меридіанъ города Плоцка и отложимъ на наложенной на сѣтку калькѣ отъ экватора сѣтки по этой полуокружности по направленію къ верхнему полюсу сѣтки широту Плоцка 52°33'. Мы можемъ, конечно, отмѣтить ее только приблизительно, т. е. 52^{1/2}°. На экваторѣ сѣтки найдемъ точку, отстоящую отъ лѣваго его конца, т. е. отъ меридіана Плоцка на 112° 2 (круглымъ числомъ 112°); черезъ эту точку проходитъ меридіанъ Владивостока, на которомъ и отложимъ къ верхнему полюсу 43°7' (приблизительно 43°)—широту Владивостока. Такимъ образомъ мы нашли относительныя мѣста Плоцка и Владивостока на земномъ шарѣ. Далѣе, измѣримъ дугу большого круга между двумя нанесенными точками. Для этого вращаемъ кальку концентрически, пока точка Плоцка не помѣстится въ полюсѣ сѣтки и отсчитываемъ по меридіану, проходящему черезъ точку Владивостока число градусовъ большого круга, отдѣляющее Плоцкъ отъ Владивостока. Получаемъ 68^{1/2}°. Такъ какъ 90° земнаго меридіана составляетъ 10000000 метровъ, то, принявъ, что всѣ большіе круги на земной поверхности равны между собою, т. е. принявъ землю за шаръ (а не за сфероидъ), найдемъ, что разстояніе между Плоцкомъ и Владивостокомъ по кратчайшему направленію составитъ 10000000 × 68° : 90° = 7611 километровъ. Точность этого опредѣленія отвѣчаетъ длинѣ полуградуса, т. е. 10000000 × 1/2° : 90° = 55 километрамъ.

Задача 2. Определить угловое разстояніе двухъ звѣздъ первой величины— α Возничаго (Капеллы), для которой $AR = 5h 9m$ и $\delta = +45°54'$ и α Лирь (Веги), для которой $AR = 18h 33m$ и $\delta = +38°41'$.

Рѣшеніе (безъ чертежа). Возьмемъ разность прямыхъ восхожденій 18h 33m — 5h 9m = 13h 24m и превратимъ ее въ градусы. 13 часовъ равны 15° × 13 = 195°, а 24m : 4 = 6°, итого 195° + 6° = 201°. Такъ какъ дуги болѣе 180° не умищаются внутри окружности сѣтки, то вычтемъ 201° изъ 360°. Получимъ 159°. Примемъ на наложенной на сѣтку калькѣ полюсы сѣтки за полюсы міра, экваторъ сѣтки за экваторъ міра, а лѣвую полуокружность сѣтки за кругъ склоненія α Лирь. Сама звѣзда помѣстится на окружности сѣтки кверху отъ экватора, въ разстояніи 38°41', т. е. приблизительно 39°. Отсчитаемъ по экватору сѣтки отъ лѣваго его конца вправо 159°, а затѣмъ отъ найденной точки кверху отъ экватора, по меридіану 45°54', или круглымъ числомъ 46°. Мы получимъ мѣсто звѣзды α Возничаго. Вращая концентрически кальку, приведемъ обѣ звѣзды на одинъ меридіанъ.

дiанъ и отсчитаемъ число заключающихся между ними градусовъ. При этомъ α Лиръ помѣстится въ полюсъ сѣтки. Для искомаго углового разстоянiя получимъ величину 93° .

Задача 3. Начертить для горизонта Москвы видъ небеснаго свода съ его главнѣйшими кругами въ моментъ восхода точки лѣтнаго солнцестоянiя.

Рѣшенiе. Примемъ окружность сѣтки за горизонтъ Москвы (табл. III). Проведемъ диаметръ NS , который будетъ представлять меридианъ и полуденную линiю съ точкой сѣвера N и точкой юга S . Зенитъ, очевидно, будетъ проектироваться въ центрѣ чертежа Z . Проведемъ также диаметръ WO , перпендикулярный къ NS ; онъ опредѣлитъ точку востока O и точку запада W . Этотъ диаметръ будетъ представлять также первый вертикаль. Такъ какъ широта Москвы круглымъ числомъ равна 56° (собств. $55^\circ 45'$) и такъ какъ высота полюса надъ горизонтомъ равна широтѣ мѣста, то, отсчитавъ отъ точки N по меридиану NS дугу 56° , получимъ точку P —полюсъ мiра. Найдя полюсъ мiра, легко начертить и небесный экваторъ WMO , который пройдетъ черезъ точку M на меридианѣ, отстоящую отъ P на 90° , а отъ Z на 56° (широта Москвы).

Начертимъ часовые круги. Для этого, совмѣстивъ экваторъ съ меридианомъ сѣтки, раздѣлимъ его по обѣ стороны точки M на промежутки по 15° каждый. Затѣмъ черезъ каждую точку дѣленiя и полюсъ мiра P проведемъ по большому кругу. Каждый кругъ будетъ отвѣчать цѣлому часу сутокъ, причемъ счетъ часовъ будетъ итти отъ M къ W : 1^h, 2^h, 3^h... 6^h. Отъ точки W черезъ N до O часы будутъ возрастать отъ 6-ти до 18-ти, а отъ O до 18-ти до 24-хъ. По гражданскому счету часы въ промежутки MWN будутъ соответствовать времени пополудни, а въ промежутки NOM —пополуночи. Часовые круги, разумеется, изобразятъ и круги склоненiй.

Изъ параллельныхъ круговъ начертимъ тропики. Для этого найдемъ геометрическiя мѣста двухъ рядовъ точекъ: 1) ряда точекъ, отстоящихъ отъ полюса P на $90^\circ - 23\frac{1}{2}^\circ = 66\frac{1}{2}^\circ$ —это будутъ точки тропика Рака, и 2) ряда точекъ въ разстоянiи $90^\circ + 23\frac{1}{2}^\circ = 113\frac{1}{2}^\circ$ отъ P —это будутъ точки тропика Козерога.

Наконецъ, проведемъ еще эклиптику соответственнo условiю задачи. Задачею требуется, чтобы въ изображаемый моментъ на горизонтѣ Москвы восходила точка лѣтнаго солнцестоянiя. Эта точка, слѣдовательно, должна находиться на горизонтѣ въ точкѣ A . Ей диаметрально противоположная точка A' будетъ точка зимняго солнцестоянiя, находящаяся на тропикѣ Козерога. Эта точка будетъ какъ разъ заходить въ моментъ восхода A . Эклиптика проходитъ черезъ обѣ эти точки и черезъ точку весенняго (или осенняго) равноденствiя, лежащую на экваторѣ въ разстоянiи 90° отъ обѣихъ точекъ солнцестоянiя. Повернувъ калку концентрически такъ, чтобы точки A и A' пришлись въ полюсы сѣтки, мы найдемъ точку равноденствiя на пересѣченiи экватора сѣтки съ небеснымъ экваторомъ WMO , въ точкѣ γ . Не мѣняя положенiя калки, наводимъ меридианъ $A\gamma A'$, который и будетъ искомымъ изображенiемъ эклиптики. Точка γ будетъ именно точкой весенняго равноденствiя, что явствуетъ изъ того, что въ ней эклиптика переходитъ въ прямою направленiя на сѣверное полушарiе.

Рѣшенiе 2-ое. Для рѣшенiя нѣкоторыхъ вопросовъ удобнѣе начертить видъ небеснаго свода для горизонта какаго-либо мѣста, напр., Москвы, въ проекцiи на плоскость мери-

диана. Пусть окружность сѣтки (табл. I, рис. 7) *) представитъ меридианъ Москвы, а прямая SN горизонтъ этого города, причемъ точка S будетъ точкой юга, а N —точкой сѣвера. Легко отмѣтить зенитъ Z въ 90° отъ N и S и полюсъ мiра P въ 56° отъ N по направленiю къ зениту. Экваторъ представится диаметромъ MM' , отъ концовъ котораго точка P отстоитъ на 90° . Совмѣстивъ экваторъ MM' съ экваторомъ сѣтки, легко навести тропики mm' и m_1, m_1' , какъ параллели, отстоящiя отъ экватора на $23\frac{1}{2}^\circ$. Тропики пересѣкутъ горизонтъ Москвы въ точкахъ A , (A''), (A') и A' , гдѣ поставленныя въ скобки буквы обозначаютъ точки на противоположномъ отъ наблюдателя полушарiи. Экваторъ пересѣчетъ горизонтъ Москвы въ точкѣ востока O , лежащей на переднемъ отъ наблюдателя полушарiи и въ точкѣ запада (W)—на заднемъ. Эклиптику по задачѣ требуется начертить въ моментъ восхода точки лѣтнаго солнцестоянiя, слѣдовательно, на чертежѣ эклиптика должна касаться тропика Рака mm' въ точкѣ его пересѣченiя съ горизонтомъ, т. е. въ точкѣ A . Найдя точку касанiя эклиптики съ тропикомъ, мы легко найдемъ и точку пересѣченiя ея съ экваторомъ. Для этого проведемъ меридианъ черезъ P и A . Этотъ меридианъ составитъ прямой уголъ съ параллелью mm' , а, слѣдовательно, и съ эклиптической, касающейся этой параллели въ A . Этотъ меридианъ составитъ также прямой уголъ съ экваторомъ MM' . Такимъ образомъ, большой кругъ PA будетъ по отношенiю къ кругу MM' и къ искомой эклиптикѣ экваторомъ, полюсомъ котораго будетъ точка вѣтрѣи эклиптики съ MM' . Построивъ этотъ полюсъ, для чего стоитъ лишь по MM' отложить 90° влѣво отъ точки вѣтрѣи MM' съ меридианомъ PA , мы найдемъ точку пересѣченiя эклиптики съ экваторомъ, которая въ нашемъ случаѣ будетъ точкой γ . Черезъ найденную точку γ и черезъ точку A мы, наконецъ, проводимъ большой кругъ $p\gamma A p'$ —эклиптику. Ему симметричный кругъ $pA'' p'$, который проведемъ пунктиромъ, долженъ коснуться тропика Козерога m_1, m_1' въ точкѣ (A'') и будетъ изображенiемъ части эклиптики, лежащей на заднемъ полушарiи. Вѣтвь $pA p'$ эклиптики пересѣчетъ экваторъ MM' въ весенней точкѣ γ , а противоположная ей вѣтвь въ осенней γ' .

Построенная проекцiя весьма удобна для перехода отъ зенитальныхъ координатъ къ уранографическимъ или мѣстнымъ и наоборотъ. Дѣйствительно, наложивъ таблицу на сѣтку такъ, чтобы зенитъ Z пришелся въ полюсъ сѣтки, а горизонтъ SN совпалъ съ экваторомъ ея, мы получимъ зенитальную систему координатъ: меридианы сѣтки выразятъ круги высотъ, а параллели—круги равныхъ высотъ (альмукантараты). Азимуты будутъ считаться отъ S вправо для точекъ на задней части полусферы до точки N , имѣющей азимутъ 180° , и далѣе уже влѣво отъ точки N до 360 для точекъ на передней полу-сферѣ.

Повернувъ калку такъ, чтобы полюсъ мiра P пришелся на полюсъ сѣтки, а экваторъ MM' на экваторъ ея, получимъ уранографическую систему координатъ: меридианы сѣтки будутъ кругами склоненiй, а параллели—суточными параллелями.

*) Чертежи 7—12 и 14—15 таблицы I замѣняютъ чертежи на прозрачной бумагѣ и служатъ лишь поясненiемъ рѣшенiя задачъ. Часто, въ видахъ простоты, они даже не содержатъ всѣхъ линiй, требуемыхъ рѣшенiемъ.

Напримеръ, легко опредѣлить, что азимуть и высота точки γ въ разсматриваемый моментъ равны соответственно $313\frac{1}{2}^\circ$ и 25° , а часовой уголъ той же точки $21^h 16^m$ (см. задачу 4).

Задача 4. Опредѣлить для Москвы звѣздное время восхода точки лѣтняго солнцестоянія (или захода точки зимняго солнцестоянія).

Рѣшеніе. Для рѣшенія задачи слѣдуетъ найти значеніе часового круга, проходящаго на табл. III черезъ точку γ . Для этого измѣряемъ дугу $M\gamma$, наложивъ кальку на сѣтку концентрически такъ, чтобы точки O и W припали въ полюсы сѣтки. Мы найдемъ, что $M\gamma = 41^\circ$, что составитъ $2^h 44^m$. Такъ какъ точка γ лежитъ къ востоку отъ меридіана, то искомое звѣздное время будетъ $24^h - 2^h 44^m = 21^h 16^m$.

Задача 5. Опредѣлить для горизонта Москвы азимуть восхода точки лѣтняго солнцестоянія.

Рѣшеніе. Азимуть точки A (табл. III), считаемый отъ точки S черезъ точку W , будетъ 224° ; если же различать восточный и западный азимуть, то точка A будетъ имѣть 136° восточнаго азимута.

Задача 6. Начертить для горизонта Москвы суточную параллель звѣзды α Большого Пса (Сириуса), для которой $AR = 6^h 40^m$ и $\delta = -16^\circ 30'$.

Рѣшеніе (безъ чертежа). Собственно для рѣшенія задачи совѣтъ не нужно знать прямого восхожденія звѣзды. Какъ на табл. III, примемъ окружность сѣтки за горизонтъ Москвы, отмѣтимъ полюсъ міра P , зенитъ Z , начертимъ экваторъ и найдемъ параллель, отстоящую отъ экватора на $16^\circ 30'$ къ югу, или на $106^\circ 30'$ отъ полюса P . Это и будетъ суточная параллель Сириуса.

Задача 7. Опредѣлить для горизонта Москвы положеніе α Большого Пса (Сириуса) въ $5^h 16^m$ звѣзднаго времени.

Рѣшеніе. Для рѣшенія этой задачи продолжаемъ построение, сдѣланное для рѣшенія предыдущей. Находимъ положеніе точки весенняго равноденствія въ данный моментъ, отложивъ по экватору влѣво отъ меридіана дугу $5^h 16^m = 79^\circ$. Такъ какъ прямое восхожденіе Сириуса равно $6^h 40^m$, то, отложивъ по экватору къ востоку дугу $6^h 40^m = 100^\circ$ и проведя черезъ полученную точку и черезъ полюсъ міра P кругъ склоненія до пересѣченія его съ суточной параллелью Сириуса, найдемъ положеніе послѣдняго въ заданный моментъ.

Задача 8. Звѣзда α Возничаго (Капеллы), наблюдавшаяся въ Москвѣ, имѣла въ $1^h 16^m$ звѣзднаго времени высоту $53\frac{1}{2}^\circ$ и азимуть 261° . Найти прямое восхожденіе и склоненіе этой звѣзды.

Рѣшеніе. Принявъ окружность сѣтки за горизонтъ Москвы, проведемъ полуденную линію NS (табл. I, рис. 8). Отложивъ отъ N къ O дугу $261^\circ - 180^\circ = 81^\circ$, найдемъ азимуть звѣзды въ A . Проведя въ точку A радіусъ изъ центра сѣтки и отложивъ на немъ высоту $A\alpha = 53^\circ$, найдемъ точку α , мѣсто звѣзды на небѣ въ данный моментъ.

Отложивъ далѣе, отъ N дугу NP , равную 56° (широта Москвы), найдемъ полюсъ міра P ; зная положеніе послѣдняго, начертимъ и экваторъ WMO . Проведя затѣмъ кругъ склоненія PQ черезъ звѣзду α , мы найдемъ дугу $Q\alpha$, представляющую искомое склоненіе; измѣреніе дуги $Q\alpha$ дастъ 46° . Наконецъ, положеніе точки γ на экваторѣ задано часовымъ угломъ $1^h 16^m = 19^\circ$, который и откладываемъ по экватору отъ точки M влѣво. Измѣряя дугу γQ , найдемъ прямое восхожденіе

звѣзды, равное $77^\circ = 5^h 8^m$. Точныя данныя для α Возничаго: $AR = 5^h 9^m 18^s$ и $\delta = +45^\circ 53' 47''$.

Задача 9. По даннымъ $AR = 5^h 9^m$ и $\delta = +45^\circ 54'$ для α Возничаго (Капеллы) опредѣлить для Москвы азимуть и высоту этой звѣзды въ $1^h 16^m$ звѣзднаго времени.

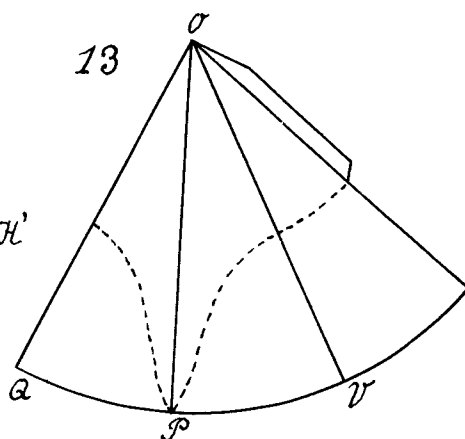
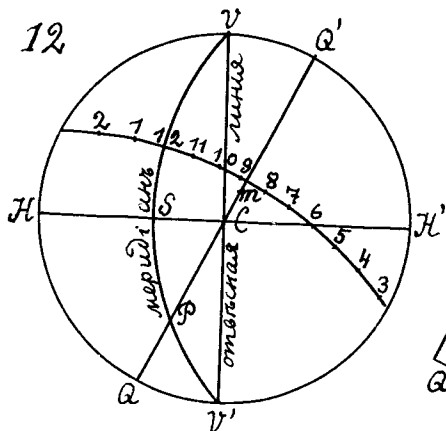
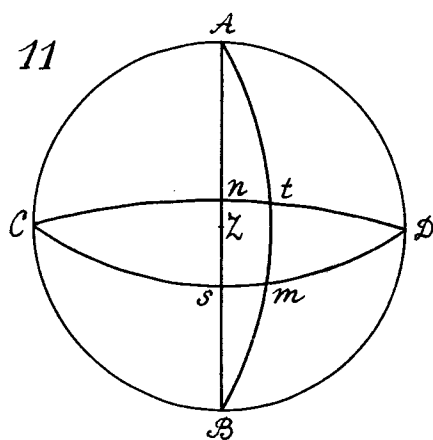
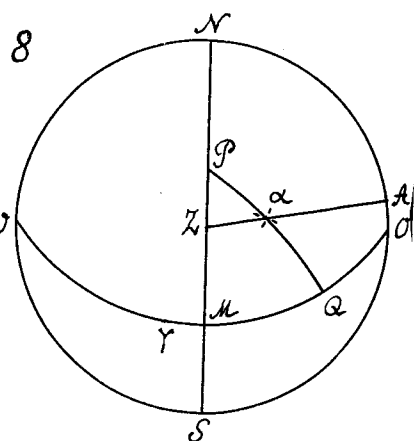
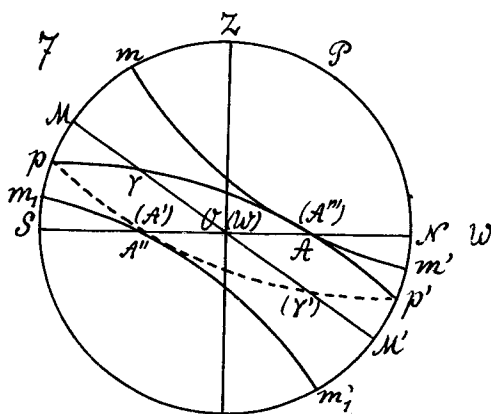
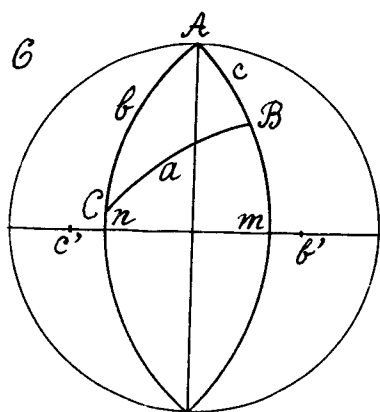
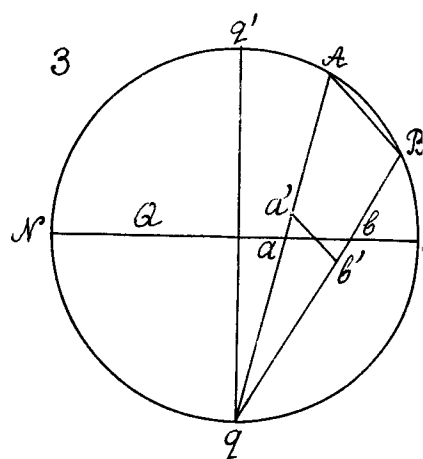
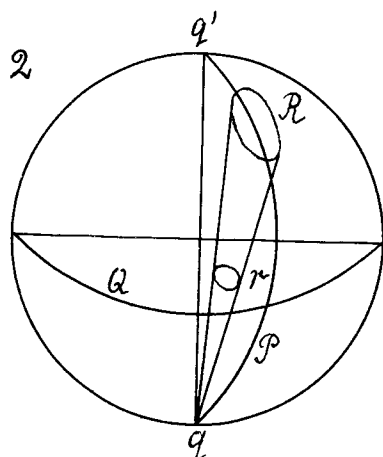
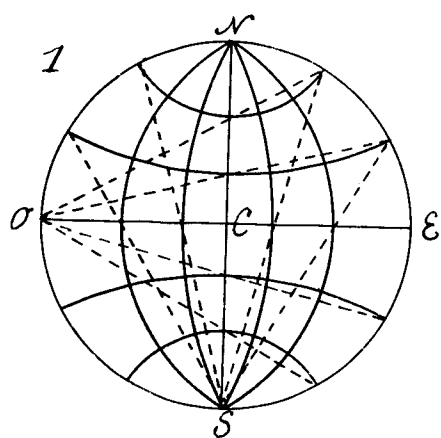
Рѣшеніе. Примемъ окружность сѣтки за горизонтъ Москвы. Проведя полуденную линію NS (табл. I, рис. 8), откладываемъ $NP = 56^\circ$ (широта Москвы) и находимъ полюсъ міра P . Къ этому полюсу чертимъ экваторъ WMO , на которомъ отъ точки M откладываемъ влѣво часовой уголъ точки весенняго равноденствія γ равный $1^h 16^m$, или 19° . Отъ точки γ вправо откладываемъ по экватору дугу $\gamma Q = AR = 5^h 9^m = 77\frac{1}{2}^\circ$. Черезъ точки P и Q проводимъ дугу круга склоненій и на немъ откладываемъ $Q\alpha = \delta = 46^\circ$. Положеніе звѣзды найдено и остается опредѣлить ея азимуть и высоту. Для этого проводимъ черезъ α радіусъ окружности сѣтки ZA . Дуга $SWNA$, равная 261° , будетъ искомымъ азимутомъ, а дуга $A\alpha$, равная 53° , высотой звѣзды въ данный моментъ.

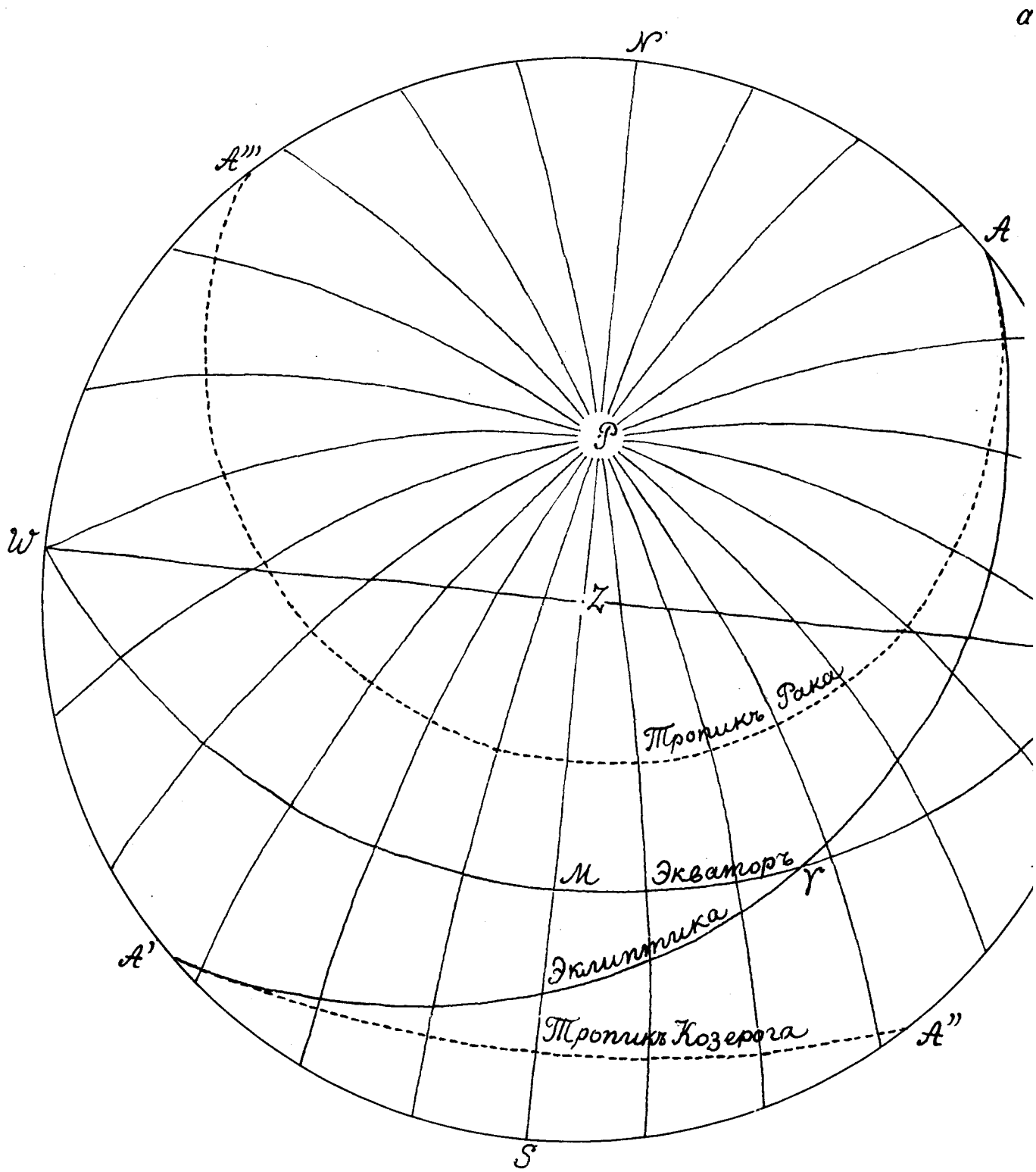
Задача 10. Найти склоненіе солнца 5 мая по старому стилю.

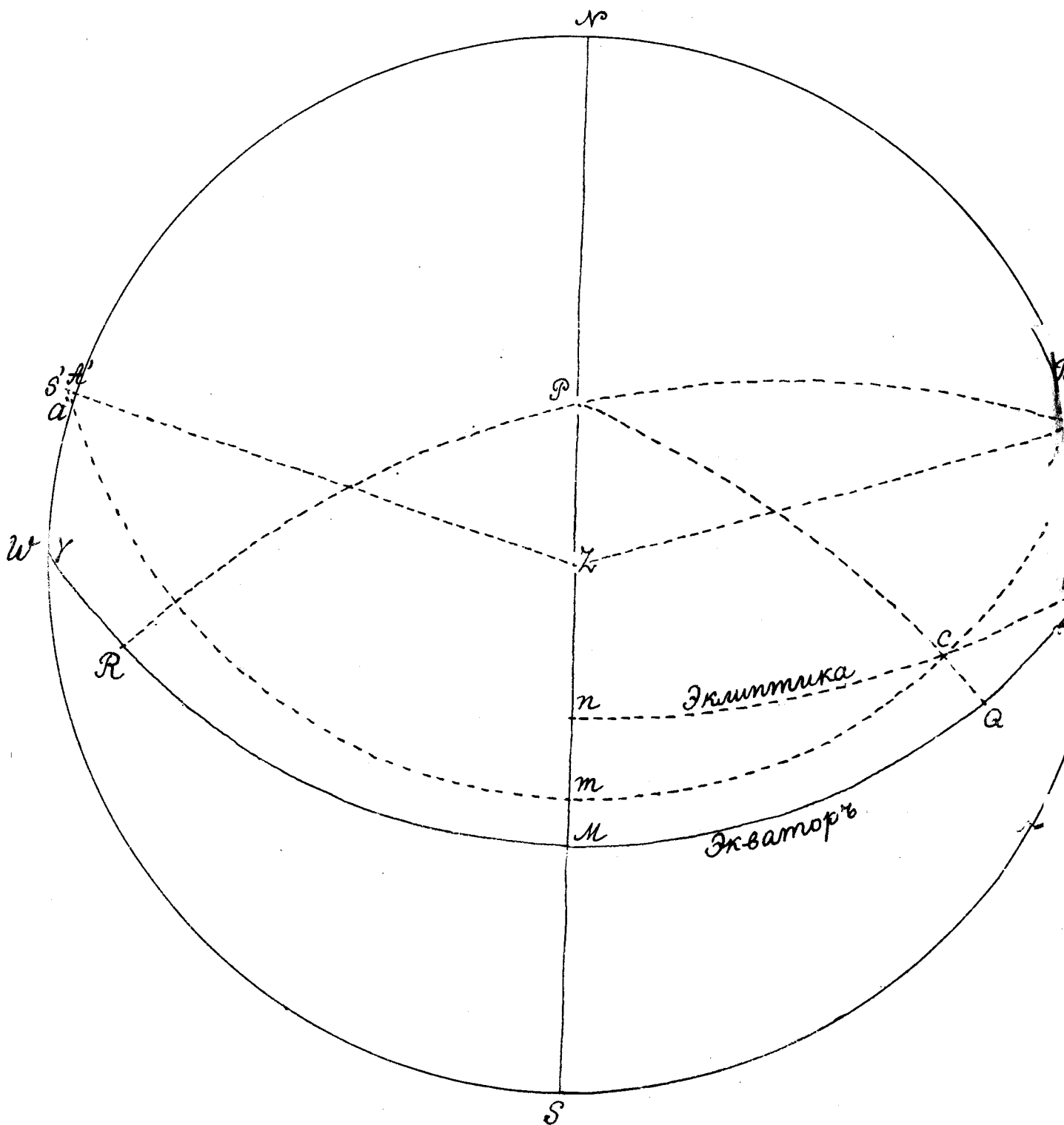
Рѣшеніе (безъ чертежа). Отъ времени равноденствія, 8-го марта, 5 мая отстоитъ на 58 дней. Среднее Солнце перемѣстится за это время на $\frac{360^\circ}{365d} \cdot 58d = 57^\circ$ отъ точки весенняго равноденствія по экватору къ востоку. Такъ какъ, по таблицѣ уравниенія времени (стр. 12) 5-го мая истинное Солнце имѣетъ прямое восхожденіе на 1° меньше средняго Солнца, то прямое восхожденіе истиннаго Солнца въ этотъ день будетъ 56° . Проведя эклиптику и кругъ склоненія, отвѣщающій 56° прямого восхожденія, мы получимъ склоненіе Солнца, какъ дугу этого круга, заключающуюся между экваторомъ и эклиптикой. Помѣстивъ для удобства построенія точку весенняго равноденствія въ центръ сѣтки, мы получимъ экваторъ и эклиптику въ видѣ прямыхъ линій. Описанное построеніе дастъ $\delta = +19\frac{1}{2}^\circ$, что вполне согласуется съ дѣйствительностью.

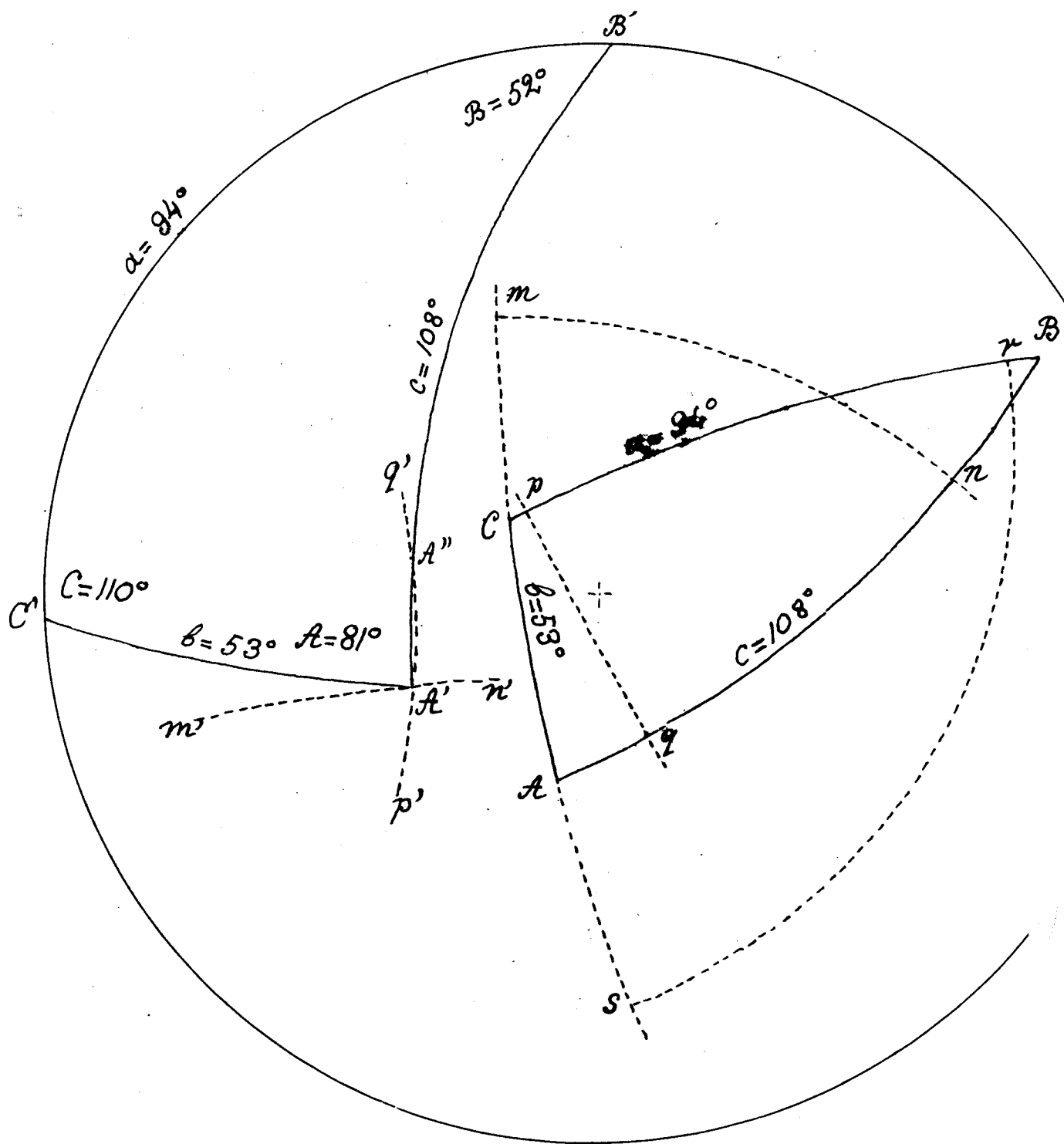
Задача 11. Опредѣлить для Москвы азимуть и высоту Солнца во время лѣтняго солнцестоянія въ $2^h 20^m$ пополудни средняго времени.

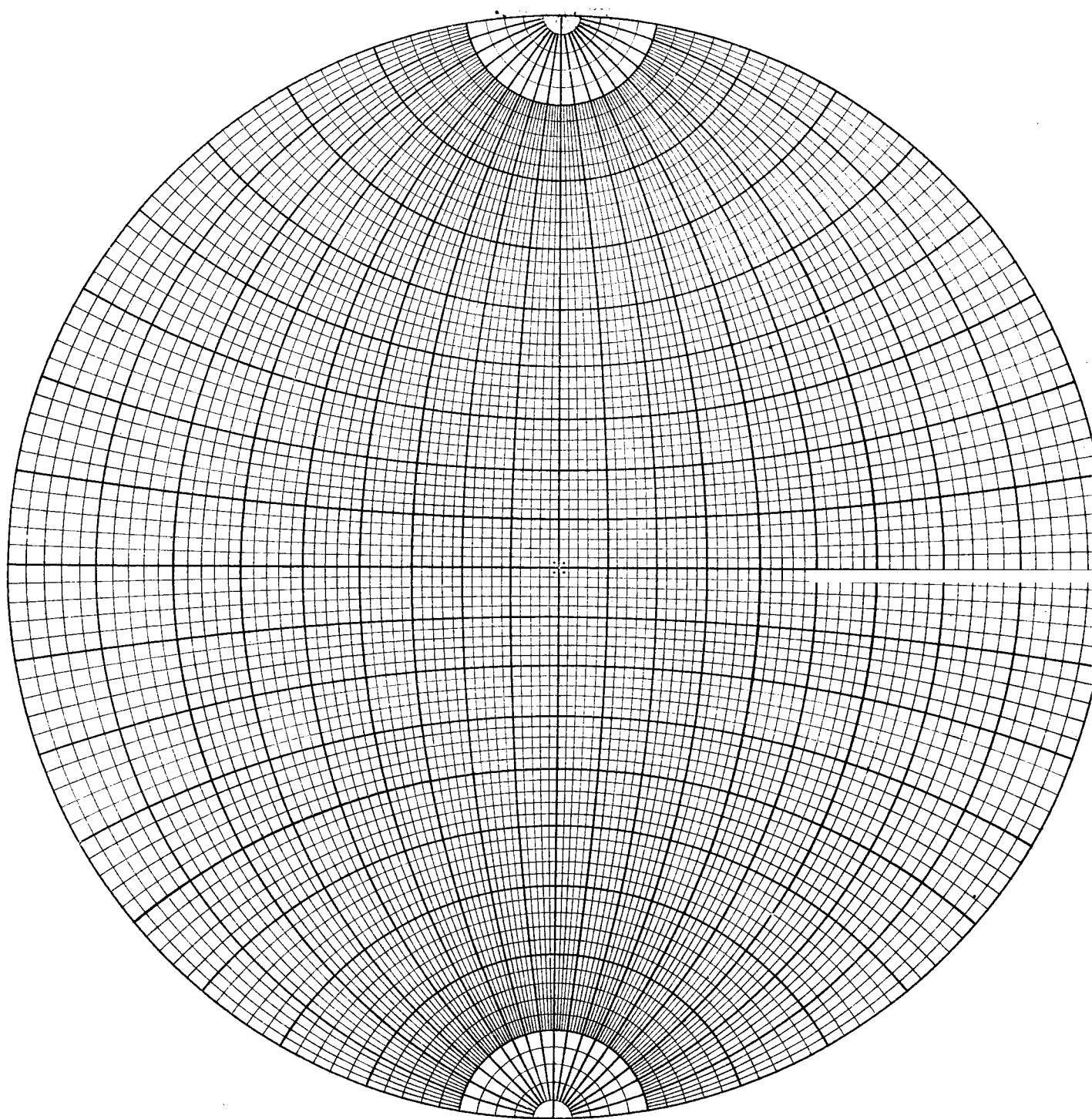
Рѣшеніе. При рѣшеніи этой задачи можно руководствоваться таблицей III, такъ что читателю предоставляется слѣдить за изложеньемъ рѣшенія безъ спеціальнаго чертежа. Начертивъ для горизонта Москвы, за который принята окружность сѣтки, полюсъ міра P , меридіанъ NS , зенитъ Z , экваторъ и тропикъ Рака, отсчитываемъ по экватору, который для этого слѣдуетъ совмѣстить съ меридіаномъ сѣтки, дугу, равную часовому углу Солнца, исправленному на уравненіе времени, $2^h 20^m$ равны 35° , а такъ какъ во время лѣтняго солнцестоянія, 8-го іюня, истинное Солнце отстаетъ на $\frac{1}{2}^\circ$ отъ средняго, то по экватору отъ точки M къ западу откладываемъ дугу въ $34\frac{1}{2}^\circ$. Получаемъ точку Q . Черезъ эту точку и черезъ полюсъ міра P проводимъ кругъ склоненій, пересѣкающій тропикъ Рака въ точкѣ s . Эта точка и будетъ искомымъ положеніемъ Солнца на небосклонѣ въ данный моментъ. Для нахождения азимута и высоты точки s , проводимъ черезъ нее радіусъ сѣтки, помѣстивъ кальку концентрически на сѣтку такъ, чтобы точка s пришлась на одинъ изъ діаметровъ сѣтки. Зенитное разстояніе s будетъ дуга Zs , равная 42° , что дастъ высоту $90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$, а азимуть будетъ равенъ дугѣ, считаемой отъ точки S къ западу до точки встрѣчи радіуса съ окружностью сѣтки. Въ нашемъ случаѣ эта дуга равна $53\frac{1}{2}^\circ$.











Задача 12. На горизонтальной площади некоторого города, широта которого дана, стоит освещенная Солнцем колокольня. В определенное время (день года, час и минута) измерена длина тени колокольни. Требуется определить высоту колокольни.

Решение. Задача приводится к определению высоты Солнца над горизонтом в данное время. Высота колокольни равна длине ее тени, умноженной на тангенс высоты Солнца. Место Солнца на небосклоне определяем, найдя сперва его склонение (задача 10), потом проведя его суточную параллель и, наконец, проведя круг склонения, отвечающий часовому углу Солнца. Пересечение этого круга с суточной параллелью и определит место Солнца в данный момент. При построении для решения этой задачи, как и в предыдущих задачах, окружность сѣтки привимаемъ за горизонт данного места.

Задача 13. Какова долгота Солнца 5-го мая по старому стилю?

Решение (безъ чертежа). Построивъ по указаніямъ рѣшенія задачи (10) положеніе Солнца въ требуемый день года, мы легко по эклиптикѣ измѣримъ разстояніе его центра отъ точки весенняго равноденствія, по направленію къ востоку, что и дастъ долготу Солнца, равную въ данномъ случаѣ 58° .

Задача 14. Определить долготу и широту звѣзды α Боттеса (Арктур), для которой $AR=14^h 11^m$ и $\delta=+19^\circ 42'$.

Решение. Изобразимъ экваторъ въ видѣ прямой линіи WO (табл. I, рис. 9) и помѣстимъ въ центръ чертежа точку осенняго равноденствія γ' , отстоящую на 180° отъ точки весенняго равноденствія γ . Прямое восхожденіе точки γ' равно 180° или 12^h , такъ что до прямого восхожденія α Боттеса отъ этой точки остается отложить по направленію къ O еще $14^h 11^m - 12^h$, т. е. $2^h 11^m$, или 33° круглымъ счетомъ. Черезъ полученную точку Q и полюсъ міра P проводимъ кругъ склоненій, по которому откладываемъ дугу $Q\alpha$, равную δ звѣзды, въ нашемъ случаѣ 20° круглымъ счетомъ. Чтобы перейти къ эклиптическимъ координатамъ, проводимъ изъ полюса эклиптики E большой кругъ черезъ точку α до встрѣчи его съ эклиптикой въ точкѣ q . Долгота звѣзды будетъ равна разстоянію точки q отъ точки γ , считаемому на востокъ, т. е. $180^\circ + \gamma'q$, что даетъ 203° , а широта будетъ равна дугѣ $q\alpha$, т. е. въ нашемъ случаѣ 31° .

Задача 15. Определить для Москвы (широта $55^\circ 45'$) высоту и азимутъ α Боттеса (Арктур) для 21-го іюня 1904 года въ $11^h 49^m$ вечера средняго времени, если для этой звѣзды $AR=14^h 11^m 6s$ и $\delta=+19^\circ 42' 11''$.

Решение. отождествимъ кругъ сѣтки съ горизонтомъ Москвы и проведемъ діаметръ NS —полуденную линію или меридіанъ (табл. I, рис. 10). Отъ точки N отложимъ на этомъ діаметрѣ высоту полюса (— широтѣ), приблизительно 56° ; мы найдемъ точку P —полюсъ міра. Къ этому полюсу міра чертимъ экваторъ. Равноденствіе въ 1904 году приходится на 8-е марта въ $3^h 29^m$ утра по московскому времени. Съ этой эпохи до 21-го іюня $11^h 49^m$ вечера протекло 105 дней 20 часовъ 20 минутъ средняго времени. Такъ какъ среднее Солнце уходитъ въ сѣти на $3^h 56^s$ отъ точки равноденствія по прямому направленію, то въ 105 дней 20 часовъ и 20 минутъ оно перемѣстится къ востоку отъ точки γ на дугу въ $6^h 56^m$. Таково будетъ прямое восхожденіе средняго Солнца 21-го іюня въ $11^h 49^m$ вечера. Звѣзда наша будетъ восточнѣе средняго Солнца на $14^h 11^m - 6^h 56^m$, т. е. на $7^h 17^m$, и

будетъ расположена на небосклонѣ на $11^h 49^m - 7^h 15^m$, т. е. на $4^h 34^m$, или на $68\frac{1}{4}^\circ$ къ западу отъ меридіана. Отложивъ по экватору дугу MQ и проведя кругъ склоненія PQ , найдемъ место звѣзды по ее склоненію $\delta=+20^\circ$ въ кругломъ числѣ, отложивъ дугу $Q\alpha=20^\circ$. Для нахождения азимута и высоты проводимъ черезъ точку α радіусъ ZA . Разстояніе SA будетъ искомымъ азимутомъ, равнымъ въ нашемъ случаѣ 83° , а разстояніе $A\alpha$ —искомой высотой, равной 28° .

Задача 16. 21-го іюня въ $11^h 49^m$ вечера средняго времени, идя по серединѣ одной изъ улицъ Москвы, можно было видѣть какъ разъ передъ собою звѣзду α Боттеса (Арктуръ), для которой $AR=14^h 11^m 6s$ и $\delta=+19^\circ 42' 11''$. Требуется определить направленіе улицы.

Решение. Эта задача есть парафраза предыдущей. Направленіе улицы совпадаетъ съ направленіемъ радіуса ZA (табл. I, рис. 10).

Задача 17. Определить моменты восхода и захода Солнца для Москвы 19-го августа.

Решение. Начертимъ, принявъ окружность сѣтки за горизонтъ Москвы (табл. IV), полуденную линію NS , полюсъ міра P , зенитъ Z и экваторъ WMO . Примемъ для удобства чертежа точку весенняго равноденствія γ въ точкѣ запада W , а ей противоположную точку осенняго равноденствія γ' въ точкѣ востока O . Эклиптика пройдетъ сѣвернѣе экватора, пересѣкая меридіанъ въ точкѣ n , отстоящей на $23\frac{1}{2}^\circ$ отъ точки M . На таблицѣ изображена только одна четверть эклиптики $n\gamma'$. 19 августа среднее Солнце отстоитъ на западъ отъ точки γ' на 20 дней. Отложивъ, по этому, по экватору дугу $\gamma'Q$, равную $\frac{20 \text{ д.}}{365 \text{ д.}} \times 360^\circ = 20^\circ$, мы получимъ въ точкѣ Q место средняго Солнца на 19-е августа. Таблица уравнианія времени покажетъ намъ, что въ этотъ день истинное Солнце имѣетъ одно прямое восхожденіе со среднимъ: поэтому, проведи черезъ Q кругъ склоненій PQ , мы найдемъ въ точкѣ пересѣченія этого круга съ эклиптикой, въ c , центръ истиннаго Солнца. Параллельный кругъ, проходящій черезъ точку c , будетъ суточной параллелью Солнца 19 августа. Она отстоитъ отъ экватора на дугу Qc , склоненіе Солнца. Измѣривъ эту дугу, найдемъ величину $8\frac{1}{2}^\circ$, что хорошо согласуется съ величиной склоненія Солнца $8^\circ 45'$, даваемымъ на этотъ день въ астрономическихъ календаряхъ. Суточную параллель Солнца можно найти и не строя эклиптики,—стоитъ только взять изъ таблицъ склоненіе Солнца.

Суточную параллель продолжимъ нѣсколько за окружность сѣтки и отмѣчаемъ на этомъ продолженіи на глазъ точки s и s' , отстоящія отъ окружности сѣтки на 1° въ направленіяхъ радіусовъ сѣтки. Собственно говоря, можно, благодаря симметричности чертежа, ограничиться разсмотрѣніемъ только одной его стороны, положимъ, правой. Точка s обозначаетъ положеніе центра солнечнаго диска въ тотъ моментъ, когда верхній его край, приподнятый рефракціей, касается горизонта въ точкѣ A . Черезъ точку A и полюсъ міра P проводимъ часовыи кругъ APR , опредѣляющій на экваторѣ точку R и измѣряемъ разстояніе этой точки отъ M . Получимъ 76° или $5^h 4^m$. Это и есть моментъ восхода Солнца, считаемый отъ полуночи, ибо двугранный уголъ MPR равенъ двугранному же углу MPA . Въ календарѣ данъ моментъ восхода на 19 августа $5^h 2^m$, на 2^m отличающійся отъ найденнаго. Заходъ Солнца произойдетъ въ $12^h - 5^h 2^m = 6^h 58^m$. Въ календарѣ дано $6^h 56^m$.

Задача 18. Определить моменты восхода и захода Солнца в Москве 1-го февраля 1904 г.

Решение подобно предыдущему. Разница между средним и истинным временем достигает 1 февраля 14^м и притом среднее Солнце опережает истинное. Поэтому, найдя положение среднего Солнца 1 февраля 1904 високосного года, т. е. за 36 дней до весеннего равноденствия, мы должны провести круг склонения не через найденную точку экватора, но через точку на $3\frac{1}{2}^\circ$ восточнее и в пересечении этого круга с эклиптикой поместить центр Солнца.

Если решающий эту задачу потрудится сделать построение, то практичнее всего выбрать положение точки весеннего равноденствия в точке *O*. Эклиптика пройдет не над экватором, как на таблицу IV, а под ним, так что точку *n* придется поместить на $23\frac{1}{2}^\circ$ южнее точки *M*. Так как 36 дней отвечают $\frac{36}{365} \cdot 360^\circ$, т. е. $35\frac{1}{2}^\circ$, то точка *Q* поместится на экваторе на это число градусов западнее точки *O*. Это будет место среднего Солнца. Отложив к востоку, от *Q* дугу в $3\frac{1}{2}^\circ$, мы получим точку *Q'*, определяющую прямое восхождение центра истинного Солнца в данный день. Проведя круг склонения *PQ'*, мы в пересечении его с эклиптикой найдем положение центра истинного Солнца на небосклоне, а проведя через найденную точку пересечения параллельный круг, найдем и суточную параллель Солнца на 1 февраля.

Задача 19. Определить для Москвы моменты восхода и захода Солнца во время летнего и зимнего солнцестояния.

Решение, как и для предыдущих двух задач, с тем упрощением, что суточная параллель Солнца во время весеннего солнцестояния дана тропиком Рака, а во время зимнего—тропиком Козерога (табл. III).

Задача 20. По данному склонению Солнца и по данной широте места определить для этого места продолжительность астрономических сумерек.

Решение (без чертежа). Заметим предварительно, что продолжительностью астрономических сумерек считается время, в течение которого Солнце опустится под горизонт на 18° . Приняв это во внимание, мы накладываем на сетку кальку, обозначаем на ней полюс сетки и наводим две линии: 1) экватор сетки и 2) параллель, отстоящую от экватора на 18° и на $90^\circ + 18^\circ$ от отмеченного полюса. Затем принимаем сетку за систему кругов склонения и прямых восхождений. Накладываем наш чертеж на сетку концентрически так, чтобы отмеченный полюс получил угловое расстояние от экватора сетки, равное заданной широте. Полюс обозначим зенит, а диаметр, начерченный на кальку,—горизонт места. Наложив кальку указанным образом, мы отыскиваем по заданному склонению Солнца его суточную параллель, которая будет одной из параллелей сетки, видимых сквозь кальку, и ищем точки встречи этой параллели с обеими линиями чертежа на кальку. Положим для начала, что обе точки действительно существуют. Тогда расстояние между меридианами сетки, проходящими через обе точки, выраженное во времени, и дает искомую продолжительность астрономических сумерек. Однако, построение это дает продолжительность сумерек больше действительной, так как не была принята в расчет атмосферическая рефракция, увеличивающая продолжительность дня. Чтобы ввести рефракцию, начертим на кальку вместо экватора параллель,

отстоящую от него на 1° и от полюса на $90^\circ + 1^\circ$, остальное оставим по прежнему.

Едва ли необходимо заметить, что указанное построение касается лишь одного переднего полушария и что заднее полушарие в данном случае совершенно симметрично переднему относительно плоскости чертежа.

Для того, чтобы легче разобраться в частных случаях решения задачи, назовем часть чертежа между экватором и параллелью в 18° (собственно между обеими параллелями—в 1° и 18°) областью сумерек, часть чертежа, соприкасающуюся с этой областью со стороны экватора—областью дня и часть чертежа, соприкасающуюся с областью сумерек со стороны параллели в 18° —областью ночи. Смотря по широте места и склонению Солнца суточная параллель Солнца может лежать или целиком в одной из этих областей, или в двух смежных, или во всех трех вместе. В первом случае круглые сутки будут продолжаться или день, или сумерки, или ночь, смотря по тому, в какой из трех областей лежит параллель Солнца. Во втором случае получим день с сумерками вместо ночи или ночь с сумерками вместо дня, смотря по тому, в каких из двух смежных областей проходит суточная параллель Солнца. Наконец, в третьем случае сутки состоят из дня, ночи и сумерек—вечерних и утренних. Могут быть и промежуточные случаи, когда суточная параллель Солнца касается одной или обеих границ между областями.

Указанное решение дает возможность, несколько не меняя ни чертежи, ни его положения на сетке, определить для данной широты продолжительность сумерек для различных значений склонения Солнца, а в соответствии с этим и для различных дней года (см. задачу 10). Кроме того, примененное в решении этой задачи построение дает возможность определить время восхода и захода Солнца в другой и притом более простой проекции небесного свода, чем это было сделано при решении задачи 17.

Задача 21. По данному склонению Солнца и по данной широте места определить для этого места продолжительность гражданских сумерек.

Решение тоже, что и в предыдущей задаче, с той лишь разницей, что концы гражданских сумерек считается моментом, когда Солнце опустится под горизонт на $6\frac{1}{2}^\circ$. Соответственно этому проводим вместо параллели в 18° , как в предыдущей задаче, параллель в $6\frac{1}{2}^\circ$. Собственно говоря, задачи 20 и 21 должны быть соединены в одну и решаться совместно; они разделены лишь с целью упростить изложение решения.

Задача 22. Дань под Москвой дом-особняк, стоящий на открытом месте. Определить освещаемость Солнцем фасадов этого дома в различные дни года, если известно направление фасадов (азимуты их).

Решение. Пусть для большей определенности азимут одного фасада будет 40° . Накладываем кальку на сетку и копируем два ее взаимно-перпендикулярных диаметра, которые изображать два направления фасадов здания. Эти прямые назовем *QR* и *TU*. Назовем этот чертеж буквой *a*.

Накладываем таблицу III, изображающую проекцию небесного свода на горизонт Москвы, на сетку центрально, а сверху, центрально же, чертеж *a*, который вращаем до тех пор, пока одна из прямых, положим *QR*, не получит азимута в 40° .

Разсмотримъ эпоху лѣтняго солнцестоянія. Въ эту эпоху суточная параллель Солнца совпадаетъ съ тропикомъ Рака. Солнце восходитъ въ точкѣ *A* и восходъ его виденъ изъ оконъ юго-восточнаго фасада дома. Двигаясь по тропику Рака, Солнце послѣ полудня придетъ на прямую *QR* и будетъ имѣть одинъ азимутъ съ соотвѣстной парой параллельныхъ стѣнъ дома.

Очевидно, что съ этого момента Солнце зайдетъ для юго-восточнаго фасада, спрятавшись за югозападнымъ угломъ дома. Легко опредѣлить продолжительность освѣщенія этого фасада. Оно будетъ продолжаться съ восхода Солнца, моментъ котораго легко опредѣлить по задачѣ 17, до того часа пополудни, который опредѣляется часовымъ кругомъ, проходящимъ черезъ точку пересѣченія *QR* съ тропикомъ Рака. Въ нашемъ случаѣ часовой уголъ равенъ 25° или $1^h 40^m$. Такимъ образомъ въ $1^h 40^m$ пополудни Солнце зайдетъ для юговосточнаго фасада дома и взойдетъ для сѣверозападнаго, въ окна котораго и будетъ свѣтить до своего захода въ точкѣ *A'''*.

Изъ оконъ сѣверовосточнаго фасада *TU* можно видѣть восходъ Солнца въ разбираемую эпоху почти прямо передъ окнами, въ точкѣ *A*. Дойдя до точки пересѣченія *TU* съ тропикомъ Рака, Солнце скрывается для оконъ этого фасада за юговосточнымъ угломъ здания, и легко опредѣлить этотъ моментъ по часовому углу этой точки пересѣченія. Онъ будетъ равенъ 32° или $2^h 8^m$. За столько времени до полудня, или въ $9^h 42^m$ утра, Солнце скроется для этого фасада, но не окончательно. Оно появится передъ нимъ, когда придетъ вечеромъ во вторую точку пересѣченія *TU* съ тропикомъ Рака, т. е. въ $8^h 16^m$ вечера и будетъ свѣтить до своего заката. Такимъ образомъ во время лѣтняго солнцестоянія изъ сѣверовосточнаго фасада заданнаго дома будутъ видны и восходъ, и закатъ Солнца. Противоположный, юго западный фасадъ будетъ освѣщенъ Солнцемъ во все время его пути между обѣими точками пересѣченія *TU* съ тропикомъ Рака, т. е. отъ $9^h 42^m$ утра до $8^h 16^m$ вечера.

Въ эпоху равенденствія Солнце восходитъ въ точкѣ *O*, и восходъ его виденъ изъ оконъ какъ сѣверовосточнаго, такъ и юговосточнаго фасадовъ. Фасадъ *TU* освѣщается Солнцемъ до часа, соотвѣствующаго точкѣ пересѣченія *TU* съ экваторомъ, т. е. до $9^h 4^m$ утра, а фасадъ *QR* до $2^h 20^m$. Закатъ Солнца виденъ изъ оконъ какъ югозападнаго, такъ и сѣверозападнаго фасадовъ.

Во время зимняго солнцестоянія Солнце восходитъ въ точкѣ *A''*, и его восхода уже не видно изъ оконъ сѣверовосточнаго фасада, все время дня остающагося въ гѣни. Всѣ остальные фасады получаютъ лучи Солнца, хотя сѣверозападный въ теченіе очень короткаго времени, вечеромъ, передъ закатомъ.

Болѣе подробный разборъ случаевъ, представляющихся въ задачѣ, мы оставляемъ читателю. Прибавимъ только, что не трудно рѣшить задачу относительно любого дня года, начертивъ для этого дня суточную параллель Солнца, и опредѣливъ времена, отвѣчающія точкамъ ея пересѣченія съ діаметрами, опредѣляющими направленіе фасадовъ здания.

Накладывая чертежъ *a* на табл. III въ другихъ направленіяхъ, мы можемъ рѣшать задачу для всевозможныхъ направлений стѣнъ здания.

Задача 23. Домъ расположенъ въ Москвѣ на солнечной сторонѣ длинной улицы, азимутъ который равенъ 60° . Ширина улицы 10 сажень. Противоположная дому сторона

улицы состоитъ изъ домовъ одной высоты, равной 6 саженьямъ. Опредѣлить условія освѣщенія Солнцемъ дома съ основанія до вершинъ.

Рѣшеніе. Задача эта представляетъ развитіе предыдущей. Глазъ, помѣщенный у основанія дома, видитъ верхній край противоположащихъ домовъ подъ угломъ, тангенсъ котораго равенъ (6 саж.: 10 саж.), т. е. подъ угломъ въ 31° . Плоскость, проведенная черезъ глазъ и черезъ верхи крышъ противоположащихъ домовъ, будетъ плоскостью большого круга, наклоненнаго къ горизонту на 31° и пересѣкающаго горизонтъ въ тѣхъ же точкахъ, что и улица. Нанеся этотъ кругъ отдѣльно на кальку и наложивъ на табл. III такъ, чтобы діаметръ, на который опирается кругъ, имѣлъ азимутъ 60° , мы убѣдимся, что во время лѣтняго солнцестоянія домъ освѣщается такъ, какъ будто бы онъ стоялъ на открытомъ мѣстѣ, во время равенденствія для его основанія пропадаютъ 4 часа утренняго освѣщенія, а во время зимняго солнцестоянія основаніе его вовсе не получаетъ прямыхъ лучей Солнца. Подробное развитіе вопроса предоставляемъ читателю.

Задача 24. Измѣнить заданіе предыдущей задачи, взявъ не основаніе дома, а окно на высотѣ двухъ сажень надъ землею.

Рѣшеніе. Такъ какъ крыши противоположнаго ряда домовъ будутъ возвышаться надъ окномъ на $10 - 6 = 4$ саж., то плоскость, проведенная черезъ окно и верхушки крышъ противоположнаго ряда домовъ составитъ съ горизонтомъ уголъ, тангенсъ котораго 0,4, т. е. уголъ въ 22° .

Задача 25. Данъ въ Москвѣ прямоугольный дворъ, длиною въ 7 сажень, шириною въ 5 сажень. Дворъ образуется стѣнами дома, вышиною въ 10 сажень, и длиною своимъ дворъ направленъ по азимуту въ 40° . На солнечной стѣнѣ этого двора дано окно, возвышающееся на двѣ сажени отъ земли и отстоящее отъ сѣверовосточной стѣны двора на одну сажень. Опредѣлить освѣщаемость окна въ разное время года.

Рѣшеніе. Задача эта представляетъ усложненіе предыдущей задачи лишь тѣмъ, что здѣсь надо построить три большихъ круга соотвѣственно тремъ стѣнамъ дома, заключающимъ прямые лучи Солнца. Стѣна, имѣющая данное окно, представится діаметромъ сѣтки, противоположная окну стѣна изобразится большимъ кругомъ, опирающимся на этотъ же діаметръ и наклоненнымъ къ горизонту подъ угломъ съ тангенсомъ $[(10 - 2) : 5] = 1,6$, т. е. 58° ; сѣверо-восточная стѣна—кругомъ, наклоненнымъ къ горизонту подъ угломъ въ 83° , соотвѣственно тангенсу $[(10 - 2) : 1] = 8,0$; наконецъ, юго-западная стѣна—кругомъ съ наклономъ въ 52° , ибо $tg 52^\circ = [(10 - 2) : (7 - 1)] = 1,3$.

Построимъ эти круги на отдѣльномъ листѣ кальки (табл. I, рис. 11). Наложимъ таблицу III на кальку, а на нее нашъ чертежъ въ такомъ положеніи, чтобы діаметръ *AB* получилъ азимутъ въ 40° . Тогда нашъ дворъ будетъ ориентированъ относительно горизонта Москвы, какъ требуется въ задачѣ. Не мѣняя положенія таблицы и чертежа, отмѣчаемъ на чертежѣ полюсъ міра *P* и наводимъ эклиптику, отмѣтивъ на ней точку γ . Затѣмъ чертимъ параллельные круги черезъ точки *n* и *m* (табл. I, рис. 11), обозначающія сѣверный и южный углы нашего двора. Эти параллели пересѣкутъ эклиптику—каждая, вообще, въ двухъ точкахъ. Между парами этихъ точекъ и будутъ заключаться двѣ дуги эклиптики, проходящія Солнце будетъ освѣщать наше окно. Не трудно теперь найти, какимъ днямъ въ году будутъ соотвѣствовать

четыре найденныя на эклиптикѣ точки. Въ нашемъ случаѣ точка n лежитъ сѣвернѣе тропика Рака, значить, проведенная черезъ нее параллель не пересѣчетъ эклиптики, и вмѣсто четырехъ точекъ на эклиптикѣ мы получимъ двѣ, лежащихъ на одной параллели съ точкой m . Это значитъ, что Солнце свѣтитъ въ окно до лѣтнаго солнцестоянія, во время него и послѣ него. Сдѣлавъ необходимыя построения и измѣренія, найдемъ, что Солнце начинаетъ свѣтить въ окно 12 апрѣля и свѣтитъ сплошь до 8-го августа.

Построения, требующія наложенія нѣсколькихъ таблицъ другъ на друга, иногда удобнѣе дѣлать съ помощью отдѣльнаго листа кальки, на которомъ копируемъ съ различныхъ таблицъ необходимыя линіи, такъ какъ наложеніе многихъ листовъ кальки дѣлаетъ отсчеты на сѣткѣ не столь точными.

Задача 26. Опредѣлить, какую часть небосклона видно изъ окна, расположеннаго, какъ въ предыдущей задачѣ 23.

Рѣшеніе. Слѣдуетъ найти площадь сферическаго четырехугольника $nsmt$ (таблица I, рис. 11). Построивъ черт. 11, табл. I на калькѣ и наложивъ его на сѣтку такъ, чтобы прямая AB совпала съ экваторомъ сѣтки, мы легко сосчитаемъ число клѣточекъ въ четырехугольникѣ $nsmt$. Ихъ окажется 365. Такъ какъ четырехугольникъ лежитъ вблизи экватора, то можно считать всѣ клѣтки, въ немъ заключенныя, равными. Каждая клѣтка равна четыремъ квадратнымъ градусамъ, т. е. $\left(\frac{2\pi}{360} \times 2\right)^2$, а все полушаріе $2\pi r^2$, то отношеніе площади четырехугольника $nsmt$ къ площади полушарія будетъ:

$$365 \left(\frac{2\pi \times 2}{360}\right)^2 : 2\pi r^2 = 0,07.$$

Задача 27. Опредѣлить, какія звѣзды первой величины видны изъ окна, расположеннаго, какъ въ задачѣ 23.

Рѣшеніе. Построимъ черт. 11 табл. I на калькѣ и наложимъ его на таблицу III такъ, какъ этого требуетъ ориентировка двора относительно странъ горизонта. Это мы сдѣлаемъ легко, отмѣтивъ съ помощью сѣтки на таблицѣ III азимутъ стѣны, несущей окно, въ нашемъ случаѣ 40° . На чертежѣ, наложенномъ повергъ табл. III въ надлежащемъ положеніи, отмѣтимъ полюсъ міра и съ помощью его найдемъ полярное разстояніе, а изъ него и склоненіе точекъ n и m , въ нашемъ случаѣ мы найдемъ: для точки m , $\delta = +10^\circ$, для точки n , $\delta = +66^\circ$. Затѣмъ ищемъ въ астрономическихъ таблицахъ звѣзды первой величины, δ которыхъ заключаются между найденными предѣлами. Оказывается, что почти всѣ звѣзды 1-й величины сѣвернаго полушарія будутъ изъ нашего окна видны, а именно: α Тельца $\delta = +16^\circ 18'$, α Возничаго $\delta = +45^\circ 54'$, β Близнецовъ $\delta = +28^\circ 16'$, α Льва $\delta = +12^\circ 27'$, α Воотеса $\delta = +19^\circ 43'$, α Лиръ $\delta = +38^\circ 41'$, α Лебедя $\delta = +44^\circ 55'$, не видна α Орла $\delta = +8^\circ 36'$.

Задача 28. Опредѣлить зависимость освѣщенія окна въ задачѣ 25 отъ различнаго азимута стѣны, несущей окно.

Рѣшеніе. Вращая чертежъ на калькѣ, отвѣщающей чертежу 11, табл. I, по таблицѣ III, наложенной на сѣтку, мы замѣтимъ, что окно находится въ тѣни даже во время лѣтнаго солнцестоянія при всѣхъ положеніяхъ двора, заключающихся между двумя азимутами точки B , въ 220° и въ 320° , считая отъ 220 до 320 черезъ точку N , въ послѣдовательности счета азимутовъ. При всѣхъ прочихъ азимутахъ точки B окно при лѣтнемъ солнцестояніи и въ смежныя съ нимъ дни получаетъ свѣтъ. Наибольшая продолжительность освѣще-

нія достигаетъ 3-хъ часовъ при азимутѣ B , приблизительно равномъ 35° .

Задача 29. На солнечной стѣнѣ дома въ Москвѣ данъ балконъ, для котораго извѣстны высота перилъ надъ поломъ его основанія, равная 86см , и разстояніе переднихъ перилъ отъ стѣны, равное 76см . Наблюдено, что въ 1^h 20^m пополудни 10-го октября стараго стиля высота верхняго края тѣни, бросаемаго передними перилами на стѣну, была равна 45см , считая отъ пола балкона. Требуется опредѣлить азимутъ стѣны дома.

Рѣшеніе (безъ чертежа). Эта задача аналогична задачѣ 24. Вмѣсто противоположнаго ряда домовъ взяты перила балкона, вмѣсто высоты освѣщаемаго окна дана высота тѣни. Разница заключается въ томъ, что заданія этой задачи приурочены къ опредѣленному моменту и ищется величина, считающаяся въ задачѣ 24-ой извѣстной, т. е. азимутъ стѣны.

Перила возвышаются надъ своею тѣнью на $86 - 45 = 41\text{см}$. Такъ какъ ширина балкона равна 76см , то тангенсъ угла, образуемаго съ горизонтомъ плоскостью, проходящей черезъ край тѣни и край переднихъ перилъ, равенъ $41 : 76$, что составитъ 0.540 . Это отвѣчаетъ углу $28\frac{1}{2}^\circ$. Плоскость эта будетъ изображена на чертежѣ большимъ кругомъ, отстоящимъ отъ края сѣтки на $28\frac{1}{2}^\circ$ и проходящимъ черезъ Солнце. Поэтому, принявъ окружность сѣтки за горизонтъ Москвы, строимъ положеніе Солнца для заданнаго момента и, вращая кальку концентрически, приводимъ точку, изображающую Солнце, на меридіанъ сѣтки, отстоящій отъ края ея на $28\frac{1}{2}^\circ$. Концы этого меридіана (полюсы сѣтки) опредѣляютъ діаметръ сѣтки, представляющій искомое направленіе стѣны. Въ нашемъ примѣрѣ азимутъ стѣны долженъ получиться равнымъ $67\frac{1}{2}^\circ$.

Практическое примѣненіе этой задачи сопряжено, однако же, съ неточностями, зависящими отъ неровности и негоризонтальности пола балкона, неровности перилъ, сравнительно малаго размѣра измѣряемыхъ протяженій и проч. Погрѣшность можетъ достигать нѣсколькихъ градусовъ.

Задача 30. Зная широту мѣста, опредѣлить азимутъ стѣны по времени (число мѣсяца, часъ и минута) исчезновенія или появленія тѣни стѣны у ея основанія.

Рѣшеніе. Для большей опредѣленности положимъ, что наблюденіе происходитъ въ Москвѣ подъ $55^\circ 45'$ широты, 8-го мая по старому стилю, и что тѣнь отъ стѣны исчезла (или появилась, смотря по тому, о какой сторонѣ стѣны идетъ рѣчь) въ 1^h 41^m средняго времени. Для рѣшенія этой задачи воспользуемся чертежемъ 10, табл. I.

Примемъ окружность сѣтки за горизонтъ Москвы, приведемъ меридіанъ NS и на немъ найдемъ полюсъ міра P , отложивъ $NP = 56^\circ$ (широта Москвы, приблизительно). Къ полюсу P начертимъ экваторъ WMO и къ сѣверу отъ экватора проведемъ суточную параллель Солнца. Эту параллель мы построимъ или по склоненію Солнца, взятому изъ астрономическаго календаря, которое равно для 8-го мая 20° , или же способомъ, изложеннымъ въ задачѣ 10. На этой параллели мы легко найдемъ мѣсто Солнца въ 1^h 41^m средняго времени. Среднее время въ истинный полдень 6-го мая есть 1^h 56^m, такъ что истинное Солнце на 4^m или на 1° идетъ впереди средняго. Въ 1^h 41^m средняго времени среднее Солнце отстоитъ на экваторѣ на 26° къ западу отъ меридіана, а потому кругъ склоненій, проходящій черезъ центръ истиннаго Солнца, пересѣчетъ экваторъ въ точкѣ, отстоящей отъ M на $26^\circ + 1^\circ = 27^\circ$ къ западу. Центръ Солнца получится на

пересѣченіи этого круга склоненій съ параллелью pq въ точкѣ α . Очевидно, что тѣнь отъ стѣны исчезнетъ, когда Солнце будетъ имѣть одинъ азимутъ со стѣной; значить, направленіе стѣны получимъ, проведя діаметръ сѣтки черезъ α . Разстояніе одного конца діаметра, положимъ A , отъ точки S и будетъ искомымъ азимутомъ стѣны, равнымъ для взятаго часнаго примѣра 40° .

Примѣчаніе. Время исчезновенія тѣни отъ стѣны легко опредѣлить такимъ простымъ приѣмомъ. Къ стѣнѣ прикладываемъ дощечку, на обоихъ концахъ которой перпендикулярно къ ея длинѣ укрѣплено по поперечной дощечкѣ. Въ одной изъ нихъ, которую обратимъ къ Солнцу, продѣлаемъ маленькое круглое отверстіе, а на другой сдѣлаемъ отмѣтку на такомъ же удаленіи отъ продольной дощечки, на какомъ находится отъ нея отверстіе. Моментъ, въ который свѣтлое пятнышко придетъ на отмѣтку, совпадетъ съ прохожденіемъ Солнца черезъ плоскость стѣны и можетъ быть замѣченъ по часамъ достаточно точно.

Задача 31. Зная широту мѣста, опредѣлить время по наблюденію исчезновенія или появленія тѣни стѣны, азимутъ которой извѣстенъ.

Рѣшеніе. Эта задача обратна предыдущей. Построимъ полюсъ міра P (табл. I, рис. 10) экваторъ, суточную параллель Солнца для дня наблюденія и азимутъ стѣны ZA , проводимъ кругъ склоненія черезъ α , точку пересѣченія ZA съ суточной параллелью. Уголъ этого круга съ меридіаномъ, исправленный на относительное положеніе истиннаго и средняго Солнца, дастъ время наблюденія, по которому могутъ быть проверены часы наблюдателя. Предлагаемое построеніе на сѣткѣ и калѣкъ даетъ точность проверки до 2-хъ минутъ.

Задача 32. На полу освѣщенной Солнцемъ комнаты отъ вертикальнаго края оконной рамы ложится тѣнь, уголъ которой съ основаніемъ одной изъ стѣнъ легко измѣрить какимъ-нибудь способомъ. Зная этотъ уголъ, широту мѣста и моментъ измѣренія угла, найти азимутъ стѣны комнаты.

Рѣшеніе (безъ чертежа). Эта задача представляетъ видоизмѣненіе задачи 31. Находимъ для даннаго момента азимутъ Солнца, равный, очевидно, азимуту тѣни въ нашемъ случаѣ. Остается только приложить въ надлежащемъ направленіи къ найденному азимуту измѣренный уголъ.

Задача 33. Къ стѣнѣ прицѣланъ перпендикулярно прямой стержень. Зная широту мѣста, опредѣлить азимутъ стѣны по наблюденію времени, когда тѣнь стержня на стѣнѣ, освѣщенной Солнцемъ, становится отвѣсною.

Рѣшеніе. Такъ же, какъ и въ задачѣ 31, опредѣляемъ для даннаго момента наблюденія положеніе Солнца на небосклонѣ. Отвѣсная тѣнь отъ горизонтальнаго стержня находится въ одной вертикальной плоскости со стержнемъ и съ Солнцемъ, слѣдовательно, мы получимъ эту плоскость, проведя кругъ высоту черезъ центръ Солнца. Принявъ кругъ сѣтки за горизонтъ мѣста, мы получимъ направленіе стержня, равно какъ и проекцію заключающаго его круга высоту, въ видѣ радіуса сѣтки, проходящаго черезъ центръ Солнца. Діаметръ сѣтки, перпендикулярный этому радіусу, и дастъ направленіе стѣны.

Задача 34. Зная широту мѣста, построить на горизонтальной плоскости солнечные часы.

Рѣшеніе. Стержню или ребру стрѣлки солнечныхъ часовъ должно сообщить направленіе, параллельное оси міра.

Только при такомъ расположеніи стержня направленіе тѣни его не будетъ зависѣть отъ различной высоты Солнца въ одинъ и тотъ же часъ дня въ различное время года. Если сдѣлать, поэтому, стрѣлку въ видѣ треугольника, въ которомъ одинъ уголъ равенъ широтѣ мѣста, и расположить треугольникъ въ плоскости меридіана этимъ угломъ на югъ, и одну изъ сторонъ, заключающихъ упомянутый уголъ, помѣстить на горизонтальную плоскость, то другая изъ этихъ сторонъ направится по оси міра. Таблица III-ья можетъ служить поясненіемъ. Стержень вообразимъ направленнымъ изъ центра фигуры по оси міра, къ полюсу P . Тѣнь отъ Солнца, бросаема стержнемъ на горизонтальную плоскость, будетъ дана прямою, по которой пересѣкается плоскость горизонта съ кругомъ склоненій, проходящимъ въ данный моментъ черезъ Солнце. Поэтому, если на табл. III проведемъ радіусы къ точкамъ встрѣчи круговъ склоненій съ окружностью чертежа, то эти радіусы и представятъ направленіе тѣни стрѣлки солнечныхъ горизонтальныхъ часовъ на каждый часъ дня.

Задача 35. Зная широту мѣста, построить солнечные часы на вертикальной стѣнѣ.

Рѣшеніе. Начнемъ съ опредѣленія азимута стѣны по способу, указанному въ задачахъ 30 или 33. Положимъ, что стѣна находится въ Москвѣ, широта которой $55^\circ 45'$ и азимутъ стѣны найдемъ равнымъ 60° . Примемъ (табл. I рис. 12) плоскость сѣтки за плоскость стѣны и проведемъ вертикальное направленіе VV' и горизонтальное HH' . Если стѣна расположена въ азимутѣ 60° , то это значить, что перпендикуляръ къ ея сторонѣ, обращенной на югъ, образуетъ съ полуденной линіей уголъ въ $90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ къ востоку. Перпендикуляръ къ стѣнѣ проектируется въ точку C , центръ сѣтки, поэтому полуденная линія опредѣлится точкой S на прямой HH' , отстоящей на 30° влево (къ западу) отъ C . Меридіанъ представится кругомъ VSV' . Направленіе оси міра, съ которой должна совпадать стрѣлка часовъ, будетъ лежать въ плоскости меридіана на 56° (приблизительная широта Москвы) внизъ отъ HH' . Отложивъ дугу $SP = 56^\circ$, мы найдемъ точку P , опредѣляющую направленіе оси міра и совпадающей съ ней стрѣлки часовъ. Легко помѣстить стрѣлку на стѣну. Для этого обратимъ вниманіе на сферическій треугольникъ $V'PQ$. Мы можемъ весьма просто построить треуграный уголъ, соответствующій этому треугольнику. Для этого возьмемъ кусокъ, тонкаго, но крѣпкаго картона или жести, опишемъ на немъ изъ O (табл. I рис. 13) дугу QQ' произвольнымъ радіусомъ и отложимъ на ней дуги QP , PQ' и $V'Q$, равныя соответственнымъ дугамъ на рис. 13 таблицы I, конечно, не по длинѣ, а въ угловой мѣрѣ. Затѣмъ, согнемъ нашъ круговой секторъ по прямымъ OP и OQ' въ одну сторону, такъ, чтобы обѣ линіи OQ сошлись. По этимъ линіямъ слѣдуетъ нашу фигуру склеить. Мы получимъ треугранный уголъ, отвѣчающій треугольнику QPQ' рис. 13 табл. I. Надо только позаботиться, чтобы загибы были сдѣланы въ надлежащую сторону, чтобы не получить обратной послѣдовательности линій OQ , OP и OQ' . Если теперь помѣстимъ склеенный треугранный уголъ на стѣну вершиной вверхъ и ребромъ OQ' вертикально, по отвѣсу, то ребро OP будетъ направлено по оси міра. Оно будетъ бросать на стѣну тѣнь, направленіе которой будетъ одно и то же во всѣ дни года для одного и того же часового угла Солнца. Можно треугранному углу придать видъ настоящей стрѣлки, если обрѣзать секторъ по кривой, въ родѣ той, которая указана на чертежѣ (таб. I, рис. 13) пунктиромъ.

Не трудно предсказать направление тѣни для каждого часа дня. Для этого проведемъ экваторъ къ полюсу P . Раздѣливъ его, начиная отъ меридіана, въ обѣ стороны на промежутки по 15° , что соотвѣтствуетъ часамъ времени, проведемъ черезъ полученныя точки и полюсъ P большіе круги. Эти большіе круги пересѣкутъ нижнюю полуокружность HVN въ точкахъ, которыя обозначимъ тѣми же часами, что и дѣленія на экваторѣ. Радиусы сѣтки, идущіе въ эти точки, представляютъ направленія тѣни стрѣлки въ соотвѣтствующіе часы дня до и послѣ полудня, въ полдень-же тѣнь будетъ отвѣсна.

При одномъ взглядѣ на рис. 12 таблицы I видно, что Солнце обходитъ сѣтну въ теченіе дня симметрично относительно линіи QQ' и плоскости, перпендикулярной къ сѣтнѣ по этой линіи. Эта плоскость пересѣкаетъ небесный экваторъ въ точкѣ m , по серединѣ дуги его, лежащей передъ сѣткою. Если считать направленіе тѣни на сѣтнѣ для разныхъ моментовъ отъ линіи QQ' по окружности сѣтки, а часовые углы отъ точки m по экватору, то между обими рядами угловъ получится очень простая зависимость, а именно тангенсы тѣхъ и другихъ будутъ пропорціональны. Измѣримъ съ помощью сѣтки оба ряда угловъ въ нашемъ примѣрѣ, возьмемъ ихъ тангенсы и отношенія этихъ тангенсовъ. Мы получимъ слѣдующую таблицку.

Углы на окружности.	Углы на экваторѣ.	Тангенсы первыхъ угловъ.	Тангенсы вторыхъ угловъ.	Отношеніе первыхъ тангенсовъ ко вторымъ.
5°	11°	0,096	0,191	0,490
13	25	0,231	0,466	0,495
23	41	0,424	0,869	0,485
35	55	0,700	1,428	0,490
55	71	1,428	2,904	0,493

Вычисленіе при помощи сферической тригонометріи показываетъ, что это отношеніе, въ среднемъ равное у насъ 0,490, должно быть равно произведенію косинуса угла CS , на который сѣтна отклонена отъ меридіана, на косинусъ широты мѣста. Въ нашемъ случаѣ $\cos CS = \cos 30^\circ = 0,866$, а $\cos SP = \cos 56^\circ = 0,559$. Произведеніе $0,866 \times 0,559 = 0,484$, что очень близко сходится съ величиною 0,490 для отношенія тангенсовъ. Эта маленькая численная погрѣшка можетъ служить для оцѣнки точности результатовъ, даваемыхъ построеніями, производимыми отъ руки съ сѣткою въ качествѣ транспаранта.

Задача 36. Построить направленіе тѣни, бросаемой отъ Солнца на горизонтальную плоскость наклоннымъ шестомъ.

Рѣшеніе (безъ чертежа). Для рѣшенія этой задачи необходимо знать: 1) широту мѣста. 2) направленіе шеста и 3) моментъ, для котораго происходитъ опредѣленіе направленія тѣни. Направленіе шеста можно задать азимутомъ и высотой той точки небеснаго свода, въ которую направленъ шестъ. По этимъ координатамъ легко построить эту точку на проек-

ціи небосклона на горизонтъ мѣста. Затѣмъ слѣдуетъ построить положеніе Солнца для заданнаго момента. Сдѣлавъ это, проведемъ большой кругъ черезъ Солнце и точку, опредѣляющую направленіе шеста. Этотъ кругъ представитъ плоскость, проходящую черезъ Солнце и шестъ, и въ ней будетъ лежать тѣнь отъ шеста. Поэтому, направленіе тѣни на горизонтальной плоскости опредѣлится радиусомъ сѣтки, проходящимъ черезъ точку встрѣчи упомянутаго круга и окружности чертежа, и притомъ черезъ ту точку встрѣчи, которая лежитъ въ противоположной сторонѣ отъ Солнца по отношенію къ центру чертежа.

Задача 37. Построить тѣнь, бросаемую наклоннымъ шестомъ отъ Солнца на наклонную плоскость, проходящую черезъ основаніе шеста.

Рѣшеніе (безъ чертежа). Эта задача представляетъ лишь обобщеніе предыдущей. Для ея рѣшенія, кромѣ данныхъ, требующихъ въ предыдущей задачѣ, необходимо узнать расположеніе наклонной плоскости относительно горизонта. Не вдаваясь въ вопросъ, какъ опредѣлить положеніе такой плоскости, замѣтимъ, что она во всякомъ случаѣ представится на нашей проекціи большимъ кругомъ опредѣленнаго положенія. Проведя большой кругъ черезъ двѣ точки чертежа—одну, выражающую положеніе Солнца для даннаго момента, другую, опредѣляющую направленіе шеста, найдемъ точку пересѣченія этого круга съ кругомъ, представляющимъ нашу наклонную плоскость. Прямая, соединяющая найденную точку съ центромъ сѣтки, и будетъ проекціей искомага направленія тѣни. Очевидно, что при рѣшеніи этой задачи возможны три случая. 1) Наклонная плоскость расположена по другую сторону шеста отъ Солнца. Шестъ въ этомъ случаѣ, дѣйствительно, броситъ на плоскость свою тѣнь. 2) Наклонная плоскость расположена по ту же сторону отъ шеста, что и Солнце. Въ этомъ случаѣ тѣнь отъ шеста направлена въ сторону отъ плоскости. 3) Наклонная плоскость и плоскость, проходящая черезъ Солнце и шестъ, пересѣкаются по горизонтальной прямой. Въ этомъ случаѣ тѣнь отъ шеста совпадаетъ съ прямой, по которой наклонная плоскость пересѣкаетъ горизонтъ.

Задача 38. Въ 1882 году звѣзда α Дѣвы (*Spica*, ко- лось) опредѣлялась координатами $AR = 13^h 18^m_{1/2}$ и $\delta = -10^\circ_{1/2}$. Опредѣлите положеніе этой звѣзды во время Гиппарха, для —141 года (для 141-го года до Рожд. Хр.).

Рѣшеніе. Пусть экваторъ сѣтки (таблица I, рис. 14) представитъ эклиптику, а полюсы сѣтки—полюсы эклиптики. Помѣстимъ точку осенняго равноденствія γ' для 1882 года на экваторѣ сѣтки на 30° отъ его праваго конца, для того, чтобы данная звѣзда могла быть помѣщена у края сѣтки съ цѣлью болѣе точныхъ отсчетовъ. Затѣмъ около сѣвернаго полюса эклиптики E проведемъ параллель pq $23\frac{1}{2}^\circ$. Эта параллель будетъ путемъ полюса міра въ его прецессиональномъ перемѣщеніи. Для нахожденія положенія экватора и полюса міра въ 1882 году проведемъ меридіанъ ER_1 черезъ точку эклиптики, отстоящую на 90° отъ γ' . Точка пересѣченія P_1 этого круга съ параллелью $23\frac{1}{2}^\circ$ и будетъ полюсомъ міра для 1882 года. Къ этому полюсу чертимъ экваторъ m, m' , на которомъ откладываемъ $AR = \gamma', Q_1 = 13^h 18^m_{1/2} - 12^h = 1^h 18^m_{1/2}$. На меридіанѣ P_1Q_1 откладываемъ $P_1\alpha = 100^\circ_{1/2}$ и получаемъ мѣсто нашей звѣзды въ 1882-омъ году.

Съ—141 г. по 1882 г. прошло 2023 г., за которые точка весенняго равноденствія отступила на $\frac{360 \times 2023}{26000} = 28^\circ$.

Отложим дугу въ 26° въ прямомъ направленіи отъ точки γ_1' . Мы получимъ мѣсто точки γ_2 . Для этой точки точно такимъ же образомъ, какъ и для точки γ_1' , строимъ полюсъ міра P_2 и экваторъ m_2m_2' для—141 года. Сдѣлавъ построение, мы увидимъ, что α Дѣвы во времена Гиппарха была звѣздой сѣвернаго полушарія. Проведя черезъ P_2 и α кругъ склоненій, найдемъ, что въ—141 году для α Дѣвы $AR=11^h36^m$. $\delta=90^\circ-89\frac{1}{2}^\circ=+1\frac{1}{2}^\circ$.

Задача 39. Въ которомъ году α Дѣвы находилась на небесномъ экваторѣ?

Рѣшеніе. На параллели $23\frac{1}{2}^\circ$ (табл. I, рис. 14) напомнимъ точку, отстоящую отъ звѣзды α на 90° . Эта точка будетъ полюсомъ міра той эпохи, въ которую звѣзда α Дѣвы находится какъ разъ на экваторѣ. Сдѣлавъ построение, найдемъ, что эта точка отстоитъ отъ P_2 на 6° въ сторону противоположную перемѣщенію полюса міра. Поэтому α Дѣвы находилась на экваторѣ раньше—144-го года на $26000 \times \frac{6^\circ}{360^\circ}$ лѣтъ, т. е. на 433 года, или въ—577 году.

Задача 40. Можетъ ли звѣзда α Большого Пса (Сиріусъ), для которой $AR=6^h40^m$ и $\delta=16\frac{1}{2}^\circ$, помѣститься когда-либо на небесномъ экваторѣ, благодаря прецессіонному движению земной оси?

Рѣшеніе. Помѣстимъ по приведеннымъ даннымъ нашу звѣзду на проекціи небснаго свода. Для этого примемъ полюсы сѣтки за полюсы эклиптики, которая въ такомъ случаѣ выразится экваторомъ сѣтки (табл. I, рис. 15). Помѣстимъ точку γ на лѣвомъ концѣ экватора сѣтки и проведемъ экваторъ въ видѣ большого круга снизу эклиптики. Проведемъ параллель на $23\frac{1}{2}^\circ$ отъ полюса E эклиптики, выражающую путь полюса міра при прецессіонномъ движеніи. На этой параллели отыщемъ точку P , отстоящую на 90° отъ γ . Это будетъ полюсъ міра, отвѣчающій проведенному экватору. По экватору откладываемъ дугу $\gamma Q=AR=6^h40^m=100^\circ$, а на кругѣ склоненій, проходящемъ черезъ точку Q и полюсъ міра P дугу $Q\alpha=16\frac{1}{2}^\circ$. Получимъ современное положеніе звѣзды. Для того, чтобы узнать, можетъ ли когда-либо небесный экватор проходить черезъ α Большого Пса, мы выбираемъ эту звѣзду за полюсъ большого круга и чертимъ дугу этого круга st . Если бы эта дуга пересѣкла параллель $23\frac{1}{2}^\circ$, то отвѣтъ получился бы утвердительный. Въ данномъ случаѣ онъ отрицателенъ. Изъ чертежа видно также, что въ наше время Сиріусъ наиболѣе близокъ къ небесному экватору.

Задача 41. Въ которомъ году склоненіе для α Большого Пса (Сиріуса) было наименьшее?

Рѣшеніе. Проведемъ черезъ полюсъ эклиптики E и

нашу звѣзду меридіанъ, который пересѣчетъ прецессіонный путь полюса міра въ точкѣ u (табл. I, рис. 15). Очевидно, что склоненіе Сиріуса будетъ наименьшее, когда полюсъ міра помѣстится въ точку u . Такъ какъ по своей параллели полюсъ міра перемѣщается въ обратную сторону, то полюсъ міра пришелъ изъ u въ P (по кратчайшему пути). На этотъ путь, равный 12° , онъ употребилъ $26000 \text{ л.} \times \frac{12^\circ}{360^\circ} = 867$ лѣтъ. Найденное построеніемъ наименьшее значеніе $16\frac{1}{2}^\circ$ для δ не отличается отъ современнаго на уловимую построеніемъ величину. Такимъ образомъ наименьшая величина δ была для Сиріуса въ 1904—867=1037 году.

Задача 42. Определить наибольшее значеніе δ , какое приобретаетъ звѣзда α Большого Пса (Сиріусъ) подъ влияніемъ прецессіональнаго движенія земной оси, и ближайшую эпоху, когда это наступитъ.

Рѣшеніе. Очевидно, что меридіанъ наибольшаго δ будетъ тотъ же, что и наименьшаго его значенія. Но δ должно будетъ считаться отъ точки круга Pu (табл. I, рис. 15), противоположной u . Легко сообразить, что наибольшее значеніе склоненія будетъ $\delta=-16\frac{1}{2}^\circ-2 \times 23\frac{1}{2}^\circ=-63\frac{1}{2}^\circ$. Точка на параллели Pu , противоположная u , отстоитъ отъ P въ сторону прецессіоннаго движенія оси на $180^\circ-12^\circ=168^\circ$. Чтобы пройти эту дугу по параллели, полюсъ міра употребитъ $26000 \times \frac{168^\circ}{360^\circ} = 12061$ годъ. Стало быть, черезъ 12061 г. Сиріусъ будетъ находиться наиболѣе близко отъ южнаго полюса, а именно на разстояніи $90^\circ-63\frac{1}{2}^\circ=26\frac{1}{2}^\circ$. Въ среднихъ широтахъ сѣвернаго полушарія Сиріусъ въ это время совсѣмъ не будетъ виденъ.

Задача 43. Замѣтивъ по звѣздамъ мѣсто появленія и исчезновенія метеора (падающей звѣзды), нанести путь метеора на сѣтку круговъ склоненій и параллелей.

Рѣшеніе (безъ чертежа). Путь метеора представляетъ дугу большого круга. Опреѣливъ по звѣздамъ уранографическія координаты начальной и конечной точекъ этой дуги, легко съ помощью стереографической сѣтки построить стереографическія проекціи этихъ точекъ и ихъ соединяющей дуги.

Задача 44. Опреѣлнить положеніе радіанта метеоровъ.

Рѣшеніе (безъ чертежа). Продолживъ пути метеоровъ назадъ на небосклонѣ, мы найдемъ, что точки пересѣченія этихъ путей собираются въ тѣсныя группы, называемыя радіантами. Помощью стереографической сѣтки легко продолжить нанесенные на проекцію пути метеоровъ въ требуемомъ направленіи, определитъ точки ихъ пересѣченія и найти такимъ образомъ радіанты наблюденныхъ метеоровъ. Съ помощью той же сѣтки определімъ и координаты радіантовъ.